

**Trajetória de descida de emergência com falha  
total do sistema propulsivo**  
(Versão corrigida após defesa da dissertação)

**Illya Grytsayev**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**  
(Ciclo de estudos integrado)

Orientador: Prof. Doutor Kouamana Bousson

**abril de 2021**



# Dedicatória

Dedico a minha Dissertação de Mestrado aos meus pais que me apoiaram e incentivaram para terminar os meus estudos, sendo este passo muito importante para a nossa família.

À minha irmã, que soube sempre suavizar, tranquilizar e dar força para terminar mais um ciclo académico.

À minha namorada, Maria, que me deu todo o apoio e conforto necessário.

Aos meus queridos avós, que infelizmente não me verão a completar esta etapa.

Por fim, a todos aqueles que contribuíram de alguma maneira para chegar até aqui.



# **Agradecimentos**

Gostava de deixar um voto de agradecimento à minha família por ter-me dado condições para concluir este curso e esta dissertação. Aos meus pais e à minha irmã, cujos esforços e sacrifícios moldaram a minha vida e deram-me tudo o que tenho hoje.

Ao Professor Doutor Kouamana Bousson por ter aceite completar este desafio comigo, por ter-me ajudado e clarificado todos os conteúdos científicos desta dissertação. Além de tudo, queria também agradecer a colaboração nos processos burocráticos que fizeram possível com que terminasse esta dissertação na Covilhã.

Aos meus amigos que atravessaram esta fase comigo e estiveram ao meu lado nas piores situações dando todo o apoio necessário.

Por fim, mas muito importante na mesma, gostaria de agradecer à minha namorada, sem o apoio e compreensão dela não seria possível concluir esta dissertação.



## Resumo

Na aviação comercial, uma falha total no sistema propulsivo, *Loss-of thrust (LOT)*, é um fenómeno raro de acontecer. Por outro lado, o número de voos diários de aeronaves comerciais, mesmo em condições de pandemia, permanece elevado. Devido a este facto, nos últimos 20 anos, só no setor de aviação de transporte de passageiros, sucederam cerca de 10 acidentes relacionados com este tipo de falha. Por este motivo, tratando-se de voos comerciais, nesta dissertação será estudada uma aeronave de transporte de passageiros moderna.

Com esta dissertação pretende-se criar um método capaz de fornecer uma previsão do perfil vertical que a aeronave deverá seguir após uma falha *LOT*. Numa primeira fase são explorados os diversos sistemas de coordenadas usados para descrever o movimento dos aviões. Após a escolha do mais apropriado, é descrita e desenvolvida a trajetória no plano horizontal desde o ponto da falha até ao ponto de referência.

Para obter uma previsão do comportamento da aeronave no plano vertical, utilizou-se uma base de dados pré-determinada que devolve um ângulo de trajetória, a partir de um par único de velocidade e altitude da aeronave em estudo.

A trajetória final é calculada através de um processo iterativo. Neste método, é atribuído um passo, que corresponde à distância entre os pontos da trajetória. A partir das condições iniciais da aeronave, são estimadas as condições num ponto seguinte. A partir desse segundo ponto é repetido todo o processo, sendo o número de pontos constituintes das sucessivas trajetórias cada vez menor.

A determinação de trajetória é feita considerando o ponto de referência com base numa distância de segurança da pista. Devido às alterações na configuração dos flaps e do trem de aterragem nos momentos pré-pouso, o ângulo de trajetória não pode ser previsto a seguir o método da base de dados. Estima-se, portanto uma altitude de segurança mínima que a aeronave deverá ter no ponto de referência para conseguir alcançar a pista em segurança.

Posteriormente ao desenvolvimento teórico, foram realizadas simulações para comprovar a viabilidade da trajetória gerada. Como ambiente de teste foi escolhido o simulador de voo *X-Plane*. O processamento dos cálculos foi executado no *Matlab*, sendo os comandos para o piloto automático enviados via rede.

As simulações realizadas mostraram que para o tipo de aeronave estudado e para as condições meteorológicas (sem vento) descritas, é possível prever a altitude utilizando o método supramencionado.

# Palavras-chave

Falha propulsiva; Trajetória; Emergência; Interpolação Polinômio de Hermite; LOT; Ângulo de trajetória; X-plane; Matlab; Simulink;

# Abstract

In commercial aviation, a total loss of thrust (*LOT*), is a rare phenomenon to happen. On the other hand, the number of daily commercial aircraft flights, even in pandemic conditions, remains high. Due to this fact, in the last 20 years, in the passenger transport aviation sector alone, there have been about 10 accidents related to this type of failure. For this reason, in the case of commercial flights, this dissertation will focus the study on a modern passenger transport aircraft.

This dissertation intends to create a method capable of providing a forecast of the vertical profile that the aircraft will follow after a *LOT* failure. In a first phase, the various coordinate systems used to describe the movement of airplanes are explored. After choosing the most appropriate, the trajectory in the horizontal plane from the point of failure to the reference point is described and developed.

To obtain a forecast of the aircraft's behavior in the vertical plane, a predetermined database was used that returns a trajectory angle, from a single pair of speed and altitude of the aircraft under study.

To obtain a forecast of the aircraft's behavior in the vertical plane, a pre-computed database was used. This database returns a trajectory angle that corresponds to a unique pair of speed and altitude for the aircraft under the study.

The final trajectory is calculated through an iterative process. In this method, a step is assigned, which corresponds to the distance between two points of the trajectory. From the initial conditions of the aircraft, the conditions are estimated at a following point. From that second point on, the whole process is repeated, with the number of points constituting the successive trajectories decreasing.

The trajectory determination is made considering the reference point based on a safe distance from the runway. Due to changes in the configuration of the flaps and landing gear in the pre-landing moments, the trajectory angle cannot be predicted following the database method. Therefore, it is estimated that the aircraft must have a minimum safety altitude at the reference point in order to reach the runway safely.

After the theoretical development, simulations were performed to prove the viability of the generated trajectory. The flight simulator (*X-Plane*) was chosen as the test environment. The calculations were processed in *Matlab*, and the commands for the autopilot were sent via the network.

The simulations carried out showed that for the type of aircraft studied and for the meteorological conditions (no wind) described, it is possible to predict the altitude using the aforementioned method.

# Keywords

Loss-of-Thrust; Trajectory; Emergency; Hermite Polynomial Interpolation; Trajectory angle; X-plane; Matlab; Simulink;

# Índice

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>1</b> | <b>Introdução</b>  | <b>1</b>  |
| 1.1      | Motivação e dados históricos .....                                       | 1         |
| 1.2      | Trabalhos anteriores .....   | 4         |
| 1.3      | Objetivos da dissertação .....   | 6         |
| 1.4      | Estrutura da dissertação.....  | 6         |
| <b>2</b> | <b>Geração da Trajetória em Condições de Falha do Sistema Propulsivo</b> | <b>9</b>  |
| 2.1      | Modelo de Navegação .....  | 9         |
| 2.1.1    | Sistema de Coordenadas Geodético .....                                   | 10        |
| 2.1.2    | Sistema de Coordenadas Fixo no Centro da Terra .....                     | 11        |
| 2.1.3    | Sistema de Coordenadas <i>NED</i> ou <i>ENU</i> .....                    | 12        |
| 2.2      | Transformação de Coordenadas.....  | 13        |
| 2.3      | Caminhos de Dubins no Plano Horizontal.....                              | 14        |
| 2.4      | Ligação Entre o Plano Horizontal e Vertical.....                         | 17        |
| 2.5      | Perfil de Descida no Plano Longitudinal.....                             | 18        |
| 2.5.1    | Determinação do Ângulo de Trajetória.....                                | 18        |
| <b>3</b> | <b>Procedimento de Implementação dos Métodos Teóricos</b>                | <b>21</b> |
| 3.1      | Determinação do Ângulo de Trajetória .....                               | 21        |
| 3.2      | Cálculo da Altitude do Último Ponto da Trajetória .....                  | 23        |
| 3.3      | Ligação entre <i>X-Plane</i> e o <i>Matlab</i> .....                     | 27        |
| 3.4      | Cálculo da Trajetória em <i>Matlab</i> .....                             | 31        |
| 3.4.1    | Recolha de Dados.....  | 31        |
| 3.4.2    | Coordenadas dos Pontos de Referência .....                               | 32        |
| 3.4.3    | Cálculo da Trajetória .....  | 33        |
| 3.4.4    | Verificação da Executabilidade da Trajetória .....                       | 35        |
| <b>4</b> | <b>Simulação em <i>X-Plane</i> e Resultados</b>                          | <b>37</b> |
| 4.1      | Procedimento .....   | 37        |
| 4.2      | Resultados Conceptuais.....  | 37        |
| 4.2.1    | Trajetórias Para as Pistas 03 e 21 .....                                 | 37        |
| 4.2.2    | Análise da Zona Terminal de Lisboa .....                                 | 41        |
| 4.2.3    | Mapas Alcance em Função da Altitude .....                                | 43        |
| 4.3      | Simulação dos Casos de Emergência .....                                  | 45        |
| <b>5</b> | <b>Conclusão</b>   | <b>49</b> |
| 5.1      | Enquadramento com Outros Trabalhos .....                                 | 50        |
| 5.2      | Trabalhos Futuros .....  | 50        |
|          | <b>Bibliografia</b>  | <b>53</b> |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| <b>A</b> | <b>Anexos</b>  | <b>57</b> |
| A.1      | Tabela dos valores de ângulos de trajetória recolhidos do simulador <i>X-Plane</i> . | 57        |
| A.2      | Gráficos das trajetórias em Matlab .....   | 58        |
| A.3      | Mapas dos pontos alcançáveis .....   | 61        |

# Lista de Figuras

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.1  | Número de voos na aviação comercial por dia.....  | 1  |
| 2.1  | Eixo longitudinal e lateral de um avião.....  | 9  |
| 2.2  | Sistema de coordenadas geodético, <i>ECEF</i> e o local <i>NED</i> [1].....                                       | 11 |
| 2.3  | Comparação entre os referenciais <i>ENU</i> e <i>NED</i> .....  | 12 |
| 2.4  | Erro absoluto de uma localização expressa em coordenadas <i>ENU</i> .....   | 13 |
| 2.5  | Tipos de trajetões <i>Dubins</i> .....  | 16 |
| 2.6  | Funcionamento do algoritmo de cálculo da altitude no último waypoint.....   | 17 |
| 2.7  | Forças e ângulos num voo planado.....   | 18 |
| 3.1  | Variação dos ângulos $\gamma$ em função da velocidade da aeronave nas respectivas altitudes.....                  | 22 |
| 3.2  | Comparação dos valores não interpolados com os interpolados.....  | 23 |
| 3.3  | Trajatória no plano horizontal a partir de um ponto arbitrário.....   | 23 |
| 3.4  | Definição do ângulo de trajetória em termos geométricos.....  | 24 |
| 3.5  | Efeito da variação da razão de planeio no quociente entre $\gamma$ e $\psi$ .....                                 | 25 |
| 3.6  | Forças e ângulo durante as manobras de mudança de rumo.....   | 25 |
| 3.7  | Razão de planeio em função da velocidade para diferentes altitudes.....   | 26 |
| 3.8  | Razão de planeio em função da altitude para diferentes velocidades.....   | 26 |
| 3.9  | Esquema de comunicação entre os computadores.....   | 28 |
| 3.10 | Seleção de dados a enviar do <i>X-Plane</i> .....   | 28 |
| 3.11 | Esquema para obtenção e descodificação dos pacotes de dados recebidos.....  | 29 |
| 3.12 | Visualização em ambiente <i>X-Plane</i> da matriz de dados enviados por <i>UDP</i> .....                          | 30 |
| 3.13 | Esquema de envio de informação de volta para o simulador.....   | 30 |
| 3.14 | Esquema da aproximação final à pista.....   | 32 |
| 3.15 | Localização do ponto de referência da aproximação à pista 03 nas coordenadas <i>ENU</i> .....                     | 33 |
| 4.1  | Representação da trajetória Este em <i>Google Earth</i> (branco) e rampa de descida provisória (vermelho). .....  | 38 |
| 4.3  | Representação da trajetória norte em <i>Google Earth</i> (branco) e rampa de descida provisória (vermelho). ..... | 39 |
| 4.2  | Representação da trajetória oeste em <i>Google Earth</i> (branco) e rampa de descida provisória (vermelho). ..... | 39 |
| 4.4  | Representação da trajetória sul em <i>Google Earth</i> (branco) e rampa de descida provisória (vermelho). .....   | 40 |
| 4.5  | Representação das trajetórias para a pista 21 em <i>Google Earth</i> .....  | 40 |
| 4.7  | Trajatória de descida a partir do ponto de falha, situação 1.....   | 42 |
| 4.6  | Trajatória da situação 1, expressa em coordenadas <i>ENU</i> .....  | 42 |
| 4.8  | Trajatória da situação 2, expressa em coordenadas <i>ENU</i> .....  | 43 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.9  | Trajectoria de descida a partir do ponto de falha, situação 2 .....                               | 43 |
| 4.11 | Representação da trajetória teórica (amarelo) e simulada (verde) no <i>Google Earth</i> .....     | 45 |
| 4.10 | Pontos em torno do aeroporto de Lisboa, a partir dos quais foi testado o algoritmo descrito ..... | 45 |
| 4.12 | Representação da trajetória teórica e simulada no <i>Matlab</i> .....                             | 46 |
| 4.13 | Representação da trajetória teórica (amarelo) e simulada (verde) no <i>Google Earth</i> .....     | 47 |
| 4.14 | Representação da trajetória teórica e simulada no <i>Matlab</i> .....                             | 47 |
| A.1  | Representação da trajetória este em <i>Matlab</i> .....   | 58 |
| A.2  | Representação da trajetória oeste em <i>Matlab</i> .....  | 59 |
| A.3  | Representação da trajetória norte em <i>Matlab</i> .....  | 59 |
| A.4  | Representação da trajetória sul em <i>Matlab</i> .....  | 60 |
| A.5  | Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 0°. <i>Google Earth</i> .....                              | 61 |
| A.6  | Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 90°. <i>Google Earth</i> .....                             | 61 |
| A.7  | Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 180°. <i>Google Earth</i> .....                            | 61 |
| A.8  | Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 270°. <i>Google Earth</i> .....                            | 62 |
| A.9  | Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 0°. <i>Google Earth</i> .....                              | 62 |
| A.10 | Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 90°. <i>Google Earth</i> .....                             | 62 |
| A.11 | Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 180°. <i>Google Earth</i> .....                            | 63 |
| A.12 | Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 270°. <i>Google Earth</i> .....                            | 63 |
| A.13 | Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 0°. <i>Google Earth</i> .....                              | 63 |
| A.14 | Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 90°. <i>Google Earth</i> .....                             | 64 |
| A.15 | Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 180°. <i>Google Earth</i> .....                            | 64 |
| A.16 | Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 270°. <i>Google Earth</i> .....                            | 64 |

# Lista de Tabelas

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Acidentes <i>LOT</i> e as suas causas [1],[2] . . . . .  | 2  |
| 3.1 | Pacote de dados do <i>X-Plane</i> . . . . .  | 28 |
| 3.2 | Dados recolhidos do simulador . . . . .  | 32 |
| 3.3 | Distância percorrida em função da altitude inicial com razão de descida constante de 1750 ft/m . . . . . | 32 |
| 3.4 | Constituição dos vetores da trajetória . . . . .   | 34 |
| A.1 | Valores do ângulo de trajetória em função da altitude e da velocidade da aeronave                        | 57 |
| A.2 | Continuação da tabela A.1 . . . . .  | 58 |



# Lista de Acrónimos

|       |  |
|-------|--|
| UBI   | Universidade da Beira Interior                   |
| ECEF  | Earth-centered Earth-fixed                       |
| NED   | North-East-Down                                  |
| ENU   | East-North-Up                                    |
| GPS   | Global Positioning System                        |
| WGS84 | World Geodetic System 1984                       |
| ICAO  | International Civil Aviation Organization        |
| LPPT  | Código ICAO do Aeroporto Internacional de Lisboa |
| APU   | Auxiliar Power Unit                              |
| RAT   | Ram Air Turbine                                  |
| LOT   | Loss of thrust                                   |
| FAA   | Federal Aviation Administration                  |
| pchip | Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial |
| GS    | Ground Speed                                     |
| GW    | Gross Weight                                     |
| UAV   | Unmanned Aerial Vehicle                          |
| IAS   | Indicated Airspeed                               |
| CRC   | Curva Reta Curva                                 |
| CCC   | Curva Curva Curva                                |
| LSL   | Left-Straight-Left                               |
| LSR   | Left-Straight-right                              |
| RSR   | Right-Straight-Right                             |
| RSL   | Right-Straight-Left                              |
| FMGC  | Flight Management Guidance System                |
| UDP   | User Datagram Protocol                           |
| TMA   | Terminal Maneuvering Area                        |
| SID   | Standard Instrument Departure                    |
| STAR  | Standard Terminal Arrival Route                  |
| LPCS  | Código ICAO do Aeródromo Municipal de Cascais    |
| LPMT  | Código ICAO da Base Aérea nº 6                   |
| LPAR  | Código ICAO do Complexo Militar de Alverca       |
| TAS   | True Airspeed                                    |



# Nomenclatura

## Símbolos gregos

$\alpha$  Ângulo de ataque da aeronave

$\bar{\phi}$  Ângulo de rolamento de referência da aeronave

$\gamma$  Ângulo de trajetória

$\gamma_c$  Ângulo de trajetória em condições de rolamento de 25°

$\gamma_i$  Ângulo de trajetória em condições de rolamento nulo

$\lambda$  Latitude geodética

$\lambda_{ref}$  Latitude de referência

$\phi$  Ângulo de rolamento da aeronave

$\Psi$  Vetor de rumos da aeronave

$\psi$  Rumo da aeronave

$\Psi_{pista}$  Rumo magnético da pista de aterragem

$\rho$  Densidade do ar

$\theta$  Ângulo de arfagem da aeronave

$\theta_f$  Rumo final

$\theta_i$  Rumo inicial

$\phi$  Longitude geodética

$\phi_{ref}$  Longitude de referência

## Outras variáveis e constantes

$\dot{x}$  Velocidade no referencial móvel em  $x_m$

$\dot{z}$  Velocidade no referencial móvel em  $z_m$

$C_D$  Coeficiente de resistência ao avanço

$C_L$  Coeficiente de sustentação

$C_y$  Coeficiente de força lateral

$D$  Resistência ao avanço

$D_{final}$  Distância entre o ponto de referência e a pista

$e$  Excentricidade  
 $f$  Fator de achatamento  
 $F_{xm}$  Força no eixo  $x_m$   
 $F_{zm}$  Força no eixo  $z_m$   
 $g$  Aceleração gravítica  
 $h$  Altitude em relação ao nível médio das águas do mar  
 $h_{final}$  Altitude do ponto de referência  
 $L$  Sustentação  
 $L_c$  Comprimento do arco de curvatura  
 $L_i$  Distância euclidiana entre os pontos finais dos arcos  
 $m$  Massa  
 $M_e$  Raio de curvatura do Meridiano  
 $N$  Números de pontos que constituem uma trajetória  
 $N_e$  Raio vertical principal  
 $O_{ecf}$  Origem do referencial geocêntrico  
 $O_n$  Origem do referencial local  
 $P$  Peso  
 $P_e$  Vetor de posição expresso no referencial geocêntrico  
 $P_f$  Vetor de posição final de um caminho *Dubins*  
 $P_g$  Vetor de posição expresso no referencial geodético  
 $P_i$  Vetor de posição inicial de um caminho *Dubins*  
 $P_n$  Vetor de posição expresso no referencial local  
 $R_{EA}$  Semi-eixo terrestre maior  
 $R_{EB}$  Semi-eixo terrestre menor  
 $R_{min}$  Raio de curvatura mínimo  
 $R_{n/e}$  Matriz de rotação entre o referencial geocêntrico e o local  
 $R_{planeio}$  Razão de planeio  
 $S$  Área alar

$V$  Velocidade da aeronave em relação ao ar  
 $V_{GS}$  Velocidade em relação ao solo  
 $V_{LS}$  Menor velocidade seleccionável  
 $V_x$  Velocidade no referencial móvel em  $x_m$   
 $V_z$  Velocidade no referencial móvel em  $z_m$   
 $W_{ief}$  Ponto de referência  
 $X$  Vetor das posições  $x$   
 $x$  Eixo  $x$  no referencial de coordenadas locais  
 $x_{ecf}$  Eixo  $x$  no referencial de coordenadas geocêntrico  
 $x_f$   $x$  final  
 $x_i$   $x$  inicial  
 $x_m$  Eixo  $x$  do referencial móvel  
 $x_{ief}$  Ponto de referência  
 $xq$  Intervalo de valores para realizar a interpolação  
 $xx$  Vetor  $x$  interpolado  
 $Y$  Vetor das posições  $y$   
 $y$  Eixo  $y$  no referencial de coordenadas locais  
 $y_{ecf}$  Eixo  $y$  no referencial de coordenadas geocêntrico  
 $y_f$   $y$  final  
 $y_i$   $y$  inicial  
 $y_{ief}$  Ponto de referência  
 $yy$  Vetor  $y$  interpolado  
 $Z$  Vetor das posições  $z$   
 $z$  Eixo  $z$  no referencial de coordenadas locais  
 $z_{ecf}$  Eixo  $z$  no referencial de coordenadas geocêntrico  
 $z_m$  Eixo  $z$  do referencial móvel  
 $z_{ief}$  Ponto de referência



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Motivação e dados históricos

O primeiro voo motorizado, controlado e contínuo numa máquina mais pesada do que o ar aconteceu no ano de 1903 [3]. Mais de um século de sucessivos avanços na projeção, fabricação e manutenção das aeronaves levaram a uma melhoria significativa relativamente à segurança de voo. Embora raros, os acidentes continuam a acontecer. Atualmente, uma probabilidade de  $10^{-6}$  por hora de voo da perda total da aeronave (falha que não permite o controlo da aeronave), é um alto requisito de segurança para a projeção de uma aeronave [4]. Essa condição tem vindo a ficar mais rigorosa ao longo dos anos, no entanto, o número de voos comerciais e particulares não pára de aumentar por todo o mundo e é fulcral ter isso em atenção. Por mais pequena que seja a probabilidade, com o número de voos diários a crescer, matematicamente haverá falhas nos sistemas que levarão a incidentes, ou talvez a acidente com fatalidades. A figura 1.1 compara os valores do número de voos comerciais

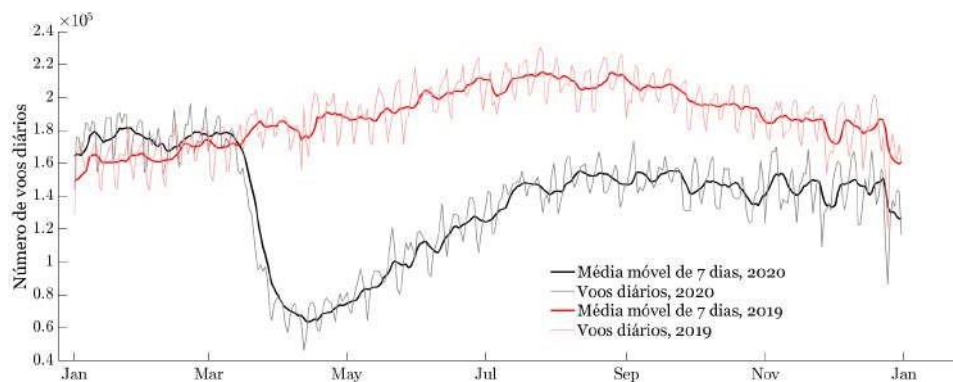


Figura 1.1: Número de voos na aviação comercial por dia

por dia entre os anos de 2020 e 2019. Mesmo em situação de pandemia SARS-CoV-2, de acordo com os dados apresentados em [5], acontecem cerca de 3,5 milhões de voos num ano. Multiplicando pela probabilidade de  $10^{-6}$  obtém-se um valor de ordem de grandeza unitário. Quer isto dizer que mesmo cumprindo todas as normas e leis no fabrico e manutenção das aeronaves, é quase certo que existirá pelo menos um voo no ano que terá uma falha grave.

Tendo em conta os factos acima mencionados, a gestão pós-falha toma um papel ainda mais fundamental na segurança de voo. O tempo que os pilotos demoram a decidir pode determinar o destino da aeronave.

Por este motivo, o avião tem de estar equipado com sistemas que auxiliem com uma solução

para qualquer situação existente, no menor tempo possível, para os pilotos poderem seguir.

O sistema utilizado neste estudo científico não requer nenhum equipamento adicional a bordo do avião, pelo que pode ser implementado apenas ao nível de *software*. Deste modo é evitada a adição de peso, o que pode facilitar a implementação nas aeronaves já existentes.

O algoritmo que se pretende implementar serve para guiar as aeronaves, que por diversos motivos perderam a capacidade de propulsão podendo, portanto, apenas descer em condições de voo planado.

A perda total da capacidade de propulsão, *loss-of-thrust (LOT)*, nas aeronaves, cria limitações no seu plano de voo transformando-as num planador que pode apenas manter a altitude e com isso perder a velocidade, ou manter a velocidade e com isso perder altitude. Torna-se por isso crucial reagir num curto período e encontrar uma trajetória para uma pista próxima, ou se tal não for possível, permitir que os pilotos concentrem as suas atenções na escolha do sítio mais apropriado para o pouso como, por exemplo, o mar, rio ou campos agrícolas. Na aviação comercial destacam-se os principais acidentes ocorridos devido a *LOT* e as suas respetivas causas: Para aviação geral [4], a perda total da capacidade de propulsão é responsável

| Tipo de falha                | Tipo de avião   | Ano  | Voo                          | Fatalidades |
|------------------------------|-----------------|------|------------------------------|-------------|
| Esgotamento de combustível   | Boeing 767      | 1983 | Air Canada 143               | 0           |
|                              | Boeing 737      | 1989 | Varig 254                    | 13          |
|                              | Boeing 737      | 1990 | Avianca Flight 52            | 73          |
|                              | Airbus A330     | 2001 | Air Transat 236              | 0           |
|                              | ATR 72-200      | 2005 | Tuninter Flight 1153         | 16          |
|                              | Avro RJ85       | 2016 | LaMia Flight 2933            | 71          |
| Más condições meteorológicas | Boeing 737      | 1988 | TACA Flight 110              | 0           |
|                              | Boeing 737      | 2002 | Garuda Indonesia Flight 421  | 1           |
| Erro da tripulação           | ATR 72-600      | 2015 | TransAsia Airways Flight 235 | 43          |
|                              | TU-204          | 2002 | Sibir Flight 852             | 0           |
| Rindetriza                   | Airbus A320-200 | 2009 | US Airways Flight 1549       | 0           |
|                              | Airbus A321     | 2019 | Ural Airlines Flight 178     | 0           |

Tabela 1.1: Acidentes *LOT* e as suas causas [1],[2]

por cerca de 20% de todos os acidentes no ramo. Este número é tão elevado porque a configuração monomotor é a mais comum para a aviação geral, o que leva a que uma simples falha num motor provoque sérias consequências que podem culminar em acidente.

Tanto para os aviões comerciais de transportes de passageiros/carga como para pequenas aeronaves, existem requisitos legais relativamente ao caso de falha total de propulsão. Segundo o padrão de aeronavegabilidade dos aviões de categoria de transporte da *FAA*, em [6]:

*“(d) The airplane must be designed so that it is controllable if all engines fail. Compliance with this requirement may be shown by analysis where that method has been shown to be reliable.”*

ou no jornal oficial da União Europeia[7]:

*“b) A aeronave deve ser controlável e manobrável em segurança em todas as condições de operação previstas, incluindo em caso de falha de um ou, se for o caso, de vários sistemas de propulsão, tendo em conta a dimensão e a configuração da aeronave. Devem ter-se devidamente em conta a força do piloto, o ambiente na cabina de pilotagem, a carga de trabalho do piloto e outros fatores humanos, bem como a fase de voo e a sua duração;”*

No entanto, os requisitos garantem apenas a controlabilidade do *loop* interno por meio da unidade de potência auxiliar (*APU*) e da turbina de ar ram (*RAT*), que fornecem a potência aos sistemas do avião para a deflexão das superfícies de controlo e alimentação dos sistemas estritamente necessários para continuação do voo.

De acordo com os requisitos acima mencionados, a segurança do pouso após a perda total de propulsão (*LOT*) deve ser assegurada apenas pelo piloto, o que não facilita a já difícil tarefa de voar o avião em estado danificado. Partindo do pressuposto que o avião é controlável depois de a falha ter ocorrido e que os pilotos vão despende uma certa quantidade de tempo a analisar a situação decorrente, é fundamental acionar o sistema de cálculo de trajetória o mais cedo possível. As emergências deste tipo, na sua grande parte, ocorrem a baixas altitudes e sabendo que os aviões só podem descer ou perder velocidade, a rapidez de apresentação de uma solução é crucial.

No decorrer da história de aviação, existiram muitos voos em que as tripulações tiveram de lidar com emergências *LOT*. Algumas delas acabaram da melhor maneira, não havendo fatalidades, no entanto, um número significativo de acidentes levou à perda de vidas humanas. Na tabela 1.1 estão sumariados alguns casos de emergências da aviação comercial e as suas consequências quanto ao número de fatalidades. Um sistema que permitisse ter uma previsão de altitude para condições de voo planado, poderia otimizar as rotas de aproximação a alguns aeroportos. Assim, mesmo que a falha ocorra a baixas altitudes seria sempre possível alcançar uma pista próxima.

O modelo do avião estudado nesta dissertação é muito comum, sendo o número estimado de passageiros que viaja num avião equipado com este tipo de sistema de propulsão de cerca de 3 milhões por dia.

A escolha da trajetória depende de vários fatores como a altitude em que ocorreu a falha, a velocidade da aeronave, o rumo da aeronave, a configuração dos flaps e do trem de aterragem e também da direção e da intensidade do vento que altera a velocidade em relação ao solo

(GS). No decorrer desta dissertação irão ser feitas as seguintes suposições:

- Massa da aeronave constante,  $GW$  de 64 000 kg.
- Ausência de vento.
- O piloto automático utilizado na simulação está bem ajustado, o que garante a convergência dos estados da aeronave aos que são comandados.
- É ignorada a possível presença de outro tráfego, bem como o voo sobre os espaços aéreos restritos/proibidos da região.
- Os trajetos são gerados exclusivamente para as pistas 03 e 21 do aeroporto de Lisboa (LPPT). A presença de outros aeroportos/bases militares pode ser considerada em estudos futuros.

## 1.2 Trabalhos anteriores

A ideia da necessidade de haver algum auxílio para os pilotos em casos de falha total de propulsão tem vindo a ser analisada em vários estudos científicos por todo o mundo.

Em 2006, Ella M Atkins no seu estudo [8], descreve um algoritmo que permite gerir uma emergência de voo associada com a perda total de propulsão. Esta categoria de trajeto pode ser aplicada tanto a aeronaves pilotadas como não pilotadas, sendo também implementado um plano de voo adaptativo que é ajustado em função dos eventos que degradam o desempenho da aeronave. Além disso, é retratado um algoritmo para classificar e selecionar a melhor pista de aterragem que se encontra ao alcance da aeronave.

A determinação do alcance nesse estudo é estipulada a calcular uma circunferência que representa um mapa de alcance da aeronave segundo uma dada localização. Essa circunferência é uma aproximação de um cálculo por variações (o que requer um maior tempo computacional, não sendo por isso utilizado) do alcance da aeronave e é determinada a usar a melhor razão de planeio da aeronave, ou seja, mantendo o ângulo constante ao longo da trajetória de descida.

Relativamente ao cálculo do percurso no plano latero-direcional, ainda no mesmo estudo científico, é proposta a determinação através dos caminhos de Dubins (Dubins Path) da trajetória viável para a aeronave seguir. Tal como nesta dissertação, é computado um raio mínimo com base na velocidade da aeronave e posteriormente é então construído um percurso em 2D entre a posição inicial, que coincide com a localização da aeronave no instante a seguir ao da emergência, e a localização final, que é representada pelas coordenadas da pista selecionada para realizar a aterragem.

Esta distância é comparada com o alcance máximo, seguindo a melhor razão de planeio, e caso todos os parâmetros e restrições sejam respeitados, é validada a trajetória selecionada.

Posteriormente no ano de 2011, Tang Peng no seu estudo [4], propõem um cálculo baseado na formulação dinâmica. A altitude é considerada uma variável representativa da energia potencial e pode ser usada como uma variável independente. A velocidade é substituída pela pressão dinâmica por ser uma variável mais robusta. Resolvendo as equações do sistema dinâmico obtêm-se assim segmento a segmento, um ângulo de trajetória e um rumo de referência para a aeronave seguir. Tal como realizado no estudo de Atkins [8], é anteriormente preparada uma base de dados com as pistas de aterragem disponíveis para encontrar a solução ótima para cada caso em particular.

O trajeto latero-direcional neste algoritmo é definido como uma sucessão de curvas mais rápida, partindo do ponto onde a emergência ocorreu, verificada nó a nó, com três segmentos principais para satisfazer os requisitos do rumo final da pista, distância vertical e horizontal do lugar de destino.

Em 2012, no artigo de Adler [9] foi proposto um novo método para computação rápida de trajetórias de voo para voos sem capacidade de propulsão, através da resolução do problema de otimização de energia. Essa abordagem é baseada no planeamento de trajetórias usando primitivas de movimento (*Motion Primitives*), ou manobras básicas. Essas manobras são descritas por segmentos de voo parametrizado de um formato específico que dividem o espaço considerado numa grelha. Cada segmento de grelha tem uma instrução específica do movimento que a aeronave deve percorrer. Essas manobras básicas sofrem uma discretização do espaço de procura e o problema de planeamento é reduzido a um problema de procura do gráfico de tamanho aceitável que, pode ser resolvido de forma eficiente usando o algoritmo de busca do gráfico ideal. A previsão da perda da altitude devido à ausência de tração é feita considerando a razão de planeio máxima da aeronave usada nesse estudo, Cessna 172.

Ainda em 2015, no artigo de Avrenli e Dempsey [10], é questionado se a velocidade calculada pelo computador de bordo de um Airbus A320 (*Green Dot*) é realmente a velocidade ótima em situações de emergência *LOT* a baixas altitudes. A trajetória que a aeronave seguiu neste estudo consistia numa volta de 180°, de modo a conseguir o regresso ao lado oposto da pista que foi utilizada para descolar. Concluiu-se com experiências num simulador profissional, que para as baixas altitudes nas quais essa emergência ocorre a velocidade que maximizava o alcance e fazia possível o regresso da aeronave ao aeroporto de partida, era a velocidade mínima indicada. Esta vantagem de utilização da velocidade mínima em condições de voo planado é justificada pela minimização do raio de curvatura, através da minimização da velocidade da aeronave. Sendo o raio menor e praticamente não havendo tempo para o voo sem pranchamento, a distância percorrida pelo avião também é menor e conseqüentemente a altitude perdida na volta de regresso à pista também será reduzida.

No ano de 2018, S. Paul [11], no seu trabalho de construção de uma trajetória para emergências *LOT*, utilizou uma abordagem que atualiza o modelo de desempenho da aeronave com danos durante o voo. Este modelo é parametrizado em função da razão de planeio padrão, que assume uma configuração da aeronave com menor arrasto possível e uma velocidade de planeio que maximiza o alcance ( $\frac{L}{D}$  máximo). O algoritmo utilizado prevê métodos exclusivamente geométricos para gerar a trajetória de voo, ou seja, a razão de planeio e raio de curvatura para diferentes ângulos de pranchamento e consequentes configurações de arrasto, são utilizados para prever o trajeto lateral e longitudinal. Após ocorrer a emergência, o processo de cálculo identifica uma janela de leitura da razão de descida válida nos últimos 4 segundos de voo e, com base nessas informações, atualiza o alcance máximo que se consegue obter. No mesmo trabalho científico foi também realizada uma análise da influência dos ventos na previsão dos trajetos de emergência.

Uma técnica de planeamento de trajetos bem conhecida no mundo científico para gerar um caminho de distância mínima entre dois pontos é a da utilização dos trajetos Dubins. Por essa razão, a maior parte dos trabalhos científicos revistos operam com base nesse algoritmo para gerar uma trajetória no plano horizontal (2D). Existem várias propostas de adaptação de uma trajetória do plano bidimensional para 3D. A adaptação dos trajetos para um UAV, assumindo uma altitude e velocidade constante, foi descrita em [12]. Outro método foi aplicado em [13], que mostra como um método de campo vetorial pode ser usado para projetar uma lei de orientação que faz com que o modelo do avião siga trajetos em linha reta e em trajetos helicoidais.

### **1.3 Objetivos da dissertação**

Os objetivos deste trabalho são:

- Gerar uma trajetória teórica para um ponto de referência de alcance de uma das pistas, a partir de qualquer ponto próximo ao aeroporto de Lisboa (para a aeronave estudada).
- Validar com o simulador *X-Plane* a viabilidade das trajetórias teóricas geradas.
- Criar mapas que contenham todos os pontos a partir dos quais é possível alcançar a pista pretendida.

### **1.4 Estrutura da dissertação**

Esta dissertação está dividida em quatro capítulos:

- A introdução onde são descritos a motivação, dados históricos, trabalhos anteriores e a composição da dissertação.

- O capítulo 2 descreve toda a base numérica e algoritmo utilizado para estimar a trajetória.
- No capítulo 3 é descrita a implementação dos métodos teóricos para os testes no simulador.
- No capítulo 4 são caracterizados o método de funcionamento do piloto automático de uma aeronave comercial moderna e as modificações no algoritmo para gerar uma trajetória em tempo real. Posteriormente, é testado o algoritmo, fazendo uma simulação no *X-Plane* de vários casos de emergência. Seguidamente são apresentados e comparados os resultados conceptuais e resultantes da simulação.
- O capítulo 5 conclui a dissertação comparando os resultados conceptuais com os dados obtidos da simulação. É também discutido o trabalho que poderá ser feito no futuro de modo a melhorar o algoritmo e com isso, o trajeto de uma aeronave para uma emergência idêntica.



## Capítulo 2

# Geração da Trajetória em Condições de Falha do Sistema Propulsivo

### 2.1 Modelo de Navegação

Na navegação, orientação e controlo de uma aeronave existem vários sistemas de coordenadas que são usados consoante a necessidade em diversos projetos e análises. No caso da navegação, destacam-se três tipos de sistemas de coordenadas fixos [1].

- Geodéticas.
- Geocêntricas (ECEF).
- Sistema de coordenadas local nordeste (NED) ou (ENU).

De modo a separar a trajetória em dois planos distintos, lateral e longitudinal, é necessário converter as coordenadas da posição inicial (posição onde ocorreu a falha), que se encontram num referencial geodético, para o sistema de coordenadas *NED* ou equivalente *ENU*. Tendo em conta que a unidade de medida é o metro, as coordenadas são definidas nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  o que facilita os cálculos. A origem do referencial é fixa na cabeceira da pista escolhida para realizar o pouso.

De forma a conseguir realizar a conversão das coordenadas dos pontos de um referencial para o outro, numa primeira fase explica-se os três tipos de sistemas de coordenadas e posteriormente, demonstra-se como a transformação se sucede.

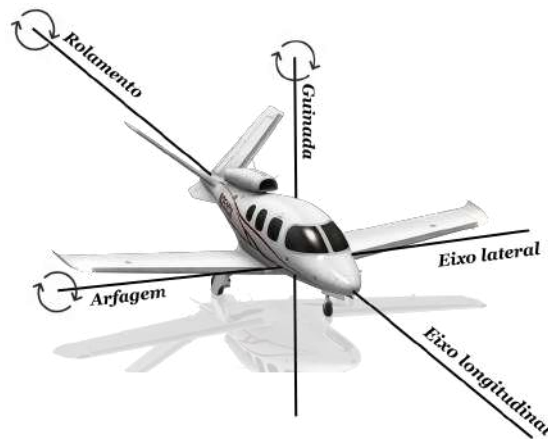


Figura 2.1: Eixo longitudinal e lateral de um avião

### 2.1.1 Sistema de Coordenadas Geodético

O sistema de coordenadas geodético é mais frequentemente usado na navegação baseada em GPS, como é o caso dos aviões e helicópteros. Este referencial caracteriza um ponto na superfície terrestre, ou perto dela, em latitude, longitude e altitude em relação ao nível médio das águas do mar,  $\lambda$ ,  $\phi$  e  $h$  respectivamente.

A longitude mede o ângulo de rotação entre o meridiano principal [14] e o ponto escolhido, variando entre os  $-180^\circ$  e os  $180^\circ$ . A latitude, por sua vez, mede o ângulo de rotação entre o plano equatorial terrestre e a normal do elipsoide de referência que passa sobre o ponto medido, variando entre os  $-90^\circ$  a  $90^\circ$ , representado em 2.2. A altitude é a distância vertical entre o elipsoide de referência (nível médio das águas do mar) e o ponto medido. A latitude usada pelo *X-Plane* segue o modelo da esfera perfeita e o cálculo da trajetória feito posteriormente neste capítulo cumpre o modelo terrestre *WGS-84*. Contudo, de acordo com as pesquisas já realizadas em [15], esta aproximação pode ser levada a cabo, sendo o erro resultante desprezável para as grandezas utilizadas nos cálculos.

$$P_g = \begin{pmatrix} \lambda \\ \phi \\ h \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Um ponto arbitrário no espaço pode ser então definido pelo conjunto de três parâmetros apresentados na equação 2.1.

O modelo *WGS84* tem como base alguns dados que servem posteriormente para fazer a conversão de um referencial para outro.

$$R_{EA} = 6,378,137.0 \text{ m} \quad (2.2)$$

$$f = \frac{1}{298,257223563} \quad (2.3)$$

$$e = \frac{R_{EA}^2 - R_{EB}^2}{R_{EA}^2} = 0.08181919 \quad (2.4)$$

$$M_E = \frac{R_E}{\left( \frac{R_{EA}^2 \sin^2 \phi}{R_{EA}^2} + e^2 \right)^{3/2}} \quad (2.5)$$

$$N_E = \frac{R_{EA}}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (2.6)$$

Em que o  $R_{EA}$  corresponde ao semieixo terrestre maior, o  $R_{EB}$  ao semieixo menor,  $f$  é o fator de achatamento,  $e$  é a primeira excentricidade,  $M_E$  representa o raio de curvatura do meridiano e  $N_E$  o raio vertical principal de curvatura.

### 2.1.2 Sistema de Coordenadas Fixo no Centro da Terra

O sistema de coordenadas geocêntrico, *ECEF* (*Earth-Centered Earth-Fixed Coordinate System*), tem origem no centro da terra, o que faz com que um ponto fixo na superfície terrestre possua um único conjunto de coordenadas. Os eixos e a origem do referencial *ECEF* são

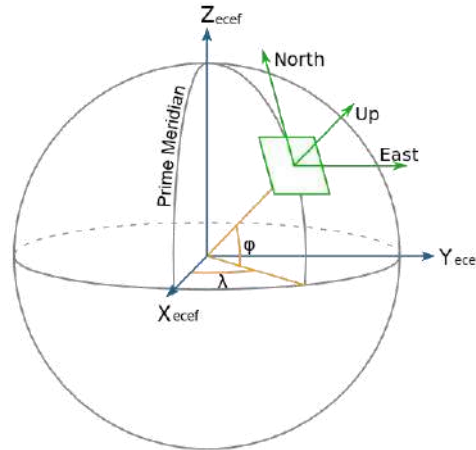


Figura 2.2: Sistema de coordenadas geodético, *ECEF* e o local *NED*[1]

definidos por:

1. A origem, designada de  $O_{ecef}$ , está localizada no centro da Terra.
2. O eixo X, designado de  $x_{ecef}$ , intercepta a esfera terrestre na latitude e longitude de  $0^\circ$ .
3. O eixo Y, designado de  $y_{ecef}$ , é ortogonal aos eixos Z e X com a regra usual da mão direita.
4. O eixo Z, designado de  $z_{ecef}$ , estende-se ao longo do eixo de rotação da Terra, apontando para o Polo Norte.

Os vetores das coordenadas do referencial *ECEF* são denotados com um subscrito *e*. Semelhante ao sistema geodético, o vetor de posição no quadro *ECEF* é denotado por:

$$P_e = \begin{bmatrix} x_{ecef} \\ y_{ecef} \\ z_{ecef} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

### 2.1.3 Sistema de Coordenadas *NED* ou *ENU*

O referencial *ENU* também é conhecido como sistema de coordenadas de navegação. Este sistema de coordenadas é fixo na superfície da Terra e baseado no modelo de elipsoide *WGS84*. A sua origem e os eixos (ver figura 2.2) são definidos como:

1. A origem, designada de  $O_n$ , é arbitrariamente fixa num ponto da superfície terrestre.
2. O eixo X, designado de  $x$  aponta para este do elipsoide (leste geodético).
3. O eixo Y, designado de  $y$  aponta em direção ao norte do elipsoide (norte geodético).
4. O eixo Z, designado de  $z$  aponta para cima ao longo da normal do elipsoide.

O referencial *ENU* é definido da mesma forma que o referencial *NED*. O que diferencia estes dois tipos de sistemas de coordenadas é a direção e sentido dos seus eixos. Assim, no referencial *ENU* os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  apontam para este, norte e cima, respetivamente. Em contrapartida, no referencial *NED*, os eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  apontam para norte, este e para baixo, na devida ordem. Considera-se, portanto, mais útil usar o referencial *ENU* porque deste modo o eixo  $z$  coincide com a altitude da aeronave em relação ao aeródromo. A figura 2.3 ilustra a diferença entre os referenciais descritos.

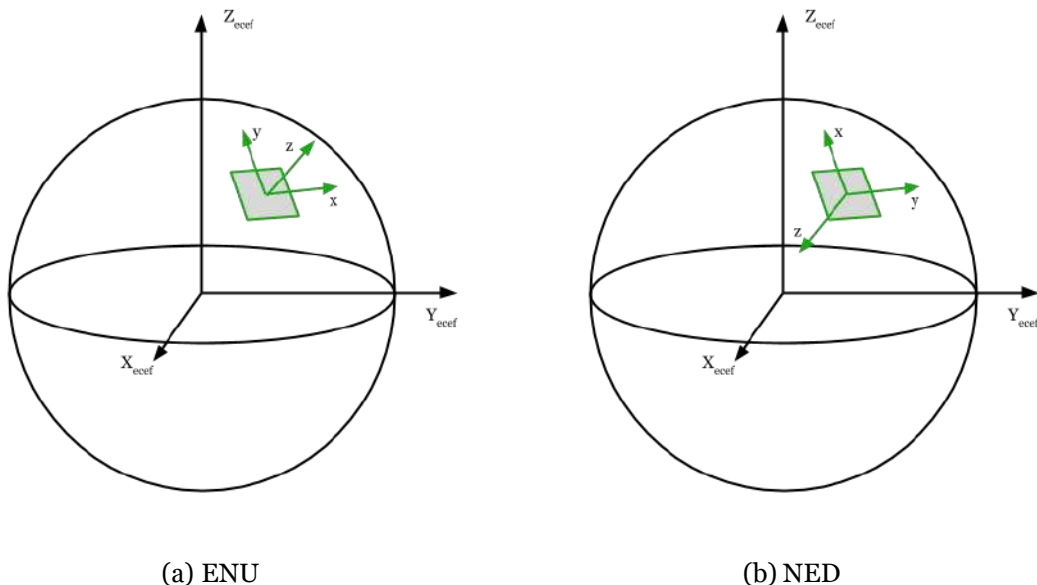


Figura 2.3: Comparação entre os referenciais *ENU* e *NED*

O vetor de coordenadas expresso no sistema de coordenadas *ENU* local é intitulado com o

subscrito  $n$ . Mais especificamente, o vetor posição  $P_n$  é composto por:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y_n \\ z \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

O referencial  $ENU$  desempenha um papel muito importante no controlo e navegação do voo, pois permite realizar cálculos de trajetórias mais simplificados e dividir em dois planos separados o movimento do avião. Apesar deste tipo de sistema de eixos não ser válido para grandes distâncias entre dois pontos arbitrários na superfície terrestre ou próximo dela, para os intervalos de comprimento na escala da capacidade de planeio de uma aeronave comercial moderna (até 100 NM), o erro de posição associado ao afastamento da origem do referencial  $ENU$  é muito reduzido. Na figura 2.4 está representado o erro associado à aproximação descrita.

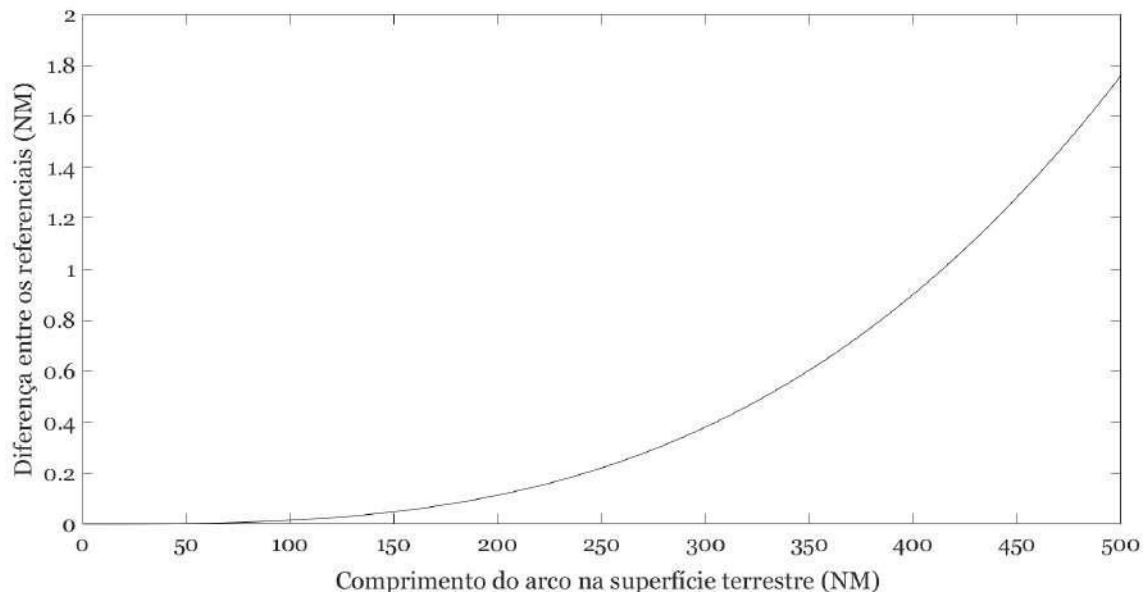


Figura 2.4: Erro absoluto de uma localização expressa em coordenadas  $ENU$

## 2.2 Transformação de Coordenadas

De acordo com o artigo [16], o processo de conversão das coordenadas geodéticas para  $NED$  divide-se em três passos:

1. Determinar a latitude, longitude e altura do ponto de referência. Para este caso de estudo serão utilizadas as coordenadas da cabeceira da pista escolhida para realizar o cálculo, 03 ou 21 do aeroporto de Lisboa (LPPT).
2. Converter as coordenadas do referencial geodético para o modelo  $ECEF$ .

### 3. Converter do modelo *ECEF* para *NED*.

A transformação do vetor de posição do sistema geodético (2.1) para as coordenadas geocêntricas é uma etapa intermediária na conversão da posição GPS medida no *X-Plane*. Assim, dado um ponto no sistema geodético, a partir da equação 2.7 temos:

$$x_{ecef} = (N_e + h) \cos \phi \cos \lambda, \quad (2.9)$$

$$y = (N + )h \cos \phi \sin \lambda,$$

$$\begin{matrix} (2.10) \\ z_{ecef} \end{matrix} = \begin{matrix} ecef \\ (M_e + h) \sin \phi, \end{matrix} \quad (2.11)$$

Onde  $N_e$  são dados pelas equações 2.6 e 2.5, respetivamente. A transformação da posição do referencial *ECEF* para o quadro *ENU* local é dada pela seguinte equação:

$$P_n = R_{n/e}(P_e - P_{e,ief}), \quad (2.12)$$

onde  $P_{e,ief}$  é a posição da origem do referencial local *ENU* (cabeceira da pista escolhida), expressa em coordenadas *ECEF* e  $R_{n/e}$  representa a matriz de rotação do referencial terra-centro para o norte local, dada por:

$$R_{n/e} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_{ief} \cos \lambda_{ief} & -\sin \phi_{ief} \sin \lambda_{ief} & \cos \phi_{ief} \\ -\sin \lambda_{ief} & \cos \lambda_{ief} & 0 \\ -\cos \phi_{ief} \cos \lambda_{ief} & -\cos \phi_{ief} \sin \lambda_{ief} & -\sin \phi_{ief} \end{bmatrix}, \quad (2.13)$$

e onde  $\phi_{ief}$  e  $\lambda_{ief}$  são a longitude e a latitude geocêntricas referentes a  $P_{e,ief}$ .

Para calcular a trajetória teórica prevista recorreu-se ao *software Matlab*, que já tem embutidas funções que deixam o processo de conversão mais simples. A função que permite converter as coordenadas do sistema geodético para o norte local designa-se *geodetic2ned*. Esta função requer como parâmetros de entrada as coordenadas da origem, as coordenadas do ponto desejado a converter e o modelo do elipsoide utilizado, devolvendo as respetivas coordenadas num novo referencial.

## 2.3 Caminhos de Dubins no Plano Horizontal

Como é referido no artigo [17], nos casos de falha total de propulsão é fundamental conseguir encontrar o caminho mais curto entre a localização da aeronave, no momento onde a falha ocorreu, e uma das pistas disponíveis para realizar o pouso. O caminho mais curto no que lhe concerne, auxilia a aeronave a atingir o objetivo no menor tempo possível, o que em condições de emergência e podendo apenas a aeronave planar, é imprescindível. Deste modo, a obtenção do caminho mais curto inicialmente no plano horizontal toma um papel fundamental no sucesso de obtenção da trajetória que permita um pouso em segurança.

Matematicamente, a construção de uma trajetória entre dois pontos é um processo bastante simples, no entanto, nas condições de realidade o trajeto sofre limitações necessárias para satisfazer várias restrições que surgem dentro e fora do sistema. No caso de uma aeronave, as restrições como a velocidade indicada (*IAS*) máxima e o raio de curvatura mínimo, limitam a sua operação. Tratando-se de uma emergência e tendo em conta que o único objetivo da tripulação nessa altura é concentrar a sua atenção na aterragem da aeronave em segurança, são ignorados outros fatores que influenciam o percurso escolhido, tais como: o tempo de operação, meio ambiente, restrições de zonas (categorias de espaço aéreo) e de horários, velocidades regulamentadas, e também a prioridade em relação a outro tráfego na região. Assim, podemos definir que a criação do trajeto entre um conjunto de pontos satisfazendo certas restrições é chamado de planeamento de trajetória.

Os pontos importantes a serem considerados no processo de planeamento de trajetória são então:

1. Representação simples;
2. Facilidade de cálculo da distância total;
3. Facilidade de alteração do comprimento do trajeto.

A distância mais curta entre dois pontos num espaço bidimensional é definida pela distância euclidiana entre esses pontos. Devido às restrições mencionadas anteriormente, a aeronave não pode seguir um trajeto em linha reta de uma localização inicial para um destino. Tendo em conta os conhecimentos de geometria, a curva de comprimento mais curto que conecta dois pontos num plano bidimensional com restrições de curvatura de trajetória é chamada de caminho de *Dubins*.

O trajeto de *Dubins* é formado pela concatenação de arcos circulares e as suas linhas tangentes. Portanto, a representação desse percurso e a obtenção da sua derivada é simples. Em 2D o trajeto é caracterizado pelo seu comprimento e curvatura. A curvatura do arco é constante e de uma linha é zero. Deste modo, o comprimento total do percurso para trajetos *Dubins* vem dado pela soma de todos os comprimentos de arcos e de linhas que o constituem, isto é:

$$L_{Dubins} = \sum_{i=1}^m L_c + \sum_{j=1}^n L_i, \quad (2.14)$$

em que  $L_c$  corresponde ao comprimento do arco da curvatura e  $L_i$  à distância euclidiana entre os seus pontos finais. As letras  $m$  e  $n$  dizem respeito ao número de curvaturas e número de retas que o trajeto tem, respetivamente.

No presente caso de estudo, o primeiro passo para gerar uma trajetória é formar um trajeto em 2D, no plano lateral, que a aeronave terá de seguir para chegar em condições de segurança à pista seleccionada para realizar o pouso. Este percurso será uma projeção do voo feito pela

aeronave, na superfície terrestre. O trajeto *Dubins* pode ser então composto por:

1. Uma linha tangente e dois arcos circulares (designado de *CRC*).
2. Três arcos tangentes consecutivos (designado de *CCC*).

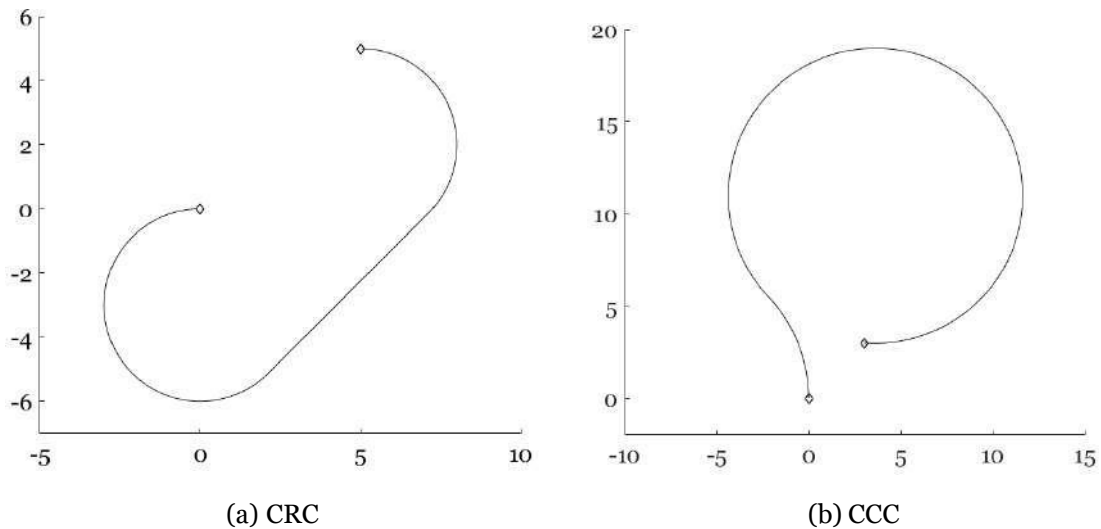


Figura 2.5: Tipos de trajetos *Dubins*

Outro parâmetro importante para gerar o trajeto *Dubins* em 2D é a orientação inicial e final do vetor velocidade da aeronave ou veículo em questão. De acordo com o acima mencionado, o trajeto mais curto será um dos possíveis conjuntos de arcos de circunferência e linhas retas ou somente arcos, *CRC* ou *CCC*, respectivamente.

Os quatro casos dos caminhos de *Dubins* [12], do tipo *CRC* são: *ERE*, *ERD*, *DRD* e *DRE*. A letra *E* significa esquerda, *D* significa direita e *R* significa reta. O primeiro passo para determinar a trajetória é escolher que tipo de trajeto deve ser usado. Para isso temos a configuração inicial e final do avião, expressa em coordenadas *ENU* e dada por:

$$\begin{matrix} \square \\ P_i = \begin{matrix} \square & x_i \\ \square & y_i \end{matrix} \end{matrix}, \quad (2.15)$$

$$\begin{matrix} \theta_i \\ \square \\ x \\ P_f = \begin{matrix} \square & y_f \\ \square & \theta_f \end{matrix} \end{matrix} \quad (2.16)$$

respectivamente. Com cada par de configuração inicial-final, podemos gerar quatro tipos de caminhos de *Dubins*, ou seja, desde o ponto onde ocorreu a falha ( $P_i$ ) o avião pode virar para a direita ou esquerda e chegar ao ponto final, ( $P_f$ ), da direita ou da esquerda. Calculando a extensão de cada tipo de trajeto o algoritmo do programa usado para construir a trajetória seleciona o percurso mais curto.

Para desempenhar este papel utilizou-se uma função previamente desenvolvida para o *Matlab* [18]. Esta função tem como entradas os pontos inicial (2.15) e final (2.16) entre os quais se pretende achar o trajeto mais curto, respeitando o raio mínimo de curvatura. A orientação, que no caso da aeronave é o rumo inicial e final que esta tem de ter nos respetivos pontos, é também lida para gerar o trajeto mais curto.

## 2.4 Ligação Entre o Plano Horizontal e Vertical

Para se conseguir calcular a rota e ter uma previsão da altitude da aeronave num determinado ponto da trajetória gerada pós-emergência, existe a necessidade de juntar o plano de voo longitudinal e o latero-direcional. A determinação do trajeto, numa primeira fase, ocorre apenas no plano horizontal, sendo a trajetória vertical posteriormente atualizada com base na horizontal. De seguida é gerado novamente um novo trajeto na horizontal, seguido de um vertical e assim sucessivamente, como é possível ver no fluxograma representado na figura 2.6. O algoritmo começa com a deteção, por parte da tripulação, da ausência de tração e con-

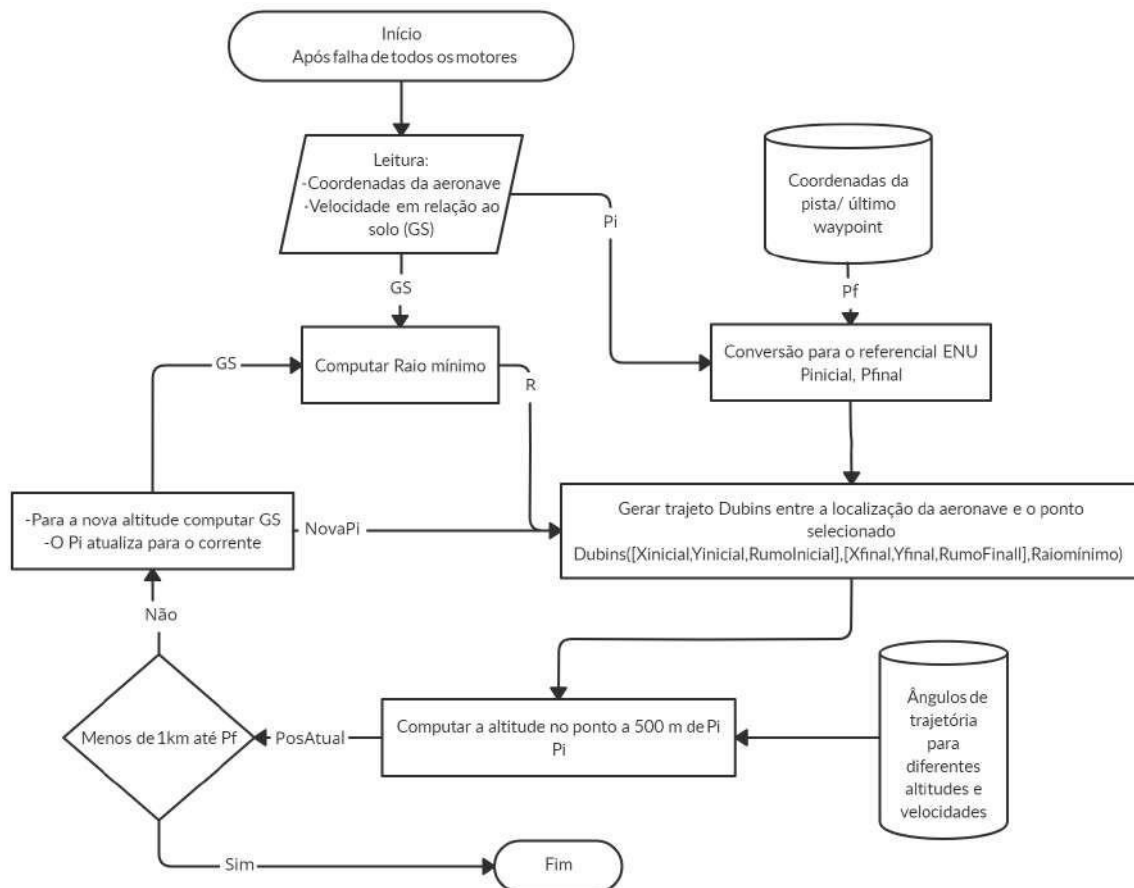


Figura 2.6: Funcionamento do algoritmo de cálculo da altitude no último waypoint

sequente perda de altitude e/ou velocidade por parte da aeronave. Esta informação dá então início ao desenvolvimento do trajeto. A partir desse instante realiza-se a primeira leitura da posição da aeronave na forma de um vetor (2.8) e também da velocidade em relação ao solo *GS* (*Ground Speed*). De seguida, o vetor é transformado do sistema de coordenadas geodé-

tico para o referencial *ENU* através do processo descrito no subcapítulo 2.2. Para computar o raio de curvatura mínimo utilizou-se a seguinte equação [13]:

$$R_{\min} = \frac{(V_{GS})^2}{g} \tan \bar{\phi} \quad (2.17)$$

em que  $\bar{\phi}$  representa o ângulo de rolamento de referência (*bank angle*) que neste caso e de acordo com a configuração do piloto automático do avião é de  $25^\circ$ .  $V_{GS}$  corresponde à velocidade em relação ao solo e  $g$  à aceleração gravítica. Considera-se desprezável para os cálculos da trajetória teórica o tempo que o avião leva a mudar do estado de  $\phi = 0^\circ$  para  $\phi = 25^\circ$ , porque uma nova trajetória é gerada num intervalo de espaço reduzido em comparação ao comprimento total do trajeto a partir do waypoint seguinte. Desse modo, o trajeto na horizontal será composto por pequenos segmentos, igualmente e pouco espaçados entre si.

## 2.5 Perfil de Descida no Plano Longitudinal

Antes de acionar o sistema que vai guiar a aeronave até ao waypoint antecedente a uma das pistas do aeroporto de Lisboa, é necessário verificar se a capacidade de planeio da aeronave é suficiente para chegar até ao aeroporto. Tendo sido obtido no subcapítulo 2.3 o trajeto a seguir pela aeronave no plano latero-direcional, é fundamental achar a altitude expectável no último waypoint.

Para isso, sabendo que o trajeto é constituído por segmentos curvos e linhas retas, é preciso calcular o ângulo de trajetória que a aeronave tem que seguir no plano longitudinal, como representado na figura 2.7 [19].

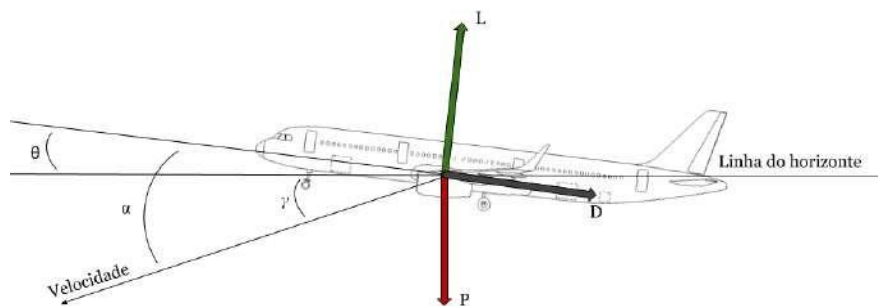


Figura 2.7: Forças e ângulos num voo planado

Para determinar o ângulo  $\gamma$  utilizou-se o modelo do avião de Stengel, também descrito em [11]. Este modelo é resumido na subsecção seguinte, bem como o raciocínio utilizado para chegar ao ângulo  $\gamma$  de referência com base nas equações descritas em [11].

### 2.5.1 Determinação do Ângulo de Trajetória

Considerando que o trajeto da aeronave segue um movimento em linha reta numa direção particular, podemos usar  $V_x$  para denominar a velocidade no plano horizontal *xy*. As equa-

ções bidimensionais para o movimento de um corpo, que neste caso coincide com o centro de massa da aeronave, restritas ao plano vertical, são dadas por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_m \\ \dot{z}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x \\ F_{zm}/m \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Em que  $V_x$  representa a velocidade vertical no referencial fixo na aeronave, e  $F_{zm}$  as forças resultantes nos respetivos eixos e  $m$  a massa da aeronave. Deste modo, temos:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V \cos \gamma \\ -V \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$\begin{bmatrix} V \\ \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{V_x^2 + V_z^2} \\ -\sin^{-1}(V_z/V) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Então a aceleração e a taxa de mudança do ângulo  $\gamma$  são:

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} \sqrt{V_x^2 + V_z^2} \\ -\frac{d}{dt} \sin^{-1}(V_z/V) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

e as equações longitudinais da aeronave são dadas por:

$$V_x = V(t) \cos \gamma(t) \quad (2.22)$$

$$V_z = -V(t) \sin \gamma(t) \quad (2.23)$$

$$\dot{V}(t) = \frac{C_Y \cos \alpha - C_D \frac{1}{2} \rho(z) V^2(t) S - mg \sin \gamma(t)}{m} \quad (2.24)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \frac{-(C_Y \sin \alpha + C_L) \frac{1}{2} \rho(z) V^2(t) S - mg \cos \gamma(t)}{mV(t)} \quad (2.25)$$

onde  $C$  é o coeficiente da força lateral,  $C_D$  coeficiente de arrasto,  $C_L$  coeficiente de sustentação,  $m$  a massa da aeronave,  $\rho$  densidade do ar,  $\alpha$  ângulo de ataque,  $S$  corresponde à área alar da aeronave e  $g$  representa a constante da aceleração da gravidade com um valor de:  $9.80665 \text{ m/s}^2$ .

A sustentação  $L$  e o arrasto  $D$  são dados por  $L = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S$  e  $D = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 S$ . Deste modo, para um voo planado a condição de equilíbrio é definida por:

$$L = mg \cos \gamma \quad (2.26)$$

$$D = mg \sin \gamma \quad (2.27)$$

sendo assim possível calcular o ângulo de trajetória  $\gamma$  através da equação seguinte:

$$\cot \gamma = \frac{L}{D} \quad (2.28)$$

sabendo que em condições de voo planado no perfil longitudinal o ângulo de ataque  $\alpha$  sofre apenas pequenas alterações e o coeficiente de sustentação e de resistência ao avanço mantém-se praticamente constante, pode-se assumir que o ângulo de trajetória depende apenas da velocidade da aeronave (*IAS*) e da densidade do ar ( $\rho$ ), que por sua vez, depende da altitude em que se encontra o avião.

Para se determinar o ângulo de trajetória e com isso calcular a altitude no waypoint anterior à pista, procedeu-se à observação controlada e análise de situações de voo planado no simulador de voo com o intuito de determinar uma forma de obter um ângulo de trajetória, dado um par único de altitude e velocidade *IAS*. No capítulo seguinte é descrito todo o processo de interpolação e implementação do algoritmo utilizado no *Matlab*.

## Capítulo 3

# Procedimento de Implementação dos Métodos Teóricos

### 3.1 Determinação do Ângulo de Trajetória

Para o caso de estudo descrito, o modelo da aeronave comercial moderna tem um  $GW$  de 64 000 kg, a voar em condições de falha total de propulsão (voo planado). A aeronave é controlada pelo piloto automático do próprio avião em regime *OP DES* [20]. Neste regime, o piloto automático comanda a tração para a posição *idle*, que neste caso é irrelevante porque o avião está com falha nos motores, e ajusta o leme de profundidade do avião de modo a alterar o ângulo de arfagem,  $\theta$  para manter uma velocidade de referência selecionada no painel ou programada pelo *FMGC*. O modo de descida *OP DES* pode ser usado para aumentar ou reduzir o declive de descida da aeronave podendo a tripulação, ou neste caso um sistema, ajustar o valor da velocidade de referência para modificar o trajeto vertical da aeronave. Os dados recolhidos do simulador para a obtenção dos ângulos de trajetória encontram-se sumariados na tabela A.1.

Com o intuito de dar funcionalidade ao algoritmo desenvolvido, foi realizada uma interpolação usando a função *pchip* implementada desde 2006 no *software* do *Matlab*.  $Output = pchip(xx, yy, xq)$  retorna um vetor de valores interpolados *Output*, correspondentes para os pontos de consulta em  $xq$ . Os valores de *Output* são determinados pela interpolação cúbica por partes com preservação de forma dos valores de  $xx$  e de  $yy$  [21]. Quer isto dizer que no novo vetor de valores (que certamente será composto por mais elementos) para os valores de  $xq$  que se encontram na tabela, irão corresponder os mesmos valores de  $yy$ , funcionando assim a interpolação apenas para os pontos intermédios entre os pontos tabelados. Por exemplo, na tabela A.1 para uma velocidade de 225 [kn] e uma altitude de 5000 [ft] está previsto que o ângulo de trajetória em condições de planeio seja de  $-3.7428^\circ$ . Consequentemente, o valor de  $\theta$  será igual no novo vetor interpolado desde que corresponda ao mesmo par de altitude e velocidade.

Um exemplo de funcionamento da interpolação pode ser visto na figura 3.2, que aproxima os dados tabelados de forma a preencher os valores de dados correspondentes às altitudes nas quais não foram medidos os ângulos de trajetória. Da mesma forma na figura 3.1, são estimados os valores do ângulo de trajetória para uma certa altitude, em função da velocidade.

Com o objetivo de se obter uma função de rápido funcionamento que devolva o valor do ângulo de trajetória, procedeu-se à realização de uma série de interpolações descritas acima

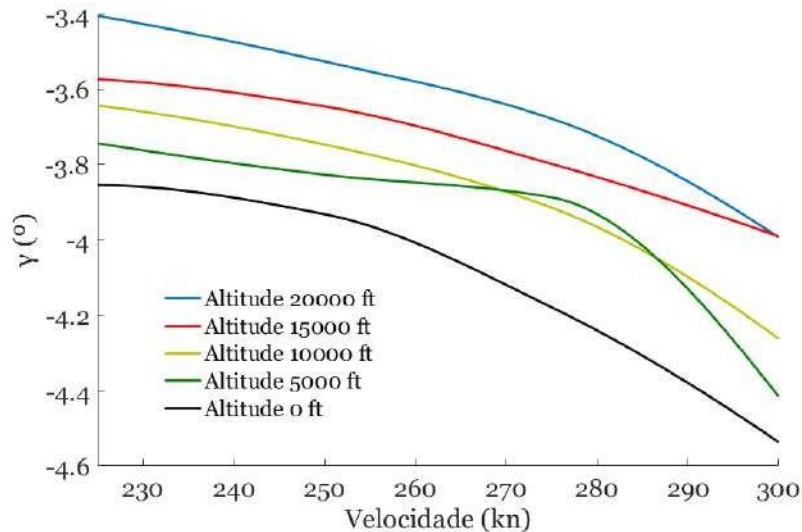


Figura 3.1: Variação dos ângulos  $\gamma$  em função da velocidade da aeronave nas respectivas altitudes

e combinadas no algoritmo 1, que se executou no *Matlab*, conseguindo-se uma base de dados para poder projetar uma previsão contínua da altitude nos futuros waypoints da trajetória de emergência voada. A matriz que contém todos os valores em falta para o intervalo de velocidades 225-300 kn e para o intervalo de altitudes 0-20 000 ft, tem então 20 001 linhas e 76 colunas, e cada elemento contém o valor do ângulo  $\gamma$

---

**Algoritmo 1** Algoritmo para estimar os valores entre as altitudes e as velocidades tabeladas

---

**Input:** Dados da tabela

- 1: Início
  - 2: Vetor altitude interpolada,  $xq$
  - 3: Vetor variação de altitude,  $y$
  - 4: Vetor ângulo  $\gamma$  para 300 kn,  $x$
  - 5:  $X_{Inteipolado300} = inteipolai(x, y, xq, pchip)$
  - 6: Vetor ângulo  $\gamma$  para 275 kn,  $x$
  - 7:  $X_{Inteipolado275} = inteipolai(x, y, xq, pchip)$
  - 8: Vetor ângulo  $\gamma$  para 250 kn,  $x$
  - 9:  $X_{Inteipolado250} = inteipolai(x, y, xq, pchip)$
  - 10: Vetor ângulo  $\gamma$  para 225 kn,  $x$
  - 11:  $X_{Inteipolado225} = inteipolai(x, y, xq, pchip)$
  - 12: Vetor velocidade interpolada,  $sq$
  - 13: Vetor variação de velocidade,  $s$
  - 14: Matriz global com todos os valores,  $global$
  - 15: **for** Cada valor das altitudes interpoladas,  $i$  **do**
  - 16:  $V_\gamma = [X_{Inteipolado300}(i) X_{Inteipolado275}(i) X_{Inteipolado250}(i) X_{Inteipolado225}(i)]$
  - 17:  $Inteipol_{alt} = inteipolai(s, V_\gamma, sq, pchip)$
- 

18:  $Global = Global + Inteipol_{alt}$

**Output:** Matriz com os valores de  $\gamma$ , correspondente a um par de altitude e velocidade

A condição que permite a utilização dos dados obtidos do algoritmo 1, é que a aeronave se encontre em voo planado com uma aceleração vertical próxima de zero. Assim, é garantida

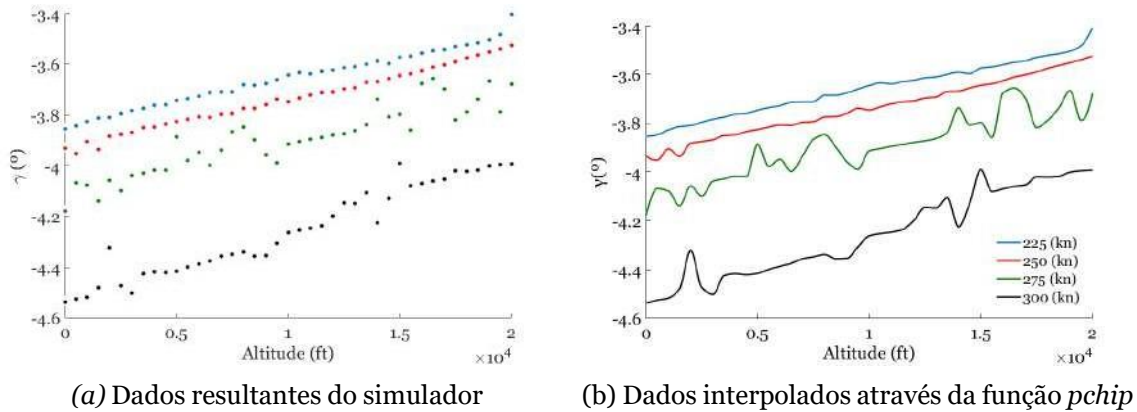


Figura 3.2: Comparação dos valores não interpolados com os interpolados

a viabilidade da trajetória gerada e a altitude estimada para o waypoint antecedente à pista tem um valor muito próximo ao que posteriormente se confirma realizando simulações.

### 3.2 Cálculo da Altitude do Último Ponto da Trajetória

Depois de achados os vetores  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  que compõem a trajetória no plano latero-direcional, foi necessário dar uma previsão da altitude para cada par de coordenadas nos respectivos eixos, como representado na figura 3.3. Recuperando o raciocínio seguido na equação 2.28 e como

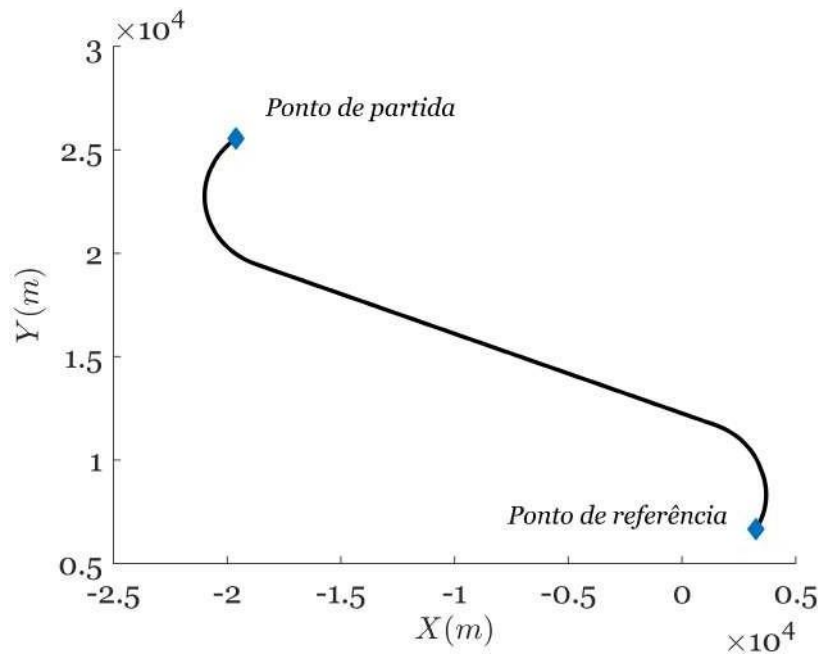


Figura 3.3: Trajetória no plano horizontal a partir de um ponto arbitrário

é possível ver na figura 3.6, quando uma aeronave está a completar uma volta existem três forças que nela atuam. O arrasto, que é normal ao plano da imagem, representado pela letra *D* na figura 2.7, a sustentação, designada pela letra *L*, e por fim, o peso da aeronave com a letra *P*.

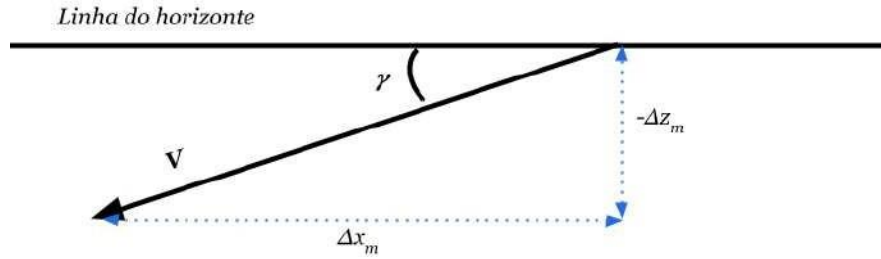


Figura 3.4: Definição do ângulo de trajetória em termos geométricos

Seja  $\gamma$  ângulo de trajetória correspondente a um dado par de velocidade  $V$  e altitude  $h$ , enquanto a aeronave descreve um voo sem ângulo de pranchamento. É definido como  $\gamma_c$ , o ângulo de trajetória correspondente à mesma velocidade e altitude da aeronave, mas ângulo de rolamento igual a  $25^\circ$ . Nas mesmas condições de velocidade e altitude, podemos estabelecer a seguinte igualdade:

$$\cot \gamma_c = \frac{L \cos \phi}{D} \quad (3.1)$$

de onde a razão entre os ângulos  $\gamma_c$  e  $\gamma_i$  é dada por:

$$\frac{\gamma_c}{\gamma_i} = \frac{\operatorname{arccot} \frac{L \cos \phi}{D}}{\operatorname{arccot} \frac{L}{D}} \quad (3.2)$$

Por outro lado, a equação que permite saber o ângulo de trajetória pode ser reescrita geometricamente em termos de:

$$\cot \gamma = \frac{\Delta x_m}{-\Delta z_m} \quad (3.3)$$

em que  $\Delta x_m$  e  $\Delta z_m$  correspondem à distância percorrida pela aeronave nos respectivos eixos  $x_m$  e  $z_m$ . De notar que o eixo  $x_m$  neste referencial é móvel e paralelo à linha do horizonte apontando sempre na direção da velocidade da aeronave, enquanto que o eixo  $z_m$  é perpendicular ao mesmo, sendo a sua direção definida pelo contrario à orientação do peso,  $P$ , da aeronave. Define-se então a razão de planeio da aeronave, como:

$$\frac{\Delta x}{-\Delta z} = R_{planeio} \quad (3.4)$$

Assim, o ângulo de trajetória da aeronave quando está a completar uma volta, em função da altitude, velocidade e do ângulo de trajetória quando voa com rolamento nulo, é descrito por:

$$\text{Razão entre os ângulos} = \frac{\operatorname{arccot}(R_{planeio} \cos \phi)}{\operatorname{arccot} R_{planeio}} \quad (3.5)$$

Na aviação comercial os valores de  $R_{planeio}$  estão compreendidos entre 5 e 20 [22]. Assim, é possível prever de que forma é que a variação da razão de planeio faz variar a razão entre os ângulos de trajetória  $\gamma_c$  e  $\gamma_i$  para os respetivos ângulos  $\phi$ . É possível apurar pela análise da

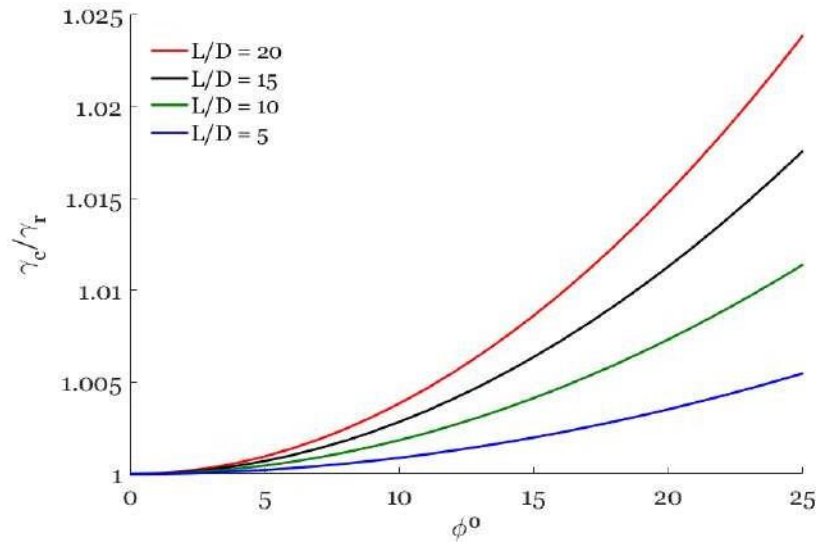


Figura 3.5: Efeito da variação da razão de planeio no quociente entre  $\gamma_c$  e  $\gamma_T$

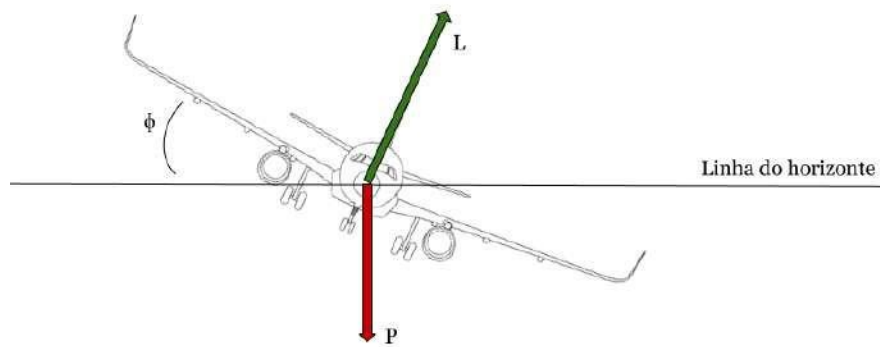


Figura 3.6: Forças e ângulo durante as manobras de mudança de rumo

figura 3.5, que quanto maior é a razão  $L/D$  maior será a razão entre os ângulos de trajetória acima descritos e conseqüentemente maior será a perda da altitude durante o rolamento da aeronave.

Para estimar o valor da  $R_{planeio}$  durante as partes curvas do trajeto com um ângulo de pranchamento definido anteriormente no valor de  $\phi = 25^\circ$ , utilizou-se o mesmo método de interpolação que para a obtenção dos valores de  $\gamma$ . Deste modo, foi possível estimar nas diferentes fases do voo, o valor da razão de planeio previsto para um dado par de altitude e velocidade. Para isso foi calculada uma matriz com 19 001 linhas e 76 colunas, gerada seguindo a mesma lógica que o algoritmo 1, para obter um valor de  $L/D$  nas condições previstas pelo algoritmo nos valores estipulados (Intervalo de velocidades: 225 kn - 300 kn IAS e o intervalo de altitudes compreendido entre: 1000 ft - 20 000 ft (6,1 km)).

Apesar de a  $R_{planeio}$  não sofrer grandes alterações com a diminuição da altitude, como demonstrado na figura 3.8, a velocidade toma um papel muito importante (figura 3.7) na de-

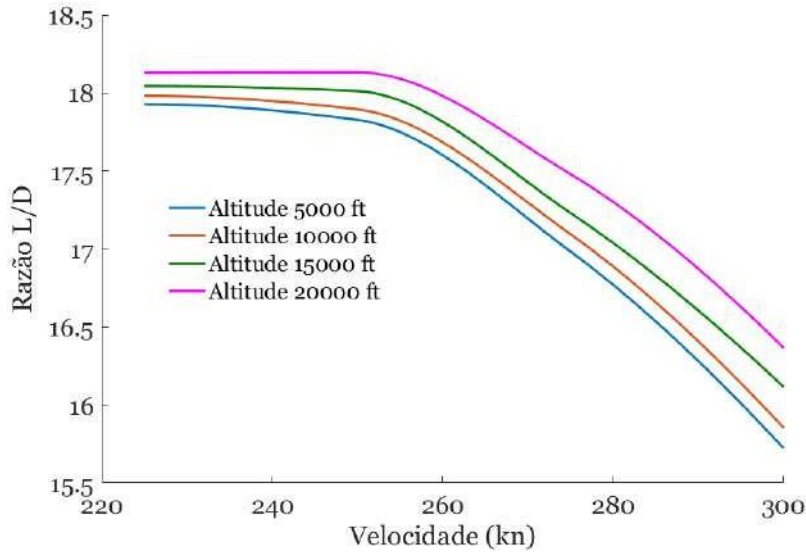


Figura 3.7: Razão de planeio em função da velocidade para diferentes altitudes

terminação de  $L/D$  e consecutivamente no cálculo do ângulo de trajetória quando a aeronave está a completar uma volta.

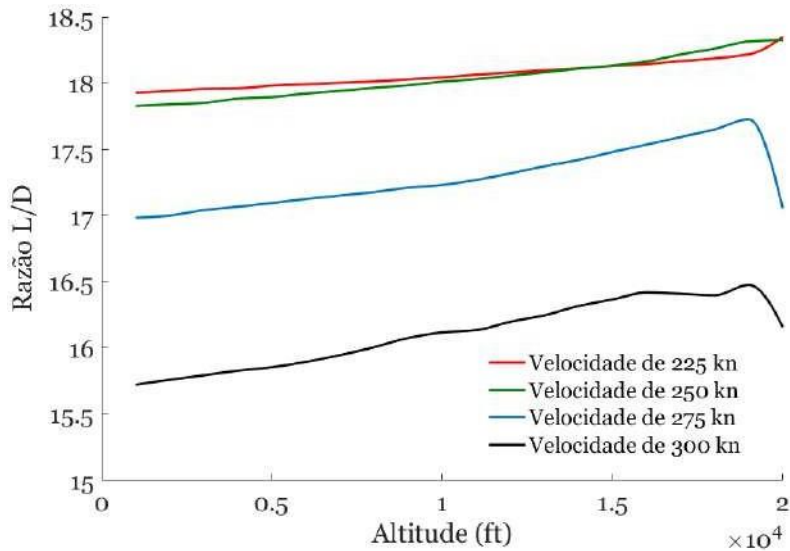


Figura 3.8: Razão de planeio em função da altitude para diferentes velocidades

Posto isto e mantendo a aeronave o ângulo nominal de rolamento estipulado para os cálculos do raio de curvatura na equação 2.17 de 25° é possível dar uma previsão da altitude e da velocidade em todos os pontos que constituem o trajeto 3D a partir do local onde ocorreu a falha até ao ponto de referência selecionado.

### 3.3 Ligação entre *X-Plane* e o *Matlab*

Para realizar a simulação no *X-Plane*, bem como recolher os dados relativos à estimação do ângulo de trajetória, recorreu-se ao esquema de montagem descrito em [23]. A lógica descrita permite fazer a transferência de dados tanto do simulador para a área de trabalho do *Matlab*, como também enviar comandos continuamente no decorrer da simulação.

Para conseguir obter os dados para as tabelas com as taxas de descida usou-se o simulador de voo *X-Plane* da empresa Laminar Research, versão 11.35 64 bit. Este simulador destaca-se entre os outros porque implementa um modelo de voo realista baseado nas forças exercidas sobre múltiplas secções de uma aeronave. Neste aspeto, é semelhante aos simuladores de voo profissionais. Por esta e outras razões é, atualmente, o único simulador para computadores, credenciado pela *FAA*.

Para funcionar adequadamente, o simulador tem de ser configurado para realizar o número de cálculos, por frame, do modelo de voo. Este parâmetro pode ser ajustado no painel das configurações e para o caso em estudo foi selecionado um valor de 5. Esta definição vai permitir obter uma informação mais próxima das condições de voo reais.

Uma das funcionalidades importantes do *X-Plane* é a capacidade de troca de informação com outro *software* a partir de rede *UDP* (User Datagram Protocol). *UDP* é um protocolo de envio de informação que não garante a receção dos pacotes enviados. Esta funcionalidade permite uma alta eficiência de transmissão, porque não há nenhuma perda de tempo associada à notificação sobre a entrega ou deteção de erros. Por este motivo, o protocolo de comunicações descrito assegura uma velocidade de transmissão maior em relação aos outros protocolos de comunicação.

Como programa recetor utilizou-se o *Simulink*, porque apresenta blocos prontos para realizar a comunicação *UDP*. Para obter os dados enviados do simulador foi ainda preciso configurar funções escritas em *Matlab* que descodificam os pacotes (*UDP*) recebidos.

Neste estudo as comunicações entre o simulador e o *Matlab* foram realizadas em computadores diferentes que estavam ligados por rede para poderem comunicar entre si. O primeiro computador executava o *X-Plane*. O segundo computador realizava os cálculos para gerar o trajeto, bem como o controlo da aeronave para o seguimento bem-sucedido do percurso latero-longitudinal até ao último ponto da trajetória. Neste último, estava em execução o *software Matlab* juntamente com os blocos do *Simulink*. Neste tipo de configuração é necessário usar quatro pontos de acesso, dois para o *Simulink* e dois para o *X-Plane* (ver figura 3.9). O pacote de dados proveniente do *X-Plane* segue um formato padrão que requer um cabeçalho seguido da sequência de dados. O cabeçalho mostrado na tabela 3.1 apresenta o seguinte formato [23]:

- Bytes com índices de zero a três, contêm caracteres para formar a palavra “DATA”,

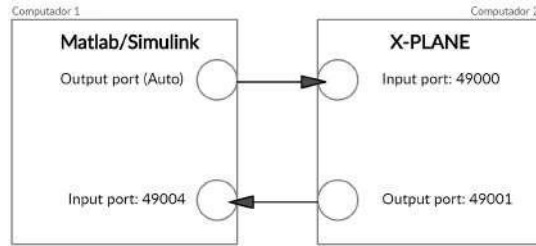


Figura 3.9: Esquema de comunicação entre os computadores

| Bytes | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5     | 6     | 7     | 8     | 9        | 10       | . | . | 41       |
|-------|---|---|---|---|---|-------|-------|-------|-------|----------|----------|---|---|----------|
| Valor | D | A | T | A | 0 | $L_1$ | $L_2$ | $L_3$ | $L_4$ | $B_{11}$ | $B_{12}$ | . | . | $B_{89}$ |

Tabela 3.1: Pacote de dados do *X-Plane*

indicando que é um pacote de dados.

- O byte com o índice quatro, normalmente definido como zero, não é usado para a transmissão de dados.

Assim, a mensagem de comunicação contém grupos de bytes nos quais estão incluídos os diversos dados que podem ser obtidos do simulador. Estes dados podem ser monitorizados

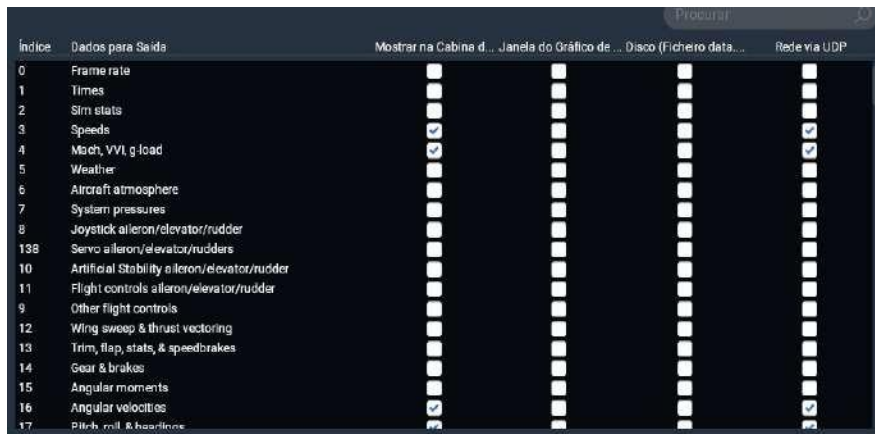


Figura 3.10: Seleção de dados a enviar do *X-Plane*

em tempo real em ambiente *X-Plane*, mas também é possível enviá-los via rede *UDP*. Cada seleção na figura 3.10 representa um conjunto de nove grupos de quatro bytes [23] cada um. Assim sendo, se o utilizador escolher oito parâmetros a enviar do *X-Plane* o pacote de *UDP* enviado terá 293 bytes (5 bytes do cabeçalho mais  $8 \times 9 \times 4$  dos parâmetros seleccionados). O primeiro grupo de quatro bytes num campo selecionado apresenta um índice para identificar o conjunto de dados a enviar (por exemplo: velocidades ou forças a atuar na aeronave) e o segundo índice possui então o primeiro conjunto de dados, o terceiro grupo leva o segundo e assim sucessivamente.

Por exemplo, para obter o valor da velocidade indicada foi necessário indicar na função do *Matlab* que descodifica o pacote de dados, a posição do valor pretendido na matriz, 3.12, ou seja, a posição dos quatro bytes que trazem codificado o valor da *IAS*, está na coluna dois e também está no índice que segue em primeiro (depois dos bytes que caracterizam o início de transmissão da mensagem) na mensagem *UDP*.

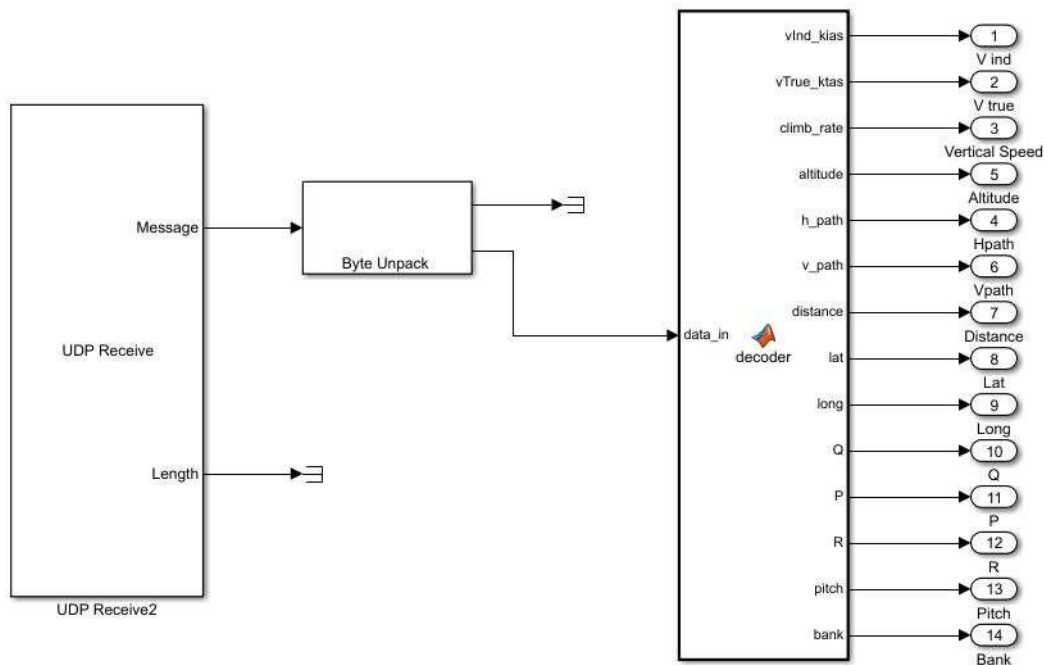


Figura 3.11: Esquema para obtenção e descodificação dos pacotes de dados recebidos

Para realizar o processo inverso e enviar comandos do *Simulink* para o *X-Plane*, os dados terão que ser reagrupados em pacotes *UDP* que o *X-Plane* consiga entender. A informação transmitida para o simulador deve conter:

- A posição dos ailerons, para dar à aeronave o movimento de rolamento (roll).
- A posição do leme de profundidade (elevator), para controlar o movimento de picada (pitch).
- Rumo de referência para o piloto automático da aeronave seguir.
- Velocidade indicada para o piloto automático da aeronave seguir ajustando a razão de descida.

Existe ainda a opção de enviar todos os outros comandos que uma aeronave pode receber, mas como o foco deste estudo não é a elaboração de um controlador ou um piloto automático, a posição das superfícies de controlo será controlada pelo piloto automático já incluído no modelo da aeronave do simulador. Da mesma forma, é possível controlar a tração dos motores através do *Simulink*, mas tendo em conta a situação de emergência desta dissertação,

|         |         |         |         |         |         |        |         |
|---------|---------|---------|---------|---------|---------|--------|---------|
| Vind    | Vind    | Vtrue   | Vtrue   |         | Vind    | Vtrue  | Vtrue   |
| 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  |         | 0.0000  | 0.0000 | 0.0000  |
| kias    | keas    | ktas    | ktgs    |         | mph     | mphas  | mphgs   |
| Mach    |         | VVI     |         | Gload   | Gload   | Gload  |         |
| 0.0000  |         | 0.0000  |         | 0.9998  | -0.0142 | 0.0149 |         |
| ratio   |         | fpm     |         | norml   | axial   | side   |         |
| Q       | P       | R       |         |         |         |        |         |
| 0.0000  | -0.0000 | -0.0018 |         |         |         |        |         |
| rad/s   | rad/s   | rad/s   |         |         |         |        |         |
| pitch   | roll    | hdng    | hdng    |         |         |        |         |
| -0.8149 | -0.8548 | 92.866  | 94.952  |         |         |        |         |
| deg     | deg     | true    | mag     |         |         |        |         |
| alpha   | beta    | hpath   | vpath   |         |         | slip   |         |
| -0.0001 | 0.0004  | 4.9882  | 0.0001  |         |         | 0.8549 |         |
| deg     | deg     | deg     | deg     |         |         | deg    |         |
| lat     | lon     | alt     | alt     | on      | alt     | lat    | lon     |
| 39.827  | -8.8820 | 186.44  | -0.5334 | 1.0000  | 186.44  | 39.500 | -9.0000 |
| deg     | deg     | ftmsl   | ftagl   | runwy   | ind     | orign  | orign   |
| X       | Y       | Z       | vX      | vY      | vZ      | dist   | dist    |
| 10091   | -55.199 | -36430  | 0.0000  | -0.0000 | -0.0000 | 0.7326 | 0.0001  |
| m       | m       | m       | m/s     | m/s     | m/s     | ft     | nm      |

Figura 3.12: Visualização em ambiente X-Plane da matriz de dados enviados por UDP

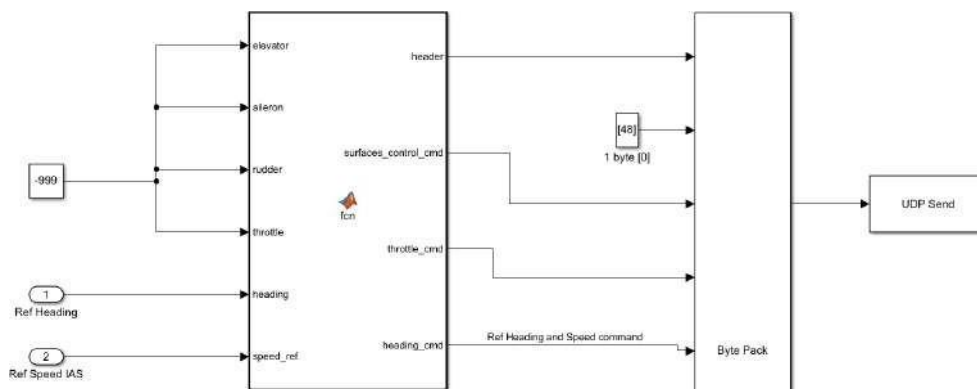


Figura 3.13: Esquema de envio de informação de volta para o simulador

como a aeronave não tem capacidade de produzir tração, este parâmetro também não será controlado.

Para os casos em que não é necessário fazer alterações aos comandos de voo, pode ser enviado um comando contendo o número -999 (interpretado como: sem alterações). Para enviar os comandos do rumo de referência e da velocidade indicada a seguir, o índice correspondente aos comandos do piloto automático tem de ser convertido do formato *uint8* para *single*, ou seja, da representação de um número inteiro sem sinal armazenado com 8 bits, para o formato de ponto flutuante de precisão única também conhecido como *float32*. Este formato de número de computador geralmente é composto por 32 bits. Na figura 3.13 é então esquematizado o processo de envio de informação para o simulador.

### 3.4 Cálculo da Trajetória em *Matlab*

Posteriormente à determinação da trajetória no plano latero-direcional e de ser possível prever a altitude nos pontos consecutivos à localização da aeronave, tornou-se concebível a elaboração do algoritmo que permite juntar todos os conceitos anteriormente abordados para então gerar a trajetória final conceptual que a aeronave deverá seguir para alcançar a pista em segurança.

O algoritmo para desenvolver a trajetória em *Matlab* está dividido em partes, devolvendo no final quatro vetores que caracterizam o trajeto. Os quatro vetores são:

- Vetor das posições  $X$  em função do tempo, expresso em coordenadas *ENU*.
- Vetor das posições  $Y$  em função do tempo, expresso em coordenadas *ENU*.
- Vetor das posições  $Z$  em função do tempo, expresso em coordenadas *ENU*.
- Vetor dos rumos  $\Psi$ , correspondentes a cada posição.

Para entender melhor o funcionamento do algoritmo, este foi dividido nos segmentos seguintes:

1. Recolher todos os dados necessários para o desenvolvimento da trajetória.
2. Definir a pista em uso e as coordenadas dos pontos de referência.
3. Cálculo da primeira iteração da trajetória, tal como descrito no fluxograma 2.6.
4. Através de um processo iterativo, determinar segmento a segmento a composição dos vetores  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  e  $\Psi$ .
5. Caso o cálculo seja bem sucedido, estimar a configuração da aeronave no último waypoint. Posição, de acordo com a equação 2.8,  $\psi$  e velocidade *IAS*.

#### 3.4.1 Recolha de Dados

A recolha de dados é processada tal como descrito no sub capítulo anterior. Na tabela 3.2 estão apresentados os dados recolhidos.

|                                      |            |
|--------------------------------------|------------|
| <b>Velocidade indicada</b>           | <i>IAS</i> |
| <b>Velocidade em relação ao solo</b> | <i>GS</i>  |
| <b>Rumo da aeronave</b>              | $\psi$     |
| <b>Altitude</b>                      | $h$        |
| <b>Latitude</b>                      | $\lambda$  |
| <b>Longitude</b>                     | $\phi$     |

Tabela 3.2: Dados recolhidos do simulador

### 3.4.2 Coordenadas dos Pontos de Referência

Para projetar um trajeto entre a localização da aeronave e o ponto de referência desejado, como primeiro passo converteram-se as coordenadas da localização da aeronave do modelo geodético para o referencial local *ENU*. De seguida, foi necessário definir as coordenadas do último ponto da trajetória e o seu respetivo rumo.

Como na última fase do trajeto é feita uma aproximação à pista de aterragem escolhida, ocorre a alteração da configuração dos flaps e descida do trem de aterragem. Por este motivo, não é possível prever o valor do ângulo de trajetória utilizando o método de previsão dos ângulos  $\gamma$ . Tal acontece porque os valores do ângulo de arfagem,  $\theta$ , variam constantemente, sendo ajustados para manter a velocidade desejada pelo piloto automático (ou pelo piloto) através de ajustes do leme de profundidade e/ou do compensador de profundidade (*pitch trim*).

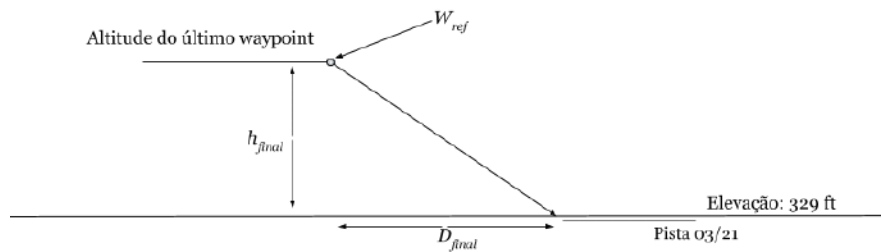


Figura 3.14: Esquema da aproximação final à pista

A distância do último waypoint  $W_{ref}$  até à pista foi determinada através de medições experimentais da distância a que a aeronave tem de estar para conseguir alcançar. Estes dados podem ser consultados na tabela 3.3, tendo sido obtidos no simulador *X-Plane*. Considerando várias simulações da perda da altitude na fase final da aproximação, a razão de descida média obtida foi de 1750 ft/m. De acordo com a equação 2.8 e tendo em conta que a

| <b>Distance <math>D_{final}</math> (NM)</b> | <b>10</b> | <b>9</b> | <b>8</b> | <b>7</b> | <b>6</b> | <b>5</b> | <b>4</b> | <b>3</b> | <b>2</b> | <b>1</b> |
|---|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>Altitude <math>h_{final}</math> (ft)</b> | 6363      | 5727     | 5090     | 4454     | 3818     | 3181     | 2545     | 1909     | 1272     | 636      |

Tabela 3.3: Distância percorrida em função da altitude inicial com razão de descida constante de 1750 ft/m

origem das coordenadas  $ENU$  é definida na cabeceira da pista escolhida, as coordenadas de  $W_{ref}$  em função da distância são estabelecidas resolvendo o seguinte sistema:

$$-\cos(\psi)D = y_{final} \quad (3.6)$$

$$-\sin(\psi)D_{final} = x_{ref}^{ref} \quad (3.7)$$

$$h_{final} = z_{ref} \quad (3.8)$$

$$\sqrt{x_{ref}^2 + y_{ref}^2} = D_{ref} \quad (3.9)$$

de notar que o eixo  $y$  aponta para o norte geodético e o eixo  $x$  para este do elipsoide de referência. No exemplo apresentado na figura 3.15 é selecionado um ponto de referência de aproximação para a pista 03, situado a uma distância  $D$ . As coordenadas de  $W_{ref}$  são dadas pelas equações 3.6 e 3.7, e o ângulo  $\psi_{pista}$  corresponde ao rumo magnético ao qual a pista está alinhada.

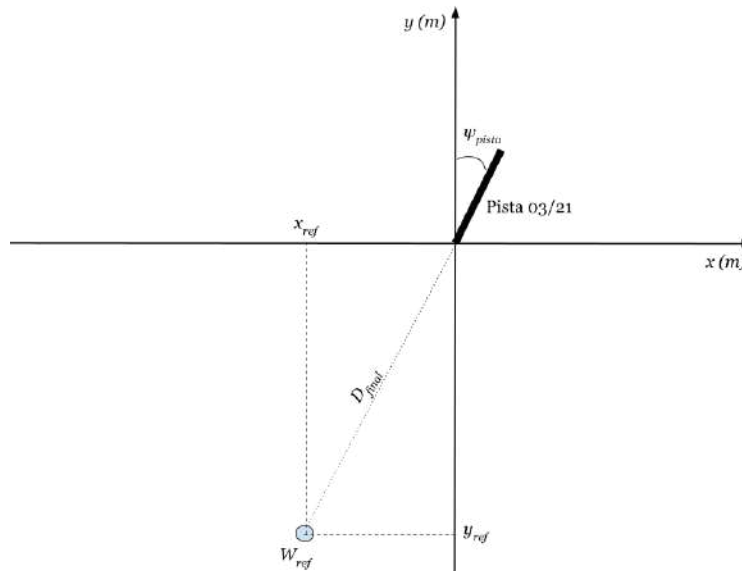


Figura 3.15: Localização do ponto de referência da aproximação à pista 03 nas coordenadas  $ENU$

### 3.4.3 Cálculo da Trajetória

Uma vez obtidos todos os valores necessários para conseguir calcular a trajetória, o processo iterativo tem como arranque a estimação da trajetória no plano latero-direcional. Na função do *Matlab* anteriormente descrita, são introduzidos os dados previamente determinados a partir da conversão das coordenadas e do módulo de comunicação do programa com o simulador.

Desta forma, são introduzidas na função as coordenadas do ponto de origem e do ponto de referência, bem como os seus respetivos rumos. O raio mínimo a que a aeronave pode completar as voltas e o número de pontos constituintes da trajetória ( $N$ ) também são introduzidos na função.

No seu *output*, a função devolve três vetores de dimensão  $N$  que contém uma previsão da posição da aeronave no decorrer da descida.

|        |          |          |     |          |  |
|--------|----------|----------|-----|----------|--|
| $X$    | $x_1$    |          |     |          |  |
| $Y$    | $y_1$    | $x_2$    | ... | $x_f$    |  |
| $\Psi$ | $\psi_1$ | $\psi_2$ | ... | $\psi_f$ |  |

Tabela 3.4: Constituição dos vetores da trajetória

Como se pode escolher o valor de  $N$ , para estimar o próximo waypoint e rumo da trajetória, é preciso selecionar apenas os dados da segunda coluna do respetivo vetor. Durante o processo iterativo, o cálculo das sucessivas trajetórias inicia-se a partir do segundo ponto que constituía a trajetória anterior.

Para melhor entender a lógica deste processo segue abaixo um pseudocódigo representativo do funcionamento do algoritmo. A função *ComputarRaio* devolve o raio de curvatura

---

**Algoritmo 2** Computação da trajetória

---

**Início**

Ler as posições iniciais  $X, Y, \psi_i, \text{altitude}, \text{GS}$ ;

$R = \text{ComputarRaio}(\text{GS})$ ;  $N = 1000$ ;

Criar os vetores  $[X \ Y \ \Psi] = \text{dubins}(\text{Estado inicial}, \text{Estado final}, R, N)$ ;

**for**  $i=1$ , de 1 em 1, até  $N$  **do**

$C = \text{DetectarCurvatura}(P(i), P(i+1))$ ;

$\text{IAS} = \text{ComputarVeloc}(\text{IAS}, N, i)$ ;

$\gamma = \text{gamma}(\text{altitude}, \text{IAS}, C)$ ;

$\text{dist} = \text{distance}([X(i) \ Y(i)], [X(i+1) \ Y(i+1)])$ ;

$Z(i) = \text{altitude}$ ;

$\text{altitude} = \text{NovaAltitude}(\gamma \ \text{dist}, \text{altitude})$ ;

$\text{GS} = \text{Funçãoveloc}(\text{IAS}, \text{Altitude})$ ;

$R = \text{ComputarRaio}(\text{GS})$ ;

Guardar as sucessivas posições da aeronave,  $[X \ Y \ \Psi] = [X(i), Y(i), \psi(i)]$ ;

Nova trajetória,  $[X \ Y \ P] = \text{dubins}([X(i+1) \ Y(i+1) \ P(i+1)], [X \ Y \ \psi_f], R, N-i)$ ;

**Fim do for**

**Output** Vetores  $X, Y, \Psi$  e  $Z$

---

mínima através da equação 2.17. *dubins* refere-se à computação de um trajeto *dubins* entre dois pontos respeitando a orientação (rumo). *gamma*, é a função que contém a matriz calculada no algoritmo 1 que devolve um valor de  $\gamma$  para cada par de valores de velocidade indicada e altitude, dependendo do ângulo de pranchamento da aeronave.

A função *DetetarCurvatura* compara dois rumos da aeronave fazendo a diferença em módulo entre eles. Se o valor for menor que 0,01 rad, assume-se que não existe alteração de rumo e o valor devolvido pela função é de 0. No caso em que se verifique o contrário é devolvido o valor de 1.

A função *ComputarVeloc* foi desenvolvida para fazer convergir a velocidade do avião para a

de referência, que é controlada pelo piloto automático através do ajuste do ângulo de arfagem. De acordo com os estudos conduzidos por [10], a velocidade que se considera ótima para operações de voo planado com falha total da capacidade de propulsão, que corresponde à velocidade mínima selecionável e permitida para um voo seguro e controlável. Esta velocidade é calculada pelo computador de bordo da aeronave e tem um valor aproximado de 220 kn. Se a velocidade for muito superior à selecionada, a tripulação terá que optar por aumentar o arrasto da aeronave utilizando os *speedbrakes*.

A função *distance* devolve a distância entre dois pontos do vetor. Relativamente à *NovaAltitude*, a resposta da função é uma nova altitude que se estima através da distância horizontal percorrida nesse intervalo e o ângulo associado.

#### 3.4.4 Verificação da Executabilidade da Trajetória

Numa fase final do algoritmo, é realizada uma verificação da altitude da aeronave de modo a averiguar a possibilidade de atingir o ponto alvo em segurança. Para isso, para cada ponto de referência mencionado na tabela 3.3, é verificado se a altitude estimada pelo programa é superior à que está prevista nesse ponto. Caso não seja possível alcançar o ponto de referência para uma dada distância é selecionada outra mais próxima à pista. Deste modo, é novamente calculado o trajeto para o ponto de destino diferente. Se após testados todos os pontos não houver nenhum em que a altitude é superior, assume-se que a pista não está ao alcance da aeronave.



# Capítulo 4

## Simulação em *X-Plane* e Resultados

### 4.1 Procedimento

Para testar a viabilidade da trajetória gerada no capítulo anterior, procedeu-se à simulação de alguns casos de emergência no *X-Plane*. A aeronave comercial moderna estudada está equipada com um piloto automático que tem vários modos de funcionamento na fase de descida, tais como os descritos em [20]:

- Regime *Managed Descent (DES)*. Este modo de descida controlado orienta a aeronave ao longo da trajetória de voo vertical, calculada pelo computador de bordo. O modo DES é geralmente utilizado quando as condições permitem, uma vez que garante o cumprimento das restrições de altitude e reduz o custo operacional.
- Regime *OP DES*. Neste caso, o computador de bordo comanda os motores do avião para o regime *idle* e os lemes de profundidade ajustam o ângulo de arfagem para manter uma velocidade alvo (programada ou selecionada).
- Regime *V/S*. No modo de velocidade vertical, o piloto automático ajusta o ângulo de arfagem e a tração dos motores, para manter a velocidade vertical selecionada e a velocidade alvo.

No caso de uma emergência *LOT*, os motores do avião não produzem tração. Como tal, o único regime do piloto automático que a aeronave pode seguir é o *OP DES*. Em condições de emergência, a utilização do piloto automático pode estar indisponível, por isso, a tripulação tem de controlar o avião manualmente. As indicações do diretor de voo, *Flight Director*, podem ajudar o piloto que comanda a aeronave a seguir o perfil vertical e horizontal pretendido.

### 4.2 Resultados Conceptuais

#### 4.2.1 Trajetórias Para as Pistas 03 e 21

Para a aeronave poder atingir a pista 03 ou 21, o cálculo da trajetória tem de ser iniciado a respeitar duas restrições. A velocidade não pode ser superior a 300 kn e a altitude não deve ultrapassar os 20 000 ft (6,1 km). Estas limitações são facilmente ultrapassadas, podendo a determinação do algoritmo começar numa altitude compatível para o efeito. Por exemplo,

se a falha no avião ocorrer a uma altitude superior aos 20 000 ft, o piloto pode comandar a aeronave em direção ao aeroporto de Lisboa e depois da aeronave descer abaixo da altitude estipulada realizar então a computação do trajeto. Uma vez que neste estudo a trajetória é estimada para o modelo de aeronave comercial moderna, a velocidade de operação que normalmente é utilizada pela tripulação para comandar o avião é inferior a 300 kn. No entanto, mesmo que seja superior, existem meios de redução de velocidade que podem ajudar a atingir a *IAS* desejada.

Foram realizadas várias simulações para avaliar a funcionalidade do algoritmo. O peso da aeronave, bem como a posição do centro de gravidade não sofreram alterações para os diversos casos mostrados posteriormente.

Num dos cenários hipotéticos, a falha pode ocorrer ainda durante a fase de subida da aeronave. Para analisarmos estes cenários foram executadas simulações a uma distância de 20 milhas náuticas (37,04 km) da pista 03 a norte, sul, este e oeste do aeroporto com o respetivo rumo a apontar no sentido contrário ao do aeroporto. A altitude nesse ponto inicial em todos os casos de estudo foi de 15 000 ft (4,57 km). O último waypoint antes da pista foi escolhido segundo os dados da tabela 3.3. A distância de segurança selecionada para os pilotos prepararem a manobra da aterragem e configurarem a aeronave para o pouso foi de 5 NM. Como tal, a altitude considerada segura nesse waypoint é de 3181 ft (0,97 km). Sabendo que a taxa de descida média na aproximação final sem a capacidade de propulsão é de 1750 ft/min, os pilotos têm um pouco menos que 2 minutos para preparar a aeronave para a aterragem de emergência. As coordenadas desse ponto de referência foram calculadas a seguir as equações 3.6 e 3.7.

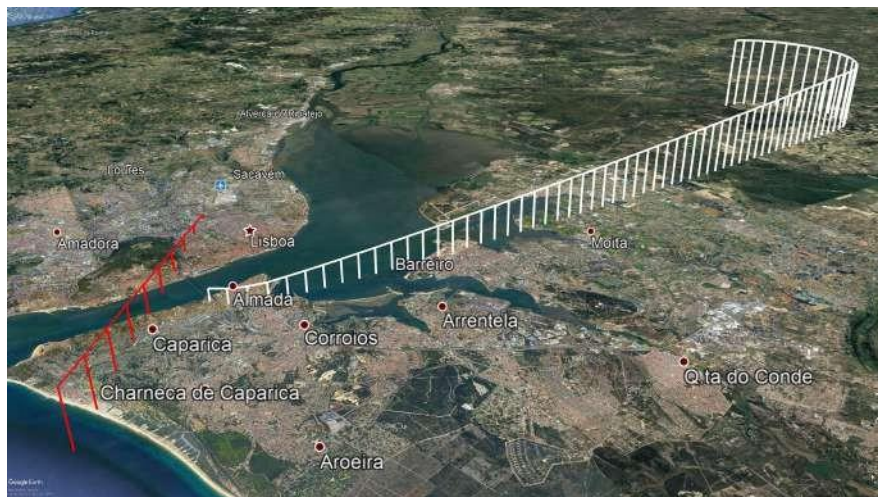


Figura 4.1: Representação da trajetória Este em *Google Earth* (branco) e rampa de descida provisória (vermelho).

Na figura 4.1 é destacável que apesar de não ser possível atingir o ponto de referência com uma altitude segura, estima-se que a aeronave ainda tenha 1469 ft (0,45 km) de altitude. Nesta altitude podem ser consideradas aterragens noutros aeroportos situados numa maior



Figura 4.3: Representação da trajetória norte em *Google Earth* (branco) e rampa de descida provisória (vermelho).

proximidade da localização da aeronave. O cálculo do trajeto para outro aeroporto pode ser estimado a seguir o mesmo algoritmo, mas trocando o ponto de referência.



Figura 4.2: Representação da trajetória oeste em *Google Earth* (branco) e rampa de descida provisória (vermelho).

No caso oeste, a aeronave consegue alcançar o ponto de referência com uma altitude superior à necessária (4740 ft (1,44 km)). Este excesso de altitude pode ser mitigado aumentando a razão de descida e a área das superfícies que provocam um maior arrasto (*spoilers*).

Qualquer um dos pontos de referência escolhidos para a aproximação à pista 03 está situado a oeste do aeroporto devido ao alinhamento da pista ao rumo 026°. Por esta razão, não é possível dar a volta e voltar à pista 03 caso a aeronave esteja a este do aeroporto, mas a oeste já o é, como evidenciado na figura 4.2.

A trajetória norte, representada na figura 4.3 provou ser impossível de realizar. A localização



Figura 4.4: Representação da trajetória sul em *Google Earth* (branco) e rampa de descida provisória (vermelho).

do ponto de referência encontra-se a sul do aeroporto devido ao rumo da pista 03 por isso, o trajeto norte encontra-se mais distanciado do que o sul. Este último percurso possui uma altitude compatível (6056 ft (1,85 km)) para uma aterragem em segurança na pista 03, como é evidenciado na figura 4.4.

Se for a pista 21 a seleccionada para realizar o pouso, existem as mesmas restrições de altitude e velocidade que para a pista 03. Como aconteceu com os trajetos de norte e este para a pista 03, acontece a mesma situação para os percursos iniciados a partir do sul e oeste para a pista 21. Dado que a localização do ponto de referência para esta pista se encontrar a norte e este do aeroporto de Lisboa, as respetivas trajetórias do sul e de oeste não são executáveis. A representação das quatro situações pode ser vista na figura 4.5. Da mesma forma que o rumo ao qual está alinhada a pista 03 é  $026^\circ$ , para a pista 21 o rumo de referência é de  $206^\circ$ . [24].

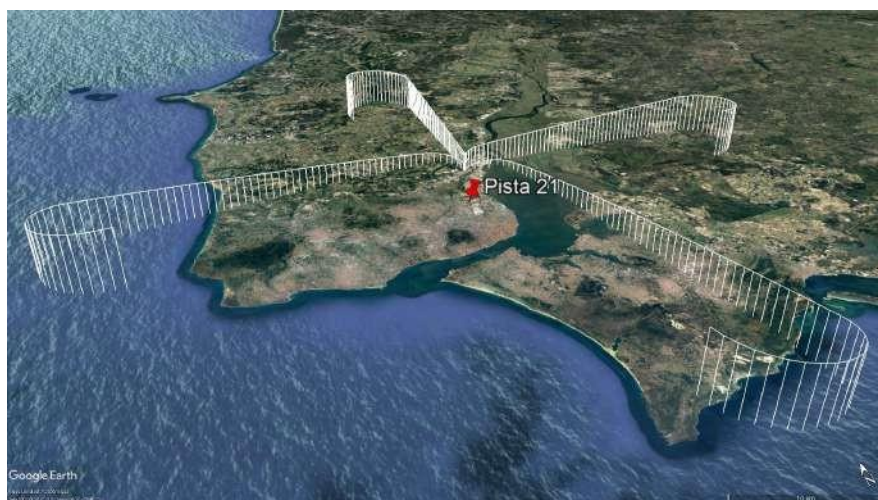


Figura 4.5: Representação das trajetórias para a pista 21 em *Google Earth*.

No capítulo A.2 estão listados os gráficos obtidos no *software Matlab* dos 4 tipos de trajetórias descritas de aproximação à pista 03 de LPPT.

#### 4.2.2 Análise da Zona Terminal de Lisboa

Uma *TMA* (Terminal Maneuvering Area) é o espaço aéreo que conecta o solo ao setor das rotas onde as aeronaves passam a maior parte do tempo de voo. As rotas numa *TMA* de um aeroporto podem ser divididas em dois grupos [25]:

- Partidas por instrumentos padrão (*SID*).
- Rotas de chegada de terminal padrão (*STAR*).

A região de Lisboa possui 4 aeroportos onde o pouso de uma aeronave comercial moderna é possível.

- Aeroporto de Lisboa, LPPT.
- Aeródromo de Cascais, LPCS.
- Base Aérea N.º 6 ou Base Aérea do Montijo, LPMT.
- Complexo Militar de Alverca, LPAR.

Esta dissertação foca-se apenas nos trajetos disponíveis para a aterragem no Aeroporto de Lisboa, LPPT. Como descrito em [11], existe uma boa maneira de avaliar todas as pistas disponíveis na região e selecionar a que tem maior cotação segundo os critérios estabelecidos. Como o objetivo deste estudo é construir um trajeto tridimensional, os exemplos de possíveis percursos são para as pistas 03 e 21 de LPPT. No entanto, o algoritmo descrito nesta dissertação, é facilmente adaptado a outros aeroportos, atribuindo um ponto de referência diferente, no referencial *ENU*.

Num procedimento de voo normal os pilotos recebem, com outras instruções para autorização do voo, a rota que deverão seguir após a descolagem (*SID*). Esta rota tem parte da designação do waypoint que tem ligação às rotas de alta altitude.

Como exemplo, considera-se um voo que descola do aeroporto de Lisboa. Com base na informação disponível nas cartas aeronáuticas é possível saber qual vai ser o percurso e a altitude da aeronave no seguimento dos pontos da *SID*.

Num cenário hipotético a aeronave estudada nesta dissertação descola a partir da pista 03 e segue o procedimento de saída padrão que neste caso se chama de *BUSEN2N*. De acordo com as cartas aeronáuticas esta saída tem como percurso planeado uma subida inicial mantendo o rumo da pista até atingir 2000 ft (0,61 km) de altitude, virando de seguida para a direita ao



Figura 4.7: Trajetória de descida a partir do ponto de falha, situação 1

ponto *PT416*. A altitude nesse ponto tem de ser inferior a 3000 ft QNH. De seguida é necessário voar até ao waypoint *MONUR* não ultrapassando os 6000 ft (1,83 km). Ultrapassado esse ponto, o avião toma rumo para o último ponto da *SID*, que se chama *BUSEN*.

Para prever as condições esperadas durante a fase de subida da aeronave, é feita uma simulação no *X-Plane* de todo o procedimento anterior até ao ponto, onde por conjectura, a falha ocorre. Nesse ponto o avião voa em direção a *BUSEN*, tem uma altitude de 10 000 ft (3,05 km) e uma velocidade indicada de 250 kn. O cálculo da trajetória a partir desta localização é relevante para o estudo, porque diariamente muitos aviões seguem este trajeto de saída do aeroporto.

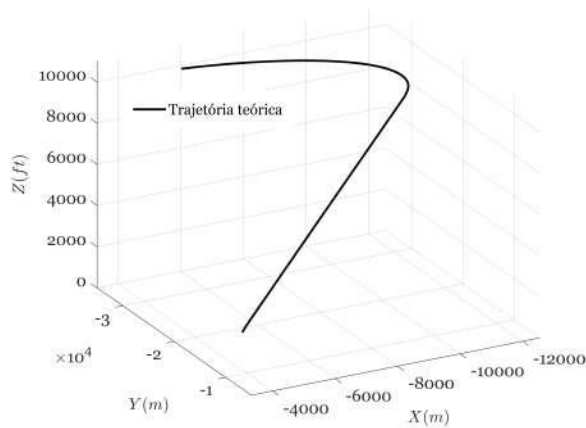


Figura 4.6: Trajetória da situação 1, expressa em coordenadas *ENU*

A pista 03 foi selecionada para realizar o pouso. O ponto de aproximação final encontra-se a uma distância de 5 NM e a altitude final estimada foi de 2200 ft (0,67 km). Na figura 4.6 encontra-se demonstrado o possível trajeto que liga o ponto onde ocorreu a falha ao ponto de referência. Como segunda possibilidade, analisamos o caso de uma aproximação à pista

21. Pelas cartas aeronáuticas a altitude, em cima do waypoint *ODLIX*, tem de estar compreendida entre os 8000-11000 ft. As condições iniciais foram: altitude de 10000 ft (3,05 km), velocidade de 220 kn e rumo de 30°. O cálculo de trajetória foi bem-sucedido, dando uma altitude prevista no ponto de referência de 2793 ft (0,85 km).

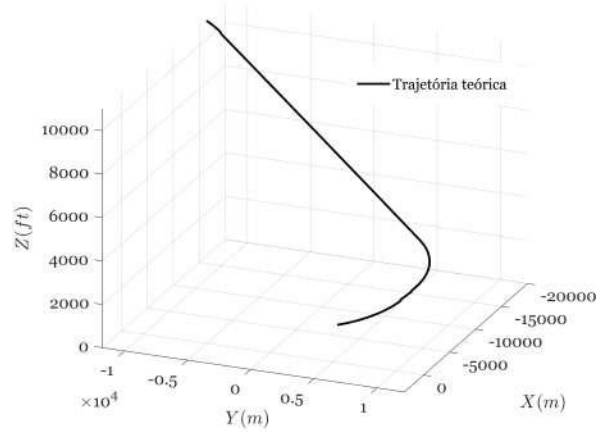


Figura 4.8: Trajetória da situação 2, expressa em coordenadas ENU



Figura 4.9: Trajetória de descida a partir do ponto de falha, situação 2

#### 4.2.3 Mapas Alcance em Função da Altitude

O algoritmo desenvolvido anteriormente permite descobrir, para uma dada localização, velocidade e orientação da aeronave, qual a altitude estimada no último waypoint da rota escolhida para guiar o avião até à pista.

Para melhor entender a capacidade de planeio que uma determinada aeronave tem, foram criados mapas de localizações a partir das quais é possível alcançar um waypoint de aproximação à pista 03 e 21. Este ponto de referência e a altitude que a aeronave tem de ter, são selecionados com base nos valores da tabela 3.3.

Estes mapas podem ser utilizados para a otimização das rotas do tráfego aéreo, fazendo as passar por "zonas de alcance" de diversos aeroportos. No estudo feito em [8], obteve-se um mapa dos Estados Unidos com zonas de onde é possível atingir alguma pista disponível na região. Com o algoritmo desta dissertação é possível criar um mapa de um país idêntico, modificando apenas o ponto de referência escolhido e a tabela dos ângulos de trajetória para outra categoria de aeronave. Deste modo, com os mapas disponíveis para cada aeroporto é possível criar uma circunferência aproximada do alcance de um determinado avião.

Para representar os resultados obtidos utilizou-se os scripts desenvolvidos por Scott Lee Davies [26], que permitem visualizar o conjunto de pontos e/ou trajetórias no *software Google Earth Pro*.

As simulações foram realizadas mantendo constantes:

- Velocidade indicada de 220 kn.
- Ponto de referência situado a 5 NM da respectiva pista.
- O ângulo de rolamento no momento inicial do cálculo da trajetória é nulo.

No sentido de testar os pontos a partir dos quais a pista é alcançável, é produzido um quadrado de dimensões 100 x 100 km, centrado no aeroporto de Lisboa tal como expresso na figura 4.10. De seguida é selecionado um ponto de cada vez, igualmente espaçado entre os outros por 1000 m. A partir desse ponto é feito o cálculo da trajetória até ao waypoint antecedente a uma das pistas de LPPT. Se a altitude estimada pela trajetória nesse ponto for igual ou superior à mínima necessária para atingir a pista, as coordenadas do ponto a partir do qual foi feita a determinação do trajeto são guardadas num ficheiro. Consecutivamente, um seguinte ponto é analisado a seguir o mesmo raciocínio. Este processo repete-se durante as 120 000 combinações formando assim os mapas representados nos anexos A.2.



Figura 4.11: Representação da trajetória teórica (amarelo) e simulada (verde) no *Google Earth*

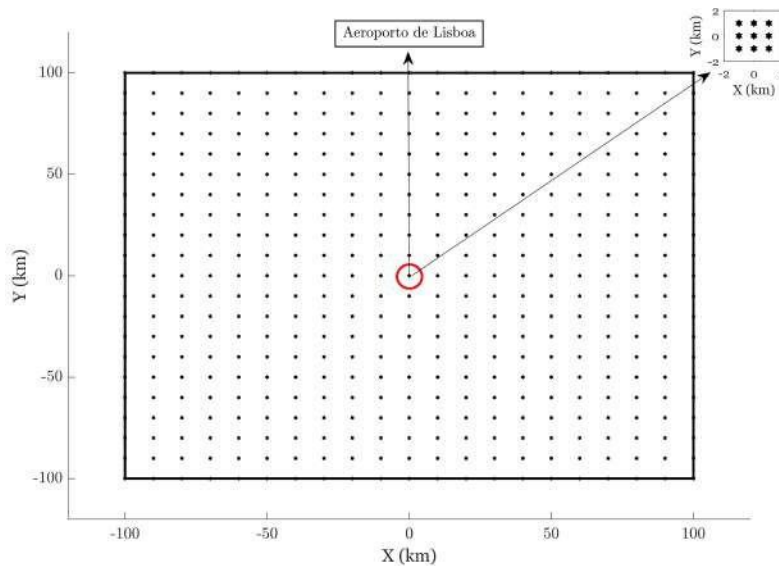


Figura 4.10: Pontos em torno do aeroporto de Lisboa, a partir dos quais foi testado o algoritmo descrito

### 4.3 Simulação dos Casos de Emergência

Um voo hipotético de uma aeronave comercial, descolou da pista 03 do aeroporto de Lisboa tal como descrito no subcapítulo 4.2.2. A falha ocorreu a uma altitude de cerca de 10 000 ft (3048 m) e uma velocidade indicada de 250 kn. Tendo em conta que a tripulação perde algum tempo a perceber o que aconteceu, o avião, que estava a subir, começa a perder a velocidade e a altitude que levava. No ponto localizado a 33 km da cabeceira da pista 03, inicia-se o cálculo da trajetória para uma das pistas de LPPT. A altitude prevista no waypoint situado a 4 NM da pista 03 foi de 2704 ft (0,82 km). Em contrapartida, a pista 21 não é alcançável, dadas as condições de emergência desta situação.

Como podemos verificar na figura 4.12, o trajeto que a aeronave descreve seguindo as ins-

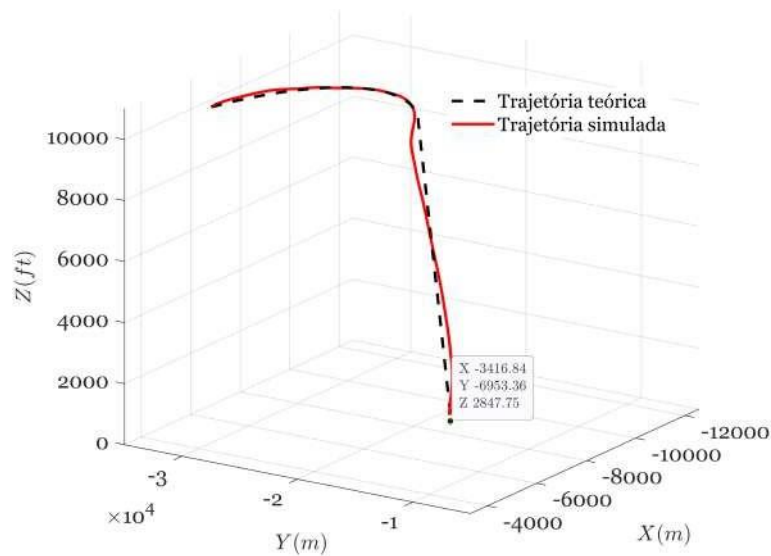


Figura 4.12: Representação da trajetória teórica e simulada no *Matlab*

truções do *Flight Director* é muito semelhante à trajetória prevista no capítulo anterior. Foi também atingida uma altitude de 2847 ft (0,87 km) no ponto de referência selecionado.

Nas situações em que a altitude prevista pelo algoritmo é muito superior à necessária para a conseguir alcançar, foi criado um bloco no *Simulink* que prevê em tempo real, durante o voo da aeronave, a altitude no ponto de referência selecionado. Deste modo, se o avião estiver equipado com um *software* descrito, a tripulação pode facilmente adaptar o trajeto da aeronave, para que a distância percorrida até ao ponto de referência seja grande o suficiente para perder o excesso de altitude. No exemplo em questão, bastava continuar a voar e seguir o mesmo rumo, em direção oposta ao aeroporto, até que a previsão de altitude desse um valor válido segundo a tabela 3.3.

Outro caso de estudo, retrata uma aeronave que, teoricamente, sobrevoava a intersecção *ODLIX* preparando-se para efetuar uma aproximação padrão à pista 21. Este trajeto de aproximação faz parte de uma *STAR*, pelo que é bastante provável a aeronave se encontrar nesse local. Quando o trajeto de emergência foi gerado, o avião encontrava-se na fase de descida, estando a atravessar uma altitude de cerca de 10 000 ft, mantendo uma IAS de 225 kn. A distância do ponto de referência à pista 21 é igual ao caso de estudo mencionado anteriormente. A altitude prevista pelos cálculos teóricos nesse waypoint foi de 2793 ft. Da trajetória simulada por sua vez, obteve-se uma altitude no ponto de referência de 2626 ft.

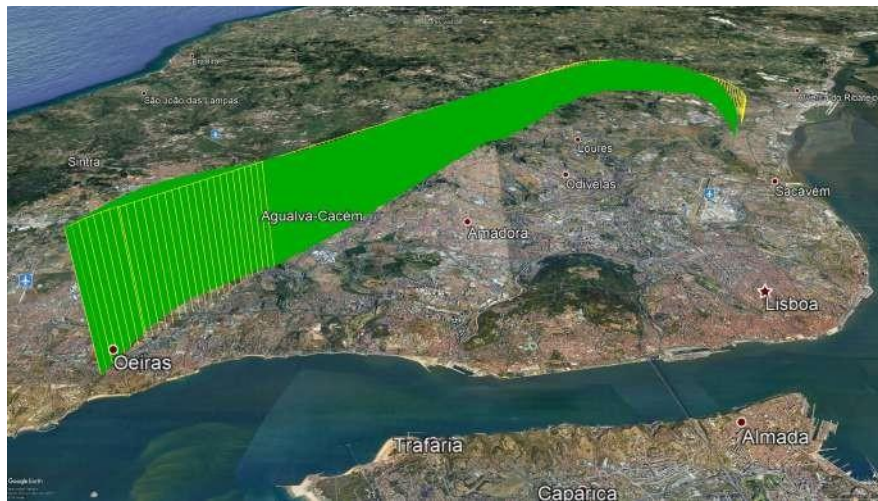


Figura 4.13: Representação da trajetória teórica (amarelo) e simulada (verde) no *Google Earth*

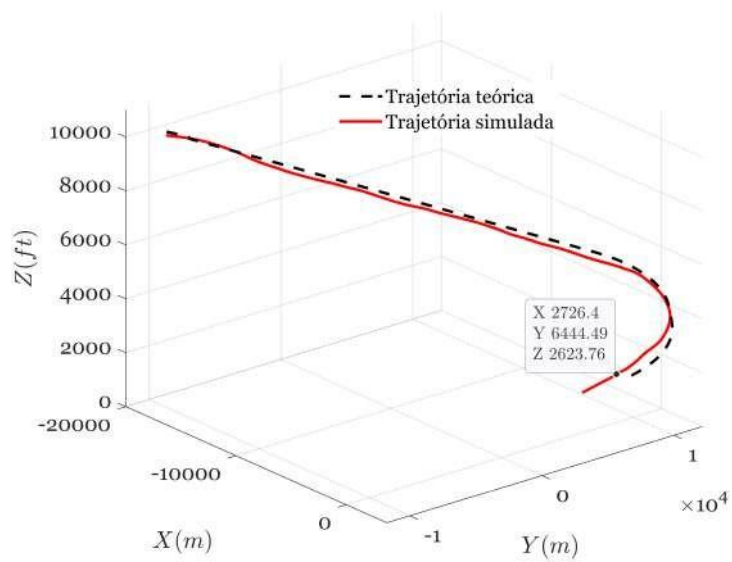


Figura 4.14: Representação da trajetória teórica e simulada no *Matlab*



## Capítulo 5

### Conclusão

A existência de um sistema que possa auxiliar os pilotos com uma previsão de altitude para um caso de voo planado traz muitas vantagens, sendo uma das mais importantes, a redução do tempo de decisão da tripulação. A informação sobre o alcance, mesmo que negativa, pode ser uma mais-valia para a tripulação porque deste modo podem ser evitadas tentativas de aterragem num aeroporto inalcançável, o que, previne um pouso acidentado nas proximidades do aeroporto. No caso do aeroporto estudado nesta dissertação (situado numa zona urbana), as consequências de uma tentativa mal sucedida de chegar até à pista podem ser catastróficas.

O método de previsão da altitude da aeronave após uma falha *LOT*, foi baseado na criação de uma base de dados com os valores desconhecidos. A cada par de altitude e velocidade normal de operação, foi associado um valor único do ângulo de trajetória. Foi utilizada a interpolação cúbica de Hermite, para se obter os valores que não se encontravam tabelados, e com isso, completou-se a base de dados descrita. Esta interpolação, permitiu atingir uma rapidez de geração de trajetória de cerca de 1 segundo, porque o cálculo da trajetória no plano vertical passou a ser apenas uma consequência do plano horizontal. Obteve-se assim um método de previsão e cálculo de uma trajetória teórica até ao ponto de referência.

A trajetória simulada apresentou valores muito próximos ao que foi previsto a nível teórico. O erro de previsão em ambos os casos foi inferior a 100 metros, o que comprova a possibilidade de utilizar uma base de dados pré-computada para emergências idênticas e previsão da altitude em condições de voo planado. No decorrer da verificação da trajetória no simulador, foi também criado um bloco no *Simulink* que prevê em tempo real a altitude no ponto de referência escolhido. Este tipo de informação é crucial para a tripulação poder decidir aterrar, bem como desviar a aeronave caso seja necessário perder o excesso de altitude.

Apesar deste algoritmo ser válido apenas para condições sem vento ( $TAS = GS$ ), o desenvolvimento do ajuste da trajetória ao vento poderá ser implementado em trabalhos futuros. Esta implementação pode ser introduzida no algoritmo através do ajuste da orientação do vetor velocidade em cada ponto da trajetória.

Com o objetivo de encontrar a zona de onde a aterragem para o aeroporto de Lisboa é possível, foram criados mapas que dependem da altitude e rumo da aeronave no momento inicial. Se todos os aeroportos tiverem um mapa semelhante, é possível otimizar as rotas que são realizadas diariamente, fazendo as passar por zonas de alcance.

## 5.1 Enquadramento com Outros Trabalhos

Tal como descrito no capítulo da introdução, anteriormente a esta dissertação foram feitos outros trabalhos sobre este tema. A maior parte destes estudos, utilizou o mesmo método de cálculo de trajetória no plano lateral, que foram os percursos *Dubins*. A previsão de trajetos utilizando esse método é simples a nível computacional e requer poucos parâmetros de entrada. O raio mínimo de curvatura e a descrição das posições inicial e final, são suficientes para gerar uma trajetória. Esse trajeto tem o menor comprimento possível entre as posições inicial e final, garantindo que nenhum limite estrutural da aeronave seja ultrapassado. O raio mínimo de curvatura é calculado a utilizar a velocidade em relação ao solo, *GS*, que já tem em conta a altitude da aeronave e a velocidade *IAS* que a aeronave mantém.

Relativamente ao perfil longitudinal, existem estudos em que a previsão é feita através de uma análise energética, estimando a melhor razão de planeio  $\frac{L}{D}$ , ou estudando o comportamento da aeronave no intervalo de tempo anterior ao cálculo. Esta dissertação propõem um método diferente, sendo necessário determinar uma base de dados da qual posteriormente podem ser lidos valores para a previsão de altitude. Apesar de ser um método mais restrito (só para um tipo específico de aeronave e configuração), a previsão de altitude é mais precisa. São também tidos em conta fatores como a redução ou aumento de velocidade, o funcionamento do piloto automático e a sequência de operações que a tripulação de uma aeronave terá de fazer, caso uma emergência semelhante ocorra.

## 5.2 Trabalhos Futuros

A implementação da variável vento pode ser um futuro caso de estudo, sendo necessário por isso fazer modificações no processo iterativo do cálculo da trajetória. Além disso, a reprodução de cenários reais, onde o gradiente do vento vai a alterar as suas características segundo uma altitude, torna o estudo ainda mais complexo.

Uma melhoria da base de dados também pode ser efetuada, acrescentando a dependência do peso (*GW*) da aeronave ao cálculo e estimação do ângulo de trajetória. Apesar de não ser utilizado nesta dissertação, outros ângulos de pranchamento ( $\phi$ ) podem ser testados para garantir a escolha da melhor trajetória possível.

O projeto de algoritmos que possam detetar obstáculos e gerar trajetos que os evitam, também pode ser uma área de estudo no futuro. Embora para a maior parte dos aeroportos não é necessário ter esse detalhe em atenção, em regiões montanhosas, um trajeto semelhante aos exemplos aqui mencionados poderá ser impossível de se realizar.

Por fim, é possível ainda juntar a este algoritmo um cálculo adicional para outros pontos de referência. Assim como mencionado na introdução, existem estudos que permitem criar e ordenar uma lista de pistas disponíveis na região. O critério de seleção da pista mais apropriada pode ser adaptado para o tipo de aeronave desta dissertação e o cálculo do trajeto ser feito para um aeroporto diferente. Desta forma, como a zona terminal de Lisboa tem outros aeroportos/aeródromos capazes de suportar uma aterragem segura de uma aeronave comercial moderna, existirão lugares a partir dos quais já se tornará possível o regresso deste tipo de aeronave.



# Bibliografia

- [1] G. Cai, B. M. Chen, and T. H. Lee, “Coordinate Systems and Transformations,” in *Unmanned Rotorcraft Systems*. London: Springer London, 2011, pp. 23–34.
- [2] “List of airline flights that required gliding,” Oct. 2020. [Online]. Available: [https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List\\_of\\_airline\\_flights\\_that\\_required\\_gliding&oldid=983886516](https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=List_of_airline_flights_that_required_gliding&oldid=983886516) Page Version ID: 983886516.
- [3] “Telegrama de Orville Wright em Kitty Hawk, Carolina do Norte, para o seu pai, anunciando os seus voos bem-sucedidos, 17 de dezembro de 1903,” Dec. 1903. [Online]. Available: <https://www.wdl.org/pt/item/11372/>
- [4] T. Peng, Z. Shuguang, J. Lei, and T. Zhi, “A Novel Emergency Flight Path Planning Strategy for Civil Airplanes in Total Loss of Thrust,” *Procedia Engineering*, vol. 17, pp. 226–235, 2011.
- [5] Flightradar24, “Live Flight Tracker - Real-Time Flight Tracker Map.” [Online]. Available: <https://www.flightradar24.com/data/statistics> (Data do último acesso 20-Jan-2021).
- [6] “Electronic Code of Federal Regulations (eCFR).” [Online]. Available: <https://www.ecfr.gov/> (Data do último acesso 19-Nov-2020).
- [7] Parlamento Europeu e do Conselho, *REGULAMENTO (UE) 2018/1139 DO PARLAMENTO EUROPEU E DO CONSELHO de 4 de julho de 2018*. Jornal Oficial da União Europeia, 2018.
- [8] E. M. Atkins, I. A. Portillo, and M. J. Strube, “Emergency Flight Planning Applied to Total Loss of Thrust,” *Journal of Aircraft*, vol. 43, no. 4, pp. 1205–1216, Jul. 2006.
- [9] A. Adler, A. Bar-Gill, and N. Shimkin, “Optimal flight paths for engine-out emergency landing,” in *2012 24th Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*. IEEE, 2012, pp. 2908–2915.
- [10] K. A. Avrenli and B. J. Dempsey, “Is “green dot” always the optimum engines-out glide speed on the airbus a320 aircraft?” *Journal of Aviation/Aerospace Education & Research*, vol. 24, no. 3, pp. 33–63, 2015.
- [11] S. Paul, *Emergency trajectory generation for fixed-wing aircraft*. Rensselaer Polytechnic Institute, 2018.

- [12] I. Lugo-Cardenas, G. Flores, S. Salazar, and R. Lozano, “Dubins path generation for a fixed wing UAV,” in *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Orlando, FL, USA: IEEE, May 2014, pp. 339–346.
- [13] M. Owen, R. W. Beard, and T. W. McLain, “Implementing Dubins Airplane Paths on Fixed-Wing UAVs\*,” in *Handbook of Unmanned Aerial Vehicles*, K. P. Valavanis and G. J. Vachtsevanos, Eds. Dordrecht: Springer Netherlands, 2015, pp. 1677–1701.
- [14] H. M. Smith, “Greenwich time and the prime meridian,” *Vistas in Astronomy*, vol. 20, pp. 219–229, Jan. 1976.
- [15] M. A. Earle, “Sphere to Spheroid Comparisons,” *Journal of Navigation*, vol. 59, no. 3, pp. 491–496, Sep. 2006.
- [16] S. P. Drake, “Converting GPS coordinates [phi, lambda, h] to navigation coordinates (ENU),” 2002.
- [17] M. Shanmugavel, A. Tsourdos, B. White, and R. Zbikowski, “3D Dubins Sets Based Coordinated Path Planning for Swarm of UAVs,” in *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Keystone, Colorado: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aug. 2006.
- [18] K. Hsin-Yi, “EwingKang/Dubins-Curve-For-MATLAB,” Oct. 2020. [Online]. Available: <https://github.com/EwingKang/Dubins-Curve-For-MATLAB> (Data do último acesso 17-Nov-2020).
- [19] B. Guo, P. Liu, Q. Qu, and J. Wang, “Effect of pitch angle on initial stage of a transport airplane ditching,” *Chinese Journal of Aeronautics*, vol. 26, no. 1, pp. 17–26, Feb. 2013.
- [20] “Control your Speed... During Descent, Approach and Landing | Safety First.” [Online]. Available: [https://safetyfirst.airbus.com/app/themes/mh\\_newsdesk/pdf.php?p=26240](https://safetyfirst.airbus.com/app/themes/mh_newsdesk/pdf.php?p=26240) (Data do último acesso 10-Out-2020).
- [21] “3. Interpolation,” in *Numerical Computing with Matlab*, ser. Other Titles in Applied Mathematics. Society for Industrial and Applied Mathematics, Jan. 2004, pp. 93–116.
- [22] A. Filippone, “Data and performances of selected aircraft and rotorcraft,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 36, no. 8, pp. 629–654, Nov. 2000.
- [23] A. Bittar, H. V. Figueiredo, P. A. Guimaraes, and A. C. Mendes, “Guidance Software-In-the-Loop simulation using X-Plane and Simulink for UAVs,” in *2014 International Conference on Unmanned Aircraft Systems (ICUAS)*. Orlando, FL, USA: IEEE, May 2014, pp. 993–1002.

- [24] NAV Portugal E.P.E, “LPPT AD 2.24 CHARTS RELATED TO THE AERODROME.” [Online]. Available: <https://www.nav.pt/CD/NAVProtectedData/eAIP/html/index.html> (Data do último acesso 05-Jan-2021).
- [25] J. Chevalier, D. Delahaye, M. Sbihi, and P. Marechal, “Departure and Arrival Routes Optimization Near Large Airports,” *Aerospace*, vol. 6, no. 7, p. 80, Jul. 2019.
- [26] S. Lee Davies, “Google Earth Toolbox.” [Online]. Available: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/12954-google-earth-toolbox> (Data do último acesso 27-Jan-2021).



# Apêndice A

## Anexos

### A.1 Tabela dos valores de ângulos de trajetória recolhidos do simulador *X-Plane*

| Velocidade IAS (kn) | 300                | 275                | 250                | 225                |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Altitude (ft)       | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ |
| 20000               | -3.9925            | -3,6773            | -3,5257            | -3,4040            |
| 19500               | -3.9945            | -3,7883            | -3,5395            | -3,4825            |
| 19000               | -4.0007            | -3,6670            | -3,5518            | -3,5044            |
| 18500               | -4.0173            | -3,7376            | -3,5633            | -3,5155            |
| 18000               | -4.0209            | -3,7880            | -3,5752            | -3,5223            |
| 17500               | -4.0199            | -3,8182            | -3,5899            | -3,5306            |
| 17000               | -4.0529            | -3,6969            | -3,6014            | -3,5422            |
| 16500               | -4.0588            | -3,6563            | -3,6112            | -3,5476            |
| 16000               | -4.0687            | -3,6764            | -3,6257            | -3,5572            |
| 15500               | -4.0795            | -3,8582            | -3,6385            | -3,5687            |
| 15000               | -3.9898            | -3,7975            | -3,6449            | -3,5727            |
| 14500               | -4.1289            | -3,8075            | -3,6558            | -3,5964            |
| 14000               | -4.2251            | -3,7366            | -3,6687            | -3,5873            |
| 13500               | -4.1048            | -3,8376            | -3,6700            | -3,5985            |
| 13000               | -4.1482            | -3,8624            | -3,6928            | -3,6088            |
| 12500               | -4.1450            | -3,8724            | -3,6970            | -3,6131            |
| 12000               | -4.1984            | -3,8790            | -3,7083            | -3,6223            |
| 11500               | -4.2350            | -3,8871            | -3,7124            | -3,6280            |
| 11000               | -4.2460            | -3,8946            | -3,7204            | -3,6370            |
| 10500               | -4.2520            | -3,9041            | -3,7332            | -3,6315            |
| 10000               | -4.2615            | -3,9137            | -3,7462            | -3,6428            |
| 9500                | -4.3065            | -3,9883            | -3,7387            | -3,6602            |
| 9000                | -4.3539            | -3,9579            | -3,7593            | -3,6744            |
| 8500                | -4.3555            | -3,8972            | -3,7729            | -3,6822            |
| 8000                | -4.3380            | -3,8465            | -3,7743            | -3,6812            |
| 7500                | -4.3475            | -3,8666            | -3,7937            | -3,7079            |
| 7000                | -4.3560            | -3,9373            | -3,7966            | -3,7099            |
| 6500                | -4.3741            | -3,9978            | -3,8086            | -3,7123            |
| 6000                | -4.3863            | -3,9472            | -3,8072            | -3,7257            |
| 5500                | -4.3990            | -3,9774            | -3,8159            | -3,7344            |

Tabela A.1: Valores do ângulo de trajetória em função da altitude e da velocidade da aeronave

| Velocidade IAS (kn) | 300                | 275                | 250                | 225                |
|---------------------|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| Altitude (ft)       | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ | $\gamma(^{\circ})$ |
| 5000                | -4.4150            | -3,8863            | -3,8262            | -3,7428            |
| 4500                | -4.4204            | -4,0176            | -3,8345            | -3,758             |
| 4000                | -4.4165            | -4,0175            | -3,8473            | -3,7612            |
| 3500                | -4.4240            | -4,0275            | -3,8504            | -3,7736            |
| 3000                | -4.5015            | -4,0375            | -3,8676            | -3,7820            |
| 2500                | -4.4732            | -4,0980            | -3,8753            | -3,7955            |
| 2000                | -4.3216            | -4,0575            | -3,8827            | -3,8082            |
| 1500                | -4.4788            | -4,1382            | -3,9358            | -3,8105            |
| 1000                | -4.5169            | -4,0775            | -3,9055            | -3,8268            |
| 500                 | -4.5255            | -4,0673            | -3,9512            | -3,8430            |
| 0                   | -4.5367            | -4,1783            | -3,9311            | -3,8541            |

Tabela A.2: Continuação da tabela A.1

## A.2 Gráficos das trajetórias em Matlab

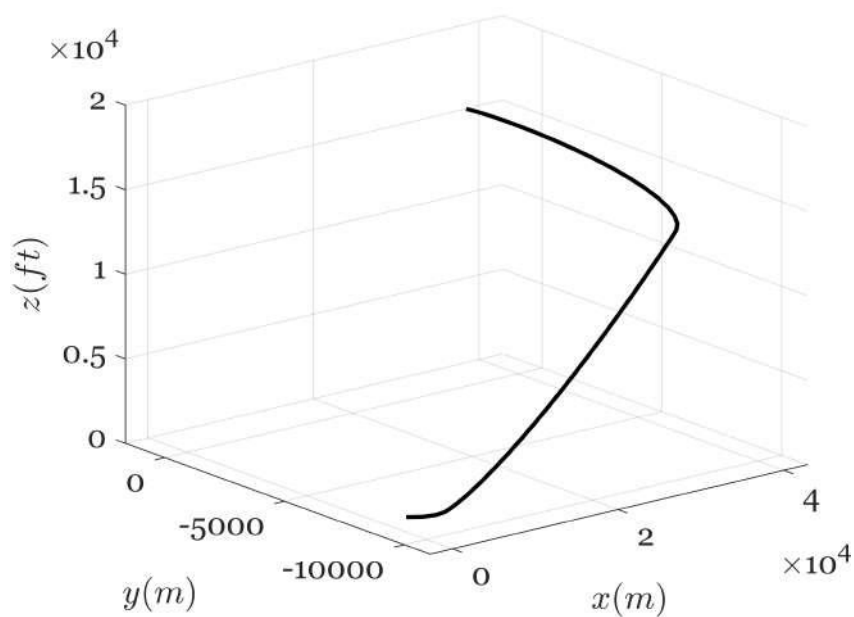


Figura A.1: Representação da trajetória este em *Matlab*.

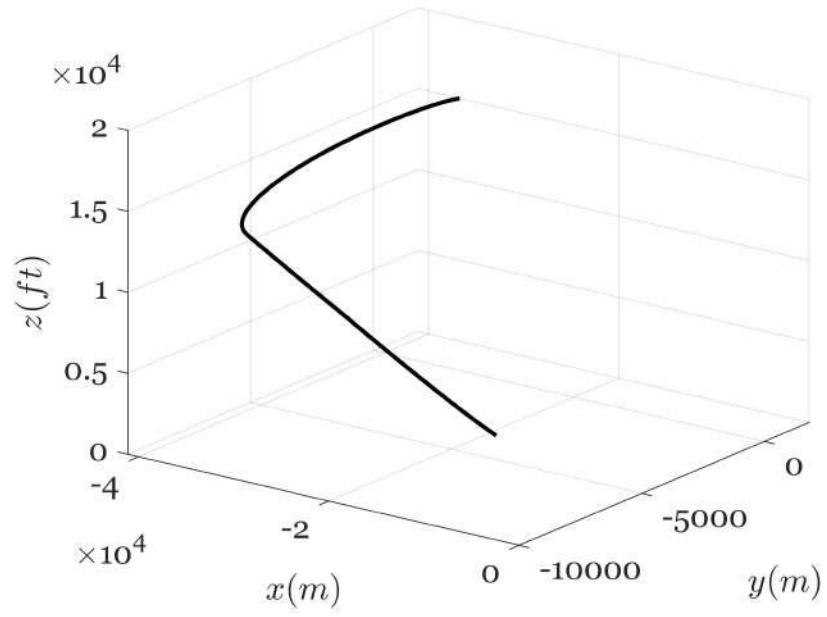


Figura A.2: Representação da trajetória oeste em *Matlab*.

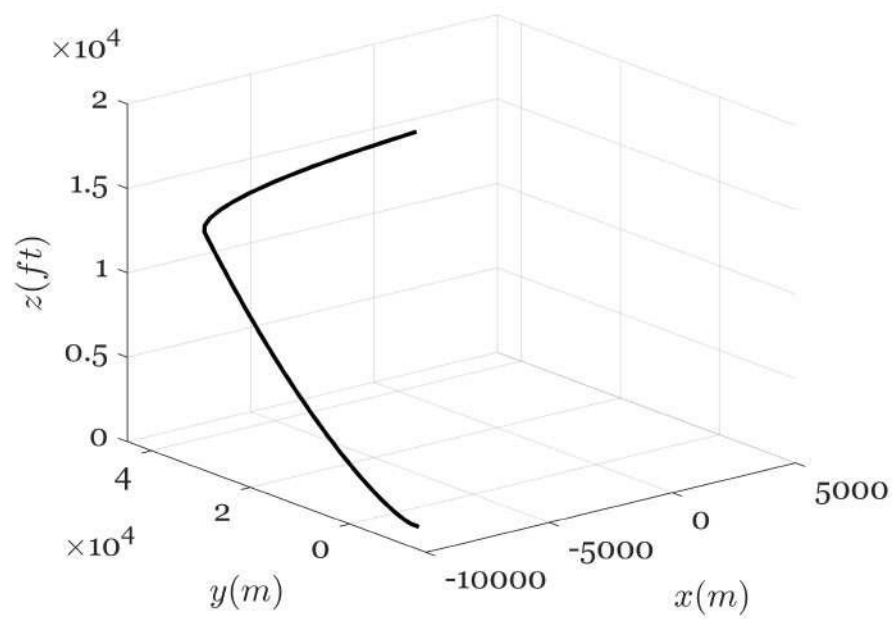


Figura A.3: Representação da trajetória norte em *Matlab*.

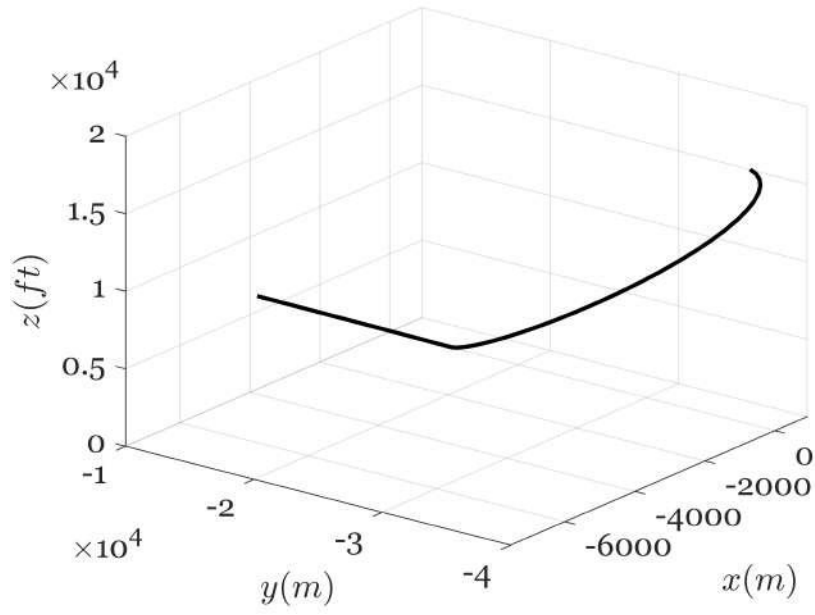


Figura A.4: Representação da trajetória sul em *Matlab*.

### A.3 Mapas dos pontos alcançáveis



Figura A.5: Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 0°. Google Earth



Figura A.6: Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 90°. Google Earth



Figura A.10: Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 90°. Google Earth



Figura A.8: Altitude inicial de 10000 ft e rumo de 270°. Google Earth



Figura A.9: Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 0°. Google Earth



Figura A.10: Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 90°. Google Earth



Figura A.11: Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 180°. Google Earth



Figura A.12: Altitude inicial de 15000 ft e rumo de 270°. Google Earth



Figura A.13: Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 0°. Google Earth



Figura A.14: Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 90°. Google Earth

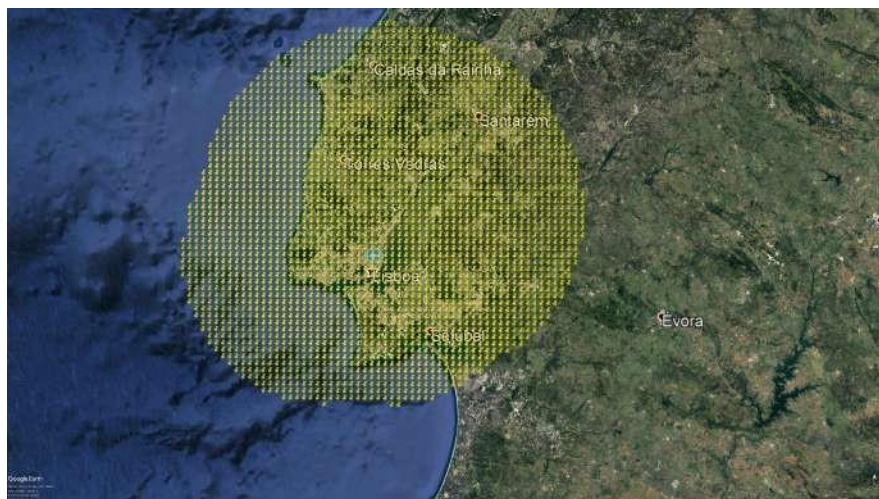


Figura A.15: Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 180°. Google Earth

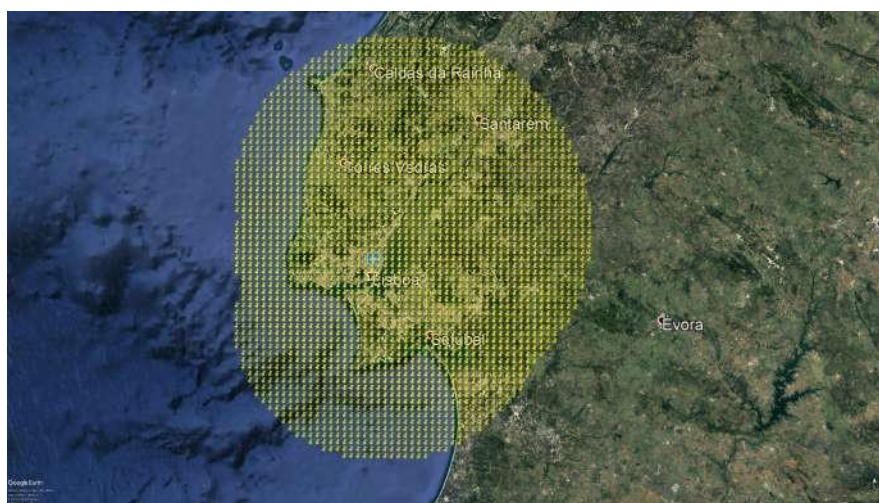


Figura A.16: Altitude inicial de 20000 ft e rumo de 270°. Google Earth