



# **Estudo Aerodinâmico Preliminar de um Bobsled de 2 Lugares**

**(Versão Final Após Defesa)**

**Miguel da Silva de Vasconcelos**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**  
(Mestrado Integrado)

Orientador: Prof. Doutor Pedro Vieira Gamboa

**dezembro de 2023**



# Declaração de Integridade

Eu, Miguel da Silva de Vasconcelos, que abaixo assino, estudante com o número de inscrição 39612 do Curso de Engenharia Aeronáutica da Faculdade de Engenharias, declaro ter desenvolvido o presente trabalho e elaborado o presente texto em total consonância com o Código de Integridades da Universidade da Beira Interior.

Mais concretamente afirmo não ter incorrido em qualquer das variedades de Fraude Académica, e que aqui declaro conhecer, que em particular atendi à exigida referenciação de frases, extratos, imagens e outras formas de trabalho intelectual, e assumindo assim na íntegra as responsabilidades da autoria.

Assinado por: **Miguel da Silva de Vasconcelos**  
Num. de Identificação: 15177816  
Data: 2023.12.14 14:04:28+00'00'

Universidade da Beira Interior, Covilhã 14 / 12 / 2023



# Agradecimentos

Esta dissertação representa uma sensação de dever cumprido, e foi uma honra puder estudar e percorrer os corredores desta universidade. Agradeço por isso à *UBI* por tudo o que me ensinou, não só academicamente, e são lições que levarei para a vida. Um especial agradecimento ao professor doutor Pedro Gamboa, que esteve sempre disponível e acessível para tudo o que fosse necessário, e me guiou no desenvolvimento deste trabalho.

Estou grato à minha mulher Carolina Pires, por tudo o que faz por mim, por tudo o que atura e por ser o meu maior apoio em tudo, amo-te (31.07.2026), agradeço do fundo do coração aos meus pais Tuxinha e Celinhos por todos os esforços e apoio, à minha vó e irmã, Filipa das Pics, beijinhos a todos. Agradeço também à Marya e aos meus sogros Charles e Bia, por me ajudarem sempre.



# Resumo

Esta dissertação teve como principal objetivo desenvolver uma proposta de fuselagem de um trenó *Bobsleigh* para a equipa portuguesa participar nos jogos olímpicos de inverno de 2026. Este projeto surgiu de um esforço conjunto entre a Universidade da Beira Interior, a Federação Portuguesa de Desportos de Inverno, a *Bob-team* Portugal e outras empresas, uma vez que a equipa portuguesa tem o intuito de fabricar e utilizar nas provas um trenó próprio adaptado aos pilotos que o irão pilotar nas provas. Esta dissertação em concreto debruça-se no desenvolvimento da forma da fuselagem e da realização das análises aerodinâmicas da mesma.

O processo inicia-se numa ferramenta computacional de desenho assistido (*CAD*) para desenvolver as fuselagens em três dimensões (*3D*) e posteriormente são transferidas para a segunda ferramenta computacional, uma ferramenta de análise da dinâmica dos fluidos (*CFD*) para se poder avaliar se as configurações testadas melhoram ou não o desempenho do trenó, usando o modelo *RANS*. Este desempenho vai ser avaliado através de duas metas principais, diminuir ao máximo a força de arrasto e procurar obter um momento de arfagem próximo de zero.

Apartir de um trenó base, foram definidas três variáveis a estudar parametricamente, que são, a posição do ponto da base do trenó mais próximo da pista e os ângulos de incidência do *bumper* frontal e traseiro. Estas variáveis vão ser testadas como um conjunto e, todas as configurações do trenó resultantes vão ser simuladas na fase reta da prova e para três velocidades distintas (5, 20 e 35 *m/s*), de modo a tornar as análises o mais próximas da realidade possível.

Foi concluído que a configuração com resultados superiores foi a que contém o ponto mais inferior da base mais afastado do nariz, a 50% do comprimento longitudinal total e o que contém os ângulos de incidência do *bumper* frontal igual a  $-2.5^\circ$  e do traseiro igual, ao contrário do frontal, a  $2.5^\circ$ . Esta configuração apresentou uma melhoria na capacidade de diminuir a força de arrasto e o momento de arfagem de cerca de 20% em relação ao trenó base inicial.

## Palavras-chave

*Bobsleigh*; fuselagem; *RANS*; força de arrasto; momento de arfagem; estudo paramétrico.



# Abstract

The main aim of this dissertation was to develop a proposal for a Bobsleigh sled fuselage for the Portuguese team to take part in the 2026 Winter Olympics. This project arose from a joint effort between the University of Beira Interior, the Portuguese Winter Sports Federation, Bob-team Portugal and other companies, since the Portuguese team intends to manufacture and use in the competitions its own sled adapted to the pilots who will participating it in the competitions. This particular dissertation focuses on developing the shape of the fuselage and carrying out aerodynamic analyses of it.

The process starts with a computer-aided design (CAD) tool to develop the fuselages in three dimensions (3D) and then they are transferred to a second computational tool, a fluid dynamics analysis (CFD) tool, in order to assess whether or not the tested configurations improve the sled's performance, using the RANS turbulence model. This performance will be assessed by means of two main goals: minimising the drag force and trying to obtain a pitching moment close to zero.

Starting from a base sled, three variables were defined to be optimised, namely the position of the sled base point closest to the track and the incidence angles of the front and rear bumper. These variables will be tested as a set and all the resulting sled configurations will be simulated in the straight phase of the race and for three different speeds (5, 20 and 35  $m/s$ ), in order to make the analyses as close to reality as possible.

It was concluded that the configuration with the best results was the one with the lowest point of the base furthest from the nose, at 50% of the total longitudinal length and with the incidence angles of the front bumper equal to  $-2.5^{\circ}$  and the rear bumper, on the contrary ti the fornt one, equal to  $2.5^{\circ}$ . This configuration showed an improvement in the ability to reduce the drag force and the pitching moment by around 20 per cent compared to the initial base sled.

## Keywords

Bobsleigh; fuselage; RANS; drag force; pitch moment; parametric study.



# Índice

<b>Declaração de Integridade</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>v</b>
<b>Resumo</b>	<b>vii</b>
<b>Palavras-chave</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Keywords</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiv</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvi</b>
<b>Lista de Acrónimos</b>	<b>xviii</b>
<b>Nomenclatura</b>	<b>xx</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos	2
1.3 Metodologia	3
1.4 Estrutura do Trabalho	3
<b>2 Desporto <i>Bobsleigh</i></b>	<b>4</b>
2.1 História	4
2.2 Trenó	6
2.3 <i>Cowling</i>	6
2.4 <i>Bumpers</i>	7
2.5 Pista	7
2.6 Portugal	8
<b>3 Fundamentos</b>	<b>10</b>
3.1 Regulamento IBSF	10
3.1.1 Massa	10
3.1.2 Dimensões	11
3.2 Fluido e Escoamento	14
3.2.1 Mecânica dos Fluidos	14
3.2.1.1 Tipos de Escoamento	14
3.2.2 Aplicação	17
3.3 Dinâmica de Fluidos Computacional, <i>CFD</i>	17
3.3.1 O que é?	17
3.3.2 <i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS</i>	18

3.3.2.1	Síntese Histórica	18
3.3.2.2	Equações	19
3.3.3	Modelos de Turbulência	20
3.3.3.1	Modelo <i>standard k – ω</i>	20
3.3.3.2	Modelo <i>Baseline (BSL) k – ω</i>	24
3.3.3.3	Modelo <i>Shear-Stress Transport (SST) k – ω</i>	26
3.4	Força de Arrasto	27
3.5	Momentos	28
3.5.1	Instrumentos	29
3.5.2	Medição	30
3.5.3	Conclusões	32
<b>4</b>	<b>Desenvolvimento da forma da fuselagem</b>	<b>34</b>
4.1	Implementação	35
4.1.1	Desenho <i>3D</i>	35
4.1.2	ANSYS	36
4.1.2.1	Design Modeler	37
4.1.2.2	Malha	38
4.1.2.3	Fluent	40
4.1.3	Comparação	41
4.2	Estudo Paramétrico	45
4.2.1	Variáveis	46
4.2.2	Fase Um	48
4.2.3	Fase Dois	50
4.2.4	Fase Três	53
<b>5</b>	<b>Modelo Final</b>	<b>57</b>
5.1	Decisão	57
5.2	Resultados	58
<b>6</b>	<b>Conclusão e Trabalhos Futuros</b>	<b>63</b>
<b>Anexos</b>		<b>70</b>
A	Cronologia Bobsleigh	70
B	Bobsleigh Final	71



# Lista de Figuras

<i>Figura 1.1: A) Patim "clap", 1998, B) Trenó 2-man alemão, 2022 [4] [5]</i>	1
<i>Figura 2.1: Primeiros protótipos de bobsled [6]</i>	5
<i>Figura 2.2: Composição de um 2-man bobsled, adaptado de [14]</i>	6
<i>Figura 2.3: Parte removível dos bumpers frontais, adaptado de [15]</i>	7
<i>Figura 2.4: Dezoito pistas oficiais [17]</i>	8
<i>Figura 2.5: Equipa portuguesa de bobsleigh [19]</i>	9
<i>Figura 2.6: Entidades constituintes da Bobteam Portugal [20]</i>	9
<i>Figura 3.1: Vista A) lateral e B) superior cotada (mm) do trenó [21]</i>	12
<i>Figura 3.2: Vista frontal cotada (mm) do trenó [21]</i>	13
<i>Figura 3.3: Tipos de escoamento dos fluídos, adaptado de [23]</i>	15
<i>Figura 3.4: Representação de escoamento laminar e turbulento, adaptado de [30]</i>	16
<i>Figura 3.5: Exemplo de gráfico de contornos extraído do Ansys [8]</i>	28
<i>Figura 3.6: Pista de Cesana Pariol, em Turim, Itália [53]</i>	28
<i>Figura 3.7: Fotografia da plataforma com o giroscópio inercial, adaptado de [52]</i>	29
<i>Figura 3.8: Fotografia do sensor ótico, adaptado de [52]</i>	29
<i>Figura 3.9: Fotografia de um potenciómetro 1/2, adaptado de [52]</i>	30
<i>Figura 3.10: Fotografia de um potenciómetro 2/2, adaptado de [52]</i>	30
<i>Figura 3.11: Forças de contacto nos patins e posição dos extensómetros [52]</i>	31
<i>Figura 3.12: Momento fletor em torno do eixo A) x e B) z [52]</i>	32
<i>Figura 3.13: Variação das forças de contacto verticais patins/gelo [52]</i>	33
<i>Figura 3.14: Variação das forças de contacto laterais patins/gelo [52]</i>	33
<i>Figura 3.15: Variação das forças de contacto longitudinais patins/gelo [52]</i>	33
<i>Figura 4.1: Modelo simplificado com a abertura coberta e sem pusher</i>	35
<i>Figura 4.2: Modelo 1 desenvolvido pelo autor, cotado em mm</i>	35
<i>Figura 4.3: Modelo 2 desenvolvido pelo autor, cotado em mm</i>	36
<i>Figura 4.4: Esquema do projeto no Workbench</i>	36
<i>Figura 4.5: Corte transversal do volume de análise</i>	37
<i>Figura 4.6: Malha na pista, A), no piloto, B), no bumper traseiro, C) e dianteiro, D)</i>	39
<i>Figura 4.7: Limites da aplicação Mesh impostas ao modelo</i>	39
<i>Figura 4.8: Faces nomeadas do volume de análise</i>	40
<i>Figura 4.9: Opções utilizadas na inicialização do Fluent</i>	40
<i>Figura 4.10: Representação do ponto PM</i>	42
<i>Figura 4.11: Valores da força para U1, A) trenó alemão e B) trenó BTC</i>	42
<i>Figura 4.12: Valores da força para U2, A) trenó alemão e B) trenó BTC</i>	42
<i>Figura 4.13: Valores da força para U3, A) trenó alemão e B) trenó BTC</i>	43
<i>Figura 4.14: Contornos de pressão estática no plano de simetria no BTC, U3</i>	43
<i>Figura 4.15: Contornos de velocidade no plano de simetria no BTC, U3</i>	44
<i>Figura 4.16: Contornos de pressão estática no plano de simetria no "Alemão", U3</i>	44
<i>Figura 4.17: Contornos de velocidade no plano de simetria no "Alemão", U3</i>	45
<i>Figura 4.18: Contornos de pressão estática no trenó base alemão</i>	47
<i>Figura 5.1: Contornos de pressão estática no modelo A) referência; B) final</i>	60
<i>Figura 5.2: Contorno de velocidades no modelo A) referência; B) final</i>	61
<i>Figura 5.3: Contorno de pressão no plano zx, y=0.4m</i>	62
<i>Figura 5.4: Contorno de velocidade no plano zx, y=0.4m</i>	62
<i>Figura B.1: Componentes da força, U=5m/s</i>	71
<i>Figura B.2: Componentes da força, U=20m/s</i>	71
<i>Figura B.3: Componentes da força, U=35m/s</i>	71
<i>Figura B.4: Componentes do momento, U=5m/s</i>	72
<i>Figura B.5: Componentes do momento, U=20m/s</i>	72
<i>Figura B.6: Componentes do momento, U=30m/s</i>	72



# Lista de Tabelas

<i>Tabela 2.1: Formato das provas existentes [6]</i>	4
<i>Tabela 3.1: Valores para a massa mínima [21]</i>	10
<i>Tabela 3.2: Valores para a massa máxima [21]</i>	11
<i>Tabela 4.1: Dimensões do corte transversal do volume de análise</i>	38
<i>Tabela 4.2: Características do computador utilizado</i>	38
<i>Tabela 4.3: Velocidades analisadas no projeto</i>	41
<i>Tabela 4.4: Posição dos CG dos vários trenós testados</i>	46
<i>Tabela 4.5: Variações da posição testadas para o ponto mais inferior da base</i>	47
<i>Tabela 4.6: Variações do ângulo de incidência testadas para o bumper frontal</i>	47
<i>Tabela 4.7: Variações do ângulo de incidência testadas para o bumper traseiro</i>	48
<i>Tabela 4.8: Valores da força e momentos, fase 1</i>	49
<i>Tabela 4.9: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 1</i>	49
<i>Tabela 4.10: Valores da força e momentos, fase 2</i>	51
<i>Tabela 4.11: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 2</i>	52
<i>Tabela 4.12: Valores da força e momentos, fase 3</i>	54
<i>Tabela 4.13: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 3</i>	55
<i>Tabela 5.1: Comparação entre os modelos com a equação (5.1)</i>	59
<i>Tabela A.1: Cronologia de eventos históricos [12, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61]</i>	70



# Lista de Acrónimos

BAE	<i>British Aerospace Engineering</i>
BMW	Fábrica de Motores da Baviera
BSL	<i>Baseline</i>
CAD	Desenho Assistido por Computador
CFD	Dinâmica de Fluidos Computacional
CG	Centro de Gravidade
IBSF	Federação Internacional de <i>Bobsleigh</i> e <i>Skeleton</i>
FDI-Portugal	Federação de Desportos de Inverno de Portugal
NASA	Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço
NASCAR	Associação Nacional para Corridas de Carros de Série
RANS	<i>Reynolds-Averaged Navier-Stokes</i>
UBI	Universidade da Beira Interior



# Nomenclatura

$Re$	Número de <i>Reynolds</i>
$\rho$	Massa volúmica
$U$	Velocidade
$L$	Comprimento da área longitudinal
$\mu$	Viscosidade dinâmica
$\bar{\varphi}_i$	Representação da componente média de um escalar
$\varphi'_i$	Representação da componente flutuante de um escalar
$\delta$	Espessura da camada limite
$k$	Energia cinética turbulenta
$\varepsilon$	Taxa de dissipação escalar de $k$
$\omega$	Taxa de dissipação específica de $k$
$\Gamma_k, \Gamma_\omega$	Difusividade efetiva de $k$ e $\omega$ , respetivamente
$G_k, G_\omega$	Produção de $k$ e de $\omega$ , respetivamente
$Y_k, Y_\omega$	Dissipação de $k$ e $\omega$ devido à turbulência, respetivamente
$S_k, S_\omega$	Termos definido na ferramenta <i>CFD</i> pelo utilizador
$G_b, G_{b\omega}$	Termos que consideram a flutuabilidade da turbulência
$\sigma_k, \sigma_\omega$	Número de <i>Prandtl</i> para $k$ e $\omega$ , respetivamente
$\alpha^*, \alpha, \beta^*$	Termos amortecedores que variam dependendo do modelo de turbulência
$S$	Módulo do tensor da taxa média de deformação
$\zeta^*$	Constante de valor 1,5
$M_{T0}$	Constante de compressibilidade de valor 0,25
$D_\omega$	Difusão cruzada
$F_1$	Função de mistura
$y^*$	Distância à superfície mais próxima
$D_\omega^+$	Porção positiva de $D_\omega$
$\kappa$	Constante de valor 0,41
$D$	Força de Arrasto
$C_D$	Coefficiente de Arrasto
$A$	Área de referência
$x, y, z$	Eixos <i>XX</i> , <i>YY</i> , <i>ZZ</i> respetivamente
$F_x, F_y, F_z$	Força longitudinal, lateral e vertical respetivamente
$M_{xAA}, M_{xBB}$	Momento fletor em torno de $x$ , nas secções <i>AA</i> e <i>BB</i> , respetivamente
$M_{zAA}, M_{zBB}$	Momento fletor em torno de $z$ , nas secções <i>AA</i> e <i>BB</i> , respetivamente
$[C]$	Matriz de calibração
$b$	Distância entre as secções <i>AA</i> e <i>BB</i>
$P$	Ponto de aplicação da força de contacto patim/gelo
$b_x, b_z$	Posição do ponto $P$ no eixo $x$ e $z$ , respetivamente
$x_{inf}, x_{total}$	Localização do ponto mais inferior da base e comprimento total do trenó
$x_i$	Valor em percentagem do quociente entre $x_{inf}$ e $x_{total}$
$\alpha_{Fi}, \alpha_{Bi}$	Ângulo de incidência do <i>bumper</i> frontal e traseiro, respetivamente
$Re$	Número de <i>Reynolds</i>
$D_{x_n}, D_{x_{ref}}$	Força de arrasto longitudinal de cada modelo e de referência, respetivamente
$M_{y_n}, M_{y_{ref}}$	Momento de arfagem de cada modelo e de referência, respetivamente



# Capítulo 1

## 1 Introdução

*Bobsleigh* é um desporto de inverno, considerado o antepassado de todos os desportos deslizantes e o equivalente à “Fórmula 1 no gelo” [1]. Esta comparação é feita não só devido às altas velocidades atingidas ao longo da pista, de até cento e cinquenta quilómetros por hora, nem ao facto de a vitória ser decidida por centésimos de segundo, mas sim pela presença e auxílio de diversas equipas do pico do desporto motorizado no desenvolvimento dos materiais de ponta, da geometria e estrutura dos próprios trenós [2] [3].

### 1.1 Motivação

O sucesso nos desportos de inverno, no qual se encontra o *Bobsleigh*, caminham de mãos dadas com a inovação tecnológica. Ao longo do tempo é possível observar equipas que possuíam claramente materiais ou aplicações aerodinâmicas inovadoras, permitindo aos mesmos ganhar uma enorme vantagem sobre a restante competição, Figura 1.1:

- Nas olimpíadas de Nagano, 1998, foram introduzidos os patins *clap*<sup>1</sup> que permitiram aos patinadores holandeses ganhar todos os títulos [4];
- Nas olimpíadas de Pequim, 2022, a equipa Alemã de *Bobsleigh* apresentou uma carenagem no início da abertura do trenó e alcançou os três primeiros lugares na prova 2-man, e os dois primeiros lugares nas provas 2-woman e 4-man [5].

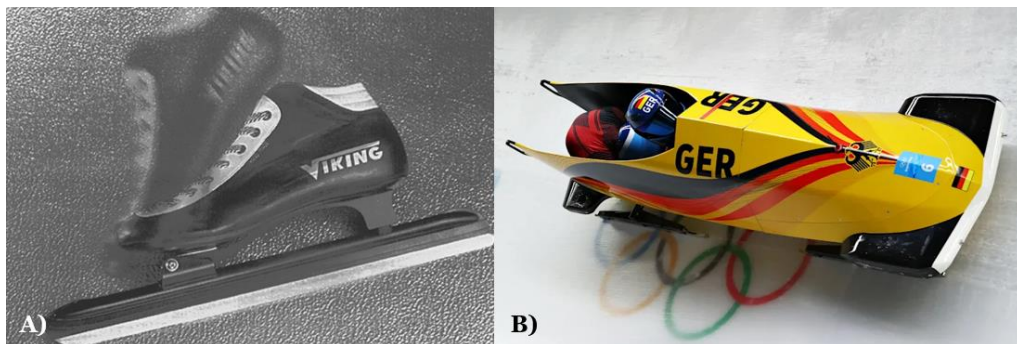


Figura 1.1: A) Patim "clap", 1998, B) Trenó 2-man alemão, 2022 [4] [5]

---

<sup>1</sup> Patins “clap”, revolução do desporto de patinagem através da introdução de patins articulados, 1998

Para ser possível ganhar vantagem sobre os restantes participantes nas provas do desporto analisado nesta dissertação, existem não só diferentes estruturas, mas também diferentes fatores que podem ser analisados [6]:

- **Pista:** diferentes pistas possuem diferentes disposições e condições, podendo alterar o desempenho do trenó;
- **Partida:** depende sobretudo da capacidade física dos atletas;
- **Manobrabilidade:** é necessário seguir as trajetórias ideais para atingir os melhores resultados; depende não só do piloto, mas da estabilidade do trenó, ou seja, distribuição do peso, posição dos patins, etc;
- **Fricção dos Patins:** uma das duas forças que travam o trenó é a fricção dos patins, que é determinada pela força normal do patim sobre o gelo que depende do peso do trenó e das acelerações normais e pelo fator de fricção dinâmico;
- **Arrasto Aerodinâmico:** a segunda força que trava o trenó, vai ser o parâmetro principal a analisar ao longo deste trabalho.

Precedendo este trabalho, e sempre com o objetivo de encontrar soluções que permitem ganhar milésimos de segundo existem já várias considerações e alterações possíveis a realizar nos trenós, que foram analisadas e estudadas seja através de análises computacionais, túneis de vento ou protótipos testados posteriormente em pista, não só no que diz respeito à forma do trenó, mas também à sua geometria interna e aos seus patins.

Dito isto, é possível encontrar artigos sobre o estudo de diferentes geometrias externas do trenó [7], o posicionamento/ângulo dos *bumpers* dianteiros [8], a influência da cavidade que separa o nariz da traseira do trenó [9] e a influência da posição da tripulação [10], que vão servir de base e apoio para várias considerações e escolhas realizadas ao longo deste trabalho.

## 1.2 Objetivos

Esta dissertação tem como objetivo principal a elaboração de uma proposta de um modelo de um trenó *Bobsleigh*, visando como fatores chave a vertente aerodinâmica do mesmo, através da manipulação da sua forma para minimizar ao máximo o arraste produzido por este.

Esta dissertação vai ser desenvolvida tendo em vista a participação portuguesa nos jogos olímpicos de inverno de 2026, na disciplina *2-man*, com um trenó competitivo desenvolvido e construído de raiz, a partir da análise teórica e computacional realizada ao longo deste trabalho, concedendo assim ao mesmo ainda o objetivo de servir como base para o trenó utilizado pela equipa portuguesa na campanha aos jogos de 2026.

## 1.3 Metodologia

De modo a atingir uma geometria para um trenó, respeitando os objetivos propostos para a realização desta dissertação, vai ser aplicado um método que passa pelo estudo de trabalhos existentes que sejam relevantes para o desenvolvimento deste e pela utilização de ferramentas de desenho assistido por computador (*CAD*) que permitem a realização de desenhos de duas ou três dimensões e que permitam realizar análises de fluidos por computador (*CFD*), ou seja analisar o arrasto aerodinâmico dos modelos projetados através da análise do escoamento, pressão em volta do mesmo, etc.

## 1.4 Estrutura do Trabalho

Esta dissertação, contando com o presente capítulo, está dividida em seis capítulos distintos, que apresentam os títulos e retratam os seguintes assuntos:

- **Capítulo 1, Introdução:** breve apresentação ao tema, motivações do mesmo e principais objetivos a alcançar;
- **Capítulo 2, Desporto *Bobsleigh*:** introdução ao desporto em análise, desde a sua história, ao seu objetivo e resultados;
- **Capítulo 3, Estado da Arte:** revisão bibliográfica, na qual serão apresentados o regulamento do *IBSF* e trabalhos relacionados e vantajosos para o desenvolvimento desta dissertação;
- **Capítulo 4, Estudo Paramétrico:** apresentação dos vários modelos desenvolvidos e descrição das várias etapas e técnicas utilizadas para o melhoramento geométrico do modelo *CAD*;
- **Capítulo 5, Resultados:** identificar o modelo do trenó ideal; apresentar e discutir os dados extraídos das análises *CFD* realizadas;
- **Capítulo 6, Conclusão e Trabalhos Futuros:** resumo do que foi realizado e alcançado, dificuldades encontradas e recomendação de possíveis trabalhos futuros.

# Capítulo 2

## 2 Desporto *Bobsleigh*

*Bobsleigh* é um desporto de inverno que consiste na realização de descidas cronometradas em pistas de gelo, com diferentes curvas e zonas retas de aceleração em trenós propulsionados apenas, na fase inicial, pela força dos pilotos e no restante da prova pela força da gravidade.

Cada vez mais, as margens que separam a classificação destas provas são progressivamente menores e dependem sobretudo do peso do trenó, na fricção que os patins sofrem, do arrasto aerodinâmico do trenó na sua totalidade e por último, mas fundamental, da capacidade de os pilotos seguirem a linha de corrida<sup>2</sup> ao máximo [8] [11].

O número de descidas das provas varia consoante o torneio em que estão inseridas, Tabela 2.1, mas em todas elas, o resultado é decidido pelo somatório de todas as corridas e o vencedor é a equipa com o menor tempo total.

Tabela 2.1: Formato das provas existentes [6]

Torneio	Nº Descidas
Campeonato do Mundo	Quatro
Campeonato Europeu	Quatro
Jogos Olímpicos	Quatro
Taça do Mundo	Duas

### 2.1 História

Apesar do trenó existir há diversos séculos como meio de transporte, o desporto nasceu no século XIX, na Suíça, através da adição de um mecanismo de pilotagem a este meio de transporte. Atualmente, as modalidades existentes no desporto olímpico de *Bobsleigh* são apresentadas pela sua origem cronológica de seguida:

- 4-*Man*;
- 2-*Man*;
- 4-*Woman*;
- 2-*Woman*;

---

<sup>2</sup> **Linha de corrida** define o caminho e a velocidade ideais seguido em torno de uma pista de modo a minimizar o tempo que demora a percorrê-la

- *Monobob.*

Como é possível observar no anexo Cronologia Bobsleigh, ao longo do tempo o desporto sofreu diversas alterações seja a nível de organização, regulamentação, modalidades, geometria e materiais utilizados.

Sobretudo, é possível observar toda a evolução e avanços tecnológicos, através do *bobsled*<sup>3</sup> em si. Como já referido, este começou com a junção de um trenó da época e de um mecanismo de pilotagem, como é retratado na Figura 2.1. Posteriormente, estes trenós sofreram melhorias sobretudo na segurança que conferiam aos pilotos, sendo a mais clara o facto de o trenó ter passado a ser fechado na parte frontal [12].

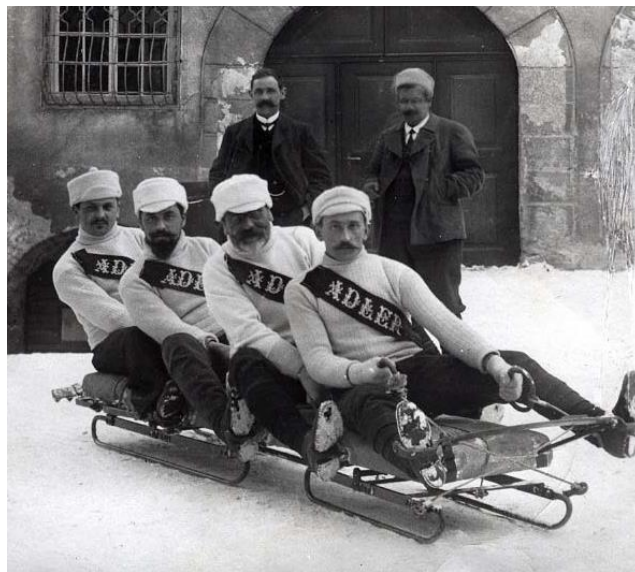


Figura 2.1: Primeiros protótipos de bobsled [6]

Hoje, o *bobsleigh* é um dos desportos de inverno mais rápidos e emocionantes que existem, podem atingir velocidades de ponta de cerca de 150 *km/h* e acelerações 5*G*, ou seja, forças cinco vezes superiores à aceleração gravítica. Isto leva a que cada centésimo poupado é crucial e consequentemente este desporto tem sofrido tamanhas melhorias e revoluções devido ao, cada vez maior, crescimento do desporto e dos orçamentos das equipas, podendo chegar aos quarenta mil euros [6].

As equipas atingem orçamentos desta magnitude uma vez que procuram atingir avanços tecnológicos para além dos já existentes. Apesar de ser uma das variantes do desporto mais reguladas pela Federação Internacional de Bobsleigh e Skeleton, *IBSF*, seja para garantir a

---

<sup>3</sup> **Bobsled** são os trenós utilizados pelos participantes no desporto olímpico, *Bobsleigh*

segurança dos atletas, como para combater estes orçamentos superiores de várias equipas, estas podem sempre personalizar os seus trenós para obterem vantagens em relação aos restantes.

Para isto, as equipas nacionais fazem parcerias com várias entidades, algumas provenientes do desporto motorizado, companhias do ramo aeroespacial (como a equipa norte americana que teve o auxílio da *NASA* e da *NASCAR*, e a equipa do reino unido que conta com o auxílio de equipas da Fórmula 1 e da *BAE*), podem ainda trabalhar com entidades do próprio estado, com ligações a universidades e companhias da mesma nacionalidade (como a equipa alemã que tem as suas melhorias e trenós provenientes de estudos universitários e do fabricante automóvel *BMW*) [3] [13].

## 2.2 Trenó

O trenó *2-man*, vertente em que esta dissertação se concentra, é composto pela fuselagem (*Cowling*), dois *bumpers* frontais e dois traseiros, quatro patins e é propulsionado e pilotado pelo piloto e pelo homem travão, como é possível observar na Figura 2.2.

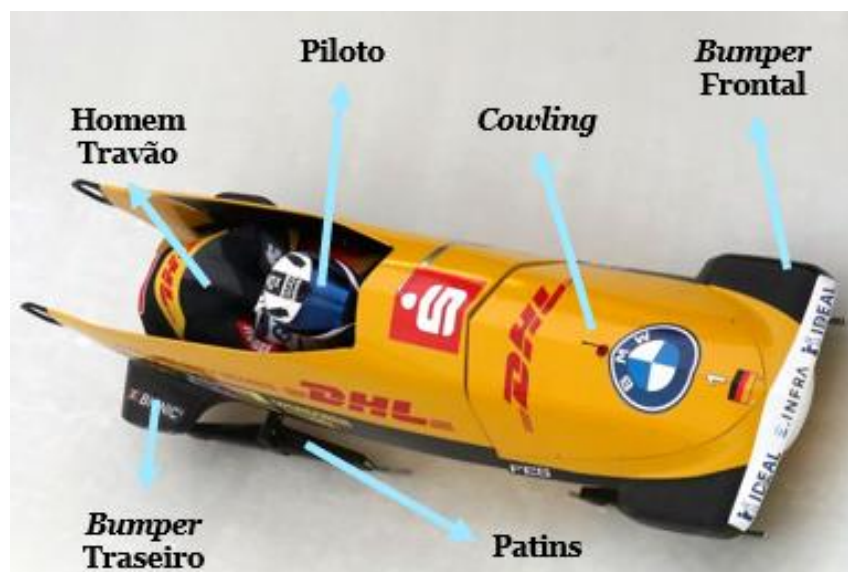


Figura 2.2: Composição de um 2-man bobsled, adaptado de [14]

## 2.3 Cowling

O *cowling*, ou a fuselagem de um *bobsled* é normalmente fabricado de fibra de vidro e aço, para fornecer proteção suficiente aos atletas. É uma estrutura oca e aberta na sua parte traseira de modo a possibilitar aos atletas entrar no trenó [8].

É necessário possuir ainda uma fenda no *cowling*, o que na verdade divide o trenó em duas partes, a frontal e a traseira, capacitando assim ao mesmo de rodar a parte frontal do *cowling* ao entrar e sair das curvas do percurso.

Como referido anteriormente, este aspeto do desporto é regulamentado e restringido pela *IBSF*, fazendo que o trenó tenha de respeitar parâmetros como dimensões ou peso máximo e mínimo.

## 2.4 *Bumpers*

O trenó contém acoplado à sua fuselagem quatro *bumpers*, dois frontais e dois traseiros, que têm como principal objetivo proteger dos impactos do trenó com as paredes do circuito [8]. Os *bumpers* frontais possuem a particularidade de as suas extremidades serem amovíveis para permitir a sua substituição de forma rápida e ágil visto que são a peça que pode sofrer mais desgaste devido aos impactos, Figura 2.3.



Figura 2.3: Parte removível dos bumpers frontais, adaptado de [15]

## 2.5 Pista

Uma competição de bobsleigh é realizada através de várias descidas na pista designada a este acontecimento, como já foi referido, podendo ser duas ou quatro descidas no total, para determinar a classificação da prova. Estas pistas, são à semelhança do trenó, altamente regulamentadas, e é possível encontrar tempos máximos permitidos de exposição a forças centrífugas, sendo que apenas é possível sofrer acelerações de  $5G$  no máximo, apenas por dois segundos e  $4G$  por três segundos [16].

As pistas reconhecidas pela *IBSF* atualmente são dezoito, e estão espalhadas por todo o globo, Figura 2.4. Este conjunto de percursos abrange distâncias desde os setecentos e cinquenta metros (*Bludenz*, Austria) e os mil novecentos e setenta e cinco metros de comprimento (*Yanqing*, China) [17].



Figura 2.4: Dezoito pistas oficiais [17]

É importante salientar que a única pista deste circuito mundial que é completamente natural, ou seja, a única que não necessita de ser congelada artificialmente é a pista construída em *St. Mortiz* (Suíça), localidade onde o desporto nasceu e foi formado o primeiro clube de *Bobsleigh* [18].

## 2.6 Portugal

Portugal não possui uma cultura enraizada no que diz respeito ao desporto *bobsleigh* e as suas participações no pináculo do mesmo, os jogos olímpicos de inverno foram apenas uma. Este momento aconteceu nos jogos de 1988, em *Calgary*, Canadá, e para além da surpresa da presença dos concorrentes portugueses, estes jogos contaram ainda com a participação de países, com climas de altas temperaturas em contraste com o desporto de gelo, como a Jamaica e o México [19].

A comitiva *bobsleigh* portuguesa foi constituída por António Reis, João Pires, João Poupada e Rogério Bernardes. Todos os participantes eram canadianos luso-descendentes, Figura 2.5. Esta comitiva competiu em duas modalidades distintas, na disciplina de 4-man e de 2-man (somente António Reis e João Poupada) e obteve os seguintes resultados:

- **4-man:** vigésimo quinto lugar de vinte e seis participantes;
- **2-man:** trigésimo quarto lugar de trinta e oito participantes.



Figura 2.5: Equipa portuguesa de bobsleigh [19]

Atualmente, a equipa portuguesa integra a federação de desportos de inverno de Portugal (FDI-Portugal) e tem como principal objetivo garantir a participação de Portugal no bobsleigh dos jogos olímpicos de inverno de 2026, em Milão, Itália. Para isso conta com um projeto original para desenvolver um trenó único e personalizado aos seus atletas, que é intitulado de Bobteam Portugal e consiste numa equipa de várias instituições de diferentes carizes (Figura 2.6), desde instituições desportivas como a FDI-Portugal, académicas, UBI (Universidade da Beira Interior), fabricantes de material como Märkö (fabricante de capacetes, etc) [20] e é a partir desta junção de forças que surge esta dissertação de mestrado.



Figura 2.6: Entidades constituintes da Bobteam Portugal [20]

# Capítulo 3

## 3 Fundamentos

Neste capítulo, vão ser enumerados todos os conceitos/limitações que esta dissertação tem de respeitar e seguir para ser realizada com o máximo de veracidade científica e para poder servir de base para futuras investigações e aplicações físicas.

### 3.1 Regulamento IBSF

A entidade que regula o desporto Bobsleigh desenvolveu e atualiza periodicamente um regulamento que obriga as equipas que têm como objetivo participar nas suas competições oficiais (como os jogos olímpicos) a seguir diversos parâmetros que englobam fatores desde o peso do trenó e dos pilotos, à geometria do mesmo e aos materiais que é possível utilizar.

Com isto, vão ser apresentados os parâmetros que foram necessários respeitar, uma vez que o objetivo desta dissertação de mestrado é a proposta de uma geometria de um trenó para participar nos jogos olímpicos de inverno.

#### 3.1.1 Massa

Neste regulamento estão definidos as massas mínima (trenó incluindo os patins e excluindo os pilotos, Tabela 3.1) e máxima (trenó, patins, pilotos e outros equipamentos Tabela 3.2) que limitam os trenós de todas as categorias de forma a uniformizar a competição o máximo possível sem destruir o carisma de inovação e engenharia das diferentes equipas para ganhar vantagem sobre as restantes. Estão realçadas as massas máxima e mínima que vão ter impacto nesta dissertação, ou seja, os que limitam a categoria 2-man.

Tabela 3.1: Valores para a massa mínima [21]

Massa Mínima	
<i>2-man</i>	170 kg
<i>4-man</i>	210 kg
<i>monobob</i>	163 kg
<i>2-woman</i>	170 kg

Tabela 3.2: Valores para a massa máxima [21]

<b>Massa Máxima</b>	
<i>2-man</i>	390 kg
<i>4-man</i>	630 kg
<i>monobob</i>	248 kg
<i>2-woman</i>	330 kg

### 3.1.2 Dimensões

O regulamento, para além de uma descrição em forma de texto, contém figuras com os valores nominais, mínimos ou máximos das distâncias ou tamanhos das diferentes geometrias que formam o trenó. A primeira destas representações é a Figura 3.1 A), que consiste numa vista lateral de todo o *bobsleigh*:

- **Cowling**
  - A distância entre os eixos;
  - A distância entre o eixo frontal e a ponta do nariz do trenó;
  - A distância entre o eixo traseiro e a extremidade final do *bumper* traseiro;
  - A localização da largura mínima de 650 mm;
  - A localização da largura mínima de 580 mm e máxima de 650 mm;
  - A altura mínima e máxima do trenó;
  - A altura que o trenó pode estar do chão.
  
- **Bumper Frontal**
  - A localização do *bumper* a partir do eixo frontal;
  - O comprimento mínimo do *bumper*;
  - A espessura mínima do *bumper*;
  - A altura mínima e máxima do *bumper*.
  
- **Bumper Traseiro**
  - A localização mínima e máxima do *bumper* a partir do eixo traseiro;
  - O comprimento mínimo do *bumper*;
  - A espessura mínima do *bumper*;
  - A altura máxima do *bumper*.

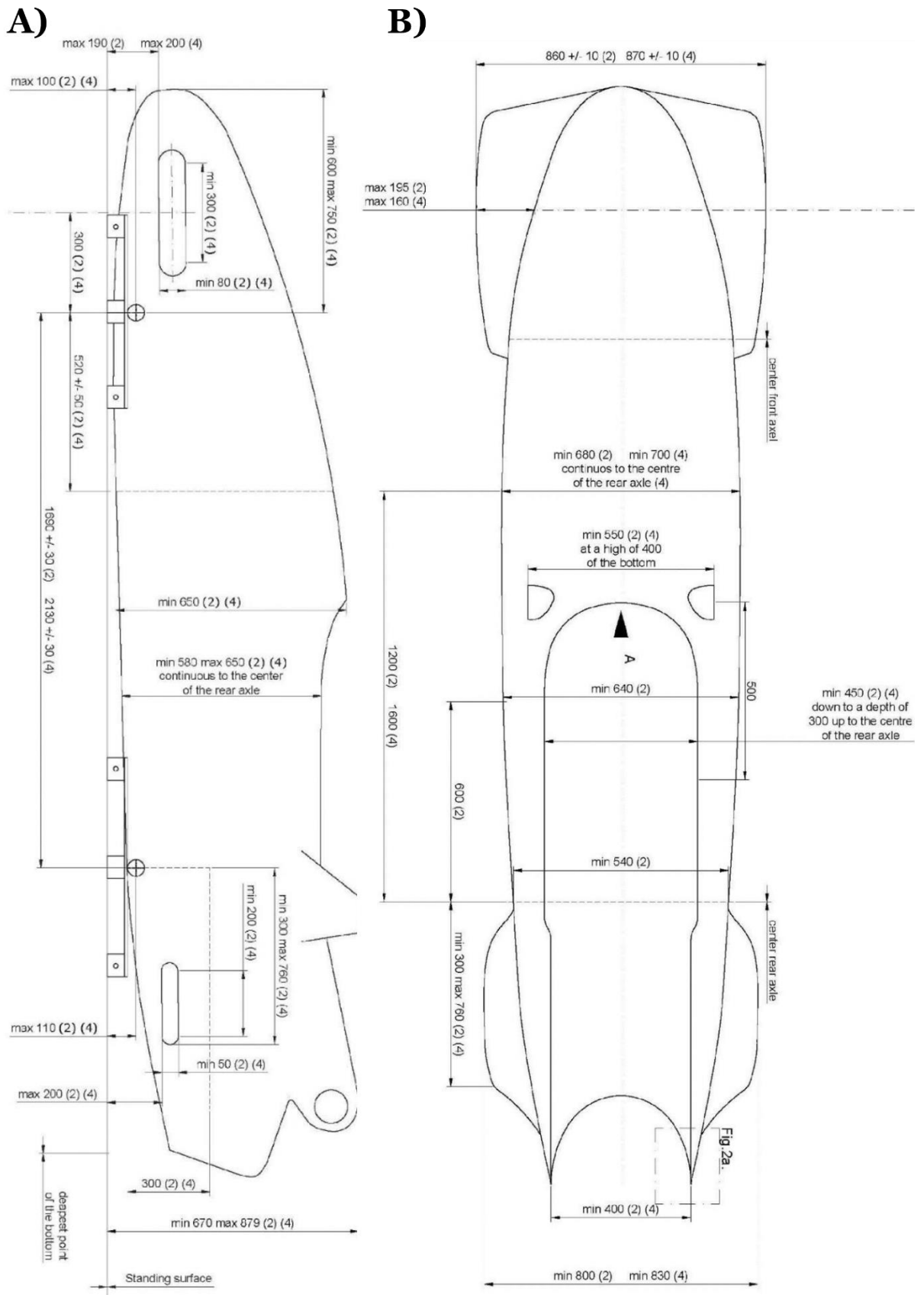


Figura 3.1: Vista A) lateral e B) superior cotada (mm) do trenó [21]

A Figura 3.1 B) consiste numa vista de cima do trenó, que contém as seguintes informações que foram aplicadas no design do trenó:

- **Cowling**

- O intervalo de valores da largura frontal, incluindo os *bumpers* frontais;
- A localização da largura mínima de 680 mm em relação ao eixo traseiro;
- A localização da largura mínima de 640 mm em relação ao eixo traseiro;
- A largura mínima de 540 mm do eixo traseiro;
- A largura mínima da traseira, incluindo os *bumpers* traseiros.

- **Bumper Frontal**

- A largura máxima do *bumper* a partir do *cowling* no local mais largo do *bumper* em relação ao eixo de simetria longitudinal do trenó.

- **Bumper Traseiro**

- A distância mínima de 300 mm e máxima de 760 mm do final do *bumper* ao eixo traseiro.

Na Figura 3.2, na vista frontal, apenas está representada a parte frontal do *cowling*, mais em concreto o nariz e o *bumper* frontal, e foram utilizados no design os valores do tamanho que a secção frontal do *bumper* tem de respeitar, na parte superior tem de ter um vértice arredondado de raio mínimo 35 mm e na parte inferior a mesma situação, mas de raio mínimo 10 mm e os raios destes vértices distanciados por no mínimo 35 mm.

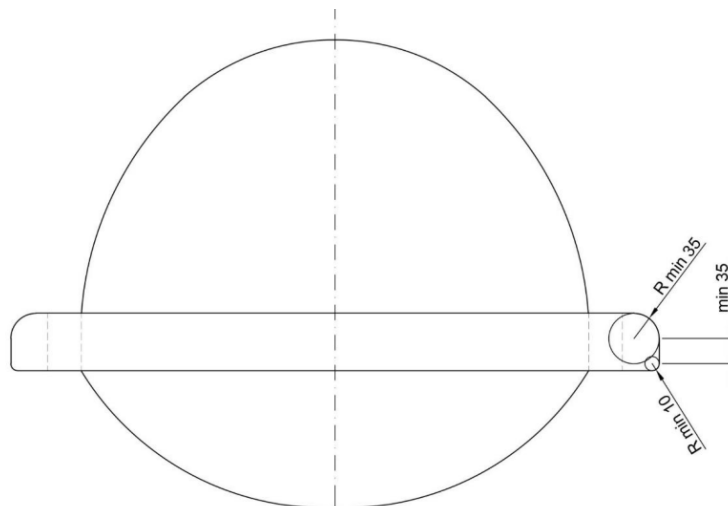


Figura 3.2: Vista frontal cotada (mm) do trenó [21]

## 3.2 Fluido e Escoamento

No estudo do escoamento dos fluidos, é de salientar a obra e vida de três personalidades, *Claude-Louis Navier* (1785-1836), *George Gabriel Stokes* (1819-1903), *Osborne Reynolds* (1842-1912) que revolucionaram o estudo da dinâmica dos fluidos, que mais à frente vão ser enumeradas e explicadas as equações que descrevem a forma com a velocidade, a pressão, a temperatura e a massa volúmica de um fluido em movimento estão relacionadas e que são a base das análises e simulações realizadas pelos *softwares* de *CFD* [22].

### 3.2.1 Mecânica dos Fluidos

A mecânica dos fluidos é baseada nos seguintes cinco princípios da física [23]:

1. Conservação de massa
2. Conservação dos momentos lineares
3. Conservação dos momentos angulares
4. Conservação de energia
5. Segunda Lei da termodinâmica

Os primeiros quatro princípios governam o comportamento da matéria, ou seja, se é um sólido ou um fluido e neste caso concreto, o que se procura estudar é o caso dos fluidos e se for possível prever este comportamento é possível desenhar, construir e planejar o uso dos fluidos em motores, aviões, barcos, etc. Um fluido como um óleo ou vapor contém energia interna. Se realmente for possível prever o comportamento destes fluidos, é possível transferir essa energia de um local para outro ou convertê-la através de combustão e reações de impacto, como por exemplo.

O estudo dos fluidos e da sua mecânica, subdivide-se na forma de raiz dependendo da característica do fluido em análise, ou seja, divide-se em fluidos estáticos e dinâmicos, que por sua vez podem ser escoamentos incompressíveis ou compressíveis, dividindo-se posteriormente em reais ou ideais. No caso dos reais, estes por sua vez podem ser considerados laminares ou turbulentos. Este processo é necessário para definir qual o tipo de escoamento que um fluido possui [23].

#### 3.2.1.1 Tipos de Escoamento

Como referido anteriormente, existem vários tipos de escoamento, Figura 3.3, e de forma a obter resultados fidedignos numa análise e simulação de um escoamento é necessário definir da forma mais precisa possível qual o que está a ser analisado.

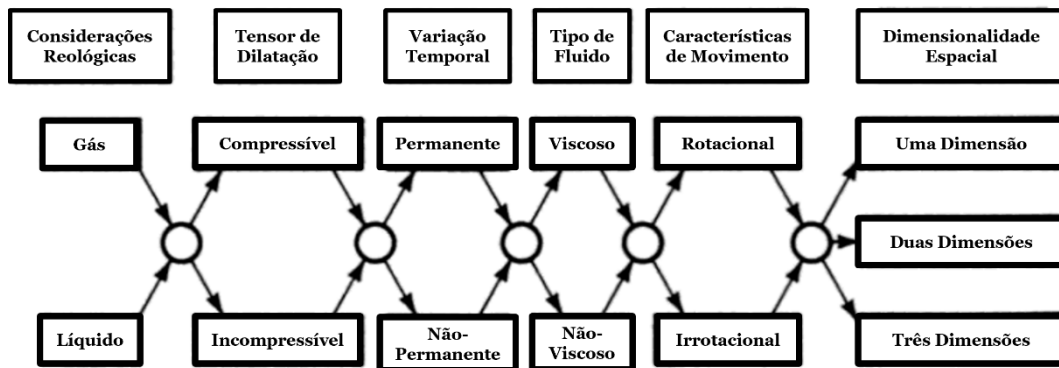


Figura 3.3: Tipos de escoamento dos fluidos, adaptado de [23]

Resumidamente, os escoamentos que podem existir são:

- **Gás ou Líquido**

Ao contrário dos gases, os líquidos são agregados compactados de moléculas, isto leva a que os líquidos sejam muito mais densos do que os gases correspondentes e, por conseguinte, possuam um volume definido. As forças intermoleculares são ainda muito mais fortes nos líquidos do que nos gases e as moléculas de ambos os estados têm energias cinéticas semelhantes [24].

- **Compressível ou Incompressível**

Na realidade todos os escoamentos são compressíveis, a diferença é que nos considerados incompressíveis, a variação da massa volúmica é tão reduzida que se for considerada constante, não vai fazer diferença na solução final da análise [25].

- **Permanente/Estacionário ou Não-Permanente**

Estes escoamentos dividem-se visto que o estacionário tem a peculiaridade de a sua velocidade e pressão serem constantes ao longo do tempo, enquanto no não-permanente as grandezas descritas anteriormente variam com o tempo [26].

- **Viscoso ou Não-Viscoso**

Um escoamento viscoso ocorre quando os efeitos da viscosidade do fluido são equilibrados pelos efeitos resultantes da inércia do fluido, das forças do corpo e/ou dos gradientes de pressão [27].

- **Rotacional e Não-Rotacional**

Consiste no facto do escoamento do fluido na sua extensão rodar em relação ao seu próprio eixo ou se mover em qualquer direção em qualquer instante [28].

- **Uma, Duas ou Três Dimensões**

Propriedade definida pelo facto das grandezas como velocidade, massa volúmica e pressão variarem em uma, duas ou três direções [23].

- **Laminar ou Turbulento**

No escoamento laminar as partículas de fluido movem-se em trajectórias ou linhas de fluxo definidas e paralelas, e a velocidade e a pressão são constantes num determinado ponto no espaço e no tempo e contém as linhas do escoamento paralelas umas às outras. No escoamento turbulento, a velocidade, a pressão e o movimento das partículas do fluido variam em padrões irregulares, como é possível observar na Figura 3.4 [29].

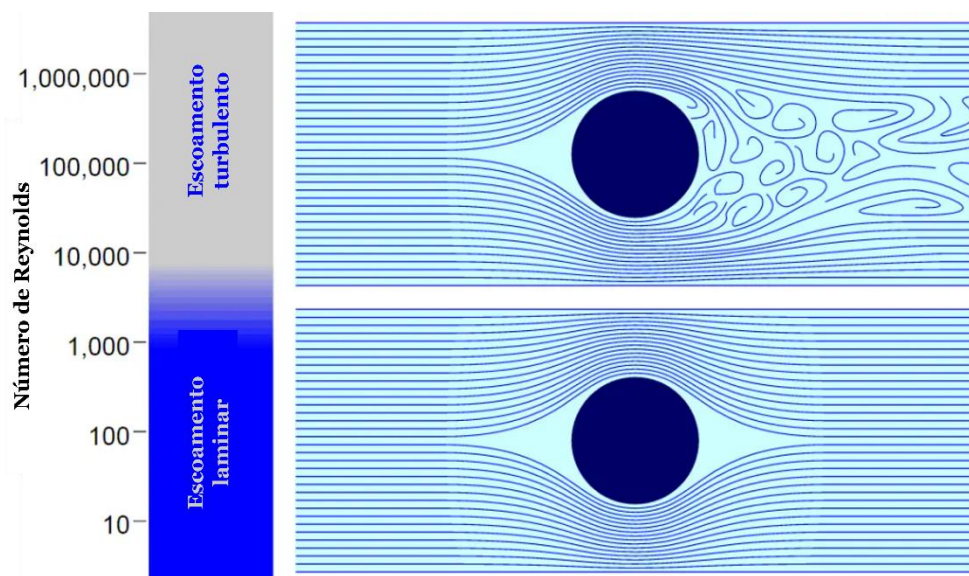


Figura 3.4: Representação de escoamento laminar e turbulento, adaptado de [30]

Esta diferenciação dos escoamentos pode ainda ser definida através do número de Reynolds,  $Re$ , constante adimensional que relaciona as forças de inércia e viscosas de um escoamento. Um número de Reynolds muito baixo indica um movimento essencialmente viscoso onde os efeitos de inércia são desprezíveis e um número de Reynolds elevado é típico de escoamentos dominados pelas forças de inércia [31]. Além disso, estes escoamentos a elevado número de Reynolds decorrem frequentemente em regime turbulento onde apresentam uma variação lenta no tempo médio, mas que por sua vez possui fortes flutuações aleatórias de alta frequência e é calculada através da equação:

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  é a massa volúmica do fluido,  $kg/m^3$ ;  $U$  é a velocidade do fluido,  $m/s$ ;  $L$  é o comprimento da área longitudinal do objeto que fluido engloba,  $m$ ;  $\mu$  é a viscosidade dinâmica do fluido,  $m/s^2$ .

Através da Equação 3.1, é possível determinar se o escoamento é laminar,  $Re < 2000$  ou se é turbulento,  $Re > 4000$ . Para os valores  $2000 < Re < 4000$ , o escoamento está na sua fase de transição entre os dois tipos de escoamentos definidos [31].

### 3.2.2 Aplicação

Nesta dissertação, o escoamento que foi definido para as simulações realizadas consistiu num escoamento gasoso (sendo que o fluido foi o ar), incompressível, não-permanente, viscoso, rotacional, turbulento e em três dimensões.

## 3.3 Dinâmica de Fluidos Computacional, *CFD*

Nesta dissertação, para estudar a dinâmica dos fluidos, vai ser utilizada a ferramenta computacional *Ansys*, que irá realizar todas as simulações aerodinâmicas apresentadas neste capítulo de forma a extrair toda a informação necessária para o desenvolvimento deste projeto.

### 3.3.1 O que é?

*CFD* é um método teórico de investigação científica e engenharia, que se concentra no desenvolvimento e aplicação de uma ferramenta computacional que é utilizada para realizar análises unificadas, baseadas em causas e efeitos, de problemas como por exemplo de dinâmica dos fluidos e transferência de calor e massa. Estes softwares funcionam através de vários modelos de turbulência existentes, apoiando-se sobretudo nas equações de *Navier-Stokes* e em múltiplas variações que foram criadas e desenvolvidas das mesmas.

Estas ferramentas computacionais permitem ao utilizador desenvolver e construir um objeto de estudo e um volume de análise. Em seguida o *software* aplica as equações algébricas que regem a simulação *CFD*, formuladas a partir das leis de conservação de massa, momento e energia e condições iniciais e de fronteira correspondentes ao projeto. O estudo de *CFD* envolve a análise dos resultados da dinâmica de fluidos e de transferência de calor, obtidos a partir das simulações computorizadas do sistema virtual que está sujeito a determinados parâmetros. A informação sobre a dinâmica dos fluidos é dividida em dois tipos: científica e de engenharia [32]:

- **Científica:** corresponde a uma estrutura do escoamento de calor e fluido, devido a um fenómeno físico, como a camada limite, a separação do escoamento e a formação de esteira, isto é obtido a partir de uma variação temporal das propriedades do escoamento como a velocidade, a pressão e a temperatura;
- **Engenharia:** corresponde à força de sustentação, arrasto, tensão de corte na parede, queda de pressão e a taxa de transferência de calor. Estes são intitulados de “parâmetros de engenharia”. Estes parâmetros são os efeitos causados pelas estruturas de escoamento - a sua correlação conduz ao estudo unificado de causa e efeito.

### 3.3.2 Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS

À semelhança de Shim et al ([8]) e Kim et al ([33]) nas análises e simulações aerodinâmicas desta dissertação foram utilizadas, para simular um escoamento turbulento as equações de Reynolds-Averaged Navier-Stokes, RANS, que vão ser enunciadas e explicadas neste capítulo. As equações RANS são uma tentativa de conceber equações diferenciais para calcular escoamentos turbulentos, baseadas em aproximações das equações de Navier-Stokes. Para ser mais fácil de perceber estas afirmações vai ser realizada uma síntese histórica para estabelecer uma linha temporal de como as equações que hoje são os fundamentos do CFD surgiram.

#### 3.3.2.1 Síntese Histórica

- Osborne Reynolds [34] introduziu a decomposição de Reynolds e o cálculo da média das equações de Navier-Stokes;
- Para chegar a uma conclusão algébrica, é então proposto o conceito de viscosidade de *eddy* para a modelação das tensões de Reynolds [35];
- O primeiro cálculo bem-sucedido de um escoamento turbulento prático é conseguido na década de 1920 por Prandtl [36], que introduziu o conceito de *mixing length* para a determinação da viscosidade de *eddy*.
- von Kármán [37] [38] contribuiu também para a abordagem *mixing length*, que continuou a ser um campo de investigação ativo até à década de 1920, sendo que nessa altura, tornou-se claro que este conceito não era realista, que era uma analogia direta entre o processo turbulento e o processo de processos de transporte molecular;
- As equações de transporte para momentos pontuais do campo de velocidades começaram então a ser utilizadas para obter equações modeladas para as escalas de comprimento e tempo das flutuações de velocidade, e Kolmogorov é provavelmente o primeiro a sugerir o uso de duas equações de transporte distintas como um conjunto mínimo de expressões para modelar a turbulência;
- Prandtl [39] associou a viscosidade *eddy* à energia cinética turbulenta através do desenvolvimento de uma equação de transporte separada, abrindo caminho para os modelos de uma equação, onde a escala de comprimento da turbulência é definida empiricamente e a turbulência é definida empiricamente e a energia cinética turbulenta é obtida a partir de uma equação de transporte específica.
- Os modelos de duas equações são os mais utilizados e consistem nas equações de transporte para a energia cinética turbulenta e para a taxa de dissipação de energia.
- As conclusões dos modelos de turbulência acima referidos baseavam-se no conceito de viscosidade de *eddy* [35], e por isso sofriam dos inconvenientes dos modelos de viscosidade *eddy*, nomeadamente, a incapacidade de considerar corretamente as curvaturas das linhas do escoamento, as forças do corpo e os efeitos nos componentes individuais das tensões de Reynolds;

- Rotta [40] deu uma contribuição fundamental para as conclusões completas dos modelos de turbulência, conseguindo efetivamente concluir a equação de transporte de Reynolds e introduzir os modelos de segunda ordem. Os modelos baseados na equação de transporte das tensões de Reynolds são geralmente capazes de ter em conta os efeitos nos componentes individuais das tensões de Reynolds.

### 3.3.2.2 Equações

No cálculo da média de *Reynolds*, as variáveis de solução nas equações instantâneas de *Navier-Stokes* são decompostas nas componentes médias (média do conjunto ou média temporal) e flutuantes. Para as componentes da velocidade [41]:

$$\mathbf{u}_i = \bar{u}_i u'_i \quad (3.2)$$

onde  $\bar{u}_i$  e  $u'_i$  são as componentes médias e flutuantes da velocidade ( $i = 1,2,3$ ).

Da mesma forma, a pressão e as restantes quantidades escalares são calculadas por (sendo que  $\varphi$  representa uma quantidade escalar, seja pressão, energia ou concentrações) [41]:

$$\varphi_i = \bar{\varphi}_i \varphi'_i \quad (3.3)$$

Substituindo as expressões para as variáveis de fluxo nas equações instantâneas da continuidade e do momento e considerando uma média (ou de conjunto) temporal (e deixando de lado a barra sobre a velocidade média,  $\bar{u}_i$ ) obtém-se as equações de quantidade de movimento médias do conjunto. Elas podem ser escritas em forma de tensor cartesiano como [41]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.5)$$

onde,  $\delta$  é a espessura da camada limite.

A Equação 3.4 e a Equação 3.5 são denominadas equações de *Navier-Stokes* com média de *Reynolds* (*RANS*). Elas têm a mesma forma geral das equações instantâneas de *Navier-Stokes*, mas com as velocidades e as restantes variáveis da solução representadas agora em valores médios do conjunto (ou médios no tempo). Aparecem também, ao contrário das instantâneas, agora termos adicionais que representam os efeitos da turbulência. Estas tensões de Reynolds,  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ , devem ser modeladas para concluir a Equação 3.5.

### 3.3.3 Modelos de Turbulência

De forma a resolver estas equações *RANS* podem ser utilizadas várias técnicas e grandezas que resultam em resultados distintos no que toca à simulação *CFD*. Os mais utilizados mundialmente são os modelos  $k - \varepsilon$  e  $k - \omega$ , sendo  $k$  a energia cinética turbulenta,  $\varepsilon$  a taxa de dissipação escalar da energia cinética turbulenta e  $\omega$  a taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta.

O modelo  $k - \varepsilon$  obtém resultados mais precisos quando aplicado a escoamentos livres ou afastados das paredes do volume de análise, uma vez que junto às paredes das camadas limites não ocorre uma produção de  $\varepsilon$  suficiente sendo que é uma zona de escoamento com gradientes de pressão adversos [42]. O modelo  $k - \omega$  por sua vez, como referido anteriormente tem um comportamento superior junto às paredes limites, mas nas zonas de escoamento livre, a baixa dissipação de energia cinética diminui a influência das condições de contorno, ou seja, os valores adotados para  $\omega$  na corrente livre [43].

Nesta dissertação adotou-se o modelo  $k - \omega$ , não o modelo *standard*, mas sim o modelo Shear-Stress Transport (*SST*)  $k - \omega$  que contem modificações, que procuram mitigar os aspetos negativos provenientes de análises com o modelo original. O modelo *SST*  $k - \omega$  é formado através da evolução do modelo original e do que o sucedeu, o modelo *baseline* (*BSL*), e apesar de terem formas similares, eles diferem nos seguintes aspetos:

- Os modelos *BSL* e *SST*, em contraste com o original, têm a capacidade de alterar gradualmente do modelo *standard*  $k - \omega$  na região da camada limite para uma versão de número de Reynolds elevado do modelo  $k - \varepsilon$  na parte externa da camada limite;
- Exclusiva ao modelo *SST*, a capacidade de formular a viscosidade turbulenta modificada para ter em conta os efeitos de transporte da tensão de corte turbulenta principal.

#### 3.3.3.1 Modelo *standard* $k - \omega$

O modelo *standard*  $k - \omega$  do *Ansys* é baseado em um modelo proposto por Wilcox [44], que incorpora modificações para efeitos de baixo número de Reynolds, compressibilidade, e difusividade do fluxo de cisalhamento. Um dos pontos fracos deste modelo é a sensibilidade das soluções, especialmente no que se refere a valores de  $k$  e  $\omega$  fora da camada limite (sensibilidade de fluxo livre). Este é um modelo empírico baseado em equações de transporte de modelos para a energia cinética da turbulência ( $k$ ) e a taxa de dissipação específica ( $\omega$ ), esta última também pode ser considerada como a taxa de  $\varepsilon$  para  $k$ .

- **Equações de Transporte**

A energia cinética da turbulência,  $k$ , e a taxa de dissipação específica,  $\omega$ , são obtidas a partir das seguintes equações de transporte [45]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k + G_b \quad (3.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + S_\omega + G_{b\omega} \quad (3.7)$$

onde  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam respetivamente, a difusividade efetiva de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência;  $G_k$  representa a produção de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média;  $G_\omega$  representa a produção de  $\omega$ ;  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência;  $S_k$  e  $S_\omega$  são termos originais definidos pelo utilizador;  $G_b$  e  $G_{b\omega}$  são termos que têm em consideração a flutuabilidade da turbulência.

- **Difusividade Efetiva**

As difusividades efetivas para o modelo  $k - \omega$  são obtidas através de [45]:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3.8)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3.9)$$

onde  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  são os números de *Prandtl*<sup>4</sup> para  $k$  e para  $\omega$ , respetivamente;  $\mu_t$  é a viscosidade dinâmica turbulenta e é calculada pela equação [45]:

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.10)$$

onde  $\alpha^*$  é um coeficiente que suaviza a viscosidade turbulenta, servindo como uma correção para  $Re$  baixos, mas, uma vez que para as velocidades de escoamento que vão ser analisadas (4.1 **Implementação**), os  $Re$  são altos<sup>5</sup>, sempre superiores a  $10^5$ , a constante  $\alpha^* = \alpha_\infty^* = 1$ .

- **Produção de Energia Cinética Turbulenta**

O termo  $G_k$ , através da equação exata de transporte de  $k$ , pode ser calculado por [45]:

$$G_k = -\rho \overline{u_i' u_j'} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (3.11)$$

---

<sup>4</sup> O número de *Prandtl* é um número adimensional, e tem o nome do seu inventor, *Ludwig Prandtl*, que também identificou a camada limite. O número de *Prandtl* é definido como a razão entre a viscosidade cinética e a difusividade térmica.

<sup>5</sup> São considerados  $Re$  altos, quando superiores a  $10^5$  [46]

De modo a ser possível avaliar o termo  $G_k$ , de forma consistente com a hipótese de *Boussinesq*<sup>6</sup> [45]:

$$\mathbf{G}_k = \mu_t S^2 \quad (3.12)$$

onde  $S$  é o módulo do tensor da taxa média de deformação e é obtido através da taxa de deformação média [45]:

$$S \equiv \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (3.13)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.14)$$

- **Produção de  $\omega$**

Como já evidenciado a produção de  $\omega$  é representada por  $G_\omega$  e através de [45]:

$$\mathbf{G}_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (3.15)$$

onde  $\alpha$ , para  $Re$  elevados é uma constante com o valor  $\alpha = \alpha_\infty = 0,52$ .

- **Dissipação de  $k$**

A dissipação de  $k$  é representada por  $Y_k$  e calculada por [45]:

$$Y_k = \rho \beta^* f_{\beta^*} k \omega \quad (3.16)$$

onde,

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & x_k \leq 0 \\ \frac{1+680x_k^2}{1+400x_k^2} & x_k > 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

$$x_k = \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.18)$$

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)] \quad (3.19)$$

---

<sup>6</sup> A hipótese/conjetura de 1877 de *Boussinesq* é que as flutuações turbulentas têm um efeito dissipativo no escoamento médio. A hipótese da viscosidade de *eddy* é que este efeito dissipativo pode ser modelado por um termo de viscosidade turbulenta.

onde  $\zeta^*$  é uma constante de valor 1,5, para  $Re$  altos;  $\beta_i^* = \beta_\infty^* = 0,09$  e  $F(M_t)$  é a função de compressibilidade, evidenciada nos próximos capítulos.

- **Dissipação de  $\omega$**

A dissipação de  $\omega$  é representada por  $Y_\omega$  e calculada por [45]:

$$Y_\omega = \rho \beta f_\beta \omega^2 \quad (3.20)$$

onde,

$$f_\beta = \frac{1 + 70x_\omega}{1 + 80x_\omega} \quad (3.21)$$

$$x_\omega = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_\infty^*\omega)^3} \right| \quad (3.22)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.23)$$

$$\beta = \beta_i \left[ 1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right] \quad (3.24)$$

onde  $\beta_i$  é uma constante de valor 0,072.

- **Efeitos da Compressibilidade**

A função de compressibilidade apresentada anteriormente é definida por [45]:

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0} \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0} \end{cases} \quad (3.25)$$

onde,

$$M_{t0}^2 \equiv \frac{2k}{a^2} \quad (3.26)$$

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (3.27)$$

onde  $M_{t0}$  é uma constante de valor 0,25.

### 3.3.3.2 Modelo *Baseline (BSL)* $k - \omega$

O principal problema do modelo  $k - \omega$  de *Wilcox* é a forte sensibilidade às condições de fluxo livre. O modelo de *BSL*  $k - \omega$  foi desenvolvido por *Menter* [47] para combinar efetivamente a formulação robusta e precisa do modelo  $k - \omega$  na região próxima da parede com a independência da corrente livre do modelo  $k - \varepsilon$  no campo distante.

O modelo *BSL*  $k - \omega$  é semelhante ao modelo  $k - \omega$  *standard*, mas inclui os seguintes refinamentos [48]:

- O modelo  $k - \omega$  *standard* e o modelo  $k - \varepsilon$  transformado são ambos multiplicados por uma função de mistura e ambos os modelos são adicionados. A função de mistura é projetada para ser igual a 1 na região próxima da parede, que ativa o modelo  $k - \omega$  *standard*, e 0 longe da superfície, o que ativa o modelo  $-\varepsilon$  transformado;
- O modelo *BSL* incorpora um termo derivado de difusão cruzada amortecida na equação de  $\omega$ ;
- As constantes de modelação são diferentes.

- **Equações de Transporte**

As equações de transporte do modelo *BSL* são praticamente iguais, sendo que a de  $k$ , Equação 3.28 se mantém a mesma, e a de  $\omega$  altera uma vez que conta agora com um termo de difusão cruzada,  $D_\omega$  [48]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k + S_k + G_b \quad (3.28)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega + G_{b\omega} \quad (3.29)$$

À semelhança das equações de transporte, também algumas grandezas são calculadas da mesma forma. As que diferem e que vão ser apresentadas no decorrer deste subcapítulo são  $\Gamma_k$ ,  $\Gamma_\omega$ ,  $G_\omega$ ,  $Y_k$ ,  $Y_\omega$  e o novo termo  $D_\omega$ .

- **Difusividade Efetiva**

As difusividades efetivas para o modelo  $k - \omega$  são obtidas através das mesmas equações que o modelo *standard*, mas com a particularidade de nos números de *Prandtl* estar introduzida a função de mistura,  $F_1$  [48]:

$$\sigma_k = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{k,1}} + \frac{(1-F_1)}{\sigma_{k,2}}} \quad (3.30)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{\frac{F_1}{\sigma_{\omega,1}} + \frac{(1-F_1)}{\sigma_{\omega,2}}} \quad (3.31)$$

onde a função  $F_1$  é definida por [48]:

$$F_1 = \tanh(\Phi_1^4) \quad (3.32)$$

$$\Phi_1 = \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y^*}, \frac{500\mu}{\rho y^{*2}\omega} \right), \frac{4\rho k}{\sigma_{\omega,2} D_\omega^+ y^{*2}} \right] \quad (3.33)$$

$$D_\omega^+ = \max \left( 2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega,2}} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-10} \right) \quad (3.34)$$

onde  $y^*$  é a distância até à superfície mais próxima e  $D_\omega^+$  a porção positiva do termo de difusão cruzada, explica adiante. As seguintes constantes têm estes valores em todos os cálculos,  $\sigma_{k,1} = 2,0$ ,  $\sigma_{\omega,1} = 2,0$ ,  $\sigma_{k,2} = 1,0$  e  $\sigma_{\omega,2} = 1,168$ .

- **Produção de  $\omega$**

Como já evidenciado a produção de  $\omega$  é representada por  $G_\omega$  e através de [48]:

$$G_\omega = \frac{\alpha\alpha^*}{\nu_t} G_k \quad (3.35)$$

uma vez que no modelo *BSL*  $\alpha$ , para  $Re$  elevados é, à semelhança do *standard*,  $\alpha = \alpha_\infty$ , mas já não é uma constante, e pode ser definido por [48]:

$$\alpha_\infty = F_1\alpha_{\infty,1} + (1 - F_1)\alpha_{\infty,2} \quad (3.36)$$

onde,

$$\alpha_{\infty,1} = \frac{\beta_{i,1}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (3.37)$$

$$\alpha_{\infty,2} = \frac{\beta_{i,2}}{\beta_\infty^*} - \frac{\kappa^2}{\sigma_{\omega,2}\sqrt{\beta_\infty^*}} \quad (3.38)$$

onde  $\kappa$  é uma constante de valor 0,41.

- **Dissipação de  $k$**

A dissipação de  $k$  é calculada pela mesma equação que o modelo *standard*, com a diferença de que no modelo *BSL* ao termo  $f_{\beta^*}$  tem o valor de 1 transformando a equação em [48]:

$$Y_k = \rho \beta^* k \omega \quad (3.39)$$

- **Dissipação de  $\omega$**

A dissipação de  $\omega$  é representada na mesma forma que o modelo *standard*, mas à semelhança da dissipação de  $k$ , o termo  $f_{\beta}$  tem o valor de 1, transformando a equação em [48]:

$$Y_{\omega} = \rho \beta \omega^2 \quad (3.40)$$

O termo  $\beta_i$  deixa também de ser uma constante, sendo definido por [48]:

$$\beta_i = F_1 \beta_{i,1} + (1 - F_1) \beta_{i,2} \quad (3.41)$$

- **Difusão Cruzada**

O modelo *BSL*  $k - \omega$  baseia-se nos modelos  $k - \omega$  e  $k - \varepsilon$  *standard*. Para combinar estes dois modelos, o modelo  $k - \varepsilon$  *standard* foi transformado em equações com base em  $k$  e  $\omega$ , o que leva à introdução de um termo de difusão cruzada definido por [48]:

$$D_{\omega} = 2(1 - F_1) \rho \frac{1}{\omega \sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (3.42)$$

### 3.3.3.3 Modelo *Shear-Stress Transport (SST)* $k - \omega$

O modelo *SST* inclui todos os refinamentos do modelo *BSL* e, além disso, considera o transporte da tensão de corte da turbulência na definição da viscosidade turbulenta. Estas características tornam o modelo *SST* [43] mais preciso e confiável para uma classe vasta de escoamentos (por exemplo, escoamentos com gradientes de pressão adversos, aerofólios, ondas de choque transônicas) do que os modelos *standard* e *BSL*.

- **Viscosidade Turbulenta**

O modelo *BSL* descrito anteriormente combina as vantagens do modelo *Wilcox* e do modelo  $k - \varepsilon$ , mas continua a não prever corretamente o início e a quantidade de separação do escoamento em superfícies lisas. A principal razão é que ambos os modelos não têm em conta o transporte da tensão de cisalhamento turbulenta. Isto resulta numa sobre previsão da viscosidade *eddy*. O

comportamento correto do transporte, pode ser obtido através de um limitador para a formulação da viscosidade *eddy* [49]:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^* a_1 \omega}\right]} \quad (3.43)$$

onde,

$$F_2 = \tanh(\Phi_2^2) \quad (3.44)$$

$$\Phi_2 = \max\left[2\left(\frac{\sqrt{k}}{0,09\omega y^*}, \frac{500\mu}{\rho y^{*2}\omega}\right)\right] \quad (3.45)$$

onde  $y^*$  é a distância até à superfície mais próxima e à exceção das constantes apresentadas a seguir, todas as constantes e termos são calculados da mesma forma do que os modelos anteriormente apresentados.

Constantes do modelo SST:  $\sigma_{k,1} = 1,176$ ;  $\sigma_{\omega,1} = 2,0$ ;  $\sigma_{k,2} = 1,0$ ;  $\sigma_{\omega,2} = 1,168$ ;  $\alpha_1 = 0,31$ ;  $\beta_{i,1} = 0,075$ ;  $\beta_{i,2} = 0,0828$ .

### 3.4 Força de Arrasto

À semelhança de Shim et al [33], Gibertini et al [50], Winkler et al [51], nesta dissertação um dos dois parâmetros de desempenho que vão ser tidos em consideração é a força de Arrasto,  $D$ , e com o objetivo de minimizar este parâmetro o máximo possível. Por definição, força de arrasto é a componente da força resultante paralela ao escoamento e com a direção do mesmo. Está sempre relacionada com o coeficiente de arrasto, termo adimensional que é utilizado para quantificar a resistência de um objeto à passagem de um fluido, ou seja, no interior do escoamento. A força de arrasto é definida por [33]:

$$D = \frac{1}{2}\rho U_\infty^2 C_D A \quad (3.46)$$

onde,  $D$  equivale à força de arrasto ( $N$ );  $\rho$  equivale à massa volúmica do fluido ( $kg/m^3$ );  $U_\infty$  equivale à velocidade média do fluido ( $m/s$ );  $C_D$  equivale ao coeficiente de arrasto;  $A$  equivale à área de referência ( $m^2$ ).

Numa primeira fase do projeto, como vão ser comparados dois trenós distintos, com geometrias e áreas diferentes, vai ser necessário comparar os valores da força de arrasto, sendo que esta é dependente da área de referência. Numa fase mais posterior, sendo que as alterações implementadas nos trenós a analisar não alteram a área de análise, pode comparar-se apenas os valores do coeficiente de arrasto. A procura pela diminuição da força do arrasto, para além de

significar que o trenó está cada vez a resistir menos ao escoamento em que está inserido, serve ainda como validação numérica das considerações extraídas através dos gráficos de contornos, por exemplo Figura 3.5, retirados da ferramenta computacional de *CFD*, *Ansys*.

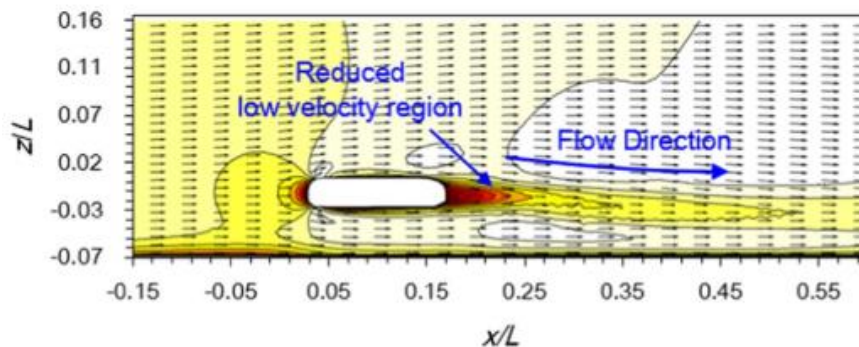


Figura 3.5: Exemplo de gráfico de contornos extraído do *Ansys* [8]

### 3.5 Momentos

Até ao desenvolvimento de um estudo de modo a digitalizar o processo para ser possível simular eventuais mudanças nas geometrias dos trenós, estas eram realizadas através do feedback dos pilotos, o que levava a alterações pequenas e, na maioria dos casos, a uma dificuldade em concluir objetivamente se as mudanças foram bem-sucedidas ou não.

Com o objetivo de contrariar isto, foi desenvolvido um estudo na pista olímpica de *Cesana Pariol* [52], Figura 3.6, no qual foi utilizado um *2-man bobsleigh* que continha instrumentos de medição no seu interior e exterior para no final ser possível desenvolver varias considerações que permitam testar as melhorias a implementar de forma computacional e assim poupar tempo e reduzir custos, uma vez que não será necessário construir um trenó à escala real com as novas ideias sem qualquer base e indicação que estas irão funcionar.



Figura 3.6: Pista de *Cesana Pariol*, em Turim, Itália [53]

### 3.5.1 Instrumentos

Para obter os dados necessários ao desenvolvimento deste estudo, foram utilizados e instalados internamente no trenó os seguintes instrumentos:

- 1 plataforma inercial para medir as acelerações longitudinais, laterais e verticais do *bobsleigh* e as suas velocidades angulares de rolamento, arfagem e guinada, Figura 3.7;
- 1 sensor ótico para medir a velocidade do *bobsleigh* e o ângulo de deslizamento lateral, Figura 3.8;
- potenciômetros lineares para medir o deslocamento relativo entre o suporte do corredor e o patim;
- 1 potenciômetro rotativo para medir o ângulo de direção do trenó, Figura 3.9 e Figura 3.10;
- 2 eixos dinamométricos para medir as forças de contacto entre o patim e o gelo.

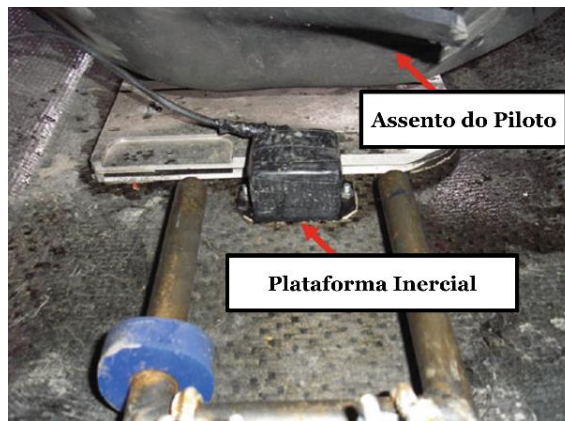


Figura 3.7: Fotografia da plataforma com o giroscópio inercial, adaptado de [52]

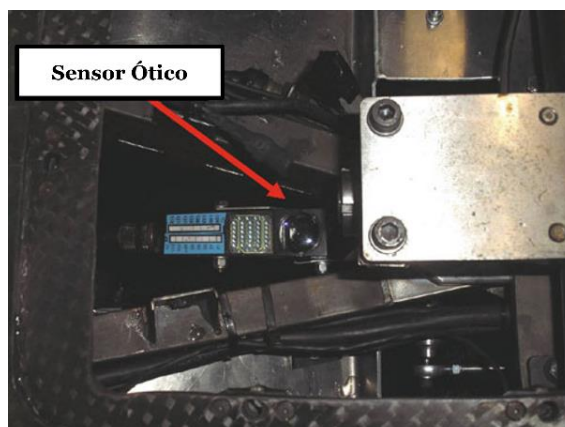


Figura 3.8: Fotografia do sensor ótico, adaptado de [52]

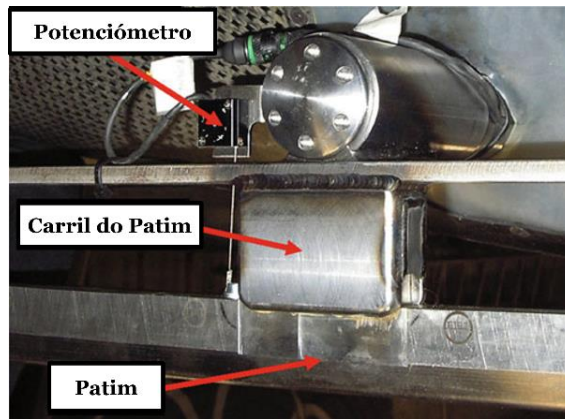


Figura 3.9: Fotografia de um potenciómetro 1/2, adaptado de [52]

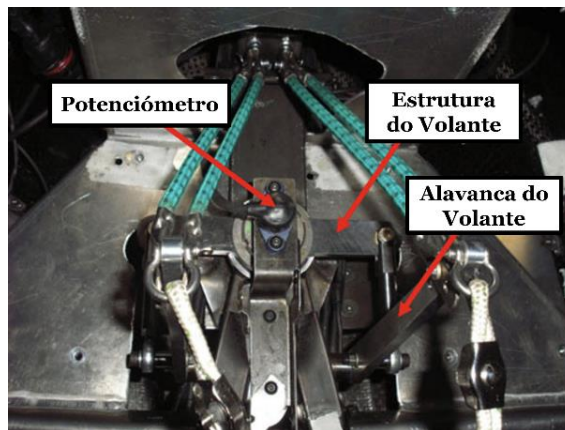


Figura 3.10: Fotografia de um potenciómetro 2/2, adaptado de [52]

### 3.5.2 Medição

A reconstrução para o modelo computacional das forças de contacto entre o patim e o gelo baseia-se nas deformações do eixo acoplado ao carril dos patins, induzido pelas forças de contacto. O número e a posição dos extensómetros foram limitados ao espaço disponível para os mesmos na conexão dos eixos com os patins e a estrutura do trenó, Figura 3.11. O extensómetro um tem duas grelhas de medição perpendiculares uma à outra e estão ligadas para formar uma ponte completa permitindo a medição da força axial,  $F_y$ , e a compensação dos efeitos térmicos e da flexão [52].

O par de extensómetros dois e três permite a medição do momento fletor em torno do eixo  $x$  nas secções  $AA$  ( $M_{xAA}$ ) e  $BB$  ( $M_{xBB}$ ). Esta configuração permite compensar os efeitos térmicos e as perturbações da força axial. A mesma disposição dos extensómetros (par de extensómetros quatro e cinco) foi selecionada para medir o momento fletor em torno do eixo  $z$  nas secções  $AA$  ( $M_{zAA}$ ) e  $BB$  ( $M_{zBB}$ ) [52].

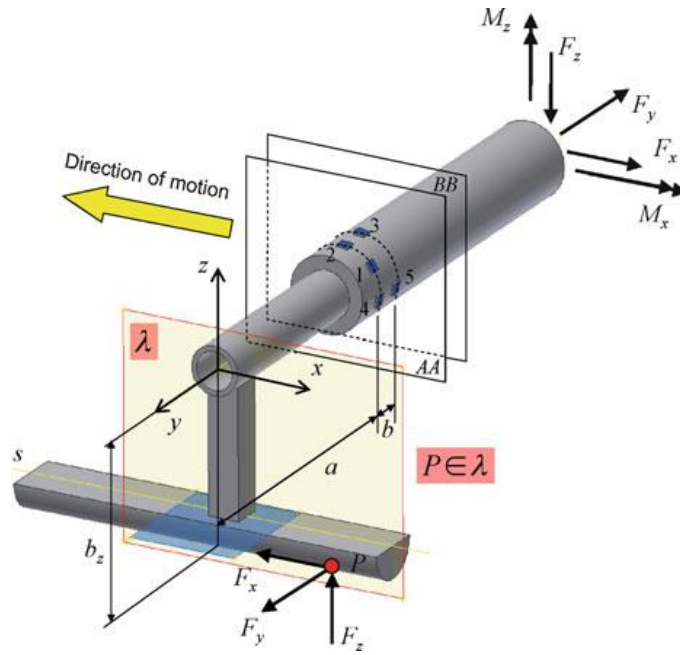


Figura 3.11: Forças de contacto nos patins e posição dos extensómetros [52]

O vetor de medida  $f_- = \{F_y, M_{xAA}, M_{xAA}, M_{zAA}, M_{zAA}\}^T$  pode ser determinado a partir do vetor  $s_-$  do *output* das pontes extensométricas por meio de uma matriz de calibração adequada  $[C]$  definida para este estudo [52]:

$$f_- = [C]s_- \quad (3.47)$$

A componente lateral da força de contacto dos patins já está incluída no vetor  $f_-$ , enquanto as componentes vertical e longitudinal,  $F_z$  e  $F_x$  respetivamente, podem ser determinadas aplicando as seguintes relações, sendo  $b$  a distância entre as secções AA e BB [52]:

$$F_z = -\frac{M_{xBB} - M_{xAA}}{b} \quad (3.48)$$

$$F_x = -\frac{M_{zBB} - M_{zAA}}{b} \quad (3.49)$$

De facto, deve considerar-se que [52]:

- A força lateral  $F_y$  fornece uma contribuição constante para os momentos fletores sobre os eixos  $x$  e  $z$ ;
- A força vertical  $F_z$  origina um momento fletor sobre o eixo  $x$ , que aumenta proporcionalmente à distância do patim (distribuição triangular, Figura 3.12 A)
- A força longitudinal  $F_x$  origina um momento fletor sobre o eixo  $z$ , que aumenta proporcionalmente à distância do patim (distribuição triangular, Figura 3.12 B).

Como se pode ver, o dispositivo de medição desenvolvido permite dissociar a medição das componentes da força de contacto  $F_x$ ,  $F_y$  e  $F_z$ . Além disso, o dispositivo de medição proposto também permite, teoricamente, estimar a posição do ponto de aplicação  $P$  da força de contacto do patim de gelo, uma vez conhecida a própria força de contacto. A posição  $z$  ( $b_z$ ) e  $x$  ( $b_x$ ) do ponto  $P$  pode, de facto, ser determinada de acordo com [52]:

$$b_x = -\frac{M_{zBB} - F_x a}{F_y} \quad (3.50)$$

$$b_z = \frac{F_z a - M_{xAA}}{F_y} \quad (3.51)$$

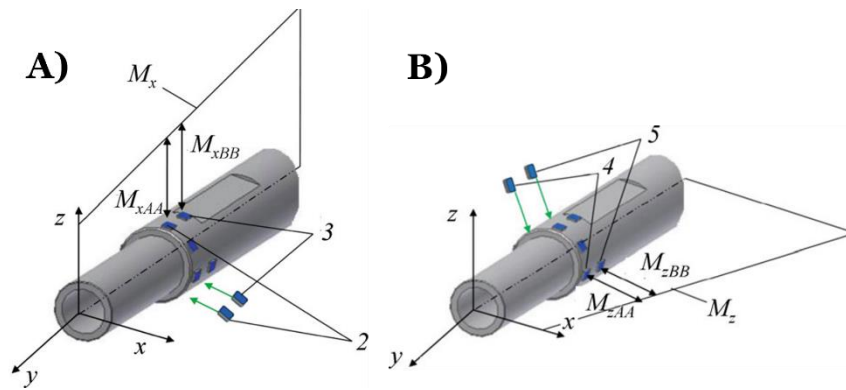


Figura 3.12: Momento fletor em torno do eixo A)  $x$  e B)  $z$  [52]

### 3.5.3 Conclusões

Entre outros resultados que foram obtidos neste estudo, os mais relevantes para o desenvolvimento desta dissertação foram os que permitiram criar os gráficos a seguir apresentados, ou seja, os gráficos que retratam as forças de contacto dos patins verticais (Figura 3.13), laterais (Figura 3.14) e longitudinais (Figura 3.15) para os quatro patins, o frontal esquerdo,  $FL$ , o frontal direito,  $FR$ , o traseiro esquerdo,  $RL$  e o traseiro direito,  $RR$ .

Na presente dissertação vai ser definido como um dos objetivos fundamentais do desenvolvimento desta otimização da geometria do trenó, reduzir ao máximo, quanto mais próximo de zero possível, o valor dos momentos resultantes do *bobsleigh*.

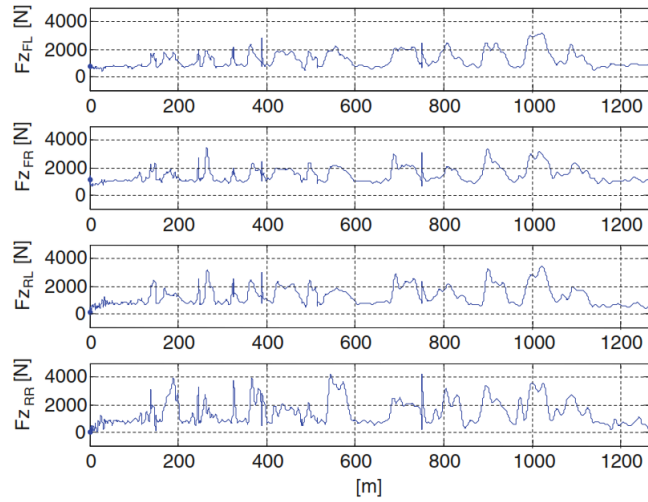


Figura 3.13: Variação das forças de contacto verticais patins/gelo [52]

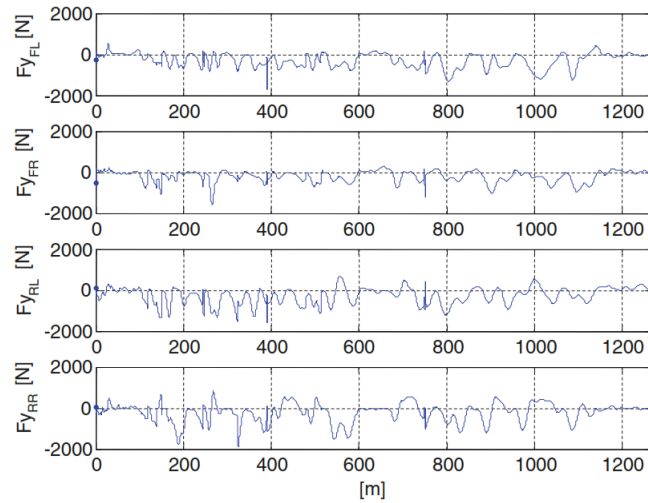


Figura 3.14: Variação das forças de contacto laterais patins/gelo [52]

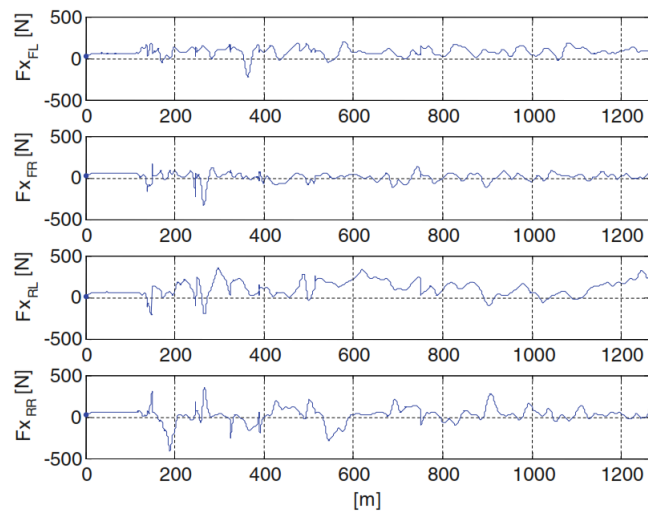


Figura 3.15: Variação das forças de contacto longitudinais patins/gelo [52]

# Capítulo 4

## 4 Desenvolvimento da forma da fuselagem

No quarto capítulo vão ser descritos os vários passos seguidos na construção desta dissertação de mestrado, evidenciados os diferentes modelos de trenó projetados para a mesma e a linha de pensamento que permitiu atingir os resultados deste trabalho.

Vai ser iniciado pela implementação passo-a-passo desde a implementação de modelos CAD que correspondessem o máximo possível à realidade, à transmissão destes modelos para a ferramenta de simulação, evidenciando assim todas as grandezas, constantes e variáveis utilizadas.

É de salientar algumas considerações que foram implementadas neste projeto, tanto pelos limites de tempo que esta dissertação teve de cumprir como os limites do *hardware*, foram encontrados várias vezes impedimentos/bloqueios impostos pela falta de processamento apresentado pela máquina computacional pessoal utilizada.

Os vários trenós vão ser representados por projetos *CAD* inspirados em *Bobsleigh's* já existentes, mas de geometrias mais simples, uma vez que numa fase preliminar deste projeto os designs 3D desenvolvidos foram projetados para representar os trenós reais com muita precisão, mas a ferramenta de análise apresentava sérios problemas em atingir a convergência residual (parâmetro da ferramenta Fluent utilizado para testar a capacidade de convergência dos valores obtidos), e para impedir isto, foram comprometidos alguns aspetos como:

- Foram utilizadas formas simples para a extrusão inicial (arcos e retas tangentes entre si) e posteriormente trabalhadas a partir de cortes (com a mesma metodologia que a extrusão inicial) para atingir formas desejáveis;
- Apesar de o trenó ser aberto na parte traseira e superior, os modelos são fechados para simplificar as simulações, Figura 4.1;
- Apenas está representado o piloto e não o pusher uma vez que este só estaria no modelo se este contivesse a abertura, Figura 4.1.

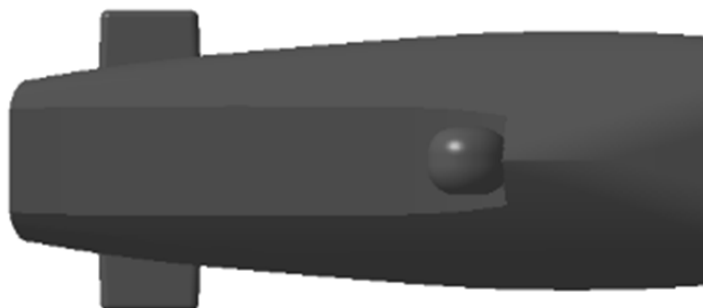


Figura 4.1: Modelo simplificado com a abertura coberta e sem pusher

Na mesma linha de pensamento, e sendo que esta dissertação é a fase inicial de um longo projeto, foi apenas simulada a descida dos trenós na fase de linha reta das descidas ao longo da pista.

## 4.1 Implementação

De seguida vão ser explicadas as várias etapas que foram realizadas e o objetivo que se pretendia atingir, através da comparação de dois trenós a seguir apresentados, para perceber qual seria a melhor base para impulsionar posteriormente a fase de melhoramento do mesmo. As constantes e variáveis introduzidas no programa *CFD* são utilizadas sempre para todos os trenós igualmente para aumentar a veracidade das comparações e dados alcançados entre os vários modelos.

### 4.1.1 Desenho 3D

Através do regulamento exposto no Capítulo 3, o primeiro trenó desenhado, Figura 4.2, foi desenvolvido tendo sempre em consideração o mesmo e a partir de um *scan 3D*, cedido pela *Bobteam Portugal*, realizada ao trenó utilizado, aquando do *scan*, pela equipa monegasca, mais conhecido por “*BTC*” construído na Letónia.

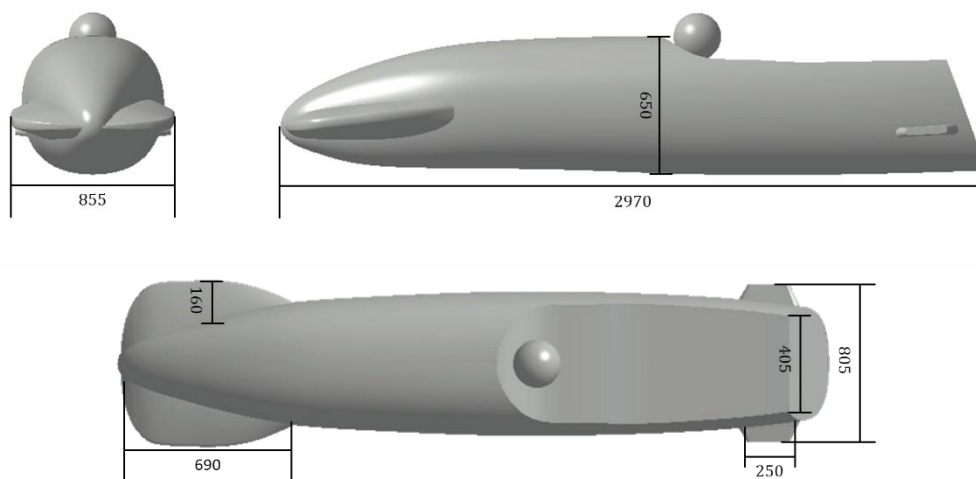


Figura 4.2: Modelo 1 desenvolvido pelo autor, cotado em mm

O segundo trenó, Figura 4.3, à semelhança do primeiro, foi desenhado tendo em consideração sempre as limitações e obrigações impostas pelo regulamento *IBSF*, e tem como inspiração o trenó utilizado pela equipa alemã nos jogos olímpicos de inverno de 2022, uma vez que estes conseguiram amearhar, na categoria *2-man*, todas as medalhas do pódio, tendo sido esta a razão para a escolha deste trenó.

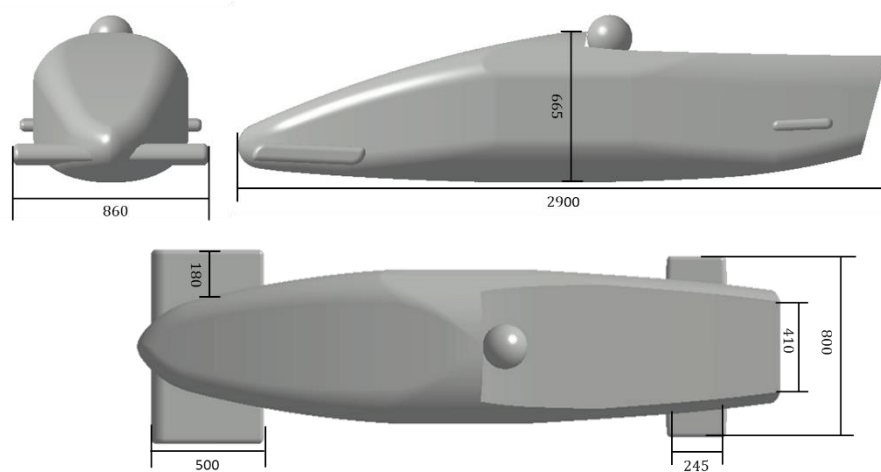


Figura 4.3: Modelo 2 desenvolvido pelo autor, cotado em mm

#### 4.1.2 ANSYS

Posteriormente ao desenvolvimento dos modelos 3D, foi necessário transferir os mesmos para a ferramenta computacional utilizada para analisar aerodinamicamente os mesmos e compará-los. A ferramenta utilizada do *Workbench* foi o “*Fluid Flow (Fluent)*”, e o esquema do projeto está representado na Figura 4.4, ou seja, é facilmente observável que esta ferramenta já engloba uma aplicação de geometria, uma de malha, uma de análise e outra de visualização de resultados.

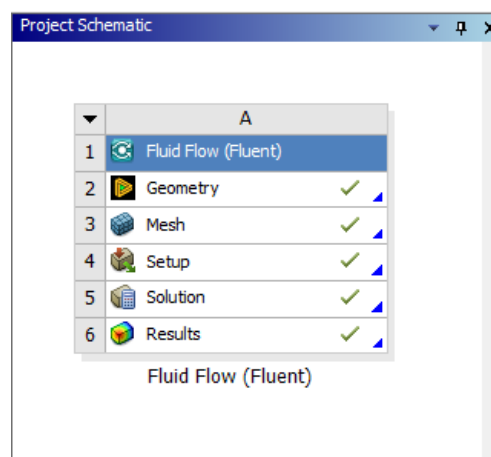


Figura 4.4: Esquema do projeto no Workbench

A aplicação de geometria na qual se importou os diversos trenós foi o “*Design Modeler*” e a aplicação de análise é, como se encontra no nome da ferramenta, o “*Fluent*”. Devido à utilização de um computador pessoal, as análises estão limitadas à capacidade do mesmo e por isso foi apenas desenhado e simulado metade do volume de análise e do trenó dado que o projeto como um todo é simétrico longitudinalmente.

#### 4.1.2.1 Design Modeler

O volume de análise na qual os trenós estarão inseridos, será um volume que irá simular uma pista real com valores médios, pista esta que está representada na Figura 4.5, através de um corte transversal para identificar o local das medidas presentes na Tabela 4.1. Para todas as análises realizadas, o ponto de origem é sempre no plano de simetria longitudinal ( $y$ ), e na intersecção entre o ponto da base do trenó mais próximo da pista ( $x$ ) e a projeção da ponta do nariz do trenó ( $z$ ) e os eixos com a direção representada na Figura 4.5.

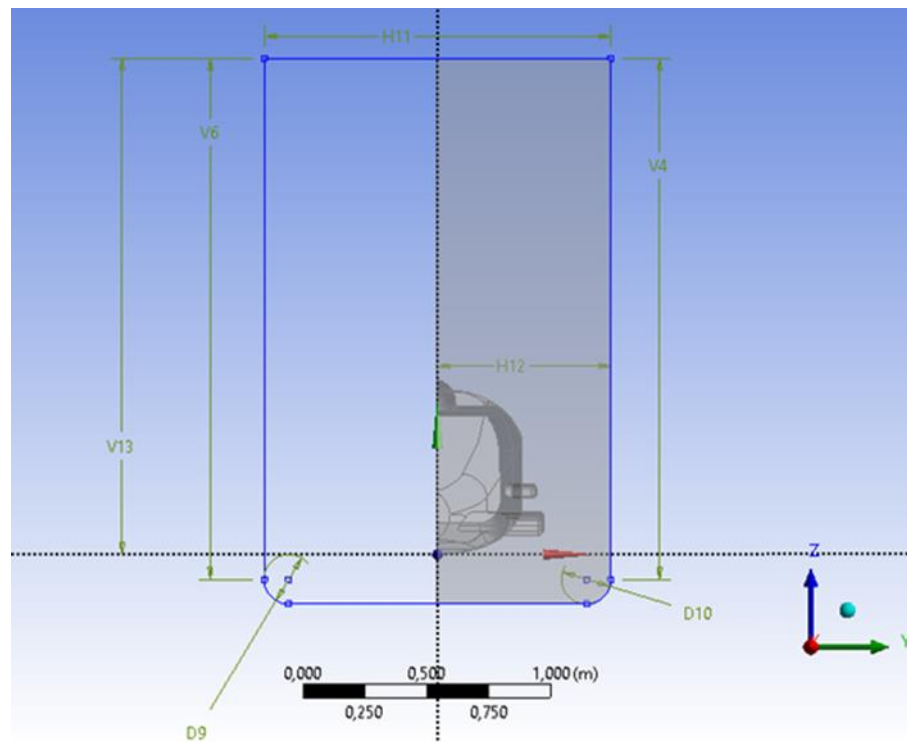


Figura 4.5: Corte transversal do volume de análise

Tabela 4.1: Dimensões do corte transversal do volume de análise

Dimensões	
$D9 = D10$	0,2 m
$H11$	1,4 m
$H12$	0,7 m
$V4 = V6$	2,1 m
$V13$	2,0 m

O volume de análise tem um comprimento total de 13m, 5m no sentido positivo do referencial presente na Figura 4.5 e 8m no negativo, estas medidas foram escolhidas para que o escoamento entre no volume de análise sem qualquer tipo de perturbação por parte do trenó e para que o escoamento se desenvolva totalmente após a passagem pelo trenó, permitindo assim aumentar a qualidade e semelhança dos dados obtidos à realidade.

Foi necessário, devido às limitações do computador utilizado (Tabela 4.2), definir o plano longitudinal com características de simetria para se obter os dados posteriormente do volume e trenó em análise completos e não só da metade analisada.

Tabela 4.2: Características do computador utilizado

Características do Computador	
Processador	Intel Core i7-9750H
Memória RAM	16 GB
Placa Gráfica	NVIDIDA GeForce GTX

#### 4.1.2.2 Malha

Como já referido no capítulo anterior, o desenvolvimento da malha num projeto de análise aerodinâmica é de extrema importância para obter dados o mais aproximado da realidade possível e conseqüentemente mais corretos. Apesar disso, devido às limitações dos recursos computacionais, a malha não foi suficientemente refinada.

Na aplicação que desenvolve e aplica a malha no projeto, *Mesh*, foi utilizada uma malha tetraédrica, composta no seu total por cerca de quatrocentos e cinquenta mil nós e trezentos mil elementos. Foi aplicada uma malha adaptável, Figura 4.6, com menores dimensões, de valor mínimo  $5.5 * 10^{-6} m$  nos locais com maior importância para a análise, capacete do piloto, *bumpers* frontal e traseiro e limitações do trenó, e com dimensões gradualmente superiores na direção do limite superior da pista, *inlet* e *outlet*.

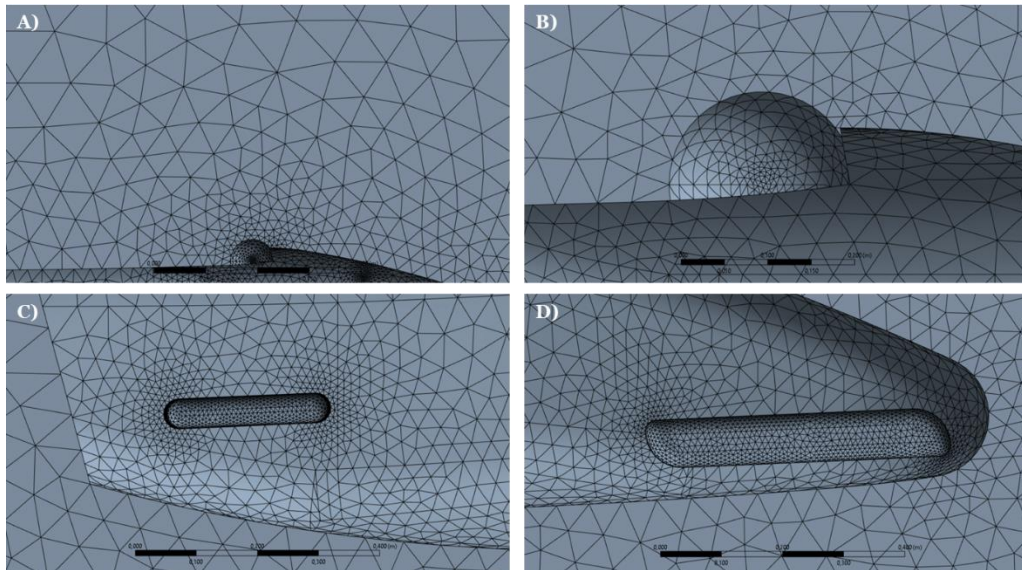


Figura 4.6: Malha na pista, A), no piloto, B), no bumper traseiro, C) e dianteiro, D)

Um dos aspetos cruciais do desenvolvimento da malha foi a de ter de respeitar os limites, ou seja, se a malha tem valores inferiores ou superiores aos valores mínimos e máximos que a ferramenta computacional contém, apresentados na Figura 4.7, para que esta quando transferida para o *Fluent* atinja a convergência residual.

Quality Criterion	Warning (Target) Limit	Error (Failure) Limit
Min Element Quality	Default (0,05)	Default (5e-04)
Max Aspect Ratio	Default (5)	Default (1000)
Min Orthogonal Quality	Default (0,05)	Default (5e-03)
<b>Max Skewness</b>	<b>Default (0,9)</b>	Default (0,999)
Min Tet Collapse	Default (0,1)	Default (1e-03)

Figura 4.7: Limites da aplicação Mesh impostas ao modelo

De seguida foi necessário nomear as faces e os limites para a aplicação de análise poder ler as diferentes características aplicadas pelo autor e de seguida simular a descida de um trenó ao longo da pista. No seguimento desta necessidade, foram nomeadas as seguintes secções, Figura 4.8:

- Inlet, entrada do escoamento;
- Outlet, saída do escoamento;
- Wall, paredes da pista;
- Symmetry, plano de simetria;
- Bobsled, trenó a analisar.

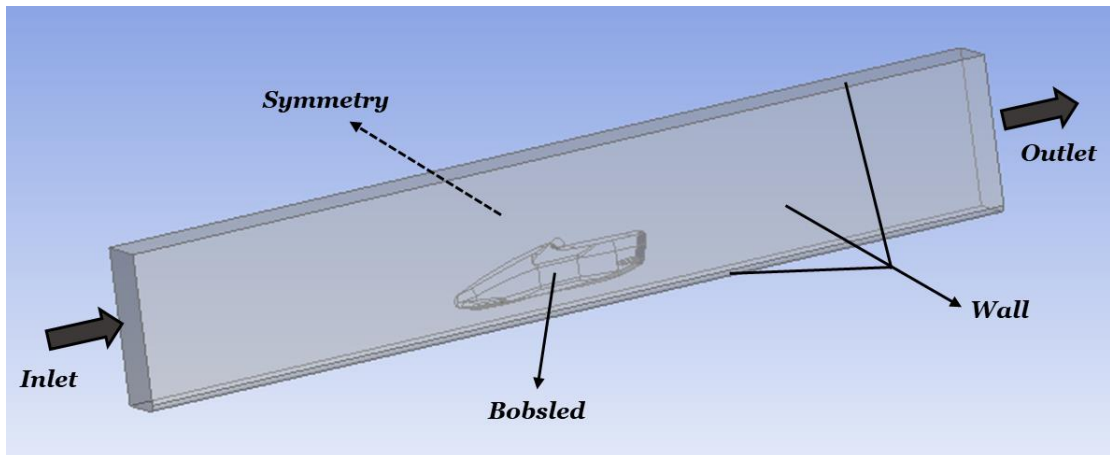


Figura 4.8: Faces nomeadas do volume de análise

### 4.1.2.3 Fluent

Em relação à aplicação de simulação e análise, “*Fluent*”, foram utilizados apenas 4 processadores para analisar estes volumes de análise devido às limitações do computador utilizado para a realização dos mesmos, sendo este o número máximo suportado pelo mesmo e foi utilizada a opção de dupla precisão do *solver* contido na ferramenta computacional “*Ansys*”, Figura 4.9.

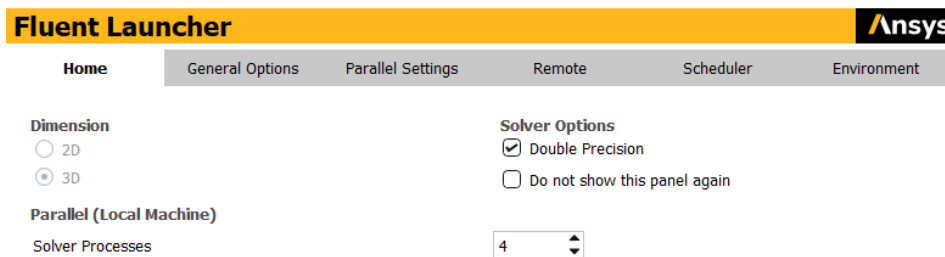


Figura 4.9: Opções utilizadas na inicialização do *Fluent*

Para a análise correta da simulação foi necessário definir de forma correta os seguintes parâmetros:

- *Inlet*, ou seja, o escoamento à entrada;
- *Wall*, as características da parede;
- *Plots*, definir que gráficos e grandezas o programa tem de exportar para se poder verificar e comparar os trenós;
- Convergência, definir os critérios do mesmo e o número de iterações a realizar.

O escoamento foi considerado o fluido que seria encontrado na realidade, ou seja, o ar e a massa volúmica adotada para todas as análises foi a padrão, ou seja com um valor igual a  $1,225 \text{ kg/m}^3$ .

Para qualquer configuração do trenó, foram analisadas sempre três velocidades de escoamento de modo a atingir uma base de dados mais precisa, abrangendo velocidades ( $U_i$ ) desde a mínima à máxima atingida pelos trenós nas variadas competições por todo o mundo, Tabela 4.3:

Tabela 4.3: Velocidades analisadas no projeto

<b>Velocidades, <math>U_i</math></b>	
$U_1$	5 m/s
$U_2$	20 m/s
$U_3$	35 m/s

As paredes do volume de análise foram consideradas como *Moving Walls*, ou seja, paredes móveis com velocidade igual à que estiver definida no escoamento para cada caso, e à semelhança de [33] com a característica de *No-Slip*, de modo a simular com maior semelhança à realidade o deslizamento do trenó ao longo da pista.

Em relação às variáveis extraídas das análises realizadas foram os resíduos, de forma a conferir os critérios de convergência, a força de arrasto, separado nas suas três componentes em  $x$ ,  $y$  e  $z$  e os momentos, na mesma nas três componentes, sendo estes o momento de arfagem, rolamento e guinada. Os dois últimos conjuntos de dados vão ser a base utilizada para a comparação dos trenós base.

Os critérios de convergência implementados neste projeto foram, para todas as grandezas sem exceção, uma convergência necessária de  $10^{-3}$ . O número máximo de iterações foram 500, o que provou ser suficiente visto que todas as configurações testadas convergiram antes deste valor ser atingido.

### 4.1.3 Comparação

Depois da preparação das variáveis e de verificar sempre a convergência dos modelos de trenó, é necessário comparar os dois modelos iniciais para perceber qual é que tem a maior possibilidade e potencial de ser otimizado e obter os melhores dados nesta fase.

Para alcançar esta relação, foram utilizados os valores da força de arrasto e de momento nas três direções e para cada uma das velocidades consideradas. Em relação aos momentos, devido ao facto de ser a fase mais inicial do projeto, estes dois modelos foram analisados em relação ao mesmo ponto no espaço e não no centro de gravidade, CG. Este ponto tem as coordenadas (1,00; 0,00; 0,25) e está representado na Figura 4.10 como  $P_M$ .

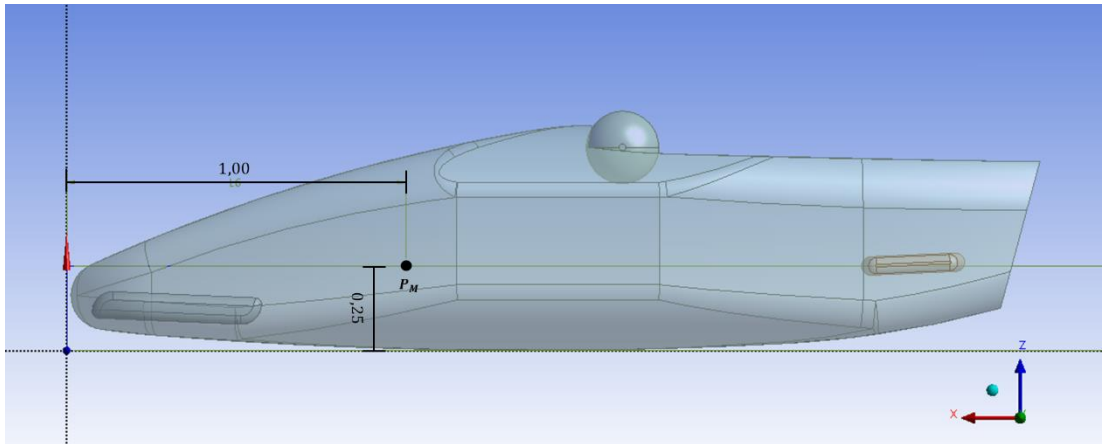


Figura 4.10: Representação do ponto PM

Em seguida, analisando primeiro o arrasto, é notável apenas através da comparação dos valores das suas componentes, seja pelos dados obtidos na velocidade inicial, Figura 4.11, 5 m/s, pela velocidade média, Figura 4.12, 20 m/s e na velocidade final, Figura 4.13, de 35 m/s que os valores do trenó inspirado na equipa alemã tem um comportamento substancialmente superior, os valores são menores na generalidade das componentes e velocidades.

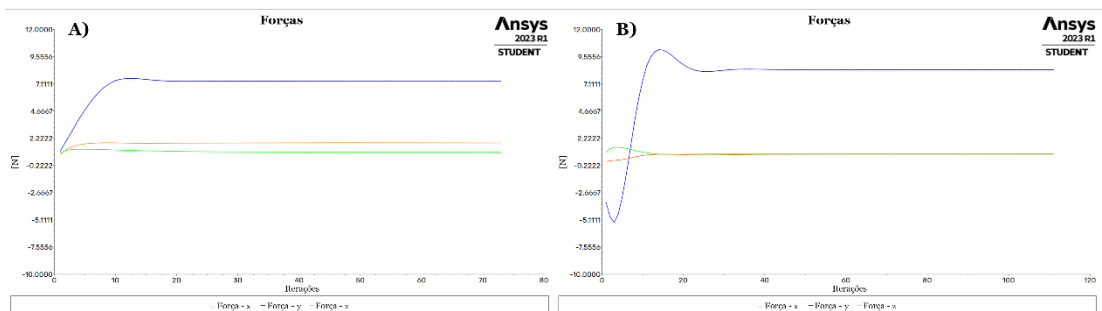


Figura 4.11: Valores da força para  $U_1$ , A) trenó alemão e B) trenó BTC

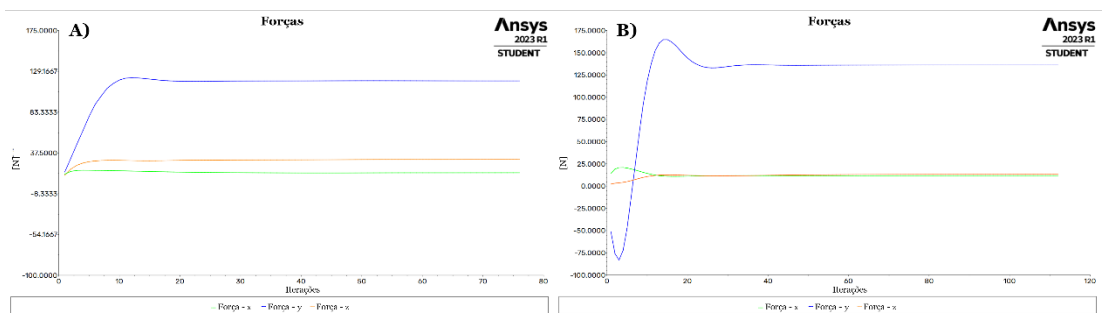


Figura 4.12: Valores da força para  $U_2$ , A) trenó alemão e B) trenó BTC

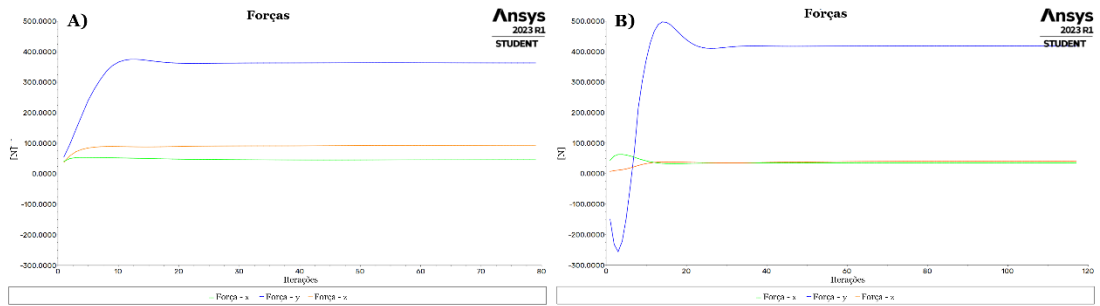


Figura 4.13: Valores da força para  $U_3$ , A) trenó alemão e B) trenó BTC

Analisando os resultados dos contornos de pressão estática e de velocidade do escoamento é possível observar claramente uma das características responsável pela diferença de resultados nos valores da força de arrasto (esta diferença aumenta com a velocidade, chegando a ser de cerca de  $100\text{ N}$ ) é o facto do trenó alemão possuir uma carenagem que conduz o escoamento ao longo do capacete do piloto, diminuindo assim o aparecimento abrupto e intenso do capacete no escoamento.

Na Figura 4.14 é notório um aumento exponencial dos valores da pressão estática exatamente no local onde a estrutura do trenó acaba e o capacete do piloto começa, o que posteriormente causa uma redução de pressão mais acentuada no topo do capacete.

Já a velocidade do escoamento, Figura 4.15, encontra na conexão trenó-capacete, um ligeiro aumento da mesma causando uma perturbação no escoamento até aquele ponto constante, verificando-se posteriormente uma separação do mesmo resultando nos valores máximos da velocidade do escoamento chegando a atingir os  $55\text{ m/s}$ .

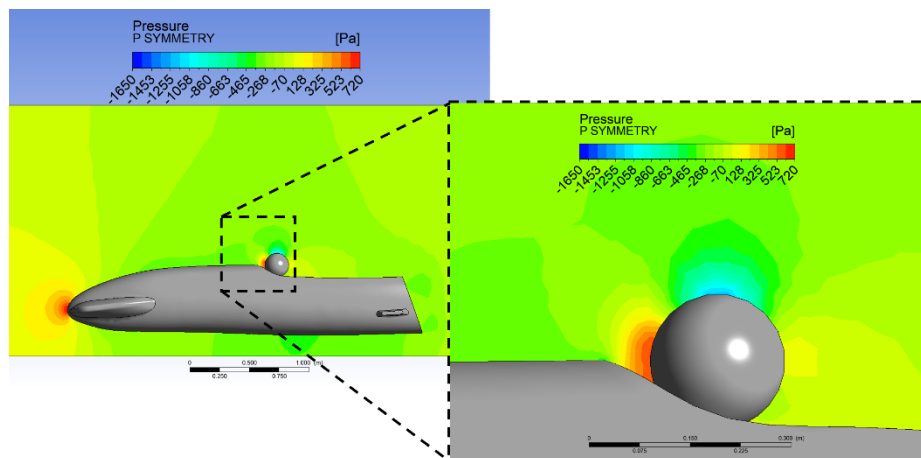


Figura 4.14: Contornos de pressão estática no plano de simetria no BTC,  $U_3$

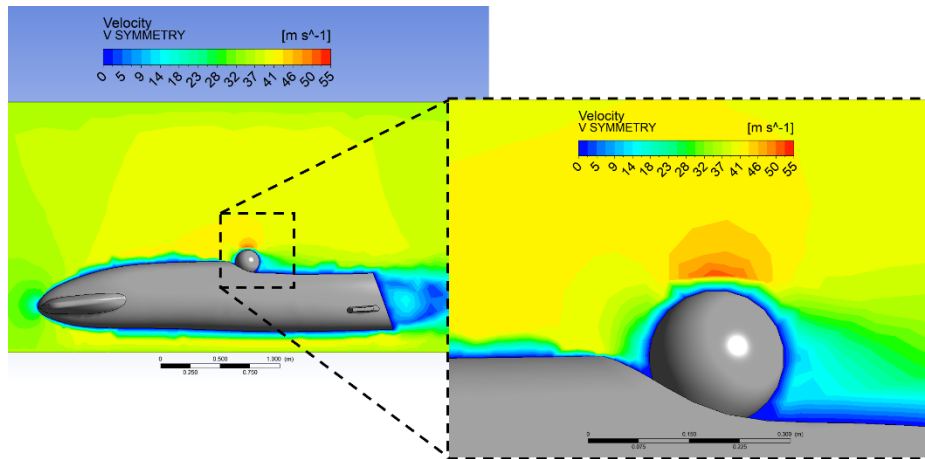


Figura 4.15: Contornos de velocidade no plano de simetria no BTC,  $U_3$

Analisando o trenó alemão, em termos de pressões, como é possível visualizar na Figura 4.16 e comparar com os resultados do *BTC*, este trenó por sua vez, graças à implementação de uma carenagem que prolonga a secção do trenó que antecede o capacete, é capaz de mitigar os resultados negativos alcançados anteriormente. É notável a diminuição da perturbação causada pelo capacete ao entrar no escoamento e não se verifica a descida de pressão estática de forma tão intensa como anteriormente, sendo que no anterior se verificavam valores de pressão estática na grandeza dos 550 Pa e no “alemão” apenas por volta de 150 Pa.

Já em relação à velocidade do escoamento, Figura 4.17, o capacete do piloto não provoca uma subida da velocidade quando em contacto com o escoamento. É ainda claro que a subida de velocidades no topo do capacete do piloto é substancialmente menor, sendo que à semelhança da comparação da pressão estática dos dois trenós, o trenó *BTC* atinge valores de velocidade de escoamento máximos de 55 m/s e o “alemão” apenas por volta de 50 m/s, levando à conclusão de que causa uma perturbação de facto inferior ao trenó anterior no escoamento.

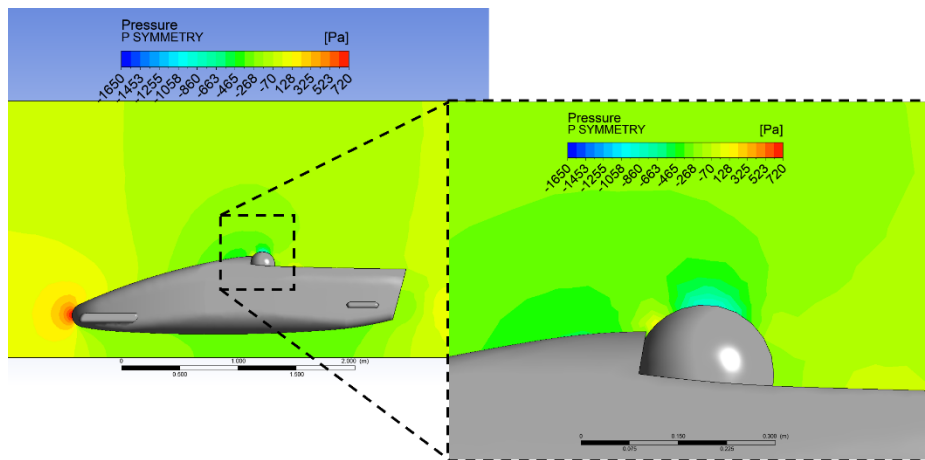


Figura 4.16: Contornos de pressão estática no plano de simetria no "Alemão",  $U_3$

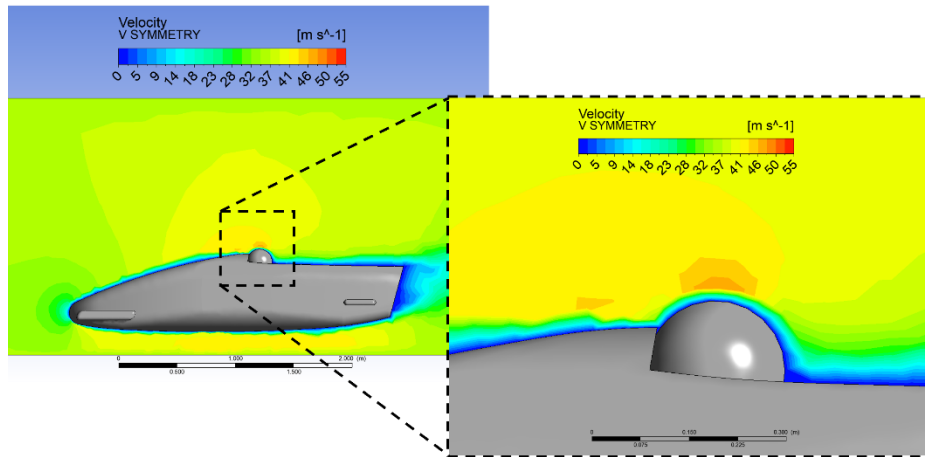


Figura 4.17: Contornos de velocidade no plano de simetria no "Alemão",  $U_3$

Esta carenagem foi o primeiro e um dos mais notáveis avanços tecnológicos presentes no tremó alemão, começando assim a ser desvendada a razão do tremó da equipa olímpica alemã conseguir, para além da prestação dos atletas, obter resultados tão superiores às restantes equipas nos jogos olímpicos.

Em formato de conclusão deste capítulo, o tremó inspirado na equipa alemã obteve resultados e comportamento claramente superiores ao outro modelo base e desta forma será este o design utilizado para analisar mais pormenorizadamente e sofrer várias tentativas de melhoramento variando alguns parâmetros construtivos enunciados no seguinte capítulo.

## 4.2 Estudo Paramétrico

Este subcapítulo descreve todo o processo de melhoramento aerodinâmico, explicando as escolhas e caminho seguido, e mais importante vai enunciar todos os resultados obtidos e posteriormente analisados para permitir chegar a conclusões sobre que parâmetros devem ser utilizados em prol de atingir o melhor modelo possível.

De modo a possibilitar as comparações diretas entre os vários modelos à frente enunciados, o modelo *CAD* de referência, o alemão, foi desenhado através de geometrias simples, como retas, arcos, circunferências e as posições, raios e ângulos dos mesmos, de modo a interligá-los todos e variando apenas os dados pretendidos e mantendo todas as outras dimensões e posições, que não dependam das variáveis, constantes ao longo de todo o processo.

Os dados extraídos de cada análise foram sempre os valores da força de arrasto para as três componentes desta força e os momentos que atuam sobre o tremó aplicados sempre no *CG* do modelo a analisar, variando para cada uma das configurações, Tabela 4.4. Esta particularidade dos modelos foi extraída a partir da aplicação *Design Modeler* que permite extrair a localização deste ponto.

Tabela 4.4: Posição dos CG dos vários trenós testados

<b>GEOMETRIA</b>					
<b>CONFIGURAÇÃO</b>			<b>CG</b>		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Bi}$	X [m]	Y [m]	Z [m]
1	1	1	-1.514	-6.738E-07	0.2939
1	3	1	-1.515	-6.838E-07	0.2934
1	3	2	-1.515	-6.838E-07	0.2934
1	3	3	-1.515	-6.712E-07	0.2933
2	3	1	-1.519	1.302E-07	0.2936
2	3	2	-1.519	1.301E-07	0.2936
2	3	3	-1.519	1.427E-07	0.2935
3	3	1	-1.505	1.37E-06	0.296
3	3	2	-1.505	1.369E-06	0.2961
3	3	3	-1.505	1.382E-06	0.2959

#### 4.2.1 Variáveis

O primeiro passo deste estudo paramétrico consistiu em analisar os dados obtidos do trenó base com melhores resultados, ou seja, o alemão e verificar quais os aspetos ou características mais frágeis, que constituam uma maior perturbação no escoamento ou que aumentem o arrasto. Foram escolhidas apenas três variáveis para testar vários valores e estabelecer uma relação ou a melhor configuração entre eles para servir como uma base forte para futuras otimizações, cada vez mais pormenorizadas ao longo do projeto. As variáveis escolhidas foram os dois ângulos de ataque e a posição do ponto da base do trenó mais próximo da pista.

Foram escolhidas estas variáveis a otimizar pois, a posição do ponto da base do trenó pois após várias reuniões com a *Bobteam* Portugal, foi de longe uma das maiores preocupações dos mesmos, porque é um elo de ligação com a pista e o ângulo de incidência dos *bumpers*, como é claro na Figura 4.18, a superfície dos mesmos quando entra em contacto com o escoamento origina os valores de pressão estática máximos do modelo, atingindo grandezas à volta de 700 Pa.

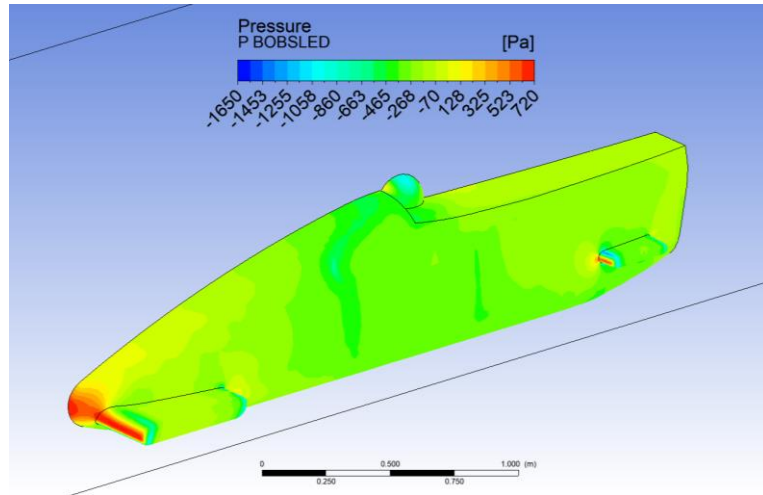


Figura 4.18: Contornos de pressão estática no trenó base alemão

Apresentando agora as variáveis de uma forma mais clara e sucinta, partindo dos valores do trenó de referência, vai ser variado ao longo do comprimento total do trenó o ponto da base mais próximo da pista, Tabela 4.5 e os ângulos de incidência dos bumpers, Tabela 4.6 e Tabela 4.7 positiva e negativamente para comparar os dados e comportamentos obtidos por estas configurações. Em todas as tabelas, a linha (1) são os valores do trenó de referência, ou seja, os valores médios e o ponto da base do trenó é apresentado como  $x_i$  e definido pela Equação 4.1 o ângulo de incidência frontal é apresentado como  $\alpha_{Fi}$  e o traseiro como  $\alpha_{Bi}$ .

$$x_i = \frac{x_{inf}}{x_{total}} \quad (4.1)$$

Tabela 4.5: Variações da posição testadas para o ponto mais inferior da base

Fuselagem	$x_i$
1	44%
2	50%
3	38%

Tabela 4.6: Variações do ângulo de incidência testadas para o bumper frontal

Bumper Frontal	$\alpha_{Fi}$
1	0°
2	2.5°
3	-2.5°

Tabela 4.7: Variações do ângulo de incidência testadas para o bumper traseiro

<b>Bumper Traseiro</b>	$\alpha_{B_i}$
1	0°
2	2.5°
3	-2.5°

Tendo em consideração os limites de tempo, impostos pela capacidade de processamento do computador utilizado para este projeto, as análises das várias configurações possíveis foram realizadas por fases, mais concretamente três fases, nas quais a fase seguinte dependia dos resultados da anterior e do estudo e ponderação dos mesmos.

#### **4.2.2 Fase Um**

Na primeira fase deste projeto foram apenas testadas e comparadas as diferentes configurações possíveis variando a fuselagem, ou seja, a localização do ponto mais inferior da fuselagem.

Todas as análises foram realizadas respeitando os mesmo parâmetros e *inputs* enumerados em cima, sempre com a preocupação de poder validar e comparar todos os modelos simulados entre si criando assim uma base de dados.

Os dados extraídos das análises foram compilados e comparados em forma de duas tabelas, como vai ser apresentado a seguir, de modo a ser possível comparar de uma forma mais direta estes valores extraídos das simulações. Para estas tabelas comparativas foi utilizada a ferramenta computacional, *Microsoft Excel*, permitindo ao autor ser mais rápido e de forma mais automática analisar todos os dados. Os dados deste projeto vão ser apresentados referentes ao trenó completo apesar de apenas ter sido simulado meio trenó.

- **Tabelas Comparativas**

A primeira das duas tabelas comparativas é desenvolvida através dos valores extraídos diretamente do programa de simulação, enquanto a segunda consiste, em percentagem da divisão do valor em questão pelo valor de referência.

Tabela 4.8: Valores da força e momentos, fase 1

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	1.9822	0	3.6214	0.6444	0.926	0
2	1	1	1.842	0	3.4238	0.6072	0.9874	0
3	1	1	1.7762	0	2.9684	0.5628	1.4126	0
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	30.469	0	60.39	10.705	14.422	0
2	1	1	27.7	0	55.675	9.8578	15.316	0
3	1	1	26.692	0	50.028	9.4088	23.726	0
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	92.228	0	187.26	33.179	44.497	0
2	1	1	82.37	0	168.49	29.506	45.026	0
3	1	1	79.448	0	154.86	29.162	71.601	0

Tabela 4.9: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 1

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
2	1	1	7%	-	5%	6%	-7%	-
3	1	1	10%	-	18%	13%	-53%	-
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
2	1	1	9%	-	8%	8%	-6%	-
3	1	1	12%	-	17%	12%	-65%	-
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
2	1	1	11%	-	10%	11%	-1%	-
3	1	1	14%	-	17%	12%	-61%	-

Os valores extraídos das análises de *CFD* na ferramenta computacional *Ansys* foram colocados na Tabela 4.8 e posteriormente foram colocados em percentagem em relação ao modelo de referência para se poder verificar qual a fuselagem que possui um comportamento superior às restantes. A Tabela 4.9 é o resultante dessa comparação em forma de percentagem, foi colocada ainda uma escala de cores automática com a capacidade de colorir as células ao longo de uma coluna numa graduação de cores desde o vermelho (valor maior, ou seja, com um pior comportamento) ao verde (valor menor, consequentemente com um melhor comportamento).

Procedendo posteriormente à análise destes resultados é facilmente concluído que a fuselagem que contém o ponto inferior a trinta e oito por cento do comprimento do trenó, ou seja, a fuselagem com o ponto mais avançado tem um comportamento superior às restantes em todos as análises à exceção do momento de arfagem, que por sua vez tem um comportamento muito inferior aos demais. Sendo que um trenó com um momento de arfagem elevado não é o pretendido, pelo contrário, o objetivo a alcançar é minimizá-lo ao máximo para o trenó e o piloto não ter de se preocupar com o fenômeno de nariz em cima ou em baixo.

A partir destas considerações, foi traçado o caminho a seguir para a fase dois do projeto, que consistiu na utilização da fuselagem três, superior no geral dos testes, e variar em todas as configurações os *bumpers*, de modo a verificar se com isso era possível contrariar o aumento do momento de arfagem e otimizar ainda mais o modelo.

### **4.2.3 Fase Dois**

Nesta segunda fase do estudo paramétrico foram testadas todas as configurações alterando os ângulos de ataque de ambos os *bumpers* para a fuselagem com os melhores resultados na fase um. O método de recolha e processamento de dados foi o mesmo que a fase um e vai ser utilizado também para a fase três, uniformizando ao máximo as relações de semelhança e concedendo uma amostra constante para realizar comparações. A partir desta metodologia foram criadas a Tabela 4.10 e a Tabela 4.11 com o intuito de, nesta fase, tentar contrariar o aumento do momento de arfagem causado por esta fuselagem.

Tabela 4.10: Valores da força e momentos, fase 2

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	1.9822	0	3.6214	0.6444	0.926	0
3	1	1	1.7762	0	2.9684	0.5628	1.4126	0
3	1	2	1.8332	0	3.1374	0.5924	1.48	0
3	1	3	1.7948	0	2.963	0.5718	1.6746	0
3	2	1	1.8274	0	3.0048	0.557	1.6616	0
3	2	2	1.7906	0	2.8394	0.5162	1.583	0
3	2	3	1.7874	0	2.8358	0.524	1.6882	0
3	3	1	1.7804	0	2.7758	0.5368	1.316	0
3	3	2	1.7688	0	2.9384	0.5674	1.2522	0
3	3	3	1.7416	0	2.743	0.5446	1.555	0
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	30.469	0	60.39	10.705	14.422	0
3	1	1	26.692	0	50.028	9.4088	23.726	0
3	1	2	27.932	0	52.173	9.8446	25.532	0
3	1	3	27.044	0	47.887	9.1526	27.365	0
3	2	1	27.362	0	48.925	9.0804	25.138	0
3	2	2	26.935	0	47.833	8.6156	27.948	0
3	2	3	26.707	0	46.248	8.4964	26.378	0
3	3	1	26.947	0	47.411	9.1488	21.86	0
3	3	2	26.54	0	47.233	9.089	19.272	0
3	3	3	25.882	0	44.34	8.7676	24.739	0
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	92.228	0	187.26	33.179	44.497	0
3	1	1	79.448	0	154.86	29.162	71.601	0
3	1	2	83.002	0	158.65	29.874	74.385	0
3	1	3	81.804	0	148.62	28.292	86.798	0
3	2	1	83.073	0	147.61	27.421	79.363	0
3	2	2	80.551	0	146.25	26.327	83.826	0
3	2	3	79.854	0	140.31	25.633	79.403	0
3	3	1	80.587	0	134.2	25.542	57.992	0
3	3	2	79.98	0	144.59	27.794	58.203	0
3	3	3	77.54	0	136.41	26.893	75.025	0

Tabela 4.11: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 2

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	10%	-	18%	13%	-53%	-
3	1	2	8%	-	13%	8%	-60%	-
3	1	3	9%	-	18%	11%	-81%	-
3	2	1	8%	-	17%	14%	-79%	-
3	2	2	10%	-	22%	20%	-71%	-
3	2	3	10%	-	22%	19%	-82%	-
3	3	1	10%	-	23%	17%	-42%	-
3	3	2	11%	-	19%	12%	-35%	-
3	3	3	12%	-	24%	15%	-68%	-
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	12%	-	17%	12%	-65%	-
3	1	2	8%	-	14%	8%	-77%	-
3	1	3	11%	-	21%	15%	-90%	-
3	2	1	10%	-	19%	15%	-74%	-
3	2	2	12%	-	21%	20%	-94%	-
3	2	3	12%	-	23%	21%	-83%	-
3	3	1	12%	-	21%	15%	-52%	-
3	3	2	13%	-	22%	15%	-34%	-
3	3	3	15%	-	27%	18%	-72%	-
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	14%	-	17%	12%	-61%	-
3	1	2	10%	-	15%	10%	-67%	-
3	1	3	11%	-	21%	15%	-95%	-
3	2	1	10%	-	21%	17%	-78%	-
3	2	2	13%	-	22%	21%	-88%	-
3	2	3	13%	-	25%	23%	-78%	-
3	3	1	13%	-	28%	23%	-30%	-
3	3	2	13%	-	23%	16%	-31%	-
3	3	3	16%	-	27%	19%	-69%	-

Observando atentamente estes resultados, é possível constatar que nenhuma das variações do ângulo de ataque tem impacto suficiente em contrariar o aumento do momento de arfagem, chegando em vários casos, a piorar e aumentar sucessivamente a grandeza a mitigar.

Apesar de não ter sido alcançado o resultado pretendido, esta fase permitiu concluir com certeza e baseado nos dados das simulações realizadas quais são as configurações de ângulos de ataque mais vantajosas, ou seja, o ângulo de ataque frontal igual a  $-2,5^{\circ}$ .

#### **4.2.4 Fase Três**

Nesta terceira e última fase do estudo paramétrico vão ser analisadas todas as fuselagens nos quais o ângulo de ataque frontal se irá manter fixo no valor determinado anteriormente,  $-2,5^{\circ}$  e o ângulo de ataque traseiro vai ser variado positiva, negativamente e com valor nulo, de modo a desenvolver uma amostra mais completa e variada para tornar possível uma conclusão final de que configuração é a ideal e otimizada. Vai ser utilizada a mesma metodologia que nas restantes fases, ou seja, através da construção e análises da Tabela 4.12 e da Tabela 4.13.

Tabela 4.12: Valores da força e momentos, fase 3

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	1.9822	0	3.6214	0.6444	0.926	0
3	1	1	1.963	0	3.5276	0.6378	0.8316	0
3	1	2	1.8952	0	3.4906	0.617	0.6858	0
3	1	3	1.9674	0	3.2424	0.5814	0.9344	0
3	2	1	1.877	0	3.3434	0.5896	0.697	0
3	2	2	1.943	0	3.488	0.602	0.3098	0
3	2	3	1.9658	0	3.3302	0.581	0.5764	0
3	3	1	1.7804	0	2.7758	0.5368	1.316	0
3	3	2	1.7688	0	2.9384	0.5674	1.2522	0
3	3	3	1.7416	0	2.743	0.5446	1.555	0
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	30.469	0	60.39	10.705	14.422	0
3	1	1	29.776	0	58.269	10.509	13.413	0
3	1	2	29.688	0	58.183	10.094	9.2176	0
3	1	3	30.056	0	54.115	9.5792	14.605	0
3	2	1	28.367	0	56.129	9.7802	10.023	0
3	2	2	29.525	0	58.43	10.04	5.0522	0
3	2	3	30.46	0	55.275	9.5934	6.5868	0
3	3	1	26.947	0	47.411	9.1488	21.86	0
3	3	2	26.54	0	47.233	9.089	19.272	0
3	3	3	25.882	0	44.34	8.7676	24.739	0
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	92.228	0	187.26	33.179	44.497	0
3	1	1	89.724	0	181.3	32.483	42.052	0
3	1	2	90.362	0	180.66	31.186	26.797	0
3	1	3	91.021	0	166.75	29.406	44.829	0
3	2	1	85.575	0	172.15	29.813	29.003	0
3	2	2	89.072	0	180.48	30.966	14.803	0
3	2	3	93.507	0	172.91	29.75	19.363	0
3	3	1	80.587	0	134.2	25.542	57.992	0
3	3	2	79.98	0	144.59	27.794	58.203	0
3	3	3	77.54	0	136.41	26.893	75.025	0

Tabela 4.13: Comparação entre as variações e o modelo de referência, fase 3

VELOCIDADE 5 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	1%	-	3%	1%	10%	-
3	1	2	4%	-	4%	4%	26%	-
3	1	3	1%	-	10%	10%	-1%	-
3	2	1	5%	-	8%	9%	25%	-
3	2	2	2%	-	4%	7%	67%	-
3	2	3	1%	-	8%	10%	38%	-
3	3	1	10%	-	23%	17%	-42%	-
3	3	2	11%	-	19%	12%	-35%	-
3	3	3	12%	-	24%	15%	-68%	-
VELOCIDADE 20 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
$x_i$	$\alpha_{Fi}$	$\alpha_{Ti}$	X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	2%	-	4%	2%	7%	-
3	1	2	3%	-	4%	6%	36%	-
3	1	3	1%	-	10%	11%	-1%	-
3	2	1	7%	-	7%	9%	31%	-
3	2	2	3%	-	3%	6%	65%	-
3	2	3	0%	-	8%	10%	54%	-
3	3	1	12%	-	21%	15%	-52%	-
3	3	2	13%	-	22%	15%	-34%	-
3	3	3	15%	-	27%	18%	-72%	-
VELOCIDADE 35 m/s								
COMBINAÇÃO			FORÇA			MOMENTOS		
			X [N]	Y [N]	Z [N]	X [Nm]	Y [Nm]	Z [Nm]
1	1	1	0%	-	0%	0%	0%	-
3	1	1	3%	-	3%	2%	5%	-
3	1	2	2%	-	4%	6%	40%	-
3	1	3	1%	-	11%	11%	-1%	-
3	2	1	7%	-	8%	10%	35%	-
3	2	2	3%	-	4%	7%	67%	-
3	2	3	-1%	-	8%	10%	56%	-
3	3	1	13%	-	28%	23%	-30%	-
3	3	2	13%	-	23%	16%	-31%	-
3	3	3	16%	-	27%	19%	-69%	-

Nesta terceira e última fase, no momento de analisar e comparar todos os modelos, cada um com a sua configuração distinta, foi encontrada um dos maiores obstáculos e dificuldade que surgiram no decorrer desta dissertação. Este obstáculo foi, que variáveis de controlo, forças e momentos é que se deveriam prestar mais atenção, se deveriam as forças ser mais importantes, se os momentos ou até mesmo se o peso destas variáveis deveria ser o mesmo. Dito isto, é necessário evidenciar a forma como esta dificuldade foi encontrada. Analisando a tabela de comparação entre os valores de referência e os obtidos posteriormente, dois modelos são claramente superiores aos demais:

- **Modelo 3-3-2**

Se a variável de controlo arrasto for a que deve ter a maioria do peso da decisão, este modelo é superior aos restantes em todas as velocidades e componentes desta força, mas apesar disso, no que diz respeito aos momentos, tem um comportamento inferior a vários outros modelos testados, evidenciando assim a necessidade de definir a importância do peso de cada variável.

- **Modelo 2-3-2**

Analisando sobretudo o momento de arfagem, é facilmente observável como superior esta configuração em comparação com os restantes, mas, à semelhança da configuração referida anteriormente, quando analisada no panorama geral e completo, apresenta diferentes variáveis com comportamentos inferiores.

Devido a estes comportamentos referidos acima, foi necessário estabelecer uma ponderação, ou seja, uma função que será apresentada no seguinte capítulo, em conjunto com o modelo otimizado final resultante da aplicação desta metodologia.

# Capítulo 5

## 5 Modelo Final

Neste quinto e último capítulo de apresentação do trabalho de dissertação, vai ser apresentada a função utilizada para concluir qual o modelo com melhores resultados, e vai ser apresentado esse mesmo modelo otimizado do qual este trabalho prático se propôs alcançar.

### 5.1 Decisão

Para concluir que trenó possui um comportamento superior, foi necessário estabelecer uma função de comparação entre os valores de cada configuração em relação aos valores de referência, que variáveis de controlo são necessárias considerar e quais podem ser desprezadas e sobretudo, que peso imputar às consideradas de modo a obter um valor final de comparação para cada modelo.

Desenvolvendo o caminho seguido para alcançar este valor comparável, foi necessário em primeiro lugar perceber que variáveis são realmente importantes e que podem impactar significativamente o trenó e a sua pilotagem por parte dos atletas. A conclusão que foi alcançada neste desenvolvimento foi que a componente da força de arrasto que tem realmente uma aplicação significativa e de valor a considerar seria a componente em  $x$ , ou seja, a componente com direção longitudinal, paralela à base da pista com sentido oposto ao do movimento do trenó.

Em relação aos momentos, apesar de já ter sido referido anteriormente, a componente que foi tida constantemente em maior atenção e importância foi o momento de arfagem, ou seja, em torno de  $y$ , sendo que o facto de o trenó possuir o efeito do nariz, tanto em baixo como em cima, irá ter um efeito negativo na manobrabilidade do trenó.

Definidas as componentes a considerar e as que poderiam ser desprezadas, foi necessário definir a prioridade destas e como alcançar o valor de comparação, e para isto, foi discutido e decidido que apesar de se ter uma grande atenção ao momento de arfagem, sendo que a secção transversal do trenó possui um tamanho reduzido, estes valores vão possuir sempre um valor de impacto no comportamento do trenó inferior ao do arrasto, sendo definida a função de comparação por:

$$f_n = 0,75 \frac{D_{x_n}}{D_{x_{ref}}} + 0,25 \frac{M_{y_n}}{M_{y_{ref}}} \quad (5.1)$$

onde  $D_{x_n}$  é o valor da força de arrasto longitudinal para cada configuração;  $D_{x_{ref}}$  o valor da força de arrasto longitudinal da configuração de referência;  $M_{y_n}$  o valor do momento de arfagem para cada configuração;  $M_{y_{ref}}$  o valor do momento de arfagem da configuração de referência;

## **5.2 Resultados**

Aplicando a Equação 5.1, foi obtida a Tabela 5.1 na qual é possível observar de forma clara e destacada que um modelo bobsleigh obteve um comportamento superior aos restantes, sendo o modelo que obteve o valor da função de comparação final menor para todas as velocidades simuladas e analisadas.

Tabela 5.1: Comparação entre os modelos com a equação (5.1)

VELOCIDADE 5 m/s					
COMBINAÇÃO			FORÇA	MOMENTOS	TOTAL
$x_i$	$\alpha_{F_i}$	$\alpha_{T_i}$	X [N]	Y [Nm]	
1	1	1	1.9822	0.926	100%
1	3	1	1.963	0.8316	97%
1	3	2	1.8952	0.6858	90%
1	3	3	1.9674	0.9344	100%
2	3	1	1.877	0.697	90%
2	3	2	1.943	0.3098	82%
2	3	3	1.9658	0.5764	90%
3	3	1	1.7804	1.316	103%
3	3	2	1.7688	1.2522	101%
3	3	3	1.7416	1.555	108%
VELOCIDADE 20 m/s					
COMBINAÇÃO			FORÇA	MOMENTOS	TOTAL
$x_i$	$\alpha_{F_i}$	$\alpha_{T_i}$	X [N]	Y [Nm]	
1	1	1	30.469	14.4224	100%
1	3	1	29.776	13.4134	97%
1	3	2	29.688	9.2176	89%
1	3	3	30.056	14.6046	99%
2	3	1	28.367	10.023	87%
2	3	2	29.525	5.0522	81%
2	3	3	30.46	6.5868	86%
3	3	1	26.947	21.8602	104%
3	3	2	26.54	19.272	99%
3	3	3	25.882	24.739	107%
VELOCIDADE 35 m/s					
COMBINAÇÃO			FORÇA	MOMENTOS	TOTAL
$x_i$	$\alpha_{F_i}$	$\alpha_{T_i}$	X [N]	Y [Nm]	
1	1	1	92.228	44.497	100%
1	3	1	89.724	42.0516	97%
1	3	2	90.362	26.7974	89%
1	3	3	91.021	44.8288	99%
2	3	1	85.575	29.003	86%
2	3	2	89.072	14.8028	81%
2	3	3	93.507	19.3632	87%
3	3	1	80.587	57.9924	98%
3	3	2	79.98	58.203	98%
3	3	3	77.54	75.0252	105%

O modelo final otimizado obtido foi a configuração 2-3-2, que difere dos restantes por conter as seguintes características:

- Ponto inferior da fuselagem a 50% do comprimento do trenó;
- Ângulo de ataque do *bumper* frontal de  $-2,5^\circ$ ;
- Ângulo de ataque do *bumper* traseiro de  $+2,5^\circ$ .

Após a conclusão aritmética de qual o trenó com o melhor comportamento, foi necessário analisar de forma mais aprofundada os resultados obtidos na ferramenta computacional *Ansys*, de modo a entender as razões que tornam este trenó superior aos restantes, seja pelo facto de ser possível estabelecer várias relações como também validar os resultados da equação considerada.

Apesar de ser o melhor resultado através da ponderação entre o peso a considerar da força de arrasto longitudinal e do momento de arfagem, já foi concluído em cima que não é a melhor configuração no que diz respeito ao arrasto ou ao momento se vistos separadamente uns dos outros, mas sim é a melhor configuração pois possui um equilíbrio entre os dois.

Dito isto, é necessário entender através dos resultados extraídos, o que causa este comportamento superior entre o modelo final e o de referência. Para tal, iniciou-se este processo comparando os contornos de pressão entre esses dois modelos, ou seja, extraindo a Figura 5.1, que representa os contornos de pressão no plano de simetria longitudinal de todo o volume de análise.

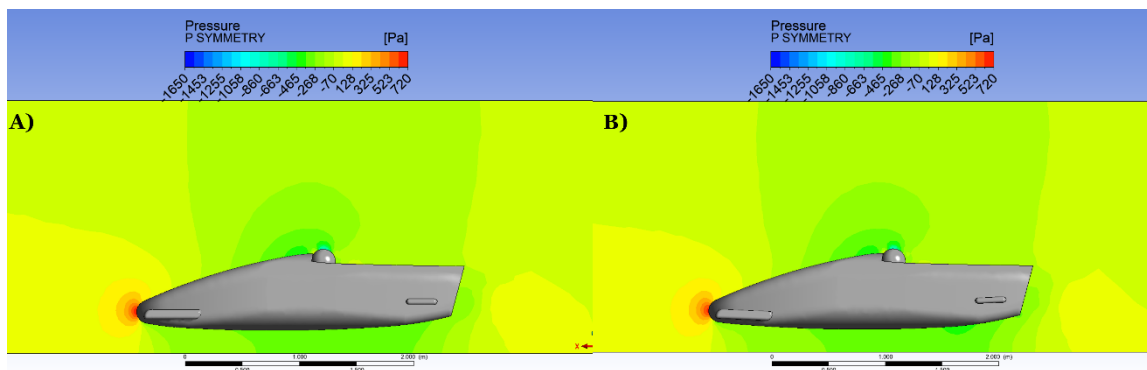


Figura 5.1: Contornos de pressão estática no modelo A) referência; B) final

Comparando na Figura 5.1, o A) e o B) observa-se, que o nariz do trenó final tem uma entrada no escoamento mais suave, um escoamento superiormente uniforme, com valores de pressão estática mínimos menores de grandezas próximas dos, A)  $-1100 Pa$  e B)  $-850 Pa$  e valores máximos menores semelhantes, ambos próximos dos  $700 Pa$ . É fundamental salientar novamente, apesar de algo presente em todas as configurações testadas, os resultados que a carenagem que antecede o piloto concede ao comportamento do trenó.

Dito isto, analisando a Figura 5.2, que representa o contorno de velocidades no plano de simetria que corta o trenó e o volume de controlo ao longo de todo o seu comprimento, é possível estabelecer uma relação de superioridade em comparação com a primeira fuselagem, a de referência.

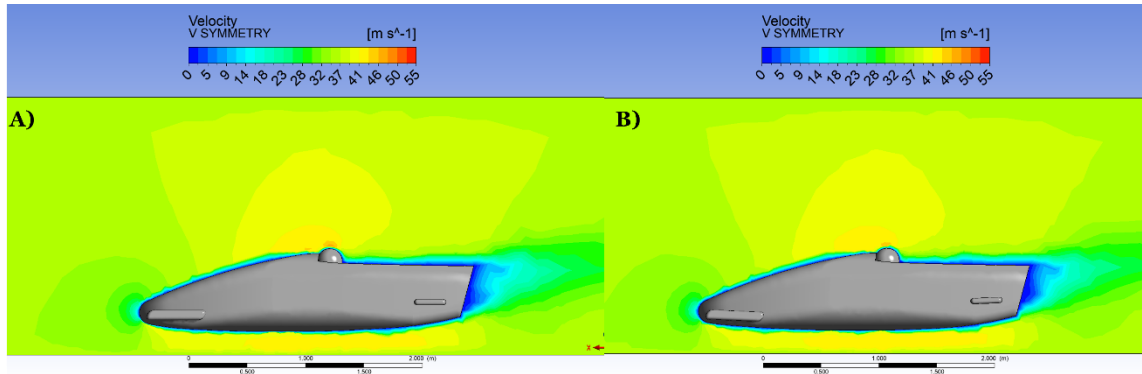


Figura 5.2: Contorno de velocidades no modelo A) referência; B) final

Comparando na Figura 5.2 é facilmente observável que na fuselagem B), que o escoamento mantém-se, nas proximidades do trenó, de forma mais constante e suave, no local da carenagem e do capacete do piloto, observa-se no modelo otimizado um escoamento mais uniforme e com valores inferiores de cerca de  $5 \text{ m/s}$  e analisando a ponta superior do final do trenó, que no modelo otimizado, este faz com que a recirculação observada na esteira dos trenós ocorra mais longe do final do trenó e à semelhança do escoamento nas imediações do trenó e no capacete, atua de forma mais controlada.

Transferindo a atenção para os resultados obtidos dos bumpers, começando pelo contorno de pressões representado na Figura 5.3 o que salta primeiro à vista é, como em todos os modelos, a alta pressão causada pelo bordo de ataque no momento da entrada no escoamento. Observando mais em pormenor esta figura, mais no frontal que no traseiro (sendo que o traseiro tem uma geometria mais simétrica, o intradorso e o extradorso têm comportamentos semelhantes), é notável uma pressão inferior no intradorso, o que provoca um aumento da *downforce*, diminuindo assim e validando os resultados aritméticos que foram obtidos que mostravam um decréscimo do valor do momento de arfagem, ou seja, contrariando o fenómeno de nariz em cima, facilitando assim a pilotagem do trenó.

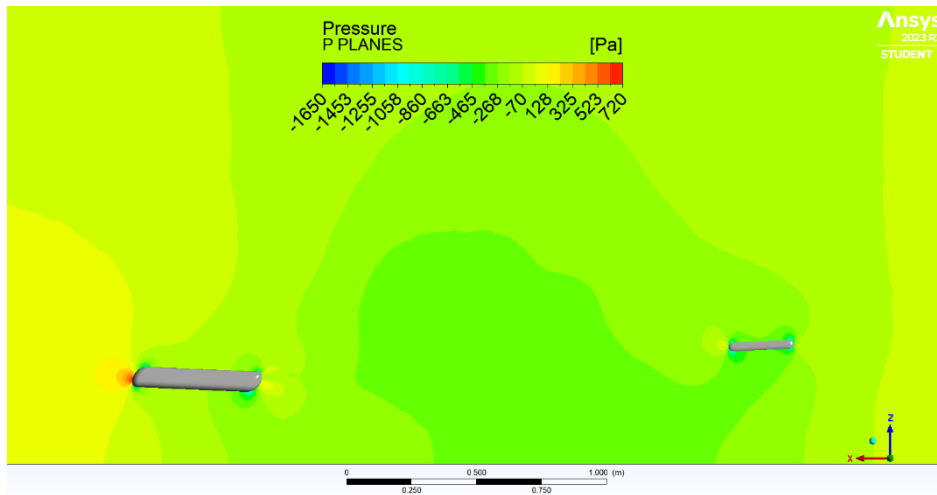


Figura 5.3: Contorno de pressão no plano  $xz$ ,  $y=0.4m$

À semelhança das restantes análises, para os *bumpers*, foi necessário ainda desenvolver relações e comparações no que diz respeito ao contorno de velocidades, para isso vai ser utilizada a Figura 5.4, que representa o mesmo plano longitudinal que a figura anterior para estabelecer um grau de validade e para possibilitar relações entre as mesmas.

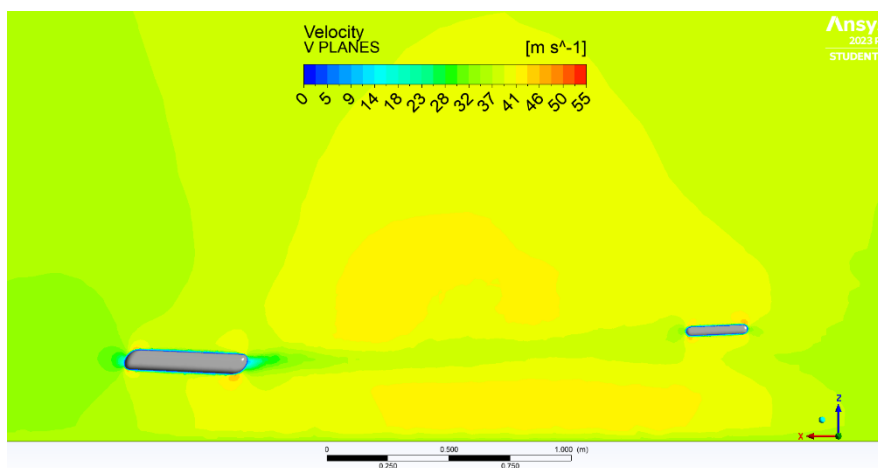


Figura 5.4: Contorno de velocidade no plano  $xz$ ,  $y=0.4m$

Para além das conclusões que se observam, mas que já foram evidenciadas na figura do contorno de pressões no mesmo plano, é claro que esta configuração de ângulos de ataque diminui ainda o arrasto pois o *bumper* traseiro, no seu bordo de ataque, possui uma entrada no escoamento relativamente de impacto inferior ao já observado nas análises anteriores devido à esteira causada pelo *bumper* frontal, diminuindo assim o arrasto do trenó.

## Capítulo 6

### 6 Conclusão e Trabalhos Futuros

Esta dissertação foi dividida em várias etapas. No seu início foi realizada uma pesquisa académica sobre os assuntos que iriam ser trabalhados e que tecnologias existem atualmente neste desporto. Como em qualquer outra modalidade em que o resultado é renhido à semelhança do *Bobsleigh*, todas as vantagens, por mais mínimas que sejam, podem ser decisivas. Graças a isto, maior parte dos estudos, análises e conclusões obtidas pelas equipas são mantidas confidenciais, o que dificultou a revisão bibliográfica.

Posteriormente, a primeira etapa do desenvolvimento do trabalho consistiu em construir dois modelos *3D* de trenós já existentes, para servirem como uma base robusta para depois serem aplicadas as otimizações a testar. Estes dois modelos foram replicados através de fotografias e respeitando as diretrizes do regulamento *IBSF*, e foram inspirados no trenó da equipa nacional da Letónia e da Alemanha. Como indicado no desenvolvimento da dissertação, foram escolhidos estes dois, pois no caso da Letónia a *Bob-team* Portugal forneceu um scan *3D* deste modelo do trenó, permitindo uma maior facilidade em explorar a geometria do mesmo e no caso da Alemanha, este trenó obteve com o trenó replicado as melhores classificações dos últimos jogos olímpicos, mostrando uma clara superioridade tecnológica.

Depois de desenvolvidos numa ferramenta computacional *CAD* estes modelos foram transferidos para a ferramenta de análise *CFD*, que através de equações *RANS* e das condições de análise evidenciadas nos capítulos anteriores foi simulada a fase reta e em aceleração da corrida, sendo testadas três velocidades distintas que englobem toda a extensão da corrida, de um valor mínimo a um intermédio e um máximo,  $5\text{ m/s}$ ,  $20\text{ m/s}$  e  $35\text{ m/s}$ . No final das simulações foram extraídos os gráficos referentes às forças aplicadas no trenó e aos momentos, sendo que a maior preocupação ao longo de todo o trabalho foi de diminuir ao máximo a força de arrasto longitudinal e tentar obter um valor de momento de arfagem o mais próximo de zero possível.

Analisados os resultados, ficou claro que o trenó alemão possuía um melhor desempenho que o seu rival, saltando à vista a inovação implementada pelos alemães, que consiste numa carenagem que se estende até ao capacete do piloto, conduzindo o escoamento de forma uniforme, mitigando assim zona de alta pressão encontrada na face frontal do capacete do piloto. Começando depois a otimizar o trenó alemão e apesar de ser notável numerosos aspetos a melhorar, foi necessário escolher apenas três e otimizá-los como um conjunto, testando os diferentes modelos com as configurações definidas. Dito isto, as três variáveis definidas para otimizar, foram a posição do ponto da base da fuselagem mais próximo da pista, o ângulo de ataque do *bumper* frontal e o ângulo de ataque do *bumper* traseiro.

À semelhança das velocidades foram testadas três valores para estas variáveis, que consistiram num valor abaixo e outro acima dos valores do trenó de referência (primeiro trenó alemão desenvolvido) para conseguir perceber que caminho deve ser seguido para obter um melhor desempenho. As simulações realizadas foram sempre com os mesmos parâmetros, volume de análise e características de escoamento e camada limite para conceder ao trabalho uma maior veracidade nos resultados a comparar.

Foi concluído que o trenó apresenta melhores resultados na configuração dos dois fatores de decisão, diminuir a forla de arrasto longitudinal e o momento de arfagem foi a que possui o ponto da base da fuselagem mais próximo da pista a 50% do comprimento total do trenó, ou seja, o ponto mais recuado testado e os *bumpers*, o frontal com um valor negativo ( $-2,5^0$ ) e o traseiro, contrariando o frontal, um valor positivo ( $2,5^0$ ).

De modo a atingir os objetivos e considerações finais deste projeto conjunto entre, entre outros, a universidade e a equipa portuguesa de *Bobsleigh* pode ser ainda analisada, em adição ao já testado, até que distância se pode recuar a posição do ponto mais próximo da pista, continuando a ter uma melhoria nos resultados e procurar o ângulo ideal, sabendo já quais as melhores grandezas para obter melhores desempenhos, procurar suavizar o impacto no escoamento da ponta do nariz do trenó e do bordo de ataque, tanto dos *bumpers* frontais como dos traseiros. Será vantajoso simular em trabalhos futuros diferentes fases da corrida, ou seja, testar a fase em curva na qual são aplicadas ao trenó diferentes forças, resultando em componentes a analisar do arrasto e dos momentos diferentes.

Futuramente, pode ainda utilizar-se os resultados das diferentes análises realizadas no estudo apresentado na Secção 3.5, através da conversão das curvas das forças verticais, Figura 3.13, em valores numéricos e posterior cálculo dos momentos de arfagem em torno de um ponto longitudinal relevante no trenó. A comparação destes momentos de arfagem com os obtidos neste projeto pode permitir orientar o desenho do trenó no sentido de se obterem momentos de arfagem semelhantes.

Resumindo, esta dissertação partiu de uma ideia e de um sonho, levar Portugal aos jogos olímpicos de inverno de dois mil e vinte e seis, com um trenó fabricado de propósito e de forma personalizada para a equipa portuguesa. Tendo isto em vista, após várias simulações, esta dissertação de mestrado atingiu várias relações e conclusões que servirão como base para posteriores otimizações.

# Bibliografia

- [1] A. Bock, "Formula One on Ice," Olympics Daily, 18 abril 2022. [Online]. Available: <https://olympicsdaily.substack.com/p/formula-one-on-ice>. [Acedido em 13 maio 2023].
- [2] IBSF, "Bobsleigh Infographic," International Bobsleigh & Skeleton Federation, 2015. [Online]. Available: <https://www.ibsf.org/en/our-sports/bobsleigh-info-graphics>. [Acedido em 13 maio 2023].
- [3] P. Dabnichki, "Bobsleigh Performance Characteristics for Winning Design," *Procedia Engineering*, vol. 112, pp. 436-442, 2015.
- [4] J. De Koning, J. Houdijk, G. de Groot e M. Bobbert, "From biomechanical theory to application in top sports: The Klapskate story," *Journal of Biomechanics*, vol. 33, pp. 1225-1229, 2000.
- [5] I. O. Committee, "Beijing 2022 Bobsleigh Results," Olympic Games, 2022. [Online]. Available: <https://olympics.com/en/olympic-games/beijing-2022/results/bobsleigh>. [Acedido em 13 maio 2023].
- [6] O. Lewis, "Aerodynamic Analysis of a 2-man Bobsleigh," Faculty of Aerospace Engineering, Delft University of Technology, 2006.
- [7] F. Motallebi, P. Dabnichki e D. Luck, "Advanced bobsleigh design. part 2: Aerodynamic modifications to a two-man bobsleigh," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications*, vol. 218, n<sup>o</sup> 2, pp. 139-144, 2004.
- [8] H. Shim, Y. Lee e K. Kim, "Optimization of bobsleigh bumper shape to reduce aerodynamic drag," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 164, pp. 108-118, 2017.
- [9] H. H. Ubbens, R. P. Dwight, A. Sciacchitano e N. Timmer, "Some Results on Bobsleigh Aerodynamics," *Procedia Engineering*, vol. 147, pp. 92-97, 2016.
- [10] P. Dabnichki e E. Avital, "Influence of the position of crew members on aerodynamics performance of two-man bobsleigh," *Journal of Biomechanics*, vol. 39, n<sup>o</sup> 15, pp. 1733-2742, 2006.
- [11] A. Jain e M. Morari, "Computing the racing line using Bayesian optimization," em *59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Jeju Island, Republic of Korea, 2020.
- [12] IBSF, "Bobsleigh History," International Bobsleigh & Skeleton Federation, 2022. [Online]. Available: <https://www.ibsf.org/en/our-sports/bobsleigh-history>. [Acedido em 15 maio 2023].
- [13] J. Hilsum, "Winter Olympics - Germany partner with BMW to produce bobsleigh track simulator to give them the edge in Beijing 2022," Eurosport, 14 fevereiro 2022. [Online]. Available: <https://www.eurosport.com/bobsleigh/beijing-2022/2022/winter-olympics->

former-luger-julian-von-schleinitz-partnered-with-bmw-to-build-a-beijing-bobsleigh-t\_sto8789846/story.shtml. [Acedido em 18 maio 2023].

- [14] L. Poirier, "Ice Friction in the Sport of Bobsleigh," *UNIVERSITY OF CALGARY, Phd Thesis*, p. 2, agosto 2011.
- [15] J. Nichol, "How to steer a bobsleigh and what the brakeman actually does," HITC, 15 fevereiro 2022. [Online]. Available: <https://www.hitc.com/en-gb/2022/02/15/brakeman-steer-a-bobsleigh/>. [Acedido em 10 setembro 2023].
- [16] F. Braghin, F. Cheli, S. Melzi e E. Sabbioni, "Design and verification of bobsleigh track," *Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Istanbul*, vol. 4, n° 10, pp. 505-512, 2010.
- [17] IBSF, "Around the World: Where do we slide?," International Bobsleigh & Skeleton Federation, 2022. [Online]. Available: <https://www.ibsf.org/en/tracks>. [Acedido em 19 maio 2023].
- [18] IBSF, "St. Moritz," International Bobsleigh & Skeleton Federation, 2022. [Online]. Available: <https://www.ibsf.org/en/tracks/track/15/St.%20Moritz>. [Acedido em 19 maio 2023].
- [19] V. F. Neto, "Cinderelas Olímpicas: o time de bobsled que reviveu Portugal nos Jogos de Inverno," Olympics, 24 novembro 2022. [Online]. Available: <https://olympics.com/pt/noticias/cinderelas-olimpicas-o-time-de-bobsled-que-reviveu-portugal-nos-jogos-de-inverno>. [Acedido em 20 maio 2023].
- [20] B. Portugal, "Construir a história da nossa nação," Bobteam Portugal, [Online]. Available: <https://bobteamportugal.pt/pt/inicio/>. [Acedido em 20 maio 2023].
- [21] I. B. & S. Federation, International Bobsleigh Rules, IBSF, 2022.
- [22] N.-S. Equations, "3-dimensional-unsteady," NASA, 13 maio 2021. [Online]. Available: <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/nseqs.html>. [Acedido em 10 setembro 2023].
- [23] R. A. Granger, em *Fluid Mechanics*, Nova Iorque, Dover Publications, Inc., 1995, pp. 4-6.
- [24] V. Jagannadham e R. Sanjeev, "Is the Liquid a Condensed Gas or Collapsed Solid? A Statistical Thermodynamic and Cell Theory Approach: A Simple Introductory and Lucid One-Hour Class-Room Lecture for Physical Chemistry Senior Under-Graduate and Graduate Level Students," *American Journal of Chemistry*, vol. 1, n° 2, pp. 26-28, 2011.
- [25] "Capítulo 1: Introdução aos escoamentos compressíveis: conceitos fundamentais, histórico e relações termodinâmicas," em *Escoamentos Compressíveis*, Curitiba, Universidade Federal do Paraná, pp. 1-57.
- [26] L. University, "3. Fluid Dynamics," em *Fundamentals of Fluid Mechanics*, Londres, CREST Foundation Studies, pp. 1-3.
- [27] P. K. Kundu, I. M. Cohen e D. R. Dowling, "Chapter 9 - Laminar Flow," em *Fluid Mechanics (Sixth Edition)*, Academic Press, 2016, pp. 409-467.

- [28] J. A. G. Granados, “Superfluid dynamics in the outer core of neutron stars,” *Universidad de Barcelona*, pp. 1-32, 2017.
- [29] U. D. o. Energy, “Laminar and Turbulent Flow,” em *DOE Fundamentals Handbook: Thermodynamics, Heat Transfer, and Fluid Flow*, Washington, D.C, 1992.
- [30] N. Power, “Turbulent Flow,” [Online]. Available: <https://www.nuclear-power.com/nuclear-engineering/fluid-dynamics/turbulent-flow/>. [Acedido em 2023 setembro 22].
- [31] I. A. B. B. Pereira, “Escoamento Turbulento em Torno de um Cilindro a Baixo Número de Reynolds: Comparação entre Modelos de Turbulência,” FEUP, Porto, 2010.
- [32] D. A. Sharma, “Development, Application and Analysis,” em *Introduction to Computational Fluid Dynamics*, Chichester, West Sussex, John Wiley & Sons Ltd, 2017, pp. 46-48.
- [33] K.-Y. Kim, H.-S. Shim e H.-Y. Jung, “Aerodynamic Performance analysis of a bobsleigh body shape,” em *ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Houston, Texas, 2015.
- [34] D. Jackson e B. Launder, “Osborne Reynolds and the Publication of His Papers on Turbulent Flow,” *Annu. Rev. Fluid Mech*, nº 39, pp. 19-35, 2007.
- [35] J. Boussinesq, “Théorie de l’écoulement tourbillant,” *Mem. Acad. Sci. Inst. Fr.*, nº 23, pp. 46-50, 1877.
- [36] L. Prandtl, “Über die ausgebildete Turbulenz,” *Z. Angew. Math. Mech.*, nº 5, pp. 136-139, 1925.
- [37] T. von Kármán, “Mechanische Ähnlichkeit und Turbulenz,” *International Congress of Applied Mechanics, Stockholm*, vol. III, pp. 85-105, 1930.
- [38] T. von Kármán, “Progress in the Statistical Theory of Turbulence,” *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.*, nº 34, pp. 530-539, 1948.
- [39] L. Prandtl, “Über ein neues Formelsystem für die ausgebildete Turbulenz,” *Nachr. Akad. Wiss. Goett.*, vol. II, nº K1, pp. 6-19, 1945.
- [40] J. C. Rotta, “Statistische Theorie Nichthomogener Turbulenz,” *Z. Phys.*, nº 129, pp. 547-572, 1951.
- [41] I. Ansys, “4.1.1. Reynolds (Ensemble) Averaging,” em *Ansys Fluent Theory Guide*, U.S.A., 2023, p. 42.
- [42] W. Rodi e G. Scheuerer, “Scrutinizing the k-e turbulence model under adverse pressure gradient conditions,” *ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 108, pp. 147-179, 1986.
- [43] F. Menter, “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” *AIAA Journal*, vol. 32, nº 8, 1994.
- [44] D. C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, La Canada, California: DCW Industries, Inc., 1998.

- [45] I. Ansys, “Standard k- $\omega$  Model,” em *Ansys Fluent Theory Guide*, U.S.A., 2023, pp. 60-64.
- [46] M. Saghafian, P. K. Stansby, M. S. Saidi e D. D. Apsley, “Simulation of turbulent flows around a circular cylinder using nonlinear eddy–viscosity modeling: steady and oscillatory ambient flows,” *Journal of Fluids and Structures*, vol. 17, n<sup>o</sup> 8, pp. 1213-1236, 2003.
- [47] F. R. Menter, “Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications,” *AIAA Journal*, vol. 32, n<sup>o</sup> 8, p. 1598–1605, 1994.
- [48] I. Ansys, “Baseline (BSL) k- $\omega$  Model,” em *Ansys Fluent Theory Guide*, U.S.A., 2023, pp. 65-67.
- [49] I. Ansys, “Shear-Stress Transport (SST) k- $\omega$  Model,” em *Ansys Fluent Theory Guide*, U.S.A., 2023, pp. 67-68.
- [50] G. Gibertini, M. Campolo e A. Soldati, “Aerodynamic Analysis of a Two-Man Bobsleigh,” IFMBE proceedings, 2010.
- [51] A. Winkler e A. Pernpeintner, “Automated Aerodynamic Optimization of the Position and Posture of a Bobsleigh Crew,” em *8th Conference of the International Sports Engineering Association (ISEA)*, 2010.
- [52] F. Braghin, F. Cheli, S. Melzi e E. Sabbioni, “Chapter 50: Experimental Assessment of Bobsleigh Dynamics and Ice-Skate Contact Forces,” em *Topics in Modal Analysis II, Volume 6*, Londres, The Society for Experimental Mechanics, Inc, 2012, pp. 487-495.
- [53] G. Pietrobelli, “Cortina ignora la pista da bob construída per Torino 2006,” GognaBlog, 01 novembro 2021. [Online]. Available: <https://gognablog.sherpa-gate.com/cortina-ignora-la-pista-da-bob-costruita-per-torino-2006/>. [Acedido em 20 setembro 2023].
- [54] S. Vieira, “O que é o monobob Olímpico em Beijing 2022?,” Olympics, 13 fevereiro 2022. [Online]. Available: <https://olympics.com/pt/noticias/como-e-o-monobob-olimpico-somente-feminino-em-beijing-2022>. [Acedido em 18 maio 2023].
- [55] “FIBT World Cup Bobsleigh: Womens Skeleton Heat 1,” CBC, 2012. [Online]. Available: <https://www.cbc.ca/player/play/2177345461>. [Acedido em 16 maio 2023].
- [56] S. Engel, “From snob sport to bob sport,” Swiss National Museum, 12 fevereiro 2021. [Online]. Available: <https://blog.nationalmuseum.ch/en/2021/02/bobsleighbing/>. [Acedido em 17 maio 2023].
- [57] M. Rowbottom, “New two-man bobsled design delivered to Team USA,” Inside the Games, 18 novembro 2012. [Online]. Available: <https://www.insidethegames.biz/articles/1011723/new-two-man-bobsled-design-delivered-to-team-usa>. [Acedido em 14 maio 2023].
- [58] A. Bull, “The forgotten story of ... those magnificent men and their flying bobsled,” The Guardian, 25 fevereiro 2010. [Online]. Available: <https://www.theguardian.com/sport/blog/2010/feb/25/forgotten-story-magnificent-men-flying-machine>. [Acedido em 16 maio 2023].

- [59] “2023 Bobsleigh World Cup,” All Sports DB, [Online]. Available: <https://allsportdb.com/Events/2023-Bobsleigh-World-Cup-12314>. [Acedido em 18 maio 2023].
- [60] J. Sawyers, “Winter Olympics will bring back fond memories of my old bobsleigh teammates,” Stoke Sentinel, [Online]. Available: <https://www.stokesentinel.co.uk/sport/sport-opinion/jazmin-sawyers-column-winter-olympics-1181678>. [Acedido em 15 maio 2023].
- [61] D. Kirton, “Bobsleigh-Humphries wins first monobob gold for U.S. team,” Reuters, 14 fevereiro 2022. [Online]. Available: <https://www.reuters.com/lifestyle/sports/bobsleigh-humphries-united-states-takes-gold-monobob-2022-02-14/>. [Acedido em 17 maio 2023].

# Anexos

## A Cronologia Bobsleigh

Tabela A.1: Cronologia de eventos históricos [12, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61]

BOBSLEIGH: HISTÓRIA		
1897	Fundação do primeiro <b>CLUBE de BOBSLEIGH</b> , em St. Moritz, na Suíça, o que levou a um crescimento acentuado dos desportos de inverno pela Europa.	
1980	Introdução da <b>TAÇA DO MUNDO</b> , concedendo ao desporto uma nova dimensão, sendo que até à data apenas se competia através dos Jogos Olímpicos e Campeonato Mundial e Europeu.	
1923	Fundação do <b>IBSF</b> (International Bobsleigh & Skeleton Federation), originalmente <b>FIBT</b> (Fédération Internationale de Bobsleigh et de Tobogganing):	
1984	Aprovação do primeiro <b>REGULAMENTO IBSF</b> , que visava standardizar a construção dos bobsled de modo a limitar os custos do mesmo.	
1924	O desporto Bobsleigh esteve presente nos primeiros Jogos Olímpicos de Inverno, em Chamonix-França, com o escalão: <b>4-MAN</b>	
2002	Introdução dos escalões femininos de bobsleigh: <b>4 e 2-WOMAN</b> , realizou a sua estreia nos Jogos Olímpicos de Inverno, em Salt Lake City. Esta modalidade consiste em bobsleds semelhantes aos masculinos já existentes, com alterações, p.e. no peso.	
1932	Introdução do escalão: <b>2-MAN</b> nos Jogos Olímpicos de Inverno realizados em Lake Placid, Estados Unidos da América.	
2022	Introdução do escalão de bobsleigh: <b>MONOBOB</b> , realizou a sua estreia nos Jogos Olímpicos de Pequim. Esta modalidade consiste numa versão individual do bobsled e apenas na secção feminina.	
1952	Aplicação pela primeira vez da regra <b>PESO MÁXIMO</b> do conjunto bobsled+pilotos, que veio terminar a era de conjuntos pesados e foi o nascimento do desporto avançado e atlético e hoje.	

## B Bobsleigh Final

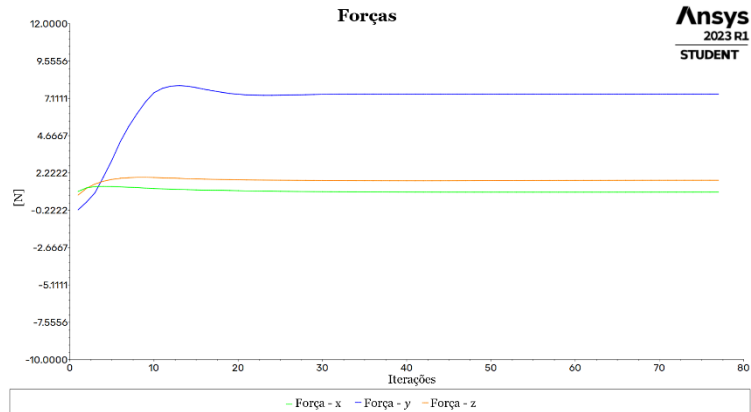


Figura B.1: Componentes da força,  $U=5\text{m/s}$

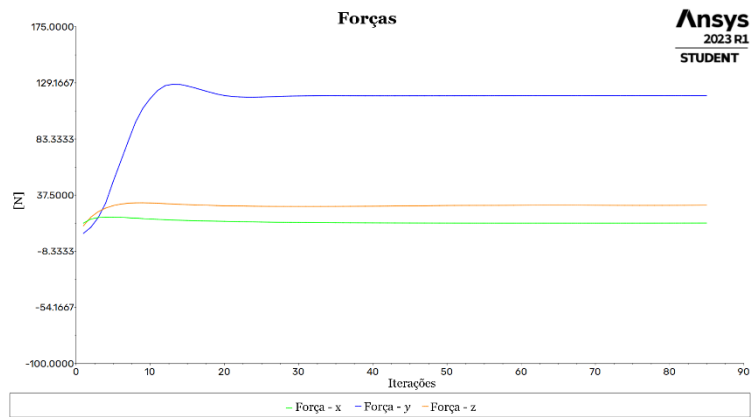


Figura B.2: Componentes da força,  $U=20\text{m/s}$

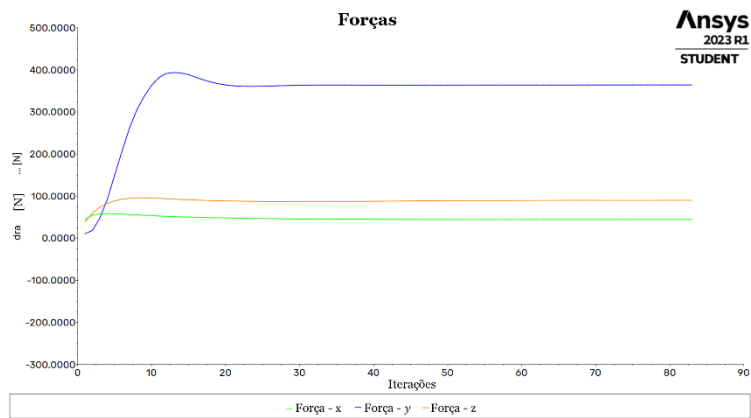


Figura B.3: Componentes da força,  $U=35\text{m/s}$

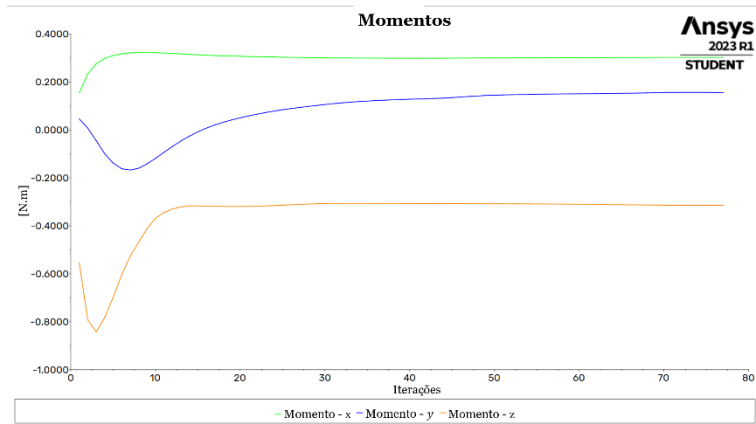


Figura B.4: Componentes do momento,  $U=5\text{m/s}$

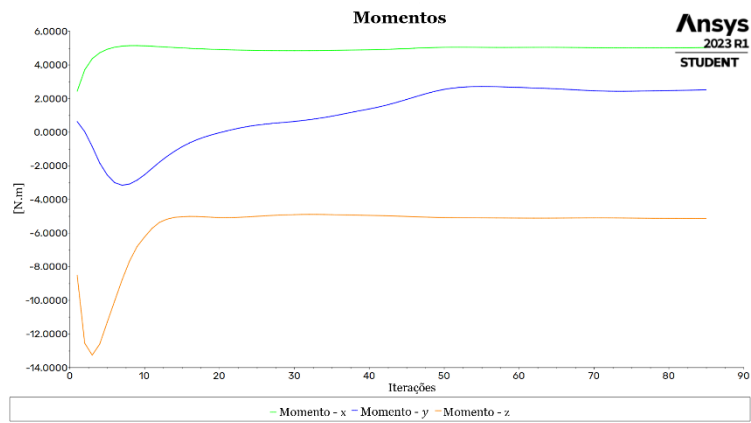


Figura B.5: Componentes do momento,  $U=20\text{m/s}$

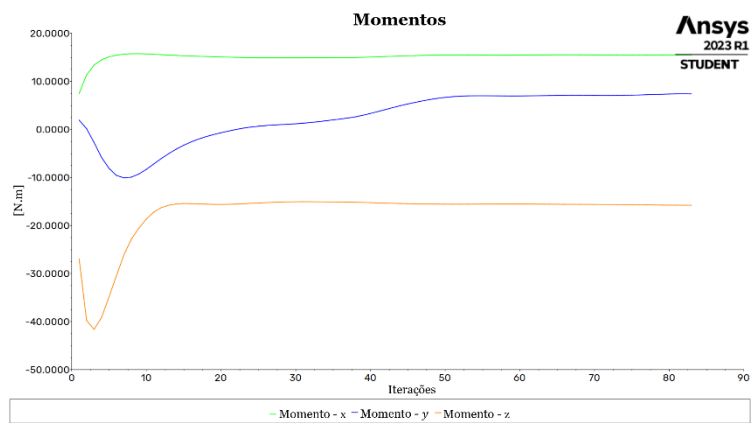


Figura B.6: Componentes do momento,  $U=30\text{m/s}$