



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

**Modelos de Escoras e Tirantes para Betão
Estrutural
Modelação assistida por computador**

Pedro Filipe de Freitas Cerdeira

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil
(ciclo de estudos integrado)

Orientador: Prof. Doutor João António Saraiva Pires da Fonseca

Covilhã, outubro de 2014

À minha Família

Agradecimentos

O autor agradece ao Professor João Fonseca, orientador científico deste trabalho, a sua disponibilidade e apoio prestados no desenvolvimento do trabalho que neste documento se apresenta.

À Universidade da Beira Interior, o autor agradece as condições que lhe foram facultadas e que possibilitaram a sua formação em Engenharia Civil, que culminam com a realização deste trabalho.

Resumo

No dimensionamento de regiões D com recurso a modelos de escoras e tirantes, os modelos utilizados correspondem frequentemente, do ponto de vista da análise de estruturas articuladas a modelos hipostáticos. Este tipo de modelos só garante o equilíbrio para determinada configuração de carga pelo que, uma configuração geométrica do modelo só pode equilibrar determinada relação entre forças aplicadas nos nós. Apresenta-se uma metodologia para obter a configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes com nós articulados em equilíbrio com o carregamento externo e os respetivos esforços para o dimensionamento dos vários elementos do modelo. Propõe-se que no caso de o modelo de escoras e tirantes inicial corresponder a um modelo hipostático, as escoras que constituem o modelo sejam dotadas de um valor mínimo de rigidez de flexão para o qual a relação $\frac{I}{A}$ esteja compreendida entre $10^{-3}m^2$ e $10^{-10}m^2$ e que os tirantes do modelo permaneçam como barras biarticuladas. Com base no referido modelo inicial, dotado de rigidez de flexão, é possível efetuar o cálculo elástico e linear. Com base nos diagramas de momento fletor e esforço normal, propõe-se que seja determinado o diagrama da linha “C” que corresponde à variação da posição da força de compressão ou tração ao longo de cada elemento barra. Com base no diagrama da linha “C”, é possível proceder à reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial através da translação dos nós de forma a serem eliminadas os valores de excentricidade a eles associados. O modelo resultante da reconfiguração geométrica corresponde ao modelo de escoras e tirantes final, equilibrado. Para a aplicação da metodologia desenvolveu-se um programa de cálculo automático. O programa de cálculo automático desenvolvido permite que, com base num ambiente gráfico computacional, se possa efetuar a manipulação da geometria do modelo de escoras e tirantes inicial, com base no diagrama da linha “C”, até se obter a geometria do modelo de escoras e tirantes final com nós articulados, em equilíbrio com o carregamento externo. A demonstração da viabilidade da metodologia, através do programa de cálculo automático desenvolvido é efetuada com recurso a três exemplos de aplicação, nomeadamente, uma viga parede, um conjunto de consolas curtas e uma parede com uma abertura. Conclui-se que o programa desenvolvido permite uma eficaz aplicação da metodologia proposta. Conclui-se ainda que os valores de excentricidade obtidos para o modelo de escoras e tirantes com base numa análise elástica linear não dependem das características geométricas e mecânicas adotadas que satisfazem a relação $\frac{I}{A}$ a tender para zero, mas sim da geometria do modelo de escoras e tirantes inicial e da relação entre forças externas aplicadas.

Palavras-chave

Regiões D, modelos de escoras e tirantes, modelos hipostáticos, programa de cálculo automático.

Abstract

This study presents a methodology to determine the geometry of a strut and tie model where all the joints are considered perfect hinges, to calculate the forces and finally to design the structure. The design of D-Regions in RC members with the strut and tie modelling approach usually leads to the analysis of cinematically unstable structures. For these systems, also known as mechanisms, the equilibrium is not possible for all load configurations. In the proposed methodology, if the initial strut and tie model is a mechanism, the bending stiffness of the struts should be modified so that the cross-section has a area moment of inertia to area ratio $\frac{I}{A}$ between $10^{-3}m^2$ and $10^{-10}m^2$ however the ties remain as pinned-joint bars. After introducing such corrections to the initial model is it possible to perform a linear elastic analysis. For each member, based on the bending moment and normal force diagrams, the “C” line is determined. The geometry of the model is now adjusted to the “C” line, changing the coordinates of the nodes in such a way that the load eccentricity is eliminated. The resultant model corresponds to the final model with perfect hinges in equilibrium with the external loads. A computer program was developed to perform the above mentioned calculations. Three different RC structures are analyzed: a deep beam, corbels and a wall with an opening. The eccentricity of the load shown in the “C” line depends mainly on the initial geometry of the strut and tie model and on the configuration of the external loads and doesn't depend on the small values adopted for the $\frac{I}{A}$ ratio.

Keywords

D regions, strut and tie models, cinematically unstable structures, computer program.

Índice

Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1 Enquadramento do tema	1
1.2 Objetivos	3
1.3 Organização do trabalho	4
Capítulo 2	5
Revisão da Literatura	5
2.1 Dimensionamento de elementos estruturais com recurso a modelos de escoras e tirantes	5
2.1.1 Divisão de uma estrutura em regiões B e regiões D	5
2.1.2 Procedimento geral do dimensionamento de uma estrutura de betão armado	9
2.1.3 Princípios gerais do dimensionamento com modelos de escoras e tirantes	10
2.1.4 Modelação com base numa análise elástica linear com recurso ao método dos elementos finitos	12
2.1.5 Modelação com base no método do caminho das forças	13
2.1.6 Modelação com base em modelos de escoras e tirantes padronizados	15
2.1.7 Otimização de modelos de escoras e tirantes	18
2.1.8 Determinação de esforços em modelos de escoras e tirantes	19
2.1.9 Dimensionamento das escoras de betão	22
2.1.10 Dimensionamento dos nós	25
2.1.11 Dimensionamento dos tirantes	26
2.1.12 Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas ao dimensionamento com recurso a modelos de escoras e tirantes	27
2.1.12.1 Campos de aplicação do dimensionamento com recurso a modelos de escoras e tirantes	27
2.1.12.2 Verificações de segurança das escoras	28
2.1.12.3 Verificações de segurança dos tirantes	29
2.1.12.4 Verificações relativas aos nós singulares	29
2.1.13 Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas a disposições construtivas das armaduras para betão armado	32
2.1.13.1 Distância entre varões	32
2.1.13.2 Diâmetros admissíveis dos mandris para varões dobrados	32
2.1.13.3 Amarração das armaduras longitudinais	33

2.1.14	Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas a disposições construtivas em elementos parede	35
2.1.15	Recomendações constantes no REBAP relativas a disposições construtivas em elementos parede	36
2.2	Formulação matricial do método dos deslocamentos	37
2.2.1	Princípios gerais do método dos deslocamentos	37
2.2.2	Matriz de rigidez de um elemento tipo barra no plano	38
2.2.2.1	Elemento tipo barra de pórtico plano	38
2.2.2.2	Elemento tipo barra de estrutura articulada no plano	39
2.2.3	Mudança de referencial com base numa matriz de transformação	40
2.2.4	Matriz de rigidez de uma estrutura reticula e consideração das condições de apoio	44
2.2.5	Vetor solicitação	46
2.2.6	Resolução do sistema e determinação dos esforços nos elementos tipo barra	46
Capítulo 3		49
Metodologia		49
3.1	Objetivo da metodologia proposta	49
3.2	Princípios gerais da metodologia	49
3.3	Procedimento geral da metodologia	58
Capítulo 4		63
Programa de cálculo automático		63
4.1	Organização geral do programa	63
4.2	Introdução de dados	67
4.2.1	Recurso 1 - Documento '1_IP_INTRODUÇÃO_DE_DADOS.txt'	68
4.2.2	Recurso 2 - Documento criado a partir do programa CAD	69
4.3	Processos internos de cálculo	73
4.3.1	Sub-rotina 1 - 'CARGEOMEC'	73
4.3.2	Sub-rotina 2 - 'STMESFR'	82
4.3.3	Sub-rotina 3 - 'INVERSE'	92
4.3.4	Sub-rotina 6 - 'VERIFTIR'	92
4.3.5	Sub-rotina 7 - 'VERIFNOS'	93
4.4	Saída de dados/resultados	94
Capítulo 5		97
Exemplos de aplicação		97
5.1	Considerações gerais	97
5.2	Viga Parede	98
5.2.1	Características geométricas e mecânicas	98

5.2.2	Análise elástica e linear	99
5.2.3	Modelo de escoras e tirantes inicial	100
5.2.4	Determinação do modelo de escoras e tirantes final	101
5.2.5	Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final	105
5.2.5.1	Verificações de segurança relativas aos tirantes	105
5.2.5.2	Verificações de segurança relativas aos nós singulares	105
5.2.6	Disposições construtivas e desenhos de pormenor	107
5.3	Consolas curtas	109
5.3.1	Características geométricas e mecânicas	109
5.3.2	Análise elástica e linear	110
5.3.3	Determinação do modelo de escoras e tirantes inicial	112
5.3.4	Determinação do modelo de escoras e tirantes final	115
5.3.5	Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final	117
5.3.5.1	Verificações de segurança relativas aos tirantes	117
5.3.5.2	Verificações de segurança relativas aos nós singulares	117
5.3.6	Disposições construtivas e desenhos de pormenor	119
5.4	Parede com abertura	121
5.4.1	Características geométricas e mecânicas	121
5.4.2	Análise elástica e linear	122
5.4.3	Modelo de escoras e tirantes inicial	125
5.4.4	Modelo de escoras e tirantes final	128
5.4.5	Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final	132
5.4.5.1	Verificações de segurança relativas aos tirantes	132
5.4.5.2	Verificações de segurança relativas aos nós singulares	133
5.4.6	Disposições construtivas e desenhos de pormenor	135
Capítulo 6		137
Conclusões		137
Anexos		
A1	Lista de variáveis do programa	
A2	Resultados relativos à viga parede	
A3	Resultados relativos ao conjunto de consolas curtas	
A4	Resultados relativos à parede com abertura	

Índice de figuras

Figura 1.1 - Procedimento geral de um projeto de uma estrutura de betão armado (adaptado de [26]).	1
Figura 2.1 - Princípio da conservação das secções planas (adaptado de [3]).	5
Figura 2.2 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades geométricas (adaptado [23]).	6
Figura 2.3 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades estáticas (adaptado [23]).	6
Figura 2.4 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades estáticas e geométricas (adaptado [23]).	7
Figura 2.5 - Tensões provocadas no interior de uma peça prismática por três sistemas de forças com igual resultante (adaptado [27]).	8
Figura 2.6 - Trajetórias das tensões num elemento constituído por uma região B e duas regiões D. (adaptado [25]).	8
Figura 2.7 - Subdivisão de um elemento estrutural em regiões B e regiões D de acordo com o princípio de Saint-Venant (adaptado [25]).	9
Figura 2.8 - A) Estrutura porticada com prevalência de regiões B. B) Sistema estático da estrutura porticada e respetivo diagrama de momentos fletores. (adaptado [25]).	10
Figura 2.9 - Viga parede sujeita a uma carga uniformemente distribuída, direção das tensões principais elásticas, diagrama de tensões na direção XX e modelo de escoras e tirantes (adaptado [25]).	12
Figura 2.10 - A) Viga parede com respetivo carregamento externo e reações de apoio e caminho das forças correspondente. B) Viga parede com respetivo carregamento externo e reações de apoio e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).	13
Figura 2.11 - A) Viga parede com respetivo carregamento externo, diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente e caminho das forças correspondente. B) Viga parede com respetivo carregamento externo, diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).	14
Figura 2.12 - A) Viga parede com respetivo diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente, reações nos apoios e caminho das forças correspondente. B) Viga parede com respetivo diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente, reações nos apoios e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).	15

Figura 2.13 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior comprimida e com dimensões de viga e pilar concorrentes no nó com dimensões aproximadamente iguais [21].	16
Figura 2.14 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior comprimida e com dimensões de viga e pilar concorrentes no nó com dimensões muito diferentes [21].	16
Figura 2.15 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior moderadamente tracionada [21].	17
Figura 2.16 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior fortemente tracionada [21].	17
Figura 2.17 - Modelo de escoras e tirantes e respetivas trajetórias de tensões elásticas para diversos elementos estruturais [4].	17
Figura 2.18 - Modelo de escoras e tirantes para zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço com aplicação de pré-esforço centrado, em a) para vigas com secção retangular e b) para vigas com secção transversal simétrica em forma de I [17].	18
Figura 2.19 - Modelo de escoras e tirantes para zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço, com aplicação de pré-esforço excêntrico relativamente ao centro de gravidade da secção da viga [17].	18
Figura 2.20 - Modelos de escoras e tirantes distintos para o mesmo elemento estrutural. A) Modelo de escoras e tirantes com menos tirantes. Modelo correto a adotar para o dimensionamento. B) Modelo com maior número de tirantes. Modelo não apropriado para o dimensionamento (adaptado de [25]).	19
Figura 2.21 - Viga parede e respetivo modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas é denominado de modelo hipostático ou cinemático.	20
Figura 2.22 - Capitel de um viaduto e respetivo modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas é denominado de modelo estaticamente determinado ou isostático [16].	21
Figura 2.23 - Modelo de escoras e tirantes estaticamente indeterminado. A) Elemento estrutural e respetivo carregamento. B) e C) Submodelos de escoras e tirantes estaticamente determinados. D) Modelo de escoras e tirantes estaticamente indeterminado resultante da sobreposição dos dois submodelos isostáticos (adaptado de [23]).	21
Figura 2.24 - Elemento de betão sujeito a três configurações distintas de tensões nas suas faces.	22
Figura 2.25 - Principais configurações de campos de tensões em compressão. A) Escoras prismática. B) Escora em forma de 'leque'. C) Escora do tipo 'garrafa' (adaptado de [23]).	23

Figura 2.26 - Escora de betão do tipo ‘garrafa’.	24
Figura 2.27 - Modelo de escoras e tirantes para determinação da quantidade de armadura para escoras do tipo ‘garrafa’. A) Trajetórias das tensões obtidas por uma análise elástica linear. B) Modelo de escoras e tirantes (Adaptado de [25]).	24
Figura 2.28 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão na ausência de trações transversais [21].	28
Figura 2.29 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão sujeitas a trações transversais [21].	28
Figura 2.30 - Parâmetros para a determinação das forças de tração transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas [21].	29
Figura 2.31 - Nó singular comprimido sem tirantes [21].	30
Figura 2.32 - Nó singular sujeito a compressão e tração com armaduras numa direção [21].	30
Figura 2.33 - Nó singular sujeito a compressão e tração com armaduras em duas direções [21].	31
Figura 2.34 - Representação das condições de aderência para determinação do coeficiente η_1 [21].	34
Figura 2.35 - Elemento tipo barra de pórtico plano e respetivo referencial local. A) Direção e sentidos positivos dos deslocamentos nos nós do elemento tipo barra. B) Direção e sentido das forças nos nós do elemento tipo barra (adaptado de [29]).	38
Figura 2.36 - Elemento tipo barra de estrutura articulada no plano e respetivo referencial local. A) Direção e sentidos positivos dos deslocamentos nos nós do elemento tipo barra. B) Direção e sentido das forças nos nós do elemento tipo barra (adaptado de [29]).	40
Figura 2.37 - Barra do tipo 1 e respetiva relação entre deslocamentos no referencial local e referencial global (adaptado de [29]).	41
Figura 2.38 - Barra do tipo 2 e respetiva relação entre deslocamentos no referencial local e referencial global (adaptado de [29]).	42
Figura 2.39 - Estrutura reticulada continua duplamente apoiada e respetivos deslocamentos globais.	45
Figura 2.40 - Elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó. A) Convenção de esforços positivos de acordo com o método dos deslocamentos. B) Convenção de esforços positivos de acordo com a resistência dos materiais e respetivas transformações necessárias para obter esforços de acordo com esta convenção.	48
Figura 3.1 - Modelos de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas correspondem a sistemas hipostáticos e respetiva configuração geométrica que equilibra o carregamento externo.	49

Figura 3.2 - A) Viga simplesmente apoiada e respetivo carregamento externo. B) Diagrama de momentos fletores na viga devido ao carregamento externo. C) Diagrama de esforço normal na viga devido ao carregamento externo.	50
Figura 3.3 - A) Secção transversal da viga. B) Esforços na secção do meio vão da viga aplicados no centro de gravidade da secção. C) Esforço normal de compressão aplicado excentricamente em relação ao centro de gravidade da viga e equivalente a B).	50
Figura 3.4 - Secção genérica sujeita a momento fletor positivo ou negativo e esforço normal positivo ou negativo e efeito equivalente do esforço normal aplicado excentricamente em relação ao centro de gravidade.	51
Figura 3.5 - A) Elemento tipo barra com eixos segundo a resistência dos materiais e respetiva fórmula de cálculo para determinação da posição da resultante da força de compressão. B) Elemento barra com referencial local de acordo com a análise de estruturas (Figura2.36) e respetiva fórmula de cálculo da posição da resultante da força de compressão.	52
Figura 3.6 - Diagrama da linha “C” para a viga apresentada na figura 3.2.	52
Figura 3.7 - A) Viga simplesmente apoiada com respetivo carregamento externo e reações de apoio. B) Diagrama de momento fletor. C) Diagrama de esforço normal.	53
Figura 3.8 - Diagrama da linha “C” para a viga apresentada na figura 3.7.	54
Figura 3.9 - Configuração geométrica do pórtico, carregamento externo, condições de apoio e características geométricas e mecânicas dos seus elementos.	55
Figura 3.10 - A) Diagrama de momento fletor relativo ao pórtico da figura 3.9. B) Diagrama de esforço normal relativo ao pórtico da figura 3.9. C) Diagrama da linha “C” para o pórtico da figura 3.9.	55
Figura 3.11 - Reconfiguração da geometria do pórtico com base no diagrama da linha “C” apresentado na figura 3.10.	57
Figura 3.12 - A) Diagrama de momento fletor para pórtico apresentado na figura 3.11. B) Diagrama de esforço normal para pórtico apresentado na figura 3.11. C) Diagrama da linha “C” para pórtico apresentado na figura 3.11.	57
Figura 3.13 - Geometria da estrutura reticulada e respetivas dimensões.	60
Figura 4.1 - Fluxograma relativo à organização geral do programa STM_UBI.	65
Figura 4.2 - A) Configurações de forças aplicadas num nó do modelo de escoras e tirantes. B) Representação gráfica equivalente às forças representadas em A) no <i>software</i> CAD.	71
Figura 4.3 - Elementos a definir relativos ao modelo de escoras e tirantes no <i>software</i> CAD e respetivo processo de introdução de dados.	72

Figura 4.4 - Valor a atribuir no campo ' <i>Thickness</i> ' relativo à propriedade das linhas que representam as escoras e os tirantes do modelo em função do tipo de elemento barra.	72
Figura 4.5 - Valor a atribuir no campo ' <i>Thickness</i> ' relativo às propriedades das linhas que representam as forças aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes.	72
Figura 4.6 - Valor a atribuir no campo ' <i>Thickness</i> ' relativo às propriedades dos pontos que representam os nós apoiados do modelo em função do tipo de apoio.	73
Figura 4.7 - Valor a atribuir no campo ' <i>Thickness</i> ' relativo às propriedades das linhas que representam a geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes em função do tipo de nó singular.	73
Figura 4.8 - Força aplicada num nó do modelo de escoras e tirantes e respetivas componentes OX e OY.	76
Figura 4.9 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta igualmente com declive diferente de infinito.	78
Figura 4.10 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito.	79
Figura 4.11 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito.	80
Figura 4.12 - Parâmetros para determinação do nó do modelo de escora e tirantes ao qual a faceta de um nó singular do modelo de escoras e tirantes que interseja um elemento tipo barra está associada.	81
Figura 4.13 - Parâmetros para determinação do comprimento de um elemento barra do modelo de escoras e tirantes e respetivo seno e cosseno do angulo que efetua com a horizontal.	82
Figura 4.14 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo para geração dos valores relativos à matriz [ASLOD] que representa o vetor solicitação.	84
Figura 4.15 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo dos valores relativos à matriz [ASTIF] que representa a matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes relativa ao referencial global.	86
Figura 4.16 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo dos valores relativos à matriz [ASTIF] que representa a matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes relativa ao referencial global.	90
Figura 4.17 - Parâmetros para determinação da força que atua perpendicular e tangencialmente à faceta e um nó singular.	93

Figura 5.1 - Dimensões em metros da secção considerada para os elementos do modelo de escoras e tirantes para cálculo do modelo.	98
Figura 5.2 - Características geométricas da viga parede. Vista em alçado, corte transversal relativo ao meio vão e respetivas dimensões dos vários elementos em metros.	99
Figura 5.3 - Modelação da viga parede no <i>software</i> de análise de estruturas [14]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.	99
Figura 5.4 - Direções das tensões principais de tração e compressão na viga parede devido ao carregamento externo considerado.	100
Figura 5.5 - Diagrama de tensões na direção OX relativo ao corte transversal no meio vão da viga parede e respetivas resultantes de compressão e tração.	100
Figura 5.6 - A) Modelo de escoras e tirantes inicial. B) Modelo de escoras e tirantes inicial integrado no mapa das direções das tensões principais.	100
Figura 5.7 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos vários elementos tipo barra e numeração dos nós que constituem o modelo.	101
Figura 5.8 - Modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm. B) Esforço axial nos elementos barra em KN.	102
Figura 5.9 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial obtido a partir do programa STM_UBI. Valores de excentricidade apresentados em metros.	102
Figura 5.10 - Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e de carregamento externo. Numeração dos elementos tipo barra e numeração dos nós que constituem o modelo.	102
Figura 5.11 - Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm. B) Esforço axial nos elementos barra em KN.	103
Figura 5.12 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.	103
Figura 5.13 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final.	104
Figura 5.14 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança.	105
Figura 5.15 - Geometria do nó singularNS1 relativo à zona junto do aparelho de apoio do lado esquerdo da viga parede.	105

Figura 5.16 - Geometria do nó singular NS2 relativo à zona junto do aparelho de apoio do lado direito da viga parede.	106
Figura 5.17 - Geometria do nó singular NS3 relativo à zona imediatamente abaixo do ponto de aplicação da ação externa do lado direito da viga parede.	107
Figura 5.18 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares relativas à viga parede.	108
Figura 5.19 - Pormenorização de armaduras relativas ao corte transversal no meio vão da viga parede.	108
Figura 5.20 - Pormenorização de armaduras relativas ao corte longitudinal à cota 1,0 metros.	109
Figura 5.21 - Características geométricas das consolas curtas. Vista em alçado, respetivas dimensões e condições de carregamento externo.	109
Figura 5.22 - Modelação da dupla consola curta no <i>software</i> de análise de estruturas [14]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.	110
Figura 5.23 - Mapa das direções das tensões principais de tração e compressão na dupla consola curta devido ao carregamento externo.	110
Figura 5.24 - Diagrama de tensões na direção OX, relativo ao corte transversal no eixo de simetria das consolas curtas e respetivas resultantes de compressão e tração.	111
Figura 5.25 - Diagrama de força distribuída na direção OY, relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior.	111
Figura 5.26 - Diagrama de força distribuída na direção OY, relativo ao corte longitudinal na zona média do pilar superior que concorre na dupla consola curta.	112
Figura 5.27 - A)Modelo de escoras e tirantes inicial. B)Modelo de escoras e tirantes inicial definido de acordo com o padrão das tensões elásticas.	112
Figura 5.28 - Posicionamento das escoras relativas ao pilar superior que concorre nas consolas curtas e forças correspondentes.	113
Figura 5.29 - Diagrama de força distribuída na direção OY, relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior e respetiva identificação da força de reação resultante.	114
Figura 5.30 - Diagrama de forças distribuídas na direção OY, relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior, identificação das forças resultantes que equilibram o carregamento externo e posição das escoras relativas ao pilar inferior do elemento estrutural.	114
Figura 5.31 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos tipo barra.	115

Figura 5.32 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos tipo barra.	116
Figura 5.33 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos tipo barra.	116
Figura 5.34 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança.	118
Figura 5.35 - Geometria do nó singular NS1 relativo à zona junto do ponto de aplicação da ação externa na consola curta do lado esquerdo.	118
Figura 5.36 - Geometria do nó singular NS2 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo da consola curta do lado direito.	119
Figura 5.37 - Vista em alçado relativa à pormenorização da armadura principal e suplementar do conjunto das consolas curtas.	120
Figura 5.38 - Características geométricas da parede e condições de carregamento externo. Vista em alçado, corte transversal relativo ao meio vão da parede e respetivas dimensões.	121
Figura 5.39 - Modelo da parede no <i>software</i> de análise de estruturas [V]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.	122
Figura 5.40 - Direção das tensões principais de tração e compressão no elemento estrutural em análise.	123
Figura 5.41 - Diagrama de tensões na direção XX relativo ao corte no meio vão da parede e respetivas resultantes das forças de compressão e tração.	124
Figura 5.42 - Diagrama de tensões na direção OY relativo ao corte à cota de 12,50 metros.	124
Figura 5.43 - Diagrama de tensões na direção OY relativo ao corte à cota 7,5 metros.	124
Figura 5.44 - Diagrama de forças distribuídas na direção OY relativo ao corte na base da parede.	125
Figura 5.45 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial.	125
Figura 5.46 - Identificação da posição das escoras verticais relativas à zona superior da parede com base no diagrama apresentado na figura 5.43.	126
Figura 5.47 - Identificação da área do diagrama de força distribuída relativa à força de reação total. Identificação das forças que atuam na base da parede.	127
Figura 5.48 - Diagrama de força distribuída na direção OY relativo à base da parede. Identificação das áreas relativas a cada uma das forças externas aplicadas na parede em análise. Identificação dos centros geométricos das respetivas.	127
Figura 5.49 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos barra.	128

Figura 5.50 - Modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm. B) Esforço axial nos elementos barra em KN.	129
Figura 5.51 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial, obtido a partir do programa STM_UBI. Valores de excentricidade apresentados em metros.	129
Figura 5.52 - Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial e condições de apoio. Numeração dos nós e dos elementos barra.	130
Figura 5.53 - Modelo de escoras e tirantes resultante da configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. A)Diagrama de momento fletor em KNm. B)Esforço axial nos elementos barra em KN.	131
Figura 5.54 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.	131
Figura 5.55 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final.	132
Figura 5.56 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras tirantes sujeitos a verificações de segurança.	133
Figura 5.57 - Geometria do nó NS1 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo do lado esquerdo da parede em análise.	134
Figura 5.58 - Geometria do nó NS2 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo do lado direito da parede em análise.	134
Figura 5.59 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares da metade superior parede com abertura a executar para cada uma das faces.	136
Figura 5.60 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares da metade inferior parede com abertura a executar para cada uma das faces.	136
Figura 6.1 - A) Diagrama da linha C relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial com tirante modelado com um elemento tipo barra com nós contínuos. B) Diagrama da linha C relativo a modelo de escoras e tirantes com tirante modelado com elemento tipo barra com nós articulados.	141
Figura 6.2 - A) Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final em equilíbrio com o carregamento externo com tirante modelado como elemento tipo barra com nós contínuos. B) Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final em equilíbrio com o carregamento externo com tirante modelado como elemento tipo barra com nós articulados.	142

Índice de tabelas

Tabela 2.1 - Diâmetro mínimo do mandril a fim de evitar danificar a armadura (adaptado de [21]).	33
Tabela 3.1 - Valores de momentos fletores nos elementos barra em função da relação $\frac{l}{A}$.	61
Tabela 3.2 - Valores de esforço axial nos elementos barra em função da relação $\frac{l}{A}$.	61
Tabela 4.1 - Unidades das variáveis a introduzir com recurso ao documento '1_IP_INTRODUÇÃO DE DADOS.txt'.	69
Tabela 5.1 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.	105
Tabela 5.2 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.	106
Tabela 5.3 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS3.	107
Tabela 5.4 - Soluções construtivas relativas às áreas de armadura distribuídas a prover em cada uma das faces da viga parede.	107
Tabela 5.5 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.	119
Tabela 5.6 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.	119
Tabela 5.7 - Solução construtiva para os varões relativos aos tirantes do modelo de escoras e tirantes final.	132
Tabela 5.8 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.	134
Tabela 5.9 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.	136
Tabela 5.10 - Soluções construtivas relativas às áreas de armadura distribuídas, a prover em cada uma das faces da parede.	135

Lista de Acrónimos

UBI	Universidade da Beira Interior
REBAP	Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-Esforçado

Simbologia

Caracteres latinos minúsculos:

b_{ea}	Numero total de barras de uma estrutura articulada.
d_g	Diâmetro máximo do agregado utilizado na composição de um betão.
e_{parede}	Espessura de uma parede de betão.
$e_{secc\tilde{a}o\ i}^{elemento\ i}$	Valor da excentricidade da força de compressão ou tração na secção i do elemento i .
f_{bd}	Valor de cálculo da tensão de rotura da aderência.
f_{cd}	Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão.
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão.
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão cintado.
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão.
f_{ctd}	Valor de cálculo da resistência do betão à tração.
$f_{ctk,0,05}$	Valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples do quantilho 5%.
f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples.
f_{syd}	Valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras de betão armado.
$f_{tipo\ i}^{elemento\ i}$	Vetor das forças do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial local.
$k_{tipo1,local}^{elemento\ i}$	Matriz de rigidez relativa ao referencial local de um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó.
$k_{tipo2,local}^{elemento\ i}$	Matriz de rigidez relativa ao referencial local de um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó.
$l_{b,min}$	Comprimento de amarração mínimo.
$l_{b,rqd}$	Comprimento de amarração de referência.
l_{bd}	Comprimento de amarração de cálculo.
n_{ea}	Numero total de nós de uma estrutura articulada.
r_{ea}	Número de reações de apoio numa estrutura articulada
$S_{max,svvertical}$	Espaçamento máximo entre varões relativa à armadura vertical total a ser aplicada numa parede de acordo com a norma NP EN 1992-1-1.
S_{min}	Espaçamento mínimo entre varões.
sen,cos	Funções trigonométricas do seno e do cosseno.
a	Distância.
b	Largura total de uma secção transversal.
l	Comprimento de um elemento barra.

Caracteres latinos maiúsculos

A_s	Área de armadura.
-------	-------------------

$A_{sh,face}$	Área de armadura horizontal a ser aplicada em cada uma das faces de uma parede de acordo com a norma NP EN 1992-1-1.
$A_{shr,face}$	Área de armadura horizontal a dispor em cada uma das faces de uma parede de acordo com o REBAP.
$A_{st,min,total}$	Área de armadura mínima total a ser aplicada numa parede de acordo com a norma NP EN 1992-1-1.
$A_{sv,max,total}$	Área de armadura máxima total a ser aplicada numa parede de betão armado de acordo com a norma NP EN 1992-1-1.
$A_{sv,total}$	Área de armadura vertical total a ser aplicada numa parede de acordo com a norma NP EN 1992-1-1.
$A_{sv,total}$	Área de armadura total vertical a dispor a dispor paralelamente aos paramentos de uma parede de acordo com o REBAP.
F_0	Vetor das forças de fixação relativo ao referencial global.
F_X	Componente de uma força na direção OX .
F_Y	Componente de uma força na direção OY .
F_t	Força de tração.
$F_{tipo\ i}^{elemento\ i}$	Vetor das forças do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial global.
F_x	Componente de uma força na direção ox .
F_y	Componente de uma força na direção oy .
I_z	Momento de inercia da secção de um elemento barra.
$K_{global}^{estrutura}$	Matriz de rigidez de uma estrutura reticulada em relação ao referencial global.
K_i	Coefficiente de redução da resistência do betão à compressão.
$K_{tipo\ i,global}^{apoio\ i}$	Matriz de rigidez de um aparelho de apoio em relação ao referencial global
L_i	Comprimento do tirante i .
$M_{secção\ i}^{elemento\ i}$	Valore de momento fletor.na secção i do elemento i .
$N_{secção\ i}^{elemento\ i}$	Valor de esforço axial de compressão ou tração na secção i do elemento i .
T_i	Esforço axial num tirante i .
$T_{tipo1}^{elemento\ i}$	Matriz de transformação de um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó.
$T_{tipo2}^{elemento\ i}$	Matriz de transformação de um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó.
A	Área da secção de um elemento barra.
P	Vetor das forças relativo ao referencial global aplicadas diretamente nos nós da estrutura.

Caracteres gregos minúsculos

v'	Coeficiente de redução da resistência do betão à compressão.
α_{ct}	Coeficiente que tem em conta os efeitos a longo prazo na resistência à tração e os efeitos desfavoráveis do modo como a carga é aplicada.
α_{ea}	Grau de indeterminação estática para uma estrutura articulada.
γ_c	Coeficiente parcial de segurança relativo ao betão.
$\delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$	Vetor dos deslocamentos no elemento barra i do tipo i relativos ao referencial local.
ε_i	Extensão de um elemento retilíneo i .
η_1	Coeficiente relacionado com as condições de aderência e com a posição do varão durante a betonagem.
η_2	Coeficiente que se relaciona com o diâmetro do varão de aço.
\emptyset	Diâmetro de um varão.

Caracteres gregos maiúsculos

$\Delta_{\text{global}}^{\text{estrutura}}$	Vetor dos deslocamentos dos nós da estrutura em relação ao referencial global.
$\Delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$	Vetor dos deslocamentos no elemento barra i do tipo i relativos ao referencial global.
σ_2	Tensão efetiva de compressão lateral devida à cintagem do betão.
$\sigma_{Rd,max}$	Tensão de compressão máxima admissível numa superfície.

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento do tema

O projeto de uma estrutura de betão armado engloba, de uma forma genérica um conjunto de procedimentos desde a sua idealização em termos da forma da estrutura até ao produto final, nomeadamente à execução da mesma. Esse conjunto de procedimentos pode ser visualizado na figura 1.1 [26].

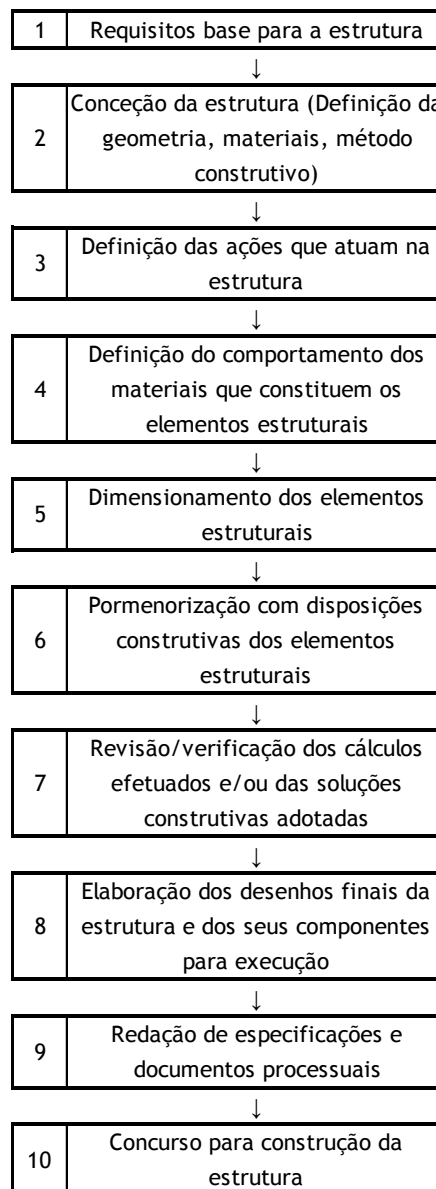


Figura 1.1 - Procedimento geral de um projeto de uma estrutura de betão armado (adaptado de [26]).

No que diz respeito à fase do dimensionamento de estruturas de betão armado, estas podem ser subdivididas em dois tipos de zonas distintas. As regiões da estrutura nas quais a hipótese de Bernoulli pode ser assumida como válida são denominadas por regiões B, onde “B” remete para Bernoulli ou ‘*Beam*’ [25]. Esta hipótese estabelece que as secções transversais inicialmente planas e perpendiculares ao eixo longitudinal de um elemento estrutural antes de ser sujeito a carregamento permanecem igualmente planas depois de o elemento estrutural ser sujeito a determinado carregamento [12]. As zonas da estrutura onde a distribuição de extensões é significativamente não linear, nomeadamente devido à existência de descontinuidades estáticas ou geométricas, são denominadas de regiões D, onde “D” remete para descontinuidade, distúrbio [25], sendo objeto de estudo deste trabalho o caso particular do dimensionamento deste tipo de regiões.

No final do século XIX Ritter e Mörsh introduziram a “analogia de treliça” [25], sendo hoje o modelo de treliça considerado por investigadores e engenheiros como uma base apropriada e racional para o dimensionamento de vigas de betão armado em estado fissurado quando sujeitas a esforços de flexão, esforço transversal e momento torsor. No entanto, o dimensionamento corrente baseado no modelo de treliça abrange apenas alguns elementos estruturais de uma estrutura de betão armado ou seja genericamente as zonas B. No que diz respeito a descontinuidades geométricas ou estáticas, tais como, ligações viga-pilar, consolas curtas, mudança brusca de secção numa viga, aberturas em elementos estruturais, esta teoria não é aplicável [25]. O método relativo à analogia de treliça foi mais tarde refinado e expandido [11] [22] [10] até que na denominada escola de Zurique [15] [18] foi criada a base científica para uma aplicação racional da analogia de treliça com base na teoria da plasticidade. No entanto outros autores [6] consideraram ainda as deformações do modelo de treliça, derivando daí um método de dimensionamento racional para esforço transversal e momento torsor. Mais tarde [25], foi proposta uma generalização do modelo de treliça, no sentido de o aplicar sob a forma de modelos de escoras e tirantes para o dimensionamento de qualquer parte de uma estrutura de betão armado. Esta proposta é justificada pelo facto de as estruturas de betão armado encaminharem as forças nelas aplicadas através de campos de tensões em compressão que se interligam através de tirantes sujeitos a esforços de tração [25].

No que concerne ao dimensionamento de zonas D com base em modelos de escoras e tirantes, este pode ser efetuado tendo por base um conjunto de procedimentos que se apresentam em seguida de forma genérica:

1. Definir a geometria da zona de descontinuidade estática ou geométrica a analisar;
2. Definir as ações que atuam na fronteira do elemento em análise, nomeadamente ações externas aplicadas a esse elemento ou ações que resultem na interface com regiões B adjacentes ao elemento;

3. Definir um modelo de escoras e tirantes com base nas tensões e respectivas direções principais, de acordo com uma análise linear elástica, eventualmente com recurso a um programa de cálculo, ou no caminho das forças [25] através da zona D;

4. Proceder ao cálculo de esforços internos nos elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes de modo a garantir o respetivo equilíbrio;

5. Dimensionar as escoras, os tirantes e os nós do modelo de escoras e tirantes e proceder às respetivas verificações de segurança.

Frequentemente, quando se estabelece um modelo de escoras e tirantes para determinado elemento estrutural, do ponto de vista da análise de estruturas, esse modelo pode corresponder a um sistema hipostático, ou seja, um sistema em que o equilíbrio relativamente às ações que lhe são aplicadas só é garantido para uma determinada configuração geométrica.

O trabalho que se apresenta propõe uma reflexão relativamente à forma como se pode obter a configuração geométrica ou como se pode obter uma orientação relativa à configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes inicial e que do ponto de vista da análise de estruturas corresponda a um sistema hipostático.

1.2 Objetivos

No sentido de se poder encontrar uma forma adequada para solucionar a questão principal formulada no subcapítulo 1.1, foi feita inicialmente uma revisão da literatura apresentando as principais matérias relativas ao dimensionamento de zonas de descontinuidade e nomeadamente à obtenção de modelos de escoras e tirantes.

Pretende-se igualmente propor uma metodologia racional e adequada, com base no conceito da resultante da força de compressão ou tração num elemento barra, no sentido de se poder obter uma orientação relativamente à geometria de um modelo de escoras e tirantes definido inicialmente e que do ponto de vista da análise de estruturas corresponda a um sistema hipostático.

No que se refere à aplicação da metodologia de uma forma sistemática e eficiente, foi desenvolvido um programa de cálculo automático em linguagem *Fortran* que contempla um conjunto de rotinas de cálculo e de interface gráfica e que permite a introdução de forma expedita das características geométricas e mecânicas do modelo de escoras e tirantes em análise, permite efetuar uma análise linear elástica do modelo em análise com recurso à formulação matricial do método dos deslocamentos no sentido de se obterem os esforços internos do modelo, que permita a atualização da geometria do modelo até se obter a sua configuração geométrica em equilíbrio com nós articulados, obtenção dos diagramas de esforços no modelo, que permita efetuar o dimensionamento dos tirantes e dos nós singulares

bem como as respetivas verificações de segurança complementares constantes na norma NP EN 1992-1.1.

Por fim pretende-se demonstrar por meio de exemplos de aplicação a viabilidade da metodologia proposta a partir do programa de cálculo automático desenvolvido e apresentar as principais conclusões relativas aos resultados obtidos.

1.3 Organização do trabalho

No capítulo 2 apresenta-se uma síntese relativa ao dimensionamento de regiões D com recurso a modelos de escoras e tirantes e relativa à formulação matricial do método dos deslocamentos.

No capítulo 3 apresentam-se os princípios gerais da metodologia assim como o procedimento geral da mesma.

No capítulo 4 é apresentada uma descrição do programa de cálculo automático desenvolvido para aplicação da metodologia proposta.

No capítulo 5 apresentam-se os exemplos de aplicação para demonstração da viabilidade da metodologia proposta com recurso ao programa de cálculo automático desenvolvido.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões finais do trabalho desenvolvido.

Seguidamente são apresentadas as referências bibliográfica.

Por último apresentam-se os anexos nos quais constam a lista das principais variáveis utilizadas no programa de cálculo desenvolvido e os resultados relativos aos exemplos de aplicação obtidos a partir do programa de cálculo automático.

Capítulo 2

Revisão da Literatura

2.1 Dimensionamento de elementos estruturais com recurso a modelos de escoras e tirantes

2.1.1 Divisão de uma estrutura em regiões B e regiões D

No âmbito do dimensionamento de estruturas de betão armado, estas podem ser divididas em duas zonas, nomeadamente regiões B, onde 'B' remete para Bernoulli ou 'beam' e regiões D, onde 'D' remete para descontinuidade ou distúrbio [23].

As regiões B correspondem a zonas de uma estrutura de betão armado na qual é possível adotar-se como válida a hipótese de Bernoulli [23]. Esta hipótese estabelece que numa peça sujeita a esforço normal e momento fletor constantes, as secções retas mantêm-se planas e perpendiculares ao eixo durante a deformação (figura.2.1) [27].

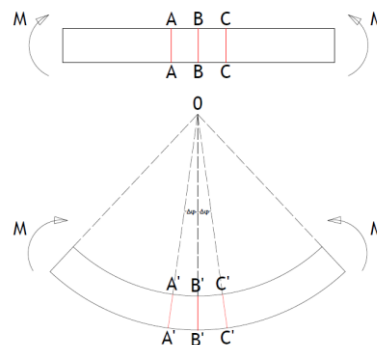


Figura 2.1 - Princípio da conservação das secções planas (adaptado de [3]).

As tensões em qualquer secção de um elemento que corresponda a uma região B podem ser obtidas com recurso aos esforços em cada secção desse elemento (Momento fletor, esforço transversal, esforço normal, momento torsor) [25]. Se o elemento que corresponde a uma região B estiver em estado não fissurado, as tensões nas suas secções podem ser calculadas com recurso às propriedades geométricas das secções, nomeadamente a área da secção transversal e momento de inércia [25]. Na situação em que o elemento se encontra em estado fissurado, ou seja, quando a tensão de tração no betão é superior à resistência do betão à tração, é possível aplicar a 'analogia de treliça' ou outros métodos de dimensionamento para betão armado desenvolvidos para este tipo de regiões [23].

No entanto e ao contrário das regiões B, as zonas onde a distribuição de extensões é significativamente não linear são denominadas de regiões D [25]. Estas regiões de descontinuidade podem corresponder a descontinuidades geométricas, descontinuidades estáticas ou ambas (figuras 2.2, 2.3 e 2.4). Relativamente às descontinuidades geométricas, estas podem corresponder a mudanças bruscas de secção numa viga, ligações viga-pilar, aberturas em paredes, consolas curtas entre outras. No que se refere a descontinuidades estáticas, estas habitualmente correspondem a regiões sujeitas a cargas concentradas, zonas relativas a aparelhos de apoio ou locais de ancoragem de cabos de pré-esforço [23].

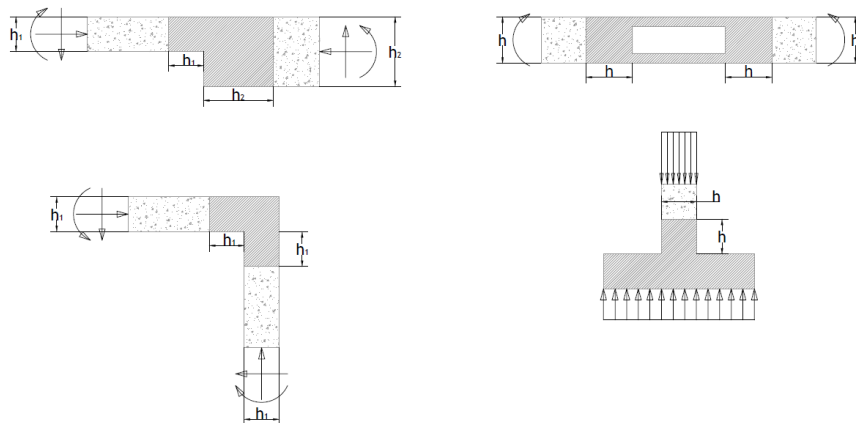


Figura 2.2 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades geométricas (adaptado [23]).

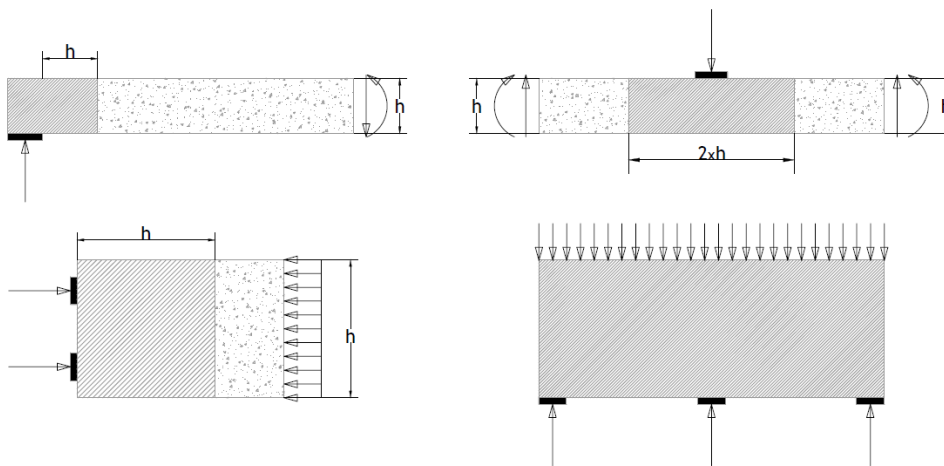


Figura 2.3 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades estáticas (adaptado [23]).

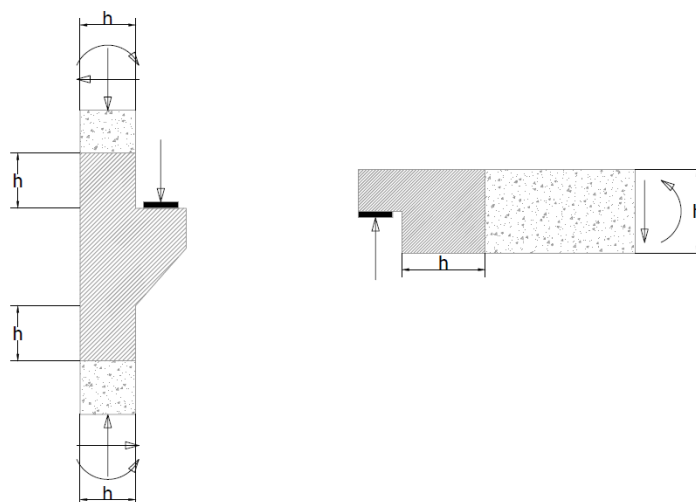


Figura 2.4 - Exemplos de regiões D devido a descontinuidades estáticas e geométricas (adaptado [23]).

Se o elemento correspondente a uma região D estiver em estado não fissurado, as tensões nesse elemento podem ser obtidas com recurso a uma análise elástica e linear com um programa de cálculo automático que disponha de uma análise por elementos finitos [25]. No entanto, se a região D em análise estiver em estado fissurado torna-se necessário recorrer a modelos de escoras e tirantes para dimensionar esse elemento [25].

No que se refere ao dimensionamento de regiões D com recurso a modelos de escoras e tirantes e no caso das regiões D estarem inseridas numa estrutura que maioritariamente é constituída por regiões do tipo B, é necessário numa primeira fase proceder-se à subdivisão da estrutura em análise nas duas regiões distintas descritas anteriormente. O procedimento relativo à divisão da estrutura estabelecido em [25] baseia-se no princípio de Saint-Venant.

O princípio de Saint-Venant estabelece que, se um corpo estiver sujeito à ação de um sistema de forças atuando numa zona limitada da sua superfície, as tensões e deformações que esse sistema de forças provoca a uma distância grande da superfície de aplicação não dependem da maneira particular como as forças estão aplicadas, mas apenas da sua resultante. Essa distância pode na maioria dos casos ser considerada como igual à maior dimensão da superfície onde estão aplicadas as forças (figura 2.5) [27].

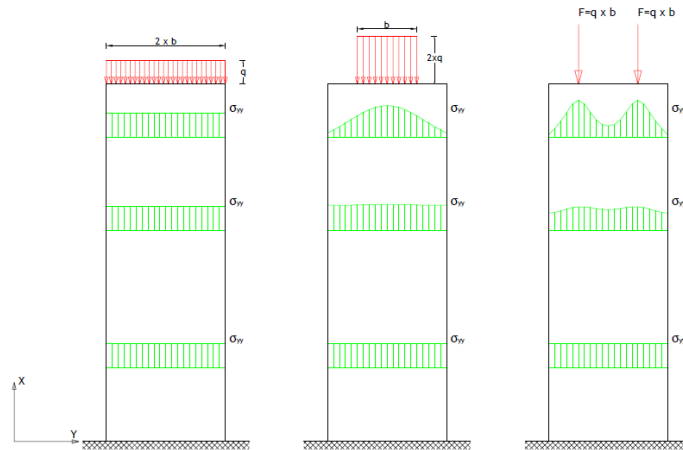


Figura 2.5 - Tensões provocadas no interior de uma peça prismática por três sistemas de forças com igual resultante (adaptado [27]).

Posto isto, pode-se igualmente analisar a figura 2.6 e verificar-se que as tensões no elemento apresentado e as suas trajetórias de tensões apresentam um padrão ‘suave’ na zona correspondente à região B quando comparado com o padrão de carácter mais turbulento perto das duas zonas de descontinuidade. Pode-se também verificar que a intensidade das tensões decrescem rapidamente com o aumento da distância relativamente à zona onde existe uma concentração de tensões [25]. Este comportamento permite igualmente fazer uma identificação das zonas B e zonas D numa estrutura de betão armado.

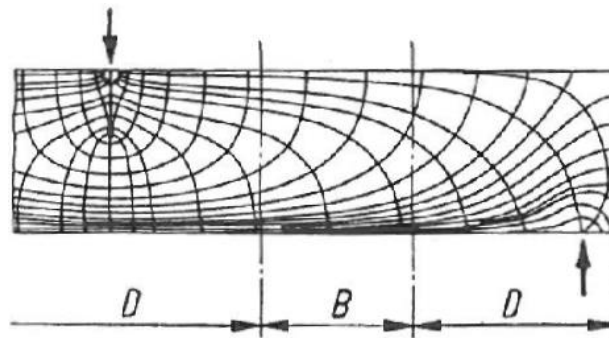


Figura 2.6 - Trajetórias das tensões num elemento constituído por uma região B e duas regiões D. (adaptado [25]).

Com isto e no sentido de se poder definir uma fronteira entre regiões B e regiões D numa estrutura de uma forma suficientemente satisfatória, apresenta-se de seguida o procedimento proposto em [25] com recurso à figura 2.7.

- 1- Substituir a estrutura A) por uma estrutura fictícia B) que seja equivalente geometricamente a A) mas que esteja sujeita a um carregamento que permita que

se adote como válida a hipótese de Bernoulli e que esteja em equilíbrio. Assim, a estrutura B) consiste no seu global numa região B;

- 2- Selecionar um estado de tensão autoequilibrado representado em C), que se for sobreposto com B) satisfaça as condições de fronteira reais;
- 3- Aplicar o princípio de Saint-Venant a C) e verificar que as tensões apresentam valor desprezável a partir de uma distância d das forças de equilíbrio, que é aproximadamente igual à máxima dimensão da superfície onde as forças estão aplicadas.

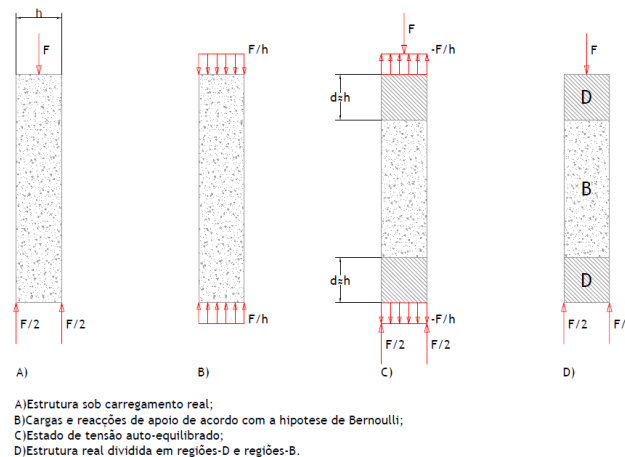


Figura 2.7 - Subdivisão de um elemento estrutural em regiões B e regiões D de acordo com o princípio de Saint-Venant (adaptado [25]).

No que se refere a elementos de betão armado em estado fissurado, estes podem apresentar valores de rigidez distintos nas diferentes direções, situação esta que pode influenciar a distância da região D a analisar [25]. No entanto, em [25] propõe-se que este facto não necessita de ser aprofundado uma vez que o próprio princípio de Saint-Venant não é totalmente preciso e que o propósito de delimitar as regiões B e regiões D de uma estrutura tem como objetivo fornecer uma ajuda qualitativa no que concerne ao desenvolvimento de modelos de escoras e tirantes.

2.1.2 Procedimento geral do dimensionamento de uma estrutura de betão armado

A maioria das estruturas correntes de betão armado são constituídas essencialmente por regiões do tipo B, pelo que não é conveniente começar a dimensionar a estrutura no seu todo com recurso apenas a modelos de escoras e tirantes. Pelo contrário é prática comum e bastante mais conveniente, começar a analisar uma estrutura primeiramente efetuando-se a sua divisão nas duas regiões distintas atrás descritas e seguidamente efetuando uma análise global da estrutura através do seu sistema estático, sendo que essa análise incluirá quer as regiões B quer as regiões D [25].

No caso da estrutura em análise ser constituída maioritariamente por regiões B, essa estrutura deve ser representada pelo seu sistema estático (figura 2.8) e a análise global da estrutura terá como objetivo principal a obtenção de diagramas de esforços para os elementos que a constituem nomeadamente, momentos fletores, esforço transversal, esforço normal e momentos torsões [25]. O dimensionamento das regiões B que constituem a estrutura podem depois ser dimensionados com base na ‘analogia de treliça’ ou em métodos particulares propostos pelos códigos estruturais [25].

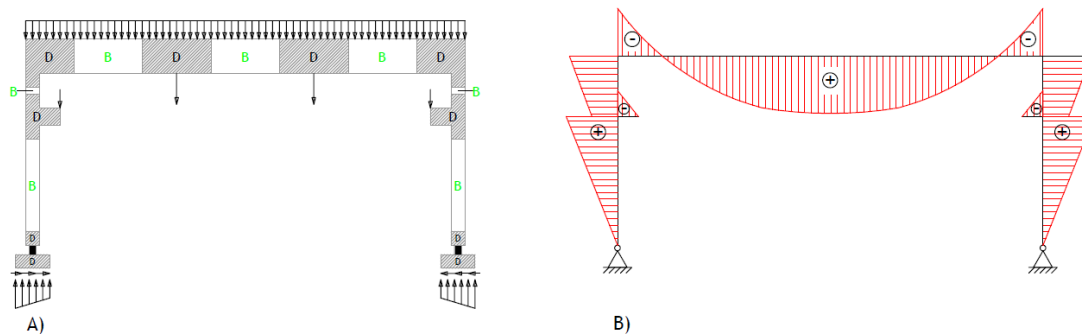


Figura 2.8 - A) Estrutura porticada com prevalência de regiões B. B) Sistema estático da estrutura porticada e respetivo diagrama de momentos fletores. (adaptado [25]).

Relativamente às regiões D, a análise global da estrutura permite que sejam definidas as forças que atuam na fronteira das regiões de descontinuidade e o dimensionamento pode ser depois efetuado com base em modelos de escoras e tirantes [25].

No caso em que a estrutura consiste apenas numa região D ou que maioritariamente prevaleçam regiões D, não faz sentido efetuar uma análise da estrutura com base num sistema estático. Com isto, as forças internas que atuam nessa região ou as tensões a que está sujeita podem ser obtidas de acordo com o exposto nos capítulos que se seguem. No entanto, se a estrutura em análise possuir um sistema de apoios redundante ou seja, uma estrutura externamente hiperstática, as reações nos apoios terão de ser obtidas com base numa análise global da estrutura [25], por exemplo com recurso a um programa de cálculo automático que disponha de uma análise com elementos finitos.

2.1.3 Princípios gerais do dimensionamento com modelos de escoras e tirantes

Um modelo de escoras e tirantes corresponde a uma representação discreta dos campos de tensão de um elemento estrutural, sendo que as escoras condensam campos de tensão em compressão e os tirantes condensam campos de tensão em tração e que usualmente correspondem a armaduras ordinárias, armaduras de pré-esforço ou campos de tensão em tração no betão [25].

No que concerne ao dimensionamento de um elemento estrutural com modelos de escoras e tirantes é possível estabelecer um procedimento que engloba as etapas que se apresentam de seguida [25]:

- 1- Desenvolver o modelo de escoras e tirantes, sendo que as escoras e tirantes condensam os campos de tensões do elemento estrutural em análise através de elementos retilíneos e as curvaturas desses campos de tensões são concentradas com recurso a nós que interligam as escoras e os tirantes;
- 2- Determinação das forças nas escoras e nos tirantes que satisfaçam o equilíbrio do modelo;
- 3- Dimensionamento das escoras, dos tirantes e dos nós para as forças calculadas na etapa 2.

A obtenção de um modelo de escoras e tirantes para um elemento estrutural implica que o dimensionamento do elemento em análise seja efetuado de acordo com o teorema do limite inferior da teoria da plasticidade [25].

No que diz respeito ao desenvolvimento e obtenção de um modelo de escoras e tirantes, estes podem ser obtidos com a base em vários critérios:

- 1- Através de modelos de escoras e tirantes padronizados;
- 2- A partir de uma análise elástica linear do elemento estrutural em análise com recurso a um programa de cálculo automático que disponha de uma análise com recurso a elementos finitos;
- 3- A partir do método do caminho das forças;
- 4- A partir de uma análise não linear do elemento estrutural em análise;
- 5- A partir de ensaios experimentais em laboratório.

No entanto, no âmbito do trabalho que se apresenta serão apenas apresentadas referências à obtenção de modelos de escoras e tirantes com base em modelos padronizados, a partir de uma análise elástica e linear e a partir do método do caminho das forças.

Relativamente à análise do modelo de escoras e tirantes depois de previamente definido é possível encontrar três situações distintas, nomeadamente:

- 1- Modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas corresponde a um modelo hipostático;
- 2- Modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas corresponde a um modelo isostático;
- 3- Modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas corresponde a um modelo hiperstático.

2.1.4 Modelação com base numa análise elástica linear com recurso ao método dos elementos finitos

O dimensionamento de uma região D torna-se um processo mais simplificado se for possível obter por meio de um programa de cálculo automático as tensões principais e as respetivas direções. No caso de ser possível efetuar essa análise, é então possível desenvolver um modelo de escoras e tirantes, sendo que a direção das escoras podem ser dispostas de acordo com a direção das tensões principais de compressão assim como os tirantes podem ser dispostos de acordo com as direções das tensões principais de tração. No entanto, as escoras e os tirantes principais podem igualmente ser definidos de acordo com o centro de gravidade de diagramas de tensões na direção XX ou YY, obtidos através da análise do elemento estrutural com recurso a um programa de cálculo automático (figura.2.9) [25].

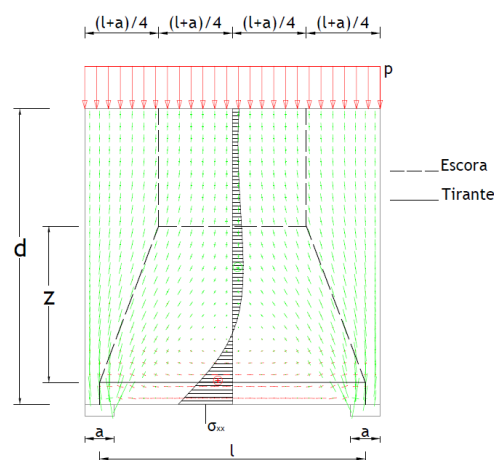


Figura 2.9 - Viga parede sujeita a uma carga uniformemente distribuída, direções das tensões principais, diagrama de tensões na direção XX e modelo de escoras e tirantes (adaptado [25]).

Uma vez que o betão apresenta uma deformação plástica limitada, o sistema estrutural interno, ou seja, o modelo de escoras e tirantes, tem de ser definido no sentido de que a deformação limite do betão (capacidade de rotação) não seja excedida em nenhum ponto antes que o estado de tensão admitido seja atingido na totalidade da estrutura [25].

Nas regiões do elemento estrutural que estejam sujeitas a uma magnitude de tensões elevada o requisito relativo à ductilidade do betão é satisfeito se a direção das escoras e dos tirantes coincidirem com as direções das trajetórias das tensões principais elásticas do elemento estrutural [25]. No caso de as regiões do elemento estrutural em análise estiverem sujeitas a um nível de tensões normal ou baixo, a direção das escoras e dos tirantes pode desviar-se consideravelmente do padrão das trajetórias das tensões principais elásticas do elemento estrutural em análise sem que se exceda a capacidade de rotação do betão [25].

O método de orientar o modelo de escoras e tirantes de um elemento estrutural com base nas trajetórias das tensões principais elásticas faz com que se despreze alguma capacidade de carga última da estrutura, no entanto a maior vantagem deste método concentra-se no facto de o mesmo modelo de escoras e tirantes definido para um elemento estrutural poder ser utilizado tanto para verificações de segurança relativas ao estado limite último como para verificações relativas ao estado limite de serviço [25].

2.1.5 Modelação com base no método do caminho das forças

No que diz respeito à aplicação deste método para determinação de modelos de escoras e tirantes, primeiramente torna-se necessário assegurar que o equilíbrio exterior da região D em análise seja garantido, sendo assim necessário determinar todas as forças que atuam na fronteira da região em análise e também as reações de apoios [25].

De acordo com [25] este método pode ser explicado com recurso a dois exemplos distintos de regiões D (figuras 2.10 e 2.11).

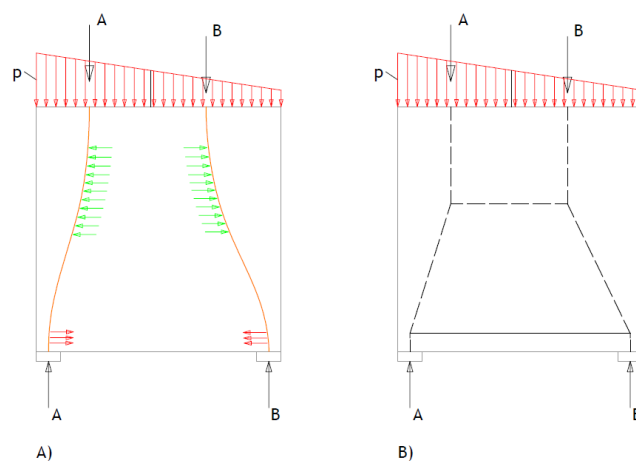


Figura 2.10 - A) Viga parede com respetivo carregamento externo e reações de apoio e caminho das forças correspondente. B) Viga parede com respetivo carregamento externo e reações de apoio e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).

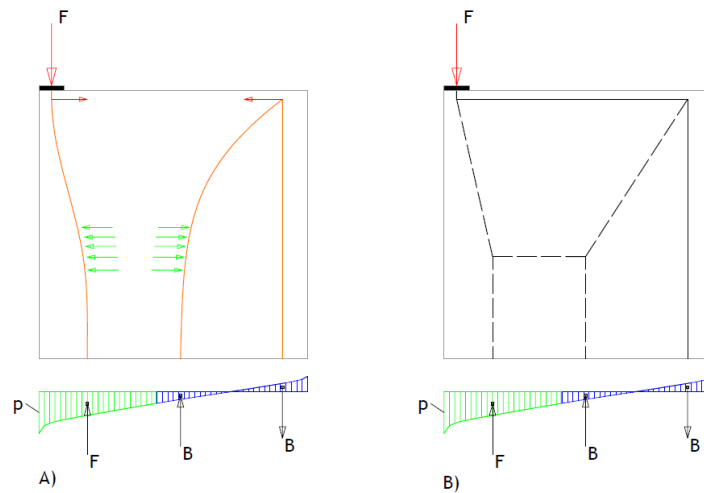


Figura 2.11 - A) Viga parede com respetivo carregamento externo, diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente e caminho das forças correspondente. B) Viga parede com respetivo carregamento externo, diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).

No sentido de se poder gerar as ‘linhas’ que correspondem ao caminho das forças, torna-se necessário inicialmente proceder à divisão do diagrama de tensões, para que as forças que atuam numa das fronteiras da estrutura encontrem nas fronteiras opostas a mesma força de igual magnitude mas de sentido contrário, considerando que os caminhos das forças que conectam os lados opostos da estrutura não se cruzam (figuras 2.10 A) e 2.11 A)) [25].

O ponto inicial e final da linha que representa o caminho das forças corresponde ao centro de gravidade dos correspondentes diagramas de tensões ou ao ponto de aplicação no caso de cargas concentradas e têm a direção e sentido das forças aplicadas na estrutura ou das reações nos apoios da mesma [25].

De acordo com [25] o caminho das forças no interior de um elemento estrutural tende a percorrer o caminho mais curto e as curvaturas concentram-se essencialmente em zonas onde ocorrem concentração de tensões, nomeadamente devido a reações nos apoios ou zonas com cargas pontuais aplicadas.

No entanto, por vezes ocorre um fenómeno que se caracteriza pelo facto do diagrama de tensões numa das fronteiras do elemento estrutural em análise não corresponder na sua totalidade, nomeadamente em termos de magnitude, às forças aplicadas na fronteira oposta [25]. Com isto, existem resultantes no mesmo diagrama de tensões que entram e saem da estrutura gerando-se assim uma ‘linha’ correspondente a um caminho de força em forma de “U” conforme se pode visualizar nas figuras 2.11 A) e 2.12 A).

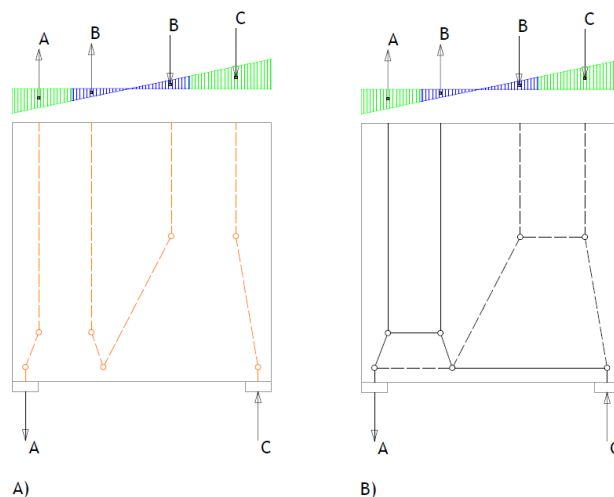


Figura 2.12 - A)Viga parede com respetivo diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente, reações nos apoios e caminho das forças correspondente. B)Viga parede com respetivo diagrama de tensões na fronteira com uma região B adjacente, reações nos apoios e modelo de escoras e tirantes correspondente (adaptado [25]).

Posto isto, o caminho de forças obtido para os dois exemplos permite apenas definir os elementos verticais, ou seja, aqueles que se encontram na direção de aplicação das forças nas fronteiras do elemento estrutural em análise. No entanto a curvatura do caminho das forças faz com que se gerem forças de desvio. Com isto depois de definidos as escoras e tirantes na direção do caminho das forças torna-se então necessário adicionar escoras e tirantes na direção horizontal no sentido de garantir o equilíbrio do modelo de escoras e tirantes [25].

2.1.6 Modelação com base em modelos de escoras e tirantes padronizados

No que se refere ao processo de dimensionamento de estruturas de betão armado, frequentemente o projetista depara-se com elementos estruturais relativos a zonas de descontinuidade que surgem de forma sistemática nas estruturas que projeta, elementos esses com características geométricas idênticas e condições de carregamento também idênticas. Devido a este facto, os códigos estruturais e literatura relativa a este tema, disponibilizam modelos de escoras e tirantes e respetivas pormenorizações para regiões D de acordo com algumas condições de geometria e carregamento impostas que aparecem frequentemente em estruturas de betão armado. Com isto, a vantagem da modelação com base nestes modelos padronizados tem que ver com o facto de o projetista poder dimensionar com maior rapidez elementos estruturais que de alguma forma aparecem sistematicamente em estruturas de betão armado.

De seguida serão apresentados alguns elementos estruturais e respetivos modelos de escoras e tirantes disponibilizados em códigos estruturais [21] e em diversa literatura relativa ao tema [4] [17] [19] [2].

Nas figuras 2.13, 2.14, 2.15 e 2.16 apresentam-se quatro modelos de escoras e tirantes distintos propostos na norma NP EN 1992 relativos a nós de pórticos e respetivas pormenorizações. Os dois modelos de escoras e tirantes relativos às figuras 2.13 e 2.14 dizem respeito a nós de pórticos sujeitos a dois momentos fletores que fazem com que a face interior do nó do pórtico esteja sujeita a esforço de compressão, no entanto o primeiro modelo apresentado é aplicável no caso em que a viga e o pilar que concorrem no nó do pórtico apresentam dimensões aproximadamente iguais. Relativamente ao segundo modelo, este é aplicável no caso em que a viga e o pilar que concorrem no nó do pórtico apresentam dimensões muito diferentes.

No que respeita às figuras 2.15 e 2.16, os dois modelos apresentados referem-se igualmente a dois nós de pórticos sujeitos a um par de momentos fletores que fazem com que a face interior do nó do pórtico esteja sujeita a um esforço de tração. Relativamente ao primeiro modelo de escoras e tirantes, este refere-se a um nó de pórtico sujeito a um esforço de tração na face interior moderado. Ao contrário, o modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 2.16 refere-se a um nó de pórtico no qual a face interior do nó esteja sujeita a um valor de tração elevado.

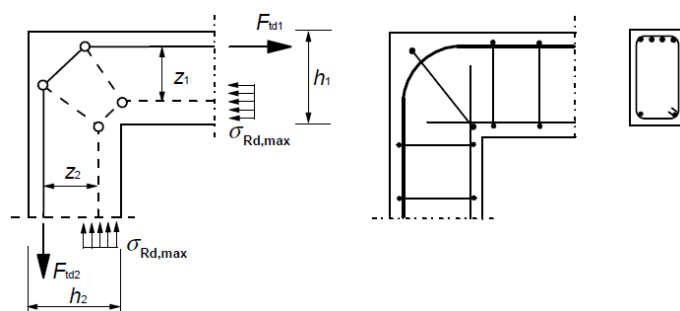


Figura 2.13 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior comprimida e com dimensões de viga e pilar concorrentes no nó com dimensões aproximadamente iguais [21].

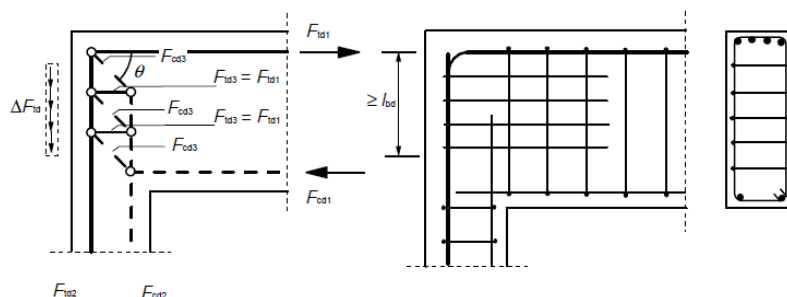


Figura 2.14 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior comprimida e com dimensões de viga e pilar concorrentes no nó com dimensões muito diferentes [21].

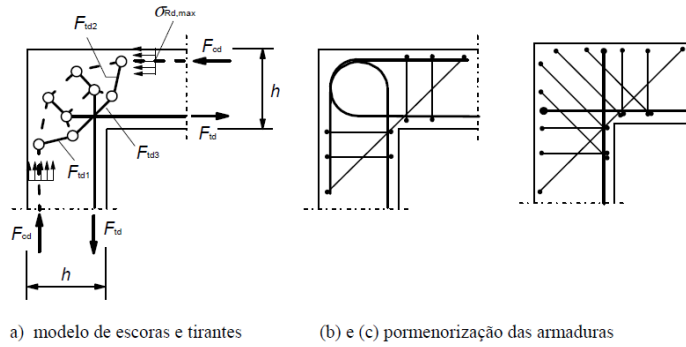


Figura 2.15 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior moderadamente tracionada [21].

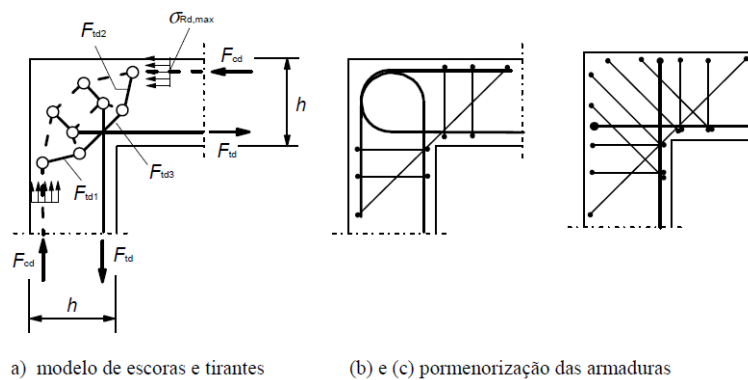


Figura 2.16 - Modelo de escoras e tirantes e respetiva pormenorização relativos a nó de pórtico com face interior fortemente tracionada [21].

No que diz respeito a outros elementos estruturais para os quais existem modelos de escoras e tirantes padronizados, nomeadamente vigas parede e zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço, apresentam-se de seguida nas figuras 2.17, 2.18 e 2.19, alguns exemplos propostos em [4] e [17].

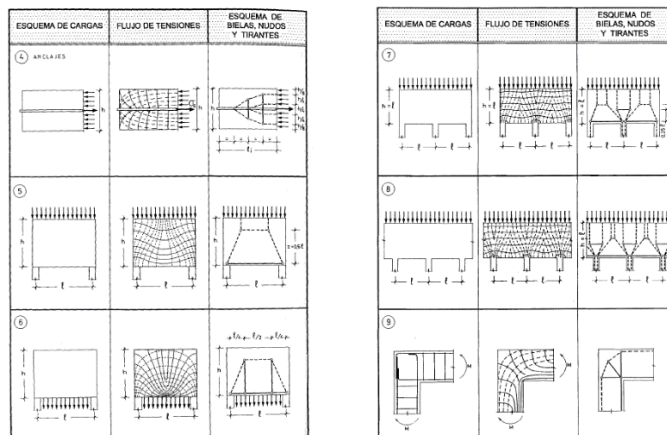


Figura 2.17 - Modelo de escoras e tirantes e respetivas trajetórias de tensões elásticas para diversos elementos estruturais [4].

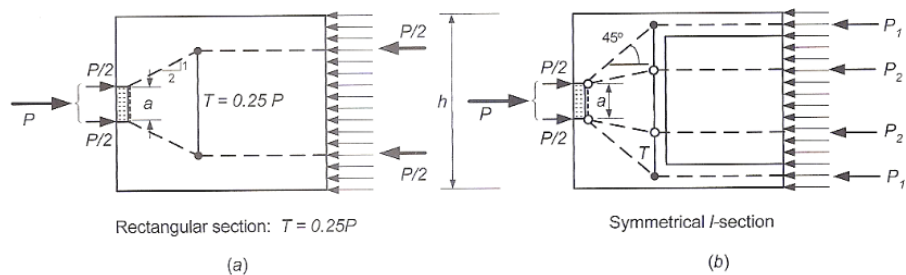


Figura 2.18 - Modelo de escoras e tirantes para zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço com aplicação de pré-esforço centrado, em a) para vigas com secção retangular e b) para vigas com secção transversal simétrica em forma de I [19].

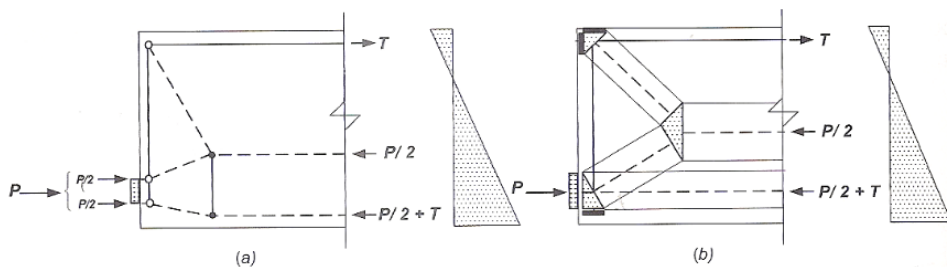


Figura 2.19 - Modelo de escoras e tirantes para zonas de ancoragem de cabos de pré-esforço, com aplicação de pré-esforço excêntrico relativamente ao centro de gravidade da secção da viga [19].

2.1.7 Otimização de modelos de escoras e tirantes

No processo de geração de modelos de escoras e tirantes para um determinado elemento estrutural, é possível obter uma gama variada de modelos para o mesmo elemento que satisfaçam tanto as condições de equilíbrio como as condições de resistência dos elementos (escoras, tirantes e nós). No entanto Schlaich afirma que num determinado elemento estrutural, as forças tendem a percorrer um caminho que mobilize o menor número de forças e conseqüentemente de tensões e deformações. Com isto, e uma vez que os tirantes de um modelo de escoras e tirantes apresentam maior deformabilidade axial comparativamente com a deformabilidade axial das escoras de betão, o modelo de escoras e tirantes que apresentar o menor numero de tirantes e o menor comprimento de tirantes será o melhor modelo a adotar para o dimensionamento de um elemento estrutural [25].

Este critério de otimização proposto por Schlaich tem como base o princípio da energia mínima de deformação para materiais com comportamento elástico linear [25]. Posto isto, o princípio de otimização pode ser formulado de acordo com as expressões que se apresentam de seguida.

$$\sum T_i \times L_i = \text{minimo} \quad (2.1)$$

onde T_i representa o esforço axial no tirante i e L_i representa o comprimento do tirantes i .

No entanto, no caso particular em que as escoras de betão apresentam um comprimento considerável e estão sujeitas a um elevado nível de tensão conseqüentemente, as deformações nas escoras devido a este facto são similares às deformações dos tirantes do modelo [23]. Posto isto, Schlaich propõe que perante esta situação o comprimento das escoras de betão, o esforço axial nas escoras de betão e as respetivas deformações devem ser introduzidas no critério de otimização que se apresenta na expressão 2.2 [23].

$$\sum F_i \times L_i \times \varepsilon_i = \text{minimo} \quad (2.2)$$

onde F_i representa a força no tirante ou na escora i , L_i representa o comprimento do elemento i e ε_{mi} representa a extensão do elemento i .

Este critério é útil no que se refere à eliminação de modelos de escoras e tirantes que não sejam os mais apropriados para determinado elemento estrutural [23] (figura 2.20) pelo que, o modelo de escoras e tirantes para determinado modelo estrutural que minimize o valor das expressões 2.1 e 2.2 será a partida o melhor modelo a adotar [23].

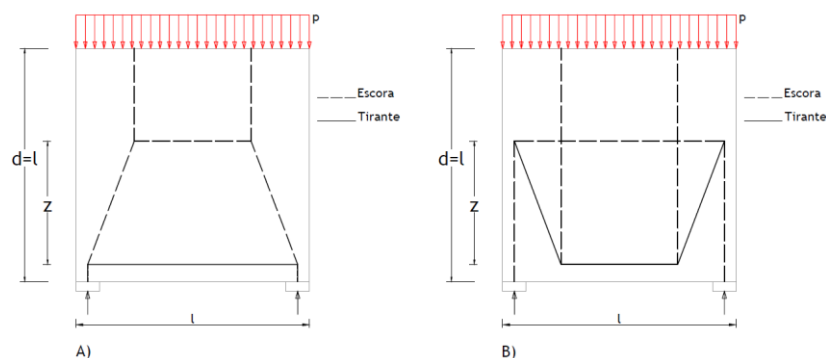


Figura 2.20 - Modelos de escoras e tirantes distintos para o mesmo elemento estrutural. A) Modelo de escoras e tirantes com menos tirantes. Modelo correto a adotar para o dimensionamento. B) Modelo com maior número de tirantes. Modelo não apropriado para o dimensionamento (adaptado de [25]).

2.1.8 Determinação de esforços em modelos de escoras e tirantes

No que diz respeito à análise de estruturas e mais concretamente no que se refere ao sistema de vinculação externa e interna de estruturas, estas podem ser subdivididas em três categorias distintas.

A primeira refere-se a sistemas que do ponto de vista da análise de estruturas são denominadas de estruturas hipostáticas ou designadas também por modelos cinemáticos. No dimensionamento de elementos estruturais com modelos de escoras e tirantes é bastante frequente obterem-se modelos deste tipo (figura 2.21). No entanto, a obtenção destes modelos não significa que o elemento estrutural careça de equilíbrio [23]. Em [23] propõe-se que o projetista pode adicionar o número suficiente de elementos diagonais possíveis no sentido de

tornar o modelo de escoras e tirantes uma estrutura estaticamente determinada, elementos estes que são denominados de ‘elementos zero’ [23]. No entanto, os modelos de escoras e tirantes cinemáticos podem ser aplicados apenas a um caso específico de carregamento de um elemento estrutural [23], pelo que para este tipo de modelos o equilíbrio apenas é garantido para uma determinada configuração geométrica [13].

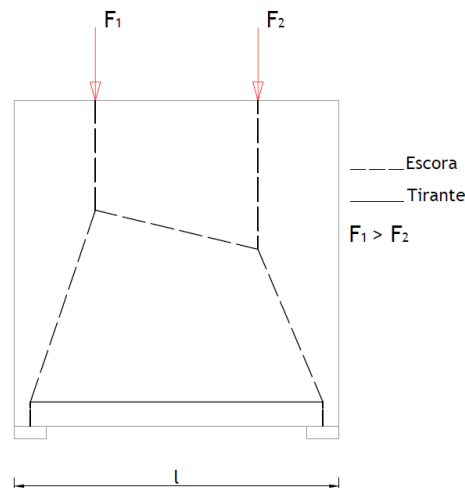


Figura 2.21 - Viga parede e respetivo modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas é denominado de modelo hipostático ou cinemático.

No que concerne à determinação da geometria específica do modelo de escoras e tirantes definido inicialmente e para um determinado caso de carga, Lourenço *et al.*, propõe uma metodologia para a automatização do processo de dimensionamento de elementos estruturais que correspondem a regiões de descontinuidade para os quais o modelo de escoras e tirantes correspondem a um modelo cinemático com base na formulação de uma técnica de resolução geral que envolve um conjunto de equações não lineares, onde as variáveis são, para além dos campos de tensões, também a posição dos nós que definem a própria configuração do modelo, sendo que a metodologia que apresentam é aplicável a problemas bidimensionais e tridimensionais [13].

A segunda refere-se a sistemas de estruturas que do ponto de vista da análise de estruturas são denominadas de estruturas estaticamente determinadas ou isostáticas. No dimensionamento de elementos estruturais com base em modelos de escoras e tirantes também é frequente obterem-se modelos estaticamente determinados. O cálculo de esforços neste tipo de modelos é relativamente simples. Uma vez que os esforços não dependem das características mecânicas e geométricas dos elementos que constituem o modelo, estes modelos podem ser resolvidos com base no equilíbrio de forças nos nós do modelo de escoras e tirantes ou com recurso a programas de cálculo automáticos que efetuem um cálculo elástico linear do modelo. A vantagem deste tipo de modelos é o facto de que com a mesma configuração geométrica

poderem abranger um variado conjunto de casos de carga no elemento estrutural [23], mediante alteração dos esforços nos elementos que constituem o modelo.

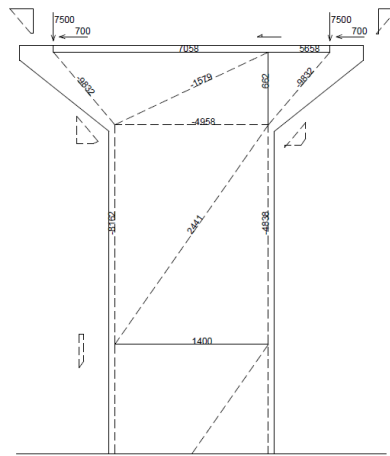


Figura 2.22 - Capitel de um viaduto e respetivo modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas é denominado de modelo estaticamente determinado ou isostático [16].

A terceira e última refere-se a sistemas de estruturas que do ponto de vista da análise de estruturas são denominadas de estruturas estaticamente indeterminadas ou hiperstáticas [23]. Schlaich propõe para a resolução deste tipo de modelos que se proceda à sua divisão em dois ou mais submodelos que sejam estaticamente determinados, pelo que cada submodelo é capaz de equilibrar parte da carga que está aplicada ao modelo global [23]. De seguida apresenta-se na figura 2.22 um exemplo de um modelo de escoras e tirantes estaticamente indeterminado relativo a um elemento estrutural.

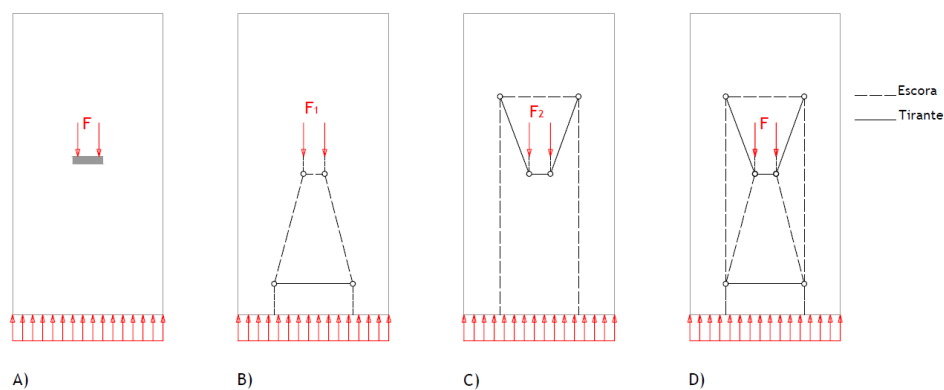


Figura 2.23 - Modelo de escoras e tirantes estaticamente indeterminado. A)Elemento estrutural e respetivo carregamento. B) e C) Submodelos de escoras e tirantes estaticamente determinados. D)Modelo de escoras e tirantes estaticamente indeterminado resultante da sobreposição dos dois submodelos isostáticos (adaptado de [23]).

2.1.9 Dimensionamento das escoras de betão

A resistência do betão à compressão em campos de tensão em compressão ou em zonas nodais do modelo de escoras e tirantes dependem do estado multiaxial de tensão, da presença de armaduras de aço e de fissuras, pelo que:

- 1- Esforços de compressão que atuem na direção transversal de um elemento estrutural são favoráveis na resistência à compressão do betão se esse esforço atuar em ambas as direções, no caso de um elemento plano. O confinamento do betão pode ser obtido através da aplicação de armadura numa ou em ambas as direções do elemento de betão ou se o elemento de betão estiver envolvido por um volume de betão considerável (figura 2.24 A) [25];
- 2- Tensões de tração na direção transversal de um elemento de betão e consequentemente as fissuras devido a essa ação são prejudiciais no que diz respeito à resistência do betão à compressão. Devido a este facto, um elemento de betão pode romper consideravelmente abaixo do seu valor característico de resistência à compressão. Essa redução de resistência do betão à compressão pode ser minimizada se as tensões de tração na direção transversal do elemento de betão armado forem absorvidas por armaduras de aço (figura 2.24 B) [25];
- 3- Fissuras num elemento de betão, sujeito a compressão uniaxial, que não sejam paralelas ao campo de tensões de compressão devido à ação a que o elemento está submetido são igualmente causa de redução da resistência do elemento de betão à compressão (figura 2.24 C) [25].

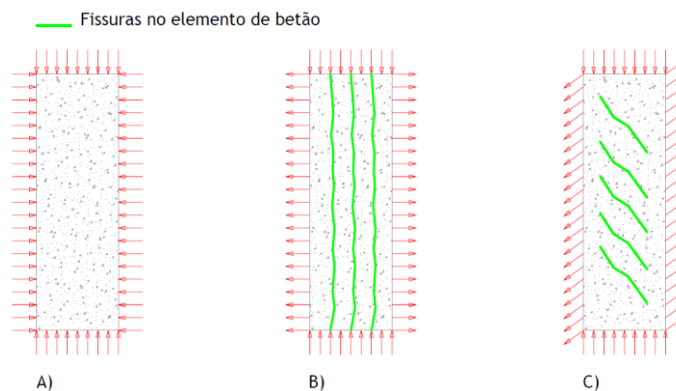


Figura 2.24 - Elemento de betão sujeito a três configurações distintas de tensões nas suas faces.

No que concerne às escoras de betão que constituem um modelo de escoras e tirantes estas, podem ser divididas em três grupos distintos nomeadamente escoras prismáticas, escoras em forma de 'leque' e escoras do tipo 'garrafa', sendo assim estas suficientes para abranger todos os casos de campos de tensões em compressão no plano para regiões B e regiões D (figura 2.25).

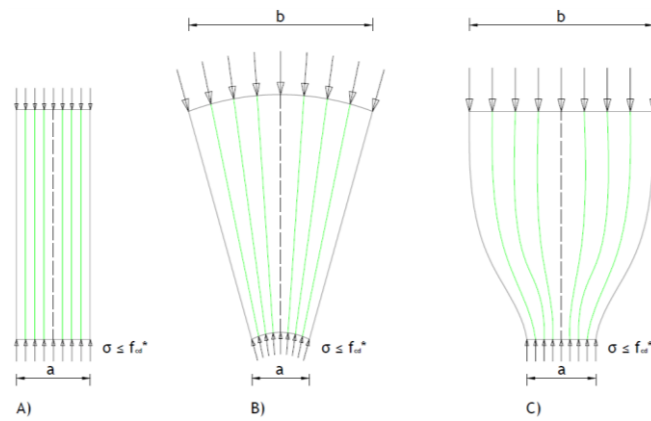


Figura 2.25 - Principais configurações de campos de tensões em compressão. A) Escoras prismática. B) Escora em forma de ‘leque’. C) Escora do tipo ‘garrafa’ (adaptado de [23]).

Relativamente as escoras em forma de ‘leque’ (figura 2.25 B)), estas correspondem a uma idealização de um campo de tensão em compressão em que não existe uma curvatura significativa. Teoricamente, este tipo de escora não desenvolve tensões de tração na sua direção transversal, no entanto é aconselhado que seja provida alguma armadura na direção transversal da escora nomeadamente nos casos em que a escora apresente um comprimento considerável [23].

As escoras prismáticas, normalmente correspondem a campos de tensões em regiões B. Neste tipo de escoras também não se desenvolvem tensões de tração na direção sua direção transversal.

No que se refere às escoras em forma de ‘garrafa’ (figura 2.25 C)), estas estão associadas ao facto de as tensões de compressão terem tendência para se dispersarem entre dois nós singulares ou entre um nó singular e um nó contínuo. Na zona relativa ao nó singular existe um afunilamento de tensões devido ao desvio das trajetórias das compressões pelo que essa zona está submetida a um estado biaxial de compressão [25]. Ao contrário, na zona mais afastada da zona do afunilamento de tensões, ocorre a partir do ponto de inflexão da curvatura da escora o aparecimento de tensões de tração transversais à direção da resultante das tensões de compressão (figura 2.26). Devido a este facto, o aparecimento de trações na direção transversal da escora pode resultar na formação de fissuras e consequentemente numa rutura prematura do elemento [23]. Com isto torna-se necessário colocar armadura transversal para este tipo de escoras que pode ser obtida através de um refinamento do modelo de escoras e tirantes como se pode visualizar na figura 2.27.

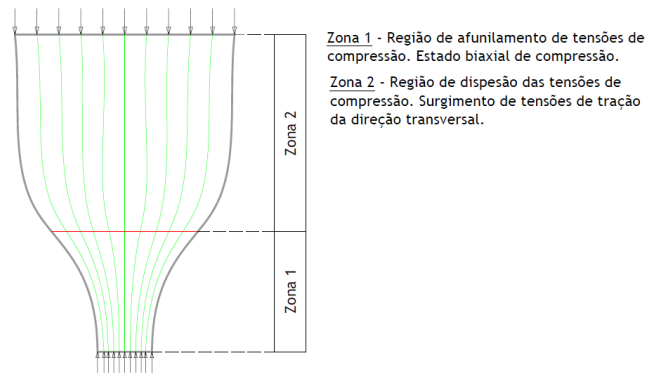


Figura 2.26 - Escora de betão do tipo 'garrafa'.

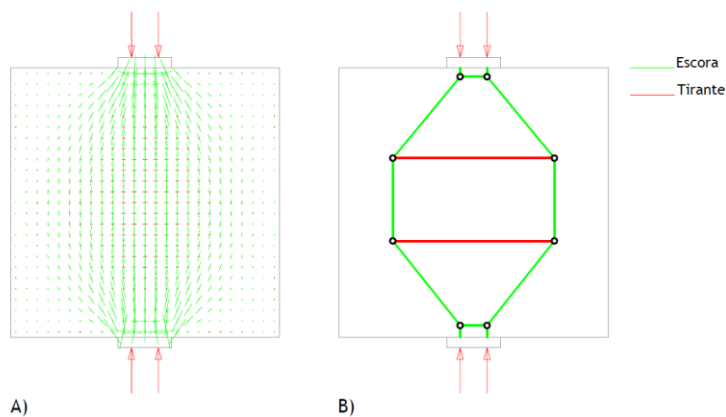


Figura 2.27 - Modelo de escoras e tirantes para determinação da quantidade de armadura para escoras do tipo 'garrafa'. A) Trajetórias das tensões obtidas por uma análise elástica linear. B) Modelo de escoras e tirantes (Adaptado de [25]).

Posto isto, os valores propostos em [23] que se apresentam de seguida dizem respeito às tensões de compressão admissíveis para qualquer tipo de escoras de betão em compressão:

$$\sigma_{Rd,max} = 1,0 \times f_{cd} \quad (2.3)$$

Aplicável a escoras de betão sujeitas e um estado biaxial de compressão (Efeito de confinamento) (figura 2.24 A)).

$$\sigma_{Rd,max} = 0,8 \times f_{cd} \quad (2.4)$$

Aplicável a escoras de betão sujeitas a um estado uniaxial de compressão mas com presença de tensões de tração na direção transversal que sejam passíveis de causar fissuras paralelas à direção do campo de compressões) (figura 2.24 B)).

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times f_{cd} \quad (2.5)$$

Aplicável a escoras de betão sujeitas a um estado uniaxial de compressão mas com presença de tensões de tração na direção transversal da escora passíveis de provocar fissuras que não sejam paralelas à direção do campo de compressões) (figura 2.24 C)).

2.1.10 Dimensionamento dos nós

Os nós que constituem um modelo de escoras e tirantes correspondem às zonas onde concorrem os elementos retilíneos do modelo nomeadamente, as escoras e os tirantes. Um nó num modelo de escoras e tirantes representa uma mudança de direção das trajetórias de tensões e consequentemente das forças provenientes quer das escoras quer dos tirantes [25]. No entanto esse desvio de forças pode ocorrer de uma forma abrupta ou de uma forma mais suave, sendo que os nós de um modelo de escoras e tirantes podem ser divididos em dois grupos distintos nomeadamente nós singulares e nós contínuos [25].

No que se refere aos nós contínuos, estes correspondem a zonas onde existe interseção entre campos de tensão de compressão no betão com uma largura significativa e/ou tirantes que correspondam a uma distribuição de armadura numa altura significativa, pelo que o desvio das trajetórias de tensões e consequentemente das forças dos elementos que nesses nós concorrem ocorrem de uma forma suave, abrangendo assim uma área de betão considerável quando comparada com a área disponível para equilíbrio de forças em nós singulares [25]. No entanto a verificação deste tipo de nós não é crítica, pelo que uma verificação das tensões aplicadas neste tipo de nós não é necessária, exceto no caso em que se pretende que este tipo de nós permaneçam permanentemente em estado não fissurado nomeadamente num nó contínuo onde concorra pelo menos um tirante [25]. Posto isto e no caso em que não é necessário proceder a verificações de tensões nas facetas dos nós contínuos é apenas necessário garantir um correto comprimento de amarração para as armaduras dos tirantes que concorrem neste tipo de nós [25].

No que concerne aos nós singulares de um modelo de escoras e tirantes, estes correspondem a zonas onde ocorre uma grande concentração de tensões resultantes essencialmente de introdução de cargas exteriores pontuais ou concentradas, reações nos apoios, ancoragens de armaduras e amarrações de armaduras [25].

Os nós singulares de um modelo de escoras e tirantes podem ser divididos em quatro grupos distintos consoante o tipo de elementos (escoras ou tirantes) que neles concorrem e que se apresentam de seguida [25]:

- 1- Nós do tipo CCC, onde concorrem apenas escoras;
- 2- Nós do tipo CCT, onde concorrem duas escoras de betão e um tirante;
- 3- Nós do tipo CTT, onde concorrem uma escora de betão e dois tirantes;
- 4- Nós do tipo TTT, onde concorrem apenas tirantes.

O dimensionamento das regiões relativas aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes deve contemplar os seguintes procedimentos:

- 1- Definir a geometria do nó de acordo com as forças que lhe estão aplicadas provenientes dos tirantes e das escoras que concorrem no nó. No caso de concorrer um tirante no nó, a armadura correspondente deve ser distribuída numa certa altura u tendo em consideração a largura dos campos de tensões que concorrem no nó e as correspondentes magnitudes das forças [24];
- 2- Verificação do valor das tensões de compressão que atuam nas facetas que constituem o nó singular [24];

$$\sigma_{Rd,max} = 1,1 \times f_{cd} \quad (2.6)$$

Aplicável em nós do tipo CCC sujeitos a um estado de tensão biaxial ou triaxial.

$$\sigma_{Rd,max} = 0,8 \times f_{cd} \quad (2.7)$$

Aplicável a nós singular onde concorram tirantes.

- 3- Assegurar uma correta amarração das armaduras nos nós tendo em consideração os raios mínimos de dobragem dos varões e os respetivos comprimentos de amarração preconizados na norma NP EN 1992-1-1 [24].

Schlaich afirma ainda que se pode considerar uma região D na sua totalidade segura se se verificar na zona de apoio mais solicitada do elemento ou na placa de ancoragem mais solicitada uma tensão inferior a 60% do valor de cálculo da tensão de rotura do betão (f_{cd}) e de todas as forças de tração no elemento forem devidamente absorvidas por armaduras com comprimentos de amarração suficientes [25].

2.1.11 Dimensionamento dos tirantes

O dimensionamento dos tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes deverá ser efetuado para que estes resistam adequadamente aos esforços de tração a que estão submetidos obtidos a partir do cálculo dos esforços internos do modelo de escoras e tirantes.

O dimensionamento dos tirantes é feito de uma forma simples sendo que o cálculo da área de armadura correspondente resulta diretamente dos esforços de tração (F_t) a que os tirantes estão submetidos e o do valor de cálculo da resistência à tração do aço para armaduras (f_{syd}). Posto isto, a verificação de segurança relativa aos tirantes que constituem um modelo de escoras e tirantes pode ser feita de acordo com a expressão 2.8.

$$F_t \leq A_s \times f_{syd} \quad (2.8)$$

O valor de cálculo da resistência à tração do aço para armaduras é obtido a partir da divisão do valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras de betão armado (f_{syk}) pelo coeficiente parcial de segurança do aço (γ_s) que de acordo com a norma NP EN 1992-1-1 corresponde ao valor de 1,15.

2.1.12 Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas ao dimensionamento com recurso a modelos de escoras e tirantes

2.1.12.1 Campos de aplicação do dimensionamento com recurso a modelos de escoras e tirantes

A norma NP EN 1992-1-1 estipula no ponto 5.6.4 que a análise de elementos estruturais com recurso a modelos de escoras e tirantes pode ser aplicada nas seguintes condições:

- 1- Verificações relativas ao estado limite último de regiões D que se devem ser definidas até uma distância h (altura do elemento) da descontinuidade estática ou geométrica;
- 2- Definição das disposições construtivas de regiões de descontinuidade estática ou geométrica;
- 3- Verificações do estado limite último de regiões B nomeadamente de vigas e lajes em estado fissurado;
- 4- Elementos em que se admite uma distribuição linear da secção como por exemplo estados planos de deformação;
- 5- Verificações relativas ao estado limite de utilização nomeadamente no que se refere a verificação das tensões do aço e o controlo da largura de fendas desde que sejam asseguradas as condições de compatibilidade dos modelos de escoras e tirantes ou seja, a posição e direção das escoras principais devem ser escolhidas de acordo com as trajetórias elásticas das tensões principais obtidas com recurso a uma análise linear elástica com recurso a elementos finitos.

Ainda neste ponto, a norma estabelece que os modelos de escoras e tirantes são constituídos por três elementos principais sendo eles, escoras que representam de forma discreta campos de tensão em compressão, tirantes que representam as armaduras de aço e por nós.

No que se refere à forma como os modelos de escoras e tirantes podem ser obtidos, é recomendado que estes sejam obtidos com base nas isostáticas de tensão e na distribuição de tensões obtidas pela teoria elástica linear ou ainda a partir do método do caminho das forças sendo que, depois de definidos os modelos de escoras e tirantes, estes podem ser otimizados com base em critérios de energia.

Estabelece ainda que as forças dos elementos de um modelo de escoras e tirantes devem ser determinadas mantendo no estado limite último o equilíbrio com as cargas que lhe estão

aplicadas e que os tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes devem coincidir em posição e direção com as armaduras correspondentes.

2.1.12.2 Verificações de segurança das escoras

A verificação de segurança das escoras de betão e conseqüentemente da capacidade resistente do betão devem ser efetuadas de acordo com o ponto 6.5.2 da norma NP EN 1992-1-1 e que estabelece:

- 1- Em escoras de betão sujeitas a tensões de compressão transversal ou sem tensões transversais o valor de cálculo da resistência do betão pode ser feito com a expressão 2.9. No entanto é possível admitir-se um maior valor de cálculo relativamente ao obtido pela expressão 2.9 em regiões em compressão multiaxial.

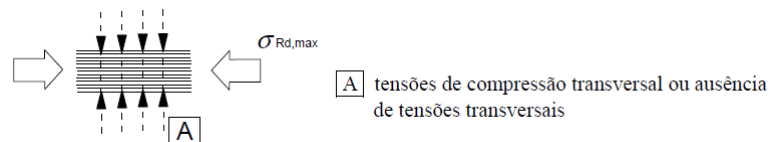


Figura 2.28 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão na ausência de trações transversais [21].

$$\sigma_{Rd,max} = f_{cd} \quad (2.9)$$

- 2- Em escoras de betão comprimidas nas quais possa ocorrer fissuração, o valor de cálculo da resistência do betão deve ser reduzido podendo ser este obtido pela expressão 2.10.

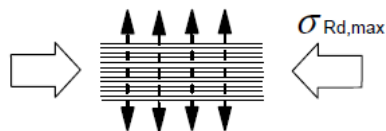


Figura 2.29 - Valor de cálculo da resistência das escoras de betão sujeitas a trações transversais [21].

$$\sigma_{Rd,max} = 0,6 \times v' f_{cd} \quad (2.10)$$

$$v' = 1 - \frac{f_{ck}}{250} \quad (2.11)$$

2.1.12.3 Verificações de segurança dos tirantes

A verificação de segurança dos tirantes que constituem um modelo de escoras e tirantes devem ser efetuadas de acordo com o ponto 6.5.3 da norma NP EN 1992-1-1.

Nesse ponto a norma estabelece nomeadamente nas alíneas (1) e (2) que o valor de cálculo da resistência dos tirantes transversais devem ser feitas de acordo com as relações constitutivas do material fornecidas no ponto 3.2 da mesma norma para o caso de armaduras ordinárias e no ponto 3.3 da mesma norma para o caso de armaduras de pré-esforço. É ainda referido que as armaduras relativas aos tirantes devem ser devidamente amarradas nos nós do modelo de escoras e tirantes

Na alínea (3) são ainda apresentados dois modelos de escoras e tirantes tipificados (figura 2.30) para dimensionar a armadura transversal no caso de uma escora sujeita a compressão mas com desenvolvimento de tensões de tração na direção transversal e as respetivas formulas para determinação das forças de tração nos tirantes dos modelos apresentados (expressões 2.12 e 2.13). É ainda referido que quando a armadura na zona dos nós se desenvolve numa extensão considerável de um elemento, deve ser distribuída na zona em que as isostáticas de compressão são curvas.

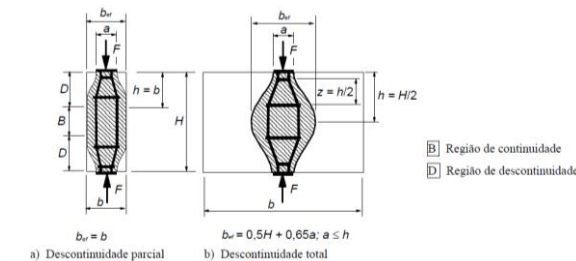


Figura 2.30 - Parâmetros para a determinação das forças de tração transversais num campo de tensões de compressão com armaduras distribuídas [21].

No caso de regiões de descontinuidade parcial ($b \leq \frac{H}{2}$):

$$T = \frac{1}{4} \times \frac{b-a}{b} \times F \quad (2.12)$$

No caso de regiões de descontinuidade total ($b > \frac{H}{2}$):

$$T = \frac{1}{4} - \left(1 - 0,7 \times \frac{a}{h}\right) \times F \quad (2.13)$$

2.1.12.4 Verificações relativas aos nós singulares

A verificação de segurança dos nós singulares que constituem um modelo de escoras e tirantes devem ser efetuadas de acordo com o ponto 6.5.4 da norma NP EN 1992-1-1.

Na alínea (4) estabelecem-se os valores de cálculo das tensões de compressão no interior dos nós como se demonstra de seguida.

- 1- Em nós singulares onde só concorrem escoras (figura 2.31) o valor da tensão máxima que pode ser aplicada nas facetas que forma a zona nodal é dada pela expressão que se apresenta de seguida.

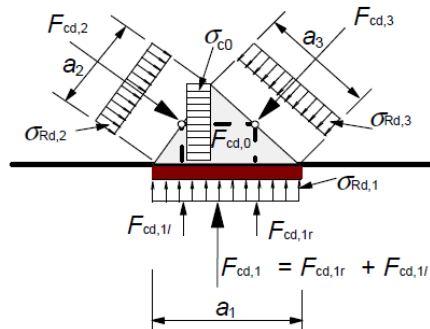


Figura 2.31 - Nó singular comprimido sem tirantes [21].

$$\sigma_{Rd,max} = K_1 \times v' \times f_{cd} \quad (2.14)$$

O valo relativo a K_1 recomendado na presente norma toma o valor de 1,0. Relativamente ao coeficiente v' , pode ser calculado de acordo com a expressão 2.11.

- 2- Em nós sujeitos a esforços de compressão e tração, com tirantes amarrados numa das direções (figura 2.32) o valor da tensão máxima de compressão que pode ser aplicada em cada uma das facetas do nó pode ser calculada com recurso à expressão que se apresenta de seguida.

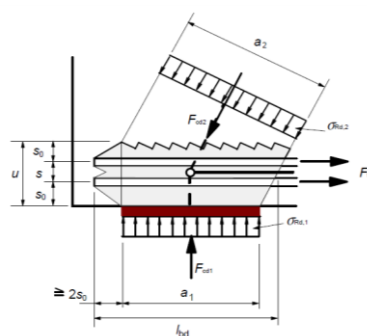


Figura 2.32 - Nó singular sujeito a compressão e tração com armaduras numa direção [21].

$$\sigma_{Rd,max} = K_2 \times v' \times f_{cd} \quad (2.15)$$

O valo relativo a K_2 recomendado na presente norma toma o valor de 0,85. Relativamente ao coeficiente v' , pode ser calculado de acordo com a expressão 2.11.

- 3- Em nós sujeitos a esforços de compressão e tração com tirantes amarrados em mais de uma direção (figura 2.33), o valor da tensão máxima de compressão que pode ser aplicada em cada uma das facetas do nó pode ser calculada com recurso à expressão que se apresenta de seguida.

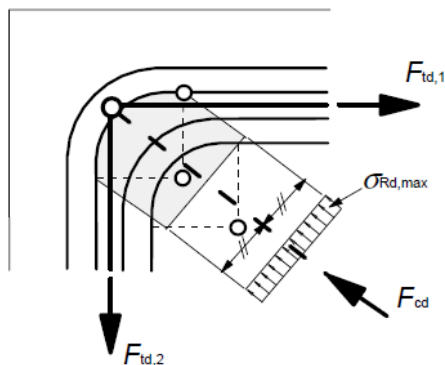


Figura 2.33 - Nó singular sujeito a compressão e tração com armaduras em duas direções [21].

$$\sigma_{Rd,max} = K_3 \times v' \times f_{cd} \quad (2.16)$$

O valor relativo a K_3 recomendado na presente norma toma o valor de 0,75. Relativamente ao coeficiente v' , pode ser calculado de acordo com a expressão 2.11.

Posto isto, a presente norma estipula na alínea (5) que as tensões máximas que podem ser aplicadas nas facetas dos nós de acordo com as expressões 2.14, 2.15 e 2.16 podem ser aumentadas até 10% no caso em que pelo menos uma das seguintes condições se verifique:

- É assegurada uma compressão triaxial;
- Todos os ângulos formados entre as escoras e os tirantes sejam superiores a 55° ;
- As tensões nos apoios ou devidas a forças concentradas são uniformes e o nó é cintado por armaduras transversais;
- A armadura está disposta em várias camadas;
- O nó está confinado de maneira fiável por uma disposição particular de apoio ou por atrito.

Ainda relativamente a este ponto, a norma estabelece que para os nós singulares em compressão triaxial para os quais a distribuição das ações é conhecida para as três direções das escoras, o valor máximo da tensão de compressão que pode atuar nas facetas que formam o nó pode ser obtido de acordo com as expressões 2.17 e 2.18 devendo contudo ser verificada a condição que se apresenta na expressão 2.19.

$$f_{ck,c} = f_{ck} \times \left(1,000 + 5,0 \times \frac{\sigma_2}{f_{ck}} \right) \rightarrow \sigma_2 \leq 0,05 \times f_{ck} \quad (2.17)$$

$$f_{ck,c} = f_{ck} \times \left(1,125 + 2,5 \times \frac{\sigma_2}{f_{ck}}\right) \rightarrow \sigma_2 > 0,05 \times f_{ck} \quad (2.18)$$

$$\sigma_{Rd,max} = K_4 \times v' \times f_{cd} \quad (2.19)$$

O valor relativo a K_4 recomendado na presente norma toma o valor de 3,0. Relativamente ao coeficiente v' , pode ser calculado de acordo com a expressão 2.11.

É igualmente feita referência na alínea (7) da forma como devem ser dispostas as armaduras no interior dos nós singulares pelo que é recomendado que em nós sujeitos a compressão e tração a amarração das armaduras deva começar à entrada do nó. Relativamente ao comprimento de amarração das armaduras, este deve prolongar-se ao longo de toda a extensão do nó e em certos casos a armadura pode ser amarrada já fora da zona nodal. Os valores relativos ao comprimento de amarração das armaduras pode ser efetuado de acordo com os pontos 8.2, 8.3 e 8.4 da norma NP EN 1992-1-1.

2.1.13 Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas a disposições construtivas das armaduras para betão armado

2.1.13.1 Distância entre varões

A distância mínima entre varões para betão armado deve ser determinada de acordo com o ponto 8.2 da norma NP EN 1992 1-1.

A distância mínima entre varões paralelos ou entre camadas de varões paralelos não deve ser inferior ao maior dos valores obtidos de acordo com a expressão 2.20.

$$s_{min} \geq \min \left\{ \begin{array}{l} k_1 \times \emptyset \\ d_g + k_2 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (2.20)$$

O valor relativo a k_1 recomendando na presente norma toma o valor de 1 mm, o valor de k_2 deve tomar o valor de 5 mm. O valor relativo a d_g corresponde à máxima dimensão do agregado a utilizar na composição do betão para o elemento estrutural que se está a dimensionar. Relativamente ao valor de $\emptyset_{var\tilde{a}o}$, este corresponde ao diâmetro do varão a utilizar para a armadura do elemento estrutural em análise.

2.1.13.2 Diâmetros admissíveis dos mandris para varões dobrados

Na norma NP EN 1992-1-1 nomeadamente no ponto 8.3, é estipulado o diâmetro mínimo de dobragem dos varões para betão armado no sentido de que o diâmetro mínimo de dobragem de um varão não provoque o aparecimento de fendas no varão assim como a rotura do betão no interior da curva do varão. Assim, a presente norma estabelece um valor de cálculo do diâmetro mínimo de dobragem dos varões em função do seu diâmetro conforme se apresenta na tabela 1.1.

Tabela 2.1 - Diâmetro mínimo do mandril a fim de evitar danificar a armadura (adaptado de [21]).

Diâmetro do varão	Diâmetro mínimo do mandril para cotovelos, ganchos e laços
$\phi \leq 16 \text{ mm}$	4ϕ
$\phi \leq 16 \text{ mm}$	7ϕ

A presente norma estipula na alínea 3 as condições para as quais não é necessário verificar o diâmetro do mandril em relação à rotura do betão.

2.1.13.3 Amarração das armaduras longitudinais

No ponto 8.4 é definida a forma de cálculo para a determinação do comprimento de amarração das armaduras longitudinais por forma a que seja assegurada uma boa transferência para o betão das forças de aderência evitando fendilhação longitudinal ou destacamento do betão.

Assim, o valor de cálculo da tensão de rotura da aderência f_{bd} entre o aço e o betão pode ser determinada de acordo com a expressão 2.21.

$$f_{bd} = 2,25 \times \eta_1 \times \eta_2 \times f_{ctd} \quad (2.21)$$

O valor relativo a f_{ctd} corresponde ao valor de cálculo da resistência do betão à tração e que é determinada de acordo com a expressão 2.22.

$$f_{ctd} = \alpha_{ct} \times \frac{f_{ctk,0,05}}{\gamma_c} \quad (2.22)$$

O coeficiente α_{ct} tem em conta os efeitos a longo prazo na resistência à tração e os efeitos desfavoráveis resultantes do modo como a carga é aplicada e que na presente norma é recomendado que corresponda a um valor unitário. O valor de γ_c corresponde ao coeficiente parcial de segurança relativo ao betão e toma o valor de 1,50. Relativamente ao valor de $f_{ctk,0,05}$, este corresponde ao valor característico da tensão de rotura do betão à tração simples do quantilho de 5%. Este valor pode ser determinado de acordo com a expressão 2.23.

$$f_{ctk,0,05} = 0,70 \times f_{ctm} \quad (2.23)$$

O valor de f_{ctm} corresponde ao valor médio da tensão de rotura do betão à tração simples e que é determinado em função da classe de resistência do betão. Assim para betões com classes de resistência inferiores a C50/60, f_{ctm} é determinado de acordo com a expressão 2.24. No entanto para betões com classes de resistência igual ou superior a C50/60 a determinação do valor de f_{ctm} é efetuada de acordo com a expressão 2.25.

$$f_{ctm} = 0,30 \times f_{ck}^{2/3} \quad (2.24)$$

$$f_{ctm} = 2,12 \times \ln\left(1 + \frac{f_{cm}}{10}\right) \quad (2.25)$$

No que se refere à expressão 2.24 o valor de f_{ck} corresponde ao valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade. O valor de f_{cm} constante na expressão 2.25 diz respeito ao valor médio da tensão de rotura do betão à compressão e pode ser determinado de acordo com a expressão 2.26.

$$f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ (MPa)} \quad (2.26)$$

O coeficiente η_1 , relaciona-se com as condições de aderência e com a posição do varão durante a betonagem. Na situação em que se considere condições de boa aderência a presente norma recomenda a utilização do valor de 1,0 no entanto, para outros casos é recomendado a utilização do valor de 0,7. A decisão relativamente às condições de aderência é efetuada com recurso à figura 2.34.

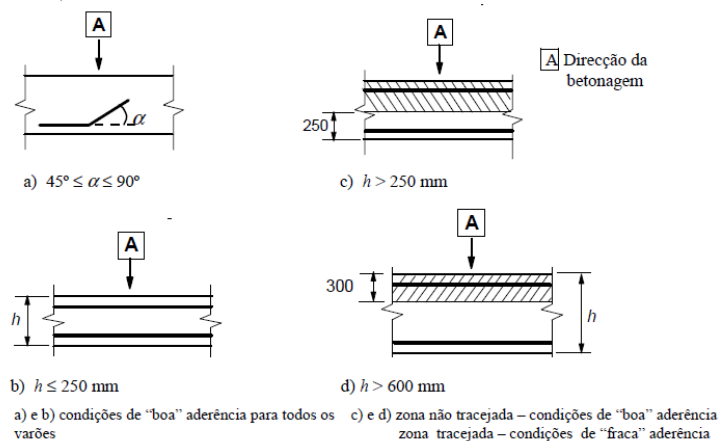


Figura 2.34 - Representação das condições de aderência para determinação do coeficiente η_1 [21].

Relativamente ao coeficiente η_2 , este é determinada em função do diâmetro do varão de aço pelo que, para varões com diâmetro inferior ou igual a 32 mm o coeficiente η_2 toma o valor de 1,0 no entanto, para varões com diâmetro superior a 32 mm o coeficiente η_2 é determinado de acordo com a expressão 2.27.

$$\eta_2 = \frac{132 - \phi}{100} \quad (2.27)$$

O comprimento de amarração de referência é determinado de acordo com a expressão 2.28.

$$l_{b,rqd} = \frac{\phi}{4} \times \frac{\sigma_{sd}}{f_{bd}} \quad (2.28)$$

O valor de σ_{sd} corresponde ao valor de cálculo da tensão na secção do varão a partir da qual é medido o comprimento de amarração.

A determinação do comprimento de amarração de cálculo é efetuada com recurso à expressão 2.29.

$$l_{bd} = \alpha_1 \times \alpha_2 \times \alpha_3 \times \alpha_4 \times \alpha_5 \times l_{b,rqd} \quad (2.29)$$

Os coeficientes têm em conta à forma dos varões, ao efeito do recobrimento mínimo do betão, o efeito de cintagem das armaduras transversais entre outros. Os valores relativos a estes coeficientes podem ser consultados no quadro 8.2 da norma NP EN 1992-1-1.

O comprimento de amarração de cálculo determinado na expressão 2.29 tem de verificar a condição que se apresenta na expressão 2.30 nomeadamente o comprimento de amarração mínimo.

$$l_{bd} \geq l_{b,min} \quad (2.30)$$

No caso de varões sujeitos a esforço de tração o comprimento de amarração mínimo é determinado de acordo com a expressão 2.31 no entanto, para varões sujeitos a esforços de compressão a determinação do comprimento de amarração mínimo é efetuada com recurso à expressão 2.32.

$$l_{b,min} > \max \begin{cases} 0,3 \times l_{b,rqd} \\ 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.31)$$

$$l_{b,min} > \max \begin{cases} 0,6 \times l_{b,rqd} \\ 10\phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (2.32)$$

2.1.14 Recomendações constantes na norma NP EN 1992-1-1 relativas a disposições construtivas em elementos parede

A norma NP EN 1992-1-1, recomenda no seu ponto 9.6 a determinação de armaduras verticais e horizontais a serem aplicadas em paredes de betão armado.

No que se refere à área de armadura vertical $A_{sv,total}$, esta deve estar compreendida entre $A_{st,min,total}$ e $A_{sv,max,total}$.

O valor relativo a $A_{sv,min,total}$ recomendado pela presente norma corresponde a 0,2% da área da secção de betão com altura unitária conforme se demonstra na expressão 2.33. No que se refere ao valor relativo a $A_{sv,max,total}$, este corresponde a 4,0% da área da secção de betão conforme se demonstra na expressão 2.34.

$$A_{sv,min,total} = 0,002 \times e_{parede} \times 1 \text{ (m)} \quad (2.33)$$

$$A_{sv,max,total} = 0,04 \times e_{parede} \times 1 (m) \quad (2.34)$$

Relativamente ao espaçamento máximo entre os varões que constituem a armadura vertical a colocar em cada face de uma parede, a presente norma recomenda os valores que se apresentam na expressão 2.35.

$$s_{max,vertical} \leq \min \left\{ \begin{array}{l} 3,0 \times e_{parede} \\ 400 \text{ mm} \end{array} \right. \quad (2.35)$$

No que concerne à área de armadura horizontal a prover numa parede, estas devem ser dispostas paralelamente aos paramentos da parede. A área de armadura horizontal a colocar em cada uma das faces da parede resulta do máximo valor dos apresentados na expressão 2.36. No que se refere ao espaçamento entre varões, este não deve exceder o valor de 400 mm.

$$A_{sh,face} = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,25 \times A_{s,v} \\ 0,001 \times e_{parede} \times 1 (m) \end{array} \right. \quad (2.36)$$

2.1.15 Recomendações constantes no REBAP relativas a disposições construtivas em elementos parede

O REBAP inclui na sua secção F recomendações relativas às disposições construtivas relativas a paredes sendo que no artigo 124º recomenda que a espessura mínima de paredes não seja inferior a 10,0 cm e que a sua esbelteza não exceda o valor de 120.

No que se refere às armaduras verticais a dispor paralelamente aos paramentos da parede estipula que a secção total da armadura vertical para armaduras de aço A400 ou A500 não seja inferior ao valor obtido de acordo com a expressão 2.37. No entanto, é igualmente estabelecido um valor máximo para a área total de armadura vertical a prover para a parede conforme se demonstra na expressão 2.38.

$$A_{sv,total} \geq 0,003 \times e_{parede} \times 1,0 (m) \quad (2.37)$$

$$A_{sv,total} \leq 0,04 \times e_{parede} \times 1,0 (m) \quad (2.38)$$

Relativamente ao espaçamento entre os varões que constituem a armadura vertical o presente regulamento recomenda que o espaçamento não deve ser superior ao dobro da espessura da parede e estipula um valor máximo de espaçamento igual a 30,0 cm

No que concerne à área de armadura horizontal a prover para uma parede, esta deve ser disposta em ambas as faces e exteriormente à armadura vertical. A área de armadura horizontal a colocar em cada uma das faces de uma parede não deve ser inferior ao valor determinado de acordo com a expressão 2.39 no caso de armaduras de aço A400 ou A500. Relativamente ao espaçamento entre os varões de aço, este não deve ser superior a 30,0 cm.

$$A_{shr,face} \geq 0,0005 \times e_{parede} \times 1,0 (m) \quad (2.39)$$

2.2 - Formulação matricial do método dos deslocamentos

2.2.1 - Princípios gerais do método dos deslocamentos

A análise matricial de estruturas é uma técnica de resolução numérica, que conduz a uma formulação matricial do problema, portanto a mais adequada no que se refere ao tratamento automático por meio de computadores [29]. Com este tipo de análise é possível decompor um modelo estrutural nos seus elementos constituintes, sendo as suas propriedades armazenadas em matrizes, sobre as quais se efetuam operações matemáticas de modo a reconstituir o comportamento de uma estrutura, cujas propriedades dependem assim do somatório das propriedades dos elementos que a constituem [29].

No que se refere ao método dos deslocamentos, este constitui um método de análise de estruturas e que engloba a análise de estruturas isostáticas e hiperstáticas [8]. Este método, no qual o problema é formulado em termos de deslocamentos, permite a obtenção de deslocamentos nos nós de estruturas e os respetivos esforços nos elementos que as constituem. No entanto este método é particularmente útil na resolução de sistemas estruturais que do ponto de vista da análise de estruturas são denominadas de hiperstáticas ou estaticamente indeterminadas [8].

Relativamente à resolução de uma estrutura reticulada com base no método dos deslocamentos, esta pode ser descrita com base num conjunto de procedimentos que se apresentam de seguida.

- 1- Determinação do grau de indeterminação cinemática da estrutura em análise, que corresponde ao somatório dos graus de liberdade dos nós (numero de deslocamentos independentes dos nós da estrutura) que constituem a estrutura nomeadamente traslações e rotações. Define-se ainda um sistema de coordenadas que permita a identificação do sentido positivo e direção dos deslocamentos dos nós [28];
- 2- Proceder ao bloqueio dos nós da estrutura em análise através da introdução de aparelhos de apoio virtuais na estrutura, de modo a isolar as barras que constituem a estrutura umas das outras, definindo-se assim a denominada estrutura-base [28], que no caso de uma análise com um programa de cálculo automático corresponde ao bloqueio de todos os deslocamentos dos nós que constituem a estrutura incluindo os correspondentes aos aparelhos de apoio [29];
- 3- Determinação das forças de fixação da estrutura base, que correspondem às forças nos nós extremos de cada uma das barras que constituem a estrutura devidas ao carregamento externo que solicita a estrutura [28];
- 4- Obtenção da matriz de rigidez da estrutura, isto é, a matriz que relaciona as forças generalizadas e os deslocamentos generalizados e que representa as relações

lineares entre as forças e os deslocamentos generalizados [29]. Uma vez que cada barra pode ser analisada isoladamente do conjunto de barras que constituem a estrutura em análise, a matriz de rigidez da estrutura resultará da assemblagem das matrizes de rigidez dos elementos tipo barra que constituem a estrutura e das matrizes de rigidez dos apoios [29].

- 5- Determinação dos deslocamentos dos nós da estrutura através da resolução de um sistema de equações de equilíbrio de nós [29];
- 6- Determinação dos esforços nos elementos tipo barra que constituem a estrutura através da aplicação do princípio da sobreposição dos efeitos nomeadamente através do somatório dos esforços gerados pelos deslocamentos dos nós da estrutura base e dos esforços devidos ao carregamento externo aplicado à estrutura base [28].

2.2.2 Matriz de rigidez de um elemento tipo barra no plano

2.2.2.1 Elemento tipo barra de pórtico plano

No que se refere a pórticos planos, ou seja, estruturas em que existe um plano de simetria que contem os eixos das barras e a solicitação e nomeadamente aos elementos tipo barra que constituem este tipo de estruturas torna-se necessário considerar apenas três deslocamentos com valor não nulo em cada um dos nós dos elementos tipo barra (duas translações e uma rotação) e conseqüentemente três forças em cada um dos nós dos elementos tipo barra como se demonstra na figura 2.35 [29]. No sentido de simplificar a denominação deste tipo de elemento barra, esta será referida ao longo do texto de barra tipo 1 ou barra com três graus de liberdade por nó.

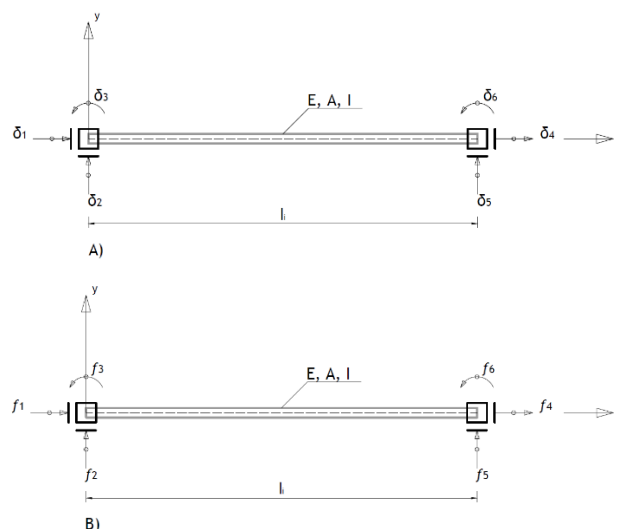


Figura 2.35 - Elemento tipo barra de pórtico plano e respetivo referencial local. A) Direção e sentidos positivos dos deslocamentos nos nós do elemento tipo barra. B) Direção e sentido das forças nos nós do elemento tipo barra (adaptado de [29]).

No sentido de se poder determinar a matriz de rigidez de um elemento tipo barra na qual se considera três deslocamentos por nós torna-se necessário definir um sistema de eixos com o objetivo de se poder definir a direção e o sentido positivo das forças e dos deslocamentos em cada um dos nós, sendo que um dos eixos deve coincidir com o eixo longitudinal do elemento tipo barra como se demonstra na figura 2.35, definindo-se assim o denominado referencial local de um elemento tipo barra. A matriz de rigidez de um elemento tipo barra representa as relações lineares entre as forças e os deslocamentos generalizados e é constituída por um conjunto de coeficientes de rigidez k_{ij} que representam a força que é necessária aplicar na direção e sentido de i por forma a obter-se um deslocamento unitário na direção j [29].

Apresenta-se de seguida na expressão 2.40 a matriz de rigidez relativa ao referencial local de um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó ($k_{tipo1,local}^{elemento\ i}$), considerando que o elemento apresenta um comprimento l , uma área de secção transversal A e um momento de inercia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E [29].

$$k_{tipo1,local}^{elemento\ i} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} & 0 & -\frac{12EI}{l^3} & \frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} & 0 & \frac{12EI}{l^3} & -\frac{6EI}{l^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} & \frac{2EI}{l} & 0 & -\frac{6EI}{l^2} & \frac{4EI}{l} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

No que concerne à obtenção dos coeficientes de rigidez que constituem a matriz de rigidez de um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó relativamente ao seu referencial local, estes podem ser obtidos por exemplo com recurso à aplicação do método das forças, no entanto não será feita a sua demonstração podendo assim ser consultada em literatura da especialidade [29] [8].

2.2.2.2 Elemento tipo barra de estrutura articulada no plano

No caso de estruturas articuladas no plano, ou seja, estruturas nas quais as ligações entre elementos são articuladas e nomeadamente no que se refere aos elementos tipo barra que constituem este tipo de estruturas, interessa apenas considerar dois deslocamentos (duas translações) em cada um dos nós dos elementos e consequentemente duas forças em cada um dos nós dos elementos tipo barra como se demonstra na figura 2.36 [29]. No sentido de simplificar a denominação deste tipo de elemento barra, esta será referida ao longo do texto de barra tipo 2 ou barra com dois graus de liberdade por nó.

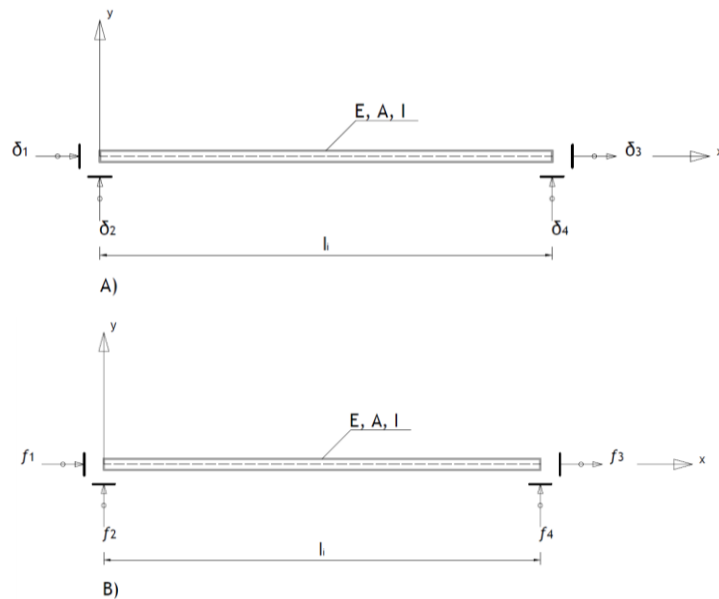


Figura 2.36 - Elemento tipo barra de estrutura articulada no plano e respetivo referencial local. A) Direção e sentidos positivos dos deslocamentos nos nós do elemento tipo barra. B) Direção e sentido das forças nos nós do elemento tipo barra (adaptado de [29]).

Posto isto e procedendo de modo análogo ao referido relativamente aos elementos tipo barra de pórticos planos, torna-se necessário definir um sistema de eixos local de modo a definir a direção e sentidos positivos dos deslocamentos e das forças nos nós deste tipo de barras.

No que se refere à matriz de rigidez do elemento tipo barra de uma estrutura articulada no plano, esta obtida igualmente de modo análogo à obtenção da matriz de rigidez para o elemento tipo barra de pórticos planos, no entanto a dimensão da matriz de rigidez será diferente assim como os coeficientes de rigidez que constituem a matriz de rigidez uma vez que o número de deslocamentos e forças considerados são diferentes.

Apresenta-se na expressão 2.41 a matriz de rigidez relativa a um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó, considerando que o elemento apresenta um comprimento l , uma área de secção transversal A e um momento de inércia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E [29].

$$k_{\text{tipo2,local}}^{\text{elemento } i} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{l} & 0 & \frac{EA}{l} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

2.2.3 Mudança de referencial com base numa matriz de transformação

No sentido de facilitar a obtenção das matrizes de rigidez locais das barras tipo 1 e tipo 2, foi escolhido como referencial para as forças e deslocamentos aquele em que um dos eixos coincide com o eixo longitudinal da barra antes da deformação, ou seja o referencial local. No entanto,

esse referencial pode ser qualquer, pelo que interessa obter a matriz de rigidez da barra num referencial genérico que será denominado de referencial global [29].

Com isto, considere-se a barra tipo 1 que se apresenta na figura 2.37 com um comprimento l , uma área de secção transversal A e um momento de inercia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E inclinada de um angulo α relativamente ao eixo X do referencial global. Considere-se ainda que a rotação α se efetua do referencial XOY (Referencial global) para xoy (Referencial local) [29]. Posto isto é possível obter uma matriz de transformação ($T_{tipo1}^{elemento\ i}$) que se apresenta na expressão 2.42 e que relaciona ambos os referenciais.

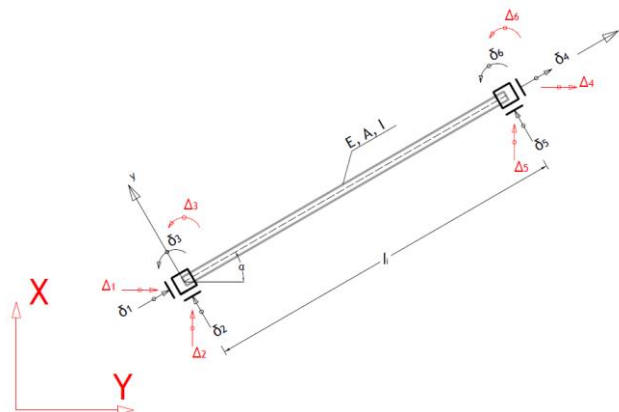


Figura 2.37 - Barra do tipo 1 e respetiva relação entre deslocamentos no referencial local e referencial global (adaptado de [29]).

$$T_{tipo1}^{elemento\ i} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Procedendo de forma análoga para a barra tipo 2 que se apresenta na figura 2.38 com um comprimento l , uma área de secção transversal A e um momento de inercia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E inclinada de um angulo α relativamente ao eixo X do referencial global. Considere-se ainda que a rotação α se efetua do referencial XOY (Referencial global) para xoy (Referencial local) [29]. Posto isto é possível obter uma matriz de transformação ($T_{tipo2}^{elemento\ i}$) que se apresenta na expressão 2.43 e que relaciona ambos os referenciais.

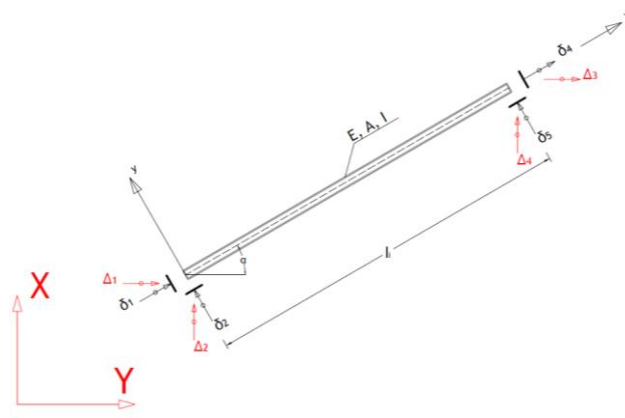


Figura 2.38 - Barra do tipo 2 e respetiva relação entre deslocamentos no referencial local e referencial global (adaptado de [29]).

$$T_{\text{tipo } 2}^{\text{elemento } i} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) \\ 0 & 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

Através das matrizes de transformação apresentadas nas expressões 2.22 e 2.23 é possível estabelecer relações entre os deslocamentos e as forças relativas ao referencial local e as forças e deslocamentos e forças relativas ao referencial global conforma se demonstra nas expressões 2.44 e 2.45.

$$[F_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] = [T_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \times [f_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \quad (2.44)$$

$$[\Delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] = [T_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \times [\delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \quad (2.45)$$

Onde $T_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$ refere-se à matriz de transformação do elemento barra i do tipo i , $F_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$ refere-se ao vetor das forças do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial global, $f_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$ refere-se ao vetor das forças no elemento barra i do tipo i relativo ao referencial local, $\Delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$ refere-se ao vetor dos deslocamentos no elemento barra i do tipo i relativos ao referencial global e $\delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}$ refere-se ao vetor dos deslocamentos no elemento barra i do tipo i relativos ao referencial local.

No que diz respeito às relações entre as forças e os deslocamentos no referencial local e entre as forças e os deslocamentos no referencial global, estas podem ser expressas de acordo com as expressões 2.46 e 2.47.

$$[f_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] = [k_{\text{tipo } i, \text{local}}^{\text{elemento } i}] \times [\delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \quad (2.46)$$

$$[F_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] = [K_{\text{tipo } i, \text{global}}^{\text{elemento } i}] \times [\Delta_{\text{tipo } i}^{\text{elemento } i}] \quad (2.47)$$

Onde $k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}$ refere-se à matriz de rigidez do elemento barra i do tipo i relativa ao referencial local, $f_{tipo\ i}^{elemento\ i}$ refere-se ao vetor das forças do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial local, $\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}$ refere-se ao vetor dos deslocamentos do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial local, $F_{tipo\ i}^{elemento\ i}$ refere-se ao vetor das forças do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial global e $\Delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}$ refere-se ao vetor dos deslocamentos do elemento barra i do tipo i relativo ao referencial global.

Com base nas relações atrás apresentadas é possível obter a matriz de rigidez de um elemento barra em função da sua matriz de transformação e da sua matriz de rigidez relativa ao referencial local de acordo com a dedução que se apresenta nas expressões que se seguem.

De acordo com a expressão 2.44:

$$[F_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \times [f_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \quad (2.48)$$

No entanto esta expressão pode ser escrita de acordo com a forma que se apresenta de seguida de acordo com a expressão 2.46:

$$[F_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \times [k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}] \times [\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \quad (2.49)$$

Substituindo o vetor $\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}$ pela expressão 2.45 que relaciona os deslocamentos de um elemento barra i do tipo i relativos ao referencial global com os deslocamentos de um elemento barra i do tipo i relativos ao referencial local obtém-se a expressão 2.50 que se apresenta de seguida e que é equivalente à expressão 2.51.

$$[F_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \times [k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}] \times \frac{\Delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}}{T_{tipo\ i}^{elemento\ i}} \quad (2.50)$$

⇔

$$[F_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \times [k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}] \times [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^{-1} \times [\Delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \quad (2.51)$$

Posto isto e uma vez que a matriz de transformação é ortogonal, a sua inversa é igual à matriz transposta ($[T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^{-1} = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^T$) [29]. Assim e de acordo com a expressão 2.47, a matriz de rigidez de um elemento barra i do tipo i em relação ao referencial global pode ser obtido pela expressão 2.52 que se apresenta de seguida.

$$[K_{tipo\ i,global}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \times [k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}] \times [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^T \quad (2.52)$$

2.2.4 Matriz de rigidez de uma estrutura reticula e consideração das condições de apoio

A matriz de rigidez de uma estrutura reticulada relativa ao referencial global resulta do somatório das várias matrizes de rigidez dos elementos tipo barra que constituem a estrutura no referencial global [29]. No entanto torna-se igualmente necessário considerar a rigidez dos aparelhos de apoio da estrutura no sentido de anular a singularidade da matriz de rigidez [29]. Com isto a matriz de rigidez de uma estrutura reticulada relativa ao referencial global pode ser obtida de acordo com a expressão 2.53.

$$[K_{global}^{estrutura}] = \sum [K_{tipo\ i,global}^{elemento\ i}] + \sum [K_{tipo\ i,global}^{apoi\ i}] \quad (2.53)$$

No que diz respeito à consideração de apoios rígidos este pode ser feita pelo anulamento de determinados deslocamentos nodais, ou seja por um processo de eliminação de linhas e colunas da matriz de rigidez da estrutura correspondentes aos deslocamentos que se pretendem nulos e a respetiva eliminação do termo independente correspondente [29]. Assim, a consideração dos apoios rígidos na matriz de rigidez de uma estrutura corresponde na realidade a um abaixamento da ordem do sistema [29]. No entanto no que diz respeito ao cálculo automático não é esta a maneira habitual de se proceder uma vez que este processo reconduziria a um rearranjo das incógnitas do problema resultando numa dificuldade no que diz respeito à programação [29]. Com isto, é possível resolver esta situação mantendo o valor da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura correspondente a determinado deslocamento nulo e anulando todos os restantes valores da linha e coluna que a ele correspondem e tornando também nulo o termo independente que lhe corresponde uma vez que não faz sentido aplicar forças em apoios rígidos, dado que sendo totalmente ‘absorvidos’ pelo apoio não introduzem quaisquer esforços na estrutura [29]. Contudo, em alternativa ao processo atrás proposto as condições de apoio podem ser introduzidas somando ao termo correspondente da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura uma constante que represente a rigidez infinita no apoio. Essa constante na realidade corresponderá a um valor significativamente superior em relação aos valores da linha e da coluna que lhe correspondem.

Posto isto de seguida apresenta-se um pequeno exemplo no sentido de demonstrar a forma como se obtém a matriz de rigidez de uma estrutura e a respetiva consideração da rigidez dos aparelhos de apoio. Assim, considere-se a estrutura reticulada hiperestática que se apresenta na figura 2.39, constituída por dois elementos tipo barra com três graus de liberdade por nós com um comprimento l , uma área de secção transversal A e um momento de inercia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E .

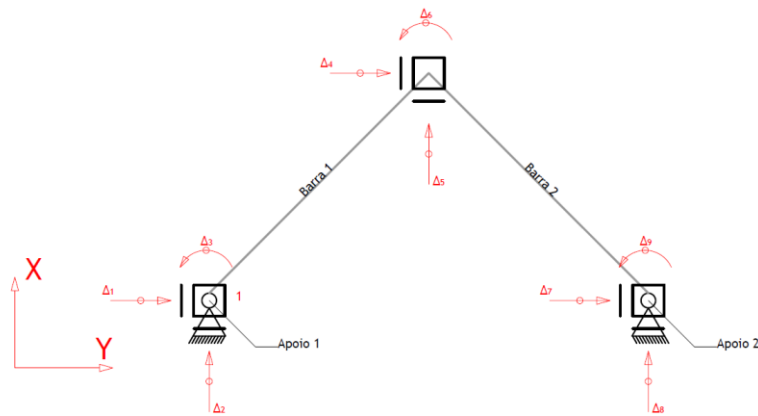


Figura 2.39 - Estrutura reticulada continua duplamente apoiada e respetivos deslocamentos globais.

As matrizes de rigidez dos elementos barra apresentam-se nas expressões 2.54 e 2.55, sendo que estas duas matrizes dizem respeito ao referencial global XOY .

$$K_{global}^{barra1} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

$$K_{global}^{barra2} = \begin{bmatrix} K_{44} & K_{45} & K_{46} & K_{47} & K_{48} & K_{49} \\ K_{54} & K_{55} & K_{56} & K_{57} & K_{58} & K_{59} \\ K_{64} & K_{65} & K_{66} & K_{67} & K_{68} & K_{69} \\ K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} & K_{78} & K_{79} \\ K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{87} & K_{88} & K_{89} \\ K_{94} & K_{95} & K_{96} & K_{97} & K_{98} & K_{99} \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Definidas as matrizes de rigidez dos elementos tipo barra que constituem a estrutura, torna-se igualmente necessário definir as matrizes de rigidez dos apoios que conferem estabilidade à estrutura, pelo que se apresentam nas expressões 2.56 e 2.57 as respetivas matrizes de rigidez dos aparelhos de apoio. As matrizes que se apresentam são compostas por quatro coeficientes de rigidez, quer isto dizer que a os valores de rigidez em cada uma das direções não são independentes. No entanto, no caso em que a rigidez em cada uma da direções é independente, os valores relativos aos coeficientes $K_{ij}^{apoiio i}$ e $K_{ij}^{apoiio i}$ assumem valores nulos.

$$K_{global}^{Apoiio1} = \begin{bmatrix} K_{11}^{Apoiio1} & K_{12}^{Apoiio1} \\ K_{21}^{Apoiio1} & K_{22}^{Apoiio1} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$K_{global}^{Apoiio2} = \begin{bmatrix} K_{77}^{Apoiio2} & K_{78}^{Apoiio2} \\ K_{87}^{Apoiio2} & K_{88}^{Apoiio2} \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Posto isto e definidas as matrizes de rigidez dos elementos que constituem a estrutura, é possível obter a matriz de rigidez global da estrutura através da assemblagem das várias matrizes atrás expostas como se pode observar na expressão 2.58.

$$K_{global}^{Estrutura} = \begin{bmatrix} K_{11} + K_{11}^{Apoio1} & K_{12} + K_{12}^{Apoio1} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21} + K_{21}^{Apoio1} & K_{22} + K_{22}^{Apoio1} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} & 0 & 0 & 0 \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} & 0 & 0 & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} + K_{44} & K_{45} + K_{45} & K_{46} + K_{46} & K_{47} & K_{48} & K_{49} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} + K_{54} & K_{55} + K_{55} & K_{56} + K_{56} & K_{57} & K_{58} & K_{59} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} + K_{64} & K_{65} + K_{65} & K_{66} + K_{66} & K_{67} & K_{68} & K_{69} \\ 0 & 0 & 0 & K_{74} & K_{75} & K_{76} & K_{77} + K_{77}^{Apoio2} & K_{78} + K_{78}^{Apoio2} & K_{79} \\ 0 & 0 & 0 & K_{84} & K_{85} & K_{86} & K_{87} + K_{87}^{Apoio2} & K_{88} + K_{88}^{Apoio2} & K_{89} \\ 0 & 0 & 0 & K_{94} & K_{95} & K_{96} & K_{97} & K_{98} & K_{99} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

2.2.5 Vetor solicitação

O vetor solicitação aplicado aos nós da estrutura relativamente ao referencial global pode ser descrito da forma como se apresenta na expressão 2.59.

$$[F] = [P] - [F_0] \quad (2.59)$$

Onde $[P]$ corresponde ao vetor das forças relativo ao referencial global aplicadas diretamente nos nós da estrutura e $[F_0]$ corresponde ao vetor das forças de fixação relativo ao referencial global.

No caso em que existem forças externas aplicadas diretamente nos nós da estrutura, estas são diretamente encaminhadas para o vetor $[P]$ com sinal positivo ou negativo consoante o sentido em que estão aplicadas relativamente aos sentidos dos eixos que formam o referencial global.

No entanto é frequente que existam solicitações que atuem ao longo da barra pelo que se torna necessário converter estas solicitações em forças equivalentes nos nós da estrutura [29]. Posto isto, o vetor das forças de fixação da estrutura $[F_0]$ resulta da assemblagem dos vetores de fixação de cada uma das barras que constituem a estrutura e que correspondem às forças de reação devidas às solicitações externas aplicadas nas barras com sentido inverso [29].

2.2.6 Resolução do sistema e determinação dos esforços nos elementos tipo barra

De acordo com o exposto nos pontos anteriores e assim que sejam determinadas as matrizes de rigidez da estrutura reticulada em relação ao referencial global e o vetor solicitação em relação ao referencial global é possível estabelecer um sistema de equações de equilíbrio de nós através da expressão 2.60.

$$[F_{global}^{estrutura}] = [K_{global}^{estrutura}] \times [\Delta_{global}^{estrutura}] \quad (2.60)$$

Onde $[F_{global}^{estrutura}]$ representa o vetor solicitação relativo ao referencial global, $[\Delta_{global}^{estrutura}]$ representa o vetor dos deslocamentos dos nós da estrutura em relação ao referencial global e que se pretendem determinar e $[K_{global}^{estrutura}]$ a matriz de rigidez da estrutura reticulada em relação ao referencial global.

A partir desta expressão é possível então obter os deslocamentos do nó de uma estrutura articulada de acordo com a operação matemática que se apresenta na expressão 2.61.

$$[\Delta_{global}^{estrutura}] = [F_{global}^{estrutura}] \times [K_{global}^{estrutura}]^{-1} \quad (2.61)$$

Posto isto, depois de determinados os deslocamentos globais dos nós da estrutura reticulada é possível obter os esforços nas secções dos nós dos elementos tipo barra através do princípio da sobreposição de efeitos. No entanto torna-se primeiramente necessário determinar os deslocamentos nos nós de cada um dos elementos tipo barra em relação ao referencial local conforme se demonstra na expressão 2.62.

$$[\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^T \times [\Delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \quad (2.62)$$

Onde $[\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}]$ representa o vetor dos deslocamentos dos nós do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial local, $[T_{tipo\ i}^{elemento\ i}]^T$ representa a transposta da matriz de transformação do elemento barra i do tipo i e $[\Delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}]$ o vetor dos deslocamentos dos nós do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial global.

Os esforços nas secções dos nós dos elementos tipo barra podem ser obtidos de acordo com a expressão 2.63.

$$[f_{tipo\ i}^{elemento\ i}] = [f_{0,tipo\ i}^{elemento\ i}] + [k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}] \times [\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}] \quad (2.63)$$

Onde $[f_{tipo\ i}^{elemento\ i}]$ representa o vetor das forças nos nós do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial local, $[f_{0,tipo\ i}^{elemento\ i}]$ o vetor das forças de fixação do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial local, $[k_{tipo\ i,local}^{elemento\ i}]$ representa a matriz de rigidez do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial local e $[\delta_{tipo\ i}^{elemento\ i}]$ o vetor dos deslocamentos dos nós do elemento barra i do tipo i em relação ao referencial local.

No que diz respeito aos esforços nas secções dos nós dos elementos tipo barra e nomeadamente aos sentidos positivos ou negativos, estes são obtidos de acordo com os sentidos positivos das forças que se arbitraram para o elemento tipo barra para a aplicação do método dos deslocamentos pelo que, para se obterem os esforços de acordo com a convenção da resistência

dos materiais torna-se necessário proceder à multiplicação de alguns dos esforços nos nós do elemento barra conforme se ilustra na figura 2.40.

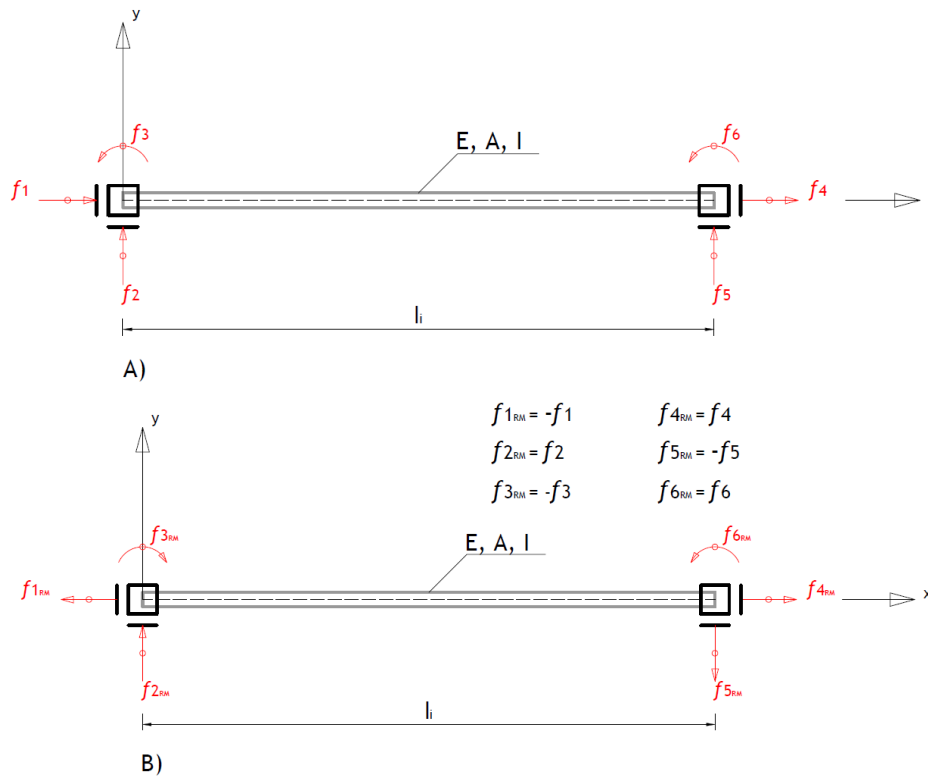


Figura 2.40 - Elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó. A) Convenção de esforços positivos de acordo com o método dos deslocamentos. B) Convenção de esforços positivos de acordo com a resistência dos materiais e respectivas transformações necessárias para obter esforços de acordo com esta convenção.

Capítulo 3

Metodologia

3.1 Objetivo da metodologia proposta

De acordo com o especificado no subcapítulo 2.1.8, frequentemente os modelos de escoras e tirantes para o dimensionamento de regiões D podem corresponder do ponto de vista da análise de estruturas a sistemas hipostáticos ou também denominados de sistemas cinemáticos.

Este tipo de modelos de escoras e tirantes só garante equilíbrio para determinado caso de carga pelo que determinada configuração geométrica do modelo só pode equilibrar determinada relação entre forças externas aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes conforme se pode visualizar na figura 3.1, pelo que a determinação dos esforços no modelo necessários para o dimensionamento dos vários elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes só é possível depois de determinada a configuração geométrica do modelo.

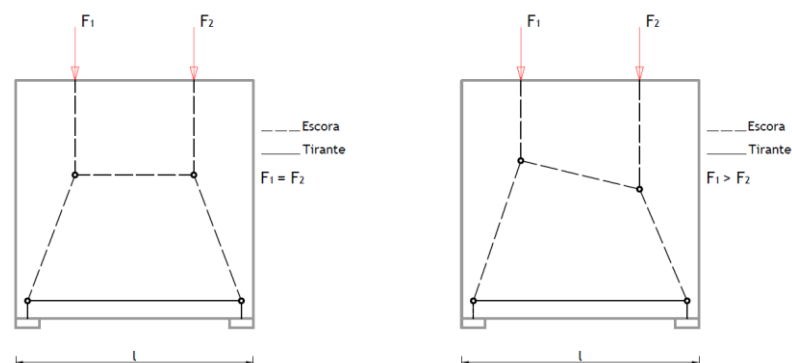


Figura 3.1 - Modelos de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas correspondem a sistemas hipostáticos e respetiva configuração geométrica que equilibra o carregamento externo.

É precisamente com o objetivo de se determinar a geometria do modelo de escoras e tirantes que garante equilíbrio para o carregamento externo que lhe está aplicado e conseqüentemente a determinação dos esforços nos seus elementos que se pretende desenvolver uma metodologia que possa ser aplicada de forma simples e racional e que será descrita de seguida.

3.2 Princípios gerais da metodologia

No sentido de se poder justificar de forma científica a metodologia que se pretende aplicar para a análise de modelos de escoras e tirantes hipostáticos, de seguida serão apresentados os conceitos fundamentais que servem de base à formulação da mesma.

Posto isto, considere-se uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma força horizontal N que provoca um esforço de compressão na viga e um par de momentos fletores M aplicados em cada um dos nós de extremidade da viga que produzem um esforço de tração na fibra inferior da viga e um esforço de compressão na fibra superior da mesma que se apresenta na figura 3.2. Considere-se ainda que o elemento barra que constitui a viga tem um comprimento l , uma área de secção A , momento de inércia I constantes e que é constituída por um material homogéneo com módulo de elasticidade E . O sistema de eixos adotado corresponde ao sistema de eixos utilizado pela resistência dos materiais e que se apresenta igualmente na figura 3.2.

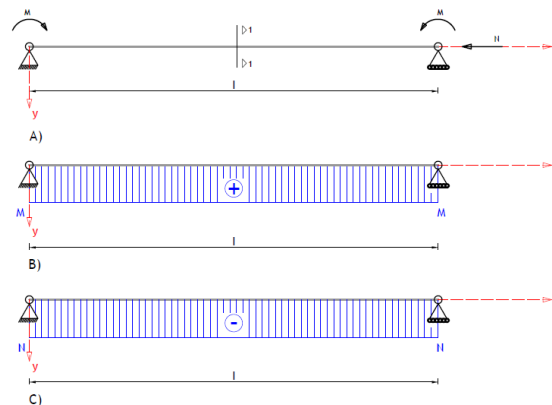


Figura 3.2 - A) Viga simplesmente apoiada e respetivo carregamento externo. B) Diagrama de momentos fletores na viga devido ao carregamento externo. C) Diagrama de esforço normal na viga devido ao carregamento externo.

Considere-se ainda um corte transversal na viga correspondente à secção do meio vão, secção esta que apresenta uma largura b e uma altura h conforme se pode visualizar na figura 3.3 na qual atuam o momento fletor M e os esforços de compressão N que se determinaram na figura 3.2.

O efeito do momento fletor M e do esforço normal de compressão N aplicados no centro de gravidade da secção do meio vão da viga pode ser representado apenas pelo esforço normal de compressão N aplicado excentricamente em relação ao centro de gravidade da secção conforme se pode visualizar na figura 3.3.

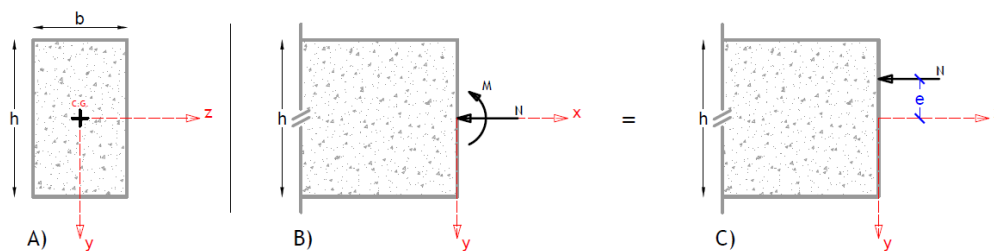


Figura 3.3 - A) Secção transversal da viga. B) Esforços na secção do meio vão da viga aplicados no centro de gravidade da secção. C) Esforço normal de compressão aplicado excentricamente em relação ao centro de gravidade da viga e equivalente a B).

Devido a este facto, pode então considerar-se que quando um elemento do tipo barra sujeito a momentos fletores e esforço normal ou seja, flexão composta, em cada secção do elemento, existe uma força resultante afastada do centro de gravidade da secção do elemento tipo barra que será denominada resultante da força de compressão ou tração que produz o mesmo efeito quando um momento fletor e uma força de compressão ou tração estão aplicados no centro de gravidade da secção do elemento barra.

O valor da excentricidade da força de compressão ou tração relativamente ao centro de gravidade da secção pode ser obtido pela razão entre o momento fletor e o esforço normal de compressão ou tração aplicados no centro de gravidade de uma determinada secção conforme se demonstra na expressão 3.1.

$$e_{secção\ i}^{elemento\ i} = \frac{M_{secção\ i}^{elemento\ i}}{N_{secção\ i}^{elemento\ i}} \quad (3.1)$$

Assim, generalizando o exemplo da viga simplesmente apoiada apresentada na figura 3.2, na figura 3.4 demonstra-se uma secção genérica na qual atuam momento fletor positivo e negativo e esforço normal de compressão ou tração no centro de gravidade da secção e o efeito equivalente do esforço normal de compressão ou tração aplicado excentricamente ao centro de gravidade da secção.

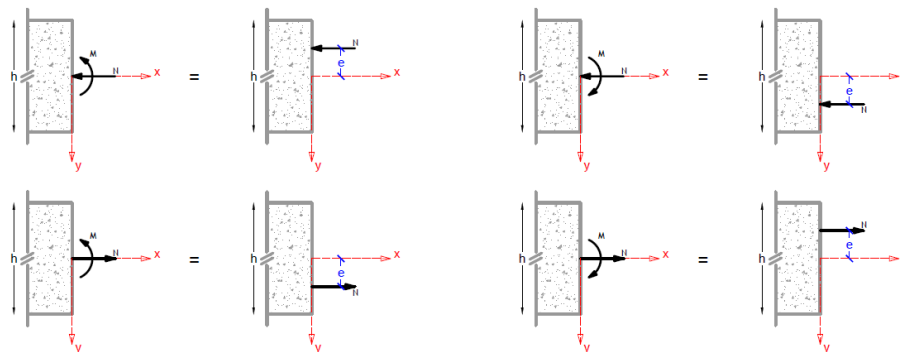


Figura 3.4 - Secção genérica sujeita a momento fletor positivo ou negativo e esforço normal positivo ou negativo e efeito equivalente do esforço normal aplicado excentricamente em relação ao centro de gravidade.

Note-se que o valor da excentricidade da força de compressão ou tração obtida de acordo com a expressão 3.1 diz respeito ao sistema de eixos utilizado pela resistência dos materiais. Com isto, para se poder utilizar de forma correta a expressão 3.1 de acordo com o sistema de eixos utilizado para o referencial local de um elemento tipo barra conforme se demonstrou nas figuras 2.36 e 2.37 do Capítulo 2, torna-se necessário inverter o sinal da expressão 3.1 conforme se demonstra na expressão 3.2 e na figura 3.5.

$$e_{\text{secção } i}^{\text{elemento } i} = -\frac{M_{\text{secção } i}^{\text{elemento } i}}{N_{\text{secção } i}^{\text{elemento } i}} \quad (3.2)$$

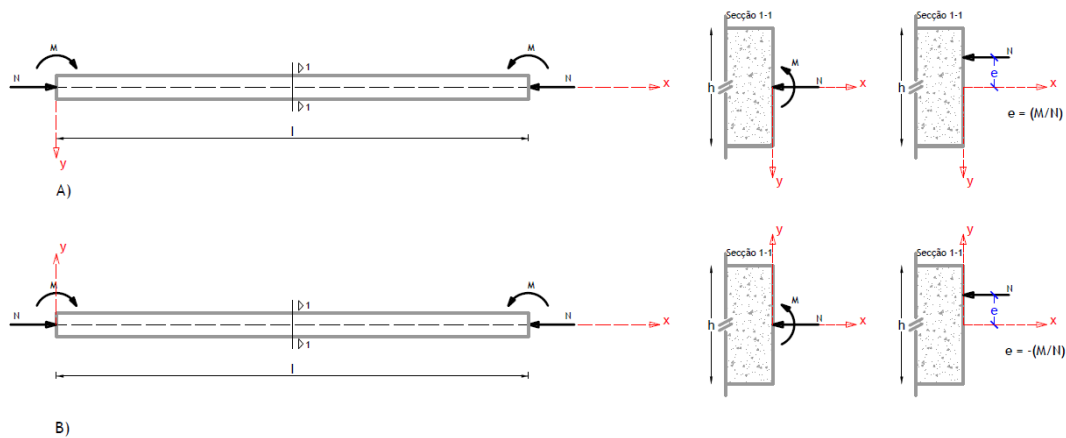


Figura 3.5 - A) Elemento tipo barra com eixos segundo a resistência dos materiais e respetiva fórmula de cálculo para determinação da posição da resultante da força de compressão. B) Elemento barra com referencial local de acordo com a análise de estruturas (Figura 2.36) e respetiva fórmula de cálculo da posição da resultante da força de compressão.

O conceito atrás apresentado relativo à posição da resultante de uma força de compressão ou de tração numa secção de um elemento barra sujeito à interação de momento fletor e esforço normal pode ser replicado para todas as secções de um elemento barra. Com isto, é possível obter um diagrama para um elemento barra e conseqüentemente para uma estrutura reticulada que demonstre a variação da posição da resultante de uma força de compressão ou de tração ao longo do comprimento desse elemento.

O diagrama que demonstra a variação da posição da resultante de uma força de compressão ou tração será denominado no presente trabalho de diagrama da linha "C". Assim, considere-se de novo a viga apresentada na figura 3.2. Com base nos diagramas de momento fletor e esforço axial é possível construir um diagrama com base na expressão 3.1 que nos forneça a variação da posição da resultante da força de compressão ao longo do comprimento da viga. Neste caso, a obtenção do diagrama é bastante simples uma vez que o diagrama de momento fletor é constante ao longo do comprimento da viga bastando para isso calcular um valor de excentricidade. O diagrama da linha "C" para a viga apresentada na figura 3.2 pode ser visualizado na figura 3.6.



Figura 3.6 - Diagrama da linha "C" para a viga apresentada na figura 3.2.

Este diagrama pode ser obtido para qualquer elemento barra sujeito a qualquer carregamento externo desde que sujeito à interação de momento fletor e esforço axial e desde que seja

possível conhecer o diagrama de momento fletor e esforço axial e o eixo longitudinal do elemento em análise.

A título de exemplo demonstra-se o caso de uma viga simplesmente apoiada sujeita a uma força horizontal N que provoca um esforço axial de compressão no elemento barra e uma força uniformemente distribuída ao longo do comprimento da viga conforme se ilustra na figura 3.7. Na mesma figura são também apresentados os diagramas de momento fletor e esforço axial.

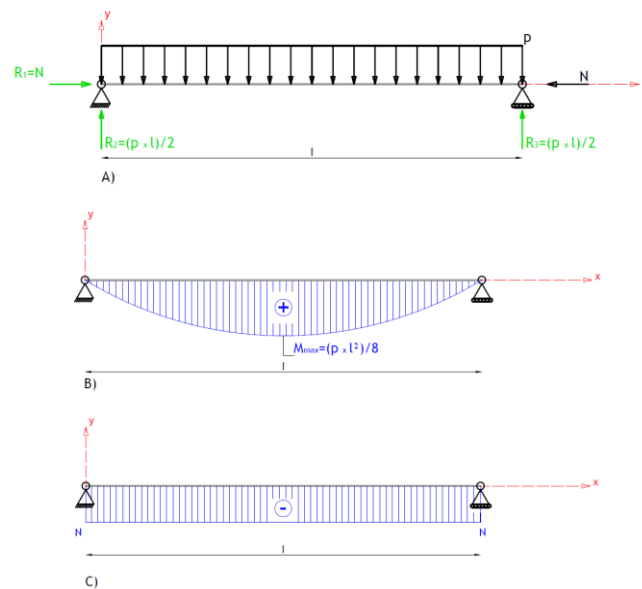


Figura 3.7 - A) Viga simplesmente apoiada com respetivo carregamento externo e reações de apoio. B) Diagrama de momento fletor. C) Diagrama de esforço normal.

Com base nos diagramas de esforços apresentados é possível obter igualmente o diagrama da linha “C” para esta viga. No entanto, uma vez que o diagrama de momentos fletores corresponde a uma equação linear de 2º grau conforme se demonstra na expressão 3.3, não se pode obter o diagrama da linha “C” apenas calculando o valor da excentricidade da força de compressão nos nós extremos do elemento barra. Assim, para a obtenção do diagrama da linha “C” é necessário obter a equação que fornece a excentricidade da força de compressão ao longo do comprimento da viga em função da equação do momento fletor ao longo da mesma conforme se apresenta na expressão 3.4. O diagrama da linha “C” para a viga apresentada pode ser visualizado na figura 3.8.

$$M(x) = \frac{p \times l}{2} \times x - p \times \frac{l^2}{2} \quad (3.3)$$

$$e(x) = \frac{M(x)}{N(x)} = \frac{\frac{p \times l}{2} \times x - p \times \frac{l^2}{2}}{N} \quad (3.4)$$

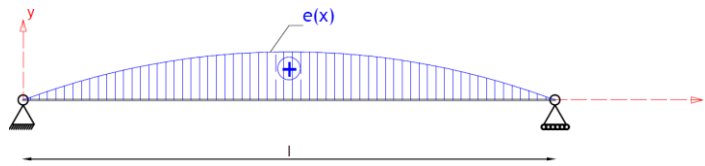


Figura 3.8 - Diagrama da linha “C” para a viga apresentada na figura 3.7.

Posto isto, é possível estabelecer que o diagrama da linha “C” apresenta-se sempre do lado oposto e com geometria equivalente ao diagrama de momento fletor para qualquer elemento barra. No caso em que o elemento barra está sujeito à interação de esforço normal e momentos fletores que gerem um diagrama que corresponde a uma equação linear de 1º grau ou seja, para um elemento barra para o qual não exista ao longo do seu comprimento nenhuma descontinuidade estática, o diagrama da linha “C” pode ser obtido calculando apenas os valores de excentricidade nos nós extremos do elemento barra, sendo este o caso aplicável aos modelos de escoras e tirantes uma vez que nestes o carregamento externo está sempre aplicado nos nós do modelo. No entanto no caso em que o diagrama de momento fletor não corresponde a uma equação linear de 1º grau torna-se necessário determinar o valor da posição da resultante da força de compressão ou tração em função da equação que representa o diagrama de momento fletor.

Posto isto e definido o conceito da posição da resultante de uma força de compressão ou tração e do diagrama da linha “C” para elementos onde ocorra interação de momento fletor e esforço axial, considere-se um pórtico constituído por uma viga e dois pilares inclinados com as propriedades geométricas e mecânicas iguais para todos os elementos e constantes ao longo do seu comprimento conforme se apresenta na figura 3.9. Sobre este pórtico atuam duas forças pontuais nos nós B e C que apresentam entre si uma diferença de 100 KN.

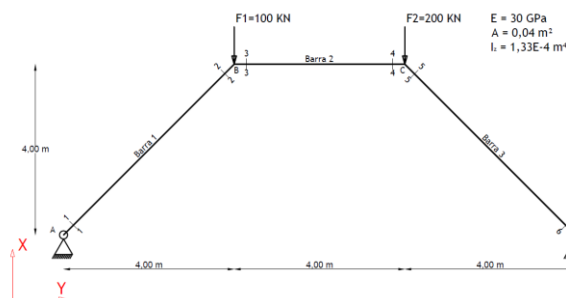


Figura 3.9 - Configuração geométrica do pórtico, carregamento externo, condições de apoio e características geométricas e mecânicas dos seus elementos.

Definida a geometria e carregamento do pórtico, proceda-se agora à obtenção dos diagramas de momento fletor, esforço normal e diagrama da linha C que se apresentam na figura 3.10 para a estrutura apresentada na figura 3.9 por exemplo com recurso à aplicação do método dos

deslocamentos. O cálculo do valor da excentricidade nas secções consideradas são apresentados nas expressões 3.5, 3.6 e 3.7.

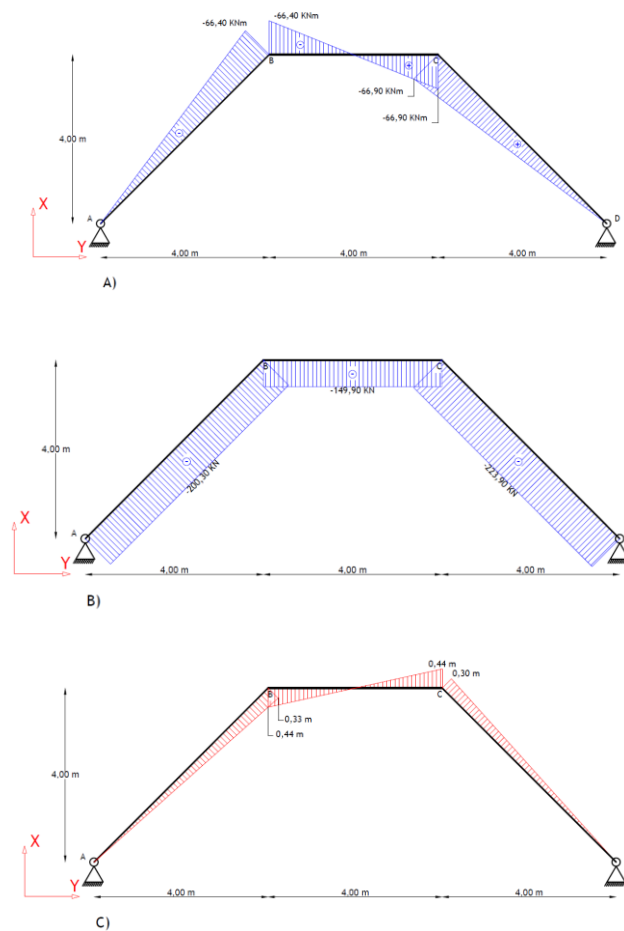


Figura 3.10 - A) Diagrama de momento fletor relativo ao pórtico da figura 3.9. B) Diagrama de esforço normal relativo ao pórtico da figura 3.9. C) Diagrama da linha “C” para o pórtico da figura 3.9.

Valores da excentricidade nos nós de extremidade para o elemento barra 1:

$$e_{1-1} = -\left(\frac{0,00}{-200,30}\right) = 0,00 \text{ m} ; e_{2-2} = -\left(\frac{-66,40}{-200,30}\right) = -0,33 \text{ m} \quad (3.5)$$

Valores da excentricidade nos nós de extremidade para o elemento barra 2:

$$e_{1-1} = -\left(\frac{-66,40}{-149,90}\right) = -0,44 \text{ m} ; e_{2-2} = -\left(\frac{66,90}{-149,90}\right) = 0,44 \text{ m} \quad (3.6)$$

Valores da excentricidade dos nós de extremidade para o elemento barra 3:

$$e_{1-1} = -\left(\frac{66,90}{-223,90}\right) = 0,30 \text{ m} ; e_{2-2} = -\left(\frac{0,00}{-223,90}\right) = 0,00 \text{ m} \quad (3.7)$$

Como se pode visualizar na figura 3.10 o carregamento externo aplicado ao pórtico em análise é equilibrado por esforço axial, esforço transversal e momento fletor. No entanto, se se pretender que a estrutura equilibre o carregamento externo que lhe está aplicado apenas através de esforço axial de tração ou compressão é possível proceder a uma reconfiguração da geometria com base no diagrama da linha “C”. Assim, se para cada nó da estrutura se encontrar o ponto de interseção do diagrama da linha “C” imediatamente à direita e imediatamente à esquerda de cada nó e proceder-se à traslação do nó na posição inicial para a posição relativa à interseção do diagrama da linha “C”, é possível obter uma nova configuração geométrica para a qual o equilíbrio é feito apenas por esforços de compressão ou de tração conforme se demonstra na figura 3.11 e 3.12. Na figura 3.12 é então possível constatar que o equilíbrio do carregamento externo é feito apenas por esforços de compressão nos elementos que constituem a estrutura. Relativamente ao diagrama da linha “C”, este é nulo uma vez que o diagrama de momento fletor também é nulo, devido ao facto de se terem anulado os valores de excentricidade dos elementos barra da estrutura inicial.

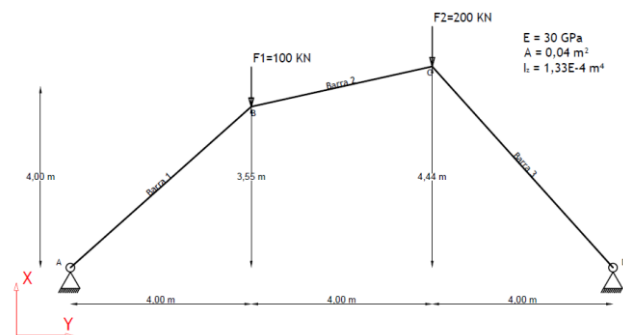
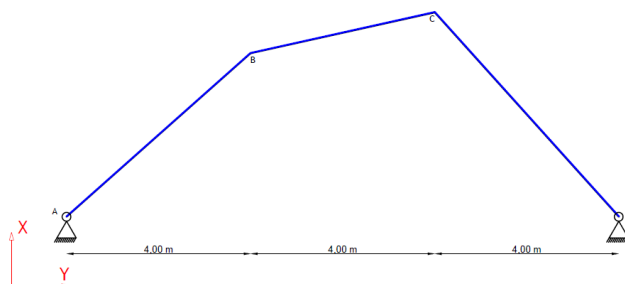


Figura 3.11 - Reconfiguração da geometria do pórtico com base no diagrama da linha “C” apresentado na figura 3.10.



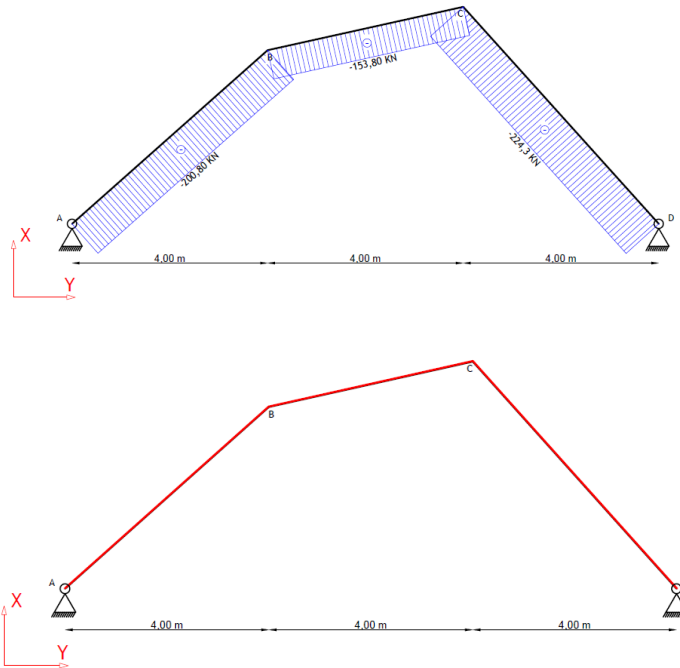


Figura 3.12 - A) Diagrama de momento fletor para pórtico apresentado na figura 3.11. B) Diagrama de esforço normal para pórtico apresentado na figura 3.11. C) Diagrama da linha “C” para pórtico apresentado na figura 3.11.

A metodologia que se pretende aplicar para determinar a configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes hipostático e conseqüentemente a determinação dos esforços para dimensionar os vários elementos, baseia-se nos três conceitos atrás explicados e definidos. No entanto torna-se necessário tecer mais algumas considerações para a sua aplicação em modelos de escoras e tirantes hipostáticos, pelo que de seguida será explicada a metodologia que se pretende aplicar.

3.3 Procedimento geral da metodologia

Um modelo de escoras e tirantes representa de forma condensada (Escoras, tirantes e nós) a forma como um elemento estrutural encaminha o carregamento externo que lhe está aplicado até aos aparelhos de apoio e a forma como equilibra as forças no seu interior. No que se refere à determinação dos esforços em modelos de escoras e tirantes, estes são idealizados sob a forma de barras biarticuladas, ou seja, os modelos de escoras e tirantes correspondem para efeitos de cálculo de esforços a uma estrutura articulada que equilibra internamente o carregamento que lhe é aplicado apenas por esforços de compressão ou tração. Nos casos em que os modelos de escoras e tirantes correspondem a uma estrutura isostática ou hiperstática, o equilíbrio para esses modelos está sempre garantido mesmo que ocorra uma variação das forças que lhe estão externamente aplicadas. No entanto no caso de os modelos de escoras e tirantes serem hipostáticos torna-se necessário encontrar a geometria com base num modelo

inicial constituído por barras biarticuladas que equilibre o carregamento externo que lhe está aplicado nos nós.

Com isto, propõe-se então que para determinada região D, seja obtido um modelo de escoras e tirantes inicial com o menor número de elementos e que seja orientado de acordo com as direções das tensões principais elásticas. As razões para as quais o modelo inicial deve ser construído com o menor número de escoras e tirantes relacionam-se com o facto de que um modelo de escoras e tirantes deve inicialmente ser simples e de fácil compreensão e uma vez que a modelação com base em modelos de escoras e tirantes constitui um processo iterativo é sempre possível refinar esse modelo inicial posteriormente, sendo que outra das razões recai no facto de evitar que o modelo inicial corresponda a uma estrutura hiperstática.

No caso do modelo inicial ser isostático ou hiperstático a forma de determinação dos esforços no modelo pode ser efetuada com base nos princípios descritos no subcapítulo 2.1.8. No entanto no caso de o modelo inicial corresponder a um modelo hipostático propõe-se que se adote o procedimento que se expõe de seguida.

No sentido de se determinar a configuração geométrica em equilíbrio com o carregamento externo e os respetivos esforços propõe-se como primeira tarefa a introdução no modelo inicial constituído por barras biarticuladas um valor mínimo de rigidez de flexão (EI), ou seja, dotar os elementos tipo barra correspondentes às escoras do modelo, de rigidez de flexão com recurso a elementos tipo barra com três graus de liberdade por nó e os elementos tipo barra correspondentes aos tirantes do modelo permanecerem como barras biarticuladas.

Esta operação permite tornar o modelo inicialmente hipostático num modelo hiperstático, sendo assim possível fazer um cálculo elástico e linear do modelo. No entanto uma vez que o modelo obtido com esta operação corresponde a um modelo hiperstático, os esforços dependem diretamente das características geométricas e mecânicas dos elementos que o constituem. Uma vez que um modelo de escoras e tirantes equilibra internamente o carregamento externo que lhe é aplicado por esforços de compressão e tração, propõe-se que o valor de rigidez de flexão a introduzir nas características dos elementos barra seja um valor que tenda para zero ou seja, um valor com uma ordem de grandeza reduzida. Relativamente ao valor da rigidez axial das barras propõe-se que seja um valor com uma ordem de grandeza elevada. Pretende-se assim, que a razão entre o momento de inércia e a área da secção dos elementos tipo barra tenda para zero.

Com base nesta operação, devido ao facto do modelo estático que representa o modelo de escoras e tirantes estar dotado de rigidez de flexão nos elementos escora, o carregamento externo será equilibrado pela interação de esforços axiais de compressão ou tração e momentos fletores, estando assim o modelo sujeito a flexão composta. No entanto, uma vez que o valor de rigidez axial dos elementos escora e tirante é bastante superior ao valor de rigidez de flexão

introduzido no modelo, o carregamento externo será maioritariamente equilibrado por esforços de compressão ou tração, pelo que o valor dos momentos fletores serão reduzidos ou seja, apenas os necessários para garantir a estabilidade do modelo quando sujeito a carregamento externo não simétrico aplicado nos nós do modelo.

A segunda tarefa consiste em obter os diagramas de momento fletor, esforço axial e o diagrama relativo à linha “C”. Uma vez que nos modelos de escoras e tirantes o carregamento externo corresponde à aplicação de forças concentradas nos nós do modelo, conseqüentemente o diagrama de momentos fletores corresponde a uma equação linear de 1ª ordem na qual os valores máximos de excentricidade ocorrem nos nós extremos dos elementos barra. Assim, para se determinar o diagrama da linha “C” basta proceder-se ao cálculo dos valores de excentricidade nos nós extremos do elemento barra ficando assim completamente definida a configuração do diagrama.

A tarefa seguinte a executar corresponde à reconfiguração da geometria do modelo com base no diagrama da linha “C” obtido anteriormente. A reconfiguração da geometria do modelo consiste numa primeira fase na determinação dos pontos de interseção para cada nó do modelo do diagrama da linha “C” imediatamente à direita e à esquerda dos nós do modelo. A segunda fase compreende o processo de translação dos nós do modelo inicial para os pontos de interseção determinados anteriormente e conseqüentemente também das forças que lhe estão aplicadas.

Definida a nova geometria do modelo propõe-se que se proceda de novo ao cálculo elástico e linear do modelo, no sentido de obter os diagramas de esforços e averiguar se os diagramas de momentos fletores e da linha “C” correspondem apenas a valores nulos ou bastante, constituindo este processo a quarta tarefa do procedimento proposto. No caso de os diagramas de momentos fletores e da linha “C” corresponderem a valores nulos ou bastante reduzidos considera-se que a configuração geométrica do modelo com nós articulados está em equilíbrio com o carregamento exterior. Caso contrário torna-se necessário executar de novo a terceira tarefa até se obterem os diagramas de momentos fletores e linha “C” com valores nulos e conseqüentemente a configuração geométrica do modelo com nós articulados que equilibra o carregamento exterior. Em suma, assim que se obterem valores nulos para os diagramas de momentos fletores e da linha “C”, obtêm-se igualmente a configuração geométrica do modelo com nós articulados equilibrada com o carregamento exterior e os esforços para o dimensionamento dos vários elementos do modelo de escoras e tirantes nomeadamente os relativos ao diagrama de esforço axial.

No sentido de se obter uma gama de valores para os quais o modelo de escoras e tirantes inicial equilibre o carregamento externo aplicado maioritariamente por esforços de compressão ou tração, e para que os momentos fletores sejam os estritamente necessários para equilibrar o modelo, procedeu-se à análise de uma estrutura reticulada com o carregamento externo que

se apresenta na figura 3.13, para a qual foram testadas várias relações de momento de inércia (I_z) e área da secção (A). Utilizou-se um valor base para a área da secção dos elementos barra igual a $0,10 \text{ m}^2$. Para cada relação utilizada foram obtidos os valores de momento fletor e esforço normal para os elementos tipo barra. Os resultados obtidos apresentam-se na tabela 3.1 e 3.2. A análise da estrutura reticulada foi feita com recurso ao programa de cálculo STM_UBI.

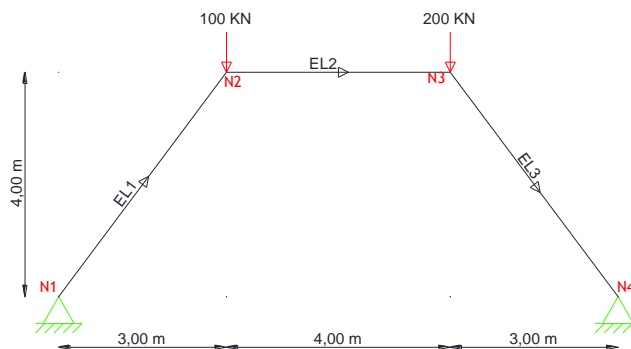


Figura 3.13 - Geometria da estrutura reticulada e respetivas dimensões.

Tabela 3.1 - Valores de momentos fletores nos elementos barra em função da relação $\frac{I}{A}$.

Relação I/A	A	I	Momentos fletores					
			Elemento 1		Elemento 2		Elemento 3	
			Nó 1	Nó 2	Nó 2	Nó 3	Nó 3	Nó 4
[m ²]	[m ²]	[m ⁴]	[KNm]	[KNm]	[KNm]	[KNm]	[KNm]	[KNm]
10^{-1}	0,10	1,00E+00	0,00	265,87	265,87	385,87	385,87	0,00
10^0	0,10	1,00E-01	0,00	-9,57	-9,57	110,43	110,43	0,00
10^{-1}	0,10	1,00E-02	0,00	-54,67	-54,67	65,33	65,33	0,00
10^{-2}	0,10	1,00E-03	0,00	-59,46	-59,46	60,54	60,54	0,00
10^{-3}	0,10	1,00E-04	0,00	-59,95	-59,05	60,05	60,05	0,00
10^{-4}	0,10	1,00E-05	0,00	-59,99	-59,99	60,01	60,01	0,00
10^{-5}	0,10	1,00E-06	0,00	-60,00	-60,00	60,00	60,00	0,00
10^{-6}	0,10	1,00E-07	0,00	-60,00	-60,00	60,00	60,00	0,00
10^{-7}	0,10	1,00E-08	0,00	-60,00	-60,00	60,00	60,00	0,00
10^{-10}	0,10	1,00E-09	0,00	-60,00	-60,00	60,00	60,00	0,00

Tabela 3.2 - Valores de esforço axial nos elementos barra em função da relação $\frac{I}{A}$.

Relação I/A	A	I	Esforço axial		
			Elemento 1	Elemento 2	Elemento 3
10^{-1}	0,10	1,00E+00	-122,62	-31,03	-154,62
10^0	0,10	1,00E-01	163,94	-99,89	-195,94
10^{-1}	0,10	1,00E-02	-170,70	-111,17	-202,70
10^{-2}	0,10	1,00E-03	-171,42	-112,37	-203,42
10^{-3}	0,10	1,00E-04	-171,49	-112,49	-203,49
10^{-4}	0,10	1,00E-05	-171,50	-112,50	-203,50
10^{-5}	0,10	1,00E-06	-171,50	-112,50	-203,50
10^{-6}	0,10	1,00E-07	-171,50	-112,50	-203,50
10^{-7}	0,10	1,00E-08	-171,50	-112,50	-203,50
10^{-10}	0,10	1,00E-09	-171,50	-112,50	-203,50

Conforme se pode constatar pela análise das tabelas 3.1 e 3.2, os valores de momento fletor e esforço axial não apresentam qualquer variação para rácios de $\frac{I_z}{A}$ compreendidos entre 10^{-3} e 10^{-10} . Visto que os valores de momento de inercia para o intervalo de 10^{-3} até 10^{-10} correspondem a valores de ordem de grandeza muito reduzida, os momentos fletores correspondentes são os estritamente necessários para equilibrar a estrutura reticulada. Com base na expressão 3.2 conclui-se igualmente, que o diagrama da linha “C” para o intervalo entre 10^{-3} e 10^{-10} mantém-se constante pelo que, nesta gama de valores de $\frac{I_z}{A}$, os valores relativos ao diagrama da linha “C”, são independentes das características geométricas e mecânicas. Assim, dependem apenas da configuração geométrica da estrutura reticulada e das condições de carregamento nos seus nós.

Com o exposto atrás, recomenda-se que o rácio dos valores de momento de inercia e área de secção transversal dos elementos barra estejam compreendidos entre 10^{-3} e 10^{-10} . Valores de $\frac{I_z}{A}$ que sejam inferiores a 10^{-10} , podem potencialmente conduzir a um prolema de singularidade da matriz de rigidez

Capítulo 4

Programa de cálculo automático

4.1 Organização geral do programa

A metodologia proposta no Capítulo 3 relativa à obtenção da configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes com nós articulados que do ponto de vista da análise de estruturas corresponde a um sistema hipostático e os respetivos esforços para o dimensionamento dos vários elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes, correspondem à execução um conjunto de processos que do ponto de vista do cálculo manual torna-se uma tarefa bastante fastidiosa de efetuar visto que, se o modelo de escoras e tirantes for constituído por um numero significativo de elementos barra, a determinação dos esforços e respetivos diagramas para o modelo inicial, a obtenção dos valores de excentricidade para os vários elementos, a reconfiguração geométrica do modelo e determinação dos esforços finais para dimensionamento, constituem um volume significativo de cálculos a executar para alcançar o objetivo final resultando assim num processo exaustivo para o projetista.

Assim, com o intuito de se agilizar o processo de cálculo descrito no capítulo 3 e no sentido de se aplicar a metodologia de uma forma eficaz e eficiente com o objetivo de se poder refletir acerca dos resultados da sua aplicação e não na verificação do volume de cálculos necessários para atingir o objetivo final, desenvolveu-se um programa de cálculo automático com recurso à linguagem de programação *Fortran 90* [5] ao qual se deu o nome de STM_UBI e que engloba um conjunto de rotinas de cálculo que no seu cômputo geral executam as tarefas apresentadas no fluxograma apresentado no final do Capítulo 3.

O programa de cálculo automático desenvolvido engloba de uma forma geral três conjuntos de operações necessárias para obter a configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes hipostático, respetivos esforços de dimensionamento, verificações de segurança relativas aos tirantes e nós singulares do modelo e disposições construtivas. Assim, a primeira operação necessária refere-se à introdução de dados relativos ao modelo de escoras e tirantes e à região D que se pretende analisar nomeadamente, características geométricas e mecânicas do modelo e propriedades dos materiais da região D. A introdução de dados no programa de cálculo automático é efetuada com recurso a um documento de texto com extensão '.txt' e com recurso a um ficheiro de texto com extensão '.dxf' obtido a partir de um programa de desenho assistido por computador [1]. A segunda operação diz respeito aos cálculos internos efetuados pelo programa com base nos dados introduzidos. O conjunto de cálculos internos no programa encontra-se dividido em duas partes. A primeira diz respeito à determinação de esforços e respetivos diagramas. Assim que a primeira fase de cálculos é executada o utilizador visualiza o ficheiro de resultados relativo ao programa de desenho assistido por computador

nomeadamente o diagrama relativo à linha das compressões e deste ponto resultam duas situações. Na situação em que o utilizador verifica que a geometria do modelo de escoras e tirantes ainda não corresponde à geometria em equilíbrio com o carregamento externo, o utilizador pode proceder à reconfiguração da geometria com base nos comandos disponibilizados pelo programa de desenho assistido por computador [1] e executar de novo o primeiro módulo dos processos internos de cálculo, ou seja, a determinação de esforços e respetivos diagramas até que obtenha a geometria do modelo em equilíbrio com o carregamento externo. Na situação em que o utilizador verifica que a geometria do modelo de escoras e tirantes equilibra o carregamento externo o programa executa a segunda fase de cálculos nomeadamente, as verificações de segurança e disposições construtivas relativas aos elementos do modelo de escoras e tirantes. A última operação diz respeito à saída de dados relativos aos cálculos efetuados internamente pelo programa de cálculo automático nomeadamente, resultados do cálculo de esforços do modelo de escoras e tirantes, diagramas de esforços e resultados relativos às verificações de segurança recomendadas pela norma NP EN 1992-1-1 para os elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes.

O programa STM_UBI é constituído por um total de nove rotinas sendo que, a primeira rotina denominada de 'PROGRAMA_PRINCIPAL' tem como objetivo principal gerir as várias sub-rotinas de cálculo nomeadamente a ordem como são executadas e as oito rotinas restantes correspondem a rotinas de cálculo e de escrita de ficheiros de resultados. Posto isto, na figura 4.1 apresenta-se em forma de fluxograma o processo geral de cálculo do programa desenvolvido, ou seja, a forma como as várias rotinas são geridas pelo que, o processo que se apresenta de seguida diz respeito ao fluxograma da rotina 'PROGRAMA_PRINCIPAL'.

No sentido de o utilizador do programa de cálculo poder inserir e obter resultados do programa de cálculo automático, são utilizados cinco ficheiros que se dividem em dois grupos. O primeiro grupo diz respeito a ficheiros para introdução de dados no programa de cálculo automático e correspondem a dois ficheiros. O primeiro ficheiro corresponde a um documento de texto pré-definido no qual o utilizador tem de introduzir dados relativos ao modelo de escoras e tirantes e informação relativa à região D. O segundo corresponde a um documento de texto com extensão '.dxf' que resulta do programa de desenho assistido por computador [1] no qual o utilizador insere a geometria do modelo, carregamento externo e condições de apoio. O segundo grupo diz respeito a ficheiros de saída de dados criados pelo próprio programa de cálculo no decurso da sua execução sendo que, dois dos ficheiros criados pelo programa correspondem a documentos de texto com resultados relativos ao cálculo de esforços e verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes e um dos ficheiros corresponde a um ficheiro com extensão '.dxf' que é executado com recurso ao programa de desenho assistido por computador [1] e que contem informação gráfica relativa à geometria do modelo, carregamento externo, condições de apoio e diagramas de esforços.

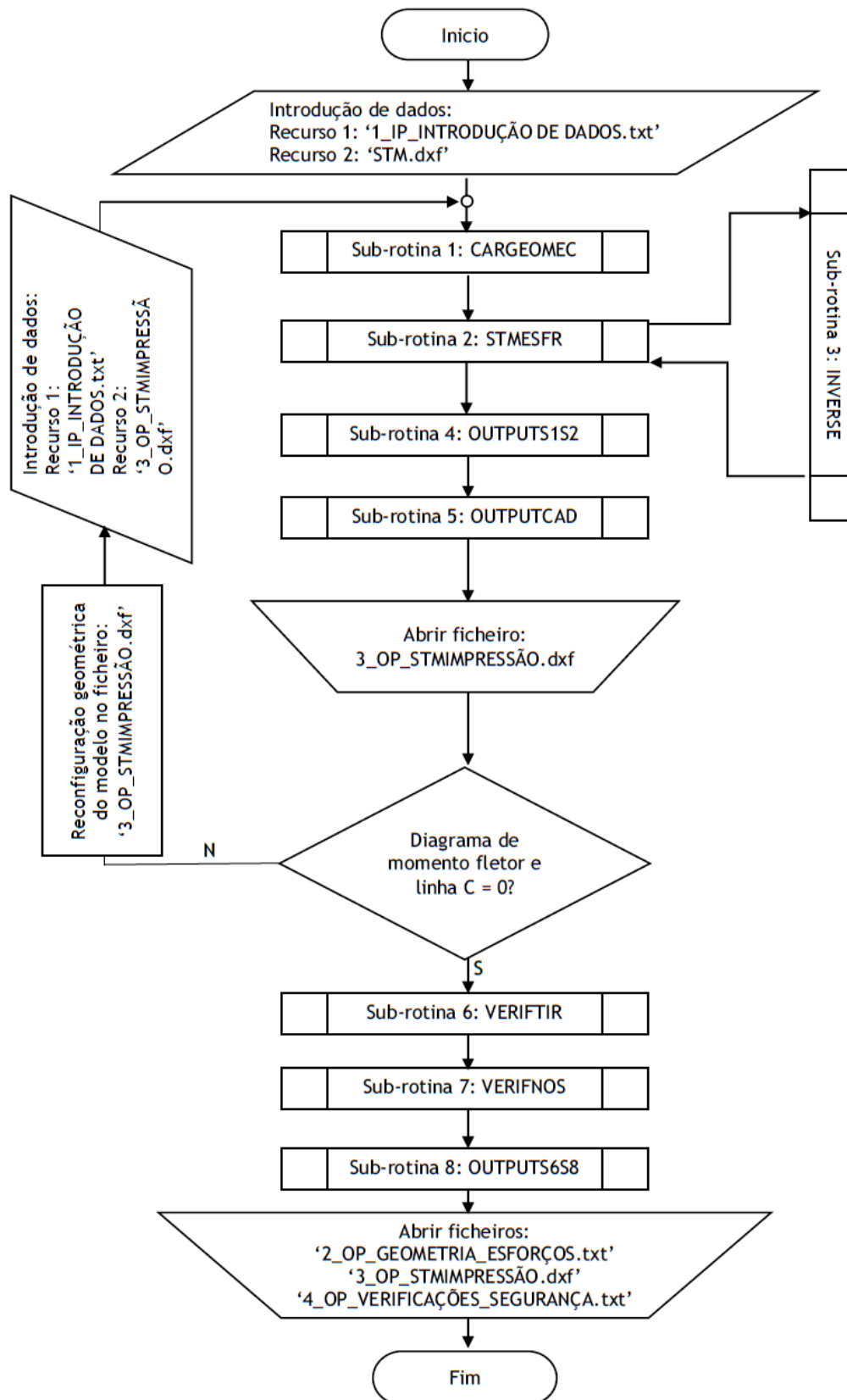


Figura 4.1 - Fluxograma relativo à organização geral do programa STM_UBI.

Como foi descrito anteriormente para se iniciar a execução do programa é necessário proceder ao preenchimento do ficheiro '1_IN_INTRODUÇÃO DE DADOS.txt' e criação de um ficheiro em formato '.dxf' com recurso ao programa de desenho assistido por computador [1] nomeadamente a definição da geometria do modelo, carregamento externo e condições de apoio.

Concluída a tarefa anterior o programa pode ser executado. A execução do programa inicia-se com a sub-rotina 1 'CARGEOMEC' que efetua a leitura dos dois documentos, que constituem a forma de introdução de dados no programa, e armazena os vários valores inseridos a partir dos documentos em matrizes criadas nesta sub-rotina a serem utilizadas nas sub-rotinas seguintes.

A sub-rotina 2 'STMESFR' diz respeito ao cálculo elástico linear do sistema reticulado que representa o modelo de escoras e tirantes com recurso à formulação matricial do método dos deslocamentos conforme se expôs no capítulo 2.2. Durante o processo de execução da sub-rotina 2 e nomeadamente na fase da resolução do sistema de equações lineares do método dos deslocamentos é executada a sub-rotina 3 'INVERSE' que determina a inversa da matriz de rigidez. Determinada a matriz inversa da matriz de rigidez do modelo inserido, o processo de cálculo retorna novamente à sub-rotina 2 para a determinação dos esforços axiais, momentos fletores, esforço transversal e os respetivos valores de excentricidades nos nós extremos dos elementos que constituem o modelo. A execução da sub-rotina 2 constitui a primeira fase de cálculo do programa desenvolvido.

Executado o primeiro bloco de cálculos o programa executa a sub-rotina 4 'OUTPUTS1ES2' que cria um ficheiro de resultados que contém informação relativa às sub-rotinas 'CARGEOMEC' e 'STMESFR'. Posteriormente à operação atrás descrita é criado um ficheiro de resultados '3_OP_STMIMPRESSÃO' na sub-rotina 5 'OUTPUTCAD'. Este ficheiro corresponde igualmente a um conjunto de resultados dos cálculos efetuados nas sub-rotinas 'CARGEOMEC' e 'STMESFR' no entanto, estes resultados são visualizados pelo utilizador de forma gráfica com recurso ao programa de desenho assistido por computador [1].

Neste ponto de execução do programa, o utilizador com recurso ao ficheiro criado na sub-rotina 5 denominado '3_OP_STMIMPRESSÃO', pode visualizar de forma gráfica a geometria do modelo de escoras e tirantes, as condições de apoio, as condições de carregamento externo e os diagramas relativos aos esforços, nomeadamente o diagrama de momento fletor, diagrama de esforço normal e diagrama da linha C. Com base nos diagramas de momento fletor e da linha C o utilizador pode averiguar se o modelo inicialmente introduzido se encontra em equilíbrio com o carregamento externo. Na situação em que os diagramas de momento fletor e linha C apresentam valores nulos ou significativamente reduzidos o modelo de escoras e tirantes inicial considera-se que se encontra em equilíbrio com o carregamento externo pelo que o programa de cálculo depois de indicação do utilizador executa a sub-rotina 6 'VERIFTIR'. No caso inverso em que o modelo de escoras e tirantes inicial ainda não se encontra em equilíbrio com o

carregamento externo que lhe está aplicado o utilizador tem de proceder à reconfiguração da geometria do modelo no próprio documento criado pela sub-rotina 5. Depois de obter a nova geometria o programa volta a executar novamente as sub-rotinas 1, 2, 3, 4 e 5. Este processo pode ser repetido as vezes necessárias até o utilizador obter o modelo de escoras e tirantes com nós articulados que equilibra o carregamento externo aplicado.

A sub-rotina 6 'VERIFTIR' engloba um conjunto de procedimentos relativos às verificações dos tirantes do modelo de escoras e tirantes com nós articulados que equilibra o carregamento externo nomeadamente, as verificações constantes na norma NP EN 1992-1-1.

A sub-rotina 7 'VERIFNOS' corresponde ao conjunto de cálculos relativos às verificações de segurança relativas aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes.

A última sub-rotina do programa STM_UBI denominada 'OUTPUTS657' cria um ficheiro de resultados num documento de texto com os dados relativos aos cálculos efetuados nas sub-rotinas 'VERIFTIR' e 'VERIFNOS'. O ficheiro de resultados gerado nesta sub-rotina denomina-se '4_OP_VERIFICAÇÕES SEGURANÇA.txt'.

Nos subcapítulos que se apresentam de seguida será feita uma descrição mais pormenorizada relativa a cada uma das sub-rotinas que constituem o programa de cálculo automático desenvolvido nomeadamente, os processos de cálculo internos executados em cada uma das sub-rotinas.

A designação das variáveis utilizadas durante a construção do código que constitui o programa de cálculo automático foi baseada nas denominações adotadas em [9]. Uma vez que foi utilizado um número significativo de variáveis para a construção do código fonte, estas são apresentadas no ANEXO A1 nomeadamente as suas nomenclaturas e respetivos significados

4.2 Introdução de dados

A introdução de dados num programa deve ser efetuada de forma simples para o utilizador e de uma forma organizada para o próprio programa de cálculo automático poder efetuar a leitura dos vários dados necessários à execução do programa.

A introdução de dados a serem lidos pelo programa é efetuada com base em dois documentos. O primeiro documento diz respeito a um documento de texto denominado '1_IP_INTRODUÇÃO_DE_DADOS.txt'. O segundo documento diz respeito a um documento de texto com extensão '.dxf' criado pelo utilizador no programa de desenho assistido por computador [1] ao qual o utilizador pode fornecer qualquer denominação que posteriormente deve ser inserida no momento em que executa o programa STM_UBI. A leitura destes dois documentos é efetuada através da sub-rotina 1 'CARGEOME' na qual os dados inseridos nos

documentos são organizados e armazenados em matrizes criadas na sub-rotina para posteriormente serem utilizadas no decorrer da execução do programa.

4.2.1-Recurso 1 - Documento '1_IP_INTRODUÇÃO_DE_DADOS.txt'

O documento '1_IP_INTRODUÇÃO_DE_DADOS.txt' corresponde a um documento pré-definido com campos de preenchimento de informação estipulados a serem inseridos pelo utilizador. Este documento divide-se em três partes.

A primeira parte diz respeito à introdução de dados gerais relativos ao modelo de escoras e tirantes que se pretende analisar nomeadamente, numero de nós do modelo de escoras e tirantes (NPOIN), numero de elementos barra que o constituem (NELEM), numero de nós do modelo associados a aparelhos de apoio (NPFIX), numero de nós do modelo com forças aplicadas (NPLOD) e numero total de facetas relativas aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitas a verificações de segurança (NFACE).

A segunda parte do documento refere-se às características geométricas e mecânicas dos elementos tipo barra que constituem o modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o módulo de elasticidade E do material que constitui o modelo, área da secção transversal A e momento de inercia em torno do eixo z relativo ao referencial local dos elementos tipo barra I_z . Os valores relativos às propriedades geométricas e mecânicas devem ser inseridos para a totalidade dos elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes.

No que se refere à terceira parte do documento, a informação a introduzir diz respeito a dados necessários para as verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, propriedades relativas aos materiais a aplicar no elemento estrutural do modelo de escoras e tirantes que se pretende analisar. Assim, torna-se necessário inserir neste campo a espessura média do elemento estrutura (ESPRD), o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade num provete cilíndrico (FCKCI) e num provete cúbico (FCKCU), o valor característico da tensão de cedência à tração do aço para armaduras (FSYK), diâmetro máximo do agregado a utilizar no betão (DIAGR) e os diâmetros que se pretendem utilizar para a armadura principal (FIPRI) e armaduras suplementares (FISEC).

As unidades dos vários valores a inserir neste documento apresentam-se na tabela 4.1.

Tabela 4.1 - Unidades das variáveis a introduzir com recurso ao documento '1_IP_INTRODUÇÃO DE DADOS.txt'

Variável	Unidades
E	[Gpa]
A	[m2]
I_z	[m4]
ESPRD	[m]
FCKCI	[Mpa]
FCKCU	[Mpa]
DIAGR	[mm]
FIPRI	[mm]
FISEC	[mm]

4.2.2 Recurso 2 - Documento criado a partir do programa CAD

A introdução da geometria do modelo de escoras e tirantes, das condições de apoio do modelo, condições de carregamento externo aplicado nos nós do modelo e definição da geometria dos nós singulares do modelo para posterior verificação de segurança são efetuados com recurso ao *software* CAD [1].

A introdução de dados no programa de cálculo automático com recurso ao *software* [1] apresenta duas vantagens quer para o utilizador quer para o próprio processo de programação. A primeira vantagem do ponto de vista do utilizador relaciona-se com o facto de com base num ambiente gráfico disponibilizado pelo *software*, o utilizador com recurso às entidades (linhas, pontos, etc.) pode de forma gráfica definir a geometria do modelo e restantes elementos, podendo sempre a qualquer momento proceder de uma forma rápida e eficiente à manipulação/alteração dos dados relativos ao modelo. A segunda vantagem da utilização do *software* CAD resulta do facto de o desenho criado pelo utilizador com as várias características associadas no ambiente gráfico, poder ser transformado num ficheiro em formato DXF (*Drawing Interchange File Format*) que pode ser visualizado na forma de um documento de texto. Um ficheiro em formato DXF corresponde a um documento no qual se encontra de forma organizada toda a informação proveniente de um ficheiro CAD sendo que cada entidade introduzida no *software* CAD [1] corresponde a um conjunto de códigos sequenciais (letras e números) no ficheiro em formato DXF. O facto deste tipo de ficheiro DXF condensar a informação colocada num *software* CAD de forma sequencial e organizada permite uma leitura dos dados relativos ao modelo de escoras e tirantes de forma simples do ponto de vista da programação.

Posto isto, a introdução dos dados relativos à geometria do modelo de escoras e tirantes, condições de apoio, condições de carregamento externo e geometria dos nós singulares do modelo tem de ser feita de acordo com regras que serão descritas de seguida para que o

programa possa efetuar a leitura posterior do documento DXF de forma correta. Este processo pode igualmente ser visualizado nas figuras 4.3 a 4.7.

A introdução de dados deve iniciar-se com a definição da geometria do modelo de escoras e tirantes nomeadamente a definição da posição das escoras e dos tirantes. A definição destes elementos deve ser efetuada com recuso a linhas que correspondem a segmentos de reta, que representem o eixo longitudinal das escoras e dos tirantes que definem o modelo a analisar. As linhas que representam estes elementos devem ser armazenadas no *layer* 'BARRAS' que deve ser definido pelo utilizador. Depois de definidos os elementos escoras e tirantes torna-se necessário atribuir a cada linha definida o tipo de elemento barra que lhe corresponde. Assim, com recurso às propriedades das linhas desenhadas nomeadamente através do campo '*Thickness*' o utilizador deve inserir o valor '1' para os elementos que representam as escoras do modelo em análise, valor este que corresponde a um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó e o valor '2' para os elementos que correspondam aos tirantes, que corresponde a um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó ou seja, os tirantes correspondem a barras biarticuladas.

Depois de definida a geometria do modelo de escoras e tirantes, as condições de apoio, carregamento externo e geometria dos nós singulares do modelo podem ser definidos de forma aleatória.

A introdução das condições de apoio é feita através da inserção de pontos nos nós do modelo de escoras e tirantes aos quais corresponde um aparelho de apoio. Os pontos inseridos nos nós apoiados do modelo devem ser armazenados no *layer* 'APOIOS'. O programa de cálculo automático desenvolvido compreende nove tipos de aparelhos de apoio conforme se pode visualizar na figura 4.6. Depois de definidos os pontos correspondentes aos aparelhos de apoio é necessário inserir a que tipo de apoio o ponto inserido corresponde. O tipo de apoio é inserido com recurso às propriedades dos pontos inseridos através do parâmetro '*Thickness*' no qual deve ser inserido o número correspondente ao tipo de aparelho de apoio que se pretende que o ponto corresponda conforme se pode visualizar na figura 4.6.

A definição das forças aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes é feita com recurso a linhas que devem ser armazenadas no *layer* 'FORCAS'. A força aplicada num nó tem sempre a direção e sentido desse nó pelo que, para se definir de forma correta a linha que define o vetor força, a coordenada inicial da linha deve corresponder à coordenada do nó onde a força está aplicada e a segunda coordenada que define a linha deve ser inserida em função da forma como a força está aplicada no nó conforme se mostra na figura 4.2. Relativamente à magnitude da força, deve ser inserida no campo '*Thickness*' referente à propriedade da linha que define a força em valor absoluto em *KN*.

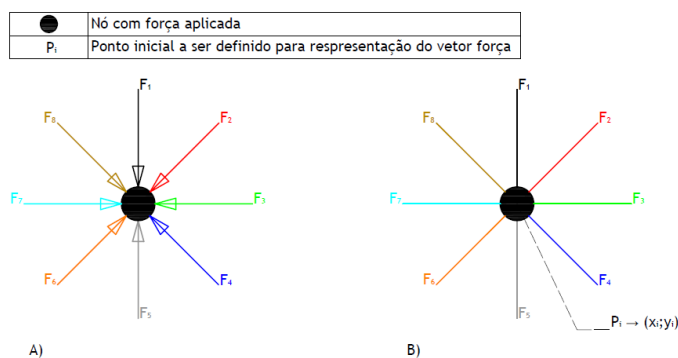


Figura 4.2 - A) Configurações de forças aplicadas num nó do modelo de escoras e tirantes. B) Representação gráfica equivalente às forças representadas em A) no software CAD.

No que diz respeito à definição da geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes, esta é feita com recurso à utilização de linhas que devem ser armazenadas no layer 'NOS'. As linhas que representam as facetas dos nós devem interseccionar os elementos escoras ou tirantes com comprimento igual ao comprimento da faceta do nó singular. Depois de definida a geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes é necessário atribuir a cada linha que intersecciona os elementos escoras e tirantes o tipo de nó singular com recurso às propriedades das linhas desenhadas nomeadamente o parâmetro '*Thickness*'. Assim, se a geometria do nó singular corresponder a um nó do tipo CCC deve ser atribuído o valor de '1', se corresponder a um nó do tipo CCT deve ser atribuído o valor de '2' e para nós do tipo CTT deve ser atribuído o valor '3'.

Depois de definidos os elementos atrás descritos o desenho relativo à representação gráfica dos mesmos deve ser guardado num ficheiro em formato DXF na versão 2013. O ficheiro DXF pode ter qualquer designação que posteriormente terá de ser inserida quando o programa de cálculo automático é executado.

O processo atrás descrito relativo à introdução da geometria do modelo de escoras e tirantes, condições de apoio, carregamento externo e geometria dos nós singulares do modelo é apresentado de forma sistematizada como se pode visualizar nas figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7.

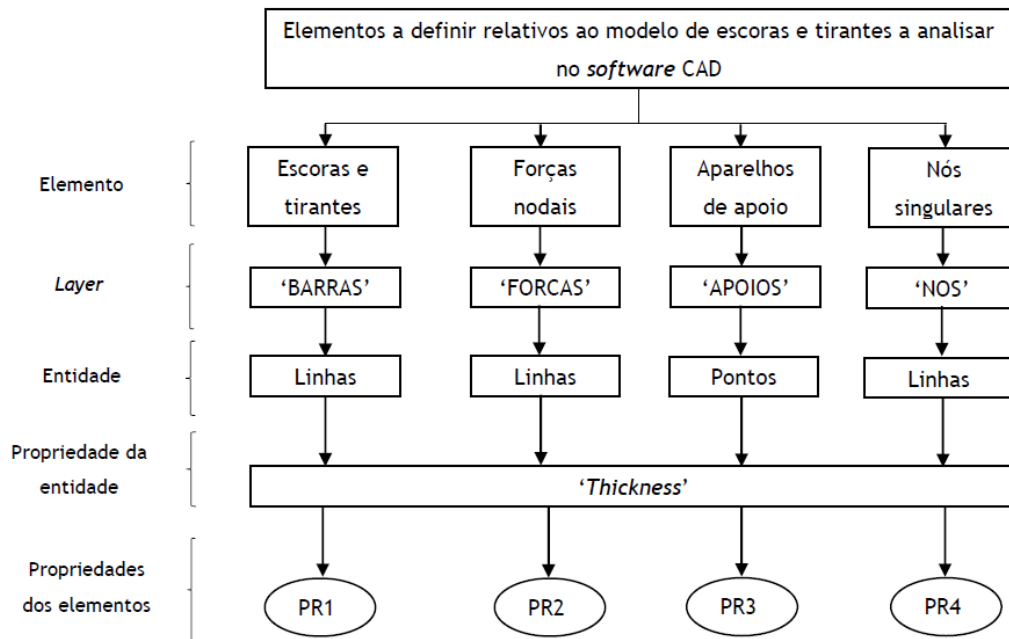


Figura 4.3 - Elementos a definir relativos ao modelo de escoras e tirantes no *software* CAD e respetivo processo de introdução de dados.

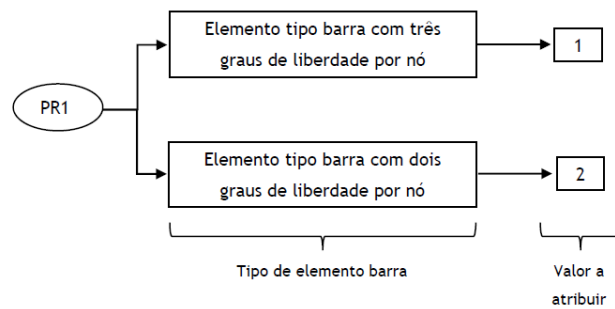


Figura 4.4 - Valor a atribuir no campo '*Thickness*' relativo à propriedade das linhas que representam as escoras e os tirantes do modelo em função do tipo de elemento barra.

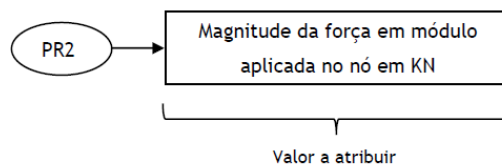


Figura 4.5 - Valor a atribuir no campo '*Thickness*' relativo às propriedades das linhas que representam as forças aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes.

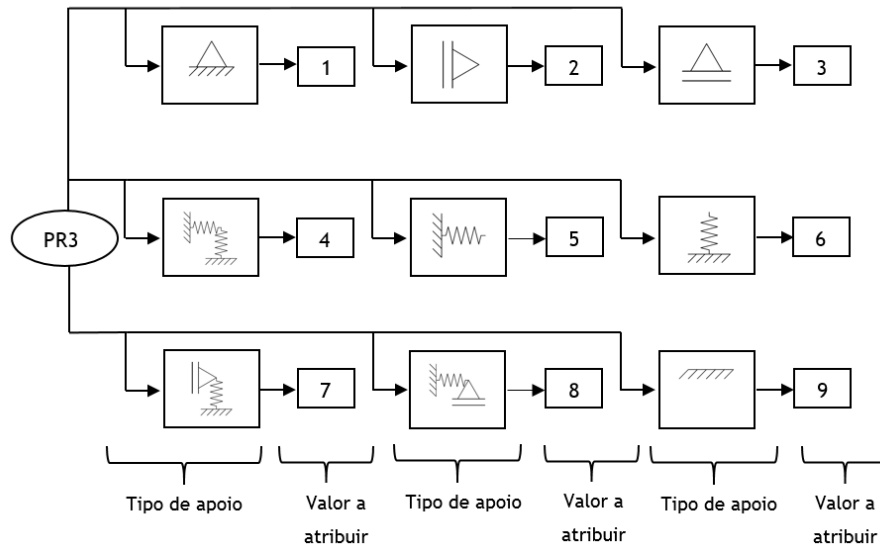


Figura 4.6 - Valor a atribuir no campo 'Thickness' relativo às propriedades dos pontos que representam os nós apoiados do modelo em função do tipo de apoio.

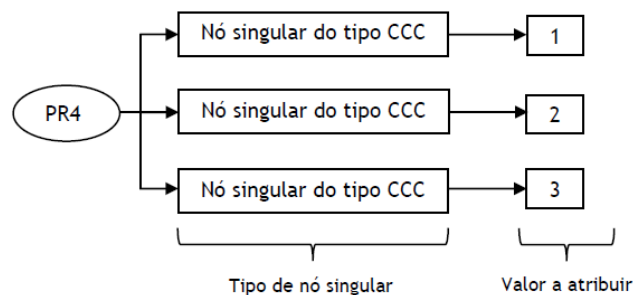


Figura 4.7 - Valor a atribuir no campo 'Thickness' relativo às propriedades das linhas que representam a geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes em função do tipo de nó singular.

4.3 Processos internos de cálculo

Os processos internos de cálculo do programa de cálculo automático desenvolvido correspondem ao conjunto das oito sub-rotinas apresentadas na figura 4.1 que são geridas pelo 'PROGRAMA_PRINCIPAL'. Neste capítulo será feita uma descrição dos processos principais de cálculo referentes às sub-rotinas que constituem o programa de cálculo automático à exceção das sub-rotinas 'OUTPUTS1S2', 'OUTPUTCAD' e 'OUTPUTS6S7' que se referem a sub-rotinas de saída de resultados e que serão tratadas no subcapítulo 4.4.

4.3.1-Sub-rotina 1 - 'CARGEOMEC'

A sub-rotina 1 'CARGEOMEC' tem como função proceder à leitura dos dados inseridos nos ficheiros de introdução de dados relativos ao modelo de escoras e tirantes e proceder à alocação (dimensão das matrizes) e geração das matrizes que dizem respeito às características

do modelo de escoras e tirantes, condições de apoio, condições de carregamento externo e geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes.

Nesta sub-rotina são igualmente definidas variáveis que serão utilizadas nas várias sub-rotinas do programa de cálculo automático.

O processo de cálculo da sub-rotina 1 divide-se em três partes distintas. Na primeira parte a sub-rotina acede ao documento de texto '1_IP_INTRODUÇÃO DE DADOS.txt' no qual procede à leitura do número de nós que constituem o modelo de escoras e tirantes (NPOIN), número de elementos tipo barra que constituem o modelo de escora e tirantes (NELEM), número de nós do modelo de escoras e tirantes que têm um aparelho de apoio associado (NPFIX), número de nós do modelo de escoras e tirantes que têm forças aplicadas (NPLD) e número total de facetas relativas aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança. É igualmente estabelecido o valor do número de dimensões espaciais do modelo de escoras e tirantes (NDIME) que para o presente caso toma o valor de '2' uma vez que a metodologia apresentada no capítulo 3 diz respeito a modelos de escoras e tirantes no plano. É estabelecido o número de graus de liberdade por nó dos elementos tipo barra (NDOFN), o número de nós por elemento (NNODE), o número total de graus de liberdade por elemento tipo barra (NEVAB) e o número total de graus de liberdade do modelo de escoras e tirantes em análise (NSVAB). Estas variáveis são determinadas de acordo com as expressões 4.1 a 4.5.

$$NDIME = 2 \quad (4.1)$$

$$NDOFN = 3 \quad (4.2)$$

$$NNODE = 2 \quad (4.3)$$

$$NEVAB = NDOFN \times NNODE \quad (4.4)$$

$$NSVAB = NDOFN \times NPOIN \quad (4.5)$$

Na primeira parte da sub-rotina são ainda alocadas as matrizes que dizem respeito às características do modelo de escoras e tirantes em função das variáveis atrás descritas conforme se apresenta nas expressões 4.6 a 4.12.

Matriz que armazena os valores das coordenadas dos nós do modelo de escoras e tirantes:

$$[COORD] = (NPOIN, NDIME) \quad (4.6)$$

Matriz que armazena as ligações nodais dos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o nó esquerdo/inferior e nó direito/superior.

$$[LNODS] = (NELEM, NNODE) \quad (4.7)$$

Matriz que armazena os valores relativos às propriedades geométricas e mecânicas dos elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o módulo de elasticidade E , área da secção A , momento de inércia I_z relativo ao eixo do referencial local oz , seno do angulo que a barra faz relativamente à horizontal, cosseno do angulo que a barra faz com a horizontal e tipo de elemento barra (elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó ou elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó):

$$[PROPS] = (NELEM, 7) \quad (4.8)$$

Matriz que armazena os dados relativos aos nós apoiados do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o número do nó apoiado e o tipo de aparelho de apoio associado ao nó apoiado:

$$[APOIO] = (NPFIX, 2) \quad (4.9)$$

Matriz que armazena os dados relativos às forças aplicadas nos nós do modelo em relação ao referencial global ou seja, força na direção OX , força na direção OY e momento em torno de OZ que no que se refere a modelos de escoras e tirantes corresponde sempre a valor nulo.

$$[PLOAD] = (NPOIN, NDOFN) \quad (4.10)$$

Matriz que armazena os dados relativos às facetas dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o numero da faceta, o comprimento da faceta, o elemento tipo barra ao qual a faceta corresponde, numero do nó ao qual a faceta está associado, angulo entre a faceta e o elemento barra que interseta, tipo de nó singular ao qual a faceta está associado, força que atua na faceta proveniente do elemento tipo barra que interseta, força tangencial à faceta, força perpendicular à faceta, coeficiente de redução relativo à tensão admissível que pode atuar na faceta em função do tipo de nó singular, tensão que atua na faceta e tensão admissível na faceta de acordo com a norma NP EN 1992-1-1:

$$[MFACE] = (NFACE, 12) \quad (4.11)$$

Na segunda parte, a sub-rotina acede ao documento de introdução de dados em formato DXF no qual faz a leitura através de um algoritmo definido das informações relativas aos elementos tipo barra, às forças aplicadas nos nós, aos aparelhos de apoio associados aos nós apoiados e às facetas dos nós singulares definidos.

A primeira leitura efetuada refere-se aos elementos barra do modelo de escoras e tirantes que foram armazenados no *layer* 'BARRAS' no *software* CAD. No decurso da leitura relativa aos elementos barra são gerados os valores das matrizes COORD e LNODS.

A segunda leitura diz respeito às forças aplicadas nos nós do modelo de escoras e tirantes armazenadas no *layer* 'FORCAS' pelo que, no decorrer desta leitura são gerados os valores correspondentes à matriz PLOAD. O algoritmo definido para executar esta tarefa, inicialmente procede à leitura da magnitude da força definida no documento em formato DXF que é armazenada numa variável provisória (F) e à leitura das coordenadas do ponto inicial e do ponto final da linha que define a direção e sentido da força (X1F, Y1F, X2F e Y2F). A determinação das componentes segundo a direção OX (F_x) e segundo a direção OY (F_y) é efetuada com recurso ao cálculo do comprimento do segmento de reta que define o vetor força (LENGT), ao seno e ao cosseno do ângulo que o segmento de reta define com a horizontal conforme se demonstra na figura 4.8 e nas expressões 4.12 a 4.14. A determinação do sinal das componentes da força aplicada no nó na direção OX e na direção OY em relação ao referencial global é efetuada por comparação das coordenadas inicial e final da linha que define o vetor força conforme se demonstra nas expressões 4.15 a 4.22.

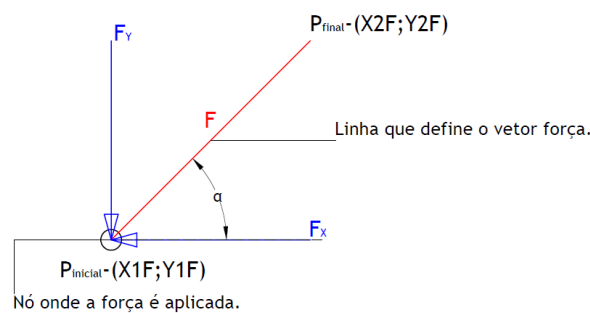


Figura 4.8 - Força aplicada num nó do modelo de escoras e tirantes e respetivas componentes OX e OY.

$$LENGT = \sqrt{(X2F - X1F)^2 + (Y2F - Y1F)^2} \quad (4.12)$$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{Y2F - Y1F}{LENGT} \quad (4.13)$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{X2F - X1F}{LENGT} \quad (4.14)$$

Condição:	Componentes do vetor força:
$X2F > X1F$ e $Y2F > Y1F \rightarrow$	$F_x = -F \times \text{cos}(\alpha)$ e $F_y = -F \times \text{sen}(\alpha)$ (4.15)
$X2F > X1F$ e $Y2F = Y1F \rightarrow$	$F_x = -F$ e $F_y = 0$ (4.16)
$X2F > X1F$ e $Y2F < Y1F \rightarrow$	$F_x = -F \times \text{cos}(\alpha)$ e $F_y = F \times \text{sen}(\alpha)$ (4.17)
$X2F = X1F$ e $Y2F < Y1F \rightarrow$	$F_x = 0$ e $F_y = F$ (4.18)
$X2F < X1F$ e $Y2F < Y1F \rightarrow$	$F_x = F \times \text{cos}(\alpha)$ e $F_y = F \times \text{sen}(\alpha)$ (4.19)
$X2F < X1F$ e $Y2F = Y1F \rightarrow$	$F_x = F$ e $F_y = 0$ (4.20)

$$X2F < X1F \text{ e } Y2F > Y1F \rightarrow F_x = F \times \cos(\alpha) \text{ e } F_y = -F \times \text{sen}(\alpha) \quad (4.21)$$

$$X2F = X1F \text{ e } Y2F > Y1F \rightarrow F_x = 0 \text{ e } F_y = -F \quad (4.22)$$

A terceira leitura refere-se aos nós apoiados do modelo de escoras e tirantes armazenados no *layer* 'APOIOS'. No decorrer da leitura são gerados os valores relativos à matriz APOIO. Inicialmente o algoritmo definido procede à leitura do tipo de aparelho de apoio e seguidamente determina a que nó do modelo de escoras e tirantes está associado esse apoio com recurso à comparação da coordenada do ponto definido no *software* CAD com as coordenadas armazenadas na matriz COORD.

A quarta leitura refere-se à geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança armazenados no *layer* 'NOS'. O algoritmo definido tem como função inicial determinar quais as facetas que formam a geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes que intersejam os elementos barra do modelo.

Uma vez que as facetas que definem a geometria dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes e os elementos tipo barra que correspondem às escoras e tirantes do modelo são definidos com recurso a linhas através do *software* CAD, estes correspondem a segmentos de reta que podem ser caracterizados pelas suas coordenadas iniciais e finais e pelos parâmetros da equação de uma reta nomeadamente, o declive (m) e o valor da ordenada para o qual o valor da abcissa toma valor nulo (b). Assim, o processo relativo à determinação das facetas dos nós singulares que intersejam escoras ou tirantes, é efetuado com recurso à determinação das coordenadas de interseção resultantes das equações relativas a esses segmentos de reta mediante verificações que serão demonstradas de seguida.

Posto isto, para a determinação das facetas que intersejam escoras ou tirantes do modelo é possível obter três situações distintas no que se refere aos segmentos de reta que correspondem às facetas dos nós singulares e dos segmentos de reta que correspondem às escoras e tirantes do modelo:

- 1- Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e o segmento de reta do elemento barra corresponde à equação de uma reta igualmente com declive diferente de infinito conforme se pode visualizar na figura 4.9;

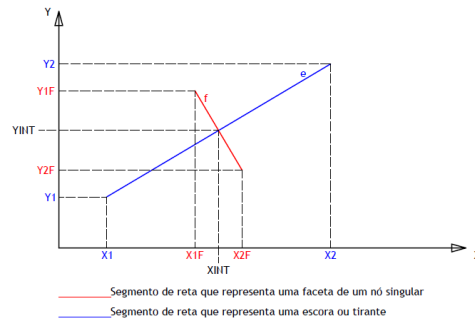


Figura 4.9 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta igualmente com declive diferente de infinito.

Nesta situação pode proceder-se à determinação do declive do segmento de reta que representa a faceta do nó (MF), valor da ordenada para o qual o valor da abcissa toma valor nulo do segmento de reta que representa a faceta do nó (BF), declive do segmento de reta que representa o elemento barra (M) e valor da ordenada para o qual o valor da abcissa toma valor nulo do segmento de reta que representa o elemento barra (B) conforme se demonstra nas expressões 4.23 a 4.26 respetivamente.

$$MF = \frac{Y2F - Y1F}{X2F - X1F} \quad (4.23)$$

$$BF = Y1F - MF \times X1F \quad (4.24)$$

$$M = \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1} \quad (4.25)$$

$$B = Y1 - M \times X1 \quad (4.26)$$

Com base nos valores acima expressos as coordenadas relativas ao ponto de interseção das duas retas podem ser determinadas com recurso às expressões 4.27 e 4.28.

$$XINT = \frac{B - BF}{MF - M} \quad (4.27)$$

$$YINT = M \times XINT + B \quad (4.28)$$

De acordo com os valores obtidos com recurso às expressões 4.27 e 4.28, a interseção dos segmentos de reta ocorre se os valores XINT e YINT pertencerem ao domínio de validade dos segmentos de reta que representam a faceta do nó singular e a do elemento barra conforme se demonstra na expressão 4.29. Para se proceder à verificação relativa à interseção é necessário determinar os valores máximos e mínimos das coordenadas dos nós extremos dos segmentos de reta relativos à faceta e ao elemento barra.

$$X_{MINF} \leq X_{INT} \leq X_{MAXF} \cap Y_{MINF} \leq Y_{INT} \leq Y_{MAXF}$$

∩

$$X_{MINE} \leq X_{INT} \leq X_{MAXE} \cap Y_{MINE} \leq Y_{INT} \leq Y_{MAXE} \quad (4.29)$$

- 2- Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e o segmento de reta do elemento barra corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito conforme se pode visualizar na figura 4.10;

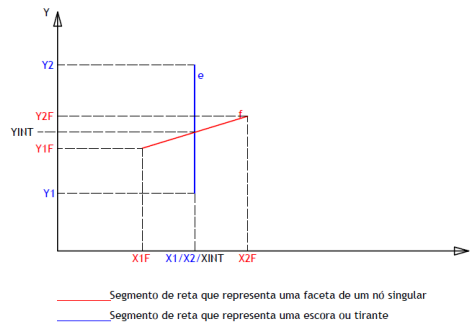


Figura 4.10 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito.

No que se refere à situação em que o segmento de reta que representa o elemento barra apresenta declive infinito a equação da reta toma o valor de X_1 ou X_2 conforme se demonstra na expressão 4.30.

$$X = X_1 \quad (4.30)$$

Relativamente ao segmento de reta relativo à faceta do nó singular os parâmetros da reta correspondem aos apresentados nas expressões 4.23 e 4.24. O ponto de interseção das duas retas é determinado com recurso às expressões 4.31 e 4.32.

$$X_{INT} = X \quad (4.31)$$

$$Y_{INT} = MF \times X_{INT} + BF \quad (4.32)$$

A verificação da interseção dos segmentos de reta que representam a faceta e o elemento barra é efetuada de acordo com a expressão 4.33 no entanto, é necessário proceder à determinação dos valores máximos e mínimos das coordenadas que definem o domínio dos segmentos de reta.

$$X_{MINF} \leq X_{INT} \leq X_{MAXF} \cap Y_{MINE} \leq Y_{MINF} \leq Y_{MAXE} \cap Y_{MINE} \leq Y_{MAXF} \leq Y_{MAXE} \quad (4.33)$$

- 3- Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito e o segmento de reta do elemento barra corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito.

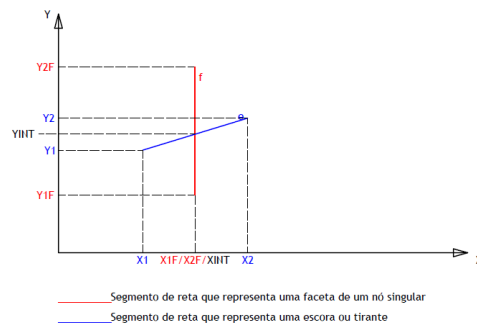


Figura 4.11 - Segmento de reta da faceta corresponde à equação de uma reta com declive igual a infinito e segmento de reta da escora ou tirante corresponde à equação de uma reta com declive diferente de infinito.

Esta situação é análogo à anterior pelo que, a equação da reta relativa ao segmento de reta da faceta toma o valor de $X1F$ ou $X2F$ conforme se demonstra na expressão 4.34.

$$X = X1F \quad (4.34)$$

Relativamente ao segmento de reta relativo à faceta do nó singular os parâmetros da reta correspondem aos apresentados nas expressões 4.25 e 4.26. O ponto de interseção das duas retas é determinado com recurso às expressões 4.35 e 4.36.

$$XINT = X1F \quad (4.35)$$

$$YINT = M \times XINT + B \quad (4.36)$$

A verificação da interseção dos segmentos de reta que representam a faceta e o elemento barra é efetuada de acordo com a expressão 4.37 no entanto, é necessário proceder à determinação dos valores máximos e mínimos das coordenadas que definem o domínio dos segmentos de reta.

$$XMINE \leq XINT \leq XMAXE \cap YMINF \leq YMINF \leq YMAXF \cap YMINF \leq YMAXE \leq YMAXF \quad (4.37)$$

Assim, para as facetas que intersejam escoras ou tirantes são armazenados os dados necessários às verificações de segurança na matriz *MFACE* nomeadamente, o comprimento da faceta, elemento tipo barra e nó do modelo de escoras e tirantes ao qual a faceta está associada, o ângulo que a faceta efetua com o elemento tipo barra que intersesta e a que tipo de nó singular está associada.

A determinação do número do nó do modelo de escoras e tirantes ao qual a faceta está associada é efetuada com recurso à posição da faceta em relação aos nós extremos do elemento barra. Assim, torna-se necessário conhecer as coordenadas dos nós extremos do elemento barra e a coordenada do ponto de interseção conforme se demonstrou anteriormente. A forma de determinação do nó ao qual a faceta está associado demonstra-se de seguida com recurso à figura 4.12.

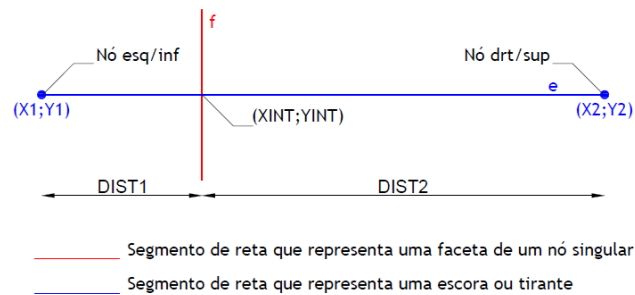


Figura 4.12 - Parâmetros para determinação do nó do modelo de escora e tirantes ao qual a faceta de um nó singular do modelo de escoras e tirantes que intersesta um elemento tipo barra está associada.

Com base na figura 4.12 são determinados os valores DIST1 e DIST2 conforme se demonstra nas expressões 4.38 e 4.39.

$$DIST1 = \sqrt{(XINT - X1)^2 + (YINT - Y1)^2} \quad (4.38)$$

$$DIST2 = \sqrt{(X2 - XINT)^2 + (Y2 - YINT)^2} \quad (4.39)$$

O valor do nó ao qual a faceta está associada é determinado com base nos valores obtidos pelas expressões 4.38 e 4.39 pelo que, na situação em que o valor DIST1 é menor que o valor DIST2 a faceta está associada ao nó esquerdo/inferior do elemento barra. Na situação em que DIST1 é maior que o valor DIST2 a faceta está associada ao nó direito/superior.

Os valores relativos à força que atua na faceta proveniente do elemento tipo barra que intersesta, força que atua tangencialmente à faceta, força que atua perpendicularmente à faceta, coeficiente de redução relativo à tensão admissível que pode atuar na faceta em função do tipo de nó singular, tensão que atua na faceta e tensão admissível na faceta de acordo com a norma NP EN 1992-1-1 são gerados apenas na sub-rotina 7 'VERIFNOS'.

Na terceira e última parte da sub-rotina, esta acede novamente ao documento de introdução de dados '1_IP_INTRODUÇÃO DE DADOS.txt' para efetuar a leitura dos dados relativos às propriedades geométricas e mecânicas dos elementos barra, determinar o comprimento dos elementos barra e o seno e o cosseno do ângulo que os elementos barra efetuam com a horizontal. Os valores relativos às propriedades geométricas e mecânicas dos elementos barra

são armazenados na matriz PROPS. Na figura 4.13 apresenta-se de forma esquemática um elemento barra com as coordenadas iniciais e finais do segmento de reta que o representa e o ângulo que efetua com a horizontal. A determinação do comprimento dos elementos barra (LENGT) e dos senos e cossenos que efetua com a horizontal são obtidos de acordo com as expressões 4.40 a 4.42 respetivamente

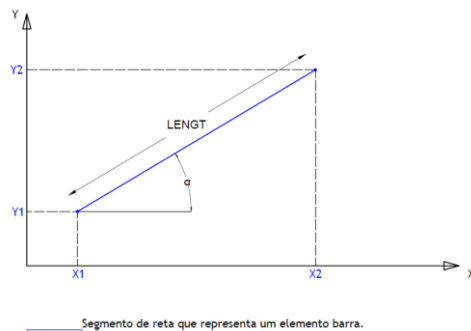


Figura 4.13 - Parâmetros para determinação do comprimento de um elemento barra do modelo de escoras e tirantes e respetivo seno e cosseno do ângulo que efetua com a horizontal.

$$LENGT = \sqrt{(X2 - X1)^2 + (Y2 - Y1)^2} \quad (4.40)$$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{Y2 - Y1}{LENGT} \quad (4.41)$$

$$\text{cos}(\alpha) = \frac{X2 - X1}{LENGT} \quad (4.42)$$

É igualmente efetuada a leitura dos valores relativos à espessura média do elemento estrutura (ESPRD), o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade num provete cilíndrico (FCKCI) e num provete cúbico (FCKCU), o valor característico da tensão de cedência à tração do aço para armaduras (FSYK), diâmetro máximo do agregado a utilizar no betão em (DIAGR) e os diâmetros dos varões para a armadura principal (FIPRI) e armaduras suplementares (FISEC).

4.3.2 Sub-rotina 2-‘STMESFR’

A sub-rotina 2 ‘STMESFR’ tem como função a resolução do modelo de escoras e tirantes nomeadamente a determinação dos deslocamentos nodais, dos esforços nos nós extremos dos elementos barra e dos valores da excentricidade nos nós extremos dos elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes. A sub-rotina 2 pode ser dividida em seis partes distintas no que diz respeito aos processos de cálculo que executa.

No que se refere à primeira parte da rotina são alocadas as várias matrizes a serem utilizadas no processo de resolução do modelo de escoras e tirantes ou seja, são determinadas as dimensões das matrizes necessárias à resolução do problema.

Matriz que armazena os valores relativos ao vetor solicitação.

$$[ASLOD] = (NSVAB, 1) \quad (4.43)$$

Matriz de rigidez de um elemento tipo barra relativo ao referencial local.

$$[ELSTF] = (NEVAB, NEVAB) \quad (4.44)$$

Matriz de transformação de um elemento tipo barra.

$$[TMATX] = (NEVAB, NEVAB)$$

Matriz de rigidez de um elemento barra relativa ao referencial global.

$$[ESTIF] = (NEVAB, NEVAB) \quad (4.45)$$

Matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes relativa ao referencial global.

$$[ASTIF] = (NSVAB, NSVAB) \quad (4.46)$$

Matriz de rigidez de um aparelho de apoio.

$$[SSTIF] = (NDOFN, NDOFN) \quad (4.47)$$

Matriz inversa da matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes em relação ao referencial global.

$$[IASTF] = (NSVAB, NSVAB) \quad (4.48)$$

Matriz dos deslocamentos globais dos nós do modelo de escoras e tirantes relativos ao referencial global.

$$[DESLO] = (NSVAB, 1) \quad (4.49)$$

Matriz dos deslocamentos de um elemento tipo barra relativos ao referencial global.

$$[EDESL] = (NEVAB, 1) \quad (4.50)$$

Matriz dos deslocamentos de um elemento tipo barra relativos ao referencial local.

$$[LDESL] = (NEVAB, 1) \quad (4.51)$$

Matriz que armazena os esforços nos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes relativos ao referencial local.

$$[SFORC] = (NELEM, NEVAB) \quad (4.52)$$

Matriz que armazena os valores relativos às excentricidades dos nós extremos dos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes.

$$[CLINE] = (NELEM, NNODE) \quad (4.53)$$

A segunda tarefa executada pela sub-rotina 2 diz respeito ao processo de geração dos valores relativos à matriz que representa o vetor solicitação $[ASLOD]$. O vetor solicitação $[F]$ apresentado na expressão 2.39 no capítulo 2 resulta da diferença entre o vetor $[P]$ das forças aplicadas diretamente nos nós de uma estrutura reticulada e o vetor das forças de fixação $[F_0]$ devido às ações distribuídas nos elementos barra de uma estrutura reticulada. No entanto, no caso específico dos modelos de escoras e tirantes, as ações externas aplicadas correspondem apenas a forças aplicadas nos nós do modelo pelo que o vetor solicitação $[F]$ é igual ao vetor $[P]$ das forças aplicadas diretamente nos nós do modelo de escoras e tirantes. Assim a geração dos valores relativos à matriz $[ASLOD]$ é efetuada com recurso à matriz que armazena os valores relativos às forças aplicadas nos nós do modelo relativamente ao referencial global $[PLOAD]$ determinada na sub-rotina 1 'CARGEOMEC'. O processo de geração dos valores da matriz $[ASLOD]$ implementado na sub-rotina 2 é demonstrado na figura 4.14 sob a forma de um fluxograma.

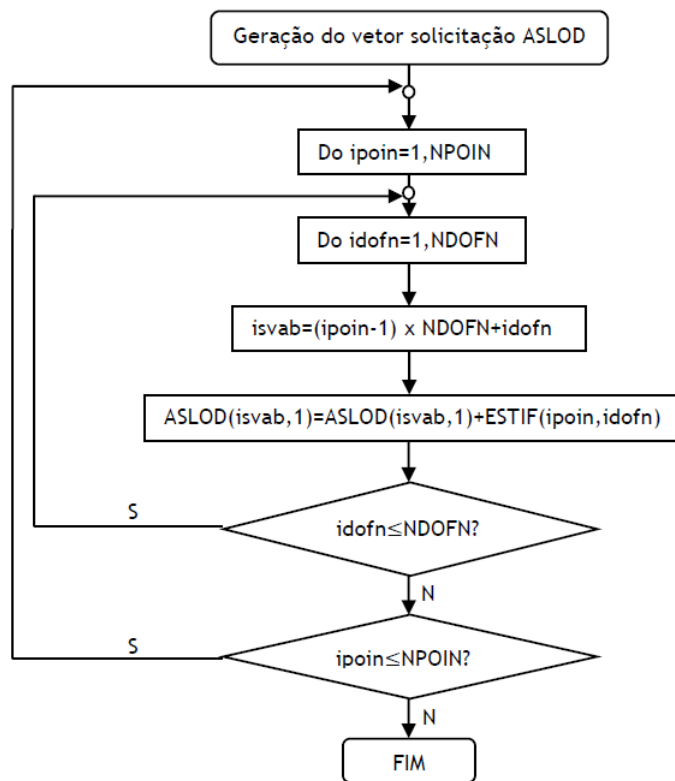


Figura 4.14 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo para geração dos valores relativos à matriz $[ASLOD]$ que representa o vetor solicitação.

A terceira tarefa executada pela sub-rotina 2 refere-se à determinação da matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes em relação ao referencial global [ASTIF]. De acordo com o exposto no capítulo 2.2.4 a matriz de rigidez de uma estrutura reticulada resulta do somatório das várias matrizes de rigidez dos elementos que a constituem. Assim, o algoritmo definido engloba um conjunto de cinco ciclos nos quais inicialmente é determinada a matriz de rigidez de um elemento tipo barra relativamente ao referencial global. Uma vez que a numeração dos graus de liberdade do modelo de escoras e tirantes relativo ao referencial global é efetuada de acordo com a numeração dos nós que constituem o modelo, depois de determinar a matriz de rigidez de um elemento barra relativa ao referencial global são executados quatro ciclos nos quais se determinam os índices relativos à linha (*ievab*) e à coluna (*jevab*) dos graus de liberdade da matriz de rigidez de um elemento barra relativamente ao referencial global e os correspondentes índices relativos à linha (*isvab*) e à coluna (*jsvab*) dos graus de liberdade da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes.

Com base na determinação destes índices, é possível determinar para cada grau de liberdade do elemento tipo barra relativo ao referencial local o grau de liberdade correspondente no modelo de escoras e tirantes relativamente ao referencial global sendo assim possível alocar na matriz de rigidez global do modelo os valores dos coeficientes de rigidez da matriz de rigidez do elemento tipo barra relativa ao referencial global conforme se demonstra na expressão 4.54.

$$ASTIF(isvab, jsvab) = ASTIF(isvab, jsvab) + ESTIF(ievab, jevab) \quad (4.54)$$

Este processo é repetido para todos os elementos barra até os valores da matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes estarem completamente gerados e armazenados.

O processo de geração da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes pode ser visualizado na forma de fluxograma na figura 4.15.

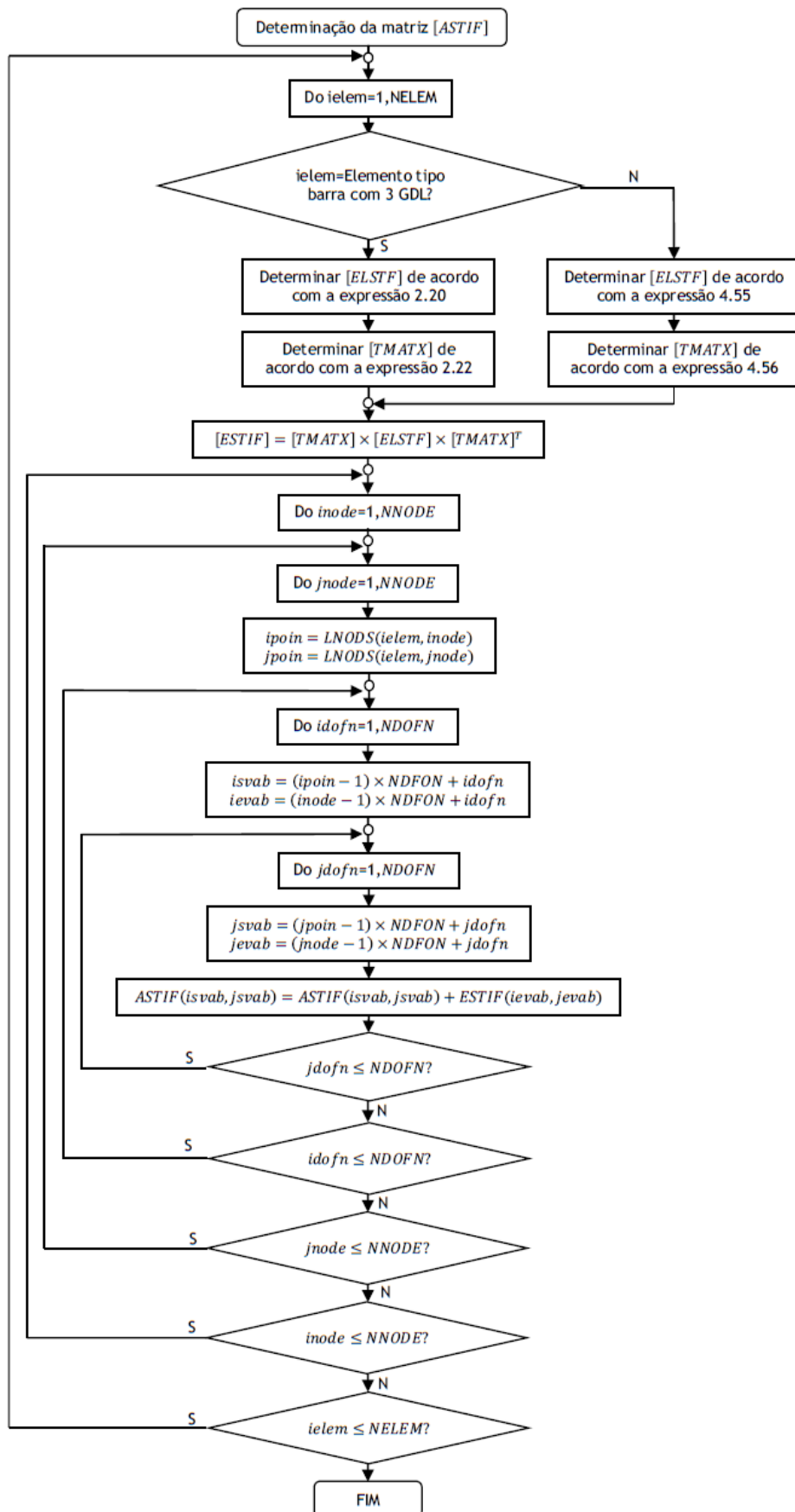


Figura 4.15 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo dos valores relativos à matriz $[ASTIF]$ que representa a matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes relativa ao referencial global.

No que se refere à determinação da matriz de rigidez de um elemento barra relativamente ao referencial local $[ELSTF]$, esta depende do tipo de barra associada a cada elemento barra, ou seja, o elemento tipo barra para o qual se pretende determinar a matriz de rigidez pode corresponder a um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó ou a um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó. Com isto, a determinação da matriz de rigidez de um elemento barra em relação ao referencial local é determinada de acordo com a expressão 2.20 do capítulo 2 para o caso de um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó ou de acordo com a expressão 2.21 do capítulo 2 para o caso de um elemento barra com dois graus de liberdade por nó.

No entanto, uma vez que o número de graus de liberdade por nó para cada elemento tipo barra do modelo de escoras e tirantes ($NDOFN$) toma o valor de três como se demonstrou na expressão 4.2 e uma vez que o algoritmo definido para a montagem da matriz executa a tarefa com base no valor de $NDOFN$, torna-se necessário proceder à expansão da matriz de rigidez relativa ao referencial local de um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó apresentada na expressão 2.21 do capítulo 2. A expansão da matriz de rigidez do elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó é efetuada adicionando duas linhas e duas colunas de valores nulos na matriz relativas aos graus de liberdade correspondentes às rotações dos nós do elemento barra conforme se demonstra na expressão 4.55.

$$k_{tipo1,local}^{elemento\ i} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

Devido a este facto e para que não ocorram problemas de singularidade na matriz de rigidez global da estrutura é necessário verificar as duas condições que se apresentam de seguida.

- 1- Na situação em que se pretende admitir um nó do modelo de escoras e tirantes com comportamento de um nó articulado é necessário garantir que relativamente ao número total de elementos barra que concorrem nesse nó, pelo menos um dos elementos barra tem que corresponder a um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó;
- 2- Na situação em que se considere um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó, e a esse elemento um dos nós corresponda a um nó apoiado com bloqueio da translação na direção OX e da translação da direção OY, o apoio a associar a esse nó deverá corresponder a um encastramento.

No que se refere à determinação da matriz de transformação de um elemento barra do modelo de escoras e tirantes $[TMATX]$, esta é determinada em função do elemento tipo barra pelo

que, se o elemento barra corresponder a um elemento tipo barra com três graus de liberdade por nó a matriz de transformação é determinada de acordo com a expressão 2.22 do capítulo 2 no entanto, se o elemento barra corresponder a um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó a matriz de transformação é determinada de acordo com a expressão 2.23 do capítulo 2.

Na situação em que o elemento barra corresponde a um elemento tipo barra com dois graus de liberdade por nó, é igualmente necessário proceder à expansão da matriz de transformação apresentada na expressão 2.23 do capítulo 2 devido às razões apresentadas anteriormente. Assim a matriz de transformação expandida para efeitos de cálculo no programa de cálculo automático corresponde à matriz apresentada na expressão 4.56.

$$T_{\text{tipo1}}^{\text{elemento } i} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\text{sen}(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

Relativamente à determinação da matriz de rigidez de um elemento barra em relação ao referencial global $[ESTIF]$, esta é efetuada de acordo com a expressão 2.32 do capítulo 2.

A quarta tarefa executada pela sub-rotina diz respeito à introdução da rigidez dos apoios na matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes. Esta tarefa é executada com base na matriz $[APOIO]$ pelo que, inicialmente é identificado o tipo de aparelho de apoio associado ao nó apoiado e gerada a respetiva matriz de rigidez $[SSTIF]$. A matriz $[SSTIF]$ corresponde a uma matriz de dimensão $[NDOFN]$ por $[NDOFN]$ pelo que, é possível considerar aparelhos de apoio com dependência ou não entre os graus de liberdade. A forma geral da matriz de rigidez de um elemento de apoio é apresentada na expressão 4.57 no entanto, dependendo do tipo aparelho de apoio considerado determinados coeficiente de rigidez podem tomar valor nulo.

$$SSTIF = \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} & 0 \\ K_{YX} & K_{YY} & 0 \\ 0 & 0 & K_{ZZ} \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Na situação em que o aparelho de apoio associado a determinado nó do modelo corresponda um aparelho de apoio rígido o coeficiente de rigidez para as direções para as quais o aparelho de apoio bloqueia as translações toma o valor de 10^{10} KN/m . No caso em que o aparelho de apoio corresponda a um apoio elástico, o utilizador tem de inserir os valores de rigidez para cada direção a partir do teclado durante a execução do programa. Depois de gerada a matriz de rigidez relativa ao aparelho de apoio é efetuada a introdução dos coeficientes de rigidez dessa matriz na matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes de forma similar à dos elementos tipo barra através da expressão 4.58.

$$ASTIF(isvab, jsvab) = ASTIF(isvab, jsvab) + SSTIF(idofn, jdofn) \quad (4.58)$$

Os índices *isvab* e *jsvab* correspondem à linha e coluna dos graus de liberdade da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes e os índices *idofn* e *jdofn* correspondem à linha e coluna dos graus e liberdade da matriz de rigidez do apoio.

Esta tarefa é executada para todos os nós do modelo de escoras e tirantes que têm um aparelho de apoio associado.

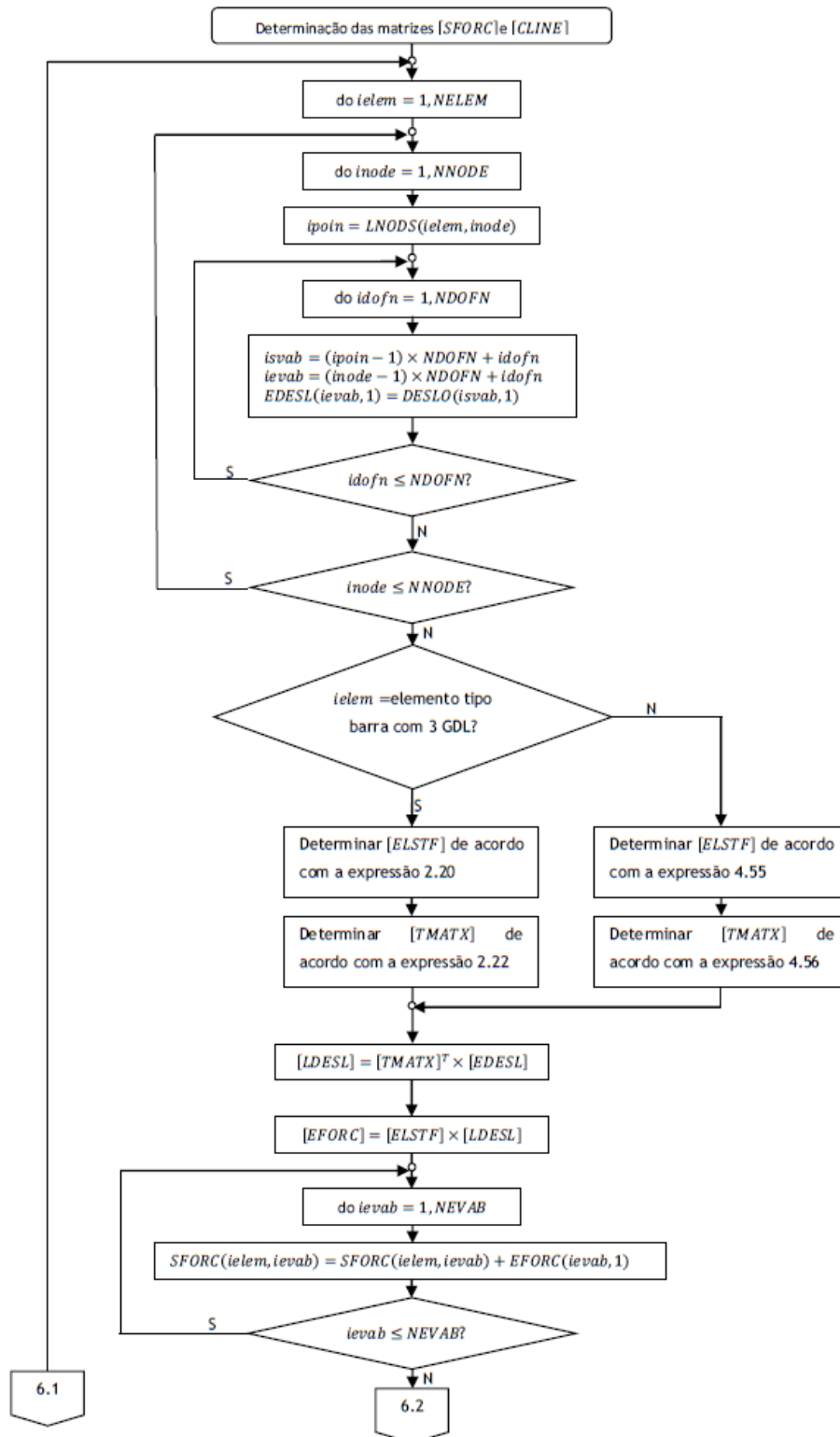
A quinta tarefa diz respeito à resolução do sistema de equações lineares para determinação dos deslocamentos globais nos nós do modelo de escoras e tirantes de acordo com a expressão 2.41 do capítulo 2. De acordo com essa expressão torna-se necessário proceder à inversão da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes. Esta tarefa é efetuada com recurso à sub-rotina 3 'INVERSE' que se descreve no subcapítulo 4.2.3. Assim, depois de determinada a matriz inversa da matriz de rigidez global do modelo [*IASTF*], através da expressão 4.59 é obtida a matriz relativa aos deslocamentos globais nos nós do modelo [*DESLO*].

$$[DESLO] = [ASLOD] \times [IASTF] \quad (4.59)$$

A última tarefa a ser executada pela sub-rotina 2 diz respeito à determinação das forças nos nós extremos dos elementos barra e os respetivos valores de excentricidade. O algoritmo definido consiste num ciclo que é executado para todas os elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes no qual inicialmente são determinados os deslocamentos nos nós extremos de um elemento barra em relação ao referencial global [*EDESL*] com base na matriz dos deslocamentos globais do modelo de escoras e tirantes [*DESLO*] obtida a partir da expressão 4.59. Seguidamente é determinada a matriz de rigidez do elemento tipo barra e a respetiva matriz de transformação em relação ao referencial local. Com base nas três matrizes determinadas anteriormente o algoritmo definido procede ao cálculo dos deslocamentos nos nós extremos do elemento tipo barra em relação ao referencial local de acordo com a expressão 2.42 do capítulo 2 e que são armazenados na matriz [*LDESL*]. A determinação das forças nos nós extremos dos elementos barra é efetuada de acordo com a expressão 2.28 do capítulo 2 no entanto, note-se que para o caso específico dos modelos de escoras e tirantes, as forças nos nós extremos dos elementos barra resultam apenas da multiplicação da matriz de rigidez do elemento com a matriz dos deslocamentos nos nós extremos do elemento barra em relação ao referencial local uma vez que não existem forças de fixação devido a carregamento externo aplicado ao longo do comprimento dos elementos barra. Os valores relativos às forças nos nós extremos do elemento tipo barra são armazenados na matriz [*EFORC*].

Os valores das forças nos nós extremos dos elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes são armazenados na matriz [*SFORC*] pelo que, os valores armazenados na matriz [*EFORC*] são alocados na matriz [*SFORC*]. A última tarefa executada pelo algoritmo diz respeito

à determinação dos valores de excentricidade nos nós extremos do elemento tipo barra que são armazenados na matriz $[CLINE]$. O processo descrito é executada para todos os elementos tipo barra que constituem o modelo de escoras e tirantes até que as matrizes $[SFORC]$ e $[CLINE]$ estejam completamente definidas. O processo descrito apresenta-se de seguida na forma de fluxograma na figura 4.16.



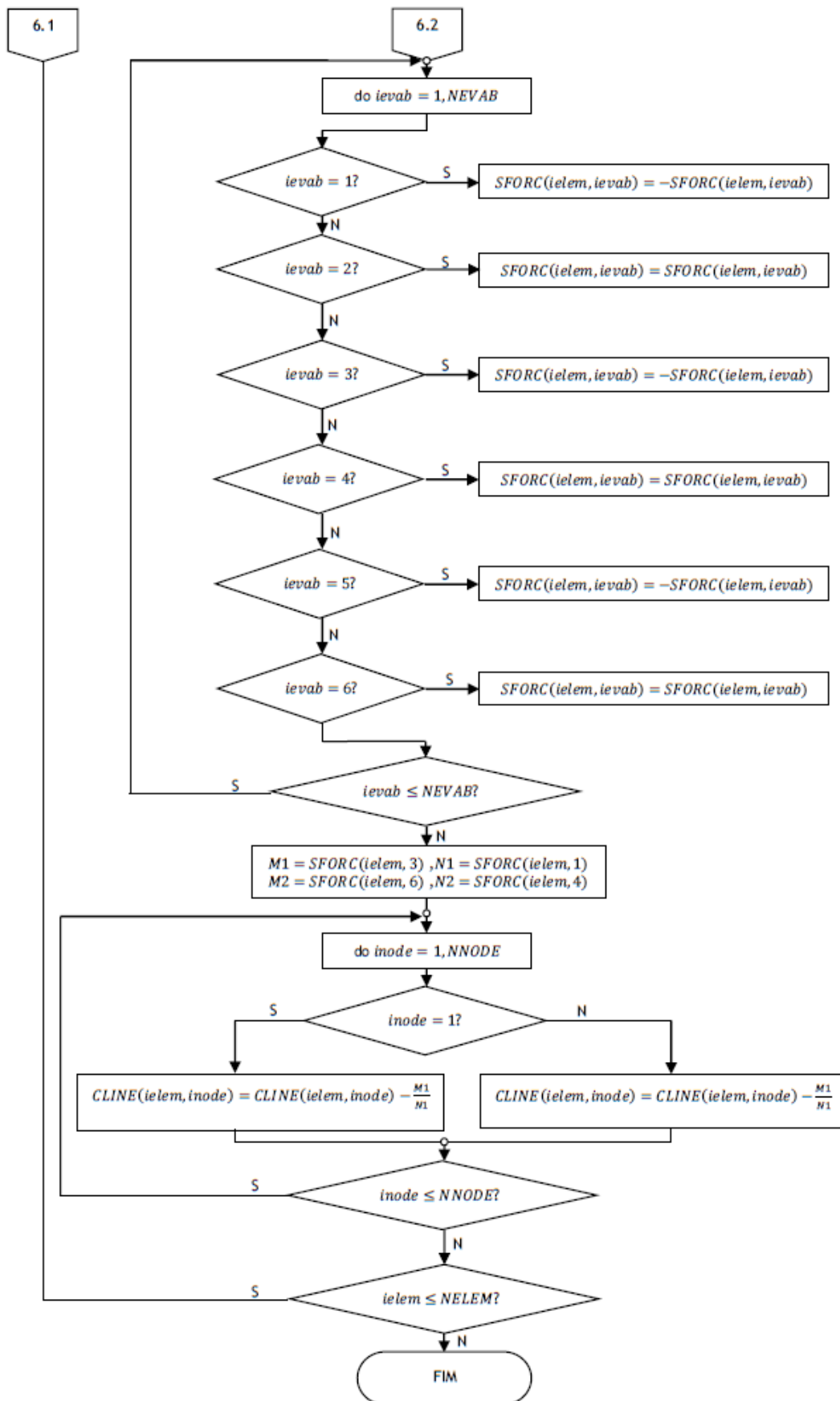


Figura 4.16 - Fluxograma relativo ao processo de cálculo dos valores relativos à matriz $[ASTIF]$ que representa a matriz de rigidez do modelo de escoras e tirantes relativa ao referencial global.

4.3.3 Sub-rotina 3-‘INVERSE’

A sub-rotina ‘INVERSE’ tem como função proceder à inversão da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes. Esta sub-rotina é executada no decorrer da execução da sub-rotina 2 ‘STMESFR’ nomeadamente no momento em que se procede à resolução do sistema de equações lineares de acordo com a expressão 2.41 do capítulo 2.

No sentido de se obter a matriz inversa $[IASTF]$ da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes $[ASTIF]$, desenvolveu-se um algoritmo com base no método ‘LU’ com eliminação de Gauss com escolha parcial de *pivô*. Uma vez que existe bibliografia significativa explicativa do método utilizado não será efetuada uma explicação exaustiva do mesmo pelo que podem ser encontradas referências relativas a este método em [7] e [30].

Na situação em que o modelo de escoras e tirantes em análise corresponde a um sistema hipostático, em que o valor relativo à inércia dos elementos tipo barra é demasiado reduzido ou em que as condições de apoio não garantem uma vinculação externa eficaz, o programa emite um aviso ao utilizador alertando para o facto de não ter sido possível determinar a matriz inversa da matriz de rigidez global do modelo de escoras e tirantes.

4.3.4 Sub-rotina 6-‘VERIFTIR’

A sub-rotina 6 ‘VERIFTIR’ divide-se em cinco partes distintas e tem como função efetuar as verificações relativas aos tirantes do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, a determinação da área de armadura necessária em função do esforço axial de tração a que um tirante está submetido, a determinação do número de varões em função do diâmetro do varão introduzido no documento de entrada de dados ‘1_INTRODUÇÃO_DE_DADOS.txt’ e verificações contantes nas normas NP EN 1992-1-1 e REBAP.

Na primeira parte, a sub-rotina define os valores necessários aos cálculos relativos às verificações de segurança dos tirantes do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, a definição do coeficiente parcial de segurança do aço para as armaduras (CSEGS), o coeficiente parcial de segurança para o betão (CSEGC), o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão (FCDCI) e o valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço para as armaduras (FSYD).

A segunda tarefa executada diz respeito à determinação do número de tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes e que é armazenado na variável NTIES. É igualmente criada a matriz $[MTIES]$ que armazena a informação relativa aos tirantes.

A terceira parte da sub-rotina tem como função gerar os valores relativos à matriz $[MTIES]$ para cada tirante do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o número do elemento tipo barra que corresponde ao tirante, o esforço axial ao qual o tirante está submetido e a determinação da área de armadura necessária de acordo com a expressão 2.8 do capítulo 2.

A quarta tarefa executada diz respeito às disposições construtivas relativas a armaduras para betão armado de acordo com a NP EN 1992-1-1. Assim, inicialmente são determinados os valores do espaçamento mínimo entre os varões para a armadura principal e para a armadura suplementar de acordo com a expressão 2.20 do capítulo 2 e os valores dos diâmetros mínimos de dobragem para os diâmetros dos varões escolhidos para a armadura principal e suplementar de acordo com a tabela 1.1 do capítulo 2. Seguidamente é criada uma matriz $[MFIST]$ relativa aos diâmetros dos varões utilizados correntemente e armazenados os valores relativos ao diâmetro e área de secção de cada varão. É igualmente determinado o comprimento de amarração de cálculo para cada tipo de varão de acordo com o exposto no subcapítulo 2.1.13.3 do capítulo 2 sendo que, os valores de comprimento de amarração de cálculo são armazenados na matriz $[MFIST]$.

A última tarefa executada tem como função a determinação dos valores das áreas de armaduras verticais e horizontais suplementares a prover para elementos parede de acordo com o exposto nos subcapítulos 2.1.14 e 2.1.15 do capítulo 2.

4.3.5 Sub-rotina 7 - 'VERIFNOS'

A sub-rotina 7 'VERIFNOS' tem como função efetuar a verificação de segurança dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes em função da geometria definida pelo utilizador. Assim, inicialmente é determinado o esforço normal que atua em cada faceta dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes em função do elemento tipo barra que a faceta intersesta. Depois de determinado o esforço que atua em cada faceta, a sub-rotina efetua a determinação do esforço que atua perpendicular e tangencialmente para cada faceta em função do esforço axial F do elemento que a faceta intersesta e o ângulo α que o elemento tipo barra faz com a faceta determinado na sub-rotina 2 conforme se demonstra na figura 4.17 e nas expressões 4.60 e 4.61.

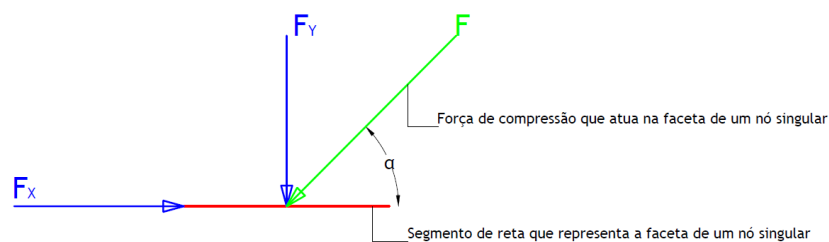


Figura 4.17 - Parâmetros para determinação da força que atua perpendicular e tangencialmente à faceta e um nó singular.

$$F_x = F \times \cos(\alpha) \quad (4.60)$$

$$F_y = F \times \sin(\alpha) \quad (4.61)$$

A última tarefa executada pela sub-rotina diz respeito ao cálculo da tensão normal que atua em cada faceta dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes e respectiva comparação com as tensões admissíveis que são determinadas em função do tipo de nó ao qual uma faceta está associada e que são calculadas de acordo com as expressões apresentadas no subcapítulo 2.1.12.4 do capítulo 2 relativo às verificações de nós singulares.

4.4 Saída de dados/resultados

A saída de dados/resultados relativos aos cálculos internos efetuados pelo programa de cálculo automático correspondem a três ficheiros sendo que, o primeiro corresponde a um documento de texto denominado '2_OP_GEOMETRIA_ESFORÇOS.txt', o segundo corresponde a um documento em formato DXF a ser lido por um programa de desenho assistido por computador denominado '3_OP_STM_PRINT' e o último corresponde a um documento de texto denominado '4_OP_VERIFICAÇÕES_SEGURANÇA'.

O primeiro documento de saída de resultados '2_OP_GEOMETRIA_ESFORÇOS.txt' é gerado através da execução da sub-rotina 4 'OUTPUTS1S2' e tem como objetivo apresentar os resultados relativos às sub-rotinas 1 e 2. Este documento divide-se em duas partes sendo que na primeira parte são apresentados os dados relativos à geometria do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o número de nós, número de elementos tipo barra, número de nós com um aparelho de apoio associado e número de nós com forças aplicadas. São igualmente apresentadas as coordenadas dos nós que constituem o modelo de escoras e tirantes, as ligações nodais dos elementos tipo barra e as respetivas propriedades geométricas e mecânicas, as características dos aparelhos de apoio do modelo de escoras e tirantes e as características das solicitações que atuam nos nós do modelo. A segunda parte do documento diz respeito aos resultados obtidos na resolução do modelo de escoras e tirantes nomeadamente, o número de graus de liberdade por nó, número de nós por cada elemento tipo barra, o número de graus de liberdade por elemento e o número total de graus de liberdade do modelo de escoras e tirantes. Nesta parte do documento são igualmente impressos os valores dos deslocamentos dos nós do modelo de escoras e tirantes, as forças em cada um dos nós dos elementos barra de acordo com a convenção da Resistência dos Materiais e os valores da excentricidade em cada um dos nós dos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes.

O segundo documento de saída de resultados diz respeito a um documento em formato DXF a ser visualizado com recurso ao programa de desenho assistido por computador [1]. Este documento é gerado a partir da execução da sub-rotina 5 'OUTPUTCAD' e engloba os resultados relativos à execução das sub-rotinas 1 e 2. Neste documento são apresentados os vários elementos que se apresentam de seguida:

- 1- Geometria do modelo de escoras e tirantes nomeadamente os elementos tipo barra que o constituem e a respetiva numeração dos elementos tipo barra que se encontram

- armazenados no *layer* '1-BARRAS'. É também apresentada a numeração dos nós do modelo de escoras e tirantes que se encontra armazenada no *layer* '7-NÓS';
- 2- Diagramas de esforços nomeadamente, diagrama da linha "C" que se encontra armazenado no *layer* '2-CLINE', diagrama de momento fletor armazenado no *layer* '3-MOMENTOS_FLETORES' e diagrama de esforço axial armazenado no *layer* '4-ESFORÇO_NORMAL';
 - 3- Segmentos de retas que representam as forças aplicadas nos nós armazenados no *layer* '5-FORCAS' e os pontos que representam os apoios do modelo de escoras e tirantes '6-APOIO'. Estes dois elementos englobados neste documento correspondem aos elementos inseridos pelo utilizador no documento DXF de entrada de dados no sentido de não ter de os introduzir novamente quando se procede à reconfiguração geométrica do modelo;
 - 4- Aparelhos de apoio associados aos nós apoiados e forças aplicadas nos nós singulares do modelo de escoras e tirantes.

O terceiro e último documento de saída de resultados denominado '4_OP_VERIFICAÇÕES_SEGURANÇA' é criado a partir da execução da sub-rotina 8 e expõe os valores calculados nas sub-rotinas 6 e 7. Este documento divide-se em quatro partes. A primeira parte diz respeito à impressão de resultados relativos ao elemento estrutural para o qual se está a analisar o modelo de escoras e tirantes nomeadamente, a espessura do elemento estrutural, o valor característico da tensão de rotura do betão à compressão para um provete cilíndrico e para um provete cúbico, o valor característico da tensão de cedência à tração do aço para as armaduras e o diâmetro máximo do agregado a utilizar na composição do betão.

Na segunda parte do documento são apresentados os resultados relativos às verificações relativas ao estado limite último do modelo de escoras e tirantes. Nesta parte são apresentados os coeficientes parciais de segurança para o betão e para o aço das armaduras, o valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão e o valor de cálculo da tensão de cedência à tração do aço das armaduras. São igualmente apresentados os valores relativos à verificação de segurança dos tirantes do modelo nomeadamente as áreas de armadura e soluções construtivas assim como, os valores relativos à verificação de segurança das facetas dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes nomeadamente as características das facetas, as tensões que atuam sobre elas e as tensões admissíveis, sendo feita uma análise final de verificação ou não de segurança.

Na terceira parte são apresentados os valores relativos a disposições construtivas relativas às armaduras principais e suplementares nomeadamente, o espaçamento mínimo entre varões, o diâmetro mínimo de dobragem e o valor de cálculo dos comprimentos de amarração das armaduras.

Na quarta e última parte que constitui o documento de saída de dados são apresentados os valores relativos a disposições construtivas particulares para o caso de paredes sendo que, primeiramente são apresentados os valores de áreas de armaduras vertical e horizontal e respetivo espaçamento máximo entre varões recomendados pelo REBAP e seguidamente são apresentados os valores recomendados pela norma NP EN 1992-1-1.

Capítulo 5

Exemplos de aplicação

5.1 Considerações gerais

O capítulo que se apresenta tem como objetivo demonstrar por meio de exemplos de aplicação a viabilidade da metodologia proposta. Assim, são apresentados três exemplos de aplicação aos quais será aplicada a metodologia proposta com recurso ao programa de cálculo automático desenvolvido, STM_UBI.

Para cada exemplo de aplicação e conseqüentemente para cada elemento estrutural é inicialmente efetuada uma descrição das características geométricas e mecânicas. Seguidamente é efetuada uma análise elástica linear com base numa análise com elementos finitos com recurso ao programa de análise de estruturas [14] com o objetivo de se obterem as direções das tensões principais para assim ser possível gerar um modelo de escoras e tirantes inicial. Com base no modelo de escoras e tirantes inicial será averiguado se o modelo corresponde a um modelo hipostático.

O grau de indeterminação estática para uma estrutura articulada plana (α_{ea}) pode ser obtido de acordo com a expressão 5.1 [20].

$$\alpha_{ea} = b_{ea} + r_{ea} - 2 \times n_{ea} \quad (5.1)$$

Onde b_{ea} representa o numero total de barras de uma estrutura articulada, r_{ea} representa o numero de reações de apoio numa estrutura articulada e n_{ea} representa o numero total de nós de uma estrutura articulada. No caso em que α_{ea} corresponde um valor menor que zero, a estrutura articulada é hipostática. No caso em que α_{ea} corresponde a um valor igual a zero a estrutura articulada é estritamente vinculada ou isostática e no caso em que α_{ea} corresponde a um valor maior que zero a estrutura é hiperstática.

No caso de o modelo de escoras e tirantes corresponder a um modelo hipostático, será aplicada a metodologia proposta com recurso ao programa STM_UBI até ser obtido o modelo de escoras e tirantes com nós articulados em equilíbrio com o carregamento externo e os respetivos esforços para dimensionamento, sendo esse modelo denominado de modelo de escoras e tirantes final. No que se refere às propriedades geométricas e mecânicas dos elementos tipo barra a adotar para o cálculo do modelo de escoras e tirantes, estas correspondem a valores para os quais a razão do momento de inercia e área da secção tenda para zero pelo que, foi definida uma secção base a utilizar para todos os exemplos de aplicação conforme se demonstra na figura 5.1.

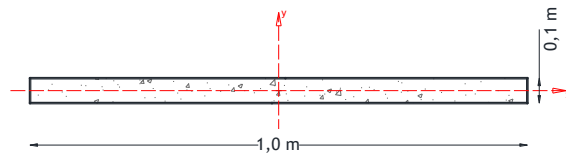


Figura 5.1 - Dimensões em metros da seção considerada para os elementos do modelo de escoras e tirantes para cálculo do modelo.

De acordo com a seção apresentada na figura 5.1, resultam os valores de momento de inercia em torno do eixo z e de área de seção conforme se apresentam nas expressões 5.2 e 5.3 respetivamente.

$$I_z = \frac{1,0 \times 0,1^3}{12} = 0,0000833 \text{ m}^4 \quad (5.2)$$

$$A = 1,0 \times 0,1 = 0,1 \text{ m}^2 \quad (5.3)$$

De acordo com estes valores a razão entre o momento de inercia I_z e a área de seção A do elemento, corresponde ao valor indicado na expressão 5.4. Como se pode constatar, esse valor corresponde a um valor de ordem de grandeza reduzida que tende para zero e que está de acordo com a gama de valores apresentados no capítulo 3.

$$\frac{I_z}{A} = \frac{0,0000833}{0,1} = 8,33 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (5.4)$$

Procede-se igualmente às verificações de segurança relativas aos elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes e será também apresentado para cada exemplo de aplicação a respetiva pormenorização de armaduras principais e suplementares.

5.2 Viga Parede

5.2.1 Características geométricas e mecânicas

O elemento estrutural que se apresenta de seguida diz respeito a uma viga parede duplamente apoiada com um comprimento total de 4,0 metros, uma altura total de 2,0 metros e uma espessura de 0,20 metros conforme se demonstra na figura 5.2. A viga parede está sujeita a um carregamento não simétrico através da aplicação de uma força de 100 kN e de uma força de 300 kN. As forças são aplicadas na viga parede através de duas placas com comprimento igual a 0,40 metros resultando do lado esquerdo numa força distribuída com valor igual a 250 kN/m e do lado direito numa força distribuída de 750 kN/m conforme se demonstra na figura 5.2.

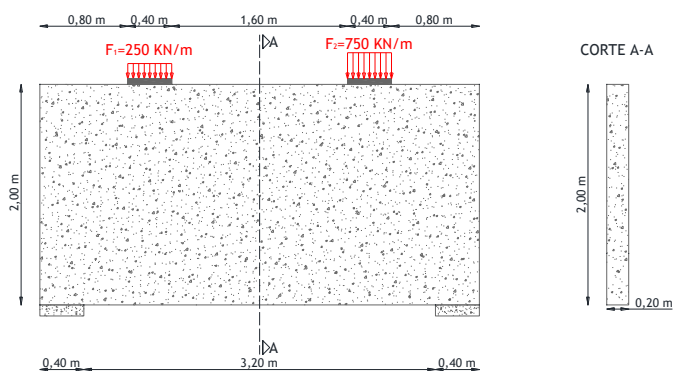


Figura 5.2 - Características geométricas da viga parede. Vista em alçado, corte transversal relativo ao meio vão e respectivas dimensões dos vários elementos em metros.

No que se refere aos materiais que constituem a viga parede adotou-se para o betão uma classe de resistência de C25/30 com um diâmetro máximo de agregado igual a 15,0 mm e para o aço das armaduras adotou-se uma classe A400. O recobrimento considerado para a viga parede corresponde a 3,0 cm.

5.2.2 Análise elástica e linear

Com o objetivo de se obter as direções das tensões principais, e no sentido de ser possível estabelecer um modelo de escoras e tirantes inicial, procedeu-se à modelação da viga parede no *software* de análise de estruturas [14] com recurso a elementos finitos planos de oito nós. Na figura 5.3 demonstra-se a malha de elementos finitos definida para a viga parede e respetivas condições de apoio e carregamento externo. No que se refere aos aparelhos de apoio, estes foram modelados através do bloqueio da translação OX e OY dos nós correspondentes à zona dos apoios da viga parede.

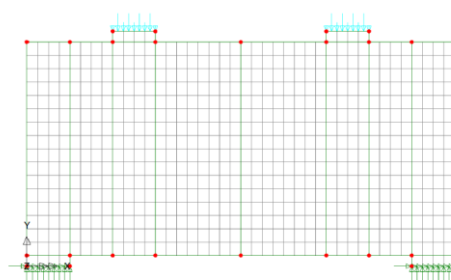


Figura 5.3 - Modelo da viga parede no *software* de análise de estruturas [14]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.

Na figura 5.4 apresentam-se as direções das tensões principais para a viga parede de acordo com o carregamento externo considerado e na figura 5.5 é apresentado o diagrama de tensões na direção OX relativo ao corte transversal no meio vão da viga parede e respetivas resultantes do bloco de compressões superior e do bloco de trações inferior.

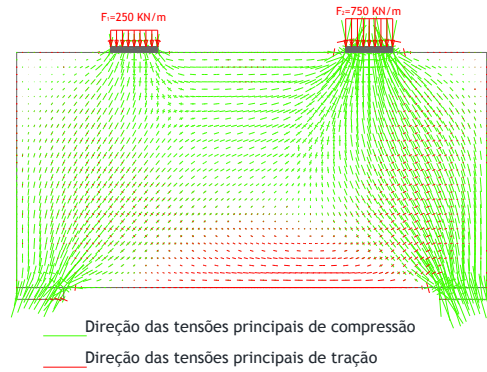


Figura 5.4 - Direções das tensões principais de tração e compressão na viga parede.

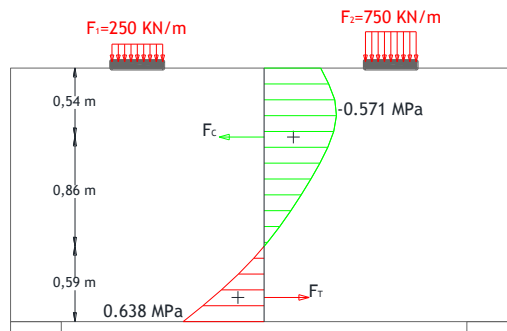


Figura 5.5 - Diagrama de tensões na direção OX relativo ao corte transversal no meio vão da viga parede e respetivas resultantes de compressão e tração.

5.2.3 Modelo de escoras e tirantes inicial

A definição do modelo de escoras e tirantes inicial para o elemento estrutural em análise iniciou-se pela definição dos elementos horizontais que são posicionados de acordo com a resultante das compressões e trações obtidas de acordo com a figura 5.5. Definidos os elementos horizontais, é possível definir as escoras verticais que têm a direção, sentido e posição das resultantes das forças relativas ao carregamento externo e reações de apoio. Os últimos elementos a definir correspondem às escoras oblíquas que resultam do facto de o carregamento externo estar aplicado excetricamente ao ponto médio dos aparelhos de apoio. A geometria do modelo de escoras e tirantes inicial é apresentada na figura 5.6.

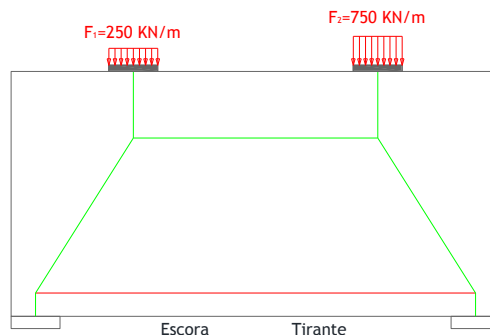


Figura 5.6 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial.

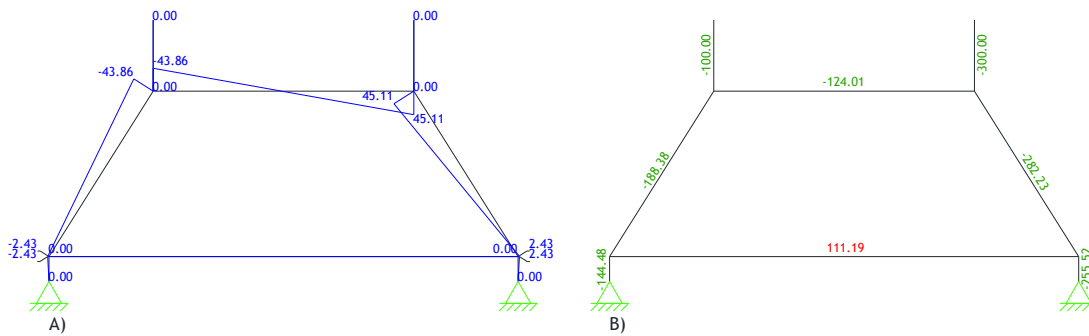


Figura 5.8 - Modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm . B) Esforço axial nos elementos barra em KN .

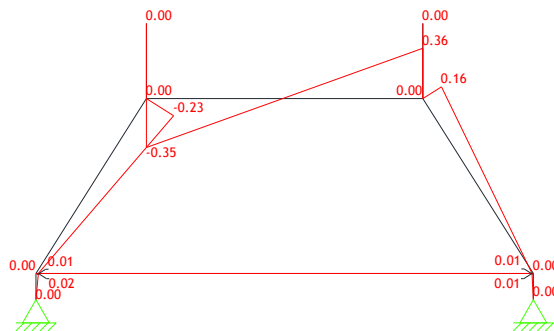


Figura 5.9 - Diagrama da linha "C" relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.

Como se pode visualizar nas figura 5.8 e 5.9 os valores de momento fletor e de excentricidade relativos ao modelo de escoras e tirantes inicial apresentam valores de ordem de grandeza significativa pelo que, se torna necessário proceder à reconfiguração da geometria do modelo de escoras e tirantes inicial através da translação dos nós do modelo de forma a que se anulem o valor de excentricidades associados aos nós. A determinação da posição dos nós que anula os valores de excentricidade que lhe estão associados obtém-se a partir da interseção do diagrama da linha "C" imediatamente a esquerda e à direita de cada nó. A reconfiguração geométrica do modelo efetuada resultou no modelo de escoras e tirantes que se apresenta na figura 5.10.

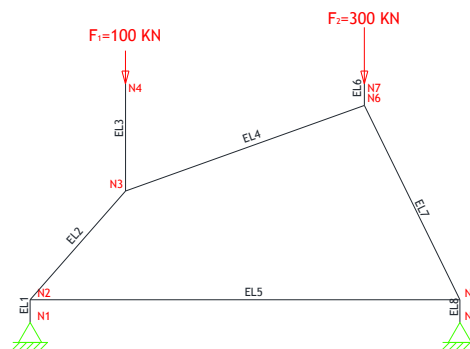


Figura 5.10 - Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e de carregamento externo. Numeração dos elementos tipo barra e numeração dos nós que constituem o modelo.

Para o modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 5.10 procedeu-se igualmente ao cálculo do mesmo com recurso ao programa de cálculo automático STM_UBI. No ANEXO A2.1 apresenta-se o documento de introdução de dados relativo ao modelo apresentado na figura 5.10.

Na figura 5.11 apresentam-se o diagrama de momento fletor e os valores do esforço axial, para os elementos barra que constituem o modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. Na figura 5.12 apresenta-se o respetivo diagrama da linha “C”.

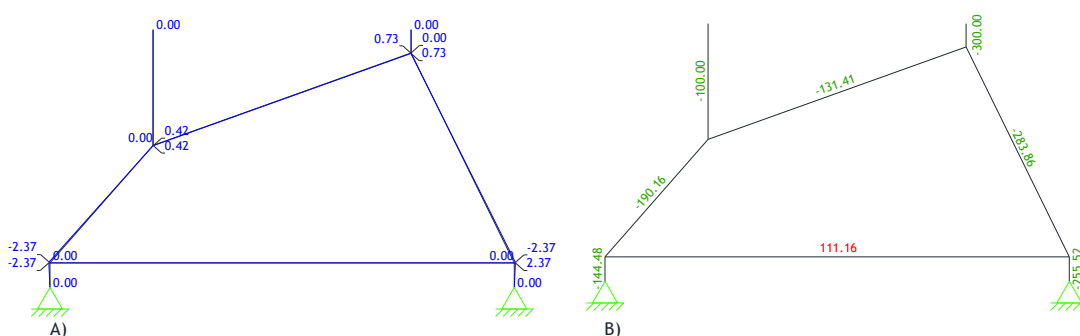


Figura 5.11 -Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm . B) Esforço axial nos elementos barra em KN .

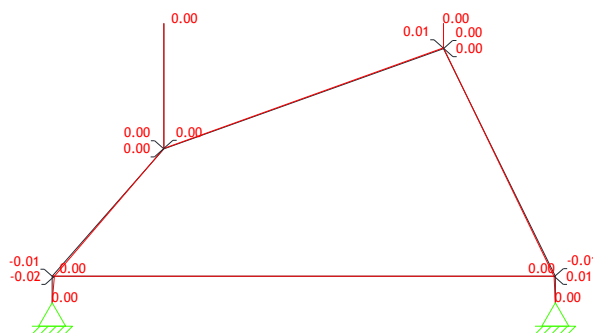


Figura 5.12 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.

No ANEXO A2.2 pode ser consultado o ficheiro de resultados relativo ao cálculo do modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 5.10, obtido a partir do programa STM_UBI.

Conforme se pode visualizar a partir das figuras 5.11 e 5.12, os valores de momento fletor e de excentricidade apresentam ordem de grandeza bastante inferior comparativamente com os obtidos para o modelo de escoras e tirantes inicial. A partir da figura 5.11 constata-se que o

equilíbrio do carregamento externo aplicado ao modelo de escoras e tirantes é totalmente equilibrado por esforço axial nos elementos barra que constituem o modelo. Assim, o modelo apresentado na figura 5.10 para o qual foram obtidos os diagramas que se apresentam nas figuras 5.11 e 5.12 corresponde assim ao modelo de escoras e tirantes final ou seja, corresponde ao modelo de escoras e tirantes com nós articulados que equilibra o carregamento externo que lhe está aplicado. Na figura 5.13 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes final para o elemento estrutural em análise para o qual se vai efetuar o dimensionamento dos vários elementos que o constituem.

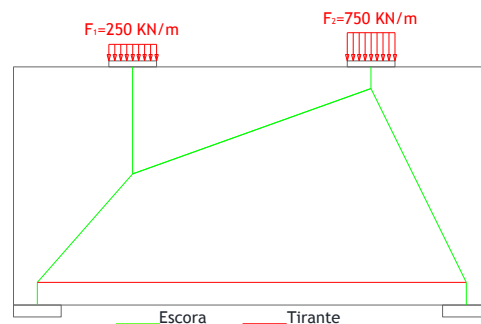


Figura 5.13 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final.

Os esforços para o dimensionamento dos vários elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes final apresentam-se na figura 5.11B).

5.2.5 Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

5.2.5.1 Verificações de segurança relativas aos tirantes

De acordo com o ficheiro de resultados relativo às verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes final, que pode ser consultado no ANEXO A2.3. no ponto 2.1, a área de armadura necessária a prover para o tirante principal corresponde a $3,20 \text{ cm}^2$. Uma vez que se optou por considerar a utilização de varões com diâmetro igual a $8,0 \text{ mm}$, o número total de varões adotado para o tirante principal é igual a oito. Os varões serão dispostos paralelamente dois a dois. A amarração das armaduras será feita com recurso a laços. Adotou-se um espaçamento entre varões igual a $30,0 \text{ cm}$.

5.2.5.2 Verificações de segurança relativas aos nós singulares

No que se refere aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes da viga parede em análise, definiram-se três nós singulares conforme se demonstra na figura 5. A verificação das tensões atuantes nas facetas dos singulares do modelo de escoras e tirantes foi efetuada com recurso ao programa de cálculo automático STM_UBI pelo que, os valores relativos às verificações de segurança dos nós singulares podem ser consultados no ANEXO A2.3 no ponto 2.2.

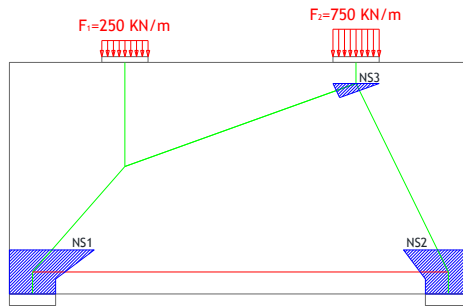


Figura 5.14 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança.

O primeiro nó singular denominado NS1, diz respeito à zona junto do aparelho de apoio do lado esquerdo da viga parede. Este nó singular corresponde a um nó do tipo CCT no qual concorrem duas escoras (EL1 e EL2) e um tirante (EL5) que corresponde à solução estrutural apresentada no subcapítulo anterior. A geometria do nó singular NS1 é condicionada pela largura do aparelho de apoio e pela disposição da armadura dentro do nó. A geometria do nó singular apresenta-se na figura 5.15.

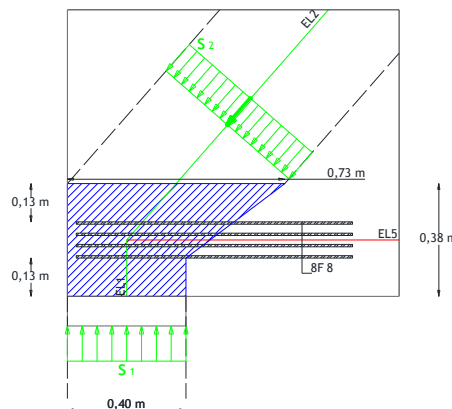


Figura 5.15 - Geometria do nó singular NS1 relativo à zona junto do aparelho de apoio do lado esquerdo da viga parede.

Na tabela 5.1 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes na facetas do nó singular apresentado na figura 5.15 e as respetivas tensões admissíveis.

Tabela 5.1 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta intersesta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
1	1	1	2	-1,81	-12,75	OK
1	2	2	2	-0,98	-12,75	OK

O segundo nó singular denominado NS2, diz respeito à zona junto do aparelho de apoio do lado direito da viga parede. Este nó singular corresponde a um nó do tipo CCT no qual concorrem duas escoras (EL7 e EL8) e um tirante (EL5). A geometria deste nó singular é igualmente condicionada pela largura do aparelho de apoio e pela solução construtiva adotada para a armadura do tirante. A geometria do nó singular apresenta-se na figura 5.16.

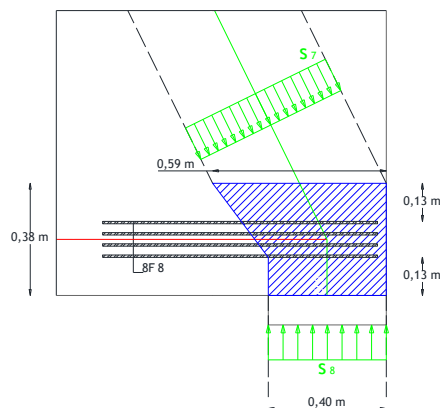


Figura 5.16 - Geometria do nó singular NS2 relativo à zona junto do aparelho de apoio do lado direito da viga parede.

Na tabela 5.2 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes na facetas do nó singular NS2 apresentado na figura 5.16 e as respetivas tensões admissíveis.

Tabela 5.2 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta interseta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
2	3	7	6	-2,16	-12,75	OK
2	4	8	6	-3,19	-12,75	OK

O terceiro nó singular diz respeito à zona da viga parede imediatamente abaixo do ponto de aplicação da ação externa de maior magnitude. Neste nó concorre três elementos (EL4, EL6 e EL7) que correspondem a escoras pelo que o nó corresponde a um nó singular do tipo CCC. A geometria deste nó singular é condicionada pela largura da placa através da qual o carregamento externo é aplicado à viga parede. A geometria do nó singular apresenta-se na figura 5.17.

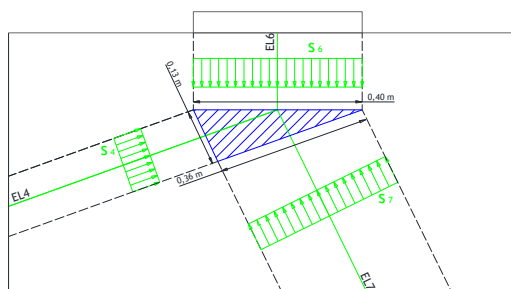


Figura 5.17 - Geometria do nó singular NS3 relativo à zona imediatamente abaixo do ponto de aplicação da ação externa do lado direito da viga parede.

Na tabela 5.3 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes na facetas do nó singular apresentado na figura 5.17 e as respetivas tensões admissíveis.

Tabela 5.3 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS3.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta interseta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
3	5	6	5	-3,75	-15,00	OK
3	6	4	5	-4,84	-15,00	OK
3	7	7	5	-3,88	-15,00	OK

5.2.6 Disposições construtivas e desenhos de pormenor

No que se refere às disposições construtivas relativas às armaduras principais e suplementares do modelo de escoras e tirantes, estas encontram-se definidas no ponto 3 do documento do ANEXO A2.3.

As disposições construtivas relativas à viga parede nomeadamente, a determinação da área de armadura vertical e horizontal a ser distribuída ao longo do comprimento e altura da viga parede, podem ser consultadas igualmente no anexo A2.3 no ponto 4 do documento. As soluções construtivas adotadas para a armadura vertical e horizontal a distribuir ao longo da viga parede apresentam-se na tabela 5.4.

Tabela 5.4 - Soluções construtivas relativas às áreas de armadura distribuídas a prover em cada uma das faces da viga parede.

	Solução construtiva	$A_{s,prov}$
	[-]	[cm ² /m/face]
Armadura vertical distribuída em cada face	φ8//15,0	3,35
Armadura horizontal distribuída em cada face	φ6//10,0	2,83

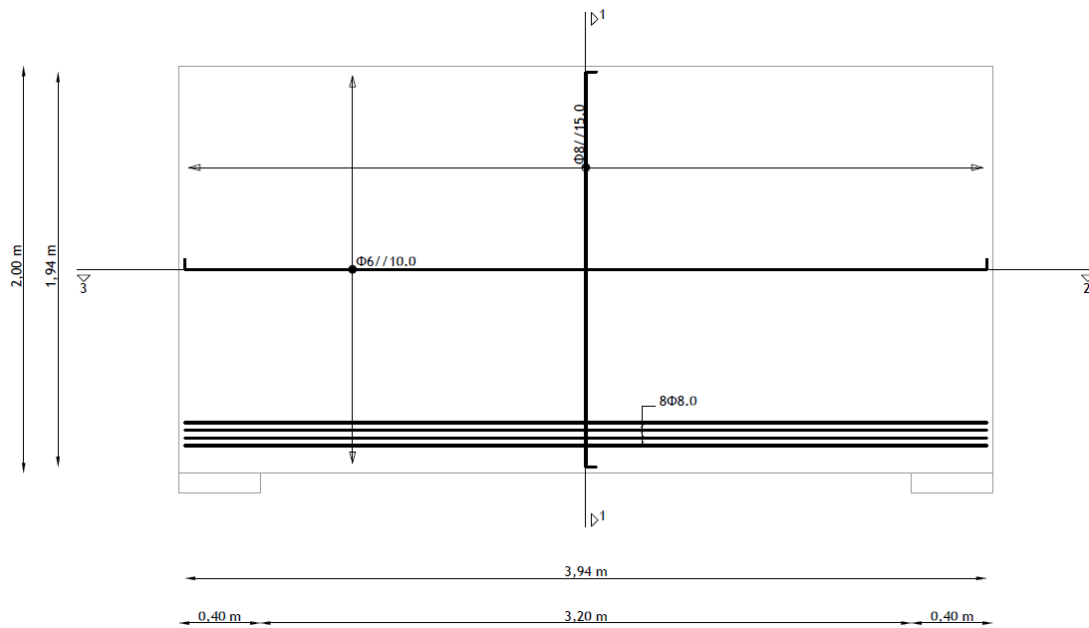


Figura 5.18 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares relativas à viga parede.

CORTE 1-1

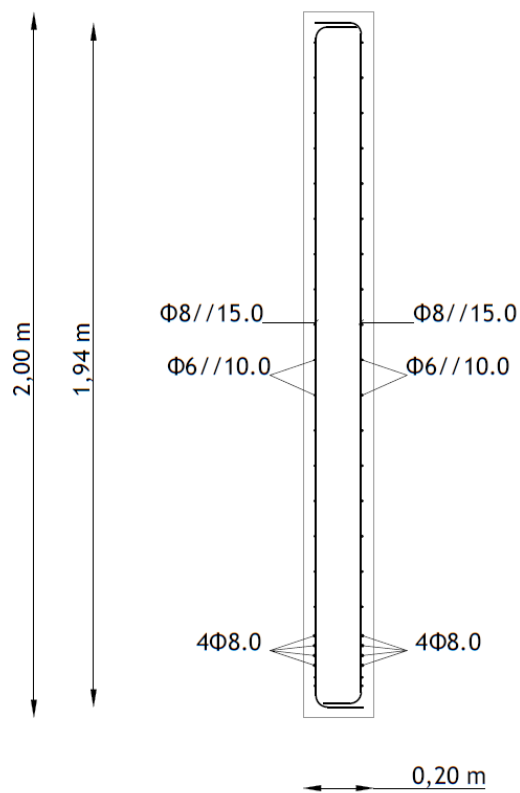


Figura 5.19 - Pormenorização de armaduras relativas ao corte transversal no meio vão da viga parede.

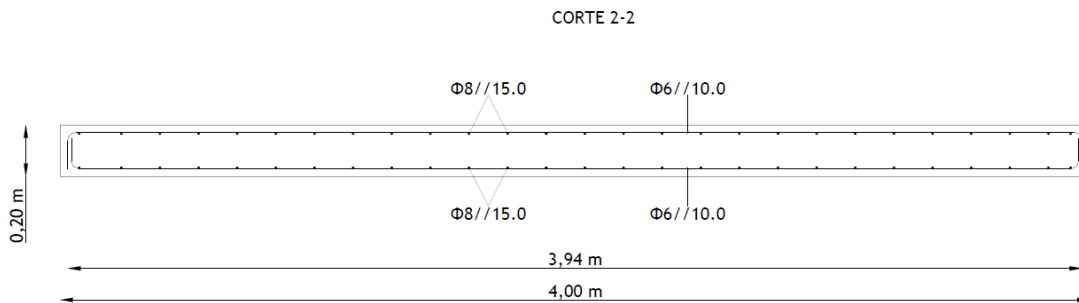


Figura 5.20 - Pormenorização de armaduras relativas ao corte longitudinal à cota 2,0 metros.

5.3 Consolas curtas

5.3.1 Características geométricas e mecânicas

O segundo exemplo de aplicação que se apresenta diz respeito a um conjunto de consolas curtas com uma espessura de 0,50 metros e com as dimensões em alçado que se apresentam na figura 5.21, que efetua uma ligação continua com um pilar inferior e um pilar superior. As consolas curtas que se apresentam, estão sujeitas a um carregamento externo não simétrico. O pilar superior descarrega uma força total de 1000 KN no entanto, uma vez que o pilar apresenta uma largura de 0,50 metros a força transferida para a consola curta corresponde a uma força globalmente distribuída de 2000 KN/m. Na consola curta do lado esquerdo atua uma força de 300 KN e na consola curta do lado direito atua uma força de 600 KN. A transferência das forças para as consolas curtas é feita por intermédio de duas placas com comprimento igual a 0,20 metros. No que se refere às condições de apoio do conjunto das consolas curtas, estas apoiam-se sobre um pilar inferior com secção quadrada com 0,50 metros de lado. As dimensões globais do elemento estrutural são apresentadas na figura 5.21 assim como as condições de carregamento externo.

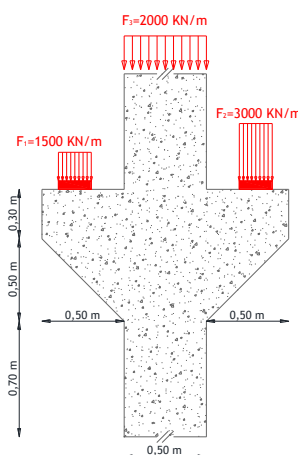


Figura 5.21 - Características geométricas das consolas curtas. Vista em alçado, respetivas dimensões e condições de carregamento externo.

No que concerne aos materiais, adotou-se uma classe de betão C25/30 com um diâmetro máximo de agregado igual a 15,0 mm e uma classe de aço A400. O recobrimento adotado é igual a 3,0 cm.

5.3.2 Análise elástica e linear

As direções das tensões principais foram obtidas através da modelação do elemento estrutural no *software* de análise de estruturas [14] com recurso a elementos finitos planos de oito nós. Na figura 5.22 demonstra-se a malha de elementos finitos definida para a dupla consola curta, respetivas condições de apoio e carregamento externo. Os aparelhos de apoio foram modelados com recuso ao bloqueio da translação OY , dos nós correspondentes à base do pilar no qual as consolas curtas de apoiam.

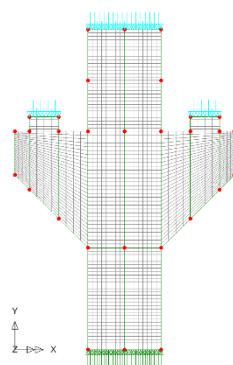


Figura 5.22 - Modelo do conjunto de consolas curtas no *software* de análise de estruturas [14]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.

De acordo com a análise elástica e linear efetuada, na figura 5.23 apresentam-se as direções das tensões principais para o elemento estrutural em análise e para o carregamento externo considerado.

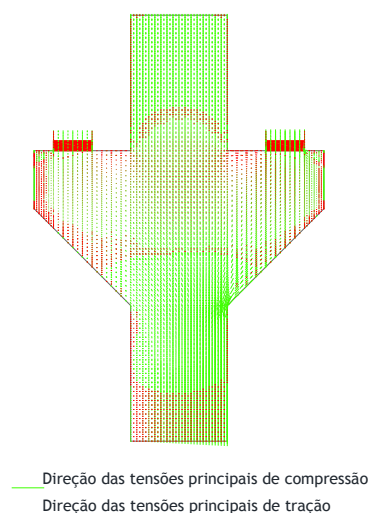


Figura 5.23 - Direções das tensões principais de tração e compressão no elemento estrutural em análise.

Da análise do elemento estrutural no *software* de cálculo automático, obtiveram-se ainda, um diagrama de tensões na direção OX e diagramas de forças distribuídas na direção OY . Na figura 5.24 apresenta-se o diagrama de tensões na direção OX relativo a um corte transversal no eixo de simetria do elemento estrutural assim como as respetivas resultantes do bloco de compressões e trações principais. Efetuou-se ainda um corte longitudinal na zona relativa à base do pilar inferior para o qual se obteve o diagrama de forças distribuídas na direção OY conforme se demonstra na figura 5.25. Na figura 5.26 apresenta-se um corte longitudinal na zona média do pilar superior que concorre nas consolas curtas, no qual se apresenta o diagrama de forças distribuídas na direção OY .

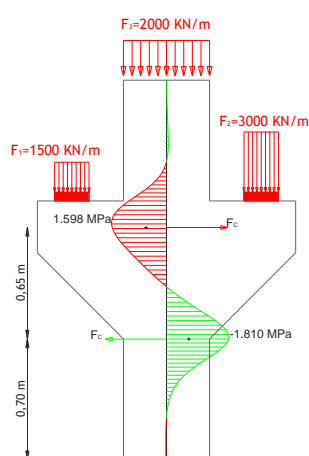


Figura 5.24 - Diagrama de tensões na direção OX , relativo ao corte transversal no eixo de simetria das consolas curtas e respetivas resultantes de compressão e tração.

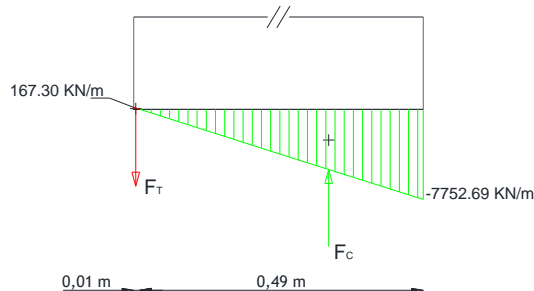


Figura 5.25 - Diagrama de força distribuída na direção OY , relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior.

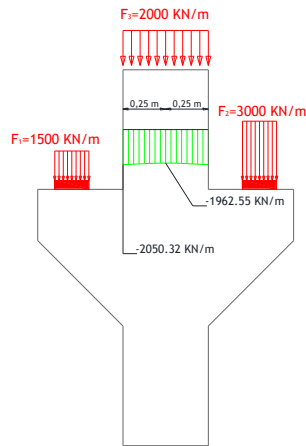


Figura 5.26 - Diagrama de força distribuída na direção OY , relativo ao corte longitudinal na zona média do pilar superior que concorre na dupla consola curta.

5.3.3 Determinação do modelo de escoras e tirantes inicial

A determinação do modelo de escoras inicial para a dupla consola curta em análise foi determinado com base nos diagrama de tensões e nos diagramas de forças distribuídas apresentados nas figura 5.24, 5.25 e 5.26. O modelo de escoras e tirantes inicial desenvolvido para o elemento estrutural em análise apresenta-se na figura 5.27.

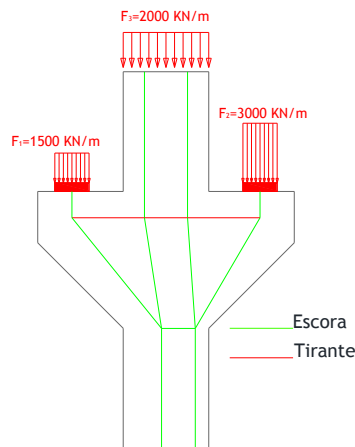


Figura 5.27 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial.

Inicialmente definiram-se os elementos horizontais com recurso ao diagrama de tensões na direção OX , relativo ao corte transversal no eixo de simetria do elemento estrutural apresentado na figura 5.24. Assim, o eixo longitudinal do tirante e da escora horizontal posicionam-se de acordo com a resultante do bloco de trações e do bloco de compressões respetivamente.

No que se refere às escoras verticais relativas ao pilar superior que concorre nas consolas curtas, estas foram definidas de acordo com o diagrama forças distribuídas na direção OY ,

relativo ao corte longitudinal da zona média do pilar superior apresentado na figura 5.26. O posicionamento das escoras verticais foi obtido de acordo com a figura 5.28. Procedeu-se à divisão do diagrama apresentado em duas partes iguais, cada uma correspondente a uma força de 500 kN. O posicionamento das escoras verticais coincide com os centros de gravidade das duas partes definidas.

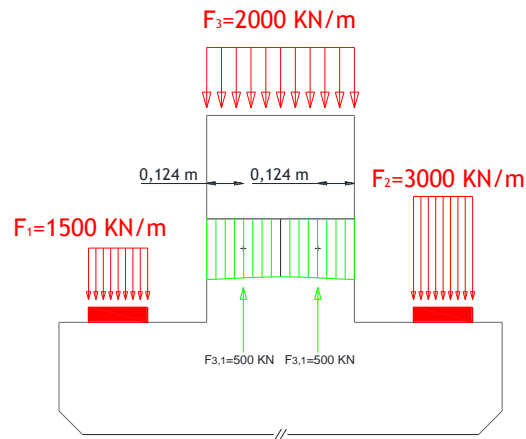


Figura 5.28 - Posicionamento das escoras verticais relativas ao pilar superior que concorre nas consolas curtas e forças correspondentes.

O posicionamento das escoras verticais relativas ao pilar inferior no qual a dupla consola curta se apoia foi determinado de acordo com o diagrama de forças distribuídas na direção OY , relativo ao corte longitudinal na zona apoio do pilar inferior apresentado na figura 5.25.

A força de reação total na base do pilar inferior corresponde ao somatório das forças externas aplicadas no elemento estrutural em análise conforme se demonstra na expressão 5.6.

$$F_{R,total} = 1000,0 + 300,0 + 600,0 = 1900,0 \text{ kN} \quad (5.6)$$

Assim, de acordo com o diagrama apresentado na figura 5.25, a força de reação total na base do pilar corresponde ao valor apresentado na expressão 5.6.

O diagrama de força distribuída na base do pilar pode ser dividido da forma que se apresenta na figura 5.24.

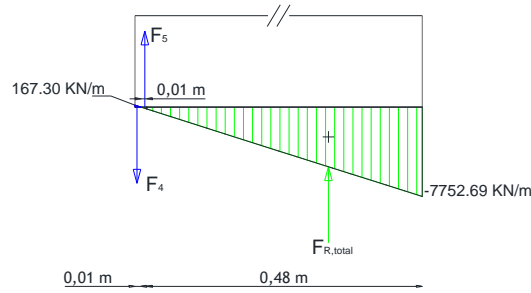


Figura 5.29 - Diagrama de força distribuída na direção OY , relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior e respetiva identificação da força de reação resultante.

Como se pode visualizar na figura 5.29 a divisão do diagrama de forças distribuídas resulta num total de três forças resultantes sendo que, as forças F_4 e F_5 são forças que se autoequilibram e a força de reação resultante $F_{R,total}$ equilibra a totalidade do carregamento externo aplicado no elemento estrutural.

No que se refere à força de reação resultante, esta pode ainda ser subdividida em duas forças $F_{R,1}$ e $F_{R,2}$. As magnitudes das forças $F_{R,1}$ e $F_{R,2}$ são apresentadas nas expressões 5.8 e 5.9.

$$F_{R,1} = F_1 + \frac{F_3}{2} = 800,0 \text{ KN} \quad (5.7)$$

$$F_{R,2} = F_3 + \frac{F_3}{2} = 1100,0 \text{ KN} \quad (5.8)$$

Posto isto, a posição das escoras relativas ao pilar inferior do elemento estrutural em análise correspondem em sentido e direção à resultante das forças $F_{R,1}$ e $F_{R,2}$ conforme se demonstra na figura 5.30.

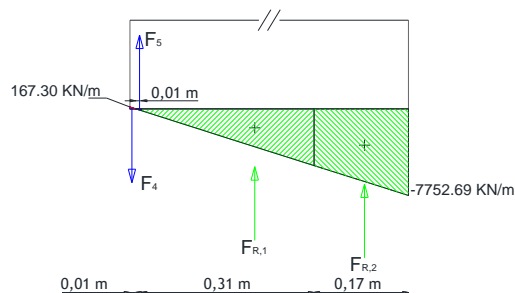


Figura 5.30 - Diagrama de forças distribuídas na direção OY , relativo ao corte longitudinal na base do pilar inferior, identificação das forças resultantes que equilibram o carregamento externo e posição das escoras relativas ao pilar inferior do elemento estrutural.

A posição das escoras verticais imediatamente abaixo dos aparelhos de transmissão do carregamento externo foram definidas de acordo com a direção, sentido e posição da resultante

das forças que atuam em cada uma das consolas curtas. Os elementos oblíquos resultam da compatibilização dos elementos atrás definidos.

De acordo com a expressão 5.1 é possível obter o grau de indeterminação estática para o modelo de escoras e tirantes inicial apresentado na figura 5.27 e que se apresenta na expressão 5.10.

$$\alpha_{br} = 14 + 4 - 2 \times 12 = -6 \quad (5.9)$$

Constata-se, a partir do resultado obtido a partir da expressão 5.5 que o modelo de escoras e tirantes inicial desenvolvido para as consolas curtas corresponde a um modelo hipostático pelo que, será aplicada a metodologia proposta.

5.3.4 Determinação do modelo de escoras e tirantes final

A resolução do modelo de escoras e tirantes inicial apresentado na figura 5.27 foi efetuada com recurso ao programa de cálculo automático desenvolvido STM_UBI. O modelo estrutural introduzido no programa, numeração dos elementos barra e numeração dos nós apresentam-se na figura 5.31.

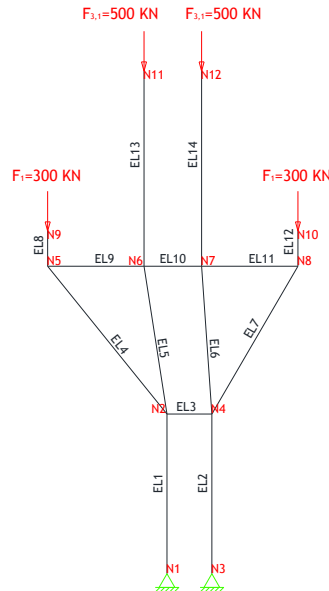


Figura 5.31 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos tipo barra.

No que se refere às características geométricas e mecânicas dos elementos tipo barra que constituem o modelo de escoras e tirantes inicial, adotaram-se os valores apresentados nas expressões 5.2 e 5.3. Os elementos barra EL9, EL10 e EL11, que correspondem aos tirantes do

modelo de escoras e tirantes inicial, foram modelados com elementos tipo barra com nós articulados sendo que, os restantes elementos que correspondem a escoras foram modelados com elementos tipo barra com nós contínuos. Relativamente ao módulo de elasticidade dos elementos tipo barra foi adotado um valor igual a 30 GPa. No ANEXO A.3.1 pode ser consultado o documento de introdução de dados das características do modelo de escoras e tirantes inicial criado para leitura do programa STM_UBI.

Com base nos dados introduzidos, efetuou-se o cálculo do modelo de escoras e tirantes inicial. O diagrama de momento fletor e os valores de esforço axial nos elementos tipo barra, obtidos através do programa STM_UBI apresentam-se na figura 5.32.

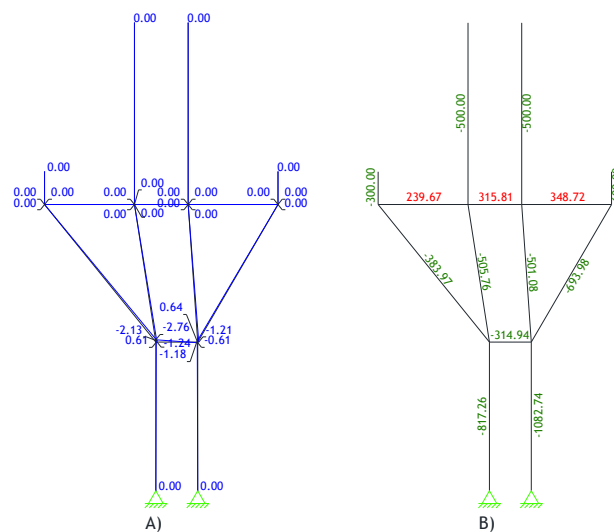


Figura 5.32 - Modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm . B) Esforço axial nos elementos barra em KN .

Na figura 5.33 apresenta-se o diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e inicial.

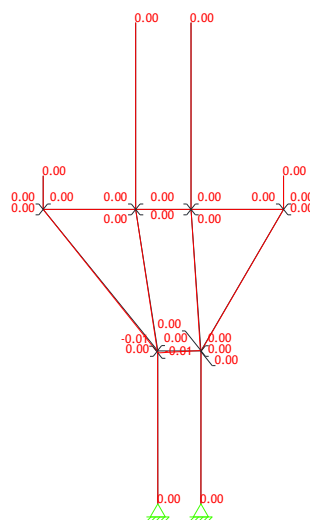


Figura 5.33 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.

Como se pode visualizar a partir da figura 5.33, o diagrama da linha “C” para o modelo de escoras e tirantes, corresponde a valores nulos ou bastante reduzidos. Devido a este facto, consta-te que o modelo equilibra a totalidade do carregamento externo apenas por esforços axiais de compressão e de tração sendo que, os valores de momentos fletores no modelo correspondem a valores nulos ou bastante reduzidos. Assim, o modelo de escoras e tirantes inicial definido corresponde neste caso, ao modelo de escoras e tirantes final em equilíbrio com nós articulados para o carregamento externo que lhe está aplicado. O modelo de escoras e tirantes final apresenta a mesma geometria do modelo apresentado na figura 5.27. Os esforços para dimensionamento dos elementos do modelo de escoras e tirantes final são apresentados na figura 5.32 B),

5.3.5 Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

5.3.5.1 Verificações de segurança relativas aos tirantes

Para a solução de armadura para o tirante principal do elemento estrutural em análise adotou-se a utilização de varões com diâmetro igual a 12,0 mm. Do cálculo efetuado com recurso ao programa de cálculo automático STM_UBI, obtiveram-se três áreas de armadura distintas para o tirante principal uma vez que, no modelo estrutural introduzido dividiu-se o tirante principal em três elementos barra conforme se demonstrou na figura 5.31. Assim, a área de armadura necessária a prover para o tirante principal, corresponde à maior área de armadura obtida nas verificações de segurança dos tirantes. A área necessária a prover para o tirante principal corresponde a 10,03 cm². A solução construtiva adotada em função do diâmetro do varão escolhido corresponde à colocação de um total de dez varões com diâmetro igual a 12,0 mm. Os varões serão dispostos dois a dois paralelamente com um espaçamento entre os varões igual a 0,20 metros. A amarração dos varões é feita com recurso a laços. As verificações relativas aos tirantes podem ser consultados no ANEXO A3.3 no ponto 2.1.

5.3.5.2 Verificações de segurança relativas aos nós singulares

Relativamente aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes para as consolas curtas, identificaram-se duas zonas críticas, para as quais se definiram dois nós singulares conforme se demonstra na figura 5.34. As verificações relativas aos nós singulares apresentados na figura 5.29 podem ser consultadas no ponto 2.2 do ANEXO A3.3.

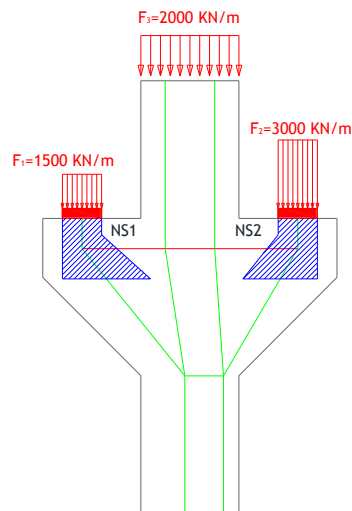


Figura 5.34 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes sujeitos a verificações de segurança.

O primeiro nó singular denominado NS1, diz respeito à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo da consola curta do lado esquerdo. O nó singular definido corresponde a um nó do tipo CCT no qual concorrem, de acordo com a numeração utilizada na figura 5.31, as escoras EL4 e EL8 e o tirante EL9. A geometria deste nó singular é condicionada pela largura da placa na qual atua o carregamento externo e pela solução construtiva adotada para a armadura do tirante. Como se referiu anteriormente, a solução adotada para o tirante principal corresponde a um conjunto de 10 varões de diâmetro igual a 12,0 mm, dispostos dois a dois paralelamente com uma amarração em forma de laço. A geometria do nó singular é apresentada na figura 5.35 e na tabela 5.5 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes nas facetas do nó singular apresentado e as respetivas tensões admissíveis.

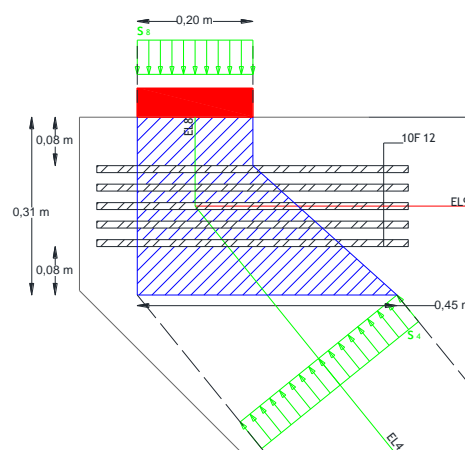


Figura 5.35 - Geometria do nó singular NS1 relativo à zona junto do ponto de aplicação da ação externa na consola curta do lado esquerdo.

Tabela 5.5 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta interseta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
1	1	4	5	-1,36	-12,75	OK
1	2	8	5	3,02	-12,75	OK

O segundo nó singular denominado NS2, diz respeito à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo da consola curta do lado direito. O nó singular corresponde a um nó do tipo CCT no qual concorrem, de acordo com a numeração apresentada na figura 5.31, as escoras EL7 e EL12 e o tirante EL 11. Neste caso a geometria do nó singular é igualmente condicionada pela largura da placa na qual atua o carregamento externo e pela solução construtiva do tirante principal. Assim, na figura 5.36 apresenta-se a geometria do nó singular NS2 e na tabela 5.6 apresentam-se as tensões nas facetas do nó singular e as respetivas tensões admissíveis.

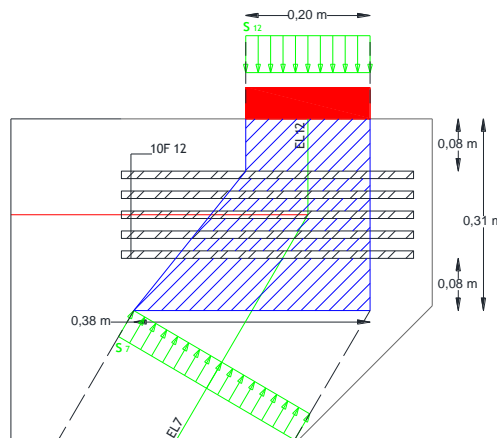


Figura 5.36 - Geometria do nó singular NS2 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo da consola curta do lado direito.

Tabela 5.6 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta interseta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
2	3	7	8	3,15	-12,75	OK
2	4	12	8	6,00	-12,75	OK

5.3.6 Disposições construtivas e desenhos de pormenor

Relativamente às disposições construtivas às armaduras principais e suplementares, estas podem ser consultadas no ponto 3 do no ANEXO A.3.3.

No que se refere às armaduras suplementares a dispor no elemento estrutural, determinou-se a área de armadura a ser distribuída verticalmente com valor igual ao que se apresenta na expressão 5.6, e que corresponde a 25% da armadura do tirante principal. A área de armadura apresentada de acordo com a expressão 5.11 determinou-se de acordo a recomendação constante na norma NP EN 19921-1.

$$A_{s,ink} = 0,50 \times \frac{N_{EL2}}{f_{syd}} = 15,56 \text{ cm}^2 \quad (5.11)$$

$$A_{s,ink,face} = \frac{A_{s,ink}}{1,44} \div 2 = 5,40 \text{ cm}^2 \quad (5.12)$$

A solução adotada para as armaduras suplementares das consolas curtas corresponde à colocação de estribos verticais e horizontais com diâmetro igual a 12,0 mm e espaçamento de 0,20 metros. De seguida apresenta-se a pormenorização das armaduras no conjunto de consolas curtas.

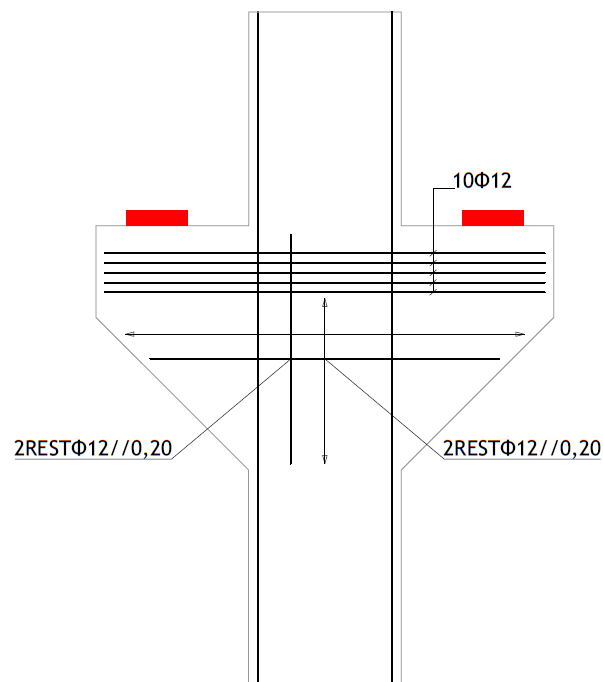


Figura 5.37 - Vista em alçado relativo à pormenorização da armadura principal e suplementar do conjunto das consolas curtas.

5.4 Parede com abertura

5.4.1 Características geométricas e mecânicas

O elemento estrutural que se apresenta diz respeito a uma parede com altura igual a 15,0 metros, uma largura total de 5,0 metros que apresenta uma abertura e espessura igual a 0,40 metros conforme se apresenta na figura 5.38. A parede está submetida a um carregamento externo não simétrico. O carregamento externo é introduzido na estrutura por meio de duas placas com largura igual a 1,0 metros sendo que no lado esquerdo atua uma força de 1000 KN e no lado direito uma força de 3000 KN. Uma vez que as forças são transferidas para o elemento estrutural através de placas, a força externa no lado esquerdo da estrutura corresponde a uma força distribuída de 1000 KN/m e no lado direito a uma força distribuída de 3000 KN/m. No que se refere às condições de apoio da parede, esta apoia-se continuamente ao longo dos 5,0 metros de largura. Na figura 5.38 apresenta-se a geometria do elemento estrutural e condições de carregamento externo.

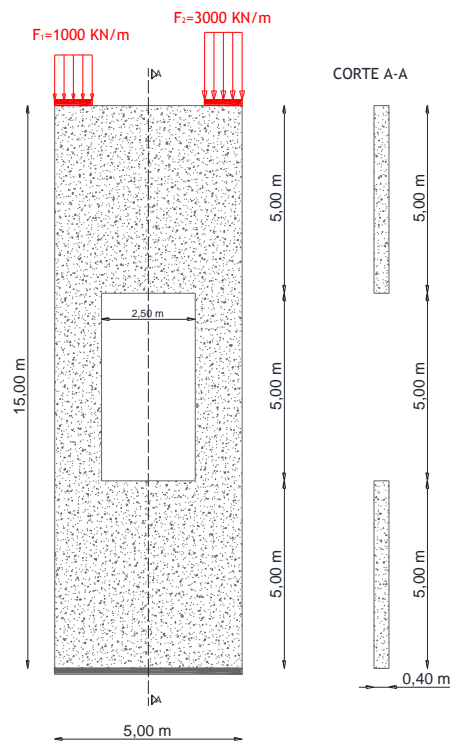


Figura 5.38 - Características geométricas da parede e condições de carregamento externo. Vista em alçado, corte transversal relativo ao meio vão da parede e respectivas dimensões.

Relativamente aos materiais que constituem a parede adotou-se um betão com classe de resistência C25/30 com diâmetro máximo do agregado igual a 15,0 mm e para o aço das armaduras adotou-se uma classe A400. O recobrimento considerado para a parede corresponde a 3,0 cm.

5.4.2 Análise elástica e linear

Efetuiu-se um análise elástica e linear da parede apresentada na figura 5.38 com recurso ao *software* de análise de estruturas [14] com o objetivo de se obterem as direções das tensões principais. A parede foi modelada com recurso a elementos finitos planos de oito nós. Na figura 5.39 apresenta-se o modelo da parede modelado no *software* de análise de estruturas, a malha de elementos finitos, condições de carregamento externo e de apoio. No que se refere às condições de apoio da parede, estas foram modeladas com recuso a um apoio linear com bloqueio da translação OY dos nós relativos à base da parede.

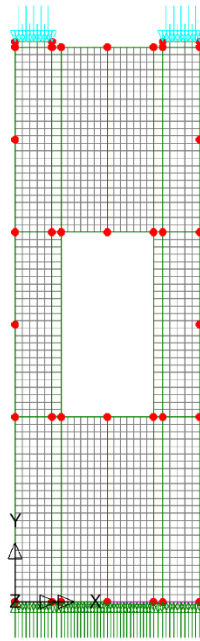


Figura 5.39 - Modelo da parede no *software* de análise de estruturas [14]. Malha de elementos finitos planos de oito nós, condições de carregamento externo e condições de apoio.

De acordo com a análise linear e elástica efetuada, na figura 5.40 apresenta-se as direções das tensões principais para a parede de acordo com o carregamento externo considerado.

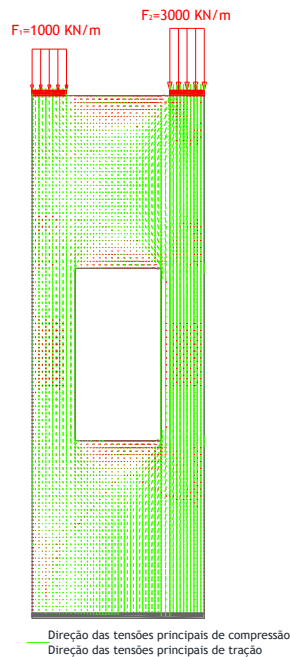


Figura 5.40 - Direção das tensões principais de tração e compressão no elemento estrutural em análise.

Com base nos resultados obtidos através da análise da parede foram ainda efetuados cortes transversais e longitudinais na parede modelada no *software* [14] no sentido de se conhecer a variação das tensões na direção OX e OY , para assim ser possível definir um modelo de escoras e tirantes inicial.

Na figura 5.41 apresenta-se um corte transversal relativo ao meio vão da viga parede com a variação das tensões na direção OX . Neste corte são igualmente apresentadas as forças resultantes dos blocos de trações e compressões o longo corte. Na figura 5.42 apresenta-se um corte transversal à cota de 12,50 metros no qual se apresenta a variação das tensões na direção OY . A figura 5.43 diz respeito a um corte longitudinal à cota 7,50 metros no qual se apresenta a variação das tensões na direção OY . O último corte efetuado diz respeito a um corte longitudinal na base da parede que se apresenta na figura 5.44 no qual se apresenta um diagrama relativo às forças distribuídas ao longo da base da parede.

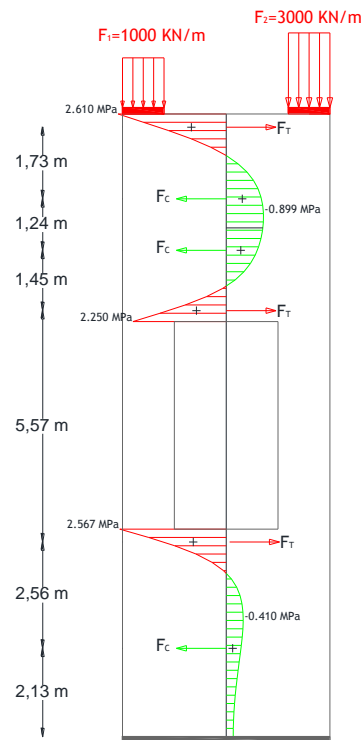


Figura 5.41 - Diagrama de tensões na direção XX relativo ao corte no meio vão da parede e respectivas resultantes das forças de compressão e tração.

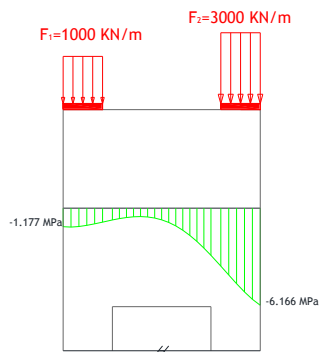


Figura 5.42 - Diagrama de tensões na direção OY relativo ao corte à cota de 12,50 metros.

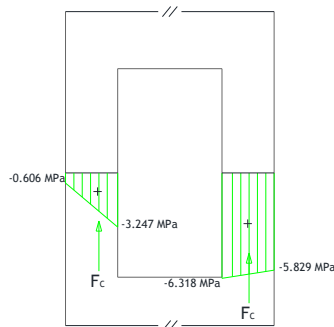


Figura 5.43 - Diagrama de tensões na direção OY relativo ao corte à cota 7,5 metros.

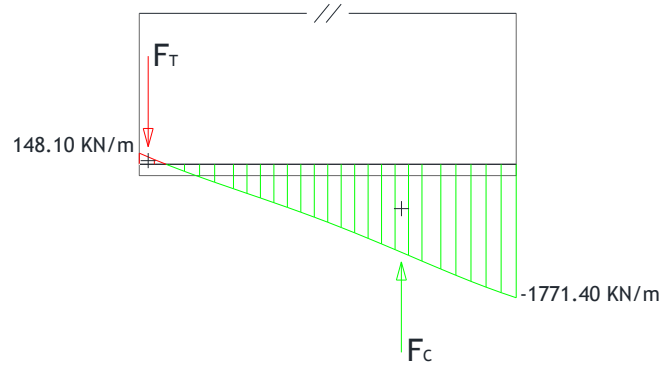


Figura 5.44 - Diagrama de forças distribuídas na direção OY relativo ao corte na base da parede.

5.4.3 Modelo de escoras e tirantes inicial

O modelo de escoras e tirantes inicial desenvolvido para a parede em análise apresenta-se na figura 5.45. A posição das escoras e tirantes que constituem o modelo foi determinada com base nos diagramas de tensões e forças distribuídas apresentados nas figuras 5.41 a 5.44.

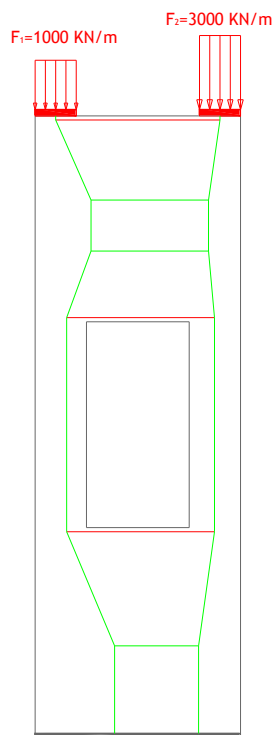


Figura 5.45 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial.

Os elementos horizontais que constituem o modelo de escoras e tirantes inicial definiram-se de acordo com o diagrama de tensões na direção OX relativo ao corte no meio vão da parede apresentado na figura 5.41. A posição das escoras horizontais coincide com a resultante das forças de compressão, relativas aos troços de compressões do diagrama de tensões

apresentado. No que se refere à posição dos tirantes, estes foram posicionados de forma a que a armadura que resulte do cálculo do modelo se encontre concentrada nas zonas onde ocorrem as máximas tensões de tração. Assim, o tirante relativo ao topo da parede e os tirantes na zona superior e inferior da abertura da parede foram posicionados tendo em conta o recobrimento do elemento estrutural e uma possível solução de armadura de forma a que a sua posição se aproximasse o mais possível da zona das trações máximas. O facto de o programa de cálculo automático permitir que de uma forma simples se proceda à alteração da geometria com base num ambiente gráfico computacional permite que se possa determinar, com base num processo iterativo, o posicionamento ótimo para os tirantes de forma a que a solução de armaduras se posicionem nas zonas onde ocorram as máximas tensões de tração.

No que se refere ao posicionamento das escoras verticais da zona superior do elemento parede, este foi determinado com base no diagrama de tensões na direção OY , relativo ao corte longitudinal à cota de 12,50 metros apresentado na figura 5.42. Com base no diagrama apresentado determinou-se a área correspondente à força aplicada no lado direito da parede e a área correspondente à força aplicada no lado esquerdo da parede. Com base nessas áreas determinaram-se os seus centros geométricos que correspondem ao posicionamento das escoras verticais conforme se demonstra na figura 5.46.

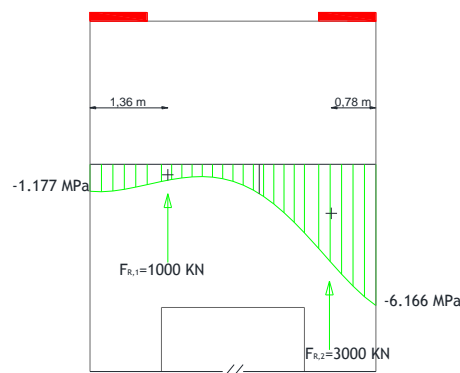


Figura 5.46 - Identificação da posição das escoras verticais relativas à zona superior da parede com base no diagrama apresentado na figura 5.43.

As escoras verticais nas duas zonas adjacentes à abertura da parede, foram igualmente definidas com base nos centros geométricos das áreas relativas aos diagramas de tensões na direção OY apresentados na figura 5.43.

O posicionamento das escoras verticais relativas à parte inferior da parede foi determinado de acordo com o digrama de força distribuída apresentado na figura 4.44. A força de reação total na base da parede corresponde ao somatório das forças externas aplicadas conforme se demonstra na expressão 5.13.

$$F_{R,total} = 1000,00 + 3000,00 = 4000,00 \text{ KN} \quad (5.13)$$

A força de reação total na base da parede corresponde ao valor apresentado na expressão 5.13. O diagrama de força distribuída na base da parede pode ser dividido da forma que se apresenta na figura 5.47.

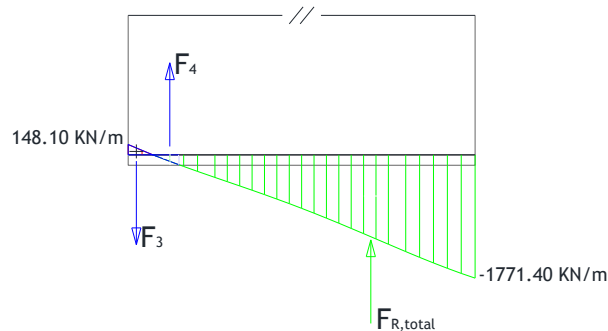


Figura 5.47 - Identificação da área do diagrama de força distribuída relativa à força de reação total. Identificação das forças que atuam na base da parede.

Com base no diagrama apresentado na figura 5.48, as forças F_3 e F_4 autoequilibram-se pelo que, a força $F_{R,total}$ corresponde ao valor apresentado na expressão 5.13 que equilibra a totalidade do carregamento externo. A força de reação resultante ($F_{R,total}$), pode ser subdividida em duas forças $F_{R,1}$ e $F_{R,2}$.

O valor destas forças $F_{R,1}$ e $F_{R,2}$ corresponde aos apresentados nas expressões 5.14 e 5.15.

$$F_{R,1} = F_1 = 1000,0 \text{ KN} \quad (5.14)$$

$$F_{R,2} = F_2 = 3000,0 \text{ KN} \quad (5.15)$$

Para o diagrama apresentado na figura 5.47, determinaram-se as áreas relativas a cada uma das forças apresentadas nas expressões 5.13 e 5.14. Definidas as áreas correspondentes a cada força, determinaram-se os seus centros geométricos.

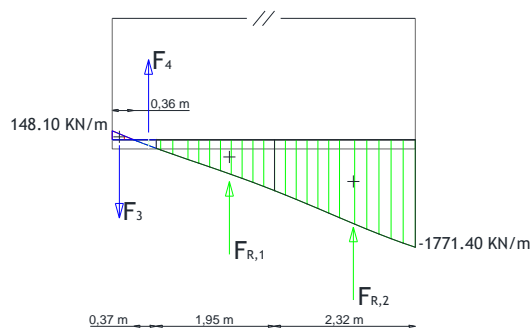


Figura 5.48 - Diagrama de força distribuída na direção OY relativo à base da parede. Identificação das áreas relativas a cada uma das forças externas aplicadas na parede em análise. Identificação dos centros geométricos das respetivas.

As escoras verticais relativas à zona inferior da base da parede fizeram-se coincidir com os centros geométricos apresentados na figura 5.48.

As restantes escoras que constituem o modelo de escoras e tirantes definiram-se por compatibilização com os vários elementos anteriores definidos.

De acordo com a expressão 5.1, o grau de indeterminação estática relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial definido para a parede corresponde ao valor que se apresenta na expressão 5.16.

$$\alpha_{br} = 20 + 4 - 2 \times 16 = -8 \quad (5.16)$$

De acordo com o o valor obtido na expressão 5.15, verifica-se que o modelo de escoras e tirantes inicial desenvolvido, corresponde a um modelo hipostático pelo que, será aplicada a metodologia proposta para determinação da configuração geométrica com nós articulados em equilíbrio com o carregamento externo.

5.4.4 Modelo de escoras e tirantes final

A análise do modelo de escoras e tirantes inicial apresentado na figura 5.45 foi efetuada com recurso ao programa de cálculo automático STM_UBI. A configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e condições de carregamento externo introduzidos no programa apresentam-se na figura 5.49 com a respetiva numeração dos elementos barra e dos nós do modelo.

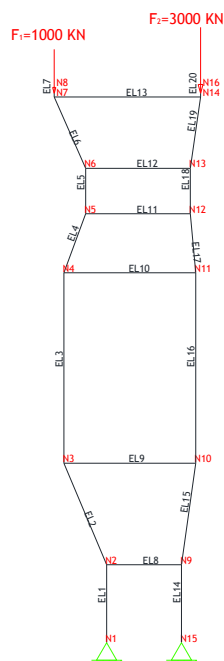


Figura 5.49 - Modelo de escoras e tirantes inicial, condições de apoio e carregamento externo. Numeração dos nós e dos elementos barra.

As características geométricas e mecânicas dos elementos tipo barra adotadas correspondem aos valores apresentados nas expressões 5.2 e 5.3. O módulo de elasticidade adotado para os elementos tipo barra corresponde ao valor de 30 GPa. Os tirantes do modelo foram modelados com elementos tipo barra com nós articulados e os restantes com elementos tipo barra com nós contínuos. Com base nos dados introduzidos efetuou-se a análise do modelo de escoras e tirantes inicial para o qual se obteve o diagrama de momento fletor e valores de esforço axial nos elementos barra que se apresentam na figura 5.50.

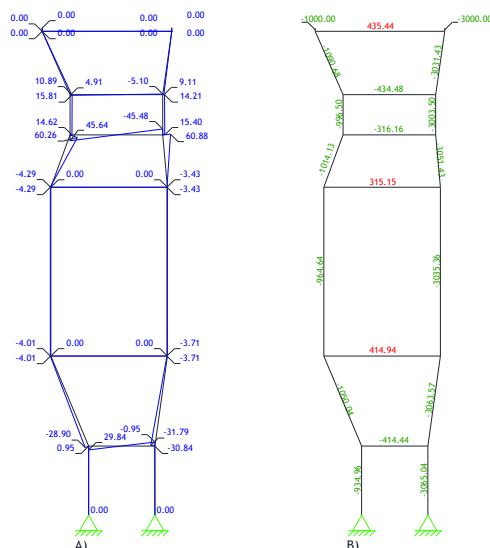


Figura 5.50 - Modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm . B) Esforço axial nos elementos barra em KN .

Na figura 5.51, apresenta-se o diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial.

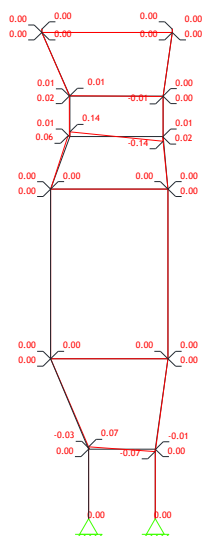


Figura 5.51 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial, obtido a partir do programa STM_UBI. Valores de excentricidade apresentados em metros.

Conforme se pode verificar a partir do digrama da linha “C” apresentado na figura 5.51, a configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial encontra-se quase em equilíbrio, uma vez que os valores de excentricidade associados aos nós, correspondem a valores reduzidos ou nulos no entanto, os valores de excentricidade associados aos nos N2, N5, N9 e N12 ainda existem alguns valores de excentricidade que necessitam de ser anulados para que se possa garantir o equilíbrio do modelo. Assim, na figura 5.52 apresenta-se o modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial com identificação dos elementos barra, nós, condições de apoio e carregamento externo.

Na figura 5.53 apresenta-se o digrama de momento fletor e valores de esfoço axial para o modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial e na figura 5.54 o respetivo diagrama da linha “C”. No ANEXO A.4.1 apresenta-se o documento relativo à introdução de dados do modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 5.52.

Os resultados da análise do modelo de escoras e tirantes apresentados na figura 5.52, obtidos a partir do programa de cálculo automático STM_UBI, podem ser consultados no ANEXO A4.2.

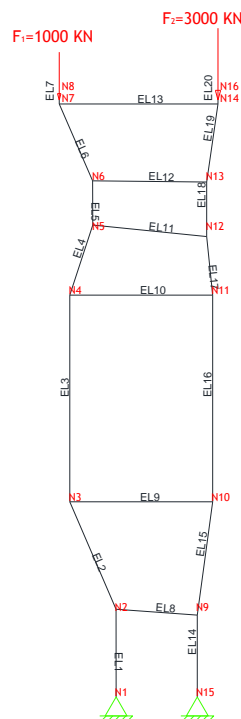


Figura 5.52 - Modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial e condições de apoio. Numeração dos nós e dos elementos barra.

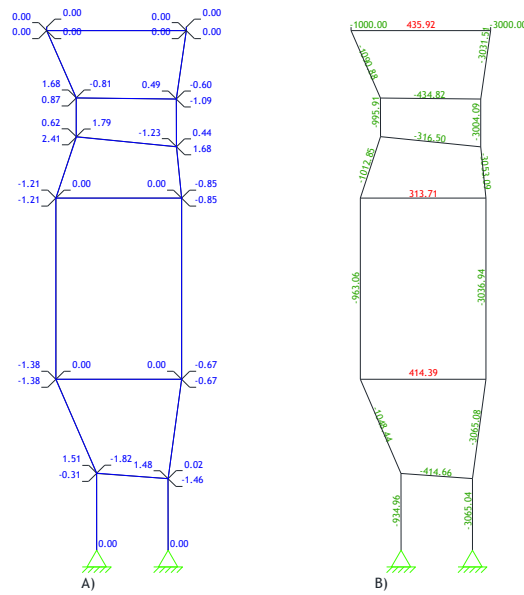


Figura 5.53 - Modelo de escoras e tirantes resultante da configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. A) Diagrama de momento fletor em KNm . B) Esforço axial nos elementos barra em KN .

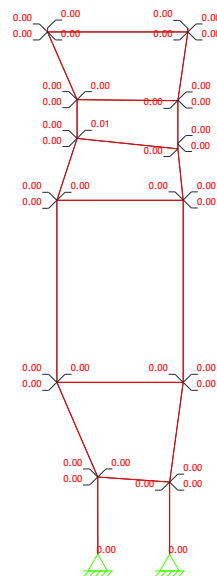


Figura 5.54 - Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial. Valores de excentricidade apresentados em metros.

Com base no diagrama da linha “C” apresentado na figura 5.54, verifica-se que o modelo de escoras e tirantes resultante da reconfiguração geométrica do modelo de escoras e tirantes inicial apresenta valores nulos de excentricidade. Assim, a configuração do modelo apresentado na figura 5.52 corresponde ao modelo de escoras e tirantes final com nós articulados, em equilíbrio com o carregamento externo.

O modelo de escoras e tirantes final apresenta-se na figura 5.55.

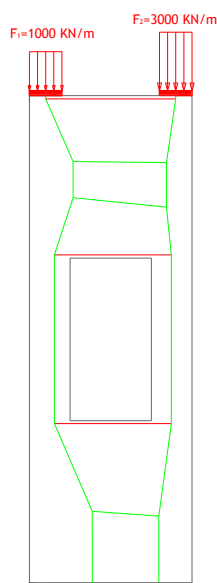


Figura 5.55 - Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final.

5.4.5 Verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

5.4.5.1 Verificações de segurança relativas aos tirantes

Para a solução de armaduras para os tirantes principais adotou-se a utilização de varões com diâmetro igual a 20,0 mm. Do cálculo efetuado pelo programa de cálculo automático STM_UBI, as áreas de armadura necessárias para cada tirante e o número de varões a considerar são apresentados na tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Solução construtiva para os varões relativos aos tirantes do modelo de escoras e tirantes final.

Nº do tirante	Elemento barra do modelo	$A_{s,req}$	Nº de varões
[-]	[-]	[cm ²]	[-]
1	EL9	11.91	4
2	EL10	9.02	4
3	EL13	12.53	4

Os varões para os tirantes principais, serão dispostos dois a dois paralelamente com uma amarração em forma de laço e com um espaçamento igual a 0,02 metros. Os dados relativos às verificações de segurança dos tirantes principais podem ser consultadas no ponto 2.1 do ANEXO A.4.3.

5.4.5.2 Verificações de segurança relativas aos nós singulares

No que se refere aos nós singulares do modelo de escoras e tirantes final, consideraram-se duas zonas críticas junto do ponto de aplicação do carregamento externo para as quais se definiram dois nós singulares, conforme se apresenta na figura 5.56. As verificações relativas aos nós singulares podem ser consultadas no ponto 2.2 do ANEXO A4.4.

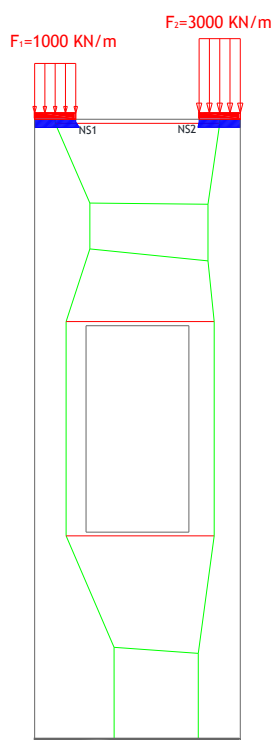


Figura 5.56 - Identificação dos nós singulares do modelo de escoras tirantes sujeitos a verificações de segurança.

O primeiro nó singular denominado NS1, foi definido junto da zona abaixo do ponto de aplicação do carregamento externo do lado esquerdo da parede em análise. O nó definido corresponde a um nó singular do tipo CCT no qual, concorrem duas escoras (EL7 e EL6) e um tirante (EL13). A geometria do nó definido é condicionada pela largura da placa através da qual o carregamento externo é introduzido na estrutura e da solução construtiva adotada. A geometria do nó singular NS1 apresenta-se na figura 5.57 e na tabela 5.8 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes no nó singular NS1 e as respetivas tensões admissíveis.

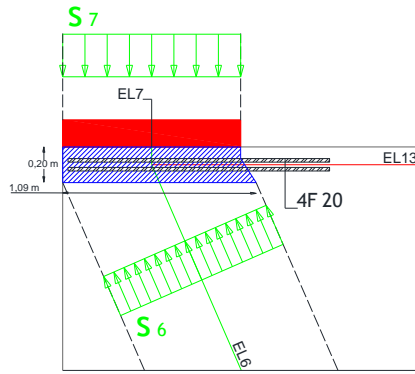


Figura 5.57 - Geometria do nó NS1 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo do lado esquerdo da parede em análise.

Tabela 5.8 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS1.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta intersesta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
1	1	6	7	-2.30	-12.75	OK
1	2	7	7	-2.50	-12.75	OK

O segundo nó singular denominado NS2, foi definido junto da zona abaixo do ponto de aplicação do carregamento externo do lado direito da parede em análise. O nó definido corresponde a um nó singular do tipo CCT no qual, concorrem duas escoras (EL19 e EL20) e um tirante (EL13). A geometria do nó definido é igualmente condicionada pela largura da placa através da qual o carregamento externo é introduzido na estrutura e da solução construtiva adotada. A geometria do nó singular NS2 apresenta-se na figura 5.58 e na tabela 5.9 apresentam-se os resultados relativos às tensões atuantes no nó singular NS2 e as respetivas tensões admissíveis.

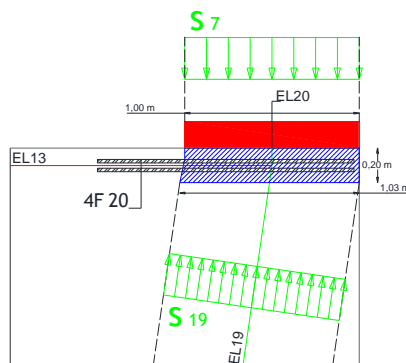


Figura 5.58 - Geometria do nó NS2 relativo à zona junto do ponto de aplicação do carregamento externo do lado direito da parede em análise.

Tabela 5.9 - Verificações de segurança relativas ao nó singular NS2.

Nó singular	Nº da faceta	Elemento barra que a faceta interseta	Nº do nó do modelo	Tensão atuante perpendicular à faceta	Tensão admissível na faceta	Verificação de segurança
[-]	[-]	[-]	[-]	[MPa]	[MPa]	[-]
2	3	19	14	-7.29	-12.75	OK
2	4	20	14	-7.50	-12.75	OK

Os nós singulares definidos para este exemplo de aplicação apresentam uma área inferior aos nós definidos para os exemplos de aplicação anteriores uma vez que, no modelo de escoras e tirantes definido para o elemento parede, a posição do tirante foi determinada de forma a que se aproximasse o mais possível da face exterior do elemento estrutural.

5.4.6 Disposições construtivas e desenhos de pormenor.

Relativamente às disposições construtivas relativas às armaduras principais e suplementares do modelo de escoras e tirantes, estas podem ser consultadas no ANEXO A.4.4.

As áreas de armadura vertical e horizontal a colocar nas faces da parede em análise são apresentadas na tabela 5.10 assim como, a respetiva solução construtiva.

Tabela 5.10 - Soluções construtivas relativas às áreas de armadura distribuídas, a prover em cada uma das faces da parede.

	Solução construtiva	$A_{s,prov}$
	[-]	[cm ² /m/face]
Armadura vertical distribuída em cada face	$\phi 8 // 7,5$	6,70
Armadura horizontal distribuída em cada face	$\phi 8 // 10,0$	5,03

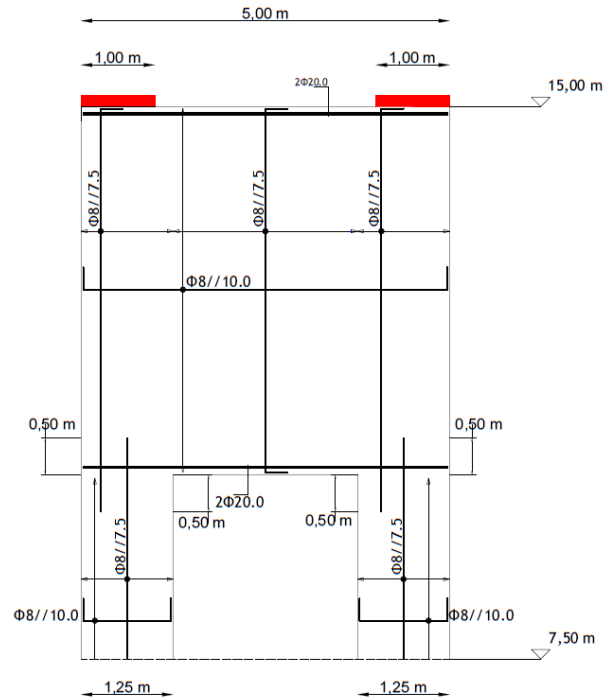


Figura 5.59 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares da metade superior parede com abertura a executar para cada uma das faces.

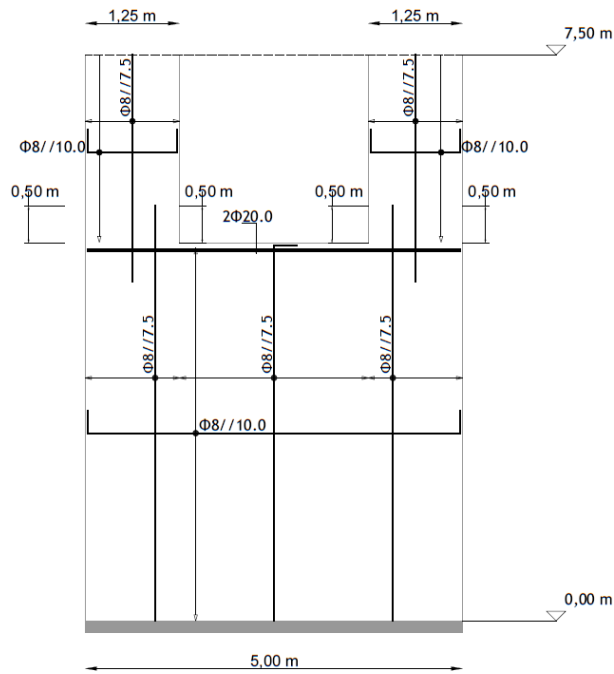


Figura 5.60 - Vista em alçado da pormenorização das armaduras principais e suplementares da metade inferior parede com abertura a executar para cada uma das faces.

Capítulo 6

Conclusões

O conceito relativo ao diagrama da linha “C” apresentado no Capítulo 3 ou seja, o diagrama que apresenta a variação da posição da resultante de uma força de compressão ou tração ao longo de um elemento tipo barra sujeito à interação de momento fletor e esforço axial, aplicado a estruturas reticuladas com carregamento externo aplicado nos nós, permite que seja possível obter uma configuração geométrica com base numa geometria inicial para a qual o carregamento externo aplicado seja equilibrado total ou parcialmente através de esforços axiais de compressão ou tração.

A análise paramétrica efetuada com o objetivo de determinar a gama de valores relativos à relação entre o momento de inercia e a área de secção a adotar para os elementos que constituem o modelo de escoras e tirantes inicial demonstrou, que a gama de valores a adotar deve situar-se entre relações $\frac{I}{A}$ de $10^{-3}m^2$ e relações de $\frac{I}{A}$ de $10^{-10}m^2$ sendo que, o valor recomendado corresponde à relação $\frac{I}{A}$ igual a 10^{-5} . No entanto, com base na análise efetuada no Capítulo 3, verificou-se igualmente que os valores de momento fletor e esforço axial nos elementos barra do modelo analisado, para valores dentro da gama proposta, mantêm-se iguais independentemente do valor da área da secção e momento de inercia dos elementos sendo que, todos os elementos apresentam as mesmas características geométricas e mecânicas. Conclui-se que o diagrama da linha “C” utilizado na metodologia proposta para determinar a configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes que do ponto de vista da análise de estruturas corresponde a um modelo hipostático, não depende diretamente das propriedades geométricas e mecânicas dos elementos barra mas sim da geometria do modelo de escoras e tirantes inicial e das condições de carregamento externo.

O desenvolvimento do programa de cálculo automático para aplicação da metodologia proposta apresenta no global quatro vantagens fundamentais. A primeira diz respeito ao facto de o programa de cálculo automático fornecer resultados num curto período de tempo, através de um ficheiro DXF a ser executado pelo *software* CAD [1], e dois ficheiros de texto relativos a cada um dos processos de cálculo executados pelo programa nomeadamente, os resultados da análise elástica e linear do modelo e os resultados relativos às verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes. A segunda diz respeito ao facto de a geometria do modelo de escoras e tirantes, condições de carregamento e condições de apoio, serem introduzidas de forma gráfica a partir de um ambiente gráfico disponibilizado pelo *software* CAD [1]. Esta forma de introdução de dados é bastante simples e permite que se visualize graficamente a geometria do modelo introduzido. A terceira vantagem resulta do programa desenvolvido estar dividido em duas partes distintas no que diz respeito aos processos de cálculo internos. Quando a

primeira fase de cálculos é executada, o programa permite que se visualize os resultados relativos ao modelo de escoras e tirantes introduzido no *software* CAD [1], sem que a execução do programa seja interrompida. Assim, é possível averiguar se modelo de escoras e tirantes inicial introduzido no programa se encontra em equilíbrio ou não com nós articulados, com o carregamento que lhe está aplicado nomeadamente, a partir da visualização dos diagramas de momento fletor e da “linha C” no ambiente gráfico do *software* CAD. A partir deste ponto, e no caso de se averiguar que o modelo ainda não se encontra em equilíbrio pode efetuar-se a reconfiguração geométrica do modelo no ficheiro de resultados e indicar novamente ao programa que execute a primeira fase de cálculos. No entanto, se se averiguar que o modelo de escoras e tirantes já se encontra em equilíbrio com o carregamento externo é apenas necessário indicar ao programa que execute a segunda fase de cálculos relativos às verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes. A quarta vantagem da utilização do programa de cálculo automático desenvolvido relaciona-se com o facto de se poder em qualquer momento manipular/ajustar a geometria de um modelo de escoras e tirantes e obter os esforços para os quais se garanta o seu equilíbrio.

No que se refere à verificação dos nós singulares do modelo de escoras e tirantes final, esta só pode ser efetuada depois de definida a configuração geometria do modelo de escoras e tirantes final uma vez que, a geometria dos nós singulares depende da área de armadura necessária a prover para os tirantes e conseqüentemente da solução de varões e depende igualmente da própria configuração geométrica do modelo nomeadamente, a posição das escoras e dos tirantes.

O facto de se considerarem os tirantes como barras biarticuladas permite que grau de hiperstaticidade do modelo de escoras e tirantes inicial dotado de rigidez de flexão seja menor comparativamente com a consideração de todas as barras com ligações contínuas. Assim, nos nós do modelo nos quais concorram escoras e tirantes, a determinação da posição do nó para a qual se eliminem os valores de excentricidade com base no diagrama da “linha C” torna-se mais simples de determinar conforme se demonstra na figura 6.1.

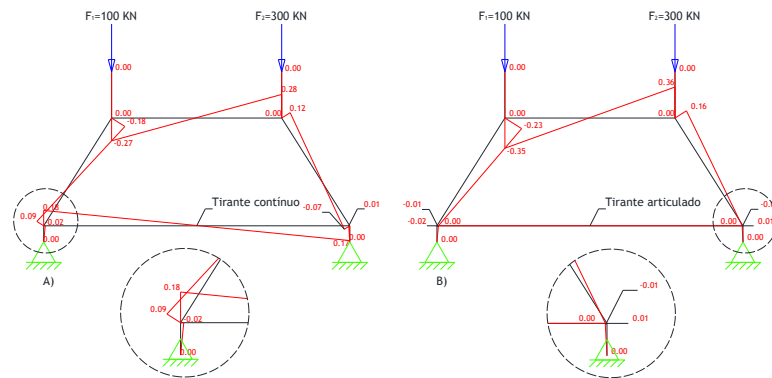


Figura 6.1 - A) Diagrama da linha “C” relativo ao modelo de escoras e tirantes inicial com tirante modelado com um elemento tipo barra com nós contínuos. B) Diagrama da linha “C” relativo a modelo de escoras e tirantes com tirante modelado com elemento tipo barra com nós articulados.

A consideração dos tirantes como barras biarticuladas permite igualmente que a posição dos tirantes não seja alterada entre o modelo de escoras e tirantes inicial e o modelo de escoras e tirantes final durante o processo de obtenção da geometria em equilíbrio com nós articulados uma vez que, para uma barra biarticulada o diagrama da linha C corresponde a valores nulos dado que o esforço axial a que o elemento barra está submetido atua ao longo do eixo longitudinal do elemento, o que do ponto de vista da execução da estrutura apresenta a vantagem de que a armadura a colocar seja disposta horizontal ou verticalmente. Na figura 6.2 apresentam-se os modelos de escoras e tirantes finais resultantes da reconfiguração geometria dos modelos apresentados na figura 6.1. Como se pode verificar, o modelo de escoras e tirantes final com nós articulados em equilíbrio com o carregamento externo apresentado na figura 6.2 A) no qual o tirante foi modelado como um elemento tipo barra com nós contínuos permitiu que este tivesse uma participação significativa no equilíbrio do modelo inicial pelo que a sua posição final alterou-se relativamente à inicial. No entanto no modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 6.2 B) modelado com um elemento tipo barra com nós articulados verifica-se que a posição inicial do tirante se manteve igual. Assim, em termos de solução construtiva de armadura a adotar, o posicionamento do tirante e consequentemente da armadura de acordo com o modelo de escoras e tirantes apresentado na figura 6.2 B) é mais conveniente do que relativamente à solução apresentada na figura 6.2 A).

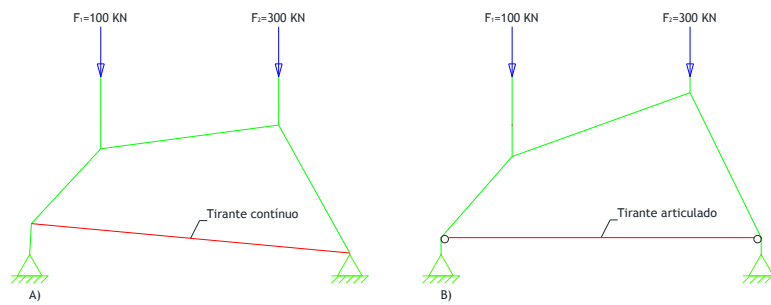


Figura 6.2 - A) Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final em equilíbrio com o carregamento externo com tirante modelado como elemento tipo barra com nós contínuos. B) Configuração geométrica do modelo de escoras e tirantes final em equilíbrio com o carregamento externo com tirante modelado como elemento tipo barra com nós articulados.

Com base nos exemplos de aplicação e com recurso ao programa de cálculo automático desenvolvido, conclui-se que a metodologia proposta permite determinar a posição dos nós e consequentemente a configuração geométrica de um modelo de escoras e tirantes hipostático que equilibre o carregamento externo aplicado com nós articulados e os respetivos esforços de dimensionamento.

Referências bibliográficas

- [1] Autodesk AutoCAD, 2013. [Online] <http://www.autodesk.com/education/free-software/autocad>.
- [2] Bangash, M. Y. H. *Structural Details in Concrete*. London : Blackwell Scientific Publications, 1992. p. 260. 0-632-02853-X.
- [3] Branco, Carlos A. G. de Moura. *Mecânica dos Materiais*. 4º. s.l. : Fundação Calouste Gulbenkian, 2006. p. 1060. 9789723111477.
- [4] Calavera, J. Regiones de discontinuidad: bielas y tirantes, Tomo I. *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*. Madrid : INTEMAC, S.A., 1999, pp. 775-879.
- [5] Clerman, Norman S e Spector, Walter. *Modern Fortran: style and usage*. Cambridge : Cambridge University Press, 2012. p. 334. 978-0-521-51453-8.
- [6] Collins, M. P. e Mitchell, D. Shear and Torsion Design of Prestressed. *PCI Journal*. 1980, Vol. 25, pp. 32-100.
- [7] Duque, J. Sebenta de Matemática Computacional. *Acessível no Departamento de Matemática*. Covilhã : Universidade da Beira Interior, 2008.
- [8] Ghali, A. e Neville, A.M. *Structural Analysis - A Unified Classical and Matrix Approach*. 2º. London : Chapman and Hall Ltd, 1978. p. 779. 0470993316.
- [9] Hinton, E. e Owen, D.R.J. *Finite Element Programming*. London : Academic Press Inc., 1977. p. 305. 0 12 349350 1.
- [10] Kupfer, H. Erweiterung der Morschschen Fachwerkanalogie mit Hilfe des Prinzips vom Minimum der Formänderungsarbeit (Expansion of Morsch's Truss Analogy by Application of the Principle of Minimum Strain Energy. CEB-Bulletin 40, Paris, 1964.
- [11] Leonhardt, F. Reducing the Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Beams and Slabs. *Magazine of Concrete Research*. 1965, Vol. 17, p. 187.
- [12] Litewka, Andrzej. Strength of Materials. Covilhã : Universidade da Beira Interior, 2007. Apontamentos de aulas.
- [13] Lourenço, Miguel S., Almeida, João F. e Appleton, Júlio. ZONAS DE DESCONTINUIDADE: Automatização do Processo de Dimensionamento (Tema 2 - Análise e Dimensionamento Estrutural). *Encontro Nacional Betão Estrutural 2000*. 2000, pp. 453-462.
- [14] LUSAS Modeller 14.03. [Online] <http://www.lusas.com/index.html>.
- [15] Marti, P. Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design. *ACI Journal*. 1985, Vol. 82, pp. 46-56.

- [16] **Modelos de campos de tensões - Exemplos de Aplicação** . Instituto Superior Técnico. *Departamento de Engenharia Civil, Arquitectura e Georecursos*. [Online] [Citação: 10 de Março de 2014.] <http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/EBAP/2011/Exemplos%20STM%202011.pdf>.
- [17] **Montoya, Pedro Jiménez, Meseguer, Álvaro García e Cabré, Francisco Morán.** *Hormigón Armado*. 14°. Barcelona : Gustavo Gili, SA, 2000. p. 844. 84-252-1825-X.
- [18] **Mueller, P.** *Plastische Berechnung von Stahlbetonscheiben und Balken (Plastic Analysis of Reinforced Concrete Deep Beams and Beams)*. Institut fur Baustatik und Konstruktion, ETH Zurich, 1978.
- [19] **Naaman, Antoine E.** *Prestressed Concrete Analysis and Design: Fundamentals*. 2°. Ann Arbor : Techno Press 3000, 2004. p. 1072. 0-9674939-1-9.
- [20] **Negrão, J.H.** *Estática Aplicada para Engenharia Civil e Arquitectura*. [ed.] do autor. Coimbra : Negrão, J. H., 2006. p. 260.
- [21] **NP EN 1992-1-1.** Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Caparica : IPQ, 2010, p. 259.
- [22] **Rusch, H.** *Über die Grenzen der Anwendbarkeit der Fachwerkanalogie bei der Berechnung der Schubfestigkeit von Stahlbetonbalken (On the Limitations of Applicability of the Truss Analogy for the Shear Design of Reinforced Concrete Beams)*. Festschrift F. Campus Amici et Alumni, Université de Liège , 1964.
- [23] **Schafer, K. e Schlaich, J.** *On the Consistent Design of Structural Concrete with Strut-and-Tie Models. Conference on Analytical Models and New Concepts in Mechanics of Structural Concrete*. 1993, pp. 104-144.
- [24] **Schlaich, J. e Schafer, K.** *Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. The Structural Engineer*. 1991, Vol. 69.
- [25] **Schlaich, Jorg, Schafer, Kurt e Jennewein, Mattias.** *Toward a Consistent Design for Structural Concrete. Prestressed Concrete Institute Journal*. 1987, Vol. 32, pp. 74-150.
- [26] **Schlaich, Jorg.** *The Need for Consistent and Translucent Models. Structural Concrete*. 1991, Vol. 62, pp. 169-184.
- [27] **Silva, Vitor Dias da Silva.** *Mecânica e Resistência dos Materiais*. 3°. Coimbra : Zuari, 2004. p. 476. 972-98155-1-8.
- [28] **Simões, Luís Miguel da Cruz.** *Análise de Estruturas*. 1°. Coimbra : Universidade de Coimbra, 2006.
- [29] **Tavares, Segadães.** *Análise matricial de estruturas*. 2°. Lisboa : Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2012. p. 254. 978-972-49-1175-5.
- [30] **Watkins, David S.** *Fundamentals of Matrix Computations*. Canada : John Wiley and Sons, Inc., 1991. p. 449. 0-471-54601-1.

ANEXOS

A1 Lista de variáveis do programa STMUBI

As variáveis utilizadas nos fluxogramas têm o significado descrito seguidamente.

X1	Valor em metros da abcissa correspondente ao nó esquerda/inferior de um elemento tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
A	Valor da área da secção transversal em m^2 do elemento tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
APOIO	Matriz das propriedades dos aparelhos de apoio que constituem o modelo de escoras e tirantes em análise.
ASLOD	Matriz que armazena os valores relativos ao vetor solicitação.
ASTIF	Matriz de rigidez em relação ao referencial cartesiano global do modelo de escoras e tirantes em análise.
B	Valor em metros da ordenada do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise para o qual o valor da abcissa toma valor nulo.
BF	Valor em metros da ordenada do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise para o qual o valor da abcissa toma valor nulo.
CLINE	Matriz que armazena os valores de excentricidade dos nós extremos dos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
COORD	Matriz de coordenadas dos nós que constituem o modelo de escoras e tirantes em análise.
DESLO	Matriz dos deslocamentos e rotações dos nós do modelo de escoras e tirantes em análise.
DIST1	Distância em metros entre o ponto de interseção XINT e o nó esquerda/inferior relativo a um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
DIST2	Distância em metros entre o ponto de interseção XINT e o nó direita/superior relativo a um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
E	Valor do módulo de elasticidade em GPa do material que constitui um elemento barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
EDESL	Matriz dos deslocamentos e rotações dos nós de um elemento tipo barra em relação ao referencial cartesiano global do modelo de escoras e tirantes em análise.
EFORC	Matriz das forças nos nós extremos de um elemento tipo barra em relação ao referencial local do modelo de escoras e tirantes em análise.

ELSTF	Matriz de rigidez de um elemento do tipo barra em relação ao referencial local do modelo de escoras e tirantes em análise.
ESTIF	Matriz de rigidez de um elemento tipo barra em relação ao referencial global do modelo de escoras e tirantes em análise.
F	Valor numérico em KN da força aplicada num dos nós solicitados do modelo de escoras e tirantes em análise.
FCKCI	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade, referido a provetes cúbicos.
FCKCU	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade, referido a provetes cúbicos.
FIPRI	Diâmetro em milímetros do varão de aço a utilizar para a solução construtiva relativa à armadura principal dos tirantes do modelo de escoras e tirantes em análise.
FISEC	Diâmetro em milímetros do varão de aço a utilizar para a solução construtiva relativa a armaduras suplementares do elemento estrutural.
FSYK	Valor característico da tensão de cedência à tração do aço para armaduras de betão armado.
I	Valor do momento de inercia em m^4 em torno do eixo ZZ da secção do elemento tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
IASTF	Inversa da matriz de rigidez em relação ao referencial cartesiano global do modelo de escoras e tirantes em análise.
LDESL	Matriz dos deslocamentos e rotações dos nós de um elemento tipo barra em relação ao referencial cartesiano local do modelo de escoras e tirantes em análise.
LENGT	Valor em metros do comprimento de um elemento do tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
LNODS	Matriz das ligações nodais dos elementos do tipo barra que constituem o modelo de escoras e tirantes em análise.
M	Declive ou coeficiente angular do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
M1	Valor em KN.m do momento fletor relativo ao nó esquerda/inferior de um elemento do tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
M2	Valor em KN.m do momento fletor relativo ao nó direita/superior de um elemento do tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.

MF	Declive ou coeficiente angular do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
MFACE	Matriz das propriedades das facetas dos nós singulares sujeitos a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
N1	Valor em KN do esforço normal relativo ao nó esquerda/inferior de um elemento do tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
N2	Valor em KN do esforço normal relativo ao nó direita/superior de um elemento do tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
NDIME	Número de dimensões espaciais do modelo em análise.
NDOFN	Número de graus de liberdade correspondentes a cada nó dos elementos do tipo barra.
NELEM	Número total de elementos do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
NEVAB	Número total de graus de liberdade por cada elemento do tipo barra.
NFACE	Número total de facetas dos nós singulares sujeitos a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
NNODE	Número de nós por elemento do tipo barra.
NPFIX	Número total de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes em análise.
NPLOD	Número total de nós que têm uma força pontual aplicada do modelo de escoras e tirantes em análise.
NPOIN	Número total de nós do modelo de escoras e tirantes em análise.
NSVAB	Número total de graus de liberdade do modelo de escoras e tirantes em análise.
PLOAD	Matriz das forças aplicadas em cada um dos nós do modelo de escoras e tirantes em análise.
PROPS	Matriz das propriedades mecânicas dos elementos do tipo barra que constituem o modelo de escoras e tirantes em análise.
SFORC	Matriz que armazena os valores das forças nos nós dos elementos tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
SSTIF	Matriz de rigidez de um aparelho de apoio em relação ao referencial global.
TMATX	Matriz de transformação de um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.

X1F	Valor em metros da abcissa correspondente ao nó esquerda/inferior do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
X2	Valor numérico em metros da abcissa correspondente ao nó direita/superior de um elemento tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
X2F	Valor numérico em metros da abcissa correspondente ao nó direita/superior do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
XINT	Valor em metros da abcissa relativa ao ponto de interseção do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança e do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
XMAXE	Valor máximo em metros da abcissa do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
XMAXF	Valor máximo em metros da abcissa do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
XMINE	Valor mínimo em metros da abcissa do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
XMINF	Valor mínimo em metros da abcissa do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
Y1	Valor em metros da ordenada correspondente ao nó esquerda/inferior de um elemento tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
Y1F	Valor em metros da ordenada correspondente ao nó esquerda/inferior do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
Y2	Valor em metros da ordenada correspondente ao nó direita/superior de um elemento tipo barra que constitui o modelo de escoras e tirantes em análise.
Y2F	Valor em metros da ordenada correspondente ao nó direita/superior do segmento de reta que representa a faceta de

um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.

YINT	Valor em metros da abscissa relativa ao ponto de interseção do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança e do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
YMAXE	Valor máximo em metros da ordenada do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
YMAXF	Valor máximo em metros da ordenada do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.
YMINE	Valor mínimo em metros da ordenada do segmento de reta que representa um elemento do tipo barra do modelo de escoras e tirantes em análise.
YMINF	Valor mínimo em metros da ordenada do segmento de reta que representa a faceta de um nó singular sujeito a verificações de segurança do modelo de escoras e tirantes em análise.

Os índices utilizados nos fluxogramas têm o significado descrito seguidamente.

idofn	Índice da linha de uma matriz, grau de liberdade de um nó.
ielem	Índice da linha de uma matriz, número do elemento tipo barra.
ievab	Índice da linha de uma matriz referente ao referencial global de um elemento.
iface	Índice da linha de uma matriz, número da faceta de um nó singular.
iline	Índice da linha de uma matriz, identifica o número da linha.
inode	Índice que identifica o nó à esquerda ou direita de um elemento.
ipfix	Índice da linha de uma matriz, número do nó apoiado.
iplod	Índice da linha de uma matriz, número do nó com uma força aplicada.
ipoin	Índice da linha de uma matriz, número do nó.
isvab	Índice da linha de uma matriz referente ao referencial local de um elemento.
itipo	Índice da linha de uma matriz, identifica o tipo de aparelho de apoio.
jdofn	Índice da coluna de uma matriz, grau de liberdade de um nó.

jevab	Índice da coluna de uma matriz referente ao referencial global de um elemento.
jpoim	Índice da coluna de uma matriz, número do nó do modelo.
jsvab	Índice da coluna de uma matriz referente ao referencial local de um elemento.

A2 Resultados relativos à análise da viga parede

A2.1 Dados de entrada no programa STM_UBI

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

INTRODUÇÃO DE DADOS

1-DADOS GERAIS

NPOIN - Numero de nós do modelo de escoras e tirantes;
NELEM - Numero de barras do modelo de escoras e tirantes;
NPFIX - Numero de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes;
NPLD - Numero de nós com forças aplicadas no modelo de escoras e tirantes;
NFACE - Numero de facetas que representam os nos do modelo a serem verific.
NPOIN: NELEM: NPFIX: NPLD: NFACE:
8 8 2 2 7

2 - DADOS RELATIVOS AO CALCULO DE ESFORÇOS DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

2.1-PROPRIEDADES DA SECÇÃO DOS ELEMENTOS

E[GPa]:	A[m2]:	Iz[m4]:
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083

3 - DADOS RELATIVOS ÀS VERIFICAÇÕES DE SEG. DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

3.1-PROPRIEDADES DO MATERIAL A APLICAR NO ELEMENTO ESTRUTURAL

3.1.1-ESPESSURA DO ELEMENTO ESTRUTURAL:

esp[m]:
0.20

3.1.1-BETÃO:

fck(cilindro) [MPa]: fck(cubo) [MPa]:
25 30

3.1.2-AÇO:

fsyk [MPa]:
400

3.1.3-AGREGADO:

Diametro máximo do agregado [mm]:
15

3.1.4-DIAMETRO DO VARÃO PARA ARMADURA PRINCIPAL

fi principal [mm]
8

3.1.5-DIAMETRO DO VARÃO PARA ARMADURA SECUNDÁRIA

fi secundario [mm]
8

A2.2 Resultados relativos à análise do modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de nós do modelo de escoras e tirantes: 8

-Nº de barras do modelo de escoras e tirantes: 8

-Nº de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes: 2

-Nº de nós com forças aplic. do modelo de escoras e tirantes: 2

-Coordenadas dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 COORD_X: 0.000 COORD_Y: 0.000
Nó: 2 COORD_X: 0.000 COORD_Y: 0.190
Nó: 3 COORD_X: 0.799 COORD_Y: 1.101
Nó: 4 COORD_X: 0.799 COORD_Y: 1.999
Nó: 5 COORD_X: 2.799 COORD_Y: 1.818
Nó: 6 COORD_X: 3.599 COORD_Y: 0.190
Nó: 7 COORD_X: 2.799 COORD_Y: 1.999
Nó: 8 COORD_X: 3.599 COORD_Y: 0.000

-Ligações nodais das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 Nó esq/inf: 1 Nó drt/sup: 2
Barra: 2 Nó esq/inf: 2 Nó drt/sup: 3
Barra: 3 Nó esq/inf: 3 Nó drt/sup: 4
Barra: 4 Nó esq/inf: 3 Nó drt/sup: 5
Barra: 5 Nó esq/inf: 2 Nó drt/sup: 6
Barra: 6 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 7
Barra: 7 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 6
Barra: 8 Nó esq/inf: 8 Nó drt/sup: 6

-Propriedades geométricas das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 0.19
Barra: 2 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 1.21
Barra: 3 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 0.90
Barra: 4 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 2.12
Barra: 5 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 3.60
Barra: 6 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 0.18
Barra: 7 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 1.81
Barra: 8 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 0.19

-Características dos apoios do modelo de escoras e tirantes:

Nó apoiado: 1. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo
Nó apoiado: 8. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo

-Características das solicitações que actuam nos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00
Nó: 2 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00
Nó: 3 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00
Nó: 4 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: -100.00
Nó: 5 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00
Nó: 6 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00
Nó: 7 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: -300.00
Nó: 8 Força OX[kN]: 0.00 FORÇA OY[kN]: 0.00

RESULTADOS RELATIVOS À ANÁLISE DO
MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de graus de liberdade por nó: 3

-Nº de nós por elemento: 2

-Nº de graus de liberdade por elemento: 6

-Nº total de G.D.L do modelo de escoras e tirantes: 24

-Deslocamentos dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó:	Deslocamento OX[mm]	Deslocamento OY[mm]	Rotação OZ[rad]
1	0.00	0.00	0.31E-03
2	-0.05	-0.01	0.22E-03
3	0.02	-0.17	-0.26E-03
4	0.25	-0.20	-0.26E-03
5	-0.05	-0.27	0.24E-03
6	0.08	-0.02	-0.36E-03
7	-0.09	-0.29	0.24E-03
8	0.00	0.00	-0.45E-03

-Esforços nos nós ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Nó Esquerda/Inferior			Nó Direita/Superior		
	N[KN]	V[KN]	M[KN]	N[KN]	V[KN]	M[KN]
1	-144.48	-12.49	0.00	-144.48	-12.49	-2.37
2	-190.16	2.31	-2.37	-190.16	2.31	0.42
3	-100.00	0.00	0.00	-100.00	0.00	0.00
4	-131.41	0.15	0.42	-131.41	0.15	0.73
5	111.16	0.00	0.00	111.16	0.00	0.00
6	-300.00	0.00	0.00	-300.00	0.00	0.00
7	-283.86	-1.71	0.73	-283.86	-1.71	-2.37
8	-255.52	12.49	0.00	-255.52	12.49	2.37

-Excentricidades nos nós de extremidade ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Excentricidade do nó Esq/Inf[m]:	Excentricidade do nó Drt/Sup[m]:
1	0.00	-0.02
2	-0.01	0.00
3	0.00	0.00
4	0.00	0.01
5	0.00	0.00
6	0.00	0.00
7	0.00	0.01
8	0.00	0.01

A2.3 Resultados das verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
 Analise de modelos de escoras e tirantes
 Pedro Cerdeira

VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

1-DADOS GERAIS RELATIVOS AO ELEMENTO ESTRUTURAL EM ANÁLISE

-Espessura do elemento estrutural em análise[m]: 0.20

-Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cilindrico [MPa]: 25

-Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cúbico [MPa]: 30

-Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 400

-Diametro maximo do agregado a utilizar para a composição do betão [mm]: 15.

2-VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO ESTADO LIMITE ULTIMO DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes: 1

-Coeficiente parcial relativo ao betão: 1.50

-Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]: 16.67

-Coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão: 1.15

-Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 347.83

2.1-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS TIRANTES

-Diametro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 8

Nº tirante:	Barra do modelo:	N [KN]:	As,req [cm2]:	Nº de varões:	As,prov[cm2]:
1	5	111.16	3.20	7	3.50

2.2-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS NÓS SINGULARES

Nº faceta:	Barra que a faceta intersecta:	Nó:	Tipologia do nó:
1	1	2	CCT
2	2	2	CCT
3	7	6	CCT
4	8	6	CCT
5	6	5	CCC
6	4	5	CCC
7	7	5	CCC

Nº faceta:	L.faceta[m]:	Angulo entre faceta e barra[°]:	N faceta[KN]:	N tg.faceta[KN]:	N pr.faceta[KN]:
1	0.399	1.571	-144.485	0.000	-144.485
2	0.733	0.851	-190.159	-125.387	-142.964
3	0.589	1.114	-283.858	-125.189	-254.760
4	0.400	1.571	-255.515	0.000	-255.515
5	0.400	1.571	-300.000	0.000	-300.000
6	0.135	1.471	-131.411	-13.061	-130.761
7	0.363	1.457	-283.858	-32.315	-282.012

Nº faceta:	Tensão na faceta[MPa]:	Tipologia do nó:	Factor de redução:	Tensão admissivel[MPa]:	VERIFICAÇÃO:
1	-1.81	CCT	0.85	-12.75	OK
2	-0.98	CCT	0.85	-12.75	OK
3	-2.16	CCT	0.85	-12.75	OK
4	-3.19	CCT	0.85	-12.75	OK
5	-3.75	CCC	1.00	-15.00	OK
6	-4.84	CCC	1.00	-15.00	OK
7	-3.88	CCC	1.00	-15.00	OK

3-DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS RELATIVAS A ARMADURAS DE BETÃO ARMADO - EC2-SECÇÃO 8

-Diametro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 8

A3 Resultados relativos à análise do conjunto de consolas curtas

A3.1 Dados de entrada no programa STM_UBI

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

INTRODUÇÃO DE DADOS

1-DADOS GERAIS

NPOIN - Numero de nós do modelo de escoras e tirantes;
NELEM - Numero de barras do modelo de escoras e tirantes;
NPFIX - Numero de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes;
NPLD - Numero de nós com forças aplicadas no modelo de escoras e tirantes;
NFACE - Numero de facetas que representam os nos do modelo a serem verific.
NPOIN: NELEM: NPFIX: NPLD: NFACE:
12 14 2 4 4

2 - DADOS RELATIVOS AO CALCULO DE ESFORÇOS DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

2.1-PROPRIEDADES DA SECÇÃO DOS ELEMENTOS

E[GPa]:	A[m2]:	Iz[m4]:
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083
30	.1	.000083

3 - DADOS RELATIVOS ÀS VERIFICAÇÕES DE SEG. DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

3.1-PROPRIEDADES DO MATERIAL A APLICAR NO ELEMENTO ESTRUTURAL

3.1.1-ESPESSURA DO ELEMENTO ESTRUTURAL:

esp[m]:
0.50

3.1.1-BETÃO:

fck(cilindro) [MPa]: fck(cubo) [MPa]:
25 30

3.1.2-AÇO:

fsyk [MPa]:
400

3.1.3-AGREGADO:

Diametro máximo do agregado [mm]:
15

3.1.4-DIAMETRO DO VARÃO PARA ARMADURA PRINCIPAL

fi principal [mm]
12

3.1.5-DIAMETRO DO VARÃO PARA ARMADURA SECUNDÁRIA

fi secundario [mm]
8

A3.2 Resultados relativos à análise do modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de nós do modelo de escoras e tirantes: 12

-Nº de barras do modelo de escoras e tirantes: 14

-Nº de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes: 2

-Nº de nós com forças aplic. do modelo de escoras e tirantes: 4

-Coordenadas dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 COORD_X: 0.524 COORD_Y: 0.000
Nó: 2 COORD_X: 0.524 COORD_Y: 0.699
Nó: 3 COORD_X: 0.721 COORD_Y: 0.000
Nó: 4 COORD_X: 0.721 COORD_Y: 0.699
Nó: 5 COORD_X: 0.000 COORD_Y: 1.346
Nó: 6 COORD_X: 0.423 COORD_Y: 1.346
Nó: 7 COORD_X: 0.676 COORD_Y: 1.346
Nó: 8 COORD_X: 1.099 COORD_Y: 1.346
Nó: 9 COORD_X: 0.000 COORD_Y: 1.500
Nó: 10 COORD_X: 1.099 COORD_Y: 1.500
Nó: 11 COORD_X: 0.423 COORD_Y: 2.200
Nó: 12 COORD_X: 0.676 COORD_Y: 2.200

-Ligações nodais das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 Nó esq/inf: 1 Nó drt/sup: 2
Barra: 2 Nó esq/inf: 3 Nó drt/sup: 4
Barra: 3 Nó esq/inf: 2 Nó drt/sup: 4
Barra: 4 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 2
Barra: 5 Nó esq/inf: 6 Nó drt/sup: 2
Barra: 6 Nó esq/inf: 7 Nó drt/sup: 4
Barra: 7 Nó esq/inf: 4 Nó drt/sup: 8
Barra: 8 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 9
Barra: 9 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 6
Barra: 10 Nó esq/inf: 6 Nó drt/sup: 7
Barra: 11 Nó esq/inf: 7 Nó drt/sup: 8
Barra: 12 Nó esq/inf: 8 Nó drt/sup: 10
Barra: 13 Nó esq/inf: 6 Nó drt/sup: 11
Barra: 14 Nó esq/inf: 7 Nó drt/sup: 12

-Propriedades geométricas das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.70
Barra: 2 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.70
Barra: 3 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.20
Barra: 4 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.83
Barra: 5 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.65
Barra: 6 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.65
Barra: 7 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.75
Barra: 8 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.15
Barra: 9 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.42
Barra: 10 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.25
Barra: 11 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.42
Barra: 12 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.15
Barra: 13 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.85
Barra: 14 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.85

-Características dos apoios do modelo de escoras e tirantes:

Nó apoiado: 1. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo
Nó apoiado: 3. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo

-Características das solicitações que actuam nos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 2 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 3 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 4 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 5 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 6 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 7 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00
Nó: 8 Força OX[kN]: 0.00 Força OY[kN]: 0.00

Nó: 9 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -300.00
 Nó: 10 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -600.00
 Nó: 11 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -500.00
 Nó: 12 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -500.00

 RESULTADOS RELATIVOS À ANÁLISE DO
 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de graus de liberdade por nó: 3

-Nº de nós por elemento: 2

-Nº de graus de liberdade por elemento: 6

-Nº total de G.D.L do modelo de escoras e tirantes: 36

-Deslocamentos dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó:	Deslocamento OX[mm]	Deslocamento OY[mm]	Rotação OZ[rad]
1	0.00	0.00	-0.33E-03
2	0.21	-0.19	-0.25E-03
3	0.00	0.00	-0.25E-03
4	0.19	-0.25	-0.33E-03
5	0.29	-0.27	0.11E-03
6	0.32	-0.29	-0.87E-04
7	0.35	-0.35	-0.18E-03
8	0.40	-0.57	-0.51E-03
9	0.27	-0.28	0.11E-03
10	0.48	-0.60	-0.51E-03
11	0.40	-0.43	-0.87E-04
12	0.50	-0.49	-0.18E-03

-Esforços nos nós ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Nó Esquerda/Inferior			Nó Direita/Superior		
	N[KN]	V[KN]	M[KN]	N[KN]	V[KN]	M[KN]
1	-817.26	0.87	0.00	-817.26	0.87	0.61
2	-1082.74	-0.87	0.00	-1082.74	-0.87	-0.61
3	-314.94	17.26	-2.76	-314.94	17.26	0.64
4	-383.97	-2.56	0.00	-383.97	-2.56	-2.13
5	-505.76	-1.89	0.00	-505.76	-1.89	-1.24
6	-501.08	-1.86	0.00	-501.08	-1.86	-1.21
7	-693.98	1.57	-1.18	-693.98	1.57	0.00
8	-300.00	0.00	0.00	-300.00	0.00	0.00
9	239.67	0.00	0.00	239.67	0.00	0.00
10	315.81	0.00	0.00	315.81	0.00	0.00
11	348.72	0.00	0.00	348.72	0.00	0.00
12	-600.00	0.00	0.00	-600.00	0.00	0.00
13	-500.00	0.00	0.00	-500.00	0.00	0.00
14	-500.00	0.00	0.00	-500.00	0.00	0.00

-Excentricidades nos nós de extremidade ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Excentricidade do nó Esq/Inf[m]:	Excentricidade do nó Drt/Sup[m]:
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	-0.01	0.00
4	0.00	-0.01
5	0.00	0.00
6	0.00	0.00
7	0.00	0.00
8	0.00	0.00
9	0.00	0.00
10	0.00	0.00
11	0.00	0.00
12	0.00	0.00
13	0.00	0.00
14	0.00	0.00

A3.3 Resultados das verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

1-DADOS GERAIS RELATIVOS AO ELEMENTO ESTRUTURAL EM ANÁLISE

- Espessura do elemento estrutural em análise[m]: 0.50
- Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cilíndrico [MPa]: 25
- Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cúbico [MPa]: 30
- Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 400
- Diâmetro máximo do agregado a utilizar para a composição do betão [mm]: 15.

2-VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO ESTADO LIMITE ULTIMO DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

- Nº de tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes: 3
- Coeficiente parcial relativo ao betão: 1.50
- Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]: 16.67
- Coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão: 1.15
- Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 347.83

2.1-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS TIRANTES

-Diâmetro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 12

Nº tirante:	Barra do modelo:	N [KN]:	As,req [cm2]:	Nº de varões:	As,prov[cm2]:
1	9	239.67	6.89	7	7.91
2	10	315.81	9.08	9	10.17
3	11	348.72	10.03	9	10.17

2.2-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS NÓS SINGULARES

Nº faceta:	Barra que a faceta intersecta:	Nó:	Tipologia do nó:
1	4	5	CCT
2	8	5	CCT
3	7	8	CCT
4	12	8	CCT

Nº faceta:	L.faceta[m]:	Angulo entre faceta e barra[º]:	N faceta[KN]:	N tg.faceta[KN]:	N pr.faceta[KN]:
1	0.439	0.890	-383.971	-241.660	-298.386
2	0.199	1.571	-300.000	0.000	-300.000
3	0.380	1.042	-693.977	-350.078	-599.208
4	0.200	1.571	-600.000	0.000	-600.000

Nº faceta:	Tensão na faceta[MPa]:	Tipologia do nó:	Factor de redução:	Tensão admissivel[MPa]:	VERIFICAÇÃO:
1	-1.36	CCT	0.85	-12.75	OK
2	-3.02	CCT	0.85	-12.75	OK
3	-3.15	CCT	0.85	-12.75	OK
4	-6.00	CCT	0.85	-12.75	OK

3-DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS RELATIVAS A ARMADURAS DE BETÃO ARMADO - EC2-SECÇÃO 8

- Diâmetro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 12
- Diâmetro do varão de aço para solução de armadura suplementar [mm]: 8

3.1-DISTANCIA MINIMA ENTRE VARÕES - EC2.8-8-2

- 3.1.1-Armadura principal:
 - S.min [mm]: 20.00

3.1.2-Armadura suplementar:

-S.min [mm]: 20.00

3.2-DIÂMETROS ADMISSÍVEIS DOS MANDRIS PARA VARÕES DOBRADOS - EC2.8-8-3

3.2.1-Armadura principal:

-Diâmetro mínimo do mandril para cotovelos, ganchos e laços [mm]: 48

3.2.2-Armadura suplementar:

-Diâmetro mínimo do mandril para cotovelos, ganchos e laços [mm]: 32

3.3-AMARRAÇÃO DE ARMADURAS LONGITUDINAIS - EC2.8-8.4

Diâmetro do varão [mm]: Área do varão [cm²]: Comprimento de amarração [m]:

6	0.28	0.277
8	0.50	0.369
10	0.79	0.461
12	1.13	0.553
16	2.01	0.738
20	3.14	0.922
25	4.91	1.153
32	8.04	1.476

4-DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS RELATIVAS A ELEMENTOS E REGRAS PARTICULARES

4.1-Armaduras relativas a elementos parede de acordo com REBAP-Secção F-Art.125°/126°

4.1.1-Armadura vertical:

As,vertical [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
7.50 30.00

4.1.2-Armadura horizontal:

As,horizontal [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
2.50 30.00

4.2-Armaduras relativas a elementos parede de acordo com EC2-9-9.6

4.2.1-Armadura vertical:

As,vertical [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
5.00 40.00

4.2.2-Armadura horizontal:

As,horizontal [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
5.00 40.00

A4 Resultados relativos à análise da parede com abertura

A4.1 Dados de entrada no programa STM_UBI

A4.2 Resultados relativos à análise do modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de nós do modelo de escoras e tirantes: 16

-Nº de barras do modelo de escoras e tirantes: 20

-Nº de nós apoiados do modelo de escoras e tirantes: 2

-Nº de nós com forças aplic. do modelo de escoras e tirantes: 2

-Coordenadas dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 COORD_X: 1.433 COORD_Y: 0.000
Nó: 2 COORD_X: 1.431 COORD_Y: 2.201
Nó: 3 COORD_X: 0.267 COORD_Y: 4.899
Nó: 4 COORD_X: 0.267 COORD_Y:10.090
Nó: 5 COORD_X: 0.844 COORD_Y:11.850
Nó: 6 COORD_X: 0.843 COORD_Y:12.960
Nó: 7 COORD_X: 0.000 COORD_Y:14.890
Nó: 8 COORD_X: 0.000 COORD_Y:14.990
Nó: 9 COORD_X: 3.478 COORD_Y: 2.054
Nó: 10 COORD_X: 3.866 COORD_Y: 4.899
Nó: 11 COORD_X: 3.866 COORD_Y:10.090
Nó: 12 COORD_X: 3.715 COORD_Y:11.560
Nó: 13 COORD_X: 3.715 COORD_Y:12.930
Nó: 14 COORD_X: 4.000 COORD_Y:14.890
Nó: 15 COORD_X: 3.478 COORD_Y: 0.000
Nó: 16 COORD_X: 4.000 COORD_Y:14.990

-Ligações nodais das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 Nó esq/inf: 1 Nó drt/sup: 2
Barra: 2 Nó esq/inf: 2 Nó drt/sup: 3
Barra: 3 Nó esq/inf: 3 Nó drt/sup: 4
Barra: 4 Nó esq/inf: 4 Nó drt/sup: 5
Barra: 5 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 6
Barra: 6 Nó esq/inf: 6 Nó drt/sup: 7
Barra: 7 Nó esq/inf: 7 Nó drt/sup: 8
Barra: 8 Nó esq/inf: 2 Nó drt/sup: 9
Barra: 9 Nó esq/inf: 3 Nó drt/sup: 10
Barra: 10 Nó esq/inf: 4 Nó drt/sup: 11
Barra: 11 Nó esq/inf: 5 Nó drt/sup: 12
Barra: 12 Nó esq/inf: 6 Nó drt/sup: 13
Barra: 13 Nó esq/inf: 7 Nó drt/sup: 14
Barra: 14 Nó esq/inf: 15 Nó drt/sup: 9
Barra: 15 Nó esq/inf: 9 Nó drt/sup: 10
Barra: 16 Nó esq/inf: 10 Nó drt/sup: 11
Barra: 17 Nó esq/inf: 11 Nó drt/sup: 12
Barra: 18 Nó esq/inf: 12 Nó drt/sup: 13
Barra: 19 Nó esq/inf: 13 Nó drt/sup: 14
Barra: 20 Nó esq/inf: 14 Nó drt/sup: 16

-Propriedades geométricas das barras do modelo de escoras e tirantes:

Barra: 1 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.20
Barra: 2 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.94
Barra: 3 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 5.19
Barra: 4 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 1.85
Barra: 5 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 1.11
Barra: 6 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.11
Barra: 7 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 0.10
Barra: 8 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.05
Barra: 9 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 3.60
Barra: 10 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 3.60
Barra: 11 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.89
Barra: 12 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.87
Barra: 13 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 4.00
Barra: 14 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.05
Barra: 15 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 2.87
Barra: 16 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 5.19
Barra: 17 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 1.48
Barra: 18 E[GPa]: 30.00 A[m2]: 0.10 I_z[m4]: 0.83E-04 L[m]: 1.37

Barra: 19 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 1.98
 Barra: 20 E[GPa]: 30.00 A[m²]: 0.10 I_z[m⁴]: 0.83E-04 L[m]: 0.10

-Características dos apoios do modelo de escoras e tirantes:

Nó apoiado: 1. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo
 Nó apoiado: 15. Tipo de aparelho de apoio: Apoio Duplo

-Características das solicitações que actuam nos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó: 1 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 2 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 3 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 4 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 5 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 6 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 7 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 8 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -1000.00
 Nó: 9 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 10 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 11 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 12 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 13 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 14 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 15 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: 0.00
 Nó: 16 Força OX[KN]: 0.00 FORÇA OY[KN]: -3000.00

 RESULTADOS RELATIVOS À ANÁLISE DO
 MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

-Nº de graus de liberdade por nó: 3

-Nº de nós por elemento: 2

-Nº de graus de liberdade por elemento: 6

-Nº total de G.D.L do modelo de escoras e tirantes: 48

-Deslocamentos dos nós do modelo de escoras e tirantes:

Nó:	Deslocamento OX[mm]	Deslocamento OY[mm]	Rotação OZ[rad]
1	0.00	0.00	-0.27E-03
2	0.68	-0.69	-0.40E-03
3	1.30	-1.54	-0.33E-03
4	10.17	-3.20	-0.30E-02
5	15.31	-5.55	-0.26E-02
6	18.01	-5.91	-0.23E-02
7	21.75	-5.11	-0.15E-02
8	21.90	-5.15	-0.15E-02
9	0.30	-2.10	-0.55E-03
10	1.80	-5.26	-0.92E-03
11	10.55	-10.52	-0.25E-02
12	14.39	-11.64	-0.23E-02
13	17.52	-13.01	-0.24E-02
14	22.33	-15.73	-0.27E-02
15	0.00	0.00	0.55E-04
16	22.60	-15.83	-0.27E-02

-Esforços nos nós ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Nó Esquerda/Inferior			Nó Direita/Superior		
	N[KN]	V[KN]	M[KN]	N[KN]	V[KN]	M[KN]
1	-934.96	-0.14	0.00	-934.96	-0.14	-0.31
2	-1048.44	-0.9	1.51	-1048.44	-0.99	-1.38
3	-963.06	.03	-1.38	-963.06	0.03	-1.21
4	-1012.85	195	-1.21	-1012.85	1.95	2.41
5	-995.91	0.2	0.62	-995.91	0.22	0.87
6	-1090.88	-0.8	1.68	-1090.88	-0.80	0.00
7	-1000.00	0.00	0.00	-1000.00	0.00	0.00
8	-414.66	1.61	-1.82	-414.66	1.61	1.48
9	414.39	0.00	0.00	414.39	0.00	0.00
10	313.71	0.00	0.00	313.71	0.00	0.00
11	-316.50	-1.05	1.79	-316.50	-1.05	-1.23
12	-434.82	0.45	-0.81	-434.82	0.45	0.49
13	435.92	0.00	0.00	435.92	0.00	0.00

14	-3065.04	-0.71	0.00	-3065.04	-0.71	-1.46
15	-3065.08	-0.24	0.02	-3065.08	-0.24	-0.67
16	-3036.94	-0.03	-0.67	-3036.94	-0.03	-0.85
17	-3053.09	1.71	-0.85	-3053.09	1.71	1.68
18	-3004.09	-1.12	0.44	-3004.09	-1.12	-1.09
19	-3031.51	0.31	-0.60	-3031.51	0.31	0.00
20	-3000.00	0.00	0.00	-3000.00	0.00	0.00

-Excentricidades nos nós de extremidade ESQ/INF e DRT/SUP dos elementos do modelo de escoras e tirantes:

Barra:	Excentricidade do nó Esq/Inf[m]:	Excentricidade do nó Drt/Sup[m]:
1	0.00	0.00
2	0.00	0.00
3	0.00	0.00
4	0.00	0.00
5	0.00	0.00
6	0.00	0.00
7	0.00	0.00
8	0.00	0.00
9	0.00	0.00
10	0.00	0.00
11	0.01	0.00
12	0.00	0.00
13	0.00	0.00
14	0.00	0.00
15	0.00	0.00
16	0.00	0.00
17	0.00	0.00
18	0.00	0.00
19	0.00	0.00
20	0.00	0.00

A3.3 Resultados das verificações de segurança relativas ao modelo de escoras e tirantes final

Programa STM_UBI Versao1.0
Análise de modelos de escoras e tirantes
Pedro Cerdeira

VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

1-DADOS GERAIS RELATIVOS AO ELEMENTO ESTRUTURAL EM ANÁLISE

- Espessura do elemento estrutural em análise[m]: 0.40
- Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cilíndrico [MPa]: 25
- Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade para um provete cúbico [MPa]: 30
- Valor característico da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 400
- Diâmetro máximo do agregado a utilizar para a composição do betão [mm]: 15.

2-VERIFICAÇÕES DE SEGURANÇA RELATIVAS AO ESTADO LIMITE ULTIMO DO MODELO DE ESCORAS E TIRANTES

- Nº de tirantes que constituem o modelo de escoras e tirantes: 3
- Coeficiente parcial relativo ao betão: 1.50
- Valor de cálculo da tensão de rotura do betão à compressão [MPa]: 16.67
- Coeficiente parcial relativo ao aço das armaduras para betão: 1.15
- Valor de cálculo da tensão de cedência à tracção do aço das armaduras de betão armado [MPa]: 347.83

2.1-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS TIRANTES

-Diâmetro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 20

Nº tirante:	Barra do modelo:	N [KN]:	As,req [cm2]:	Nº de varões:	As,prov[cm2]:
1	9	414.39	11.91	4	12.56
2	10	313.71	9.02	3	9.42
3	13	435.92	12.53	4	12.56

2.2-VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA DOS NÓS SINGULARES

Nº faceta:	Barra que a faceta intersecta:	Nó:	Tipologia do nó:
1	6	7	CCT
2	7	7	CCT
3	19	14	CCT
4	20	14	CCT

Nº faceta:	L.faceta[m]:	Angulo entre faceta e barra[°]:	N faceta[KN]:	N tg.faceta[KN]:	N pr.faceta[KN]:
1	1.087	1.159	-1090.881	-436.648	-999.680
2	1.000	1.571	-1000.000	0.000	-1000.000
3	1.029	1.426	-3031.505	-436.218	-2999.956
4	1.000	1.571	-3000.000	0.000	-3000.000

Nº faceta:	Tensão na faceta[MPa]:	Tipologia do nó:	Factor de redução:	Tensão admissivel[MPa]:	VERIFICAÇÃO:
1	-2.30	CCT	0.85	-12.75	OK
2	-2.50	CCT	0.85	-12.75	OK
3	-7.29	CCT	0.85	-12.75	OK
4	-7.50	CCT	0.85	-12.75	OK

3-DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS RELATIVAS A ARMADURAS DE BETÃO ARMADO - EC2-SECÇÃO 8

- Diâmetro do varão de aço para solução de armadura principal [mm]: 20
- Diâmetro do varão de aço para solução de armadura suplementar [mm]: 8

3.1-DISTANCIA MINIMA ENTRE VARÕES - EC2.8-8-2

- 3.1.1-Armadura principal:
 - S.min [mm]: 20.00

3.1.2-Armadura suplementar:

-S.min [mm]: 20.00

3.2-DIÂMETROS ADMISSÍVEIS DOS MANDRIS PARA VARÕES DOBRADOS - EC2.8-8-3

3.2.1-Armadura principal:

-Diâmetro mínimo do mandril para cotovelos, ganchos e laços [mm]: 140

3.2.2-Armadura suplementar:

-Diâmetro mínimo do mandril para cotovelos, ganchos e laços [mm]: 32

3.3-AMARRAÇÃO DE ARMADURAS LONGITUDINAIS - EC2.8-8.4

Diâmetro do varão [mm]:	Área do varão [cm ²]:	Comprimento de amarração [m]:
6	0.28	0.277
8	0.50	0.369
10	0.79	0.461
12	1.13	0.553
16	2.01	0.738
20	3.14	0.922
25	4.91	1.153
32	8.04	1.476

4-DISPOSIÇÕES CONSTRUTIVAS RELATIVAS A ELEMENTOS E REGRAS PARTICULARES

4.1-Armaduras relativas a elementos parede de acordo com REBAP-Secção F-Art.125°/126°

4.1.1-Armadura vertical:

As,vertical [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
6.00 30.00

4.1.2-Armadura horizontal:

As,horizontal [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
2.00 30.00

4.2-Armaduras relativas a elementos parede de acordo com EC2-9-9.6

4.2.1-Armadura vertical:

As,vertical [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
4.00 40.00

4.2.2-Armadura horizontal:

As,horizontal [cm²/m/face]: Espaçamento máximo dos varões [cm]:
4.00 40.00