



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Comportamento mecânico da madeira sob solicitações de modo misto

Jorge Marcelo Quintas de Oliveira

Tese para obtenção do Grau de Doutor em
Engenharia Mecânica
(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Marcelo Francisco de Sousa Ferreira de Moura
Co-orientador: Prof. Doutor José Joaquim Lopes Morais
Co-orientador: Prof. Doutor Paulo Manuel Oliveira Fael

Covilhã, Maio de 2017

Tese apresentada à Universidade da Beira Interior para a obtenção do grau de Doutor em Engenharia Mecânica.

Esta tese foi financiada pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através da Bolsa de Investigação SFRH/BD/23893/2005 da Medida IV.3 no Eixo IV do Programa Operacional Ciência e Inovação 2010, co-financiada pela Comunidade Europeia e pelo Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior.

Ciência.**Inovação**
2010



"O que faz andar a estrada? É o sonho. Enquanto a gente sonhar a estrada permanecerá viva. É para isso que servem os caminhos, para nos fazerem parentes do futuro."

Mia Couto, "Terra Sonâmbula", 2007

À Filipa

À Inês

Ao João

Ao Paulo

e

em memória dos meus Pais Maria e Manuel

AGRADECIMENTOS

Expresso aqui a minha gratidão para todos os que tornaram possível a realização deste trabalho.

Os primeiros agradecimentos vão para os Professores Marcelo Moura e José Morais pela sua receptividade, por terem sempre esclarecido todas as minhas dúvidas ao longo deste caminho de aprendizagem e pela incansável dedicação e apoio. Obrigado também pela amizade.

Uma palavra especial pelo persistente auxílio em momentos decisivos - Grato, Professor Morais.

Agradeço também as contribuições fundamentais do amigo Professor José Xavier que ajudaram a enriquecer este trabalho.

Ao Professor Paulo Fael agradeço a diligente disponibilidade para responder às minhas questões.

Agradeço de forma comovida á minha Família por todo o apoio, motivação e inspiração, elementos fundamentais durante todo este percurso. Obrigado à Filipa, à Inês e ao João por toda a compreensão, dedicação e amor.

Aos colegas e amigos João Luís Pereira, Cristina Coelho, Nuno Garrido, Cristóvão Santos, Carlos Silva e Carlos Santos por todo o companheirismo e auxílio prestado.

Este trabalho só foi possível com o apoio de todos.

Agradeço também à Universidade de Trás-os-Montes e Alto-Douro, à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, à Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu e à Universidade da Beira Interior pelas condições disponibilizadas para a realização de todo o trabalho.

Agradeço à Fundação para a Ciência e a Tecnologia pelo suporte financeiro através da Bolsa de Investigação SFRH/BD/23893/2005.

RESUMO

Neste trabalho desenvolveram-se métodos analíticos, numéricos e experimentais para a caracterização da madeira à fractura sob solicitações de modo misto I+II. Para tal analisou-se a aplicabilidade de diferentes métodos de ensaio usados na caracterização de materiais compósitos. Os ensaios *End Loaded Split – Mixed Mode* (ELS-MM) e *Single Leg Bending* (SLB) são de fácil execução mas propiciam uma baixa amplitude de variação dos rácios de modo misto. Foi projectada e construída uma versão do sistema de amarras usado no ensaio *Mixed-Mode Bending* (MMB), tendo sidos testados numa primeira fase dez rácios de modo misto. Para ultrapassar as dificuldades relacionadas com a monitorização do comprimento de fenda durante os ensaios, usou-se um procedimento de tratamento de resultados experimentais baseado no conceito de fenda equivalente. Este método, apelidado de *Compliance Based Beam Method* (CBBM) permite a obtenção de curvas de resistência e das taxas críticas de libertação de energia evitando a medição do comprimento de fenda durante a sua propagação. Foram realizados ensaios de fractura e simulações numéricas de provetes DCB (*Double Cantilever Beam*) e ENF (*End Notched Flexure*) que permitiram obter as propriedades de fractura em modos puros (I e II) e validar o método de tratamento de resultados, que foi posteriormente aplicado ao ensaio MMB. Os resultados obtidos nos ensaios ELS-MM, SLB e com as diferentes combinações de modo misto usadas na primeira fase de ensaios MMB permitiram obter uma lei de comportamento da madeira em modo misto e revelaram que o critério de propagação linear é adequado para representar os resultados experimentais no espaço G_I - G_{II} .

Na segunda fase deste trabalho, pretendeu-se identificar as leis coesivas em modo I, modo II e modo I+II para a madeira. O método de identificação estudado baseia-se na resposta mecânica global dos provetes e na medição da abertura da fenda na vizinhança da sua extremidade (*Crack Opening Displacement* - COD) a partir do campo dos deslocamentos medido nessa região recorrendo à correlação digital de imagem. As leis coesivas resultam da derivação das taxas de libertação de energia (determinadas por aplicação do método CBBM) em ordem ao COD. O método de identificação das

leis coesivas foi validado numericamente recorrendo à simulação por elementos finitos incluindo modelos coesivos. Este método revelou-se eficaz para determinar as leis coesivas em modos puros, embora haja algumas questões a resolver em trabalho futuro. Na segunda série de ensaios MMB foram seleccionadas quatro razões de modo misto com vista à identificação das leis coesivas em modo misto através do método de Högberg (Högberg 2006) e os resultados obtidos mostraram que a razão de modo misto local, determinada pelos deslocamentos de abertura de fenda em modo I e em modo II, não é controlada pela razão de modo misto global (G_I/G_{II}), nem é constante ao longo de um ensaio.

Pode-se afirmar, como conclusão que o presente trabalho pode ser visto como uma importante contribuição para a definição de procedimentos adequados para uma correcta caracterização à fractura da madeira.

Palavras-chave:

Madeira

Mecânica da Fractura

Modo Misto I+II

Lei Coesiva

Ensaio *End Loaded Split – Mixed Mode* (ELS-MM)

Ensaio *Single Leg Bending* (SLB)

Ensaio *Mixed-Mode Bending* (MMB)

Método *Compliance Based Beam Method* (CBBM)

Correlação Digital de Imagem

ABSTRACT

In this work, analytical, numerical and experimental methods were developed for the fracture characterization of wood under mixed mode I+II loading. The applicability of different test methods used in the characterization of composite materials was analysed. The End Loaded Split - Mixed Mode (ELS-MM) and the Single Leg Bending (SLB) tests are easy to execute but provide a low amplitude variation of mixed-mode ratios. A version of the Mixed-Mode Bending (MMB) test apparatus was designed and built, and ten mixed-mode ratios were tested in a first testing campaign. To overcome the difficulties related to crack length monitoring during the tests, a data reduction scheme based on the concept of equivalent crack was used. This method, called the Compliance Based Beam Method (CBBM), provides Resistance-curves and critical energy release rates using exclusively the specimen compliance and avoiding the measurement of crack length during propagation. Fracture tests and numerical simulations of DCB (*Double Cantilever Beam*) and ENF (*End Notched Flexure*) specimens were carried out to determine the fracture properties in pure modes (I and II) and to validate the data reduction method, which was later applied to the MMB test. The results obtained in the ELS-MM, SLB and MMB tests allowed to obtain the wood fracture criterion under mixed-mode I+II loading. It was concluded that the linear propagation criterion is adequate to represent the experimental results in the G_I - G_{II} space.

The second part of this work was dedicated to wood cohesive laws identification under mode I, mode II and mode I + II loading. The followed method is based on the global mechanical response of the tested specimens and on the measurement of the Crack Opening Displacement (COD) from the field of displacements measured at the crack tip using digital image correlation. Cohesive laws result from the differentiation of energy release rates (determined by applying the CBBM method) in order to COD. The method of identification of cohesive laws was numerically validated using finite element simulation including cohesive models. This method proved to be effective in determining cohesive laws in pure modes, although there are some issues to be solved in future work. In the second series of MMB tests four

mixed mode ratios were selected for the identification of mixed mode cohesive laws by the Högberg method (Högberg 2006). The results obtained showed that the local mixed mode ratio, determined by the crack opening displacement for mode I and mode II, is not controlled by the overall mixed mode ratio (G_I/G_{II}), neither is it constant during an experimental test.

As a final remark, it can be affirmed that the present work can be seen as an important contribution in the definition of suitable procedures to perform proper fracture characterization of wood.

Keywords:

Wood

Fracture Mechanics

Mixed Mode I+II

Cohesive Law

End Loaded Split – Mixed Mode (ELS-MM)

Single Leg Bending (SLB)

Mixed-Mode Bending (MMB)

Compliance Based Beam Method (CBBM)

Digital Image Correlation

ÍNDICE

AGRADECIMENTOS	IX
RESUMO	XI
ABSTRACT	XIII
ÍNDICE	XV
LISTA DE FIGURAS	XIX
LISTA DE TABELAS.....	XXV
NOMENCLATURA.....	XXVII
ACRÓNIMOS.....	XXXI
CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1. Introdução	5
2.2. Fractura em Modo I.....	6
2.3. Fractura em Modo II.....	15
2.4. Fractura em Modo Misto.....	19
2.5. Simulação Numérica da Fractura.....	22
2.6. Conclusões.....	28
CAPÍTULO 3. FRACTURA EM MODO I: ENSAIO DCB	29
3.1.Introdução	29
3.2.O Ensaio DCB (Double Cantilever Beam).....	29

3.3. Validação Numérica do Procedimento de Obtenção da Lei Coesiva em Modo I.....	34
3.4. Trabalho Experimental	38
3.5. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Curvas de Resistência	42
3.6. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Lei Coesiva	46
3.7. Conclusões.....	52
CAPÍTULO 4. FRACTURA EM MODO II: ENSAIO ENF	53
4.1. Introdução	53
4.2. O Ensaio ENF (End Notched Flexure).....	53
4.3. Validação Numérica do Procedimento usado para a obtenção da Lei Coesiva em Modo II.....	57
4.4. Trabalho Experimental	62
4.5. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Curvas de Resistência	65
4.6. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Lei Coesiva	70
4.7. Conclusões.....	76
CAPÍTULO 5. FRACTURA EM MODO MISTO I+II: ENSAIOS ELS E SLB	79
5.1. Introdução	79
5.2. O Ensaio SLB	79
5.3. O Ensaio ELS-MM	85
5.4. Simulação por Elementos Finitos dos Ensaios SLB e ELS-MM.....	90
5.5. Trabalho Experimental	100
5.6. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais	102
5.7. Conclusões.....	109

CAPÍTULO 6. MODO MISTO I+II: ENSAIO MMB	111
6.1. Introdução	111
6.2. O Ensaio MMB.....	111
6.3. Simulação por Elementos Finitos do Ensaio MMB	119
6.4. Trabalho Experimental	126
6.5. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Curvas de Resistência	129
6.6. Análise e Discussão dos Resultados Experimentais: Leis Coesivas.....	134
6.7. Conclusões.....	149
CAPÍTULO 7. CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS DE EVOLUÇÃO	151
BIBLIOGRAFIA.....	155

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Figura 2.1. Sistema de propagação de fendas para madeira.	5
Figura 2.2. Solicitação representativa da fractura em puro modo I.	6
Figura 2.3. Dispositivo experimental de ensaio, utilizado por (King, Sutherland, and Le-Ngoc 1999), para a determinação das propriedades de fractura em modo I.	7
Figura 2.4. Ensaio utilizado por Vasic et al. (2002): (a) Dispositivo wedge-splitting test e (b) Provetes TDCB.	8
Figura 2.5. Desenvolvimento de ponte de fibras durante o processo de propagação de fenda (Vasic e Smith 2002).	8
Figura 2.6. Superfície de fractura típica de um provete de madeira Epícea, a uma temperatura de (a) 20°C e a uma temperatura de (b) 80°C (Reiterer 2001).	10
Figura 2.7. Dimensões utilizadas por Reiterer et al. (2002) para o provete WS.	10
Figura 2.8. Geometria usada por Morel et al. (2002) para o provete TDCB.	11
Figura 2.9. Ensaio SENT-TPB usado por Dourado et al. (2005): (a) Provete antes da colagem e (b) dispositivo de ensaio.	12
Figura 2.10. Dispositivo do ensaio DCB usado por Ribeiro et al. (2006).	13
Figura 2.11. Solicitação representativa da fractura em puro modo II.	15
Figura 2.12. Geometria do provete Compact Shear proposta por Cramer e Pugel (1987).	16
Figura 2.13. Geometria do provete ENF usado por Yoshihara e Ohta (2000).	16
Figura 2.14. Representação do ensaio Asymmetric Four-Point End Notched Flexure e do provete Single Edge Notched (Yoshihara 2008).	18
Figura 2.15. Representação esquemática do ensaio Asymmetric Four-Point End Notched Flexure aplicado ao provete com entalhe (Susanti, Nakao, and Yoshihara 2011).	19
Figura 2.16. Geometrias dos provetes usados por Jernkvist (Jernkvist 2001b): DCB com braços assimétricos (a) e SENT com fenda inclinada (b).	20
Figura 2.17. Esquema do dispositivo do ensaio Wedge Splitting assimétrico desenvolvido por Tschegg et al. (2001).	21
Figura 2.18. Método VCCT - modelo da malha de elementos finitos na frente de fenda proposto por (a) Rybicki e Kanninen (Rybicki and Kanninen 1977) e (b) Raju (Raju 1987).	23
Figura 2.19. Malha de elementos finitos do provete DCB usada por Ribeiro et al. (Ribeiro, Silva, and de Moura 2006).	24
Figura 2.20. Malha de elementos finitos do provete ENF usada por Silva et al (2006).	25
Figura 2.21. Esquema de referenciais na extremidade da fenda.	26
Figura 2.22. Leis coesivas típicas.	26

CAPÍTULO 3. FRACTURA EM MODO I: ENSAIO DCB

Figura 3.1. Esquema do ensaio DCB (Double Cantilever Beam).....	30
Figura 3.2 Lei coesiva trilinear (de Moura et al. 2008).....	35
Figura 3.3. Malha de elementos finitos do provete DCB, com as condições de fronteira.....	36
Figura 3.4. Resultados da simulação numérica do ensaio DCB: (a) curva $P-\delta$; (b) curva de resistência.....	36
Figura 3.5. Curva de resistência fundamental, obtida através da simulação numérica do ensaio DCB e do método CBBM.....	37
Figura 3.6. Comparação entre a lei coesiva rígida-linear usada no modelo numérico do ensaio DCB e as leis coesivas recuperadas por derivação da função logística ou por derivação numérica da curva de resistência fundamental.....	38
Figura 3.7. Geometria do provete usado no ensaio DCB, incluindo a região com o padrão de speckle.....	39
Figura 3.8. Ensaio DCB: (a) aspecto dos provetes; (b) aspecto geral da montagem experimental.....	40
Figura 3.9. Padrão de speckle e histograma da imagem.....	40
Figura 3.10. Padrão de speckle com a representação da posição inicial do par de pontos utilizado para medição do CTOD.....	41
Figura 3.11. Curvas força-deslocamento dos ensaios DCB.....	42
Figura 3.12. Aspecto macroscópico da fractura no ensaio DCB: (a) fase inicial do ensaio e (b) fase final do ensaio.....	43
Figura 3.13. Curvas de resistência em modo I, obtidas pelo ensaio DCB e pelo método CBBM.....	44
Figura 3.14. Identificação do valor de iniciação ($G_{I,i}$) e do valor crítico (G_{Ic}) da taxa de libertação de energia em modo I: curva força-deslocamento e curva de resistência.....	44
Figura 3.15. Relação entre $G_{I,i}$ e G_{Ic} e a massa volúmica.....	46
Figura 3.16. Evolução das componentes do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v e w), com o deslocamento aplicado ao provete DCB (δ)... ..	47
Figura 3.17. (a) Curvas de resistências fundamentais e (b) exemplo de ajuste da função logística.....	48
Figura 3.18. Leis coesivas em modo I: $\sigma=f(v)$	49
Figura 3.19. Comparação entre a lei coesiva logística e a lei coesiva exponencial.	51

CAPÍTULO 4. FRACTURA EM MODO II: ENSAIO ENF

Figura 4.1. Esquema do ensaio ENF (End Notched Flexure).....	54
Figura 4.2. Lei coesiva rígida-linear, para a fractura em modo II.....	58

Figura 4.3. Malha de elementos finitos do provete ENF com as condições de fronteira que foram aplicadas.	59
Figura 4.4. Resultados da simulação numérica do ensaio ENF: (a) curva $P-\delta$; (b) curva de resistência. O ponto assinalado corresponde ao fim da propagação auto-s semelhante.	60
Figura 4.5. Curva de resistência fundamental em modo II.	61
Figura 4.6. Comparação entre a lei coesiva rígida-linear usada no modelo numérico do ensaio ENF e as leis coesivas recuperadas por derivação da função logística ou por derivação numérica da curva de resistência fundamental.	61
Figura 4.7. (a) Geometria do provete e do ensaio ENF; (b) aspecto final dos provetes, com o padrão de speckle.	63
Figura 4.8. Aspecto geral da montagem experimental dos ensaios ENF.	63
Figura 4.9. Padrão de speckle característico dos provetes ENF e histograma da imagem.	64
Figura 4.10. Padrão de speckle com a indicação da posição inicial do par de pontos usado na medição do CTOD.	64
Figura 4.11. Curvas força-deslocamento dos ensaios ENF.	65
Figura 4.12. Aspecto macroscópico da fractura no ensaio ENF: (a) estágio inicial da ZPF; (b) estágio final do ensaio (c) estágio final do ensaio em provete com componente de modo I não desprezável.	66
Figura 4.13. Curvas de resistência em modo II, obtidas pelo ensaio ENF.	67
Figura 4.14. Identificação do valor de iniciação ($G_{II,i}$) e do valor crítico ($G_{II,c}$) da taxa de libertação de energia em modo I: curva força-deslocamento e curva de resistência.	68
Figura 4.15. Relação entre $G_{II,i}$ e $G_{II,c}$ e a massa volúmica.	69
Figura 4.16. (a) Evolução das componentes do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v e u), com o deslocamento aplicado ao provete DCB (δ); (b) trajetória de carregamento.	71
Figura 4.17 (a) Curvas de resistências fundamentais em modo II e (b) exemplo de ajuste da função logística (continua).	72
Figura 4.17 (a) Curvas de resistências fundamentais em modo II e (b) exemplo de ajuste da função logística (continuação).	73
Figura 4.18. Leis coesivas em modo II: $\tau=f(u)$	74
Figura 4.19. Comparação entre a lei coesiva logística e a lei coesiva exponencial. ...	76

CAPÍTULO 5. FRACTURA EM MODO MISTO I+II: ENSAIOS ELS E SLB

Figura 5.1 Representação esquemática do ensaio SLB (Single-Leg Bending) simétrico.	80
Figura 5.2 Representação esquemática do ensaio ELS-MM (End Loaded Split – Mixed Mode).	86
Figura 5.3 Malhas de elementos finitos, não deformadas e deformadas: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS.	91

Figura 5.4 Curvas $P-\delta$ numéricas: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS (continua).....	92
Figura 5.4 Curvas $P-\delta$ numéricas: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS (continuação).....	93
Figura 5.5 Curvas de calibração da flexibilidade: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS.....	94
Figura 5.6. Relação entre a flexibilidade e o comprimento de fenda: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS. MCF: $a_i=a_0$; Szekrényes e CBBM: $a_i=a_e$	95
Figura 5.7. Curvas de resistência numéricas (G_T): (a) ensaio SLB ($a_0=168$ mm); (b) ensaio ELS-MM ($a_0=60$ mm).....	97
Figura 5.8. Curvas de resistência pelo CBBM (G_I , G_{II} e G_T), a partir da curva $P-\delta$ numérica (a) do ensaio SLB e (b) do ensaio ELS-MM.	99
Figura 5.9. Provetes: (a) SLB e (b) ELS-MM.	101
Figura 5.10. Aspecto geral dos ensaios: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS.	102
Figura 5.11. Curvas $P-\delta$ experimentais e comparação com os modelos numéricos: (a) ensaio SLB ($a_0=168$ mm) legenda; (b) ensaio ELS ($a_0=60$ mm).	104
Figura 5.12. Comparação das curvas de resistência obtidas pelo MCF e pelo CBBM: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS-MM.	105
Figura 5.13. Curvas de resistência típicas, obtidas pelo CBBM: (a) ensaio SLB, com $a_0=213$ mm; (b) ensaio ELS-MM, com $a_0=90$ mm. (continua)	106
Figura 5.13. Curvas de resistência típicas, obtidas pelo CBBM: (a) ensaio SLB, com $a_0=213$ mm; (b) ensaio ELS-MM, com $a_0=90$ mm. (continuação)	107
Figura 5.14. Critério de fractura para a madeira <i>Pinus pinaster</i>	109

CAPÍTULO 6. MODO MISTO I+II: ENSAIO MMB

Figura 6.1. Ensaio MMB: (a) geometria do provete;(b) esquema do dispositivo de carregamento.	112
Figura 6.2. Análise de sobreposição de cargas para o provete MMB.	114
Figura 6.3. Malha do modelo de elementos finitos tridimensional.	120
Figura 6.4. Esquema de localização dos nós locais, utilizado para aplicação do método VCCT.....	121
Figura 6.5. Perfil de distribuição da taxa de libertação de energia G_I normalizada relativamente a $G_T= G_I+G_{II}+G_{III}$ na frente de fenda para o provete MMB: (a) considerando a teoria de vigas ($c=201.12$), (b) considerando a teoria corrigida de Wang e Williams ($c=192.94$).	122
Figura 6.6. Malha do modelo de elementos finitos bidimensional do ensaio MMB.	123
Figura 6.7. Deformada do modelo de elementos finitos bidimensional do provete MMB, durante a propagação ($G_I/G_{II}=1$).	123
Figura 6.8. Comparação entre as curvas $P_I-\delta_I$ e $P_{II}-\delta_{II}$ dos modelos 2D e 3D ($G_I/G_{II}=1$).	123
Figura 6.9. Comparação entre os modelos 2D e 3D do ensaio MMB, para uma razão $G_I/G_{II}=1$: (a) G_I e (b) G_{II} , estimados pelo método CBBM (Compliance-Based Beam Method).....	125

Figura 6.10. Comparação das razões de modo-misto I/II introduzidas no modelo numérico 2D (referência) e as razões recuperadas (símbolos), durante a propagação ($\Delta a=50\text{mm}$).....	125
Figura 6.11 Aspecto dos provetes MMB, na região da fenda inicial (provetes da 1ª série de ensaios).....	127
Figura 6.12 Desenho do projecto do dispositivo do ensaio MMB: (a) vistas frontal e lateral; (b) perspectiva.....	127
Figura 6.13 Aspecto geral da montagem experimental do ensaio MMB.....	128
Figura 6.14. Ensaio MMB: curvas $P-\delta$ típicas, para diferentes razões de modo-misto: (a) $G_I/G_{II}=0,10$, (b) $G_I/G_{II}=0,5$ e (c) $G_I/G_{II}=1,25$	130
Figura 6.15. Curvas de resistência típicas, para diferentes razões de modo-misto (G_I/G_{II}): (a) 0,10, (b) 0,5 e (c) 1,25.....	131
Figura 6.16. Comportamento à fractura da madeira de Pinus pinaster no espaço $G_I - G_{II}$ (1ª série de ensaios MMB): (a) todos os ensaios e critério de propagação linear; (b) média dos resultados experimentais e critérios de propagação linear, quadrático e de Benzeggagh e Kenane (B-K).....	133
Figura 6.17. Padrão speckle com a representação do par de pontos utilizado na medição do COD.....	135
Figura 6.18. Aspecto macroscópico da fractura para três valores de G_I/G_{II} : (a) 0,10, (b) 0,5 e (b) 1,25.....	135
Figura 6.19. Energia de fractura da madeira de Pinus pinaster no espaço $G_I - G_{II}$: 2ª série de ensaios MMB, ensaios DCB e ensaios ENF.....	137
Figura 6.20. Evolução do deslocamento de abertura de fenda (COD) com o deslocamento aplicado (v : componente de modo I do COD; w : componente de modo II do COD): (a) $G_I/G_{II}=0,10$; (b) $G_I/G_{II}=0,25$; (c) $G_I/G_{II}=0,5$; (d) $G_I/G_{II}=1,25$	138
Figura 6.21. Exemplos de trajectórias de deformação local, para cada uma das razões de modo misto da 2ª série de ensaios MMB ($G_I/G_{II}=0,10; 0,25; 0,50; 1,25$).....	138
Figura 6.23. (a) Função potencial, (b) lei coesiva normalizada e (c) componentes de modo I e de modo II da lei coesiva, para $G_I/G_{II}=0,10$. (continua).....	142
Figura 6.23. (a) Função potencial, (b) lei coesiva normalizada e (c) componentes de modo I e de modo II da lei coesiva, para $G_I/G_{II}=0,10$. (continuação).....	143
Figura 6.24. Componentes de modo I e de modo II das leis coesivas, para diferentes razões de modo misto G_I/G_{II} : (a) 0,10; (b) 0,25; (c) 0,50; (d) 1,25.....	144
Figura 6.25. (a) Variação das resistências coesivas (σ_u, τ_u) e (b) dos correspondentes deslocamentos de abertura da fenda ($\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$), com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$).....	146
Figura 6.26. (a) Variação da taxa crítica de libertação de energia (G_c) e (b) do deslocamento crítico de abertura de fenda (Δ_c) com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$). (continua).....	148
Figura 6.27. (a) Variação da taxa crítica de libertação de energia (G_c) e (b) do deslocamento crítico de abertura de fenda (Δ_c) com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$). (continuação).....	149

LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 3. FRACTURA EM MODO I: ENSAIO DCB

Tabela 3.1. Propriedades da madeira de <i>Pinus pinaster</i> utilizadas no modelo numérico do ensaio DCB (de Moura et al. 2008).....	35
Tabela 3.3. Massa volúmica (ρ), parâmetros da função logística (A_1, A_2, p, v_0) e valores característicos da tensão (σ_u) e do deslocamento (v_u e v_c).....	50
Tabela 3.4. Comparação entre as tensões máximas das leis coesivas logística e exponencial.....	51

CAPÍTULO 4. FRACTURA EM MODO II: ENSAIO ENF

Tabela 4.1. Propriedades da madeira de <i>Pinus pinaster</i> utilizadas no modelo numérico do ensaio ENF (de Moura et al., 2008, 2009).....	59
Tabela 4.2. Massa volúmica (ρ), módulo de flexão e taxa de libertação de energia em modo II identificadas nos provetes do ensaio ENF.....	68
Tabela 4.3. Razão de modo misto ($\tan\phi=v/u$) e ângulo de fase (ϕ).....	72
Tabela 4.4. Massa volúmica (ρ), parâmetros da função logística (B_1, B_2, q, u_0) e valores característicos da tensão (τ_u) e do deslocamento (u_u e u_c).....	75
Tabela 4.5. Comparação entre as tensões máximas das leis coesivas logística e exponencial.....	76

CAPÍTULO 5. FRACTURA EM MODO MISTO I+II: ENSAIOS ELS E SLB

Tabela 5.1. Propriedades da madeira de <i>Pinus pinaster</i> (de Moura et al. 2009).	92
Tabela 5.2. Ensaio SLB: comparação entre G_I, G_{II} e G_T para todos os valores de a_0 e para todos os métodos.....	98
Tabela 5.3. Ensaio ELS-MM: comparação entre G_I, G_{II} e G_T para todos os valores de a_0 e para todos os métodos.....	98
Tabela 5.4. Densidade (a 12% de humidade) dos provetes SLB e ELS-MM.....	100
Tabela 5.5. Taxa de libertação de energia obtida pelos métodos MCF e CBBM....	106
Tabela 5.6. Resumo dos resultados dos ensaios SLB (n=13): CBBM.....	107
Tabela 5.7. Resumo dos resultados dos ensaios ELS (n=10): CBBM.....	108

CAPÍTULO 6. MODO MISTO I+II: ENSAIO MMB

Tabela 6.1. Propriedades da madeira de <i>Pinus pinaster</i> (Caumes e Morlier 1987; Xavier, et al. 2004; Reiterer, et al. 2002).	120
Tabela 6.2. Valores de c considerando a teoria de vigas e a teoria corrigida de Wang e Williams.....	123

Tabela 6.3. Razões de modo misto I+II e critério de propagação linear, para cerca de 50 mm de propagação de fenda (método CBBM).	125
Tabela 6.4. Resumo dos resultados experimentais da 1ª série de ensaios MMB.	133
Tabela 6.5. Resumo dos resultados experimentais da 2ª série de ensaios MMB: massa volúmica e taxas críticas de libertação de energia.	136
Tabela 6.6. Resultados experimentais da 2ª série de ensaios MMB: ângulo de fase normalizado (θ), taxa crítica de libertação de energia (G_c) e deslocamento crítico de abertura da fenda (Δ_c).	140
Tabela 6.7. Tensões coesivas máximas (σ_u^{II} e τ_u^{II}) e deslocamentos de abertura da fenda associados ($\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$).	145

NOMENCLATURA

Latino

a	Comprimento de fenda
a_0	Comprimento de fenda inicial
a_{eq}	Comprimento de fenda equivalente
a_{ei}	Comprimento de fenda equivalente para o modo i ($i = I, II$)
a_{rot}	Contributo no comprimento de fenda (a) da rotação dos braços superior e inferior do provete na secção da extremidade da fenda
a_{ZPF}	Contributo no comprimento de fenda (a) da zona de processo de fractura
A_1	Parâmetro de ajuste função logística, modo I
A_2	Parâmetro de ajuste função logística; taxa crítica de libertação de energia em modo I
A_i	Área da secção no segmento i
B	Largura do provete
B_1	Parâmetro de ajuste função logística, modo II
B_2	Parâmetro de ajuste função logística; taxa crítica de libertação de energia em modo II
c	Comprimento braço solicitação (ensaio MMB)
C	Flexibilidade
C_0	Flexibilidade elástica (associada ao a_0)
c_i	Metade da altura da viga no segmento i
C^{ELS}	Flexibilidade do provete ELS
C^{ELS-MM}	Flexibilidade do provete ELS-MM
C^{SLB}	Flexibilidade do provete SLB
C^{cor}	Flexibilidade corrigida para modo II
C_0^{cor}	Flexibilidade elástica corrigida para modo II
E_f	Módulo de Flexão
E_{fi}	Módulo de Flexão corrigido para o modo i ($i = I, II$)

E_L	Módulo de Elasticidade Longitudinal
E_R	Módulo de Elasticidade Radial
G	Taxa de libertação de energia
G_c	Taxa crítica de libertação de energia
G_{ic}	Taxa crítica de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$)
G_i	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$)
$G_{i,i}$	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$) de iniciação, correspondente ao limite de linearidade da curva $P-\delta$
$G_{i,m}$	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$) associada à força máxima
G_T^{ELS}	Taxa total de libertação de energia do provete ELS
G_i^{ELS}	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$) do provete ELS
G_T^{ELS-MM}	Taxa total de libertação de energia do provete ELS-MM
G_i^{ELS-MM}	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$) do provete ELS-MM
G_T^{SLB}	Taxa total de libertação de energia do provete SLB
G_i^{SLB}	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$) do provete SLB
G_i^{WW}	Taxa de libertação de energia para o modo i ($i = I, II$), Williams (1989)
G^*	Taxa de libertação de energia normalizada
G_{LR}	Módulo de corte no plano de simetria LR
b	Metade da altura do provete
$b\Delta$	Correcção do comprimento de fenda inicial
I	Momento de segunda ordem da secção
k	Factor de correcção dos efeitos do corte na flexão
K_{ic}	Factor crítico de intensidade de tensão em modo i ($i = I, II$)
L	Vão do ensaio
L_{ef}	Comprimento efectivo da viga
M_f	Momento flector

p	Parâmetro de ajuste função logística, modo I
P	Força aplicada
P_i	Solicitação de modo i ($i = I, II$), ensaio MMB
P_Q	Força de início da propagação
P_{\max}	Força máxima
q	Parâmetro de ajuste função logística, modo II
U	Energia de deformação
u	Deslocamento de abertura da extremidade da fenda para o modo II
u_c	Valor crítico do deslocamento de abertura da extremidade da fenda para o modo II
u_u	Deslocamento de abertura da extremidade da fenda, modo II para a tensão máxima τ_u
u^*	Deslocamento de abertura da fenda normalizado, modo II
V	Esforço transversal
v	Deslocamento de abertura da extremidade da fenda para o modo I
v_c	Valor crítico do deslocamento de abertura da extremidade da fenda para o modo I
v_u	Deslocamento de abertura da extremidade da fenda, modo I para a tensão máxima σ_u
v^*	Deslocamento de abertura da fenda normalizado, modo I

Grego

δ	Deslocamento
δ_i	Deslocamento para o modo i ($i = I, II$), ensaio MMB
δ_F	Deslocamento do ponto de aplicação da carga
ρ	Massa volúmica
Δ	Correcção do comprimento de fenda
Δ_i	Correcção do comprimento de fenda para o modo i ($i = I, II$)

Δ_c	Deslocamento crítico da abertura de fenda
$\Delta_{u,\sigma}$	Deslocamento de abertura de fenda associado a σ_u
$\Delta_{u,\tau}$	Deslocamento de abertura de fenda associado a τ_u
λ	Deslocamento abertura de fenda generalizado (Högberg 2006)
λ_{corr}	Corrected Högberg dimensionless displacement parameter
ϕ	Ângulo de fase
θ	Ângulo de fase normalizado
σ	Tensão normal (modo I)
σ_u	Tensão máxima
$\sigma_u^{I/II}$	Tensão coesiva máxima (modo I)
τ	Tensão de corte (modo II)
τ_u	Tensão de corte máxima
$\tau_u^{I/II}$	Tensão coesiva máxima (modo II)
ν_{LR}	Coefficiente de Poisson para o plano de simetria LR
Φ	Função potencial

ACRÓNIMOS

ABS	<i>Asymmetric beam specimen</i>
CBBM	Método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (<i>compliance based beam method</i>)
CBT	Teoria das vigas corrigida (<i>conceled beam theory</i>)
COD	Deslocamento de abertura de fenda (<i>crack opening displacement</i>)
CTOD	Deslocamento de abertura de fenda, modo I (<i>crack tip opening displacement</i>)
CTSD	Deslocamento de abertura de fenda, modo II (<i>crack tip shear displacement</i>)
DCB	Ensaio <i>Double Cantilever Beam</i>
DIC	Técnica de correlação digital de imagem (<i>Digital Image Correlation</i>)
ELS	Ensaio <i>End Loaded Split</i>
ELS-MM	Ensaio <i>End Loaded Split – Mixed Mode</i>
ENF	Ensaio <i>End-Notched Flexure</i>
L	Longitudinal
LVDT	<i>Linear Variable Displacement Transformer</i>
MEC	Método experimental de calibração da flexibilidade
MENF	Ensaio <i>Modified End-Notched Flexure</i>
MFLE	Mecânica da fractura linear elástica
MFNL	Mecânica da fractura não linear
MMB	Ensaio <i>Mixed-Mode Bending</i>
MMF	Ensaio <i>Mixed-Mode Flexure</i>
R	Radial
SEM	Microscópio electrónico de varrimento (<i>scanning electronic microscope</i>)
SEN-TPB	Ensaio <i>Single Edge Notch – Three Point Bending</i>
SLB	Ensaio <i>Single Leg Bending</i>
T	Tangencial
TDCB	Ensaio <i>Tapered Double Cantilever Beam</i>
TVC	Teoria das vigas corrigida
VCCT	<i>Virtual Crack Closure Technique</i>
WS	Ensaio <i>Wedge Splitting</i>
ZPF	Zona de processo de fractura

Capítulo 1. Introdução

Actualmente tem aumentado o interesse em recursos renováveis devido à preocupação com o esgotamento dos mesmos e com os desperdícios energéticos. A madeira é o único material de construção que é renovável e energeticamente eficiente durante a sua produção, processamento e uso. Em Portugal a floresta é um importante recurso natural e as indústrias da madeira são economicamente importantes, como é o caso da indústria de mobiliário. É fundamental a existência de uma gestão sustentada da floresta. Todavia, a investigação sobre o comportamento mecânico da madeira é ainda incipiente em Portugal, embora as suas aplicações estruturais tenham aumentado nos últimos anos por razões ecológicas e por uma crescente preocupação com o esgotamento dos recursos energéticos. Todavia, a utilização eficiente da madeira em estruturas é limitada, devido à falta de critérios de rotura adequados. De facto, as recomendações actuais do Eurocódigo 5 (Código Europeu de Projecto de Estruturas em Madeira) são sobretudo baseadas nos critérios de resistência convencionais, embora seja genericamente aceite que os critérios baseados na Mecânica da Fractura são mais adequados.

A abordagem mais tradicional no estudo da resistência dos materiais em projectos de estruturas baseia-se essencialmente em duas variáveis: a tensão máxima aplicada e a resistência mecânica do material. Esta abordagem considera o material como um meio contínuo, isotrópico e homogéneo e assume a sua adequabilidade para utilização, sempre que a resistência mecânica seja superior à solicitação aplicada. Contudo, é de conhecimento geral que as estruturas apresentam normalmente descontinuidades ou outros defeitos introduzidos durante o processo de fabrico. Estes defeitos, por sua vez, produzem zonas de concentração de tensões internas que podem ser susceptíveis de causar fracturas estruturais. Em contrapartida, a aplicação dos conceitos da Mecânica da Fractura permite considerar que os materiais estruturais não são necessariamente contínuos, incorporando assim uma variável adicional na análise estrutural: o tamanho do defeito na estrutura. A introdução dos princípios da

Mecânica da Fractura permite inferir se, durante o ciclo de vida de uma estrutura, o tamanho do defeito se mantém inferior ao seu valor crítico ou de colapso.

A madeira é considerada como um material quase-frágil caracterizado pela existência de uma zona de processo de fractura (ZPF) na vizinhança da extremidade da fenda, de dimensões não negligenciáveis. Consequentemente, a iniciação e a propagação de fendas num material como a madeira envolvem fenómenos complexos de carácter inelástico e dissipativo na zona de processo de fractura, como é o caso de microfissuração e ponte de fibras. Um método eficiente para lidar com esses fenómenos consiste no uso de modelos coesivos, implementados numericamente através de elementos finitos de interface (Elices et al. 2002). Neste caso, assume-se que a ZPF está concentrada em superfícies coesivas, sendo o comportamento do material descrito pela lei coesiva que relaciona as tensões com os deslocamentos relativos das superfícies coesivas adjacentes. Relativamente à Mecânica da Fractura Linear Elástica, que exige a existência prévia de uma fenda, a abordagem baseada nos modelos coesivos (Mecânica da Fractura Não Linear) oferece algumas vantagens. Uma delas consiste precisamente no facto de não requerer a existência de uma fenda inicial. Além disso, a sua aplicação à fractura de materiais e estruturas não está condicionada por quaisquer limitações sobre as dimensões da ZPF (efeito de escala).

O principal obstáculo à utilização de modelos coesivos tem a ver com o relativo desconhecimento que ainda persiste sobre alguns dos seus aspectos essenciais. A principal questão ainda em aberto prende-se com a correcta identificação de leis coesivas fisicamente consistentes, que possam ser extrapoladas do laboratório para as estruturas reais. Por outro lado, o desenvolvimento de critérios de rotura adequados às aplicações estruturais requer a caracterização à fractura da madeira sob solicitações de modo misto, que naturalmente ocorrem neste tipo de aplicações. A conjugação destes dois aspectos (obtenção de leis coesivas fisicamente consistentes sob solicitações de modo misto) constitui um tema actual e de premente relevância no contexto da caracterização à fractura de materiais.

O objectivo desta dissertação é o estudo e desenvolvimento de métodos analíticos, numéricos e experimentais para uma apropriada caracterização à fractura da madeira

sob solicitações de modo misto I+II. Uma vez que não existem ensaios normalizados para estudar o comportamento da madeira sob este tipo de solicitação, uma das finalidades consistiu em analisar a eventual aplicabilidade de diferentes métodos de ensaio usados para a caracterização de outros materiais, como é o caso dos materiais compósitos. De um modo geral, constatou-se que os ensaios propostos revelam vários problemas relacionados com a influência das condições fronteira na livre propagação da fenda, com a dificuldade de monitorização do comprimento de fenda durante a sua propagação e com a sua pouca versatilidade no que concerne à análise de diferentes combinações de modo misto. A escolha inicial recaiu sobre os ensaios *End Loaded Split - Mixed Mode* (ELS) e *Single Leg Bending* (SLB), caracterizados pela sua simplicidade de execução. Todavia, verificou-se que estes ensaios apresentam uma importante limitação relacionada com uma baixa amplitude de variação dos rácios de modo misto. Consequentemente, a escolha final incidiu sobre o ensaio *Mixed-Mode Bending* (MMB). Este ensaio consiste numa combinação dos ensaios *Double Cantilever Beam* (DCB) e *End Notched Flexure* (ENF) usados para a caracterização em puro modo I e em puro modo II, respectivamente, possibilitando a realização de ensaios com diferentes razões de modo misto (I+II). Os métodos clássicos de tratamento de resultados baseados na calibração da flexibilidade ou na teoria de vigas requerem a medição do comprimento de fenda durante a sua propagação, o que se revela uma tarefa de execução muito difícil na madeira. Assim sendo, foi necessário proceder ao desenvolvimento de um novo procedimento baseado no conceito de fenda equivalente e aplicado aos ensaios DCB e ENF, dos quais o MMB deriva. Este método, apelidado de *Compliance Based Beam Method* (CBBM) permite a obtenção de curvas de resistência (curvas-R) e das taxas críticas de libertação de energia evitando a medição do comprimento de fenda durante a sua propagação. Foram assim realizados inúmeros ensaios de fractura e simulações numéricas de provetes DCB e ENF que permitiram não só obter as propriedades de fractura em modos puros (I e II) bem como validar o novo método de tratamento de resultados, que foi posteriormente aplicado ao ensaio MMB. Foram realizados vários ensaios MMB para diferentes combinações de modo misto, o que permitiu obter uma lei de comportamento da madeira em modo misto.

Numa segunda fase deste trabalho, pretendeu-se também identificar as leis coesivas em modo I, modo II e modo I+II para a madeira. O método de identificação estudado baseia-se na resposta mecânica global dos provetes e na medição da abertura da fenda na vizinhança da sua extremidade (*Crack Opening Displacement* - COD) a partir do campo dos deslocamentos medido nessa região recorrendo à correlação digital de imagem. As leis coesivas resultam da derivação das taxas de libertação de energia (determinadas por aplicação do método CBBM) em ordem ao COD. O método de identificação das leis coesivas foi validado numericamente recorrendo à simulação por elementos finitos incluindo modelos coesivos.

A dissertação está organizada em sete capítulos. No presente capítulo (Capítulo 1) serão apresentados os objectivos e a organização do trabalho de dissertação. No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão do estado da arte sobre mecânica da fractura, nomeadamente sobre os ensaios de fractura em modo I, modo II e modo misto I+II e sobre simulação numérica em fractura. O Capítulo 3 é dedicado à fractura em modo I, onde se apresenta o trabalho numérico e experimental do ensaio DCB (*Double Cantilever Beam*). A identificação do comportamento à fractura em modo II recorrendo ao ensaio ENF (*End Notched Flexure*) através da sua simulação numérica e do trabalho experimental, é descrito no Capítulo 4. No Capítulo 5 analisa-se a aplicação dos ensaios de modo misto I+II ELS-MM (*End Loaded Split – Mixed Mode*) e SLB (*Single Leg Bending*), recorrendo à modelação analítica, ao método dos elementos finitos e ao trabalho experimental. O estudo sobre o critério de fractura e a lei coesiva em modo misto I+II está descrito no Capítulo 6 onde se apresenta o estudo numérico e o trabalho experimental desenvolvido para o ensaio MMB (*Mixed Mode Bending*), assim como o método usado na identificação da lei coesiva. No Capítulo 7 reúnem-se as conclusões obtidas e sugerem-se as linhas de trabalho futuro abertas com o presente trabalho.

Capítulo 2. Revisão Bibliográfica

2.1. Introdução

Actualmente, o interesse nas aplicações estruturais envolvendo madeira tem aumentado consideravelmente por razões ambientais e energéticas. Para utilizar a madeira de forma eficiente e segura em elementos estruturais é fundamental conhecer com rigor o seu comportamento à fractura. No entanto, a identificação das propriedades de fractura da madeira é um problema complexo que está ainda por resolver, devido sobretudo à sua variabilidade, heterogeneidade e anisotropia. À escala macroscópica a madeira é tratada como um material ortotrópico, que em cada ponto admite três direcções de simetria material mutuamente ortogonais: a direcção longitudinal (L) dos traqueídeos ou fibras, a direcção radial (R) dos raios lenhosos e a direcção tangencial (T) aos anéis de crescimento. A partir destas direcções de simetria material e para cada modo elementar de propagação - modos I, II e III -, distinguem-se seis sistemas de propagação: TL, RL, LR, TR, RT e LT, indicando a primeira letra a direcção normal ao plano da fenda e a segunda a direcção de propagação (Figura 2.1). Neste capítulo deseja-se apresentar o estado da arte sobre o comportamento à fractura da madeira, nomeadamente sobre os métodos experimentais e numéricos para a determinação das respectivas propriedades de fractura, nos modos de propagação de fenda I, II e I+II.

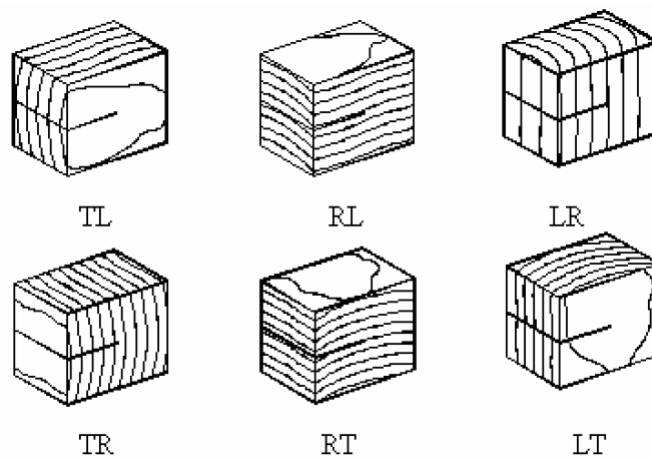


Figura 2.1. Sistema de propagação de fendas para madeira.

2.2. Fractura em modo I

A fractura em modo puro I consiste na aplicação de uma sollicitação de tracção normal ao plano de propagação da fenda (Figura 2.2). Este modo de fractura foi caracterizado em trabalhos de vários autores, salientando-se nesta revisão os ensaios comumente aplicados à madeira: *Single-Edge Notch* (SEN), *Tapered Double Cantilever Beam* (TDCB), *Wedge Splitting* (WS) e *Double Cantilever Beam* (DCB). Estes ensaios têm vindo a ser estudados para determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo I (G_{Ic}), normalmente acompanhados de trabalho de simulação por elementos finitos como complemento ao tratamento dos dados experimentais.

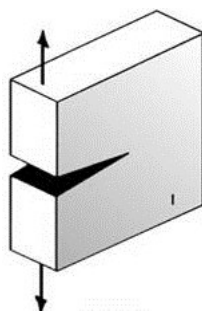


Figura 2.2. Sollicitação representativa da fractura em puro modo I.

O provete SEN foi usado por (King, Sutherland, and Le-Ngoc 1999) num estudo comparativo das propriedades de fractura da madeira seca e da madeira verde para a espécie *Pinus radiata*. Foram efectuados ensaios para os sistemas de propagação TL, RL, LR, TR, RT e LT. Na Figura 2.3 pode-se ver um esquema do dispositivo de ensaio utilizado por King *et al.* (1999). Neste ensaio aplica-se o deslocamento (δ) a uma velocidade de 4 mm/min usando um cilindro central, sendo a sua posição medida com um LVDT (*Linear Variable Displacement Transformer*), localizado entre o eixo do cilindro central e a base da máquina Instron®. A norma ASTM E399-83 (ASTM E08 Committee 2009), para materiais isotrópicos, foi usada para determinar a força de início da propagação (P_Q) e a força máxima ($P_{m\acute{a}x}$). A partir dos dados experimentais, os autores obtiveram, para cada um dos sistemas de propagação de fenda estudados, o factor crítico de intensidade de tensão em modo I (K_{Ic}).

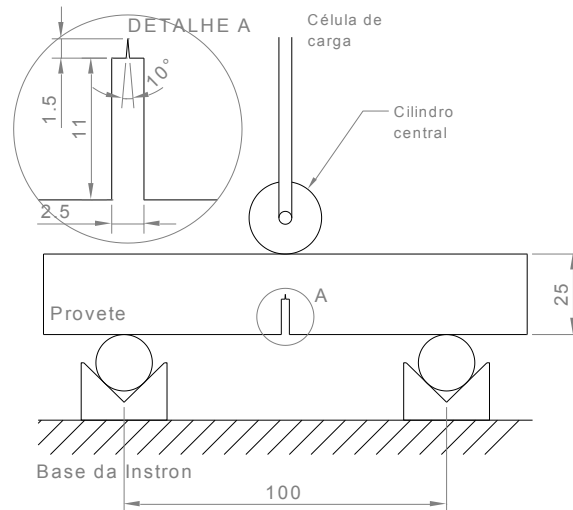


Figura 2.3. Dispositivo experimental de ensaio, utilizado por (King, Sutherland, and Le-Ngoc 1999), para a determinação das propriedades de fractura em modo I.

Vasic *et al.* (Vasic and Smith 2002) usaram o provete TDCB e o ensaio WS para estudar os mecanismos de fractura em modo I para a espécie de madeira *Picea glauca* (*eastern Canadian spruce*), nos sistemas de propagação RL e TL. O dispositivo de ensaio está representado na figura 2.4 (a), usando-se uma cunha de alumínio em forma de V para induzir a propagação. Os ensaios experimentais foram efectuados dentro da câmara de um microscópio electrónico de varrimento (*Scanning Electronic Microscope*, SEM). Pode-se ver na Figura 2.4 (b) a forma e as dimensões dos provetes usados. As imagens obtidas por SEM mostraram que o principal mecanismo que restringe a propagação de fendas são as pontes de fibras (Figura 2.5).

Os autores concluíram também que existe uma evidente dificuldade na medição do comprimento da fenda durante um ensaio e que a dimensão da zona de processo de fractura (ZPF) é de aproximadamente 1-2 mm.

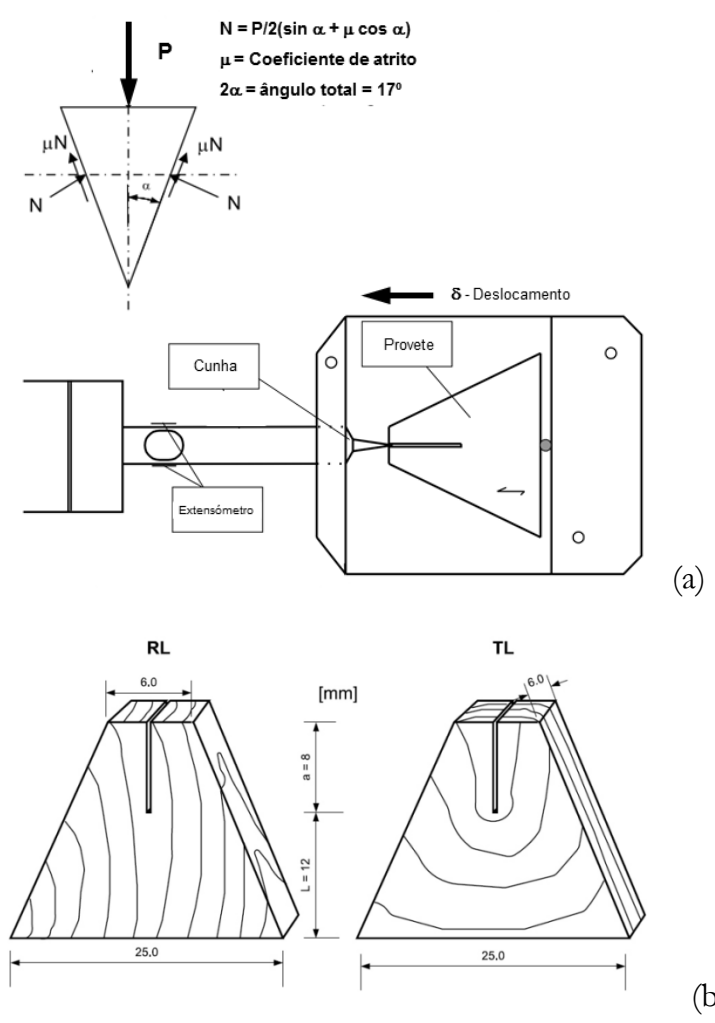


Figura 2.4. Ensaio utilizado por Vasic *et al.* (2002): (a) Dispositivo *wedge-splitting test* e (b) Provetes TDCB.



Figura 2.5. Desenvolvimento de ponte de fibras durante o processo de propaga\u00e7\u00e3o de fenda (Vasic e Smith 2002).

O provete WS foi usado por Reiterer (Reiterer 2001) num estudo para avaliar a influência da temperatura nas propriedades de fractura em modo I das espécies *Picea abies* (Espruce) e *Fagus sylvatica* (Faia) no sistema de propagação RL. Foram usados quatro valores para a temperatura (20°C, 40°C, 60°C e 80°C), tendo Reiterer concluído que o factor crítico de intensidade de tensão (K_{Ic}) e a taxa crítica de libertação de energia (G_{Ic}) diminuem com o aumento da temperatura, para as duas espécies de madeira estudadas. Para compreender esta variação as superfícies de fractura dos provetes ensaiados a 20 e a 80 °C foram analisadas por microscopia electrónica de varrimento (SEM). Enquanto os provetes a 20 °C exibem uma superfície rugosa, com muitos fragmentos provenientes das paredes das células (Figura 2.6 (a), onde a seta indica a direcção dos traqueídeos), a superfície de fractura dos provetes ensaiados a 80 °C apresentam uma menor rugosidade (Figura 2.6 (b)). Estas observações indicam que, para as temperaturas inferiores, existe uma maior quantidade de energia dissipada durante a propagação. Verifica-se também que os valores de K_{Ic} e G_{Ic} são superiores para a espécie de madeira *Fagus sylvatica*, para todos os níveis de temperaturas estudados, o que pode ser explicado pelo facto desta espécie ter maior densidade do que a espécie *Picea abies*.

A influência do teor de humidade (entre 7%±0.5% e 55%±5%) nas propriedades de fractura da espécie de madeira *Picea abies* (Espruce), para o sistema de propagação RL, foi estudada por Reiterer *et al.* (2002). Na Figura 2.7 pode-se observar as dimensões nominais do provete WS usado no trabalho experimental. Pela análise dos resultados obtidos por Reiterer *et al.* (2002) concluiu-se que o factor crítico de intensidade de tensão em modo I (K_{Ic}) diminui com o aumento do teor de humidade, sendo a queda mais significativa na passagem do teor de humidade de 7 para 12%. O valor da taxa crítica de libertação de energia em modo I (G_{Ic}) apresenta um comportamento inverso ao verificado para o valor de K_{Ic} , isto é, aumenta com o aumento do teor de humidade.

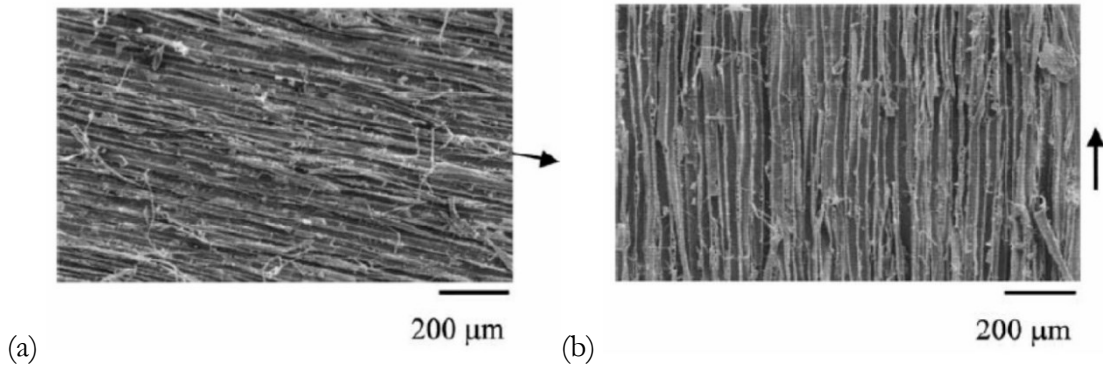


Figura 2.6. Superfície de fractura típica de um provete de madeira Epícea, a uma temperatura de (a) 20°C e a uma temperatura de (b) 80°C (Reiterer 2001).

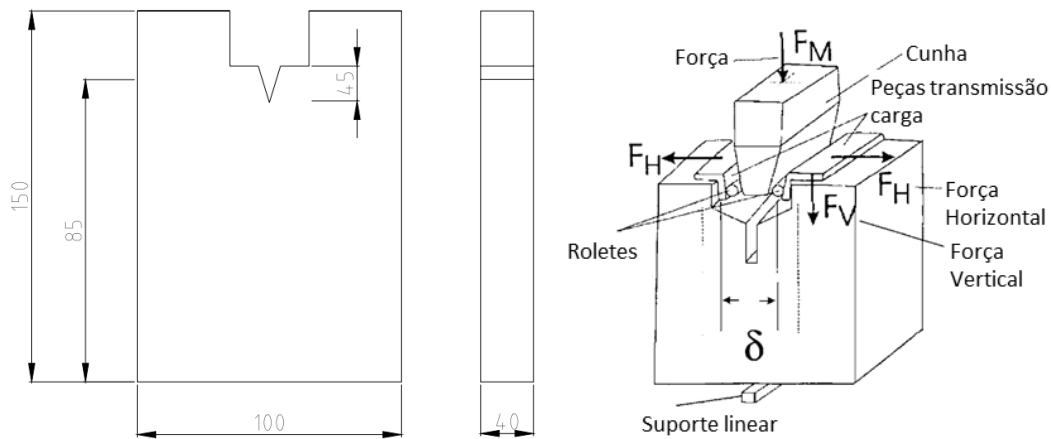


Figura 2.7. Dimensões utilizadas por Reiterer *et al.* (2002) para o provete WS.

Xavier *et al.* (2014) estudou o efeito do teor em água (entre 0% e 13%) na caracterização da madeira de *Pinus pinaster* em modo I, tendo usado o ensaio DCB em provetes à escala meso. Os autores verificaram que a propagação em modo I ocorre na camada do anel de crescimento referente ao lenho inicial, que o teor em água não influencia a iniciação do dano e que os valores da taxa crítica de libertação de energia ($G_{I,P_{max}}$ e $G_{I,max}$) aumentam com o aumento da humidade dos provetes.

Frühmann *et al.* (2003) determinaram as propriedades de fractura em modo I das espécies de madeira *Picea abies* (Espruce) e *Fagus sylvatica* (Faia), usando o provete WS. A madeira de *Fagus sylvatica* apresentou valores de G_{Ic} superiores aos da madeira de *Picea abies*, quer para o sistema RL quer para o sistema TL. Os autores verificaram que

era difícil medir com rigor o valor do comprimento de fenda durante os ensaios experimentais.

O provete TDCB (Figura 2.8) foi utilizado por Morel *et al.* (2002) num estudo sobre o efeito de escala na curva-R em modo I. Foram testadas seis séries de provetes de duas espécies de madeira diferentes - *Pinus pinaster* e *Picea abies* -, com dimensões homotéticas e orientadas segundo o sistema de propagação TL. Obtiveram-se as curvas de resistência a partir das curvas $P-\delta$, utilizando a definição de taxa crítica de libertação de energia e o conceito de fenda equivalente. Aplicando esta metodologia de tratamento de dados os autores quantificaram o efeito de escala na taxa crítica de libertação de energia para as espécies de *Pinus pinaster* e *Picea abies*.

Morel *et al.* (2005) usaram o ensaio *Single Edged Notch-Three Point Bending* (SEN-TPB) e desenvolveram um método para a identificação da curva-R da madeira em modo I e para a determinação da força máxima a partir da curva-R. Esse método foi aplicado à madeira de *Picea abies*, sistema de propagação TL e baseia-se no conceito de fenda elástica equivalente e na Mecânica da Fractura Linear Elástica (MFLE). Os autores basearam-se no comportamento da curva $P-\delta$ para concluir que a MFLE pode ser usada para descrever o comportamento à fractura da madeira, uma vez que o aumento da flexibilidade (C) se pode atribuir unicamente ao desenvolvimento da ZPF na extremidade da fenda, ficando o resto do material no domínio linear elástico. O comprimento da fenda elástica equivalente foi determinado pelos autores a partir das curvas $P-\delta$ utilizando um método de calibração da flexibilidade numérico-experimental que acomoda a variabilidade das propriedades elásticas da madeira.

Dourado *et al.* (2005) estudaram o comportamento à fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster* no sistema de propagação de fendas TL, através do ensaio SEN-TPB. Na Figura 2.9 estão representados os provetes e o dispositivo usados no ensaio, onde o deslocamento do ponto de aplicação de carga (δ_F) e dos pontos médios das duas barras metálicas ilustradas (δ_i , $i=1, 2$), foram determinados com o auxílio de dois extensómetros óticos. O comportamento não linear das curvas $P-\delta$ obtidas pelos

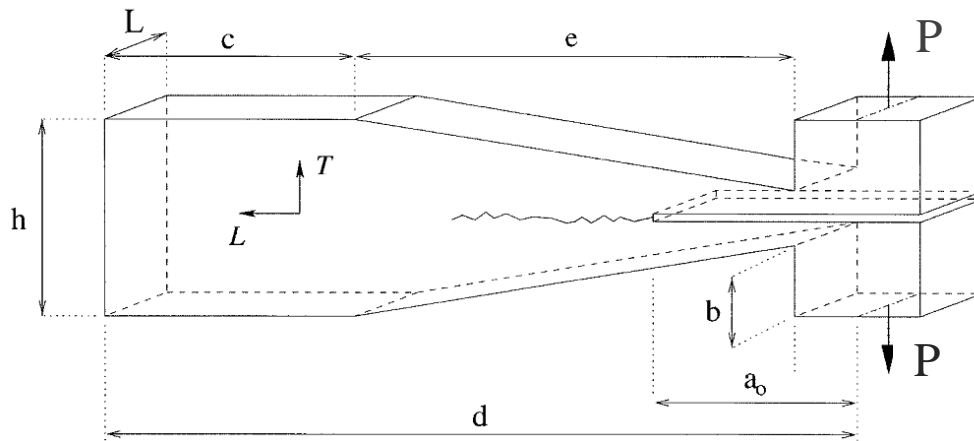


Figura 2.8. Geometria usada por Morel *et al.* (2002) para o provete TDCB.

autores pode ser explicado pelo desenvolvimento de uma ZPF a partir da fenda inicial. Dourado *et al.* (2005) procederam à determinação das curvas de resistência através do método de calibração numérico-experimental da flexibilidade proposto por Morel *et al.* (2005). As curvas de resistência apresentam um patamar reduzido onde a taxa de libertação de energia em modo I é constante e igual a G_{Ic} . Este facto pode ser provocado pelo desenvolvimento de tensões compressivas no ligamento durante os ensaios experimentais. A existência de tensões compressivas limita o desenvolvimento de uma forma auto-semelhante da ZPF originando um aumento artificial da energia de fractura libertada pelo provete.

O ensaio DCB em conjunto com a Teoria de Vigas Corrigida (TVC) foram usados por Ribeiro *et al.* (2006) para determinar as propriedades de fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, no sistema de propagação RL. Nos ensaios experimentais para além da curva $P-\delta$ registou-se a evolução do comprimento de fenda, recorrendo a uma câmara digital Sony DFW-V500 (Figura 2.10). Os autores observaram que a taxa de libertação de energia durante a propagação se pode considerar independente do comprimento de fenda. Para confirmar a validade da TVC na identificação de G_{Ic} , foi determinado o módulo de elasticidade longitudinal (E_L), que apresenta um comportamento independente do comprimento de fenda. O comportamento da curva $E_L=f(a)$ confirma a validade da TVC para a identificação da taxa crítica de libertação de energia em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, para o sistema de propagação de fendas RL.

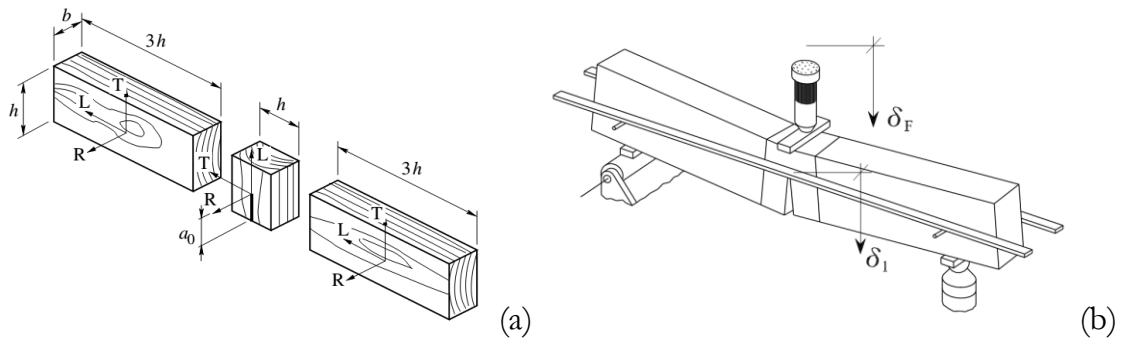


Figura 2.9. Ensaio SENT-TPB usado por Dourado *et al.* (2005): (a) Provete antes da colagem e (b) dispositivo de ensaio.

Yoshihara *et al.* (2006) efectuaram um estudo comparativo de diferentes métodos de tratamento de dados do ensaio DCB para determinar as propriedades de fractura em modo I da madeira, tendo apresentado um novo método que designaram por *Compliance Combination Method* (CCoM). Além desta metodologia de tratamento de dados, Yoshihara *et al.* (2006) analisaram duas metodologias baseadas na Teoria de Vigas Elementar (*Elementary Beam Theory I* - EBT I - e *Elementary Beam Theory II* - EBT II), duas versões da Teoria de Vigas Modificada (*Williams Modified Beam Theory* - WMBT - e *Modified Beam Theory Method* - MBTM) e duas metodologias baseadas no Método de Calibração da Flexibilidade (*Kageyama Calibration Method* - KCM - e *Davidson Calibration Method* - DCM). Segundo os autores, as metodologias de tratamento de resultados baseadas na Teoria de Vigas Elementar (EBT I e EBT II) são inadequadas para a determinação de G_{Ic} . Os métodos baseados na Teoria de Vigas (EBT I, EBT II, WMBT e MBTM) têm como desvantagem a necessidade da determinação do módulo de elasticidade recorrendo a ensaios adicionais. Já os métodos de Calibração da Flexibilidade (KCM e DCM) necessitam de utilizar provetes com diferentes valores de a_0 para proceder à calibração experimental da flexibilidade. Deste modo, os autores (Yoshihara e Kawamura 2006) concluíram que o método de tratamento de resultados CCoM é o mais adequado para a determinação de G_{Ic} , uma vez que não necessita de ensaios adicionais para a determinação das propriedades de fractura em modo I.



Figura 2.10. Dispositivo do ensaio DCB usado por Ribeiro *et al.* (2006).

Dourado *et al.* (2008) usaram o ensaio SEN-TPB para comparar o comportamento à fractura de duas espécies de madeira – *Pinus pinaster* e *Picea abies*. O método de calibração numérico-experimental da flexibilidade proposto por Morel *et al.* (2005) foi usado na determinação das curvas de resistência. Foi também proposto um método inverso para a determinação dos parâmetros da lei de dano combinando dados experimentais e um algoritmo genético desenvolvido para o efeito (N. Dourado *et al.* 2008). Comparou-se a energia libertada durante a propagação e verificou-se que a madeira de *Pinus pinaster* liberta o dobro da energia devido à componente microfissuração relativamente à componente ponte de fibras. Os autores concluíram que o desenvolvimento da zona de processo de fractura é mais importante na madeira de *Picea abies* do que no *Pinus pinaster*.

Susanti *et al.* (2010) usaram o ensaio SEN para determinar o factor crítico de intensidade de tensão (K_{Ic}) da espécie de madeira tropical *Agathis spp.* Usando uma correcção para o comprimento de fenda os autores conseguiram determinar com precisão a tensão de rotura à flexão e o factor crítico de intensidade de tensão em modo I, K_{Ic} .

Matsumoto e Nairn (2012) estudaram o comportamento à fractura em modo I da madeira (*Pseudotsuga menziesii*) e de dois compósitos de madeira (aglomerado de partículas e de fibras) recorrendo ao ensaio *Compact Tension* (CT) baseado na norma ASTM (ASTM E08 Committee 2009), a uma metodologia baseada num critério energético e à correlação digital de imagem para medir a propagação da fenda. Os

autores concluíram que a completa caracterização do comportamento à fractura da madeira e dos compósitos da madeira só é possível se a resistência for avaliada em função da propagação da fenda. Também concluíram que a comparação entre espécies, entre modos de propagação ou entre compósitos de madeira deve-se basear na curva-R completa em vez de usar informação parcial de outros ensaios.

2.3. Fractura em modo II

A fractura em modo II ocorre sob solicitações de corte no plano da fenda e perpendiculares à frente de fenda (Figura 2.11).

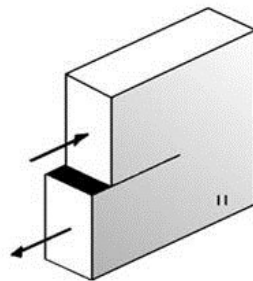


Figura 2.11. Solicitação representativa da fractura em puro modo II.

Cramer e Pugel (1987) estudaram a aplicabilidade do provete *Compact Shear* (CS) para a caracterização do comportamento à fractura da madeira tendo usado duas espécies – *Pseudotsuga menziesii* e *Pinus spp*, no sistema TL. A Figura 2.12 apresenta a geometria do provete CS que foi usada pelos autores e que resultou de alterações efectuadas à geometria proposta no trabalho de Mall *et al.* (Mall, Murphy, and Shottafer 1983). Essas alterações basearam-se num estudo experimental e de simulação numérica para encontrar uma configuração que minimizasse os problemas associados à ortotropia do material que influenciam a determinação do factor crítico de intensidade de tensão em modo II (K_{IIc}). Os autores concluíram que o ensaio e a geometria proposta são adequados para a determinação do factor K_{IIc} para a madeira.

A aplicabilidade do ensaio *End Notched Flexure* (ENF) foi estudada por Yoshihara e Ohta (2000) para a determinação das propriedades de fractura da madeira em modo II. Podemos observar na Figura 2.13 o esquema do provete e do ensaio efectuado ($W=500$ mm, $2b=20$ mm, $B=20$ mm e $2L = 460$ mm). Usaram a madeira de *Tsuga*

heterophylla e a fenda inicial foi introduzida no plano TL, para relações a_0/L compreendidas entre 0.3 a 0.9, com intervalos de 0.1.

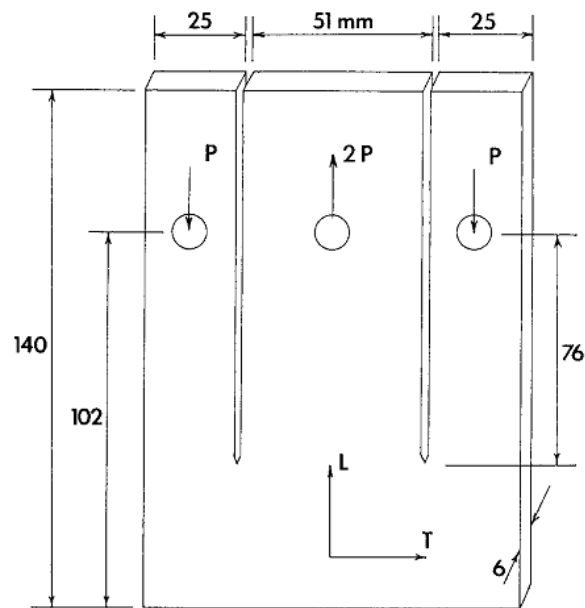


Figura 2.12. Geometria do provete Compact Shear proposta por Cramer e Pugel (1987).

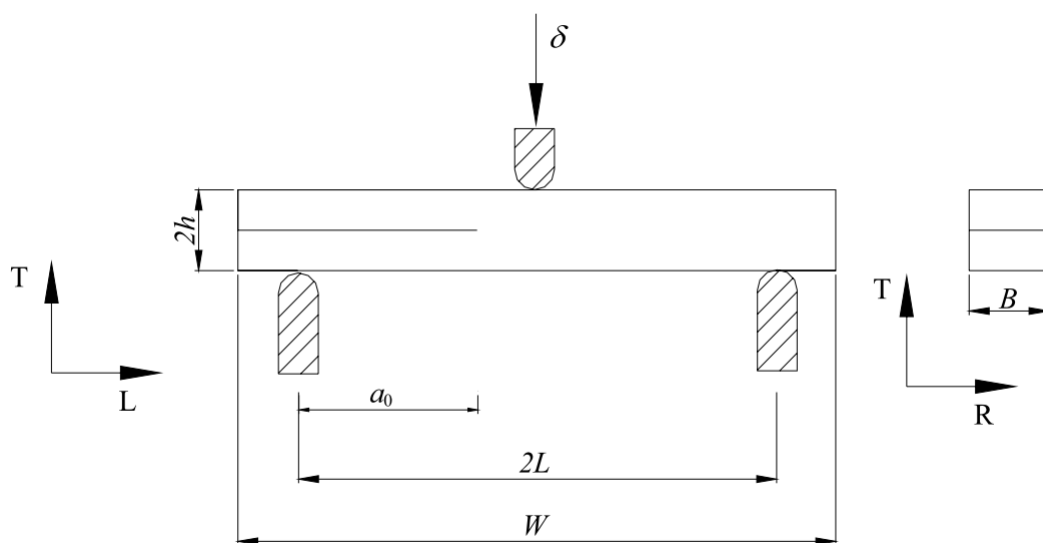


Figura 2.13. Geometria do provete ENF usado por Yoshihara e Ohta (2000).

Os autores usaram duas metodologias de tratamento de resultados: um método fundamentado na Teoria das Vigas e num tratamento proposto por Russell e Street (1985) e a outro utilizado por Yoshihara e Ohta (2000) que é baseado nos trabalhos de Kageyama, Kikuchi e Yanagisawa (1991) e Tanaka, Kageyama e Hojo (1995). O

primeiro método tem a desvantagem de requerer a medição do comprimento de fenda a , o que é difícil de efectuar experimentalmente com precisão. No segundo método usou um comprimento de fenda estimado (a_p), tendo recorrido a ensaios de compressão para o obter. Yoshihara e Otha verificaram que $G_{II(iii)}$ aumenta com a relação a_0/L . Por outro lado, determinaram as curvas-R ($G_{IIc}=f(\Delta a)$) para as relações a_0/L iguais a 0.7 e 0.8 tendo constatado que G_{IIc} assume um valor constante para um comprimento de fenda (a) igual a 200 mm. Assim, para valores de a superiores a 200 mm, o valor de G_{IIc} foi determinado como sendo o valor médio dos pontos experimentais da curva $G_{IIc}=f(\Delta a)$.

de Moura *et al.* (2006), Silva *et al.* (2006), Silva *et al.* (2007) e de Moura *et al.* (2009), realizaram vários estudos numéricos e experimentais sobre a aplicação do ensaio ENF e *End Load Split* (ELS) na caracterização à fractura da madeira sob modo II puro. Os autores concluíram que ambos os ensaios providenciam resultados similares para G_{IIc} e que o ensaio ENF é de mais fácil realização que o ELS.

Yoshihara (2004) estudou a aplicabilidade do ensaio *Four-Point End Notched Flexure* (4-ENF) para a determinação de $G_{II(iii)}$ e G_{IIc} na espécie de madeira *Picea sitchensis Carr.* Este ensaio havia sido proposto para a determinação das propriedades de fractura em modo II de materiais compósitos (Martin and Davidson 1999; Schuecker and Davidson 2000), tendo Yoshihara sugerido alterações à geometria do provete que passaria a ter uma secção transversal em I. O autor aplicou três metodologias de tratamento de resultados: o Método da Teoria de Vigas (MTV), o Método de Calibração da Flexibilidade (MCF) e o Método de Combinação da Flexibilidade Experimental (MCFE). O Método da Teoria de Vigas requer ensaios experimentais independentes para determinar o valor de E_L . No Método de Calibração da Flexibilidade (MCF) é necessária a realização de ensaios de flexão em quatro pontos para diferentes comprimentos de fenda inicial (a_0) para se obter uma calibração experimental da flexibilidade do provete. O Método de Combinação da Flexibilidade Experimental (MCFE) não exige a realização de ensaios experimentais adicionais para a determinação de E_L . A aplicação dos referidos métodos de tratamento de resultados permitiu ao autor a obtenção da respectiva curva-R, podendo-se afirmar que a

determinação do valor de G_{IIc} pelo MCFE no ensaio 4-ENF dispensa a medição do comprimento de fenda durante a execução de um ensaio experimental.

Yoshihara (2008) usou o *Asymmetric Four-Point End Notched Flexure* (A4-ENF) e o provete SEN para determinar o factor crítico de intensidade de tensão (K_{IIc}) e a taxa crítica de libertação de energia (G_{IIc}) da madeira de *Picea sitchensis* em modo II. Podemos observar na Figura 2.14 o esquema do ensaio usado no estudo. Os autores concluíram que o método de calibração da flexibilidade não permite a determinação de G_{IIc} uma vez que no ensaio A4ENF o comprimento da fenda não influencia a flexibilidade. Por outro lado, foi possível calcular com precisão o factor crítico de intensidade de tensão K_{IIc} da madeira de *Picea sitchensis* para um valor de a_0 de 0.7 a 0.85% da altura do provete (W).

Este ensaio (A4-ENF), foi usado por Susanti *et al.* (2011) para estudar a influência do comprimento da fenda inicial na tensão de corte e no factor crítico de intensidade de tensão (K_{IIc}) para o sistema TL na madeira de *Agathis spp.* A Figura 2.15 apresenta uma representação esquemática do ensaio e da geometria do provete com um entalhe. À semelhança do estudo efectuado para a fractura em modo I (Susanti, Nakao, and Yoshihara 2010), os autores conseguiram determinar com precisão a tensão de rotura ao corte e o factor crítico de intensidade de tensão em modo II, K_{IIc} , utilizando uma correcção para o comprimento de fenda que contempla a zona de processo de fractura na frente da fenda.

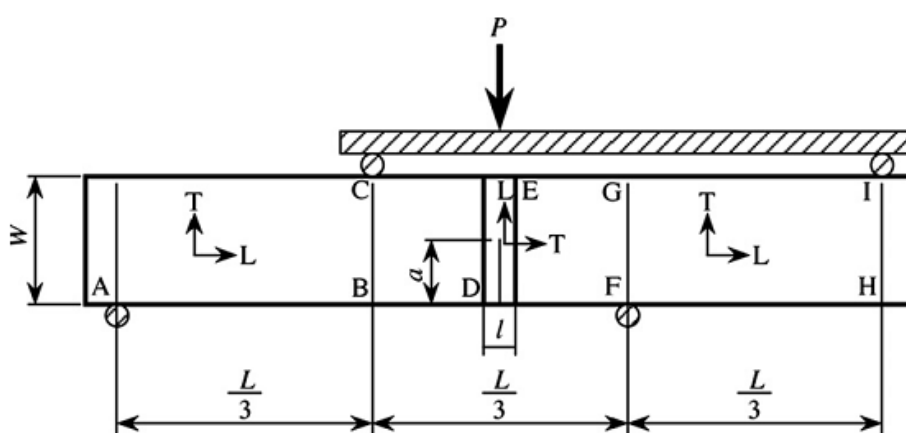


Figura 2.14. Representação do ensaio *Asymmetric Four-Point End Notched Flexure* e do provete *Single Edge Notched* (Yoshihara 2008).

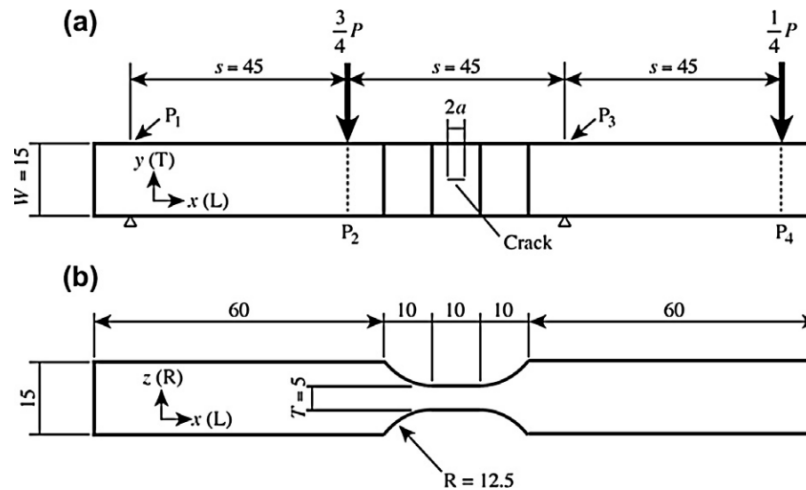


Figura 2.15. Representação esquemática do ensaio *Asymmetric Four-Point End Notched Flexure* aplicado ao provete com entalhe (Susanti, Nakao, and Yoshihara 2011).

2.4. Fractura em modo misto

A generalidade das aplicações estruturais implica que as fendas se propaguem sob condições de modo misto, nomeadamente sob modo misto I+II. No caso da madeira, estas condições de modo misto resultam não só das solicitações impostas à estrutura, mas também da própria anisotropia do material. O descurar dos efeitos de interação que se verificam em modo misto pode originar erros importantes na avaliação da resistência das estruturas. Neste contexto, adquire especial relevância o desenvolvimento e o uso de ensaios que promovam a combinação destes dois modos de carregamento propiciando assim uma melhor caracterização à fractura sob este tipo de solicitações.

Para a madeira, vários ensaios foram propostos para o estudo da fractura em modo misto I+II. Jernkvist (Jernkvist 2001a, 2001b) usou o ensaio DCB com braços assimétricos e o ensaio SENT com uma fenda inicial inclinada em relação à direcção de solicitação (Figura 2.16) para estudar dois sistemas de propagação de fendas na madeira de *Picea abies*: RL e LR, onde o plano da fenda se estende paralelamente e perpendicularmente às fibras, respectivamente. Este estudo confirmou a possibilidade de utilização de um critério

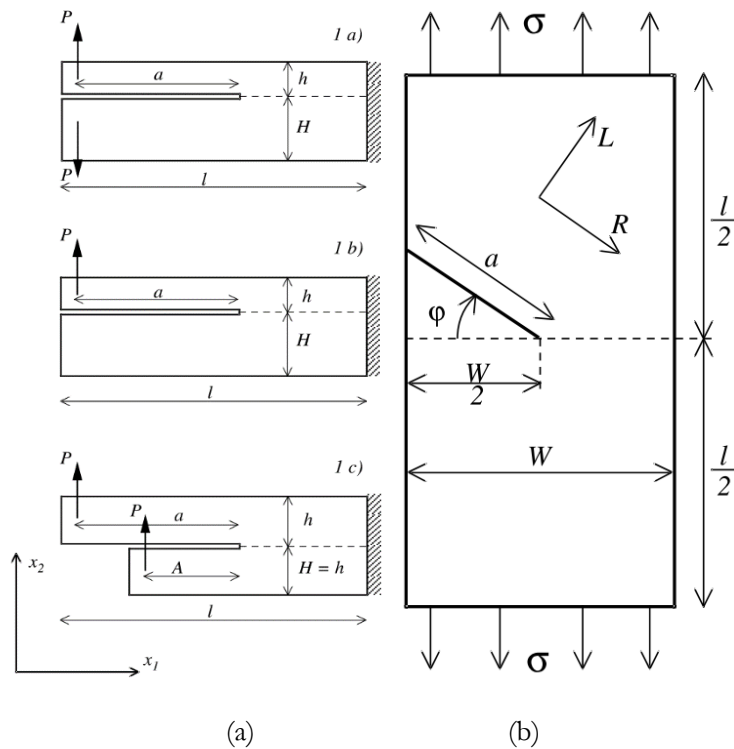


Figura 2.16. Geometrias dos provetes usados por Jernkvist (Jernkvist 2001b): DCB com braços assimétricos (a) e SENT com fenda inclinada (b).

de fractura de iniciação baseado em conceitos da mecânica da fractura linear elástica, revelando algumas limitações para o sistema LR - neste sistema a fractura inicia-se com uma pequena torção e a propagação ocorre na direcção das fibras.

Por sua vez Tschegg *et al.* (2001) desenvolveram o ensaio WS assimétrico, em que a proporção de modo I e de modo II é controlada usando cunhas assimétricas com diferentes ângulos de abertura - Figura 2.17. Os autores obtiveram propagações estáveis no sistema RL e instáveis no sistema LR. Determinaram a energia de fractura em modo misto a partir das curvas força-deslocamento e definiram um valor de tensão para caracterizar a iniciação da propagação. A razão dos valores de tensão entre os sistemas de propagação LR e RL é de 2:1.

Na última década alguns autores têm aplicado com sucesso o ensaio *Mixed-Mode Bending* (MMB), para caracterizar a fractura interlaminar de materiais compósitos artificiais (Reeder and Crews 1990). O ensaio MMB é de fácil execução, permite variar a razão de modo misto alterando uma distância no braço de sollicitação, e a carga aplicada pode ser separada nas suas componentes de modo I e modo II facilitando o tratamento de resultados. Chen *et al.* (1999) modificou o dispositivo de ensaio

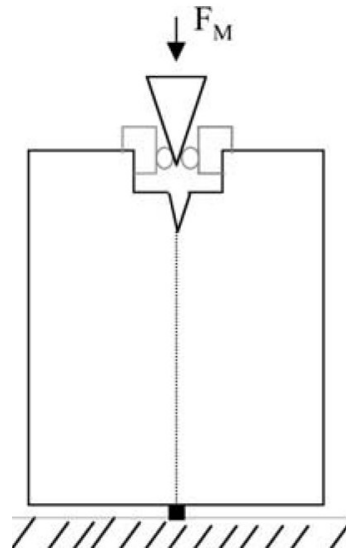


Figura 2.17. Esquema do dispositivo do ensaio Wedge Splitting assimétrico desenvolvido por Tschegg *et al.* (2001).

passando a forqueta de carregamento a garantir suporte vertical à sela e ao braço de solicitação, por forma a minimizar o efeito do carregamento inicial do provete provocado pelo peso de parte do sistema. Ducept (1999) utilizou o ensaio MMB para desenvolver um critério de iniciação para compósitos unidireccionais de vidro/epóxico. O ensaio MMB foi analisado por Yum e You (2001) usando a teoria de vigas simples e o método da calibração da flexibilidade para decompor a energia de fractura nas suas componentes de modo I e de modo II. Kim e Mayer (2003) usaram o ensaio MMB para investigar a dependência da resistência à fractura com o ângulo e com a direcção de propagação em estruturas laminadas.

Apesar do ensaio MMB ser amplamente aceite para materiais compósitos artificiais, outros trabalhos estudaram diferentes tipos de ensaios de modo misto. Reyes e Cantwell (2000) referiam-se ao ELS I+II como *Single-Cantilever Beam* (SCB). As configurações ELS foram analisadas recorrendo à teoria das vigas simples (Dahlen and Springer 1994) e ao método dos elementos finitos (Yan 2001). Outro ensaio para modo misto I+II é o *Single-Leg Bending* (SLB), que foi proposto por Yoon e Hong (1990) como um modelo ENF modificado. Um grande número de trabalhos teóricos e experimentais sobre o provete SLB foram executados por Davidson *et al.* (B.D. Davidson, Krüger, and König 1995; B. D. Davidson and Sundararaman 1996; B.D. Davidson et al. 1997; Barry D. Davidson, Gharibian, and Yu 2000). Davidson e

Koudela (1999) examinaram igualmente o efeito de modo de rotura sobre a resistência à fractura usando os ensaios DCB, ENF e SLB. Szekrényes e Uj (2004) usaram os ensaios SLB e ELS para estudar problemas de delaminação em compósitos. Tracy *et al.* (Tracy, Feraboli, and Kedward 2003) propuseram o ensaio *Single Leg Four Point Bend* (SLFPB) a partir de uma alteração ao ensaio SLB. O provete *Mixed-Mode Flexure* (MMF) foi usado por Albertsen *et al.* (1995) e por Korjakin *et al.* (1998) para estudar a influência do tratamento superficial nas fibras no comportamento à fractura de compósitos artificiais. Finalmente, pode-se mencionar também o provete *Cracked-Lap Shear* (CLS) usado por Albertsen *et al.* (1995) e por Lai (1996) que apresenta um procedimento matemático para determinar três parâmetros no comportamento à fractura.

2.5. Simulação numérica da fractura

Um dos métodos mais utilizados para a simulação da propagação de fendas é o *Virtual Crack Closure Technique* (VCCT) apresentado por Rybicki e Kanninen (Rybicki and Kanninen 1977) para determinar a energia de fractura em modo misto no domínio isotrópico, usando elementos finitos isoparamétricos de 4 nós. Os autores conseguiram também avaliar os factores de intensidade de tensão para os modos puros I e II. Raju (1987) estudou a fractura em modo puro I e modo misto I+II para melhorar a precisão dos parâmetros obtidos no método numérico de Rybicki e Kanninen, usando outros tipos de elementos finitos - não singulares de 4, 8 e 12 nós e elementos singulares cúbicos e *quarter-points*. Neste estudo a modelação numérica para o estudo da fractura em modo I foi feita com os ensaios *Center Cracked Tension* e *Single Edge Notched*, enquanto para o modo misto foram simulados os ensaios *Angle Crack* e *Cracked Interface*. O método VCCT permite obter a taxa de libertação de energia ao longo da frente da fenda a partir das tensões e dos deslocamentos relativos dos nós dos elementos finitos de interface. O procedimento usa as forças nos nós na frente de fenda e a seguir à frente de fenda (i, j na Figura 2.18) e os deslocamentos dos nós antes da frente de fenda (k, k' na Figura 2.18).

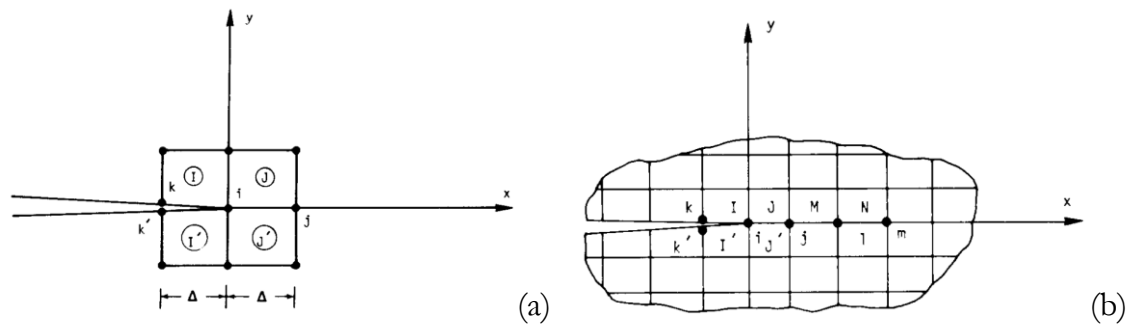


Figura 2.18. Método VCCT - modelo da malha de elementos finitos na frente de fenda proposto por (a) Rybicki e Kanninen (Rybicki and Kanninen 1977) e (b) Raju (Raju 1987).

Chow e Atluri (Chow and Atluri 1995) determinaram os factores de intensidade de tensão numa fenda interfacial usando o método VCCT. O método numérico relaciona os factores de intensidade de tensão com a energia de fractura em modo misto e foi estudado em três domínios: isotrópico, ortotrópico e anisotrópico. Os autores concluíram que para o exemplo de uma fenda central num bloco com dois materiais em estado plano de deformação, o método leva a resultados precisos usando uma malha pouco refinada.

Como já foi referido no capítulo 1, a madeira é um material quase-frágil com uma ZPF de dimensões não desprezáveis, o que inviabiliza a utilização dos conceitos da mecânica da fractura linear elástica. Em contrapartida, os modelos coesivos, que se baseiam na combinação de um critério de tensões para prever a iniciação do dano com um critério de fractura para lidar com a sua propagação, revelam-se adequados dado que a ZPF é simulada por uma zona coesiva caracterizada pela relaxação gradual das tensões. A origem dos modelos coesivos surge nos trabalhos de Dugdale (1960) e de Barenblatt (1962). Desde que se introduziram elementos finitos de interface nos modelos coesivos (Needleman 1987) que esta abordagem tem vindo a ser amplamente usada no estudo e na previsão da resistência à fractura dos materiais quase-frágeis e das estruturas (Elices *et al.* 2002).

Recentemente têm sido realizados alguns estudos sobre o comportamento à fractura da madeira envolvendo a utilização dos modelos coesivos. Ribeiro *et al.* (2006) recorreram à simulação por elementos finitos com elementos coesivos do provete DCB, com o objectivo de verificar a aplicabilidade da

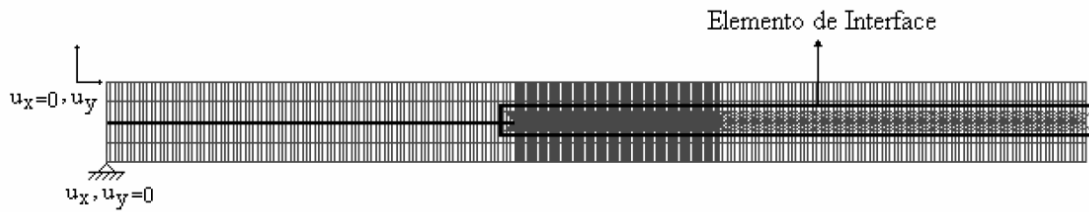


Figura 2.19. Malha de elementos finitos do provete DCB usada por Ribeiro *et al.* (Ribeiro, Silva, and de Moura 2006).

Teoria de Vigas Corrigida (TVC) para a determinação das propriedades de fractura em modo I, da espécie de madeira *Pinus pinaster Ait.* Com base nos resultados numéricos, os autores concluíram que a taxa de libertação de energia em modo I (G_{Ic}) se pode considerar constante (independente do comprimento de fenda a) e que, esta difere apenas 1.21% em relação ao seu valor de referência previamente introduzido no modelo numérico. A validade da TVC para a determinação do valor de G_{Ic} foi confirmada e observaram que o valor de E_L é praticamente independente do comprimento de fenda. Além disso, o valor médio obtido (15.2 GPa) difere apenas 0.66% do valor introduzido no modelo numérico (15.1 GPa).

Silva *et al.* (2006) procederam a um estudo por elementos finitos do provete ENF com o propósito de determinar a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}) para a espécie de madeira *Pinus pinaster Ait.* e para o sistema de propagação de fenda RL. De forma a analisar a adequabilidade deste ensaio para a determinação do valor de G_{IIc} foi construído um modelo numérico bidimensional (2D), onde foram incluídos elementos coesivos (de Moura *et al.* 1997; Gonçalves *et al.* 2000). O valor de G_{IIc} foi obtido a partir dos valores numéricos da força, do deslocamento e do comprimento de fenda ($P-\delta-a$), recorrendo à Teoria de Vigas Corrigida (TVC) e ao Método de Calibração da Flexibilidade (MCF). O comportamento da curva $P-\delta$ levou os autores deste estudo a concluir que a dimensão do comprimento de fenda inicial adoptado induz uma propagação de fenda instável. Contudo, o valor médio de G_{IIc} , obtido a partir da aplicação do MCF e da TVC, apresenta um erro relativamente ao valor de G_{IIc} de referência introduzido no modelo de dano de 0.16% e de 2.11%, respectivamente. Embora o erro no valor de G_{IIc} obtido

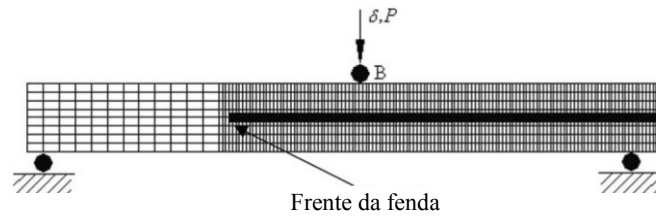


Figura 2.20. Malha de elementos finitos do provete ENF usada por Silva et al (2006).

pela TVC seja praticamente desprezável, o mesmo não se pode afirmar acerca do desvio padrão (22.32%) verificado nos valores numéricos da curva $G_{IIc}=f(a)$.

Os modelos coesivos foram também utilizados no desenvolvimento de um novo método para a determinação das curvas de resistência da madeira e de juntas coladas em madeira em modo I e modo II (Silva *et al.* 2007; de Moura *et al.* 2008; de Moura *et al.* 2009; Campilho *et al.* 2009). Esse método, conhecido por método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (*Compliance Based Beam Method*, CBBM), foi validado através da simulação por elementos finitos usando um modelo coesivo. O procedimento proposto possui a vantagem de não requerer a medição do comprimento de fenda durante a propagação, tarefa que é difícil de realizar com precisão na madeira e nas juntas coladas em madeira. Este modelo coesivo foi ainda usado em métodos de reparação de compósitos e de estruturas em madeira (Campilho *et al.* 2009a; Campilho *et al.* 2009b) e para avaliar o desempenho de técnicas de reparação de estruturas em madeira com materiais compósitos (Dourado *et al.* 2012).

Os modelos coesivos baseiam-se na hipótese de que todos os mecanismos de dano que ocorrem na extremidade da fenda se concentram em duas superfícies coesivas adjacentes e que o comportamento do material se pode traduzir numa lei (coesiva) que relaciona as tensões nos pontos homólogos dessas superfícies com os deslocamentos relativos desses pontos – Figura 2.21. Apesar do amplo uso deste tipo de modelos, a identificação das leis coesivas é ainda uma questão em aberto. Uma das metodologias usadas na identificação das leis coesivas é o método inverso, que consiste em assumir *a priori* uma forma para a lei e determinar os seus parâmetros a partir de ensaios experimentais usando técnicas de otimização (de Moura *et al.* 2008; Sorensen *et al.* 2007). de Moura *et al.* (2008) usaram este método para obter a lei coesiva em modo I da madeira de *Pinus pinaster* recorrendo à otimização por algoritmos genéticos. Várias formas de leis coesivas foram postuladas (van den Bosch *et al.* 2006),

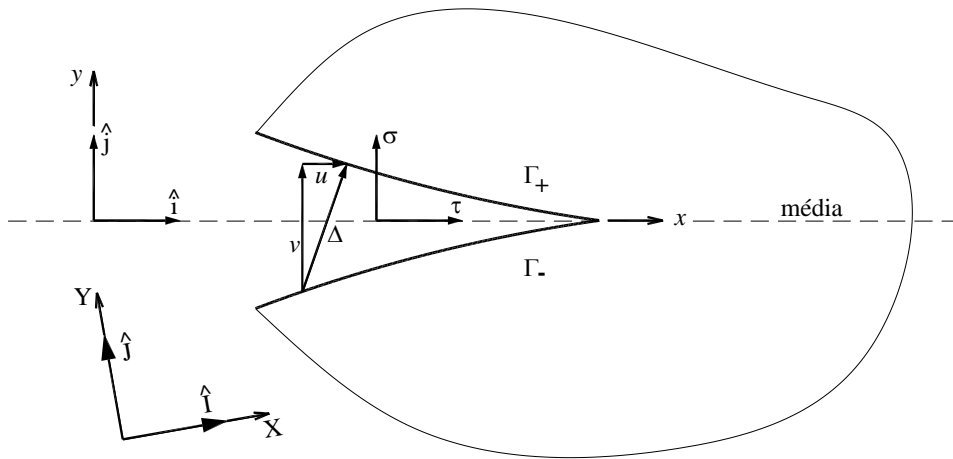


Figura 2.21. Esquema de referenciais na extremidade da fenda.

partindo da ideia mais ou menos consensual que a forma da lei tem um papel menos significativo na previsão da resistência à fractura do que os valores dos correspondentes parâmetros livres, nomeadamente das taxas críticas de libertação de energia e das tensões de rotura nos modos puros de fractura. No entanto, este tipo de identificação indirecta é prejudicado por uma importante limitação: a escolha da forma da lei *a priori* não garante a sua aplicabilidade na previsão do comportamento à fractura de componentes estruturais (Figura 2.22). Para ultrapassar esta limitação vários autores desenvolveram métodos inversos para identificar a lei coesiva sem assumir nenhuma forma *a priori* (Andena *et al.* 2006; Slowik *et al.* 2006; Bianchi *et al.* 2006). Todavia, os métodos inversos envolvem muito trabalho computacional para extrair a lei coesiva a partir dos resultados experimentais e podem sofrer da não unicidade da solução. Na maioria dos casos os métodos inversos referidos

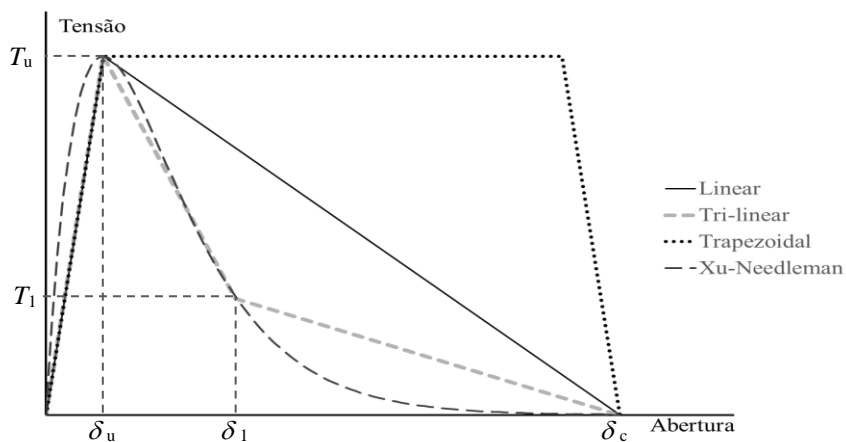


Figura 2.22. Leis coesivas típicas.

anteriormente dependem da resposta mecânica global dos provetes, ou seja, da curva força-deslocamento (de Moura *et al.* 2008). No entanto, a resposta global medida pode ser afectada por outros fenómenos para além do dano na extremidade da fenda, enquanto a resposta numérica assume-se completamente controlada pela lei coesiva. Para ultrapassar esta limitação justifica-se a utilização de informação experimental local, como é o caso do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (Andena *et al.* 2006; Bianchi *et al.* 2006). Neste contexto, surgem os denominados métodos directos para a determinação directa da lei coesiva (Sørensen and Jacobsen 1998; Andersson and Stigh 2004; Lundsgaard-Larsen *et al.* 2008). Estes métodos baseiam-se na medição do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (CTOD) e a correspondente taxa de libertação de energia. A lei coesiva é obtida pela derivação da taxa de libertação energia em ordem ao CTOD. Um dos métodos mais atuais e eficientes para a medição do CTOD é a correlação digital de imagem (Lundsgaard-Larsen *et al.* 2008; Mekky and Nicholson 2006; Sousa *et al.* 2011; José Xavier *et al.* 2012), que tem vindo a assumir um papel relevante na Mecânica da Fractura. Esta técnica óptica fornece o campo total de tensões e deslocamentos comparando as características locais de um par de imagens digitais adquiridas antes e depois da deformação de um provete (Pan *et al.* 2009). Estas imagens são recolhidas numa zona do provete cuja superfície poderá ter que ser previamente preparada com um padrão speckle, caso a superfície natural não tenha a textura apropriada.

2.6. Conclusões

Da revisão bibliográfica realizada podem-se inferir as seguintes conclusões:

1. A aplicação dos conceitos da mecânica da fractura à madeira está ainda numa fase embrionária. De facto, não existem presentemente ensaios experimentais e procedimentos standardizados para os diversos modos de fractura mais relevantes (I, II e I+II);
2. Os modelos coesivos constituem o método mais apropriado para a simulação do comportamento à fractura da madeira, devido ao facto de não requererem

a consideração de uma fenda inicial e terem em consideração a existência de uma zona de processo de fractura de dimensões não negligenciáveis;

3. A obtenção das leis coesivas por métodos directos baseados na medição da abertura da fenda durante o ensaio de fractura constitui a melhor opção, tendo em consideração as limitações inerentes aos métodos inversos.

No sentido de contribuir para a resolução dos aspectos acima referidos, esta dissertação propõe-se abordar os seguintes aspectos:

1. Realização de ensaios experimentais adequados para a caracterização à fractura da madeira em modos puros (I e II) e em modo-misto I+II;
2. Desenvolvimento de métodos de tratamento de resultados adequados aos diversos ensaios;
3. Validação numérica do procedimento experimental recorrendo aos modelos coesivos;
4. Determinação das leis coesivas dos três modos de carregamento recorrendo ao método directo;
5. Obtenção de uma lei de fractura descrevendo o comportamento da madeira no espaço G_I - G_{II} .

Capítulo 3. Fractura em modo I: Ensaio DCB

3.1. Introdução

Neste capítulo descreve-se o trabalho que foi efectuado com vista à caracterização do comportamento à fractura em modo I da madeira de *Pinus pinaster*, recorrendo ao ensaio DCB (*Double Cantilever Beam*). Começamos por apresentar a metodologia usada no tratamento dos resultados experimentais do ensaio DCB, com vista à identificação da curva de resistência e da lei coesiva. A identificação da lei coesiva assenta no método CBBM (*Compliance Based Beam Method*), para a determinação da curva de resistência e na medição do CTOD (*Crack Tip Opening Displacement*); a lei coesiva resulta da derivação da taxa de libertação de energia (G_I) em ordem ao CTOD. A validade desta metodologia é em seguida analisada, recorrendo à simulação do ensaio DCB através do método dos elementos finitos. Para o efeito, foi empregue um modelo de dano coesivo previamente desenvolvido (de Moura, M.F.S.F *et al.* 1997; Gonçalves *et al.* 2000; Dourado *et al.* 2008), implementado numericamente através de elementos finitos de interface. Finalmente, descrevemos detalhadamente o trabalho experimental que foi realizado e apresentamos os resultados obtidos.

3.2. O Ensaio DCB (*Double Cantilever Beam*)

Na Figura 3.1 está representado o provete dos ensaios DCB, dotado de uma fenda inicial com comprimento a_0 , no seu plano de simetria longitudinal. Nas extremidades do provete é aplicado um deslocamento δ monotonamente crescente, ao qual está associada uma força P . A partir de um determinado valor do deslocamento aplicado observa-se uma variação crescente do comprimento da fenda inicial, $\Delta a = a - a_0$. As grandezas habitualmente medidas directamente ao longo do ensaio são precisamente P , δ e a (ou Δa). A partir delas determina-se a relação entre a taxa de libertação de energia e o comprimento da fenda (isto é, a curva de resistência ou curva-R), recorrendo à equação de Irwin-Kies:

$$G = \frac{P^2}{2B} \frac{dC}{da} \quad 3.1$$

Nesta equação, B é a largura do provete e C é a flexibilidade:

$$C = \frac{\delta}{P} \quad 3.2$$

Foram propostos vários métodos para a determinação da curva de resistência em modo I a partir da equação 3.1, que diferem entre si no modo como é obtida a taxa de variação da flexibilidade com o comprimento da fenda, dC/da . Entre os métodos empregues com mais frequência inclui-se o método experimental de calibração da flexibilidade (Berry 1960; Blackman et al. 2003; Dourado et al. 2010), a teoria de vigas corrigida (Blackman et al. 2003; Williams 1989) e o método das flexibilidades combinadas (Yoshihara and Kawamura 2006). Um dos inconvenientes na aplicação destes métodos à madeira reside na necessidade de medição do comprimento da fenda durante a propagação. De facto, a madeira é um material quase-frágil, onde a propagação da fenda é precedida pela formação de uma zona de processo de fractura (ZPF), caracterizada pela existência de múltiplos mecanismos de dano microestrutural, que torna difícil a medição precisa do comprimento de fenda (Dourado et al. 2010). Outro inconveniente dos referidos métodos clássicos de determinação da curva de resistência tem a ver com a necessidade de realização de ensaios independentes adicionais, para a calibração da flexibilidade (caso do método experimental de calibração da flexibilidade), ou para a determinação das propriedades

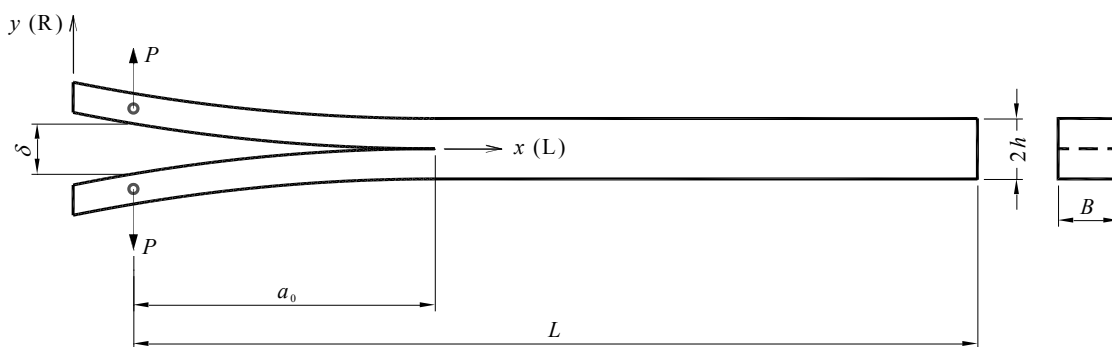


Figura 3.1. Esquema do ensaio DCB (*Double Cantilever Beam*).

elásticas (caso da teoria de vigas corrigida e do método das flexibilidades combinadas). A variabilidade das propriedades da madeira é uma fonte importante de dispersão dos resultados obtidos através desses métodos clássicos, nomeadamente no que respeita à identificação da taxa crítica de libertação de energia (G_{Ic}).

Na tentativa de ultrapassar as limitações dos métodos clássicos de identificação da curva de resistência em modo I para a madeira, foi proposto recentemente um método de tratamento de dados para o ensaio DCB (de Moura, et al. 2008), designado por método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (CBBM, *Compliance Based Beam Method*). Partindo da hipótese que cada braço do provete DCB (no troço com a fenda de comprimento a), se comporta como uma viga encastrada solicitada por uma força P na sua extremidade livre (Figura 3.1), a teoria de vigas de Timoshenko e o teorema de Castigliano conduzem à seguinte expressão para a flexibilidade do provete DCB em função do comprimento de fenda genérico a (de Moura, et al. 2008):

$$C = \frac{8a^3}{E_L Bh^3} + \frac{12a}{5BhG_{LR}} \quad 3.3$$

onde E_L é o módulo de elasticidade longitudinal e G_{LR} é o módulo de corte no plano de flexão (que é o plano de simetria anatómica LR).

É claro que a equação 3.3 subestima a flexibilidade real do provete DCB, pois não contempla o efeito da rotação da secção do provete na extremidade da fenda, bem como o efeito da concentração de tensões devido à presença da fenda. Contudo, essa equação pode ser usada para determinar o módulo à flexão E_f a partir da flexibilidade elástica C_0 (isto é, da flexibilidade do provete DCB antes da ocorrência de qualquer dano na extremidade da fenda inicial a_0), se considerarmos E_f no lugar do módulo longitudinal E_L e se acrescentarmos a correcção $h\Delta$ ao comprimento de fenda inicial (a_0), proposta por Williams (Williams 1989):

$$E_f = \left(C_0 - \frac{12(a_0 + h\Delta_w)}{5BhG_{LR}} \right)^{-1} \frac{8(a_0 + h\Delta_w)^3}{Bh^3} \quad 3.4$$

onde

$$\Delta_w = \sqrt{\frac{E_f}{11G_{LR}} \left[3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right) \right]^2}$$

$$\Gamma = 1.18 \frac{\sqrt{E_f E_R}}{G_{LR}}$$
3.5

A correcção $h\Delta$ visa contemplar o facto de as secções dos braços do provete na extremidade da fenda não estarem perfeitamente encastradas. Além da altura dos braços dos provetes (h), essa correcção depende apenas das seguintes propriedades elásticas (equação 3.5): E_f , E_R (módulo de elasticidade na direcção radial de simetria anatómica) e G_{LR} .

É sabido que a propagação da fenda inicial é precedida e acompanhada pelo desenvolvimento de uma zona de processo de fractura, a qual também contribui para o aumento da flexibilidade. Assim, para que a equação 3.3 continue a ser válida durante a propagação é necessário substituir, não só E_L por E_f , mas também o comprimento de fenda actual a pelo comprimento de fenda equivalente a_{eq} , assim definido (de Moura, et al. 2008):

$$a_{eq} = a + h\Delta + \Delta a_{ZPF}$$
3.6

O comprimento de fenda equivalente é pois o comprimento que deveriam ter os braços do provete DCB caso a secção na extremidade da fenda fosse perfeitamente encastrada (equação 3.3), para que a sua flexibilidade fosse igual à flexibilidade real durante a propagação da fenda:

$$C = \frac{8a_{eq}^3}{E_f B h^3} + \frac{12 a_{eq}}{5 B h G_{LR}}$$
3.7

A partir das equações 3.1 e 3.7 obtém-se imediatamente a curva de resistência em modo I, em função do comprimento de fenda equivalente:

$$G_I(a_{eq}) = \frac{6P^2}{B^2h} + \left(\frac{2a_{eq}^2}{E_f h^2} + \frac{1}{5G_{LR}} \right) \quad 3.8$$

Num ensaio experimental são desconhecidos o valor actual de a e de Δa_{FPZ} (equação 3.6), mas a equação 3.7 pode ser utilizada para determinar o comprimento de fenda equivalente (a_{eq}), associado a cada ponto da curva P - δ experimental. O comprimento de fenda equivalente para cada valor da flexibilidade registado pode ser obtido resolvendo a equação cúbica 3.7 em ordem a a_{eq} , recorrendo ao programa Matlab® (de Moura, et al. 2008). As equações 3.4, 3.5, 3.7 e 3.8 constituem a base do método CBBM. Este método não requer a medição do comprimento da fenda durante a propagação, nem a realização de ensaios mecânicos independentes para medir as propriedades elásticas. Na verdade, E_f é medido através do próprio ensaio DCB e o efeito da variabilidade dos módulos E_R e G_{LR} na determinação de G_I e de a_{eq} é desprezável, podendo ser usados valores médios de referência (de Moura, et al. 2008). A curva de resistência, $G_I=f(a_{eq})$, permite a identificação da taxa crítica de libertação de energia (G_{Ic}). Porém, esta grandeza é insuficiente para caracterizar completamente o processo de fractura da madeira em modo I. Os mecanismos microestruturais de fractura da madeira estão confinados a uma região de espessura reduzida (Vasic and Smith 2002). Por essa razão, o comportamento da madeira nessa região (ZPF) pode ser descrito, em termos macroscópicos, através de uma lei constitutiva fenomenológica conhecida por lei coesiva (Boström et al. 1992; Dourado et al. 2008; de Moura et al. 2008). Nas solicitações de modo I, essa lei constitutiva assume que todos os mecanismos de dano estão concentrados em superfícies coesivas, relacionando a tensão (σ) entre dois pontos homólogos dessas superfícies na direcção normal ao plano da fenda, com o deslocamento relativo desses pontos (v), na mesma direcção:

$$\sigma = \sigma(v) \quad 3.9$$

Um dos parâmetros fundamentais da lei coesiva é precisamente a taxa crítica de libertação de energia, que pode ser obtida através da curva de resistência (Fernberg and Berglund 2001; Hui et al. 2011; Nilsson 2005):

$$G_{lc} = \int_0^{\infty} \sigma(v) dv \quad 3.10$$

Mas a lei coesiva completa pode ser determinada experimentalmente se for conhecida a relação entre a taxa de libertação de energia (G_I) e o deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v),

$$G_I = G_I(v) \quad 3.11$$

a que chamamos curva de resistência fundamental em modo I. Efectivamente, temos (Fernberg and Berglund 2001; Hui et al. 2011; Nilsson 2005):

$$\sigma(v) = \frac{\partial G_I}{\partial v} \quad 3.12$$

O método de identificação da lei coesiva em modo I que iremos apresentar neste capítulo baseia-se na determinação da curva de resistência fundamental através do método CBBM (para a medição de G_I) e da técnica da correlação digital de imagem (para a medição do deslocamento de abertura da extremidade da fenda).

3.3. Validação numérica do procedimento de obtenção da lei coesiva em modo I

A simulação do ensaio DCB foi efectuada com o código de elementos finitos ABAQUS®, tendo sido elaborado um modelo numérico no qual foram incluídos elementos finitos de interface com um modelo coesivo (Gonçalves et al. 2000; de Moura et al. 1997) para simular a iniciação (formação da ZPF) e a propagação do dano (crescimento de fenda). A madeira de *Pinus pinaster* foi considerada como um material linear elástico, com as propriedades elásticas indicadas na Tabela 3.1, excepto na zona de processo de fractura. O comportamento da madeira na ZPF foi representado matematicamente através da lei coesiva trilinear representada na Figura 3.2 (de Moura et al. 2008), cujos parâmetros estão também indicados na Tabela 3.1. Para que a simulação seja fisicamente realista, o valor de E_L que consta na Tabela 3.1 foi obtido

Tabela 3.1. Propriedades da madeira de *Pinus pinaster* utilizadas no modelo numérico do ensaio DCB (de Moura et al. 2008)

E_L (GPa)	E_R (GPa)	ν_{LR}	G_{LR} (GPa)	G_{Ic} (N/mm)	σ_u (MPa)	σ_b (MPa)	l_b (mm)	l_u (mm)
9.13*	1.91	0.47	1.12	0.264	5.34	0.49	0.076	5.34E-06

* Obtido por tentativa e erro com base nas curvas $P-\delta$ experimentais (Figura 3.11).

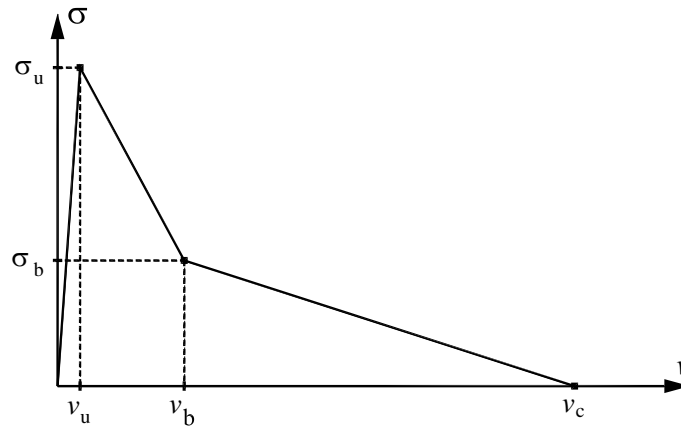


Figura 3.2 Lei coesiva trilinear (de Moura et al. 2008).

por tentativa e erro, tendo como base as curvas $P-\delta$ experimentais. Esta questão será esclarecida mais tarde (na secção 3.5), quando apresentarmos e discutirmos os resultados experimentais.

A geometria do provete do modelo numérico é a apresentada na Figura 3.1, com as seguintes dimensões nominais (Dourado et al. 2010; de Moura et al. 2008): altura $2b=20$ mm, comprimento $L=280$ mm, espessura $B=20$ mm e comprimento de fenda inicial $a_0=100$ mm. O modelo de elementos finitos, cuja malha pode ser vista na Figura 3.3, é constituído por 1920 elementos sólidos planos de oito nós isoparamétricos e por 240 elementos finitos de interface de seis nós. Os elementos finitos de interface foram colocados a meio da altura ($2b$) do modelo. As condições de fronteira que foram aplicadas (Figura 3.3) reproduzem as condições em vigor nos ensaios experimentais. A análise por elementos finitos foi efectuada considerando um comportamento geométrico não linear. O deslocamento total ($\delta_{total}=10$ mm) foi aplicado de forma incremental, tendo-se considerado um incremento igual a 0.2% do valor do deslocamento total, a fim de garantir uma propagação estável.

Na Figura 3.4 encontra-se a curva $P-\delta$ obtida na simulação do ensaio DCB, assim como a correspondente curva de resistência determinada através do método CBBM.

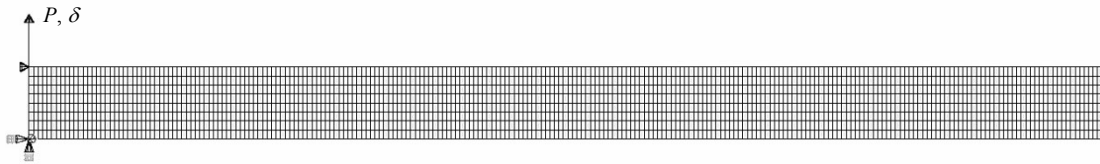


Figura 3.3. Malha de elementos finitos do provete DCB, com as condições de fronteira.

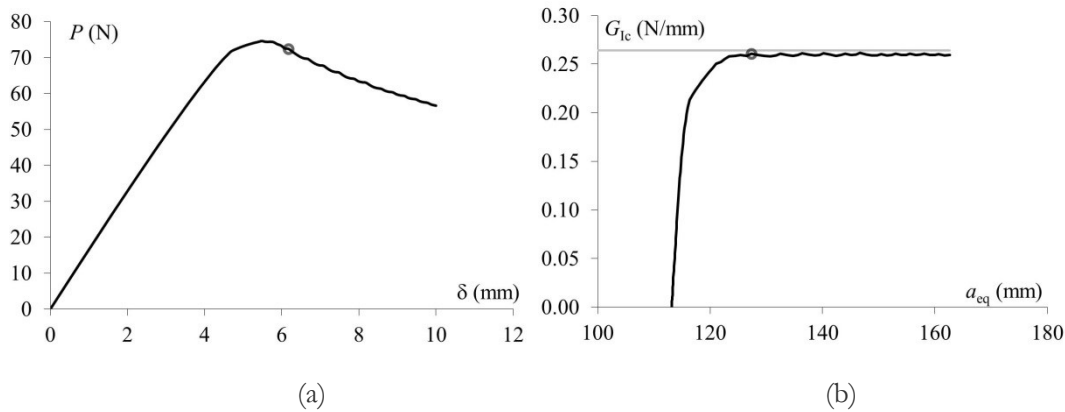


Figura 3.4. Resultados da simulação numérica do ensaio DCB: (a) curva $P-\delta$; (b) curva de resistência.

A taxa crítica de libertação de energia é alcançada depois de ultrapassada a força máxima, havendo uma diferença de 1.13% entre o valor obtido e o valor introduzido no modelo numérico (Tabela 3.1). Este resultado está de acordo com o que foi previamente observado por (de Moura et al. 2008) e por (Dourado et al. 2010).

Além da curva $P-\delta$, registou-se ao longo do ensaio virtual o CTOD (v). Para o efeito, escolhemos um par de pontos posicionados na direcção normal ao plano da fenda, o mais próximo da sua extremidade inicial (antes da propagação). A Figura 3.5 documenta a curva de resistência fundamental em modo I (equação 3.11), que relaciona a taxa de libertação de energia com o CTOD. De notar que a taxa de libertação de energia foi determinada através do método CBBM, incluindo assim todos os eventos relacionados com o processo de fractura, nomeadamente o desenvolvimento da zona coesiva representativa da ZPF. Aos resultados numéricos foi ajustada, pelo método dos mínimos quadrados, a função logística:

$$G_1 = \frac{A_1 - A_2}{1 + (v/v_0)^p} + A_2 \quad 3.13$$

onde A_1 , A_2 , p e v_0 são os parâmetros do ajuste. Para efeitos do ajuste desta função foram contemplados apenas os pontos (G_1, v) até ao completo desenvolvimento da

ZPF (limiar da iniciação da propagação), o último dos quais corresponde ao ponto assinalado na curva $P-\delta$ e na curva de resistência (Figura 3.4). Na Figura 3.5 pode ser apreciada a qualidade do ajuste. A função logística foi usada unicamente como meio de suavização dos resultados numéricos, antes de procedermos à derivação da curva de resistência fundamental para obter a lei coesiva (equação 3.12). Por essa razão, não procuramos atribuir qualquer significado físico aos parâmetros da função logística, excluindo o parâmetro A_2 , que é evidentemente o valor da taxa crítica de libertação de energia: $A_2 = \lim_{v \rightarrow \infty} G_I = G_{Ic}$. O ajuste da função logística e a sua derivação em ordem ao CTOD foram efectuados recorrendo ao *software* Origin® Pro 8.

Na Figura 3.6 está a lei coesiva obtida pela derivação da função logística, juntamente com a lei trilinear que foi introduzida no modelo numérico do ensaio DCB. A diferença entre o valor de G_{Ic} da lei coesiva usada no modelo numérico (0.264 N/mm) e o valor de G_{Ic} obtido pelo processo de identificação (0.281 N/mm) é de 6.3%. Já a diferença entre a tensão máxima (σ_u) da lei coesiva introduzida no modelo numérico (5.34 MPa) e a tensão máxima da lei coesiva que foi recuperada pelo método de identificação (5.94 MPa) é mais acentuada: 11.3 %. Estas diferenças explicam-se pelo facto de o método de identificação da lei coesiva conduzir a uma lei contínua e

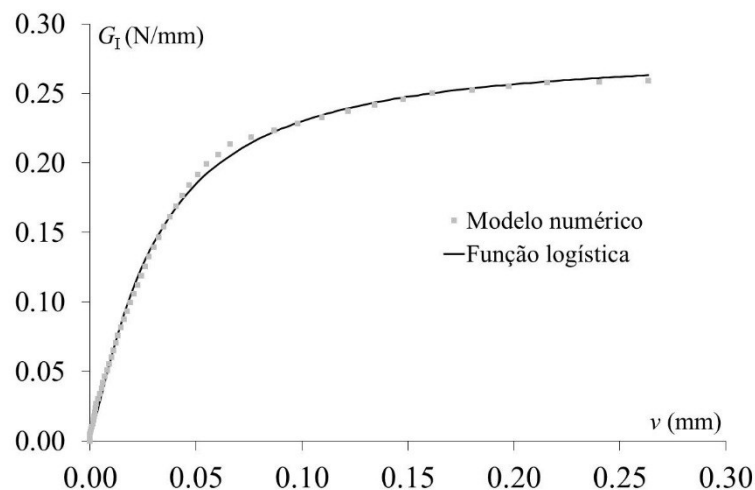


Figura 3.5. Curva de resistência fundamental, obtida através da simulação numérica do ensaio DCB e do método CBBM.

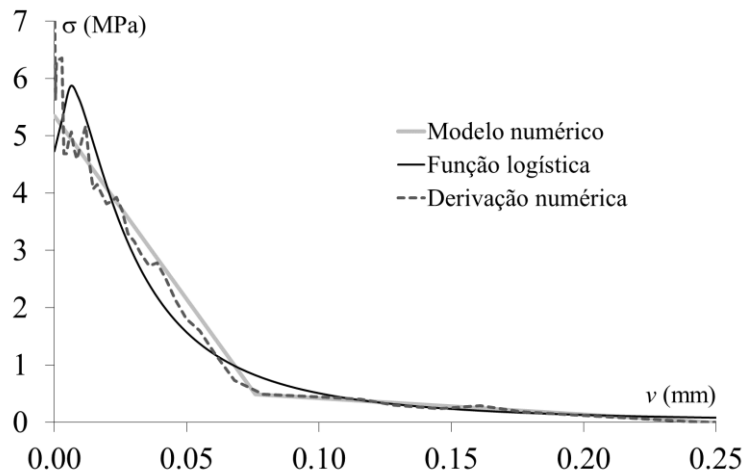


Figura 3.6. Comparação entre a lei coesiva rígida-linear usada no modelo numérico do ensaio DCB e as leis coesivas recuperadas por derivação da função logística ou por derivação numérica da curva de resistência fundamental.

não à lei trilinear (descontínua) que foi empregue no modelo numérico do ensaio DCB. Mas a derivação numérica (por diferenças finitas centrais) da lei coesiva fundamental permite reaver a lei coesiva introduzida no modelo numérico, apesar do ruído inicial da derivação numérica (Figura 3.6).

3.4. Trabalho experimental

Os provetes para os ensaios DCB foram extraídos de uma árvore da espécie *Pinus pinaster*, proveniente dum povoamento situado no concelho de Viseu. A amostragem dos provetes foi efectuada de modo a minimizar a variabilidade entre provetes. A madeira foi seca artificialmente, e os provetes foram testados nas seguintes condições higrotérmicas, após prévia estabilização no laboratório: temperatura entre 20°C e 25°C, e humidade relativa entre 60% e 65%. Neste trabalho experimental considerou-se apenas o sistema de propagação RL (R é a direcção da normal ao plano da fenda e L é a direcção de propagação), tendo sido ensaiados 10 provetes.

As dimensões nominais dos provetes são as que já foram empregues em trabalhos anteriores sobre o ensaio DCB aplicado à madeira de *Pinus pinaster* (Dourado et al. 2010; de Moura et al. 2008). Essas dimensões são também as que usámos anteriormente no modelo numérico do ensaio DCB (Figura 3.7): $2b=20$ mm, $L_1=300$ mm, $L=280$ mm, $B=20$ mm e $a_0=100$ mm. A fenda inicial foi introduzida em duas

etapas. Na primeira etapa, foi efectuado um entalhe com uma serra de fita de 1mm de espessura, com um comprimento igual ao valor nominal do comprimento de fenda inicial ($a_0=100$ mm); na segunda etapa, foi introduzida a fenda inicial a partir desse entalhe, com uma lâmina solicitada por um ligeiro impacto.

Na Figura 3.8 pode ser apreciado o aspecto geral dos provetes DCB e da montagem experimental. Os ensaios mecânicos foram executados numa máquina universal de ensaios mecânicos INSTRON 1125, com controlo do deslocamento. Todos os ensaios foram realizados à velocidade de travessão de 3 mm/min.

Para medir o CTOD durante os ensaios utilizou-se a técnica da correlação digital de imagem (DIC, *digital image correlation technique*). Para isso, foi necessário criar um padrão de *speckle* na região de interesse, na extremidade da fenda inicial. Este padrão foi aplicado em toda a largura do provete e em 40 mm de extensão: 5 mm antes e 35 mm depois da extremidade da fenda inicial (Figuras 3.1 e 3.8 (a)). O padrão de *speckle* foi obtido por pulverização de tinta preta com um aerógrafo, sobre uma base de tinta branca mate previamente aplicada com um *spray* de aerossol. A Figura 3.9 documenta o padrão de *speckle* característico, com o correspondente histograma da distribuição de níveis de cinzento.

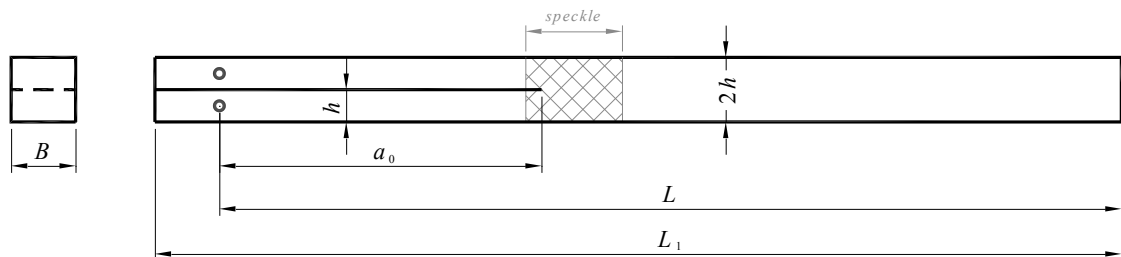
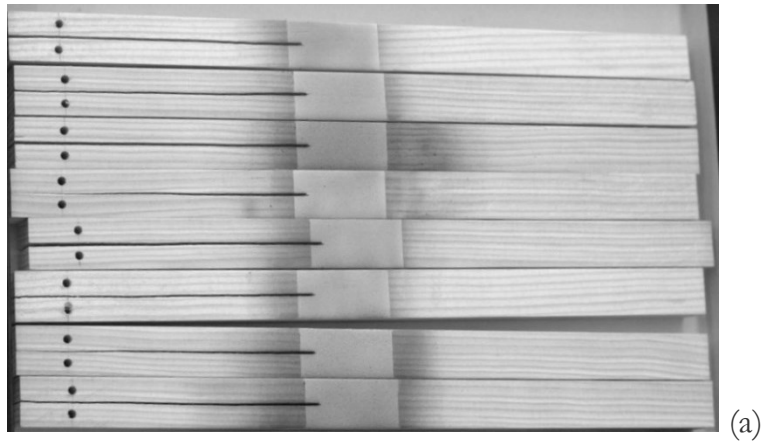
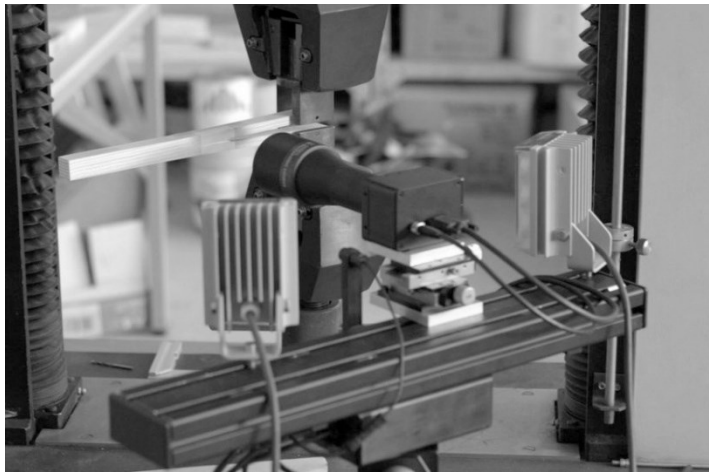


Figura 3.7. Geometria do provete usado no ensaio DCB, incluindo a região com o padrão de *speckle*.



(a)



(b)

Figura 3.8. Ensaio DCB: (a) aspecto dos provetes; (b) aspecto geral da montagem experimental.

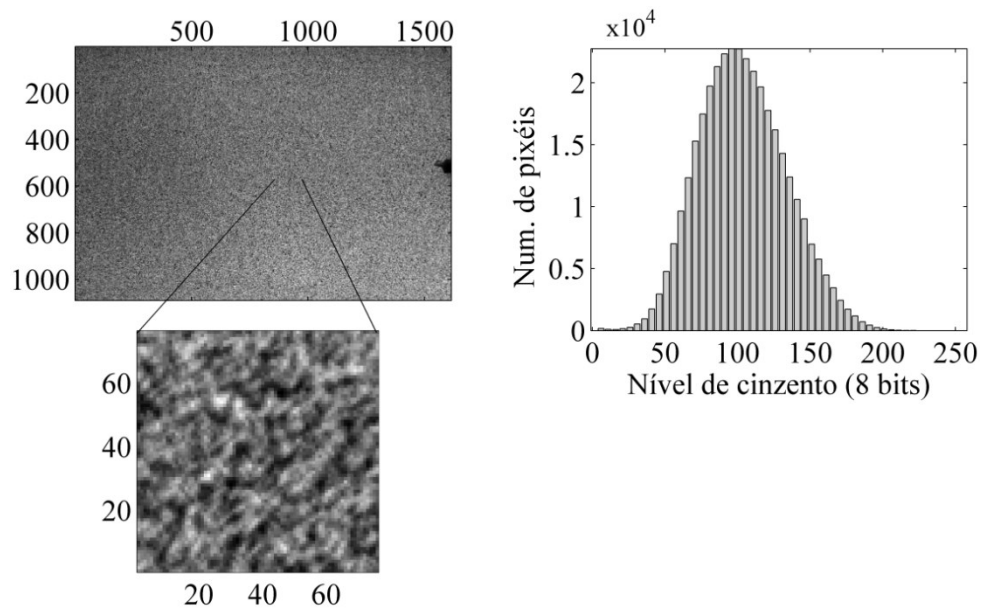


Figura 3.9. Padrão de *speckle* e histograma da imagem.

As imagens da deformação do padrão de *speckle* foram adquiridas durante os ensaios a uma frequência de 1Hz. O sistema óptico é constituído por uma câmara Baumer® Optronic FWX20 (codificada em 8 bits e com resolução de 1624x1236 pixels) e por uma objectiva telecêntrica TC 23 36. A distância de trabalho foi fixada em 103.5 mm, conduzindo a um factor de amplificação de 0.243. As imagens foram processadas usando o *software* ARAMIS® DIC-2D v.6.0.2-6.

Os parâmetros de medida associados à correlação digital de imagem (*i.e.*, tamanho da janela de correlação, sobreposição de janelas de correlação adjacentes e comprimento de base para o cálculo das deformações a partir dos deslocamentos) foram escolhidos num compromisso entre erros de correlação e erros de interpolação. Neste trabalho usou-se uma janela de correlação de 15x15 pixéis, com sobreposição de 2 pixéis entre janelas adjacentes e um comprimento de base para o cálculo das deformações de 7 janelas de correlação (Xavier et al. 2012). Neste caso, a resolução em deslocamento é da ordem de 10^{-2} pixel.

Para a medição do CTOD, foi inicialmente identificado, na imagem de referência, o ponto correspondente à extremidade da fenda inicial. Tendo por base essa localização, o CTOD foi medido em pontos imediatamente acima e abaixo dessa cota, ao longo da sequência de imagens registadas no decorrer do ensaio. A distância entre os pontos para a medição do CTOD foi de 0.468 mm, como se ilustra na Figura 3.10.

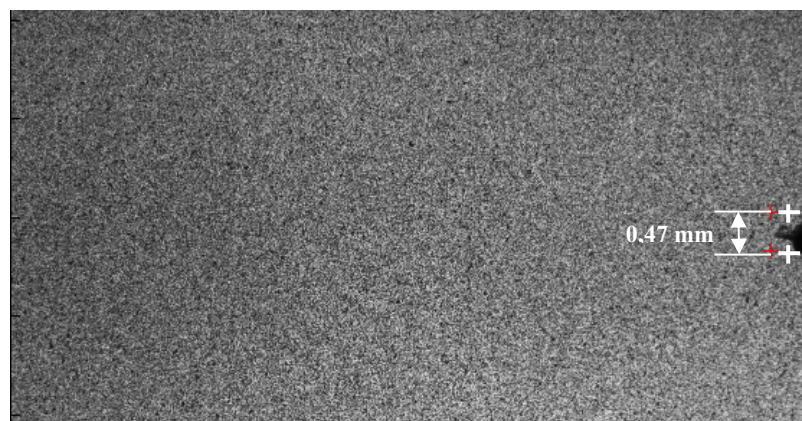


Figura 3.10. Padrão de *speckle* com a representação da posição inicial do par de pontos utilizado para medição do CTOD.

3.5. Análise e discussão dos resultados experimentais: curvas de resistência

A Figura 3.11 apresenta as curvas $P-\delta$ de todos os provetes ensaiados, incluindo a curva $P-\delta$ obtida pelo modelo de elementos finitos. A dispersão observada nos valores da rigidez inicial – cerca de 10% - é normal tendo em conta a variabilidade associada à madeira. O declive inicial da curva $P-\delta$ numérica está de acordo com a rigidez média experimental. Globalmente, a curva $P-\delta$ numérica tem o mesmo comportamento qualitativo das curvas experimentais. Assim sendo, podemos concluir que o exercício de validação do método de identificação da lei coesiva que foi apresentado na Secção 3.3 é baseado num modelo de elementos finitos fisicamente realista.

Na Figura 3.12 pode ser apreciado o aspecto macroscópico da fractura, em dois momentos diferentes da propagação: na fase inicial do ensaio (Figura 3.12 (a)) e numa fase mais avançada do ensaio (Figura 3.12 (b)). A Figura 3.12 (a) confirma a dificuldade em definir a extremidade da fenda durante a propagação e a ocorrência de dois mecanismos de dano principais na ZPF:

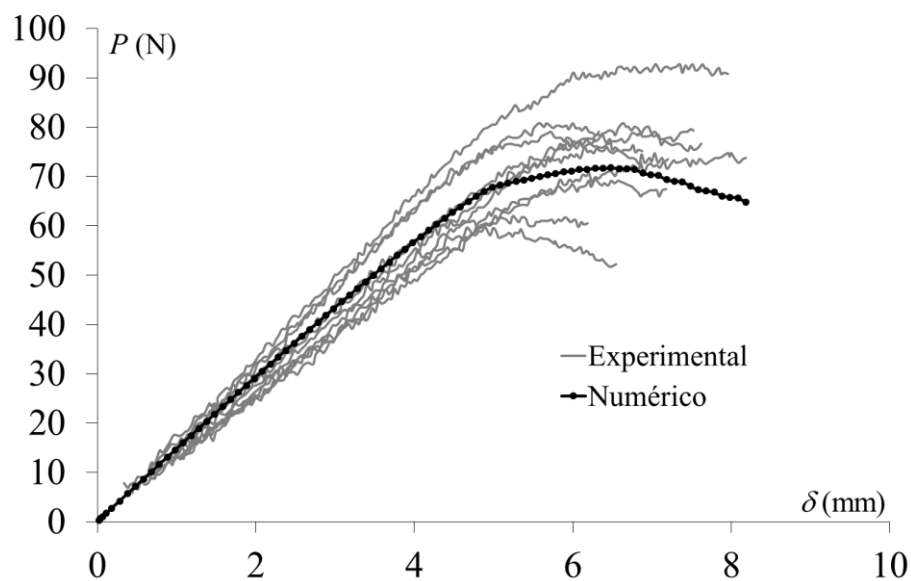


Figura 3.11. Curvas força-deslocamento dos ensaios DCB.

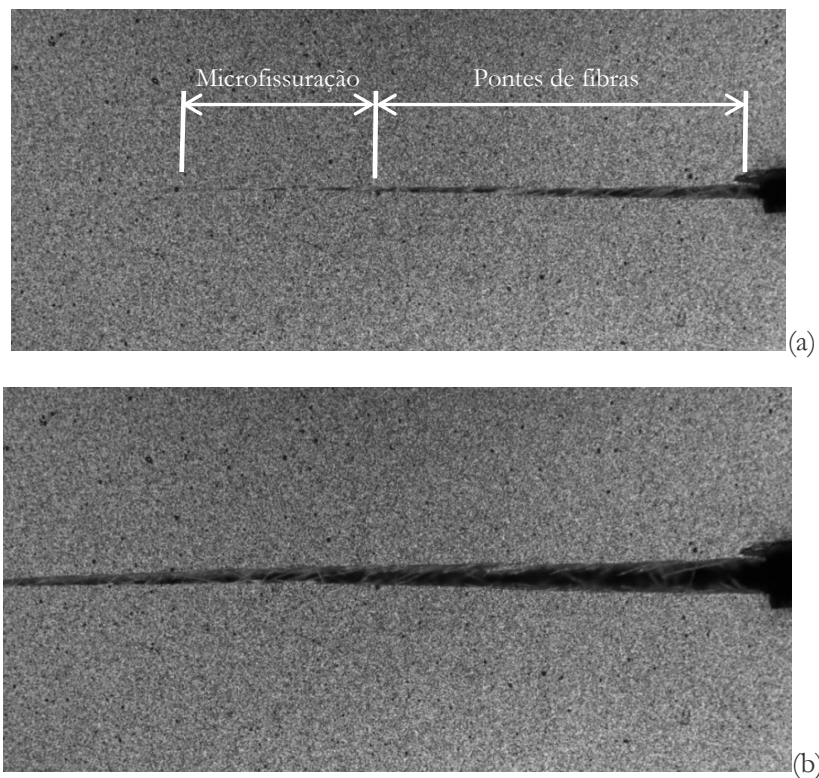


Figura 3.12. Aspecto macroscópico da fractura no ensaio DCB: (a) fase inicial do ensaio e (b) fase final do ensaio.

microfissuração e pontes de fibras. Na Figura 3.12 (b) é já visível a rotura das pontes de fibras e a separação efectiva das faces da fenda. Alguns autores (Vasic and Smith 2002) defendem que o principal mecanismo de tenacidade em modo I da madeira é a formação de pontes de fibras; outros (Dourado et al. 2008; de Moura et al. 2008) defendem que os dois mecanismos contribuem significativamente para a dissipação de energia na zona de processo de fractura (ZPF).

Na Figura 3.13 encontram-se reunidas todas as curvas de resistência em modo I, assim como a curva de resistência do modelo numérico, obtidas através do método CBBM. A grande dispersão das curvas experimentais é muito provavelmente o reflexo da variabilidade local (na extremidade da fenda inicial) da microestrutura da madeira. Das curvas de resistência experimentais foram extraídos dois valores da taxa de libertação de energia em modo I: o valor correspondente ao limite de linearidade da curva $P-\delta$ ($G_{I,i}$) e o valor correspondente à força máxima ($G_{I,m}$). A identificação destes pontos está ilustrada na Figura 3.14, para um dos provetes ensaiados. O valor de $G_{I,i}$ corresponde ao início da formação da zona de processo de fractura, que coincide com

o fim do trecho linear da curva $P-\delta$. Dado que algumas curvas de resistência experimentais não apresentam um patamar claramente definido que permita a identificação inequívoca da taxa crítica de liberação de energia (G_{Ic}), assumimos que $G_{I,m} = G_{Ic}$. Este valor da taxa de liberação de energia está então relacionado com o fim do desenvolvimento da zona de processo de fractura e com o início da propagação da fenda.

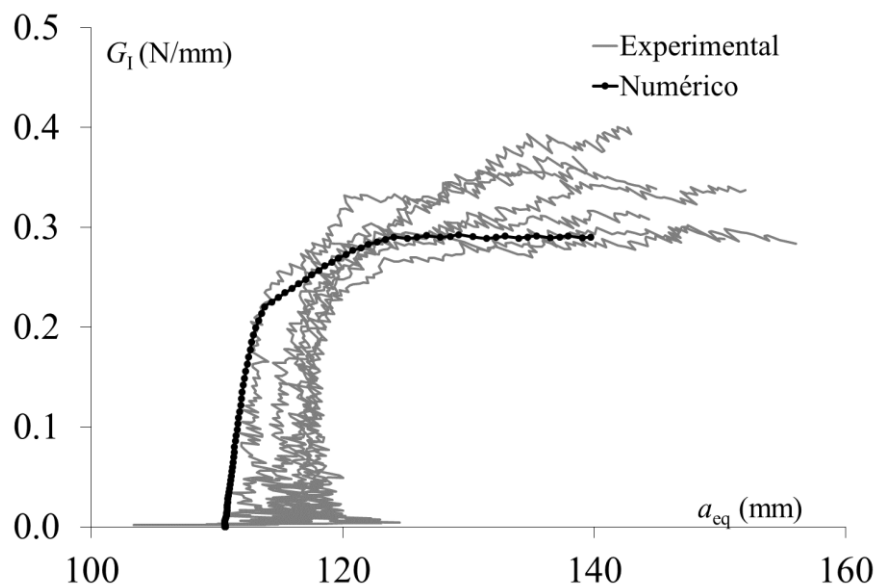


Figura 3.13. Curvas de resistência em modo I, obtidas pelo ensaio DCB e pelo método CBBM.

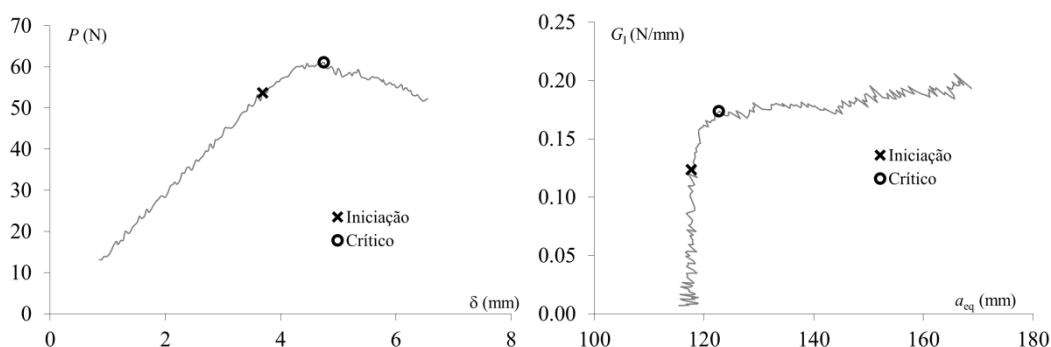


Figura 3.14. Identificação do valor de iniciação ($G_{I,i}$) e do valor crítico (G_{Ic}) da taxa de liberação de energia em modo I: curva força-deslocamento e curva de resistência.

Na Tabela 3.2 encontram-se os valores de $G_{I,i}$ e de G_{Ic} que foram apurados para cada provete ensaiado, juntamente com os valores da massa volúmica e do módulo de flexão (equação 3.4). Antes de mais, notemos que a dispersão da massa volúmica é bastante reduzida, em virtude de o método de amostragem ter visado a obtenção de provetes “gémeos”. Assim, não é de estranhar que a dispersão dos resultados obtidos para $G_{I,i}$ (C.V.=17.9%) e para G_{Ic} (C.V.=25.0%) não seja explicada pela variação da densidade entre os provetes (Figura 3.15). De facto, e como foi já referido atrás, a dispersão das taxas de libertação de energia deve-se muito provavelmente à variabilidade da estrutura celular na extremidade da fenda, de provete para provete. É também oportuno mencionar que o valor médio de G_{Ic} obtido neste trabalho (0.29 N/mm) é superior ao obtido por (de Moura et al. 2008)) para a mesma espécie de madeira. Ainda a propósito dos resultados que constam na Tabela 3.2, não podemos deixar de observar que o valor médio de E_f (9.13 GPa) é inferior ao valor médio obtido por de Moura et al. (2008), em ensaios DCB de outra amostra de *Pinus pinaster* (com densidade igual a 0,6), e que consta na Tabela 3.1 (12.18 GPa).

Estas diferenças poderão ser devidas ao facto da amostra de madeira de *Pinus pinaster* considerada no trabalho de (de Moura et al. 2008)), e de onde foram extraídas as propriedades que constam na Tabela 3.1, ter uma densidade média de 0.6.

Tabela 3.2. Massa volúmica (ρ), módulo de flexão e taxa de libertação de energia em modo I, identificadas nos provetes do ensaio DCB.

<i>Provetes</i>	ρ	E_f	$G_{I,i}$	G_{Ic}
	g/cm ³	N/mm ²	N/mm	N/mm
1	0.539	10470.9	0.25	0.38
2	0.566	8096.8	0.20	0.27
3	0.529	9643.8	0.12	0.17
4	0.545	8053.4	0.18	0.38
5	0.548	9268.6	0.18	0.29
6	0.550	10383.3	0.20	0.27
7	0.535	8238.0	0.17	0.20
8	0.496	9271.2	0.20	0.33
9	0.566	8733.1	0.24	0.33
10	0.553	10531.8	0.19	0.27
Média	0.543	9128.8	0.19	0.29
C.V. (%)	3.8%	10.2%	17.9%	25.0%

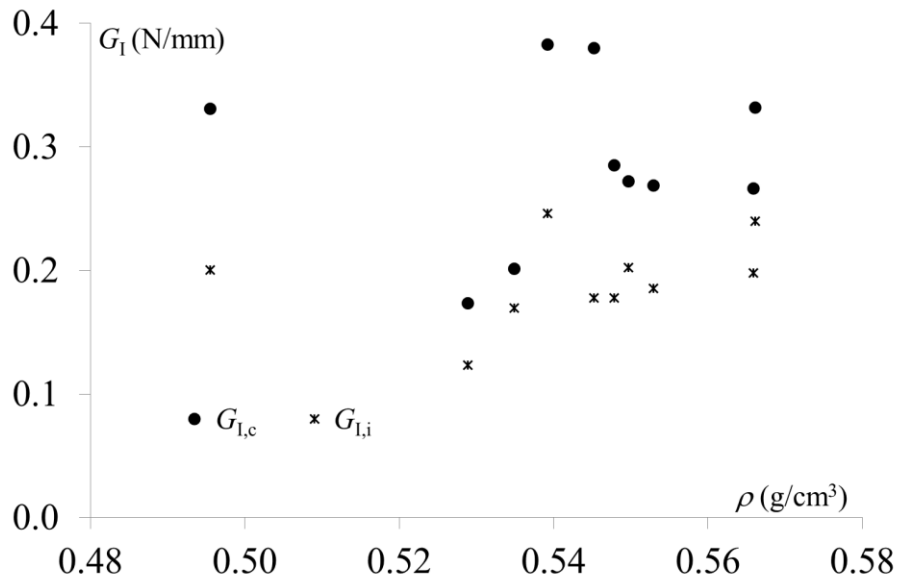


Figura 3.15. Relação entre $G_{I,i}$ e $G_{I,c}$ e a massa volúmica.

Foram feitas novas simulações numéricas usando as propriedades elásticas e de fractura médias obtidas experimentalmente para obtenção da curva-R numérica. O valor obtido no patamar está de acordo com os resultados experimentais, embora a iniciação ocorra para valores de a_{eq} inferiores (Figura 3.13). A razão desta discrepância deve-se ao maior comprimento da fenda inicial dos provetes usados nos ensaios experimentais, em consequência do método de introdução da fenda inicial que foi descrito na secção anterior.

3.6. Análise e discussão dos resultados experimentais:

lei coesiva

Além das curvas $P-\delta$ (Figura 3.11) a outra informação experimental obtida directamente durante os ensaios DCB teve que ver com os deslocamentos de abertura da extremidade da fenda, na direcção normal (v) e na direcção tangencial (u) ao plano da fenda. Estes deslocamentos foram determinados através da técnica da correlação digital de imagem, conforme foi relatado na Secção 3.4. Na Figura 3.16 podemos observar a evolução de v (deslocamento em modo I) e de u (deslocamento em modo II) com o deslocamento aplicado (δ), para um dos provetes ensaiados. Em todos os provetes a componente de modo II (u) do CTOD é desprezável, pelo que o ensaio DCB é praticamente um ensaio de fractura em puro modo I.

Combinando as curvas de resistência (Figura 3.13), determinadas através do método CBBM, com as correspondentes curvas $\nu(\delta)$, obtivemos as curvas de resistência fundamentais (equação 3.11) que estão representadas na Figura 3.17(a). A curva de resistência fundamental obtida por simulação numérica do ensaio DCB está, em termos gerais, em bom acordo com as curvas experimentais; esta observação reforça, mais uma vez, o realismo físico do exercício de simulação apresentado na Secção 3.3. A cada uma das curvas de resistência fundamentais obtidas experimentalmente foi ajustada a função logística (Equação 3.13), recorrendo ao método dos mínimos quadrados. Na Figura 3.17(b) é possível observar a qualidade do ajuste aos pontos experimentais (G_I, ν) que foram selecionados para esse efeito. De facto, para o ajuste da função logística foram considerados apenas os pontos (G_I, ν) até à força máxima (Figura 3.14), onde admitimos que a zona de processo de fractura está completamente desenvolvida e se inicia a propagação. O facto da curva não se iniciar na origem (0,0) está relacionado com a resolução do método na medição do CTOD para valores muito pequenos. Vem a propósito referir que outros autores adoptaram outros métodos de suavização da curva de resistência fundamental: polinómios (Lindhagen and Berglund 2000), séries de Prony (Fernberg and Berglund 2001) e splines cúbicos (Lundsgaard-Larsen *et al.* 2008).

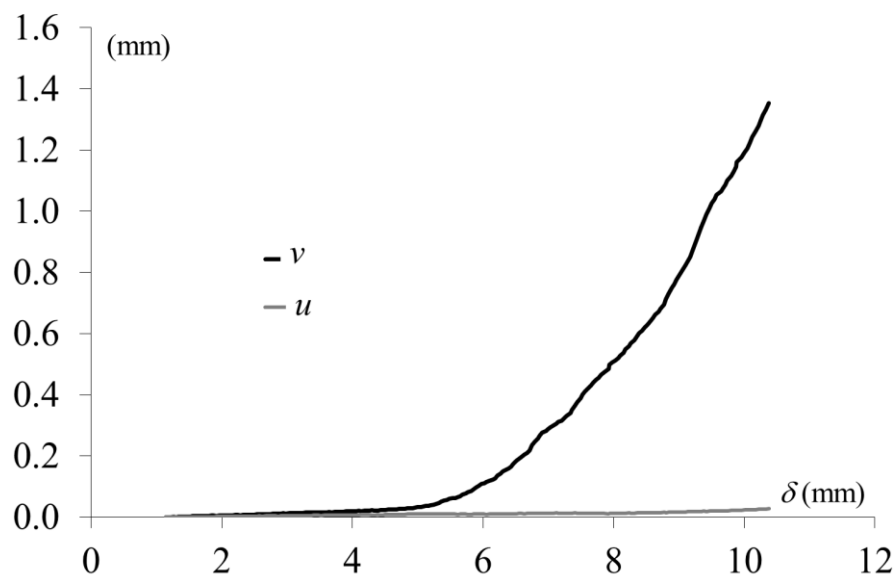


Figura 3.16. Evolução das componentes do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v e u), com o deslocamento aplicado ao provete DCB (δ).

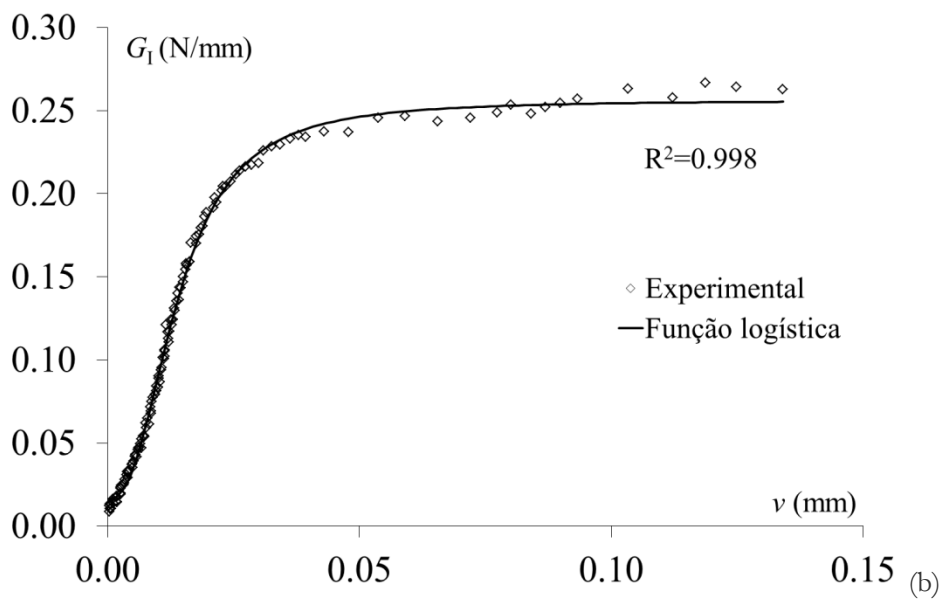
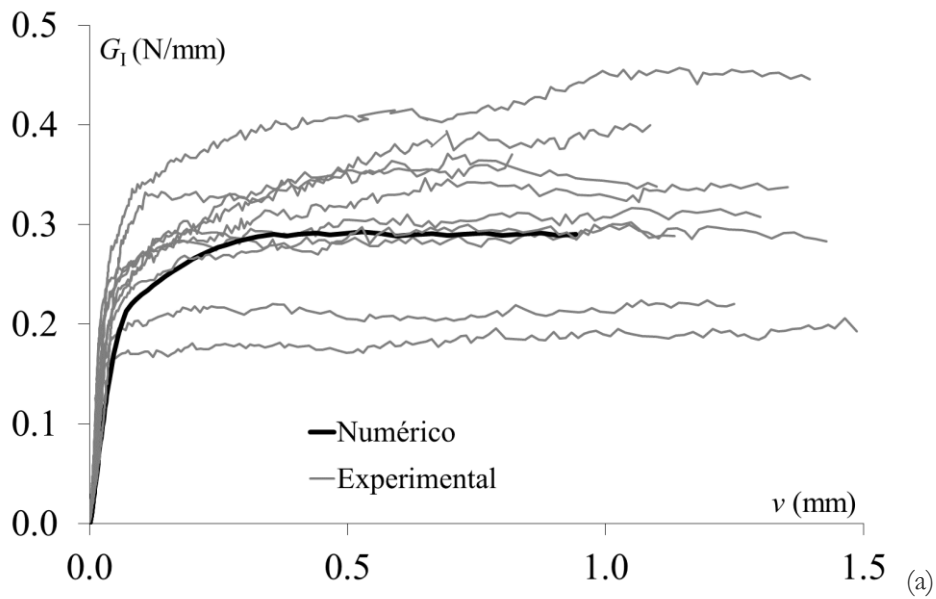


Figura 3.17. (a) Curvas de resistências fundamentais e (b) exemplo de ajuste da função logística.

Conforme foi referido na Secção 3.3, a suavização da curva de resistência fundamental com o ajuste da função logística é a etapa que antecede a identificação da lei coesiva, por derivação dessa curva de resistência (equação 3.12). Todas as leis coesivas que foram obtidas deste modo encontram-se reunidas na Figura 3.18. Por sua vez, os parâmetros do ajuste da curva logística (A_1 , A_2 , p e v_0) estão agrupados na Tabela 3.3; nesta tabela encontram-se também os valores da tensão máxima (σ_u) e do

deslocamento que lhe está associado (v_u), bem como o valor crítico do deslocamento (v_c), relativo à separação completa das faces da fenda. O valor médio do parâmetro A_2 é 7.4% inferior ao valor médio de G_{Ic} determinado a partir das curvas de resistência (Tabela 3.2). Mas essa diferença não é estatisticamente significativa face à dimensão da amostra e à dispersão dos valores de A_2 (C.V.=21.8%) e de G_{Ic} (C.V.=25.0%). Com os valores médios dos parâmetros da função logística construiu-se a lei coesiva média que está representada na Figura 3.18 recorrendo à diferenciação da equação (3.13),

$$\sigma = \frac{(A_2 - A_1)(p/v_0)(v/v_0)^{p-1}}{[1 + (v/v_0)^p]^2} \quad 3.14$$

É interessante comparar o valor médio da tensão máxima (σ_u) obtida neste trabalho (9.13 MPa, na Tabela 3.3) com o valor médio da tensão máxima da lei coesiva trilinear determinada por (de Moura et al. 2008), a partir do ensaio DCB e aplicando um método inverso de identificação (5.34 MPa, na Tabela 3.1). Saber se esta diferença se deve às amostras de material que foram usadas nos dois trabalhos (densidade média de 0.54 no presente trabalho e de 0.6 em (de Moura et al. 2008)) ou aos

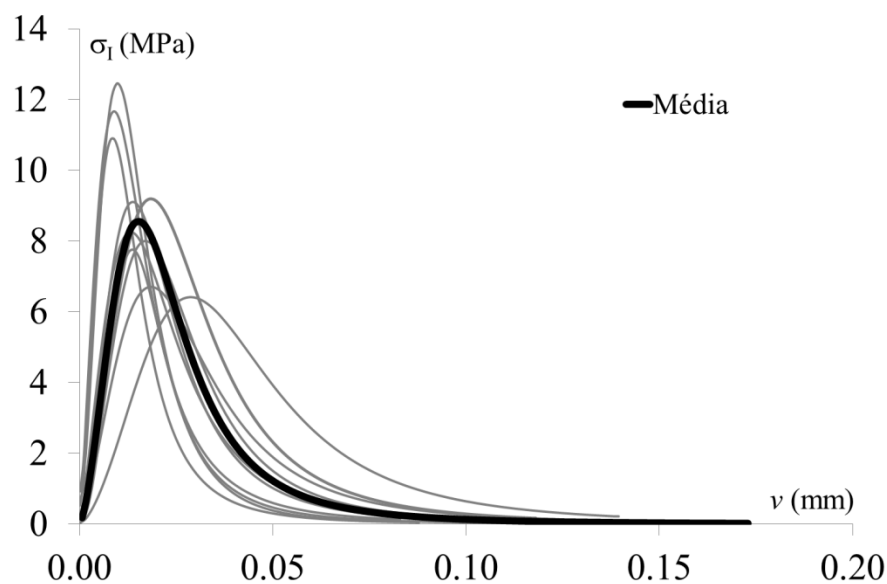


Figura 3.18. Leis coesivas em modo I: $\sigma=f(v)$.

Tabela 3.3. Massa volúmica (ρ), parâmetros da função logística (A_1 , A_2 , p , v_0) e valores característicos da tensão (σ_u) e do deslocamento (v_u e v_c).

<i>Provetes</i>	ρ	A_1	A_2	p	v_0	σ_u	v_u	v_c
	g/cm ³	N/mm	N/mm		mm	MPa	mm	mm
1	0.539	0.016	0.35	2.45	0.026	9.19	0.018	0.12
2	0.566	0.016	0.26	2.45	0.014	12.46	0.010	0.13
3	0.529	0.015	0.18	2.96	0.017	7.76	0.014	0.07
4	0.545	0.005	0.26	2.52	0.024	8.00	0.017	0.14
5	0.548	0.020	0.27	2.44	0.020	9.11	0.014	0.10
6	0.550	0.012	0.26	2.17	0.014	11.65	0.009	0.08
7	0.535	0.006	0.20	2.39	0.012	10.88	0.009	0.09
8	0.496	0.017	0.28	2.34	0.027	6.70	0.019	0.12
9	0.566	0.017	0.35	2.60	0.039	6.41	0.028	0.14
10	0.553	0.003	0.25	2.23	0.020	8.23	0.014	0.17
Média	0.543	0.014	0.27	2.48	0.022	9.13	0.015	0.11
C.V.	3.8%	38.8%	21.8%	8.6%	39.9%	23.5%	41.0%	22.5%

métodos de identificação, é uma questão que requer trabalho adicional. É também interessante comparar os valores médios de σ_u que acabamos de referir com o valor da resistência à tracção da madeira de *Pinus pinaster* na direcção radial, que foi determinada por (Pereira 2005) em provetes não entalhados (7.93 MPa) com uma densidade média de 0.70 g/cm³. Apesar de significativamente diferentes, estes valores são todos da mesma ordem de grandeza e consistentes entre si.

À semelhança do que acontece com os resultados obtidos para a taxa crítica de libertação de energia (Tabela 3.2 e Figura 3.15), e recorrendo à regressão linear, não há uma correlação significativa entre os parâmetros da lei coesiva em modo I (Tabela 3.3) e a densidade. Tal como foi observado atrás a propósito de G_{Ic} , tal facto deve-se à reduzida amplitude dos valores da densidade da amostra ensaiada.

Encontram-se na literatura diversas representações analíticas da lei coesiva em modo I. Entre elas conta-se a lei exponencial de Xu e Needleman (van den Bosch et al. 2006):

$$\sigma = \frac{G_{Ic}}{v_u} \left(\frac{v}{v_u} \right) \exp \left(- \frac{v}{v_u} \right) \quad 3.15$$

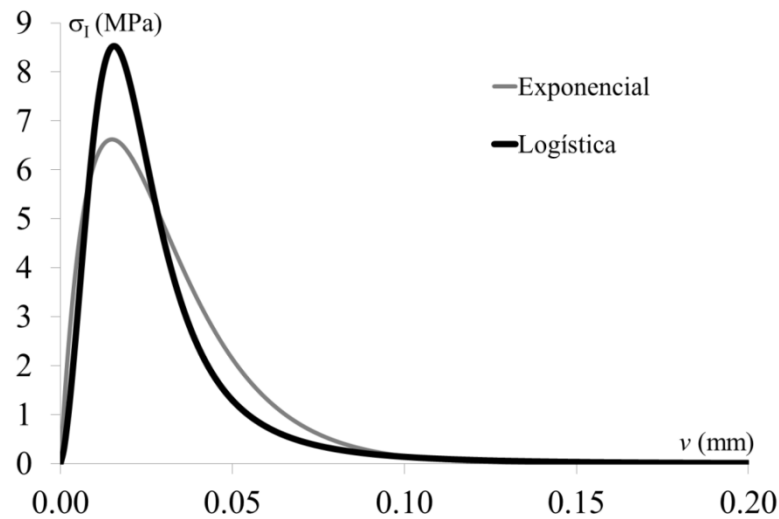


Figura 3.19. Comparação entre a lei coesiva logística e a lei coesiva exponencial.

Tabela 3.4. Comparação entre as tensões máximas das leis coesivas logística e exponencial

Provetes	σ_u (MPa)	
	Logística	Exponencial
1	9.19	7.10
2	12.46	9.67
3	7.76	4.77
4	8.00	5.75
5	9.11	7.11
6	11.65	10.96
7	10.88	8.02
8	6.70	5.32
9	6.41	4.57
10	8.23	6.57
Média	9.13	7.03
C.V.	24%	31%

Usando os valores de A_2 (ou seja, G_{Ic}) e de ν_u que foram previamente obtidos para cada provete (Tabela 3.3), construímos para cada provete a lei coesiva de Xu and Needleman. Na Figura 3.19 comparamos a lei coesiva logística média com a lei coesiva exponencial média. Em geral, a lei coesiva logística conduz a valor de σ_u maiores que a lei coesiva exponencial, conforme está documentado na Tabela 3.4. De resto, as duas leis coesivas têm um comportamento muito semelhante. Saliente-se ainda o facto de a lei coesiva exponencial média propiciar um valor de tensão máxima (7.03 MPa) mais próximo do valor médio obtido anteriormente por (de Moura et al. 2008), usando um método inverso (5.34 MPa).

3.7. Conclusões

A curva de resistência em modo I de provetes DCB (*Double Cantilever Beam*) de madeira da espécie *Pinus pinaster* foi obtida usando o método CBBM (*compliance based beam method*). A partir dessas curvas foram determinados dois valores característicos da taxa de libertação de energia: o valor de iniciação ($G_{I,i}$) e o valor correspondente à força máxima (G_{Ic}). O valor médio de G_{Ic} obtido neste trabalho é compatível com o valor medido por outros autores, para a mesma espécie e usando igualmente o ensaio DCB. Combinando o método CBBM com a medição do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (CTOD), através da técnica de correlação digital de imagem, foi efectuada a identificação da lei coesiva da amostra de madeira de *Pinus pinaster* seleccionada para este trabalho. Embora a lei coesiva que foi identificada seja consistente, há algumas questões que merecem ser objecto de trabalho futuro, de modo a garantir a robustez do processo de identificação. Uma delas tem a ver com a quantificação da resolução e da precisão do método de medida do CTOD. A outra questão tem a ver com o método de tratamento da informação experimental, nomeadamente o método de alisamento da relação entre G_I e o CTOD (isto é, da curva de resistência fundamental).

Capítulo 4. Fractura em modo II: Ensaio ENF

4.1. Introdução

Neste capítulo é apresentado o trabalho que foi efectuado com vista à caracterização do comportamento à fractura em modo II da madeira de *Pinus pinaster*, recorrendo ao ensaio ENF (*End Notched Flexure*). Inicialmente, é apresentado o método empregue no tratamento dos resultados experimentais do ensaio ENF, para a identificação da curva de resistência e da lei coesiva. A identificação da lei coesiva baseia-se na combinação do método CBBM (para a determinação da curva de resistência) com a medição do CTSD (*crack tip shear displacement*), através da técnica da correlação digital de imagem. O objectivo é determinar a curva de resistência fundamental, isto é, a relação entre a taxa de libertação de energia (G_{II}) e o CTSD, permitindo obter a lei coesiva por derivação de G_{II} em ordem ao CTSD. A validade desta metodologia é em seguida analisada, recorrendo à simulação do ensaio ENF através do método dos elementos finitos. Para o efeito, foi empregue um modelo de dano coesivo previamente desenvolvido (de Moura *et al.*, 1997, 2008; Gonçalves *et al.*, 2000), implementado numericamente através de elementos finitos de interface. Por último, descrevemos pormenorizadamente o trabalho experimental que foi desenvolvido, e apresentamos os resultados obtidos.

4.2. O Ensaio ENF (*End Notched Flexure*)

O ensaio ENF está representado esquematicamente na Figura 4.1. O provete está dotado de uma fenda, com comprimento inicial a_0 , localizada a meio da altura do provete. O provete é solicitado por um deslocamento (δ) monotonamente crescente, aplicado a meio vão na face superior, sendo registada a correspondente força P ao longo do ensaio (ensaio com controlo do deslocamento). Admitindo que o plano da fenda é o plano neutro do provete, a propagação da fenda decorre em condições de puro modo II.

Os métodos mais usados para a determinação da curva de resistência em modo II, a partir do ensaio ENF, são o método de calibração experimental da flexibilidade (Davies, 1993; Davies *et al.*, 1999; Xavier *et al.*, 2011) e a teoria de vigas corrigida (Davies *et al.*, 1999; Wang and Williams, 1992). O método de calibração experimental

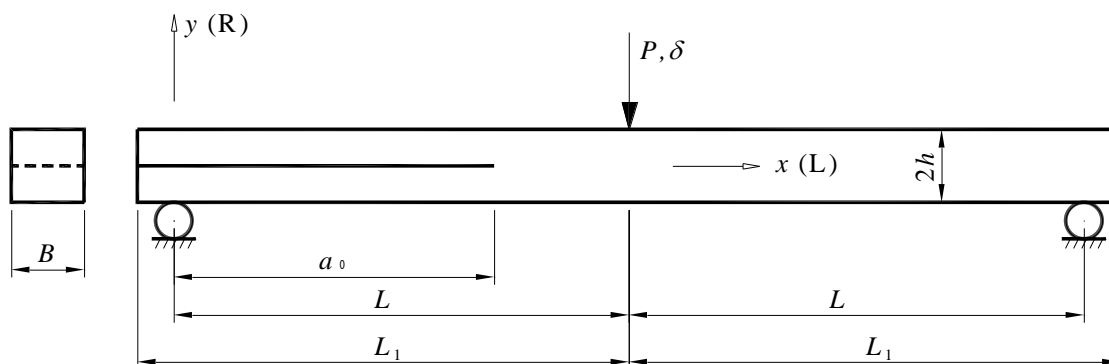


Figura 4.1. Esquema do ensaio ENF (*End Notched Flexure*)

da flexibilidade baseia-se na equação de Irwin-Kies (Equação 3.1) e na realização de ensaios preliminares para obter a flexibilidade para diferentes comprimentos iniciais de fenda (isto é, a curva de calibração da flexibilidade). O principal inconveniente deste método, quando aplicado à madeira, é o elevado número de ensaios que é preciso realizar (Xavier *et al.*, 2011). A teoria de vigas corrigida (CBT, *Corrected Beam Theory*) baseia-se também na equação de Irwin-Kies (Equação 3.1) e numa solução analítica para a variação da flexibilidade do provete com o comprimento de fenda (Wang and Williams, 1992). A principal dificuldade da aplicação deste método à madeira prende-se com a necessidade de medição do comprimento de fenda durante a propagação (de Moura *et al.*, 2009).

Recentemente, Silva *et al.*, (2006) propuseram um novo método para a identificação da curva de resistência em modo II da madeira, designado por CBBM (*Compliance Based Beam Method*) que contorna as dificuldades dos métodos clássicos. Em concreto, a identificação da curva de resistência de cada provete através desse método exige apenas o registo da curva $P-\delta$, não sendo necessário medir o comprimento da fenda durante a propagação nem a realização de ensaios mecânicos independentes para medir o módulo de flexão. Em seguida vamos rever os aspectos fundamentais do método CBBM aplicado ao ensaio ENF.

O ponto de partida do método CBBM é a seguinte expressão para a flexibilidade do provete ENF, obtida através da teoria das vigas de Timoshenko e do teorema de Castigliano (Silva *et al.*, 2006):

$$C = \frac{3a^3 + 2L^3}{8E_L Bh^3} + \frac{3L}{10G_{LR} Bh} \quad 4.1$$

onde a é o comprimento da fenda, E_L é o módulo de elasticidade longitudinal, G_{LR} é o módulo de corte no plano de flexão (que é o plano de simetria anatómica LR, para o caso do sistema de propagação RL) e b , B e L são dimensões do provete (Figura 4.1). Em primeiro lugar, a Equação 4.1 é usada para determinar o módulo de flexão, a partir da flexibilidade elástica (C_0) associada ao comprimento de fenda inicial, a_0 (antes da propagação):

$$E_f = \frac{3a_0^3 + 2L^3}{8Bh^3} \left(C_0 - \frac{3L}{10G_{LR} Bh} \right)^{-1} \quad 4.2$$

Durante a propagação, na condição de auto-semelhança, a flexibilidade experimental depende não só do comprimento de fenda real (a) como também da dimensão da zona de processo de fractura (ZPF), que se desenvolve na extremidade da fenda inicial e cuja extensão se mantém constante durante a propagação. Para contemplar este efeito, na Equação 4.1 o comprimento de fenda a deve ser substituído pelo comprimento de fenda equivalente $a_{eq} = a + \Delta a_{FPZ}$ (de Moura *et al.*, 2006; Silva *et al.*, 2006), resultando:

$$C = \frac{3a_{eq}^3 + 2L^3}{8E_f Bh^3} + \frac{3L}{5G_{LR} Bh} \quad 4.3$$

Esta última equação, combinada com a Equação 4.2, pode ser usada para, na segunda etapa da aplicação do método CBBM, determinar o comprimento de fenda equivalente (Silva *et al.*, 2006):

$$a_{eq} = a + \Delta a_{FPZ} = \left[\frac{C^{cor}}{C_0^{cor}} a_0^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{C^{cor}}{C_0^{cor}} - 1 \right) L^3 \right]^{1/3} \quad 4.4$$

onde C^{cor} é dado por

$$C^{\text{cor}} = C - \frac{3L}{10 G_{\text{LR}} Bh} \quad 4.5$$

Finalmente, a partir da equação 4.3 e da equação de Irwin-Kies (Equação 3.1) obtém-se a taxa de libertação de energia em modo II:

$$G_{\text{II}} = \frac{9P^2}{16 B^2 E_f h^3} \left[\frac{C^{\text{cor}}}{C_0^{\text{cor}}} a_0^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{C^{\text{cor}}}{C_0^{\text{cor}}} - 1 \right) L^3 \right]^{2/3} \quad 4.6$$

É evidente, a partir da revisão que acabamos de apresentar, que o método CBBM não exige a medição directa do comprimento da fenda durante a propagação. Efectivamente, o método CBBM baseia-se no conceito de fenda equivalente, a qual inclui o efeito da zona de processo de fractura e cujo comprimento (a_{eq}) é calculado a partir da curva P - δ (Equação 4.4). É certo que para o cálculo de a_{eq} é necessário conhecer previamente o módulo de corte G_{LR} (Equação 4.5). Todavia, o valor da taxa de libertação de energia (G_{II}) é pouco sensível às variações de G_{LR} , pelo que se pode atribuir a esta propriedade um valor de referência (de Moura *et al.*, 2006). Esta circunstância, aliada ao facto do método CBBM usar o módulo de flexão (E_f) calculado a partir da flexibilidade inicial (C_0) do provete (Equação 4.2), faz com que esse método seja particularmente adequado para lidar com a variabilidade das propriedades elásticas da madeira.

A madeira exhibe um comportamento à fractura em modo II quase-frágil, em que os mecanismos microestruturais de dano estão confinados a uma região de espessura reduzida, na vizinhança da extremidade da fenda (de Moura *et al.*, 2009; Silva *et al.*, 2007). Assim sendo, o comportamento à fractura em modo II pode ser caracterizado por uma lei coesiva, que relaciona as tensões de corte em pontos homólogos das superfícies coesivas (τ) com o deslocamento relativo desses pontos (u) na direcção de τ (direcção tangente às superfícies coesivas):

$$\tau = \tau(u) \quad 4.7$$

Um dos parâmetros fundamentais da lei coesiva é precisamente a taxa crítica de libertação de energia, que pode ser obtida através da curva de resistência (Hui *et al.*, 2011; Leffler *et al.*, 2007; Nilsson, 2005; van den Bosch *et al.*, 2006):

$$G_{IIc} = \int_0^{\infty} \tau(u) du \quad 4.8$$

A identificação completa da lei coesiva pode ser feita a partir da curva de resistência fundamental em modo II determinada experimentalmente isto é, a função:

$$G_{II} = G_{II}(u) \quad 4.9$$

Efectivamente, temos (Hui *et al.*, 2011; Nilsson, 2005):

$$\tau(u) = \frac{\partial G_{II}}{\partial u} \quad 4.10$$

Neste capítulo iremos utilizar o ensaio ENF e a curva de resistência fundamental (Equação 4.9), obtida através do método CBBM e da medição do deslocamento de abertura (em corte) da extremidade da fenda (u) por correlação digital de imagem, para identificar a lei coesiva em modo II de uma amostra de madeira da espécie *Pinus pinaster*.

4.3. Validação numérica do procedimento usado para a obtenção da lei coesiva em modo II

Neste trabalho utilizamos o código de elementos finitos ABAQUS® para a simulação do ensaio ENF. Para simular o processo de fractura foi utilizado um modelo de dano progressivo previamente desenvolvido por (de Moura *et al.*, 1997; Gonçalves *et al.*, 2000), o qual foi já anteriormente empregue na simulação do ensaio ENF para a madeira de *Pinus pinaster* (Silva *et al.* 2006; de Moura *et al.* 2006). Esse modelo de dano inclui uma lei coesiva rígida-linear representada na Figura 4.2, caracterizada por dois parâmetros: a taxa crítica de libertação de energia em modo II (G_{IIc}) e a resistência

local ao corte (τ_u), representada na Figura 4.2. O modelo de dano coesivo foi implementado através de elementos finitos de interface de seis nós, compatíveis com os elementos sólidos planos isoparamétricos de oito nós da biblioteca de elementos finitos do código ABAQUS®.

Na construção do modelo foram consideradas as seguintes dimensões nominais do provete (Figura 4.1), propostas por (Silva *et al.*, 2006): $2b=20$ mm, $L=230$ mm, $L_1=250$ mm, $a_0=162$ mm e $B=20$ mm. Foram usados 960 elementos sólidos considerando estado plano de deformação e 120 elementos finitos de interface, colocados a meio da altura (b) do modelo (Figura 4.3). Aos elementos planos foram atribuídas as propriedades elásticas que constam na Tabela 4.1 e aos elementos finitos de interface foram atribuídas as propriedades coesivas que também constam nessa tabela. Para que a simulação reproduza com realismo os resultados experimentais, os valores de E_L e τ_u foram determinados por tentativa e erro, tendo como base de comparação as curvas $P-\delta$ experimentais. Esta questão será mais tarde esclarecida, na secção 4.5, quando apresentarmos e discutirmos os resultados experimentais.

As condições de fronteira que foram aplicadas no modelo (Figura 4.3) estão de acordo com as condições de fronteira em vigor nos ensaios experimentais. Assim, na face superior do modelo, a meio vão, foi aplicado o deslocamento δ de forma incremental (0.2% do valor do deslocamento total, δ_{total}) até ao valor máximo de 10 mm (δ_{total}), de modo a garantir uma propagação estável. A análise por elementos finitos foi efectuada considerando um comportamento geométrico não linear.

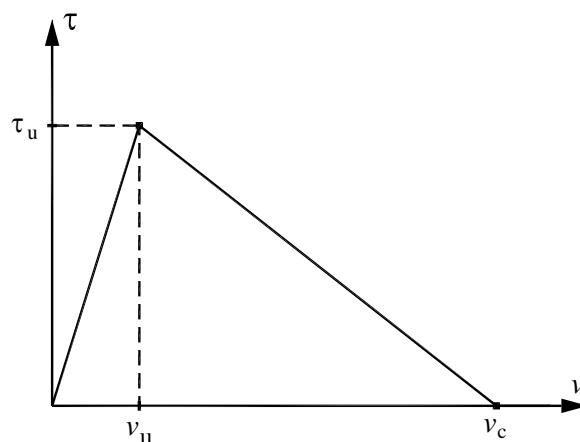


Figura 4.2. Lei coesiva rígida-linear, para a fractura em modo II.

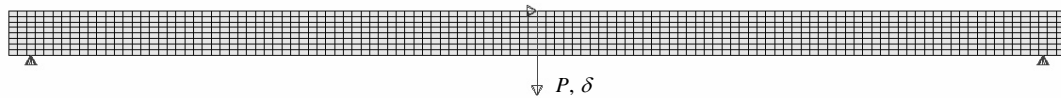


Figura 4.3. Malha de elementos finitos do provete ENF com as condições de fronteira que foram aplicadas.

Tabela 4.1. Propriedades da madeira de *Pinus pinaster* utilizadas no modelo numérico do ensaio ENF (de Moura *et al.*, 2008, 2009)

E_L (GPa)	E_R (GPa)	ν_{LR}	G_{LR} (GPa)	G_{IIc} (N/mm)	τ_u (MPa)
12.18*	1.91	0.47	1.12	0.91	9.27*

*Obtido por tentativa e erro com base nas curvas $P-\delta$ experimentais (Figura 4.11).

Um dos resultados fornecidos directamente pela simulação numérica do ensaio ENF é a curva $P-\delta$ que se encontra na Figura 4.4 (a). A partir dessa informação numérica foi determinada a curva de resistência em modo II (Figura 4.4 (b)), recorrendo ao método CBBM. A curva $P-\delta$ e a curva de resistência têm o aspecto esperado para o ensaio ENF (de Moura *et al.*, 2006, 2009; Silva *et al.*, 2006). Ainda antes de ser alcançada a força máxima, a curva $P-\delta$ exhibe uma zona não linear, em consequência do desenvolvimento da zona de processo de fractura; esse comportamento da curva $P-\delta$ reflecte-se no aumento da taxa de libertação de energia com o comprimento de fenda equivalente. A taxa de libertação de energia atinge o valor crítico (G_{IIc}) um pouco depois de ultrapassada a força máxima, quando a zona de processo de fractura está completamente desenvolvida, ocorrendo a partir daí a propagação auto-semelhante da fenda inicial. A taxa crítica de libertação de energia recuperada através do método CBBM apresenta um excelente acordo com o valor introduzido no modelo numérico (Tabela 4.1 e Figura 4.4(b)). A propagação auto-semelhante é acompanhada pelo decréscimo da força com o aumento do deslocamento imposto ao provete, até que a zona de processo de fractura fica sob a influência das condições de fronteira em vigor no ponto de carregamento a meio vão do provete (evento assinalado na curva $P-\delta$ e na curva de resistência).

Outro dos resultados fornecidos directamente pela simulação numérica do ensaio ENF é o deslocamento de abertura em corte da extremidade da fenda (CTSD). Para

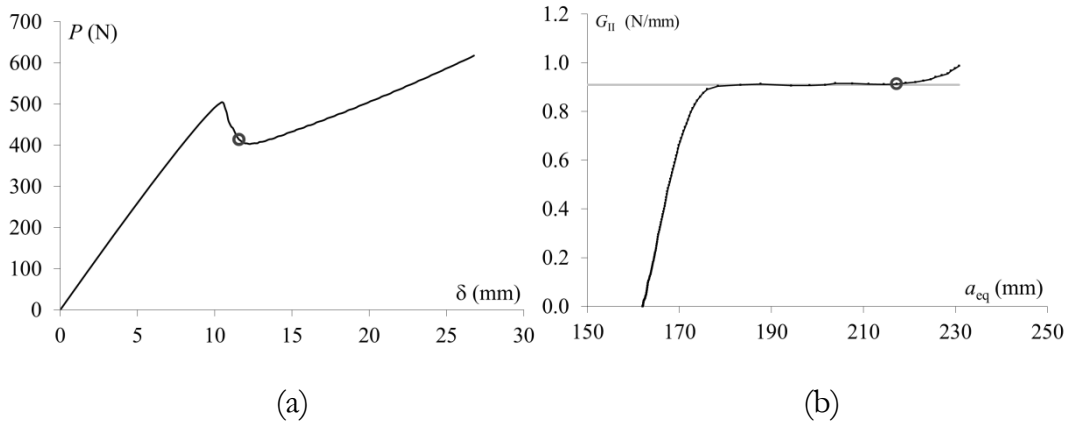


Figura 4.4. Resultados da simulação numérica do ensaio ENF: (a) curva P - δ ; (b) curva de resistência. O ponto assinalado corresponde ao fim da propagação auto-semelhante.

a medição desta quantidade escolhemos um par de pontos homólogos das superfícies coesivas, que antes da propagação coincidem com a extremidade da fenda inicial. Na Figura 4.5 encontra-se a curva de resistência fundamental em modo II (Equação 4.9), que relaciona a taxa de libertação de energia (G_{II}) com o CTSD (u). A taxa de libertação de energia foi obtida através do método CBBM, contemplando portanto a dissipação de energia devida ao desenvolvimento da zona de processo de fractura. Tal como fizemos para o ensaio DCB, optamos por representar a curva de resistência fundamental através da função logística (Figura 4.5):

$$G_{II} = \frac{B_1 - B_2}{1 + (u / u_0)^q} + B_2 \quad 4.11$$

sendo os parâmetros B_1 , B_2 , q e u_0 determinados pelo método dos mínimos quadrados. O ajuste da função logística foi efectuado com o *software* Origin® Pro 8, tendo sido considerados todos os pontos (G_{II} , u) até ao fim da propagação auto-semelhante (ponto assinalado na Figura 4.4). Como se pode observar na Figura 4.5, a função logística não reproduz com tanta fidelidade a curva de resistência fundamental como no caso do ensaio DCB. À semelhança do que foi feito para o ensaio DCB, não procuramos atribuir nenhum significado físico aos parâmetros da função logística, a não ser ao parâmetro B_2 , que é a taxa crítica de libertação de energia: $B_2 = \lim_{v \rightarrow \infty} G_{II} = G_{IIC}$.

A partir da curva de resistência fundamental foi obtida a lei coesiva em modo II (Equação 4.10), que se encontra representada na Figura 4.6, juntamente com a lei

linear que foi introduzida no modelo numérico. Na derivação da curva de resistência fundamental apenas foram considerados os pontos (G_{II} , u) até ao início da propagação auto-semelhante, isto é, os pontos (G_{II} , u) até ao início do patamar horizontal da curva de resistência fundamental. O valor de G_{IIc} da lei coesiva que foi identificada a partir dos resultados da simulação numérica (0.93 N/mm) é 1.8% superior ao valor que foi

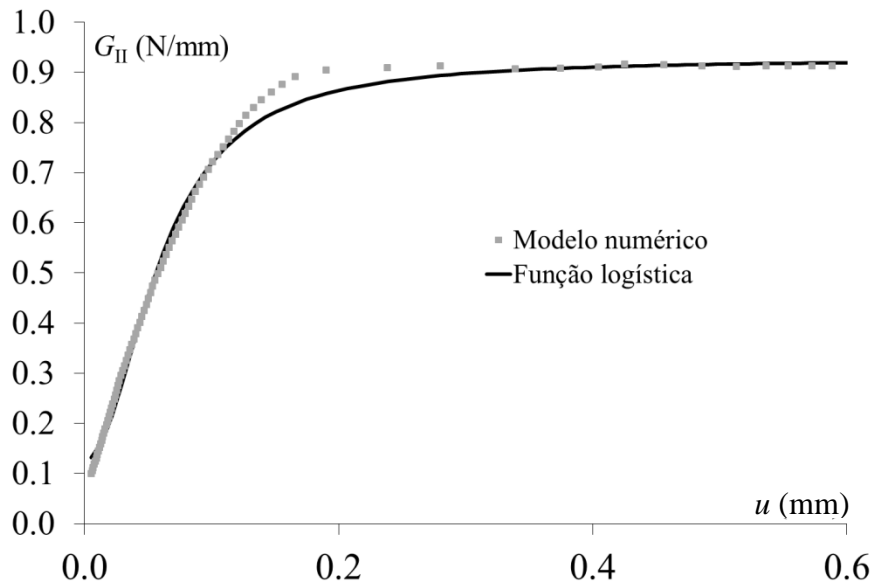


Figura 4.5. Curva de resistência fundamental em modo II.

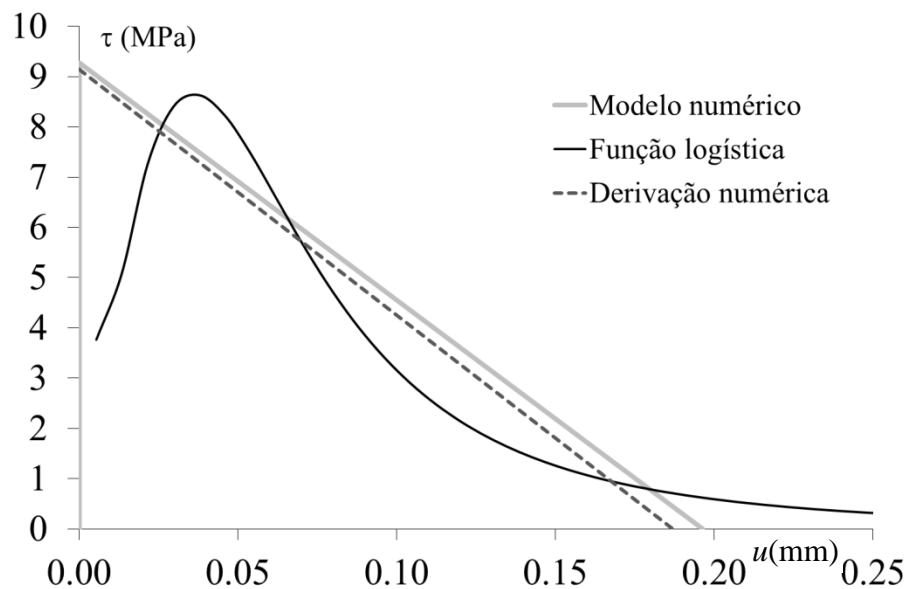


Figura 4.6. Comparação entre a lei coesiva rígida-linear usada no modelo numérico do ensaio ENF e as leis coesivas recuperadas por derivação da função logística ou por derivação numérica da curva de resistência fundamental.

introduzido no modelo de elementos finitos (0.91 N/mm, na Tabela 4.1). A tensão máxima da lei identificada (8.63 MPa) é 7.4% inferior à tensão máxima da lei coesiva linear utilizada no modelo numérico (9.27 MPa, na Tabela 4.1). Como é evidente, a utilização da função logística para representar a curva de resistência fundamental em modo II (Equação 4.11 e Figura 4.5) não permite recuperar a lei coesiva rígida-linear que foi empregue no modelo numérico, e daí as diferenças entre os valores de G_{IIc} e de τ_u das duas leis coesivas. Contudo, a derivação numérica (diferenças finitas centrais) directa da curva de resistência fundamental permite recuperar a lei coesiva introduzida no modelo numérico, conforme se pode apreciar na Figura 4.6.

4.4. Trabalho experimental

Os provetes dos ensaios ENF foram extraídos da mesma árvore (da espécie *Pinus pinaster*) que os provetes DCB, por forma a minimizar a variabilidade das propriedades da madeira entre eles. Após a secagem artificial da madeira, foram maquinados 10 provetes com 20x20x500 mm³, orientados na direcção longitudinal de simetria anatómica ($L_1=250$ mm e $B=2b=20$ mm, na Figura 4.7 (a)). A fenda inicial, com comprimento nominal $a_0=162$ mm (de Moura *et al.*, 2006; Silva *et al.*, 2006), foi introduzida da mesma maneira que nos provetes DCB (ver Secção 3.4, do Capítulo 4), e também orientada no sistema de propagação RL. Antes dos ensaios de fractura foi criado um padrão de *speckle* na região da extremidade da fenda, a toda a largura do provete e numa extensão de 40 mm de extensão (5 mm antes e 35 mm depois da extremidade da fenda), conforme está ilustrado na Figura 4.7 (a) e na Figura 4.7 (b). O procedimento para a criação do padrão de *speckle* foi já descrito a propósito dos ensaios DCB (ver Secção 3.4).

Os ensaios foram realizados nas condições higrotérmicas vigentes no laboratório (temperatura entre 20°C e 25°C, e humidade relativa entre 60% e 65%). Foi usada uma máquina universal de ensaios mecânicos INSTRON 1125, com controlo do deslocamento, e à velocidade do travessão de 5 mm/min. O provete foi apoiado em dois rolos cilíndricos ($2L=460$ mm, na Figura 4.7 (a)) e o deslocamento foi aplicado

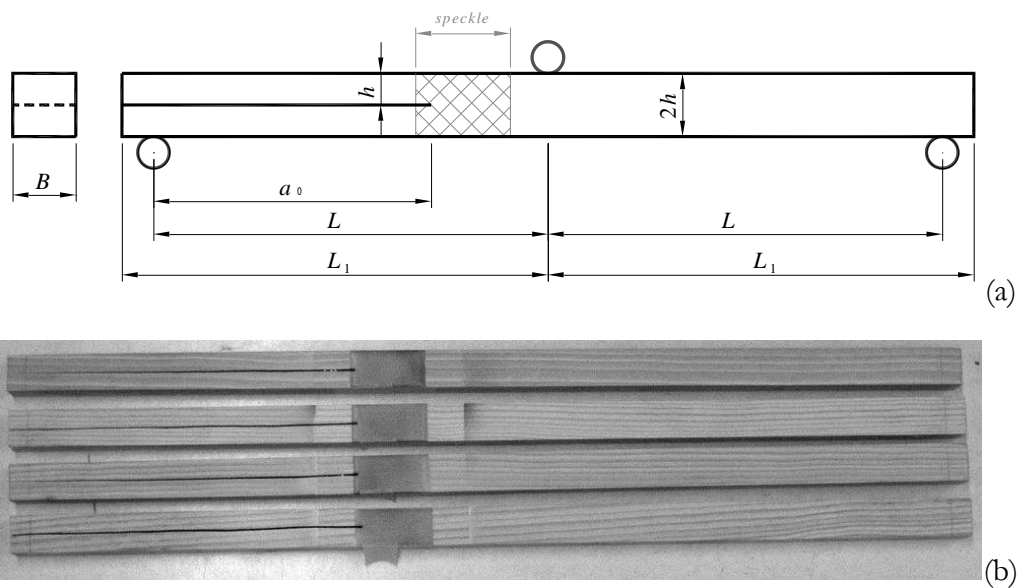


Figura 4.7. (a) Geometria do provete e do ensaio ENF; (b) aspecto final dos provetes, com o padrão de *speckle*.



Figura 4.8. Aspecto geral da montagem experimental dos ensaios ENF.

a meio vão, por intermédio de outro rolo cilíndrico. Na Figura 4.8 pode ser apreciado o aspecto geral da montagem experimental, com o sistema óptico de aquisição de imagem.

A técnica da correlação digital de imagem foi empregue para a medição do CTSD durante os ensaios. Na Figura 4.9 pode ser apreciado um padrão típico, assim como o respectivo histograma da distribuição de níveis de cinzento. O sistema óptico é constituído por uma câmara Baumer® Optronic FWX20 (codificada em 8 bits e com resolução de 1624x1236 pixels) e por uma objectiva telecêntrica TC 23 36. A distância

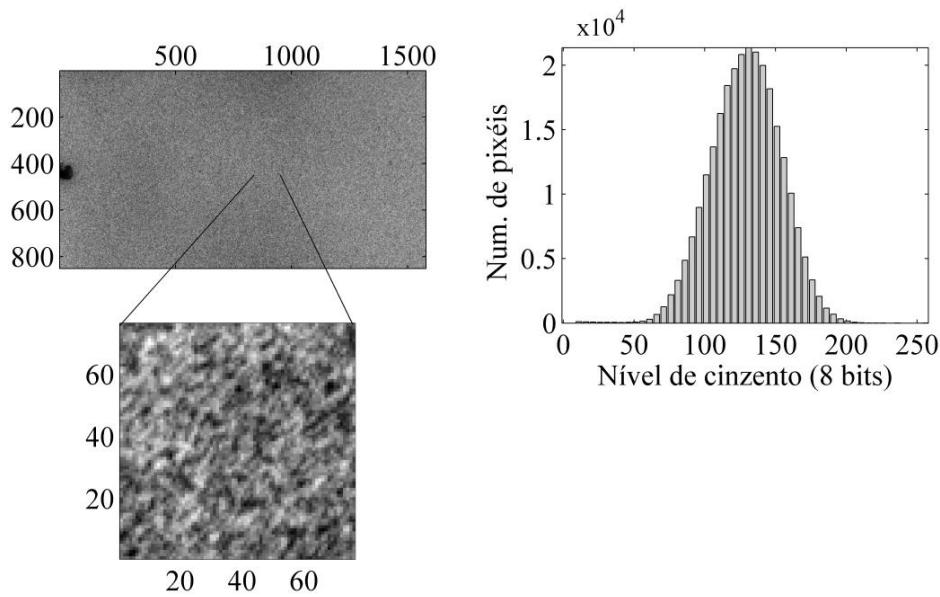


Figura 4.9. Padrão de *speckle* característico dos provetes ENF e histograma da imagem.

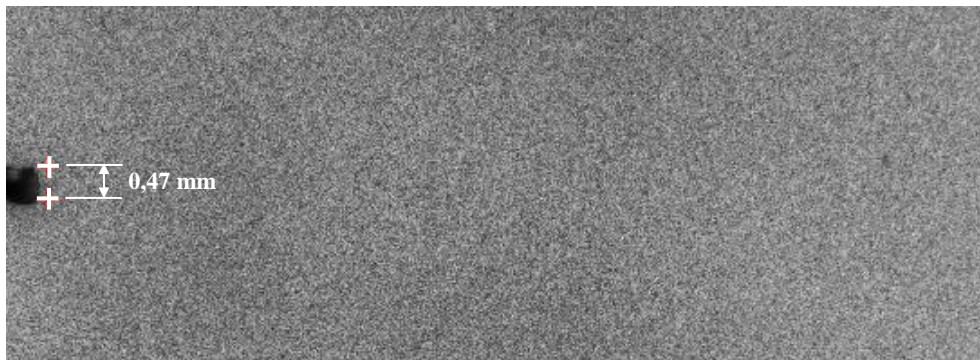


Figura 4.10. Padrão de *speckle* com a indicação da posição inicial do par de pontos usado na medição do CTOD.

de trabalho foi fixada em 103.5 mm, conduzindo a um factor de amplificação de 0.243. As imagens da deformação do padrão de *speckle* foram adquiridas a uma frequência de 1Hz, e foram processadas usando o *software* ARAMIS® DIC-2D v.6.0.2-6.

Neste trabalho usou-se uma janela de correlação de 15x15 pixéis, com sobreposição de 2 pixéis entre janelas adjacentes e um comprimento de base para o cálculo das deformações de 7 janelas de correlação. Estas escolhas conduzem a uma resolução em deslocamento da ordem de 10^{-2} pixel (Xavier et al., 2012). Para a medição do CTSD, foi usado um par de pontos, localizados acima e abaixo da extremidade da fenda inicial, que antes do ensaio estão afastados 0.468 mm (Figura 4.10).

4.5. Análise e discussão dos resultados experimentais: curvas de resistência

Na Figura 4.11 apresentam-se as curvas P - δ dos dez provetes ensaiados, tendo sido sobreposta, para efeitos de comparação, a curva fornecida pela simulação numérica do ensaio ENF (Figura 4.4 (a)). Tendo em conta a dispersão das curvas experimentais, própria de um material de origem biológica, podemos concluir que o modelo numérico usado para examinar a validade do método de identificação da lei coesiva em modo II da madeira de *Pinus pinaster* (Secção 4.3) é fisicamente realista, pelo menos no que se refere às propriedades elásticas e aos parâmetros da lei coesiva que foram empregues.

Na Figura 4.12 (a) e na Figura 4.12 (b) pode ser analisado o aspecto macroscópico da fractura de um provete ENF, na fase inicial e na fase final do ensaio, respectivamente. Neste provete a fractura ocorreu essencialmente em modo II. Por essa razão, porque as faces da fenda permanecem em contacto durante o ensaio, os mecanismos de dano subjacentes à fractura (microfissuração e pontes de fibras) não são visíveis. É também por essa razão que não é claramente visível a extremidade da fenda durante a propagação (Figura 4.12 (a)). Na Figura 4.12(c) pode ser observado o aspecto macroscópico da fractura do mesmo provete ENF, na fase final do ensaio, onde a componente de modo I do deslocamento de abertura da fenda não é desprezável. A heterogeneidade da secção

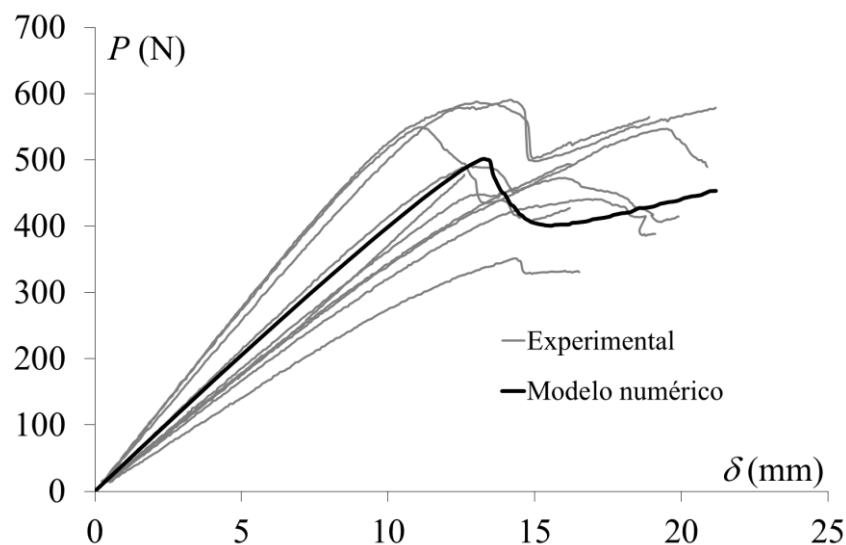


Figura 4.11. Curvas força-deslocamento dos ensaios ENF.

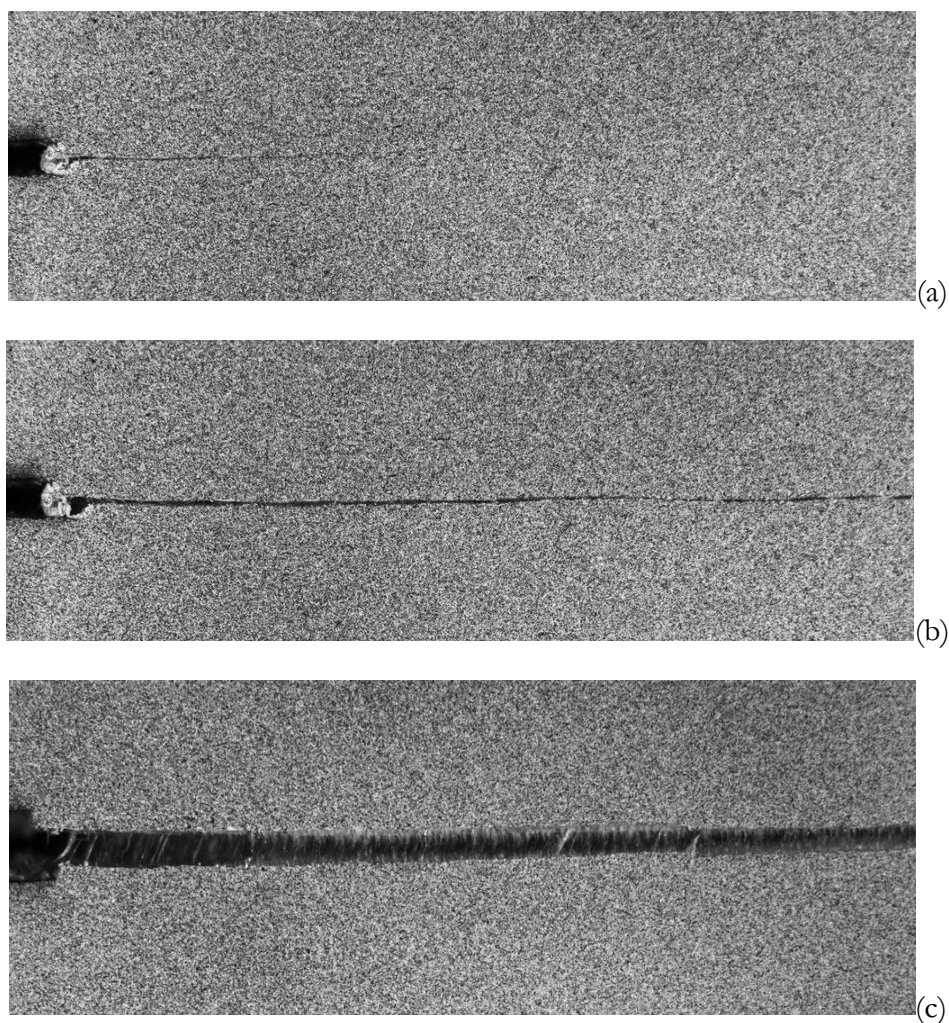


Figura 4.12. Aspecto macroscópico da fractura no ensaio ENF: (a) estágio inicial da ZPF; (b) estágio final do ensaio (c) estágio final do ensaio em provete com componente de modo I não desprezável.

transversal dos provetes, no que respeita à distribuição dos anéis de crescimento, faz com que nem sempre o plano da fenda inicial (que é o plano de simetria geométrica) coincida com o plano neutro do provete (Pereira, 2005). É muito provavelmente essa a razão pela qual se observou em praticamente todos os provetes a existência de uma componente de modo I de abertura da fenda, que não é desprezável face aos erros experimentais na medição do CTSD. Regressaremos a esta questão mais à frente, neste capítulo, na secção dedicada à identificação da lei coesiva em modo II (Secção 4.6).

A partir das curvas $P-\delta$ foram determinadas as curvas de resistência de todos os provetes, recorrendo ao método CBBM. Essas curvas estão representadas na Figura

4.13, em conjunto com a curva de resistência obtida a partir da curva $P-\delta$ fornecida pela simulação numérica do ensaio ENF. Antes de mais, podemos notar que a curva de resistência numérica reproduz, em traços gerais, as curvas experimentais, reforçando a conclusão, extraída a propósito da curva $P-\delta$, relativa ao realismo físico da simulação numérica do ensaio ENF que foi apresentada na Secção 4.3. A grande dispersão das curvas experimentais é semelhante à registada por (de Moura *et al.*, 2009), e pode ter duas origens: (1) a variabilidade da microestrutura da madeira na extremidade da fenda inicial; (2) a variabilidade da razão de modo misto de provete para provete (Figura 4.12).

Das curvas de resistência experimentais foi extraído o valor da taxa de libertação de energia associado ao limite de linearidade da curva $P-\delta$ ($G_{II,i}$), que está relacionado com o início da formação da zona de processo de fractura (Figura 4.14). Como nem todas as curvas de resistência exibem um patamar horizontal que permita a determinação de taxa crítica de libertação de energia ($G_{II,c}$) sem qualquer ambiguidade, optamos por determinar a taxa de libertação de energia associada à força máxima ($G_{II,m}$), tal como está ilustrado na Figura 4.14 onde foi também colocada em sincronia a figura 4.12(c). Além disso, admitimos que $G_{II,m} = G_{II,c}$; isto é, admitimos que $G_{II,m}$ quantifica a energia despendida no desenvolvimento completo da zona de processo de fractura, até ao início da propagação da fenda.

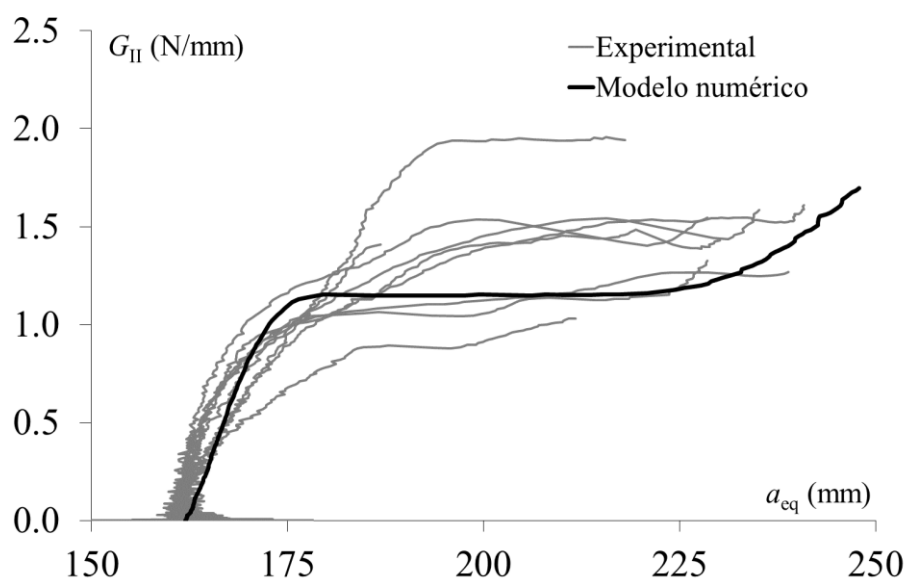


Figura 4.13. Curvas de resistência em modo II, obtidas pelo ensaio ENF.

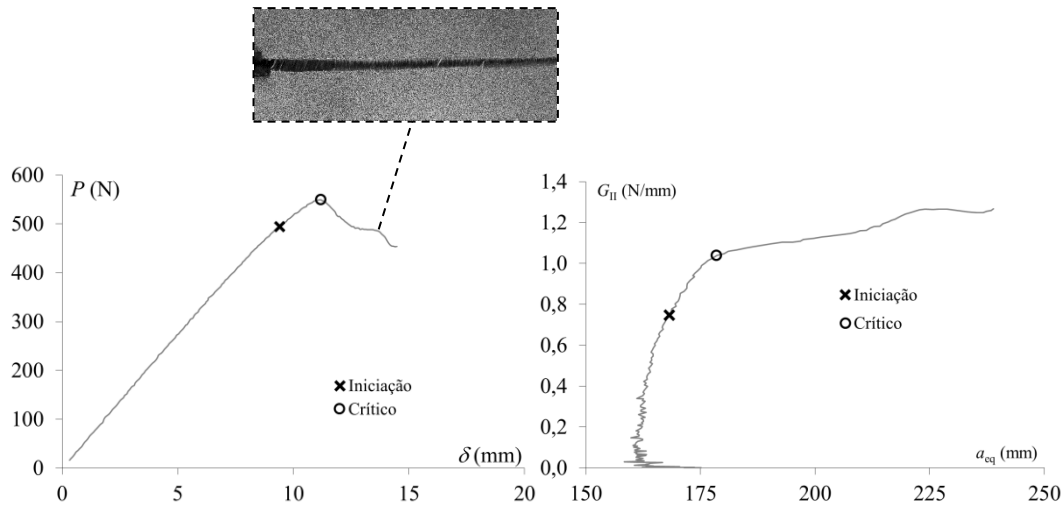


Figura 4.14. Identificação do valor de iniciação ($G_{II,i}$) e do valor crítico ($G_{II,c}$) da taxa de libertação de energia em modo II: curva força-deslocamento e curva de resistência.

Na Tabela 4.2 estão reunidos valores de $G_{II,i}$ e de $G_{II,c}$ de todos os provetes ensaiados, bem como da massa volúmica e do módulo de flexão (Equação 4.2). A densidade média dos provetes ENF (0.579) é estatisticamente igual à densidade média dos provetes DCB (0.543, na Tabela 3.2), graças ao método de amostragem do material para o fabrico desses provetes. Embora a dispersão dos valores da densidade dos provetes ENF (C.V.=10.2%) seja mais elevada que no caso dos provetes DCB (Tabela 3.2), constatamos que a dispersão dos valores de $G_{II,i}$ (C.V.=16.2%) e de $G_{II,c}$ (C.V.=25.3%) não é explicada pela variação da densidade entre os provetes (Figura 4.15).

Tabela 4.2. Massa volúmica (ρ), módulo de flexão e taxa de libertação de energia em modo II identificadas nos provetes do ensaio ENF.

Provetes	ρ	E_f	$G_{II,i}$	$G_{II,c}$
	g/cm ³	MPa	N/mm	N/mm
1	0.554	8432.0	0.82	0.89
2	0.510	10012.9	0.81	1.03
3	0.652	8829.9	0.78	0.99
4	0.563	12206.4	0.71	1.27
5	0.549	8469.2	0.79	1.15
6	0.581	13003.2	0.75	1.04
7	0.653	8286.4	1.20	1.89
8	0.673	6769.9	0.67	0.88
9	0.517	7788.4	0.81	1.13
10	0.537	13165.3	0.90	1.21
Média	0.579	9696.4	0.82	1.15
C.V. (%)	10.2	22.5	16.2	25.3

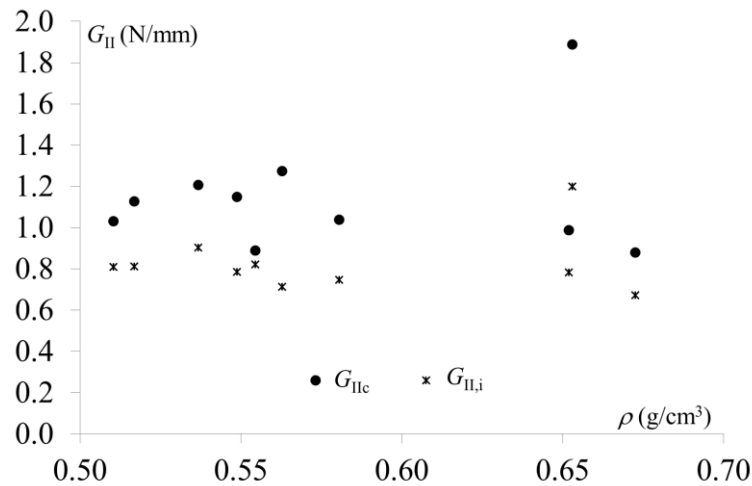


Figura 4.15. Relação entre $G_{II,i}$ e G_{IIc} e a massa volúmica.

Conforme foi já comentado, a elevada dispersão dos valores de $G_{II,i}$ e de G_{IIc} deve ser o reflexo da variabilidade da estrutura celular na extremidade da fenda, de provete para provete, bem como da variabilidade das razões de modo misto efectivas. O valor médio de G_{IIc} obtido neste trabalho (1.15 N/mm) é 26.4% superior ao valor usado no modelo de elementos finitos do ensaio ENF (0.91 N/mm, na Tabela 4.1) que foi obtido numa amostra de madeira de *Pinus pinaster* com uma densidade média (0.55) semelhante à que foi registada neste trabalho. Dada a diferença observada, foi realizada uma nova simulação numérica considerando as propriedades elásticas e de fractura experimentais médias apresentadas na Tabela 4.2. As curvas numéricas força-deslocamento e de resistência apresentam boa concordância com a globalidade dos resultados experimentais (Figuras 4.11 e 4.13). Este bom acordo atesta a adequabilidade do modelo na simulação do processo de fractura da madeira sob solicitações de modo II usando o ensaio ENF.

É interessante comparar o valor médio do módulo de flexão (E_f) obtido nos ensaios ENF (9.696 GPa, na Tabela 4.2) com o valor médio determinado nos ensaios DCB (9.129 GPa, na Tabela 3.2). Atendendo à dispersão dos valores de E_f (C.V.=22.5% no ensaio ENF e C.V.=10.2% no ensaio DCB), os dois valores médios são estatisticamente iguais. Este resultado contribui para provar que a equação 3.4 e a equação 4.2, usadas para determinar E_f nos ensaios DCB e ENF, respectivamente, são consistentes entre si.

4.6. Análise e discussão dos resultados experimentais: lei coesiva

A identificação da lei coesiva em modo II passa pela determinação da curva de resistência fundamental (Equação 4.9), isto é, pela determinação da relação entre G_{II} e o deslocamento de abertura da extremidade da fenda (u). A evolução de G_{II} ao longo do ensaio foi obtida através do método CBBM, conforme foi visto na secção anterior. Quanto ao deslocamento de abertura da fenda (CTSD), foi medido directamente, recorrendo à técnica da correlação digital de imagem. Na Figura 4.16(a) podemos observar um exemplo da evolução de v (deslocamento em modo I) e de u (deslocamento em modo II) com o deslocamento aplicado ao provete pelo actuador da máquina de ensaios (δ). Em geral, a componente de modo I do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v) não é desprezável, pelo que os ensaios realizados não podem ser considerados como ensaios de fractura em puro modo II. O grau de modo misto local pode ser quantificado pela tangente do ângulo de fase, assim definida (Högberg, 2006):

$$\tan \phi = \frac{v}{u} \quad 4.12$$

A Figura 4.16(b) mostra uma trajectória de carregamento (isto é, a função $v=v(u)$) característica do ensaio ENF, onde podemos verificar que a razão de modo misto (equação 4.12) não é constante, aumentando continuamente ao longo do ensaio. Por esta razão, optamos por determinar a trajectória média de carregamento, por regressão linear dos pontos experimentais (u,v), até à força máxima registada no ensaio (isto é, até ao ponto assinalado na Figura 4.14 e na Figura 4.16(b)). As razões de modo misto ($\tan\phi$) assim obtidas, bem como os respectivos ângulos de fase (ϕ), estão agrupadas na Tabela 4.3. A dispersão dos valores de $\tan\phi$ pode ser uma das razões que explicam a dispersão das curvas de resistência (Figura 4.13) e dos valores da taxa crítica de libertação de energia (Tabela 4.2), à qual já tínhamos feito alusão num parágrafo anterior. Apesar da razão de modo misto não ser desprezável, neste capítulo

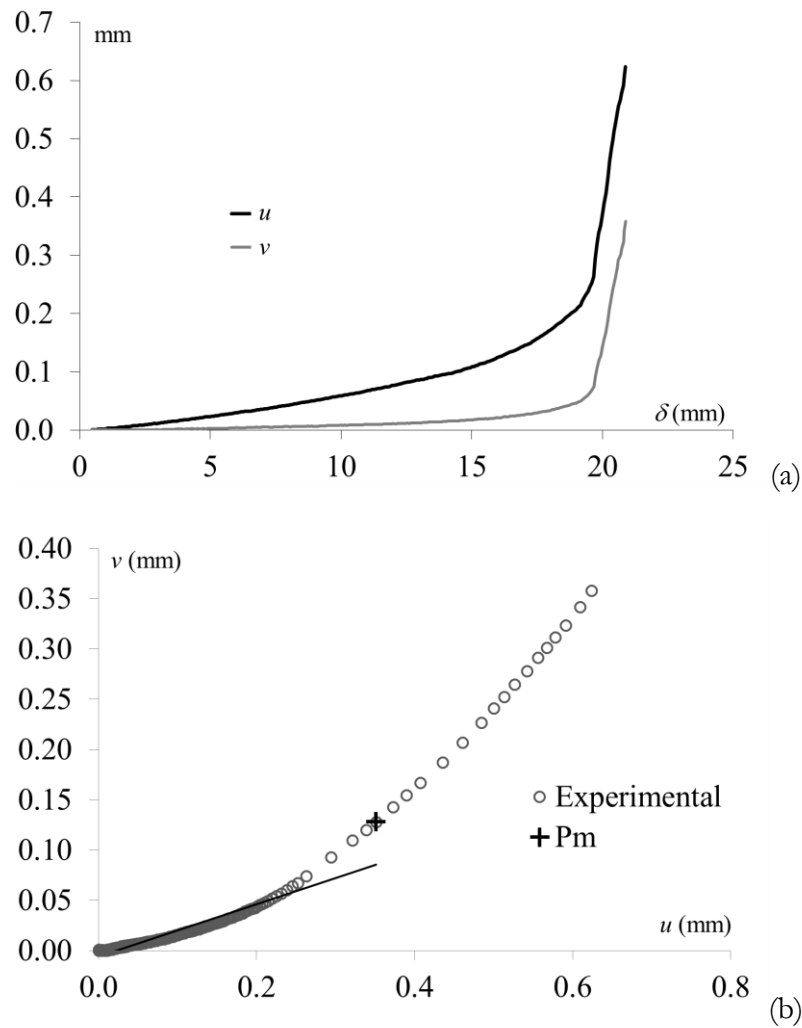


Figura 4.16. (a) Evolução das componentes do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (v e u), com o deslocamento aplicado ao provete DCB (δ); (b) trajectória de carregamento.

tratamos os resultados experimentais do ensaio ENF como se fosse um ensaio de puro modo II (Sørensen and Kirkegaard, 2006).

A partir das curvas de resistência (Figura 4.13) e das curvas $u(\delta)$ (Figura 4.16 (a)), foram determinadas as curvas de resistência fundamentais de todos os provetes ensaiados, e que se encontram na Figura 4.17(a). Estas curvas constituem a informação experimental em que assenta a identificação da lei coesiva em modo II (Equação 4.10). A curva de resistência fundamental obtida por simulação numérica do ensaio DCB (Figura 4.5), e que está reproduzida novamente na Figura 4.17(a), tem no troço inicial um andamento nitidamente distinto das curvas experimentais, devido à utilização da lei coesiva rígida-linear no modelo numérico.

Tabela 4.3. Razão de modo misto ($\tan \phi = \nu / u$) e ângulo de fase (ϕ).

Provetes	$\tan \phi$	ϕ (°)
1	0.435	23.5
2	0.139	7.9
3	0.077	4.4
4	0.121	6.9
5	0.237	13.3
6	0.181	10.3
7	0.129	7.3
8	0.261	14.6
9	0.208	11.8
10	0.130	7.4
Média	0.200	11.2
C.V. (%)	54%	42%

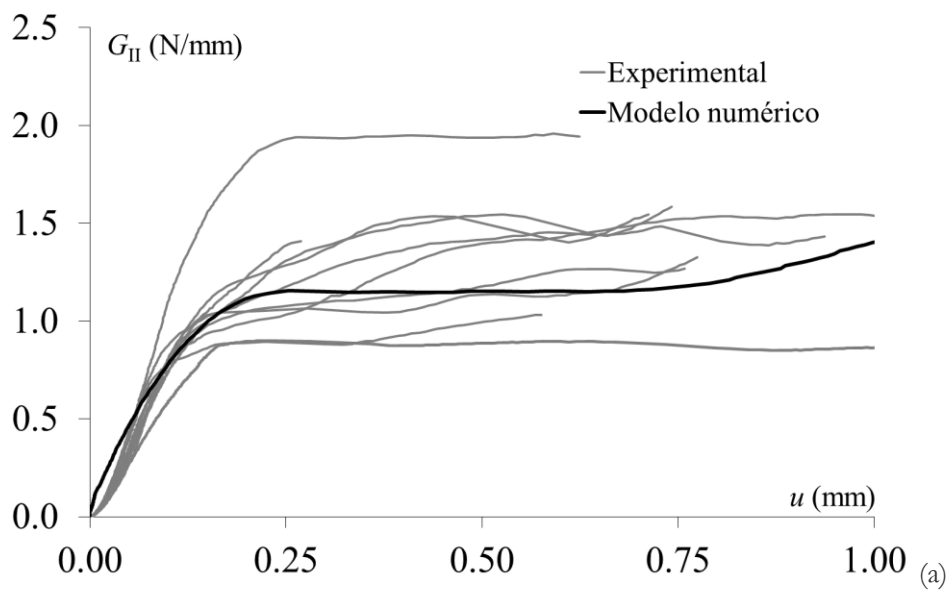


Figura 4.17 (a) Curvas de resistências fundamentais em modo II e (b) exemplo de ajuste da função logística (continua).

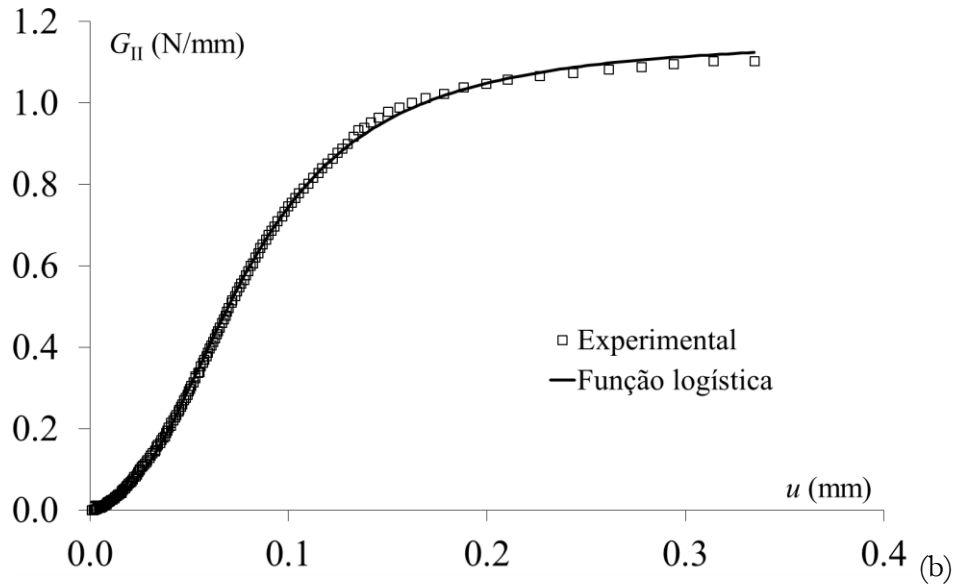


Figura 4.17 (a) Curvas de resistências fundamentais em modo II e (b) exemplo de ajuste da função logística (continuação).

O primeiro passo para a obtenção das leis coesivas de cada provete consistiu no ajuste da função logística (Equação 4.11) à respectiva curva de resistência fundamental, aplicando o método dos mínimos quadrados. Na Figura 4.17(b) pode ser apreciado um exemplo típico do resultado dessa operação. É importante referir que no ajuste da função logística foram considerados apenas os pontos (G_{II}, u) até à força máxima (Figura 4.14). Efectivamente, e como referimos a propósito da identificação dos valores críticos da taxa de libertação de energia, assumimos que a zona de processo de fractura fica completamente desenvolvida quando é atingida a força máxima, e que aí se inicia a propagação da fenda inicial.

Uma vez determinados os parâmetros da função logística, a lei coesiva de cada provete ensaiado foi determinada por derivação dessa função (equação 4.10 e equação 4.11):

$$\tau = \frac{(B_2 - B_1)(q/u_0)(u/u_0)^{q-1}}{[1 + (u/u_0)^q]^2} \quad 4.13$$

Na Figura 4.18 estão todas as leis coesivas que foram identificadas segundo o procedimento que acabamos de descrever, e na Tabela 4.4 estão reunidos os valores dos parâmetros da função logística (B_1 , B_2 , q e u_0), usada para representar as curvas de

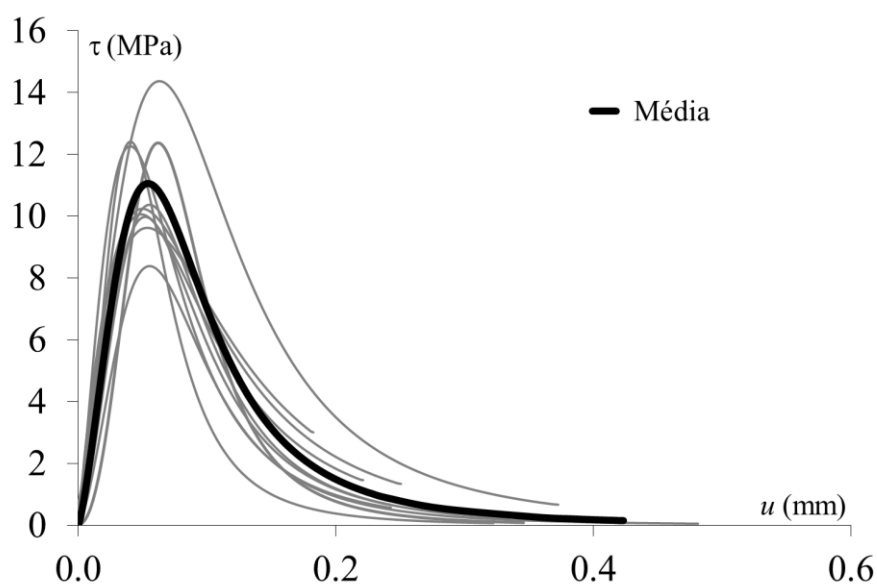


Figura 4.18. Leis coesivas em modo II: $\tau=f(u)$.

resistência fundamentais. Nesta Tabela encontram-se também os valores da tensão de corte máxima (τ_u) e do correspondente deslocamento em modo II (u_u), bem como os valores críticos do deslocamento (u_c), relativos à separação completa de dois pontos homólogos pertencentes às faces da fenda. O valor médio de B_2 é 13.9% superior ao valor de G_{IIc} obtido a partir das curvas de resistência (Tabela 4.2). Contudo, atendendo à dispersão das duas grandezas (C.V.=28.4% para B_2 , e C.V.=25.3% para G_{IIc}), essa diferença não é significativa. Os valores médios dos parâmetros da função logística foram utilizados para determinar a lei coesiva média que se encontra na Figura 4.18.

É interessante comparar o valor médio da tensão de corte máxima das leis coesivas (11.0 MPa) com a tensão de rotura ao corte no plano LR que foi obtida por (Oliveira, 2004), numa amostra de madeira de *Pinus pinaster* com densidade média igual a 0.6, recorrendo ao ensaio de Arcan (15.9 MPa). Embora os dois valores médios sejam significativamente diferentes, esta comparação contribui para atribuir alguma confiança ao processo de identificação da lei coesiva. Ainda a este propósito, chamamos a atenção para os valores aceitáveis da dispersão dos parâmetros da função logística e dos deslocamentos característicos (u_u e u_c). Recorrendo à regressão linear, não encontramos nenhuma correlação significativa entre essas grandezas e a massa volúmica.

Tabela 4.4. Massa volúmica (ρ), parâmetros da função logística (B_1, B_2, q, u_0) e valores característicos da tensão (τ_u) e do deslocamento (u_u e u_c).

Provetes	ρ	B_1	B_2	q	u_0	τ_u	u_u	u_c
	g/cm ³	N/mm	N/mm			MPa	mm	mm
1	0.554	0.032	0.94	2.46	0.079	8.38	0.054	0.48
2	0.510	0.037	1.13	3.13	0.077	12.37	0.063	0.35
3	0.652	0.020	1.13	2.31	0.078	9.98	0.052	0.24
4	0.563	0.006	1.52	1.88	0.093	10.24	0.051	0.25
5	0.549	0.010	1.56	1.87	0.102	9.63	0.054	0.18
6	0.581	0.020	1.16	2.43	0.079	10.37	0.055	0.33
7	0.653	0.031	2.18	2.15	0.101	14.37	0.064	0.37
8	0.673	0.023	0.93	2.61	0.055	12.39	0.039	0.32
9	0.517	0.013	1.21	2.13	0.065	12.26	0.040	0.24
10	0.537	0.007	1.37	1.95	0.087	10.06	0.049	0.22
Média	0.579	0.020	1.31	2.29	0.082	11.01	0.052	0.30
C.V. (%)	10.2%	54.7%	28.4%	16.9%	18.1%	16.1%	15.8%	29.7%

Foram propostas diferentes expressões analíticas para a lei coesiva em modo II (van den Bosch *et al.*, 2006), entre as quais se inclui a lei exponencial de Xu e Needleman, modificada por (van den Bosch *et al.*, 2006):

$$\tau = 2 \frac{G_{IIc}}{u_u} \left(\frac{u}{u_u} \right) \exp \left(- \frac{u^2}{u_u^2} \right) \quad 4.14$$

A partir dos valores de B_2 (ou seja, de G_{IIc}) e de u_u que constam na Tabela 4.4, construímos para cada provete a lei coesiva exponencial. Na Figura 4.19 comparamos a lei coesiva logística média com a lei coesiva exponencial média. Em todos os provetes, a lei coesiva exponencial conduz a valores de τ_u que são praticamente o dobro dos valores fornecidos pela lei coesiva logística, conforme está documentado na Tabela 4.5. Estes resultados revelam que a escolha *a priori* da forma da lei coesiva influencia de forma decisiva o resultado obtido e sugerem que se deve desenvolver métodos para a identificação da lei coesiva que não requeiram a definição prévia da sua forma.

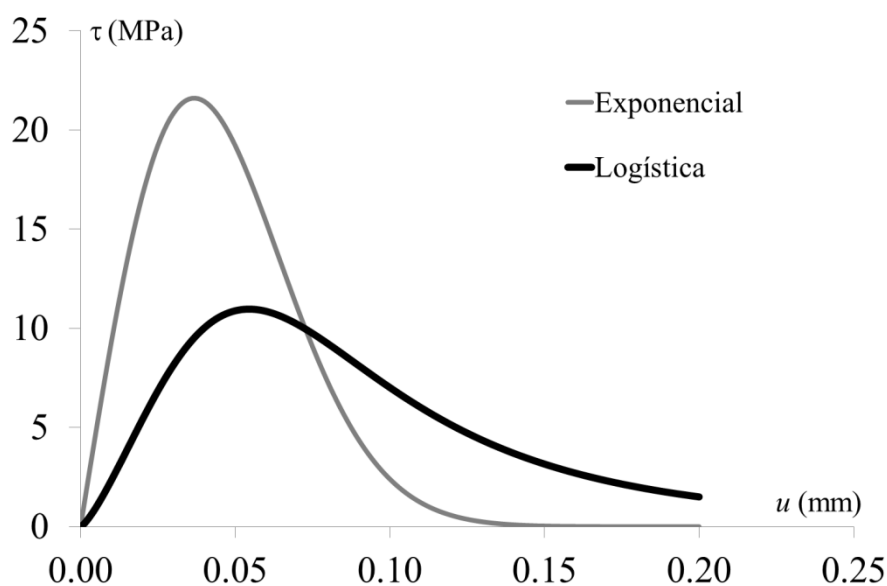


Figura 4.19. Comparação entre a lei coesiva logística e a lei coesiva exponencial.

Tabela 4.5. Comparação entre as tensões máximas das leis coesivas logística e exponencial.

Provetes	τ_u (MPa)	
	Logística	Exponencial
1	8.378	15.000
2	12.369	15.436
3	9.979	18.697
4	10.241	25.647
5	9.626	24.979
6	10.372	18.124
7	14.368	29.096
8	12.391	20.247
9	12.264	26.106
10	10.062	23.788
Média	11.110	21.481
C.V. (%)	16.7%	23.7%

4.7. Conclusões

A curva de resistência em modo II de provetes ENF (*End Notched Flexure*) de madeira da espécie *Pinus pinaster* foi obtida usando o método CBBM (*Compliance Based Beam Method*). A partir dessas curvas foram determinados dois valores característicos da taxa de libertação de energia: o valor de iniciação ($G_{II,i}$) e o valor correspondente à força máxima ($G_{II,c}$). O valor médio de $G_{II,c}$ obtido neste trabalho é compatível com o valor medido por outros autores, para a mesma espécie, usando igualmente o ensaio ENF.

Combinando o método CBBM com a medição do deslocamento de abertura da extremidade da fenda (CTSD), através da técnica de correlação digital de imagem, foi efectuada a identificação da lei coesiva da amostra de madeira de *Pinus pinaster* seleccionada para este trabalho. Relativamente ao método de identificação empregue, há algumas questões que merecem ser objecto de trabalho futuro, de modo a garantir a robustez do processo de identificação. Uma delas tem a ver com a quantificação da resolução e da precisão do método de medida do CTSD. A outra questão tem a ver com o método de tratamento da informação experimental, nomeadamente o método de alisamento da relação entre G_{II} e o CTSD (isto é, da curva de resistência fundamental).

Capítulo 5. Fractura em modo misto I+II: ensaios SLB e ELS

5.1. Introdução

Neste capítulo são analisados os ensaios SLB (*Single Leg Bending*) e ELS-MM (*End Loaded Split - Mixed Mode*), para a caracterização do comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* em modo misto I+II. Estes ensaios têm o inconveniente de permitir aceder apenas a uma razão de modo misto (Szekrényes e Uj 2004). Todavia, são ensaios fáceis de executar e, por isso, foram aqui usados numa validação preliminar do método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (CBBM, *Compliance Based Beam Method*), para a determinação das curvas de resistência em modo misto e das suas componentes de modo I e de modo II. A validação deste método foi efectuada recorrendo à simulação por elementos finitos e ao trabalho experimental, comparando as curvas de resistência obtidas através do método CBBM com as curvas de resistência fornecidas pelo método experimental de calibração da flexibilidade (MEC) e pelo modelo analítico proposto por Szekrényes e Uj (2004).

Começamos por fazer uma revisão sucinta do modelo analítico para a identificação das curvas de resistência proposto por Szekrényes e Uj (2004), assim como do método CBBM. A validade do método CBBM é em seguida examinada, recorrendo à simulação dos ensaios SLB e ELS-MM através do método dos elementos finitos. Para o efeito, foi empregue um modelo de dano coesivo previamente desenvolvido e implementado numericamente através de elementos finitos de interface (de Moura *et al.* 1997; Gonçalves *et al.* 2000; Dourado *et al.* 2008). Finalmente, relatamos detalhadamente o trabalho experimental que foi efectuada, e apresentamos os resultados obtidos.

5.2. O Ensaio SLB

Foram até hoje propostos vários ensaios para caracterizar o comportamento à fractura em modo misto I+II. Entre eles conta-se o ensaio SLB (*Single Leg Bending*),

em duas versões (Davidson, *et al.* 2000): (1) o ensaio SLB simétrico (Figura 5.1), com a fenda inicial no plano médio do provete; (2) o ensaio SLB assimétrico, com a fenda inicial disposta num plano paralelo ao plano médio do provete. O ensaio SLB simétrico foi proposto por Russell e Street (1985) para o estudo da fractura interlaminar de compósitos unidireccionais, mas com a designação de *Mixed Mode Flexure* (MMF). Mais tarde, Yoon e Hong (1990) usaram a versão assimétrica do ensaio SLB para caracterizar a fractura interlaminar de compósitos unidireccionais, tendo sugerido a denominação de ensaio MENF (*Modified End-Notched Flexure*). Charalambides *et al.* (1992) aplicaram, também a compósitos laminados unidireccionais, uma versão do ensaio SLB assimétrico, a que chamaram *Asymmetric Beam Specimen* (ABS). Finalmente, Davidson e Sundararaman (1996) estabeleceram a designação de ensaio SLB, num trabalho analítico e numérico sobre a aplicabilidade desse ensaio para a determinação das taxas de libertação de energia e das razões de modo de misto, na fractura interlaminar de laminados compósitos.

Por vezes, a resistência à fractura da madeira é quantificada apenas na iniciação, associada ao comprimento de fenda inicial (a_0). Para isso, são habitualmente usados três critérios de identificação da força crítica correspondente à iniciação: o limite de linearidade da curva força-deslocamento (ou curva $P-\delta$), um aumento de 5% da flexibilidade inicial e a força máxima. No caso da madeira a eficácia de qualquer uma destas metodologias é questionável. De facto, a propagação da fenda inicial é precedida pelo desenvolvimento de uma zona de processo de fractura (ZPF), onde é dissipada uma fracção importante da energia total de fractura. Na hipótese de a madeira ter um comportamento elástico fora da ZPF, o início da formação da ZPF

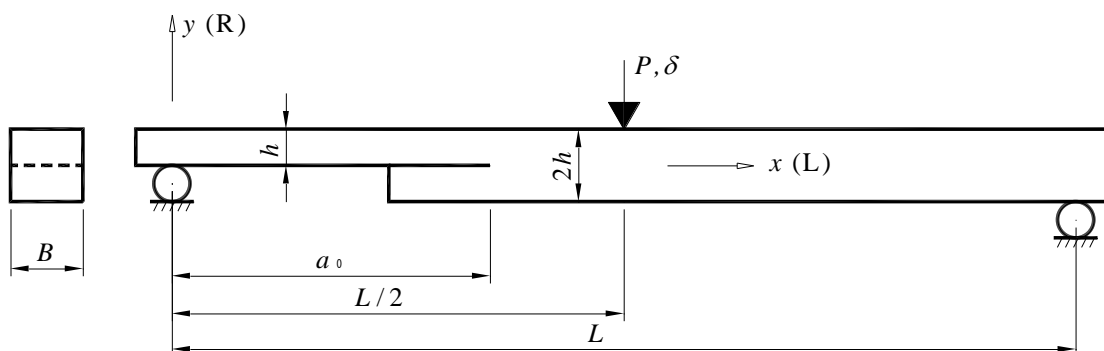


Figura 5.1 Representação esquemática do ensaio SLB (*Single-Leg Bending*) simétrico.

está associado ao limite de linearidade da curva $P-\delta$. Nessa hipótese, o desenvolvimento da ZPF resulta num comportamento não linear, mais ou menos acentuado, da curva $P-\delta$. A propagação efectiva da fenda inicial ocorre após o completo desenvolvimento da ZPF, por vezes antes de alcançada a força máxima, ou até mesmo depois de ultrapassada a força máxima. A caracterização deste comportamento à fractura (também conhecida por fractura quase frágil) requer a identificação completa da curva de resistência (ou curva- R), que exprime a evolução da taxa de libertação de energia (G) em função do comprimento da fenda (a). A taxa crítica de libertação de energia (G_c) é precisamente o limite para que tende G quando o comprimento de fenda aumenta. Esta fase de propagação, com $G=G_c$, é designada por propagação auto-semelhante.

Os métodos usuais de tratamento dos resultados experimentais com vista à identificação da curva de resistência e da taxa crítica de libertação de energia são normalmente baseados na teoria de vigas ou na calibração experimental da flexibilidade (Davidson e Sundararaman 1996; Szekrényes e Uj 2004; Xavier *et al.* 2011). Para o ensaio SLB, Szekrényes e Uj (2004) sobrepuseram à teoria de vigas de Timoshenko o modelo de viga em fundação elástica de Winkler, para obter a flexibilidade do provete SLB em função do comprimento de fenda. Para o caso da madeira, e considerando na Figura 5.1 que o eixo dos xx está alinhado na direcção de simetria anatómica L e que o eixo dos yy está alinhado na direcção de simetria anatómica R , temos:

$$C^{SLB} = \frac{28a^3 + L^3}{32Bh^3E_L} + \frac{a + L}{8BhkG_{LR}} + \frac{a^3}{8Bh^3E_L} \times \left[2.71 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} + 1.11 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{3/4} \right] \quad 5.1$$

onde E_L é o módulo de elasticidade longitudinal, E_R é o módulo de elasticidade radial e $k=5/6$ é um factor de correcção para contemplar os efeitos do corte na flexão. Usando a equação de Irwin-Keys (equação 3.1), a taxa de libertação de energia pode então ser assim expressa:

$$G_T^{SLB} = \frac{21 P^2 a^2}{16 B^2 h^3 E_L} + \frac{P}{16 B^2 h k G_{LR}} + \frac{P^2 a^2}{16 B^2 h^3 E_L} \times \left[5.42 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} \right] \quad 5.2$$

Adicionalmente, Szekrényes e Uj (2004) adaptaram o método de (Williams 1988) para a partição de modos, tendo chegado às seguintes expressões:

$$G_I^{SLB} = \frac{12 P^2 a^2}{16 B^2 h^3 E_L} + \frac{P^2}{16 B^2 h k G_{LR}} + \frac{P^2 a^2}{16 B^2 h^3 E_L} \times \left[5.42 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} \right] \quad 5.3$$

$$G_{II}^{SLB} = \frac{9 P^2 a^2}{16 B^2 h^3 E_L}. \quad 5.4$$

O método de identificação da curva de resistência proposto por Szekrényes e Uj (2004) para o ensaio SLB exige o conhecimento prévio das propriedades elásticas do material, o que constitui um obstáculo importante à determinação rigorosa das propriedades de fractura dos materiais que exibem uma grande variabilidade. Por outro lado, o referido método de identificação requer a medição directa do comprimento da fenda durante a propagação (a) ou a determinação do comprimento de fenda equivalente (a_{eq}) através de uma curva de calibração da flexibilidade, previamente identificada através de ensaios mecânicos complementares. Porém, no caso da madeira a medição directa do comprimento de fenda é difícil de realizar com a precisão adequada (de Moura, Morais, e Dourado 2008). A alternativa à medição directa de a - o método experimental de calibração da flexibilidade - envolve a realização de numerosos ensaios, uma vez que a variabilidade das propriedades elásticas da madeira obriga ao estabelecimento da curva de calibração para cada provete (Xavier *et al.* 2011).

A fim de ultrapassar as dificuldades relacionadas com as metodologias clássicas de identificação da curva de resistência, foi recentemente proposto para o ensaio SLB um método de tratamento de dados baseado na teoria de vigas e no conceito de

fenda equivalente (Oliveira, *et al.* 2009), conhecido por CBBM (*Compliance Based Beam Method*). Este método permite a determinação da curva-R sem que seja necessário obter previamente as propriedades elásticas, e sem que seja necessário medir o comprimento da fenda durante a propagação. Considerando a teoria de vigas de Timoshenko, a energia de deformação do provete é dada pela seguinte expressão:

$$U = \int_0^L \frac{M_f^2}{2E_L I} dx + \int_0^L \int_{-h}^h \frac{\tau^2}{2G_{LR}} B dy dx \quad 5.5$$

onde M_f é o momento flector, I o momento de segunda ordem da secção transversal em relação ao eixo neutro e

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{V_i}{A_i} \left(1 - \frac{y^2}{c_i^2} \right) \quad 5.6$$

com A_i , c_i e V_i representando, respectivamente, a área da secção, metade da altura da viga e o esforço transversal no segmento i ($i=1: 0 \leq x \leq a$; $i=2: a \leq x \leq L/2$; $i=3: L/2 \leq x \leq L$). Usando o teorema de Castigliano, chega-se à seguinte expressão para a flexibilidade associada ao comprimento de fenda a :

$$C = \frac{28 a^3 + L^3}{32 B h^3 E_L} + \frac{3(a + L)}{20 B h G_{LR}} \quad 5.7$$

Uma vez que a flexibilidade inicial (C_0) caracteriza a resposta elástica do provete para o comprimento de fenda inicial (a_0), então estas quantidades podem ser usadas na equação anterior (equação 5.7) para determinar o módulo de flexão E_f , da seguinte forma:

$$E_f = \left(C_0 - \frac{3(a_0 + L)}{20 B h G_{LR}} \right)^{-1} \frac{28 a_0^3 + L^3}{32 B h^3} \quad 5.8$$

Substituindo E_L por E_f na equação 5.7, e considerando a flexibilidade actual do provete durante a propagação (C), chega-se à seguinte equação, tendo como incógnita o comprimento de fenda equivalente (a_{eq} , em vez de a na equação 5.7):

$$\alpha a_{eq}^3 + \beta a_{eq} + \gamma = 0 \quad 5.9$$

onde

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{7}{8 B h^3 E_f}, \\ \beta &= \frac{3}{20 B h G_{LR}}, \\ \gamma &= \frac{L^3}{32 B h^3 E_L} + \frac{3L}{20 B h G_{LR}} - C. \end{aligned} \quad 5.10$$

A solução dessa equação é o valor de a_{eq} correspondente à flexibilidade actual C :

$$a_{eq} = \frac{1}{6\alpha} A - \frac{2\beta}{A} \quad 5.11$$

sendo

$$A = \left(\left(-108 \gamma + 12 \sqrt{3 \left(\frac{4\beta^3 + 27\gamma^2\alpha}{\alpha} \right)} \right) \alpha^2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad 5.12$$

O comprimento de fenda equivalente, assim determinado, é o comprimento de fenda que o provete deveria ter para que a sua resposta elástica (isto é, sem ZPF e sem propagação da fenda inicial) fosse caracterizada pela flexibilidade C . Esse comprimento de fenda equivalente reflecte o contributo do comprimento de fenda actual (a), da rotação dos braços superior e inferior do provete na secção da extremidade da fenda (a_{rot}), e da zona de processo de fractura (a_{ZPF}):

$$a_{eq} = a + a_{rot} + a_{ZPF} \quad 5.13$$

A taxa de libertação total de energia, em modo misto I+II, resulta imediatamente da equação 5.7, depois de se substituir E_L por E_f e a por a_{eq} , e da equação de Irwin-Kies (3.1):

$$G_T^{SLB} = \frac{21 P^2 a_{eq}^2}{16 B^2 h^3 E_f} + \frac{3 P^2}{40 B^2 h G_{LR}} \quad 5.14$$

Seguindo o método para a partição de modos usado por Szekrényes e Uj (2004), as componentes de modo I e II da taxa de libertação de energia são dadas por:

$$G_I^{SLB} = \frac{12 P^2 a_{eq}^2}{16 B^2 h^3 E_f} + \frac{3 P^2}{40 B^2 h G_{LR}} \quad 5.15$$

$$G_{II}^{SLB} = \frac{9 P^2 a_{eq}^2}{16 B^2 h^3 E_f} \quad 5.16$$

O método CBBM, que acabamos de rever, permite a identificação das curvas de resistência apenas a partir da curva $P-\delta$, sem que seja necessário medir o comprimento da fenda durante a propagação. Por outro lado, a grande vantagem deste método é a contabilização da dissipação de energia na formação e desenvolvimento da ZPF, que de forma nenhuma é contabilizada pelo comprimento de fenda actual. Uma outra vantagem do método CBBM, que também importa salientar, é o facto de não impor a realização de ensaios prévios para a determinação das propriedades elásticas de cada provete, na medida em que a flexibilidade inicial é usada para obter o módulo de flexão.

5.3. O Ensaio ELS-MM

Outro dos ensaios que têm vindo a ser usados para caracterizar o comportamento à fractura em modo misto I+II, nomeadamente de laminados compósitos, é o ensaio ELS-MM (*End Loaded Split – Mixed Mode*), representado esquematicamente na Figura 5.2. Este ensaio foi objecto de análise por diversos autores, através da teoria de vigas (Hashemi *et al.* 1990; Kinloch *et al.* 1993; Dahlen e Springer 1994; Szekrényes e Uj 2004) ou do método dos elementos finitos

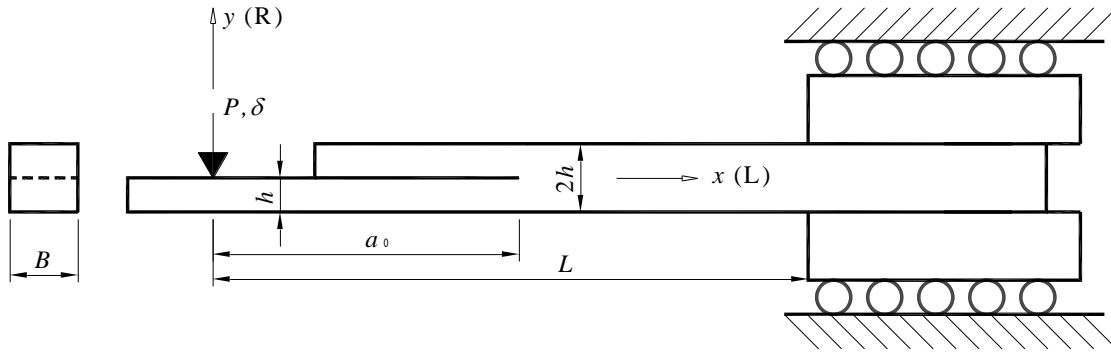


Figura 5.2 Representação esquemática do ensaio ELS-MM (*End Loaded Split – Mixed Mode*).

(Bao *et al.* 1992; Yan 2001). Recentemente, Reyes (2000) aplicou o método de calibração experimental da flexibilidade para determinar a resistência à fractura interlaminar de um laminado de alumínio e de polipropileno reforçado com fibras de vidro, a partir do ensaio ELS-MM, que designou por ensaio SCB (*Single Cantilever Beam*).

Tal como para o ensaio SLB, Szekrényes e Uj (2004) recorreram à teoria de vigas de Timoshenko e ao modelo de viga em fundação elástica de Winkler, para obter a flexibilidade do provete ELS, onde $\kappa=5/6$:

$$C^{\text{ELS}} = \frac{7a^3 + L^3}{2Bh^3 E_L} + \frac{a + L}{2BhkG_{LR}} + \frac{3}{\pi} \frac{L^2}{Bh^2 E_L} \left(\frac{E_L}{G_{LR}} \right)^{1/2} + \frac{a^3}{2Bh^3 E_L} \left[2.71 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} + 1.11 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{3/4} \right] \quad 5.17$$

A partir daqui e da equação de Irwin-Kies (3.1), Szekrényes e Uj (2004) chegaram então à seguinte expressão para a taxa total de libertação de energia para o ensaio ELS:

$$G_T^{\text{ELS}} = \frac{21P^2 a^2}{4B^2 h^3 E_L} + \frac{P^2}{4B^2 hkG_{LR}} + \frac{P^2 a^2}{4B^2 h^3 E_L} \times \left[5.42 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} \right] \quad 5.18$$

Por fim, Szekrényes e Uj (2004) aplicaram o método de Williams (1988) para obter as componentes de modo I e de modo II da taxa total de libertação de energia:

$$G_I^{\text{ELS}} = \frac{12 P^2 a^2}{4 B^2 h^3 E_L} + \frac{P^2}{4 B^2 h k G_{LR}} + \frac{P^2 a^2}{4 B^2 h^3 E_L} \times \left[5.42 \left(\frac{h}{a} \right) \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/4} + 2.45 \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{E_L}{E_R} \right)^{1/2} \right] \quad 5.19$$

$$G_{II}^{\text{ELS}} = \frac{9 P^2 a^2}{4 B^2 h^3 E_L} \quad 5.20$$

O método proposto por Szekrényes e Uj (2004) para o tratamento dos resultados experimentais do ensaio ELS, quando aplicado à madeira, enfrenta as mesmas limitações que foram referidas a propósito do ensaio SLB: (1) necessidade de determinação prévia das propriedades elásticas do material; (2) exigência de medição do comprimento da fenda durante a propagação. A fim de contornar estas limitações, o método CBBM foi estendido ao ensaio ELS-MM (Oliveira, *et al.* 2009). O ponto de partida é a expressão da energia de deformação elástica do provete (equação 5.5) e a expressão da distribuição das tensões de corte na secção transversal do provete (equação 5.6), para os dois troços do provete ($i=1$: $0 \leq x \leq a$; $i=2$: $a \leq x \leq L$). Então, através do teorema de Castigliano obtém-se facilmente a seguinte expressão para a flexibilidade do provete ELS-MM:

$$C^{\text{ELS-MM}} = \frac{7a^3 + L^3}{2Bh^3E_L} + \frac{3(a+L)}{5BhG_{LR}} \quad 5.21$$

É de esperar que a variabilidade nas condições de fixação do provete, relativamente à situação ideal do encastramento puro representada na Figura 5.2, influencie a flexibilidade medida experimentalmente. Ora, considerando o comprimento de fenda (a_0) e a flexibilidade (C_0) iniciais na equação 5.21, podemos exprimir a variabilidade das condições de apoio através de um comprimento efectivo (L_{ef}) da viga, assim calculado:

$$\frac{L_{\text{ef}}^3}{2Bh^3E_L} + \frac{3L_{\text{ef}}}{5BhG_{LR}} + \frac{7a_0^3}{2Bh^3E_L} + \frac{3a_0}{5BhG_{LR}} - C_0 = 0 \quad 5.22$$

Esta equação é formalmente idêntica à equação 5.9, pelo que a solução se obtém da mesma maneira (equações 5.11 e 5.12):

$$L_{\text{ef}} = \frac{1}{6\chi} A - \frac{2\psi}{A} \quad 5.23$$

sendo

$$A = \left(\left(-108\omega + 12 \sqrt{3 \left(\frac{4\psi^3 + 27\omega^2\chi}{\chi} \right)} \right) \chi^2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad 5.24$$

e (equações 5.10)

$$\begin{aligned} \chi &= \frac{1}{2Bh^3 E_L} \\ \psi &= \frac{3}{5BhG_{LR}} \\ \omega &= \frac{7a_0^3}{2Bh^3 E_L} + \frac{3a_0}{5BhG_{LR}} - C_0 \end{aligned} \quad 5.25$$

O comprimento efectivo (L_{ef}) é o vão que o provete perfeitamente encastrado deveria ter para que a sua flexibilidade fosse igual ao valor inicial determinado experimentalmente (C_0). Admitindo que durante o ensaio as condições de apoio não se alteram, a equação 5.21 continua válida durante a propagação da fenda, desde que consideremos L_{ef} no lugar de L . Mas o módulo de elasticidade longitudinal E_L deve ser medido para cada provete, uma vez que a madeira é um material heterogéneo, com uma grande variabilidade das propriedades elásticas. O módulo de corte G_{LR} tem uma influência menor nos resultados (Oliveira, *et al.* 2009), podendo ser usado um valor típico.

Durante a propagação, a equação 5.21 (com o comprimento efectivo, L_{ef}) pode ser usada para determinar o comprimento de fenda equivalente correspondente à flexibilidade experimental C , tal como foi proposto para o ensaio SLB (5.9):

$$\zeta a_{\text{eq}}^3 + \eta a_{\text{eq}} + \theta = 0 \quad 5.26$$

com (equações 5.10)

$$\begin{aligned}\zeta &= \frac{7}{2Bh^3E_L} \\ \eta &= \frac{3}{5BhG_{LR}} \\ \theta &= \frac{L_{ef}^3}{2Bh^3E_L} + \frac{3L_{ef}}{5BhG_{LR}} - C_0\end{aligned}\quad 5.27$$

A solução da equação 5.26 é, evidentemente (equações 5.11 e 5.12):

$$a_{eq} = \frac{1}{6\zeta}A - \frac{2\eta}{A} \quad 5.28$$

onde

$$A = \left(\left(-108\theta + 12\sqrt{3\left(\frac{4\eta^3 + 27\theta^2\zeta}{\zeta}\right)} \right) \zeta^2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad 5.29$$

Neste caso, o comprimento de fenda equivalente inclui o efeito da Zona de Processo de Fractura sobre a flexibilidade do provete e, portanto, sobre a taxa de libertação de energia:

$$a_{eq} = a + a_{ZPF} \quad 5.30$$

Aplicando a equação de Irwin-Kies à expressão da flexibilidade do provetes ELS-MM (equação 5.21), mas com o comprimento de fenda equivalente no lugar do comprimento de fenda a , obtém-se imediatamente a seguinte expressão para a taxa total de libertação de energia:

$$G_T^{ELS-MM} = \frac{21P^2a_{eq}^2}{4B^2h^3E_L} + \frac{3P^2}{10B^2hG_{LR}} \quad 5.31$$

Por último, seguindo o método de Szekrényes e Uj (2004) para a partição dos modos de fractura, as componentes de modo I e II da taxa de libertação de energia são:

$$G_I^{\text{ELS-MM}} = \frac{12 P^2 a_{\text{eq}}^2}{4 B^2 h^3 E_L} + \frac{3 P^2}{10 B^2 h G_{LR}} \quad 5.32$$

$$G_{II}^{\text{ELS-MM}} = \frac{9 P^2 a_{\text{eq}}^2}{4 B^2 h^3 E_L} \quad 5.33$$

5.4. Simulação por elementos finitos dos ensaios SLB e ELS-MM

A validação do método CBBM foi efectuada recorrendo à simulação por elementos finitos dos ensaios SLB e ELS-MM, e à comparação com dois métodos alternativos de tratamento de dados: o método de Szekrényes e Uj (2004) e o método da calibração experimental da flexibilidade (MCF). Para o provete SLB adoptamos as seguintes dimensões nominais (Figura 5.1): $b=10$ mm, $L=480$ mm e $B=20$ mm; quanto ao comprimento de fenda inicial, seleccionamos os valores $a_0=168, 183, 198, 213$ e 228 (mm). Para o provete ELS fixamos as seguintes dimensões nominais (Figura 5.2): $b=10$ mm, $L=175$ mm e $B=20$ mm; relativamente ao comprimento de fenda inicial, escolhemos os valores $a_0=60, 75, 90, 105$ e 120 (mm).

Foram construídos modelos 2D, com elementos isoparamétricos planos de 8 nós (7599 no ensaio SLB e 7339 no ensaio ELS-MM), incluídos na biblioteca do código ABAQUS®, e elementos finitos de interface de 8 nós (413 no ensaio SLB e 348 no ensaio ELS-MM), colocados na zona de propagação da fenda. Aos elementos de interface está associado o modelo de propagação de dano de modo misto I+II bilinear, com amaciamento linear, descrito em Oliveira *et al.* (2009). A geometria dos provetes e as condições de fronteira empregues nos modelos numéricos procuram reproduzir as condições em vigor nos ensaios laboratoriais. No ensaio SLB, os apoios e o actuador foram simulados com cilindros rígidos, tendo sido imposto ao

actuador um deslocamento na direcção vertical (direcção yy), em incrementos de 0.2% do deslocamento total (-20 mm), de modo a obter uma propagação de fenda suave. No caso do ensaio ELS-MM, as amarras foram simuladas com dois corpos rígidos e o actuador foi simulado por um cilindro rígido, tendo as condições de fronteira sido aplicadas em duas etapas consecutivas: (1) translação das amarras na direcção yy , de ± 0.01 mm, num único incremento, para simulação do aperto; (2) deslocamento segundo yy do actuador, também em incrementos de 0.2% do deslocamento total (-20 mm). Em cada incremento foram registados os valores do deslocamento imposto pelo actuador, a força aplicada e o comprimento da fenda. Na Figura 5.3 podemos observar as deformadas dos provetes SLB e ELS-MM, que de alguma forma validam as condições de fronteira do modelo numérico.

Aos elementos planos do modelo numérico foram atribuídas as propriedades elásticas da madeira de *Pinus pinaster*, que constam na Tabela 5.1. Por sua vez, aos elementos de interface foram atribuídas as propriedades de resistência e de fractura que também constam na Tabela 5.1.

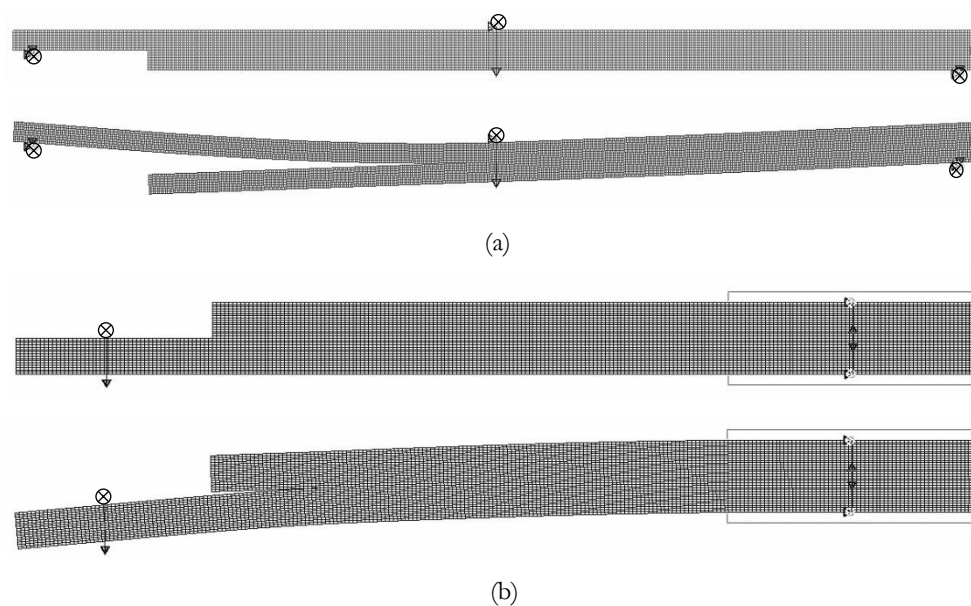


Figura 5.3 Malhas de elementos finitos, não deformadas e deformadas: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS.

Tabela 5.1. Propriedades da madeira de *Pinus pinaster* (de Moura *et al.* 2009).

E_L (GPa)	E_R (GPa)	ν_{LR}	G_{LR} (GPa)	$\sigma_{u,R}$ (MPa)	$\tau_{u,LR}$ (MPa)	G_{Ic} (N/mm)	G_{IIc} (N/mm)
12.56	1.91	0.47	1.12	7.93	16.0	0.264	0.9

Na Figura 5.4 encontram-se as curvas P - δ fornecidas pela simulação numérica dos ensaios SLB e ELS-MM. Note-se que, por uma questão de legibilidade dos resultados numéricos, optamos por representar a curva P - δ completa apenas para a propagação da fenda a partir do comprimento de fenda inicial mais baixo ($a_0=168$ mm no ensaio SLB e $a_0=60$ mm no ensaio ELS-MM). Para os restantes comprimentos de fenda inicial apenas representamos a resposta elástica do provete, que interessa para a calibração da flexibilidade, isto é, para a determinação da relação entre a flexibilidade inicial (C_0) e o comprimento de fenda inicial (a_0). Assumimos aqui que essa relação se pode exprimir através da seguinte equação empírica, para os dois ensaios:

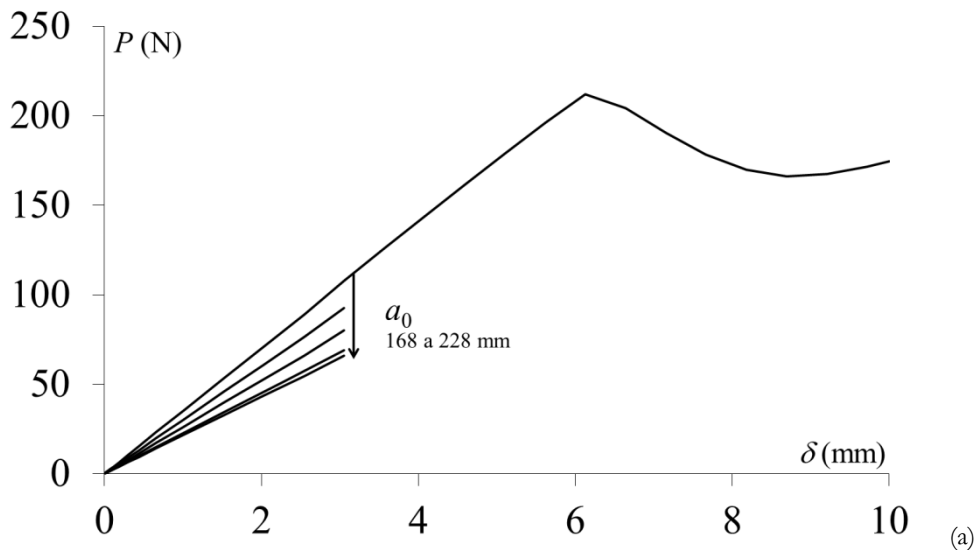


Figura 5.4 Curvas P - δ numéricas: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS (continua).

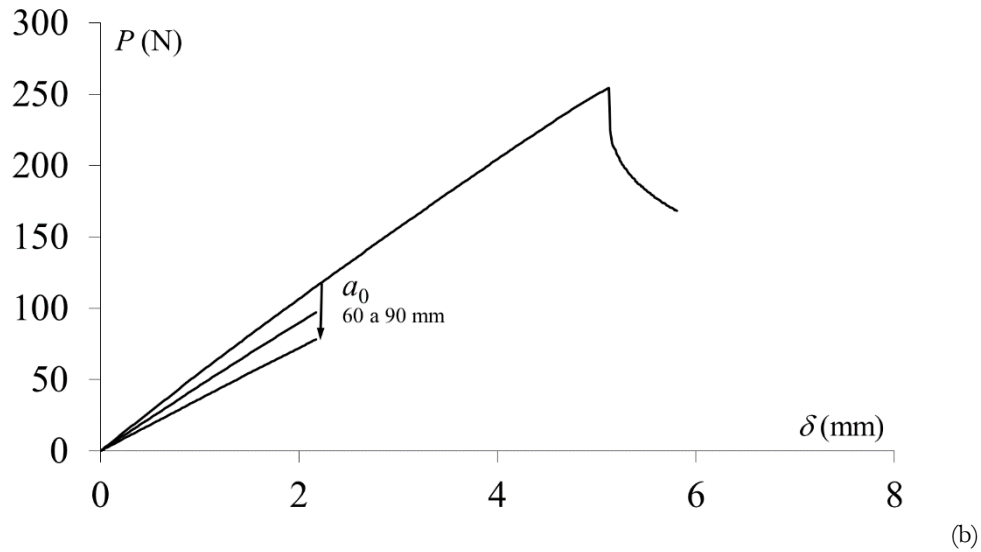


Figura 5.4 Curvas P - δ numéricas: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS (continuação).

$$C = ma^3 + n \quad 5.34$$

Os coeficientes m e n são obtidos considerando na equação 5.34 os valores da flexibilidade inicial (C_0) associados a diferentes comprimentos de fenda iniciais (a_0), tal como está ilustrado na Figura 5.5. Durante a propagação da fenda, uma vez conhecida a flexibilidade actual (C), a equação 5.34 pode ser usada para determinar o comprimento de fenda equivalente (a_e).

Na Figura 5.6 pode ser apreciada a relação entre a flexibilidade e o comprimento de fenda durante a simulação da propagação (a partir do comprimento de fenda inicial mais baixo), conforme previsto pelo método de Szekrényes e Uj (2004) (Equações 5.1 e 5.17) e pelo CBBM (Equações 5.7 e 5.21). No método de Szekrényes e Uj (2004) usou-se o comprimento de fenda equivalente obtido através da curva de calibração da flexibilidade do ensaio respectivo (Figura 5.5). Na Figura 5.6 repetimos as curvas de calibração “experimental” da flexibilidade (MCF), para efeitos de comparação. O método de Szekrényes e Uj (2004) e o CBBM conduzem praticamente à mesma função $C=f(a)$, para ambos os ensaios. No caso do ensaio SLB (Figura 5.6(a)), os resultados do MCF são também praticamente iguais às

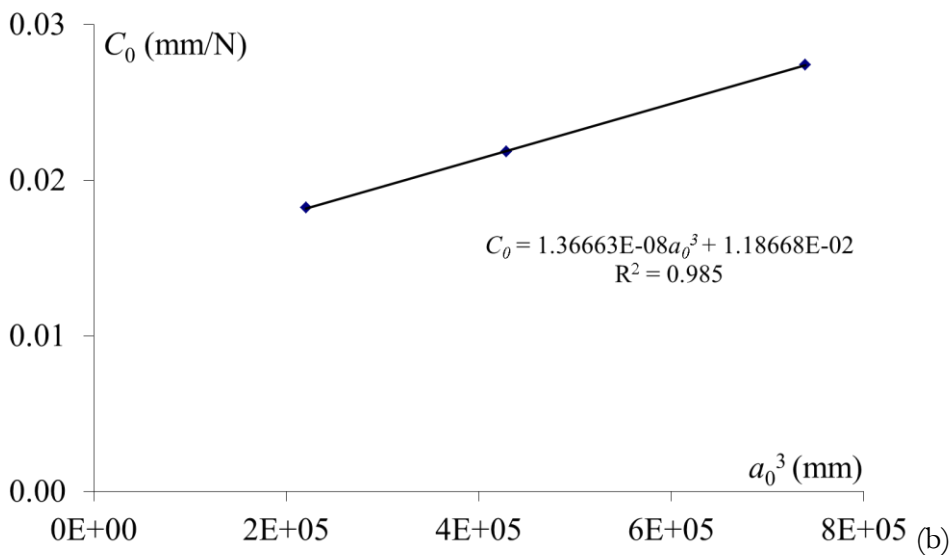
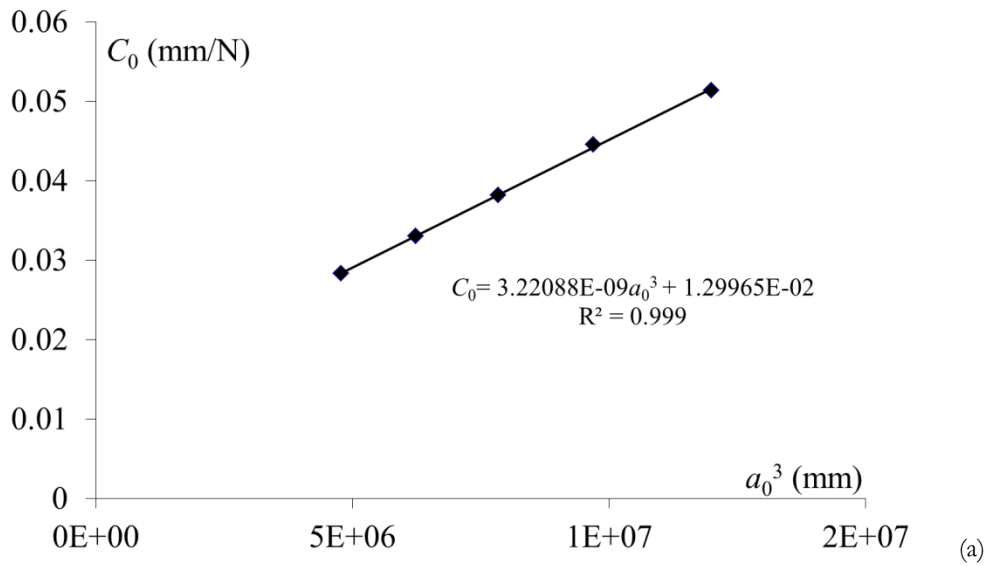


Figura 5.5 Curvas de calibração da flexibilidade: (a) ensaio SLB; (b) ensaio ELS.

previsões desses métodos. Mas no caso do ensaio ELS-MM (Figura 5.6(b)) a flexibilidade do MCF é superior às flexibilidades calculadas analiticamente, em consequência do facto do apoio no modelo de elementos finitos não ser um encastramento perfeito.

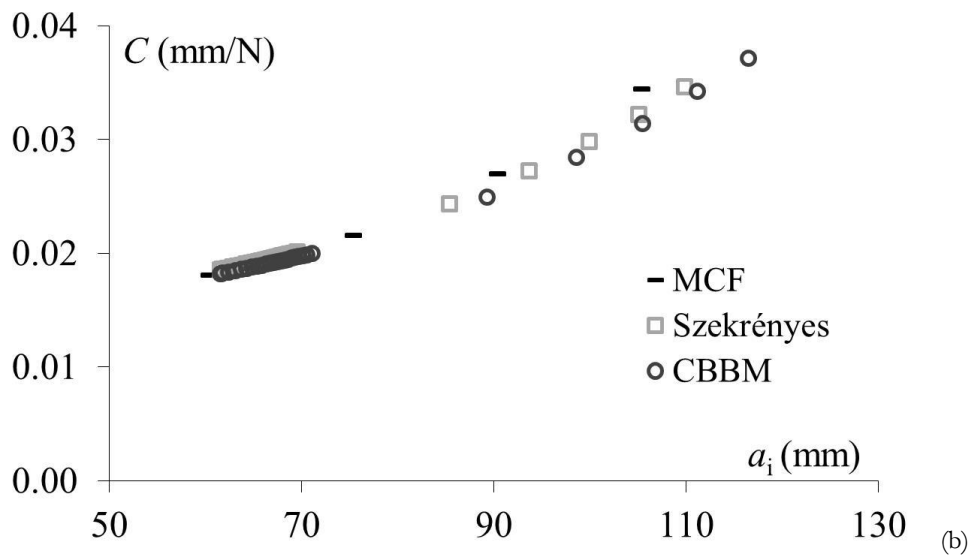
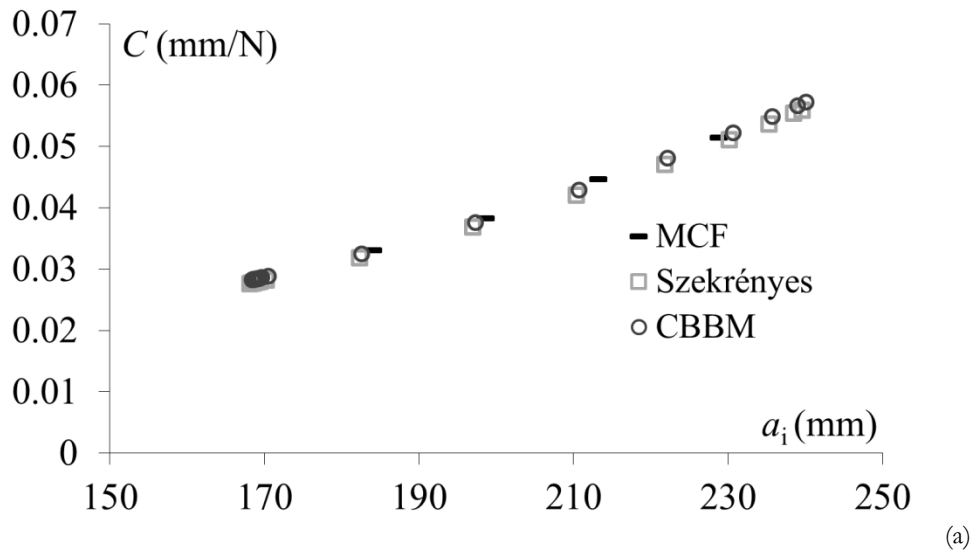


Figura 5.6. Relação entre a flexibilidade e o comprimento de fenda: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS. MCF: $a_i = a_0$; Szekrényes e CBBM: $a_i = a_{eq}$.

Para a obtenção da taxa de libertação de energia, o método da calibração da flexibilidade (MCF) baseia-se na equação de Irwin-Kies (equação 3.1) e na curva de calibração da flexibilidade (Figura 5.5 e equação 5.34). Substituindo a equação 5.34 na equação de Irwin-Kies, e considerando o comprimento de fenda equivalente (a_{eq}) em vez do comprimento de fenda a , obtém-se a seguinte expressão para a taxa de libertação de energia:

$$G_T = \frac{3ma_{eq}^2 P^2}{2B} \quad 5.35$$

As curvas de resistências obtidas através do MCF estão representadas na Figura 5.7, para o caso da propagação a partir do comprimento de fenda inicial mais pequeno ($a_0=168$ mm no ensaio SLB e $a_0=60$ mm no ensaio ELS-MM). Nesta Figura encontram-se também as curvas de resistência que foram identificadas recorrendo ao método de Szekrényes e Uj (2004) e ao CBBM. Na Tabela 5.2 e na Tabela 5.3 estão reunidos os valores máximos das taxas de libertação de energia (G_T , G_I e G_{II}) obtidas pelos vários métodos, para os ensaios SLB e ELS-MM, respectivamente. Nessas tabelas encontram-se ainda as razões de modo misto (G_I/G_{II}), incluindo os valores obtidos pela VCCT (*Virtual Crack Closure Technique*).

No ensaio SLB a curva de resistência do CBBM é praticamente coincidente com a curva de resistência do MCF, como de resto está bem patente nos valores máximos da taxa de libertação de energia que constam na Tabela 5.2. O método de Szekrényes e Uj (2004) conduz a valores de G_T que são sistematicamente inferiores (cerca de 9%) aos obtidos através do MCF e do CBBM, qualquer que seja o comprimento de fenda inicial. Ainda no que refere ao ensaio SLB, a razão de modo misto obtida pelo método de Szekrényes e Uj (2004) é bastante próxima da razão de modo misto calculada através da VCCT, e superior à razão de modo misto proporcionada pelo CBBM. Este resultado tem a ver com o facto de nem o método de Szekrényes e Uj (2004), nem a VCCT, contemplarem o efeito da ZPF na dissipação de energia.

Quanto ao ensaio ELS-MM, as curvas de resistência obtidas pelos três métodos são idênticas (Figura 5.7(b)), no caso da propagação a partir do comprimento de fenda inicial $a_0=60$ mm. Mas no caso da propagação a partir de comprimentos de fenda inicial $a_0=75$ mm ou $a_0=90$ mm, o CBBM conduz a valores máximos da taxa total de libertação de energia que são próximos dos valores obtidos através do método de Szekrényes e Uj (2004), e ambos são significativamente inferiores aos resultados do

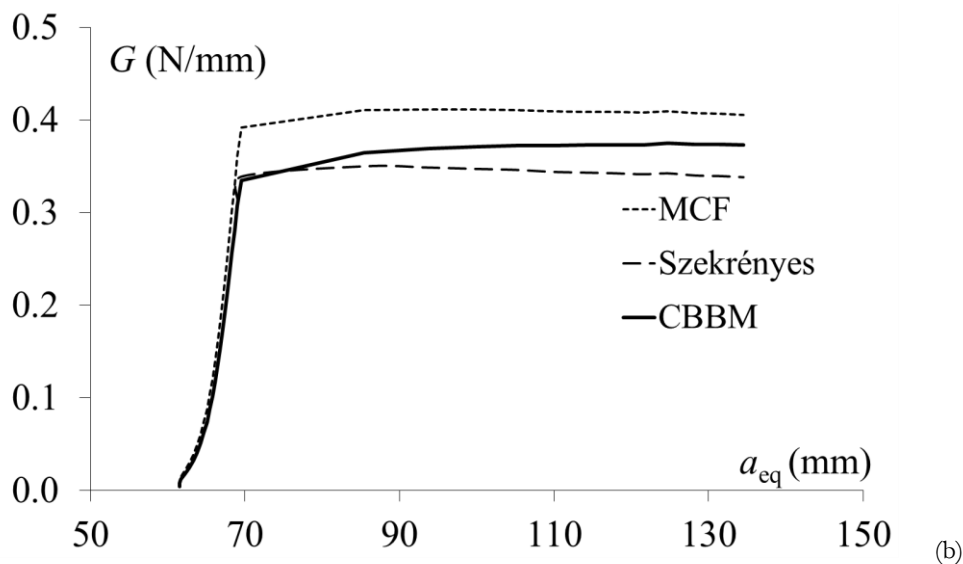
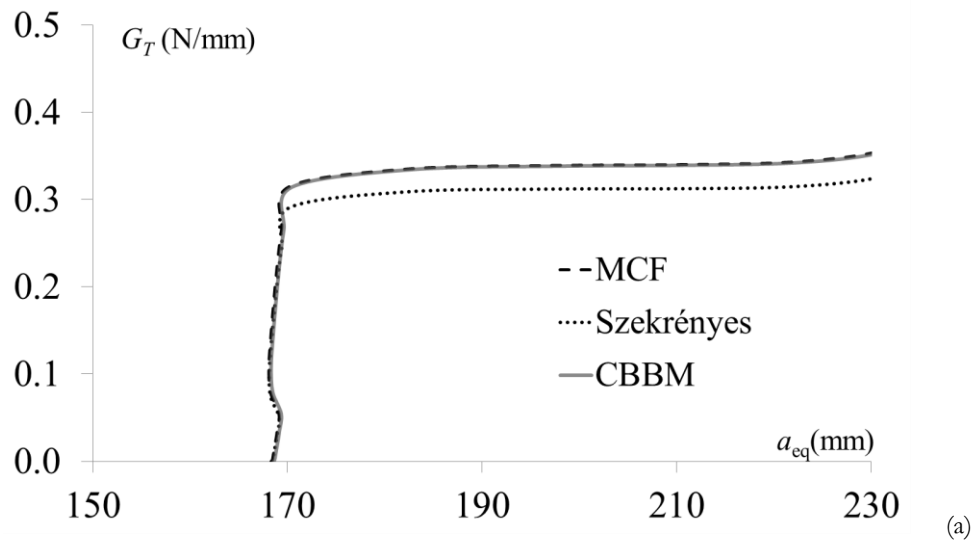


Figura 5.7. Curvas de resistência numéricas (G_T): (a) ensaio SLB ($a_0=168$ mm); (b) ensaio ELS-MM ($a_0=60$ mm).

MCF, conforme se pode constatar na Tabela 5.3. Possivelmente esta diferença deve-se ao facto do polinómio de calibração da flexibilidade usado no MCF (equação 5.34) não ser completo, não traduzindo por isso o efeito das deformações de corte, que poderão não ser desprezáveis no caso do ensaio ELS. Em termos da razão de modo misto, o CBBM fornece valores mais baixos que o método de Szekrényes e Uj (2004) e a VCCT (Tabela 5.3).

Tabela 5.2. Ensaio SLB: comparação entre G_I , G_{II} e G_T para todos os valores de a_0 e para todos os métodos.

		a_0 (mm)			
Método		168	183	198	213
G_T (N/mm)	MCF	0.348	0.346	0.337	0.348
	Szekrényes	0.319	0.317	0.309	0.319
	CBBM	0.347	0.345	0.336	0.348
G_I (N/mm)	Szekrényes	0.185	0.184	0.180	0.185
	CBBM	0.198	0.197	0.192	0.199
G_{II} (N/mm)	Szekrényes	0.134	0.133	0.130	0.134
	CBBM	0.148	0.148	0.144	0.149
G_I / G_{II}	Szekrényes	1.385	1.385	1.384	1.382
	CBBM	1.337	1.337	1.337	1.337
	VCCT	1.397	1.418	1.402	1.455

Tabela 5.3. Ensaio ELS-MM: comparação entre G_I , G_{II} e G_T para todos os valores de a_0 e para todos os métodos.

		a_0 (mm)		
Método		60	75	90
G_T (N/mm)	MCF	0.408	0.402	0.401
	Szekrényes	0.344	0.339	0.336
	CBBM	0.368	0.357	0.348
G_I (N/mm)	Szekrényes	0.203	0.200	0.198
	CBBM	0.211	0.205	0.199
G_{II} (N/mm)	Szekrényes	0.141	0.139	0.138
	CBBM	0.157	0.152	0.148
G_I / G_{II}	Szekrényes	1.442	1.438	1.430
	CBBM	1.346	1.346	1.344
	VCCT	1.806	1.704	1.629

Para concluir a análise dos resultados das simulações numéricas dos ensaios SLB e ELS-MM, apresentamos na Figura 5.8 as curvas de resistência globais obtidas pelo CBBM, juntamente com as suas componentes de modo I e de modo II. Estas curvas servem para ilustrar a determinação das razões de modo misto e enfatizar a necessidade de determinação experimental das curvas de resistência para a identificação dos valores máximos das taxas de libertação de energia (Tabela 5.2 e Tabela 5.3).

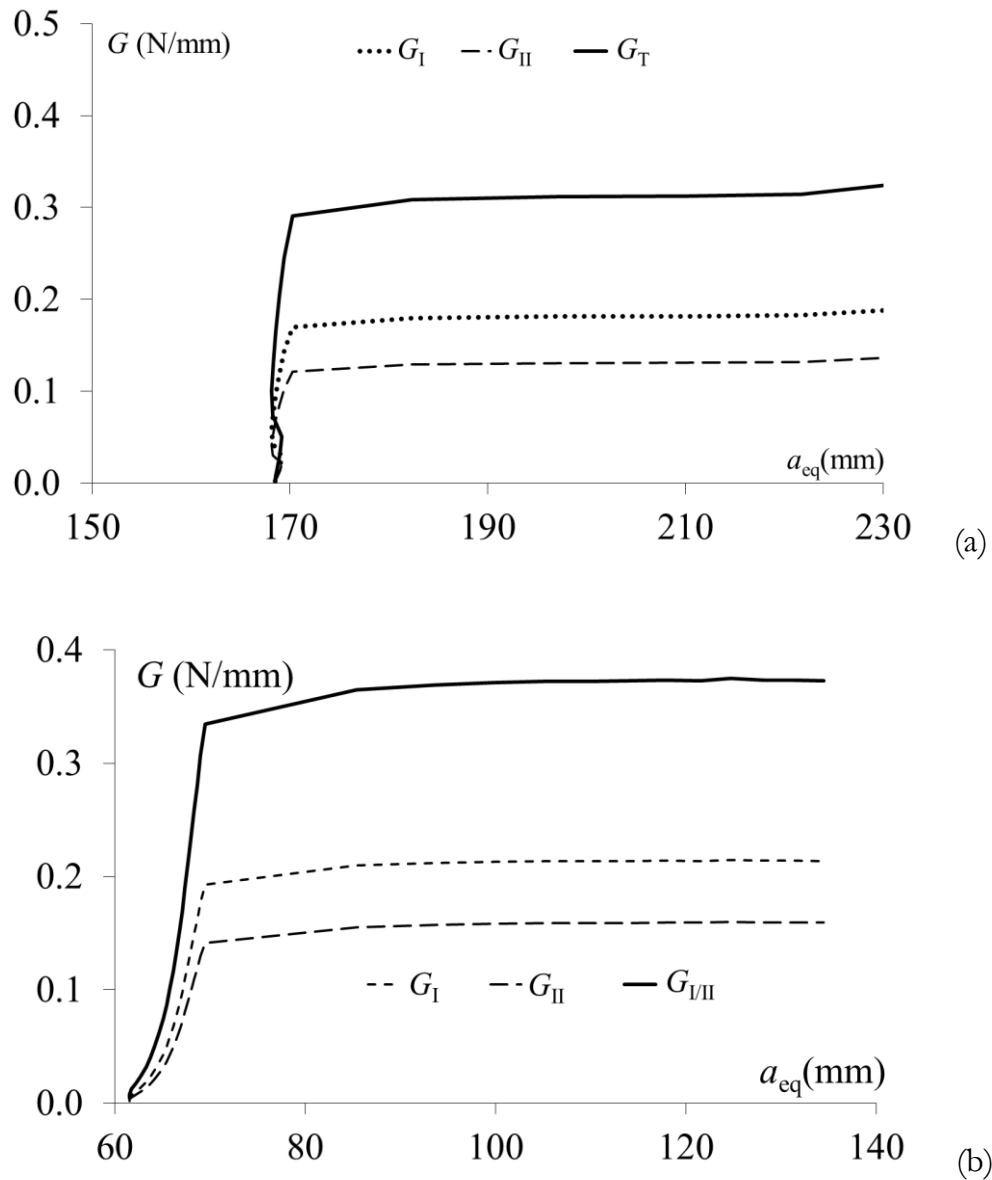


Figura 5.8. Curvas de resistência pelo CBBM (G_I , G_{II} e G_T), a partir da curva P - δ numérica (a) do ensaio SLB e (b) do ensaio ELS-MM.

Os resultados das simulações numéricas dos ensaios SLB e ELS-MM servem para demonstrar a validade do método CBBM, para a determinação da curva de resistência. Relativamente ao método de calibração experimental da flexibilidade, o CBBM possui a vantagem de ser mais expedito, necessitando apenas da obtenção da curva P - δ para cada provete. Os resultados da simulação numérica mostram também que o ensaio SLB, quando comparado com o ensaio ELS-MM, proporciona uma identificação mais precisa da curva de resistência.

5.5. Trabalho Experimental

O material usado nos ensaios SLB e ELS foi madeira de *Pinus pinaster*, proveniente de uma única árvore de um povoamento situado no concelho de Viseu. A extracção dos provetes foi efectuada de modo a minimizar a variabilidade entre os provetes. Um indicador da homogeneidade da amostra de provetes SLB e da amostra de provetes ELS-MM é o coeficiente de variação das respectivas densidades (a 12% de humidade): 3.1% para os provetes SLB e 6.2% para os provetes ELS-MM. Os valores médios das densidades das duas amostras (0.669 para os provetes SLB e 0.687 para os provetes ELS) são estatisticamente iguais.

A geometria dos provetes SLB e ELS-MM foi já apresentada na Figura 5.1 e na Figura 5.2, respectivamente. Na Figura 5.9 pode ser visto o aspecto dos provetes. As dimensões nominais também foram já indicadas, na secção anterior. Após a manufactura dos provetes, as dimensões reais da secção transversal de cada um foram medidas com uma craveira digital, com a resolução de 0.01mm; as restantes dimensões foram medidas com a resolução de 0.5mm.

Tabela 5.4. Densidade (a 12% de humidade) dos provetes SLB e ELS-MM.

Provete	Densidade	
	SLB	ELS
1	0.690	0.680
2	0.696	0.756
3	0.664	0.669
4	0.678	0.709
5	0.693	0.732
6	0.659	0.689
7	0.641	0.621
8	0.630	0.723
9	0.689	0.620
10	0.651	0.677
11	0.677	-
12	0.649	-
13	0.680	-
Média	0.669	0.687
C.V.(%)	3.1%	6.2%

Um aspecto crucial da manufactura dos provetes é a introdução da fenda inicial. Numa primeira fase, foi feito um entalhe com uma serra de fita de 1 mm de espessura; numa segunda fase esse entalhe foi prolongado, entre 2 mm a 5 mm, aplicando um ligeiro impacto numa lâmina encostada na extremidade do entalhe. Cada provete SLB (num total de 13 provetes) foi ensaiado consecutivamente para os seguintes comprimentos nominais da fenda inicial (a_0): 168, 183, 198 e 213 mm. Por sua vez, cada provete ELS-MM (num total de 10 provetes) foi ensaiado consecutivamente para os seguintes comprimentos nominais da fenda inicial: 60, 90, 120 e 150 mm. Para isso, o ensaio de fractura a partir de um dado comprimento de fenda inicial foi interrompido pouco depois do início da propagação, e a fenda inicial seguinte foi introduzida segundo o procedimento que descrevemos atrás.

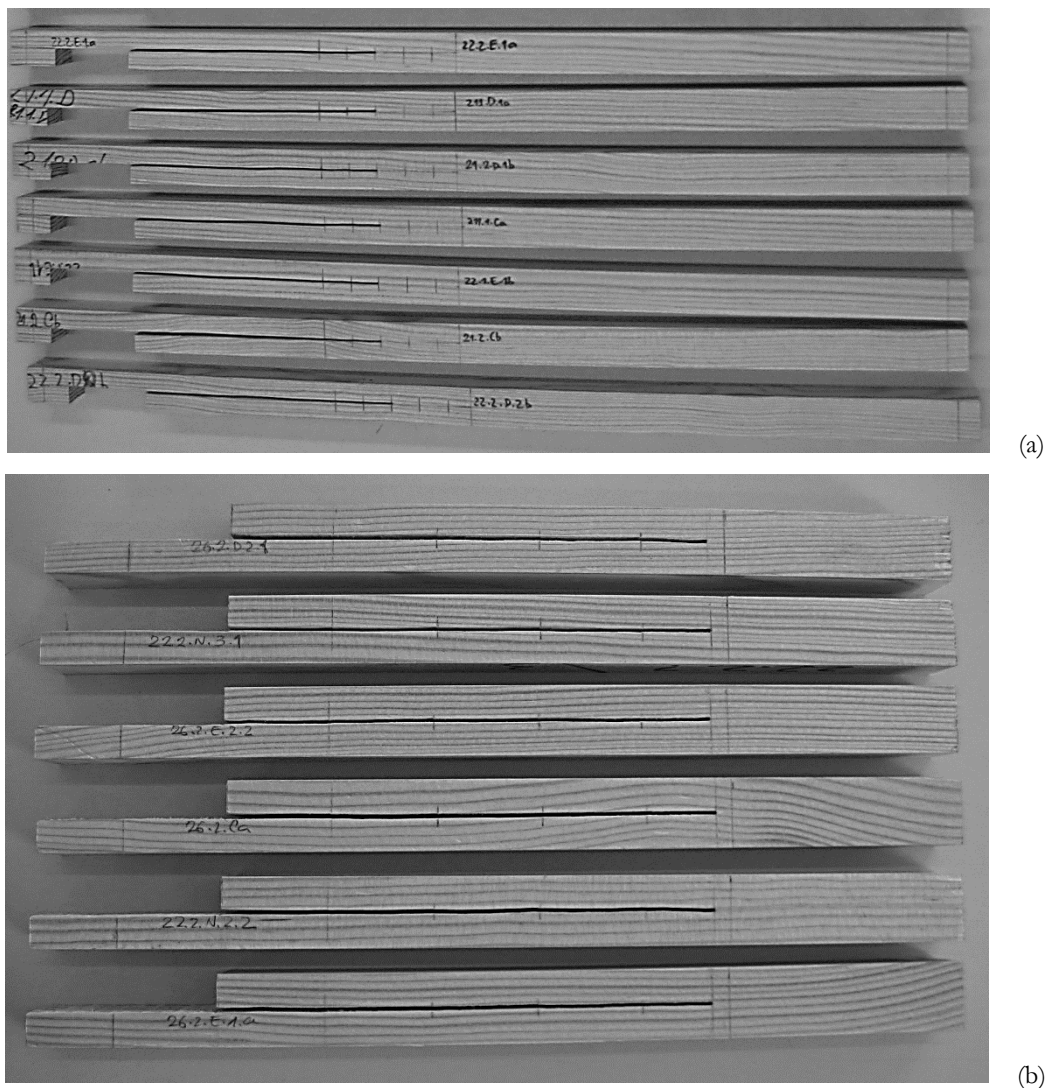
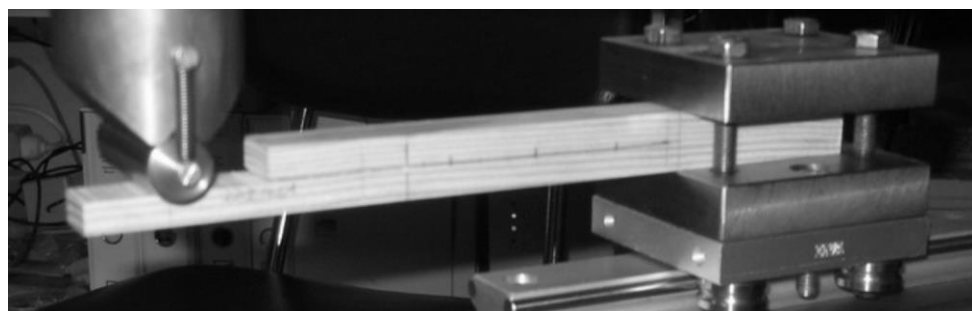


Figura 5.9. Provetes: (a) SLB e (b) ELS-MM.



(a)



(b)

Figura 5.10. Aspecto geral dos ensaios: (a) ensaio SLB e (b) ensaio ELS.

Os ensaios mecânicos foram executados numa máquina universal INSTRON 1125, com controlo do deslocamento. Todos os ensaios foram realizados à velocidade do travessão de 0.5 mm/min. A força e o deslocamento foram registados ao longo dos ensaios, com uma frequência de 5Hz, com um sistema de aquisição de dados HBM SPIDER 8. Uma preocupação central na execução dos ensaios SLB e ELS foi garantir que os apoios dos provetes (Figura 5.10) correspondessem às condições de fronteira que foram impostas nos modelos numéricos. Em particular, no ensaio ELS-MM (Figura 5.10 (b)) procurou-se garantir a uniformidade do aperto das amarras do provete, usando uma chave dinamométrica regulada para um binário de 5 N.m. Importa referir que essas amarras foram montadas numa chumaceira linear, permitindo o seu deslocamento livre na direcção longitudinal, durante o carregamento do provete (Figura 5.2).

5.6. Análise e discussão dos resultados experimentais

Na Figura 5.11 estão reunidas todas as curvas $P-\delta$ dos ensaios SLB e ELS-MM, apenas para o comprimento de fenda inicial mais baixo: $a_0=168$ mm (ensaio SLB) ou $a_0=60$ mm (ensaio ELS-MM); as curvas $P-\delta$ para os restantes comprimentos de

fenda iniciais são qualitativamente semelhantes. Na Figura 5.11 incluímos, para efeitos de comparação, as curvas $P-\delta$ obtidas na simulação numérica dos ensaios SLB e ELS utilizando os valores médios das propriedades elásticas obtidas nos ensaios experimentais. No modelo coesivo adoptou-se o critério de fractura linear assumindo para G_{Ic} e G_{IIc} os valores médios determinados pelos ensaios DCB e ENF (Tabelas 3.2 e 4.2). Chamamos a atenção para o facto das curvas $P-\delta$ experimentais exibirem o troço de descarga dos provetes, pouco depois de ultrapassada a força máxima. Tal como foi mencionado na descrição do trabalho experimental, este procedimento permitiu que o mesmo provete fosse sucessivamente ensaiado para diferentes comprimentos iniciais, começando evidentemente pelo menor comprimento de fenda inicial. Em contrapartida, esta circunstância impede uma adequada comparação no regime pós-pico (propagação auto-semelhante) entre a curva numérica e as experimentais.

A partir das curvas $P-\delta$ foi determinada a flexibilidade inicial (C_0), associada ao comprimento de fenda inicial (a_0). Com esta informação, obtivemos para cada provete a curva empírica de calibração da flexibilidade (Equação 5.34). Esta curva de calibração foi depois usada para determinar o comprimento de fenda equivalente (a_{eq}), associado a cada ponto da curva $P-\delta$, e a curva de resistência (Equação 5.35). Na Figura 5.12 exibimos dois exemplos de curvas de resistência, um para o ensaio SLB (Figura 5.12 (a)) e outro para o ensaio ELS-MM (Figura 5.12 (b)), obtidas através deste método (isto é, do método de calibração da flexibilidade, MCF).

As curvas $P-\delta$ obtidas experimentalmente constituem a única informação experimental em que assenta a identificação das curvas de resistência recorrendo ao CBBM. Na Figura 5.12 estão dois exemplos de curvas de resistência obtidas por este método, juntamente com os exemplos correspondentes que foram obtidos pelo MCF. Os dois métodos de identificação conduzem a curvas de resistência semelhantes, quer no ensaio SLB quer no ensaio ELS-MM. Mas no caso do ensaio SLB o valor médio da taxa de libertação de energia obtido pelo método CBBM (Tabela 5.5) é cerca de 24% inferior ao valor médio obtido pelo MCF; por sua vez no ensaio ELS, o valor médio da taxa de libertação de energia obtido pelo MCF é

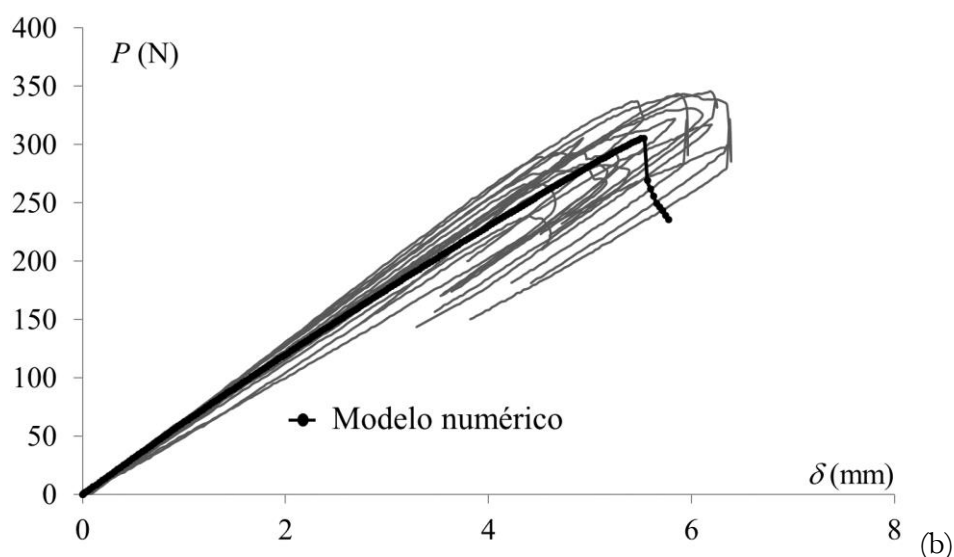
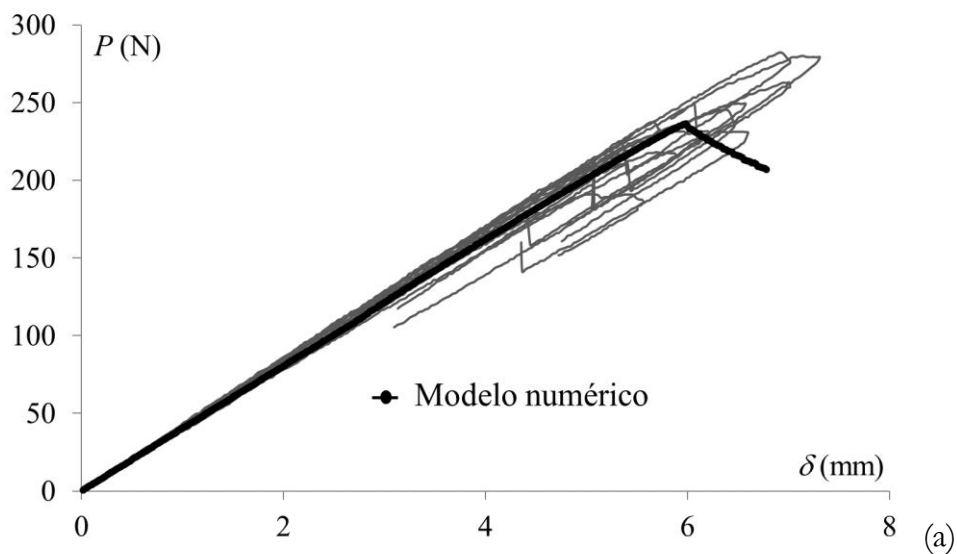


Figura 5.11. Curvas P - δ experimentais e comparação com os modelos numéricos: (a) ensaio SLB ($a_0=168$ mm); (b) ensaio ELS ($a_0=60$ mm).

5% inferior ao que foi obtido pelo método CBBM (Tabela 5.5), não sendo porém esta diferença estatisticamente significativa. Outra conclusão importante a retirar dos resultados que constam na Tabela 5.5 é que o valor crítico da taxa de liberação de energia total não depende do comprimento de fenda inicial.

Além das curvas de resistência em termos da taxa total de liberação de energia, determinamos também as respectivas componentes de modo I e de modo II, recorrendo ao método CBBM. A componente de modo I foi determinada através da

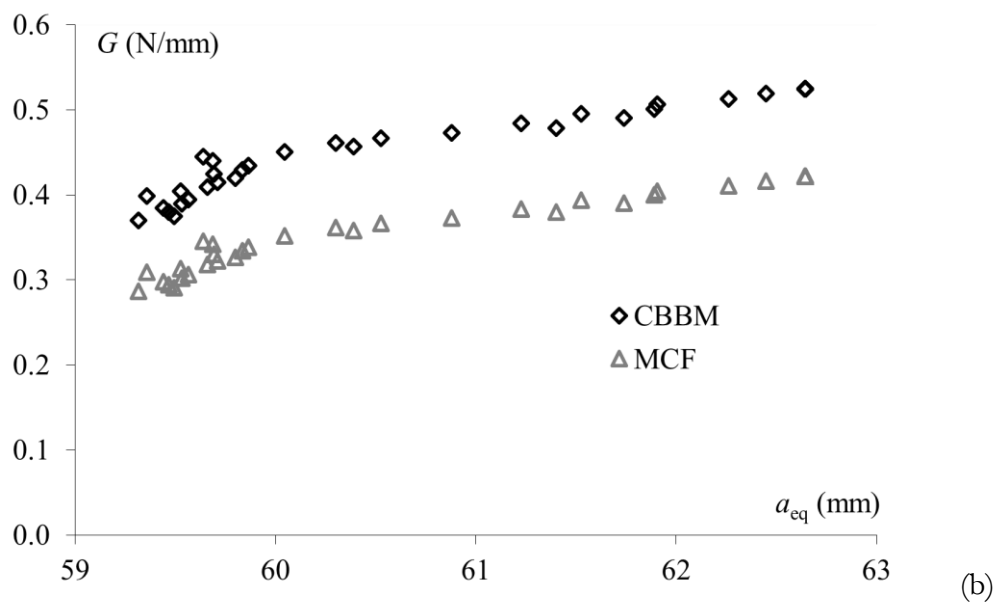
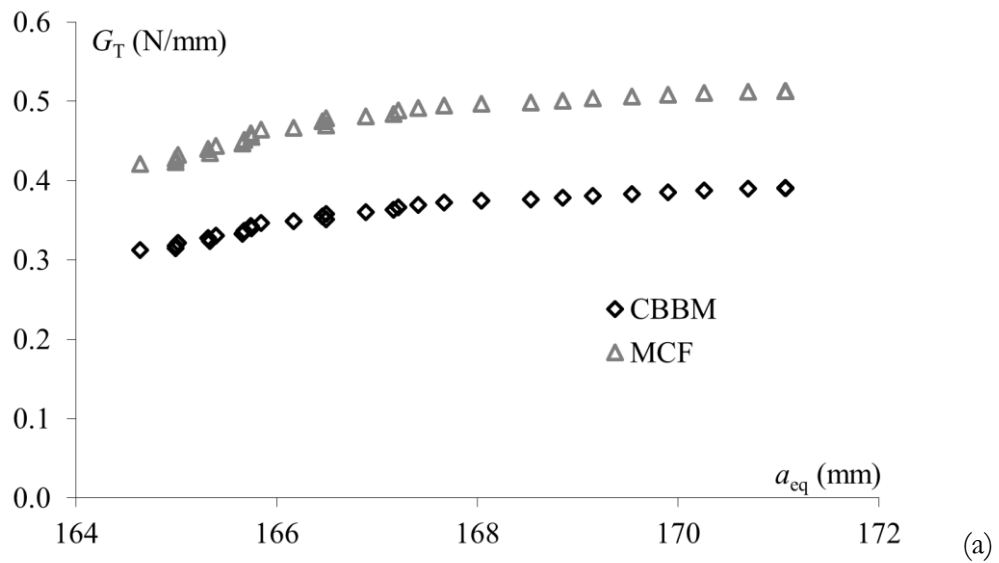


Figura 5.12. Comparação das curvas de resistência obtidas pelo MCF e pelo CBBM: (a) ensaio SLB ($a_0=168$ mm); (b) ensaio ELS ($a_0=60$ mm).

Equação 5.15 (ensaio SLB) e da Equação 5.32 (ensaio ELS-MM); a componente de modo II foi obtida através Equação 5.16 (ensaio SLB) e da Equação 5.33 (ensaio ELS-MM). Na Figura 5.13 apresentamos um exemplo característico das componentes de modo I e de modo II da curva de resistência, para ambos os

Tabela 5.5. Taxa de libertação de energia obtida pelos métodos MCF e CBBM.

		Ensaio SLB ($n=13$)		Ensaio ELS ($n=10$)		
	a_0 (mm)	G_{Tc} MCF (N/mm)	G_{Tc} CBBM (N/mm)	a_0 (mm)	G_{Tc} MCF (N/mm)	G_{Tc} CBBM (N/mm)
Média	168	0.495	0.385	60	0.345	0.404
C.V. (%)		15.6	17.2		24.2	15.0
Média	183	0.477	0.390	90	0.416	0.417
C.V. (%)		13.7	13.2		17.5	11.7
Média	198	0.485	0.388	120	0.415	0.411
C.V. (%)		22.6	17.8		29.7	14.9
Média	213	0.476	0.396	150	0.370	0.391
C.V. (%)		13.2	13.6		15.9	18.3
Média global		0.483	0.390		0.386	0.406

ensaios. Na Tabela 5.6 e na Tabela 5.7 estão condensados os resultados obtidos para os valores médios de G_I e de G_{II} , bem com para os valores das razões de modo misto (G_I/G_{II}), para os ensaios SLB e ELS-MM, respectivamente. Para qualquer um dos ensaios podemos admitir que a razão de modo misto é independente do comprimento de fenda inicial. Além disso, a razão de modo misto proporcionada pelos dois ensaios é a mesma, sendo igual à que foi estimada numericamente (Tabelas Tabela 5.2 e Tabela 5.3).

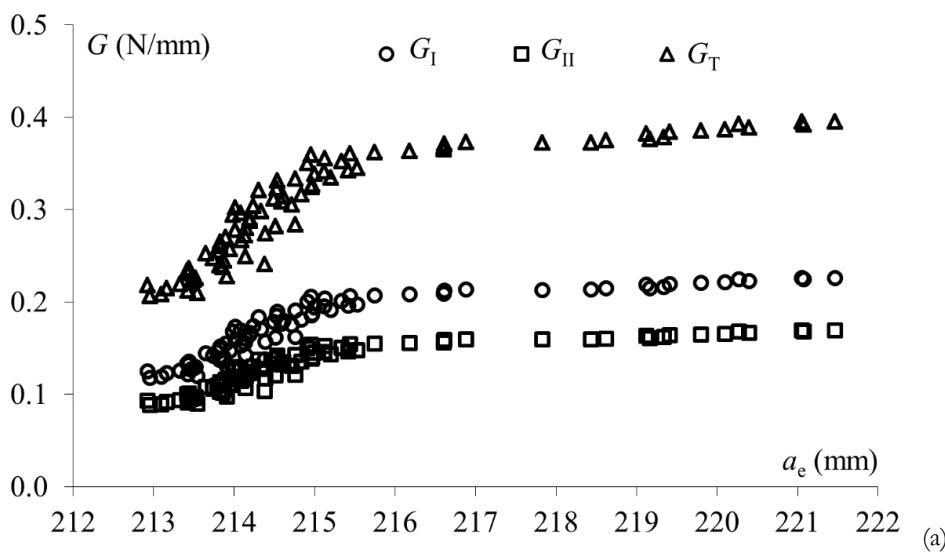


Figura 5.13. Curvas de resistência típicas, obtidas pelo CBBM: (a) ensaio SLB, com $a_0=213$ mm; (b) ensaio ELS-MM, com $a_0=90$ mm. (continua)

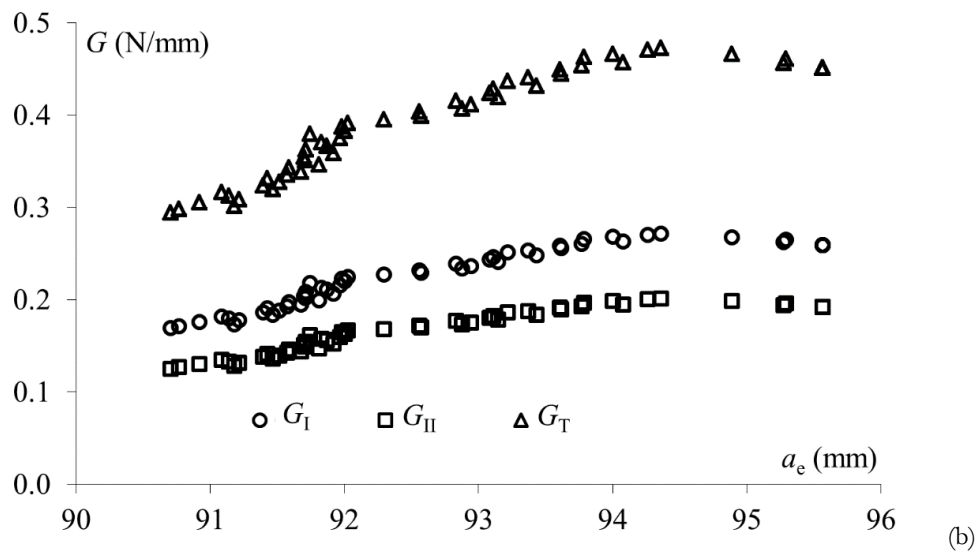


Figura 5.13. Curvas de resistência típicas, obtidas pelo CBBM: (a) ensaio SLB, com $a_0=213\text{mm}$; (b) ensaio ELS-MM, com $a_0=90\text{mm}$. (*continuação*)

Tabela 5.6. Resumo dos resultados dos ensaios SLB ($n=13$): CBBM.

a_0 (mm)		G_{Tc} (N/mm)	G_I (N/mm)	G_{II} (N/mm)	G_I/G_{II}
168	Média	0.385	0.221	0.165	1.34
	C.V. (%)	17.2			
183	Média	0.390	0.223	0.167	1.34
	C.V. (%)	13.2			
198	Média	0.388	0.222	0.166	1.34
	C.V. (%)	17.8			
213	Média	0.396	0.226	0.169	1.34
	C.V. (%)	13.6			
Média global		0.390	0.223	0.167	1.34

Tabela 5.7. Resumo dos resultados dos ensaios ELS ($n=10$): CBBM.

a_0 (mm)		G_{Tc} (N/mm)	G_I (N/mm)	G_{II} (N/mm)	G_I/G_{II}
60	Média	0.404	0.233	0.171	1.37
	C.V. (%)	15.0			
90	Média	0.417	0.240	0.177	1.35
	C.V. (%)	11.4			
120	Média	0.411	0.236	0.175	1.34
	C.V. (%)	14.8			
150	Média	0.391	0.224	0.167	1.34
	C.V. (%)	18.3			
Média global		0.406	0.233	0.173	1.35

Os valores médios de G_I e de G_{II} , obtidos quer pelo ensaio SLB quer pelo ensaio ELS-MM, foram representados no plano G_I - G_{II} , em conjunto com os resultados experimentais das taxas críticas de libertação de energia dos modos puros (Capítulos 3 e 4). Como se pode observar, o critério linear de propagação,

$$\frac{G_I}{G_{Ic}} + \frac{G_{II}}{G_{IIc}} = 1 \quad 5.36$$

parece ser adequado para descrever o comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* em modo misto I+II. Contudo, esta conclusão é provisória, dado que se baseia apenas numa razão de modo misto. Este assunto será retomado no próximo capítulo, dedicado ao ensaio MMB (*Mixed-mode Bending*).

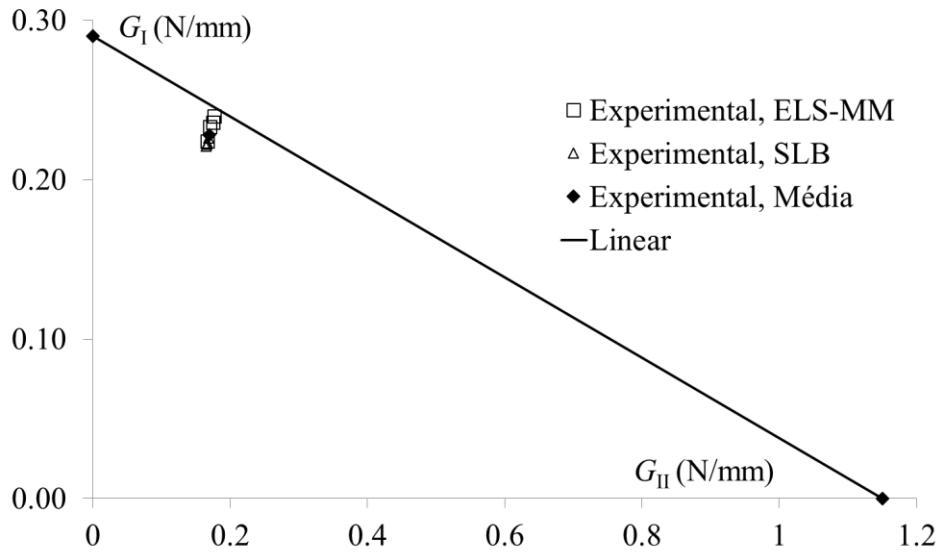


Figura 5.14. Critério de fratura para a madeira *Pinus pinaster*.

5.7. Conclusões

Neste capítulo foi estudada a aplicação dos ensaios SLB (*Single Leg Bending*) e ELS-MM (*End Loaded Split – Mixed Mode*) na caracterização do comportamento à fratura em modo misto I+II da madeira de *Pinus pinaster*. O objectivo principal desse estudo foi examinar a validade do CBBM (*Compliance Based Beam Method*) para a identificação das curvas de resistência, incluindo não só a taxa total de libertação de energia mas também as componentes de modo I e de modo II. Para o efeito, os referidos ensaios foram inicialmente simulados por elementos finitos e os resultados (curvas $P-\delta$) foram processados de acordo com três métodos distintos de identificação da curva de resistência: MCF (*Método de Calibração da Flexibilidade*), método de Szekrényes e Uj (2004) e o CBBM. Depois disso, foram realizados ensaios experimentais, tendo as curvas de resistência sido determinadas de acordo com o MCF e o CBBM.

Os resultados obtidos, quer na simulação numérica quer no trabalho experimental, demonstram que o CBBM é um método adequado para a identificação das curvas de resistência em modo misto I+II a partir dos ensaios SLB e ELS. Quando comparado com os métodos baseados na calibração experimental da flexibilidade, o

CBBM tem a vantagem de envolver um trabalho experimental significativamente mais reduzido.

Além da validação do CBBM, o trabalho efectuado permite-nos concluir que a razão de modo misto dos ensaios SLB e ELS é a mesma ($G_I/G_{II}=1.34$, para o ensaio SLB e $G_I/G_{II}=1.35$, para o ensaio ELS) e é independente do comprimento de fenda inicial. No entanto o ensaio SLB, que é um ensaio de flexão em três pontos, apresenta a vantagem de ser mais simples de executar.

Por último, os resultados obtidos neste trabalho sugerem que o critério linear de propagação é adequado para descrever o comportamento à fractura em modo misto I+II da madeira de *Pinus pinaster*. Mas esta conclusão terá que ser objecto de confirmação posterior, através de ensaios de fractura para diferentes razões de modo misto.

Capítulo 6. Modo misto I+II: ensaio MMB

6.1. Introdução

Neste capítulo é descrito o trabalho que foi efectuado com vista à caracterização do comportamento à fractura em modo misto I+II da madeira de *Pinus pinaster* recorrendo ao ensaio MMB (*Mixed-Mode Bending*). Depois de uma breve descrição do ensaio MMB, apresentamos a metodologia usada no tratamento dos resultados e o trabalho de simulação por elementos finitos, que foi realizado com o objectivo de examinar a viabilidade da aplicação desse ensaio na identificação das curvas de resistência da madeira em modo-misto, no sistema de propagação RL. Relativamente ao trabalho experimental apresenta-se o dispositivo que foi desenvolvido para o ensaio MMB e, posteriormente, apresentamos e discutimos os resultados obtidos, quer na identificação das curvas de resistência, quer na identificação das leis coesivas, através de um método directo proposto por Högberg (2006).

6.2. O ensaio MMB

O ensaio MMB (*Mixed-Mode Bending*) foi inicialmente proposto por Crews e Reeder (Crews e Reeder 1988; Reeder e Crews 1990) para caracterizar o comportamento à fractura em modo misto I+II de materiais compósitos de matriz polimérica reforçada com fibras, estando representado esquematicamente na Figura 6.1. Posteriormente, Reeder e Crews (Reeder e Crews 1992) alteraram o dispositivo original por forma a reduzir os erros de não linearidade geométrica do ensaio. Mais tarde, Chen et al (Chen et al. 1999) introduziram outra modificação do dispositivo de solicitação a fim de reduzir o efeito do peso do braço de solicitação, da sela e da forqueta móvel (Figura 6.1b) na medição da tenacidade. Porém, importa realçar que a modificação proposta por Chen *et al* não elimina de todo o referido efeito (Pereira e de Moraes 2006). O ensaio MMB está actualmente normalizado para os compósitos unidireccionais

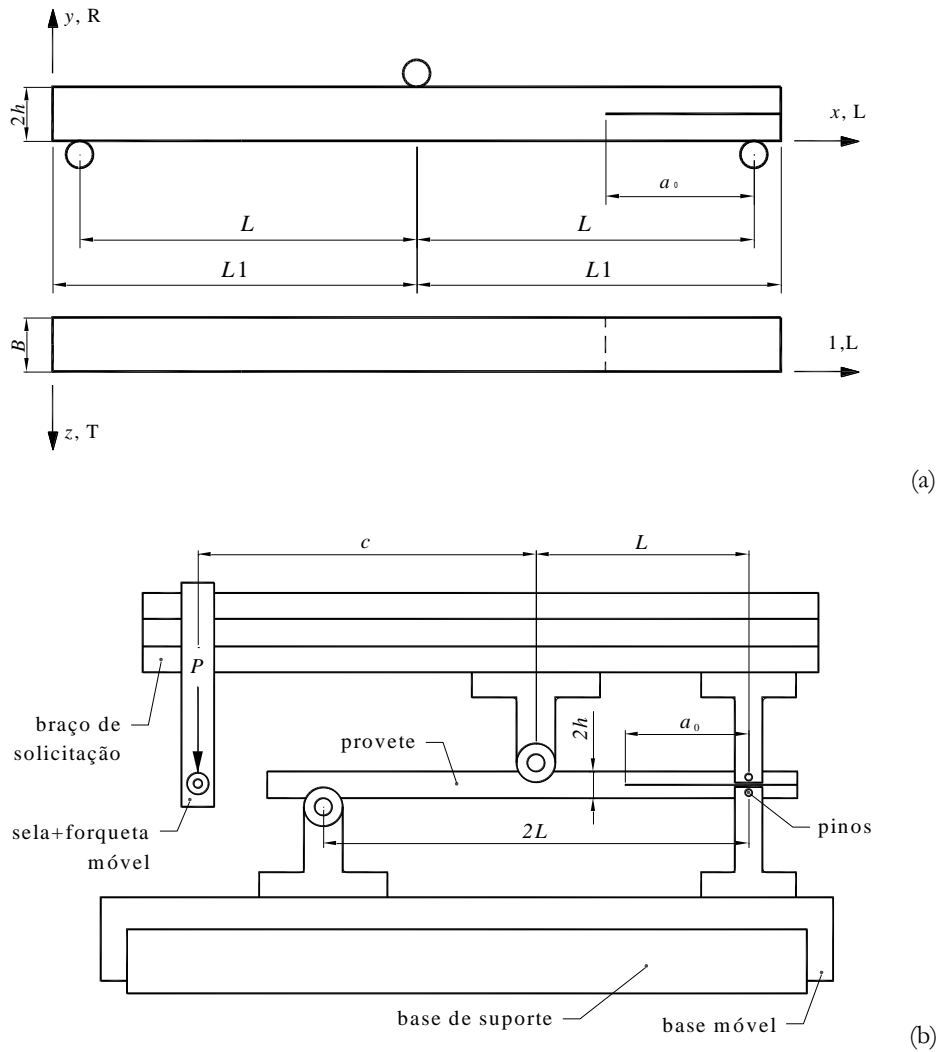


Figura 6.1. Ensaio MMB: (a) geometria do provete; (b) esquema do dispositivo de carregamento.

(ASTM D30 Committee 2001) e tem como principal vantagem, relativamente a outros ensaios de modo misto I+II, a capacidade de aceder a uma ampla gama de razões de modo misto, simplesmente variando o comprimento c do braço de solicitação (Figura 6.1).

O ensaio MMB pode ser visto como uma sobreposição dos ensaios DCB (*Double Cantilever Beam*) e ENF (*End Notched Flexure*), conforme está ilustrado na Figura 6.2. De facto, uma análise estática simples permite concluir que a solicitação aplicada (P) pode ser assim decomposta numa solicitação de modo I (P_I) e numa solicitação de modo II (P_{II}):

$$P_I = \left(\frac{3c - L}{4L} \right) P \quad 6.1$$

e

$$P_{II} = \left(\frac{c + L}{L} \right) P \quad 6.2$$

Por consequência, a energia total de fractura pode também ser decomposta numa parcela de modo I (G_I) e numa parcela de modo II (G_{II}). A partir da teoria de vigas elementar obtêm-se as seguintes expressões para a taxa de libertação de energia para os modos I e II (Reeder e Crews 1990):

$$G_I = \frac{12 a^2 P_I^2}{B^2 h^3 E_L} \quad 6.3$$

$$G_{II} = \frac{9 a^2 P_{II}^2}{16 B^2 h^3 E_L} \quad 6.4$$

A razão de modo-misto pode ser obtida usando as equações 6.3 e 6.4:

$$\frac{G_I}{G_{II}} = \frac{4}{3} \left(\frac{3c - L}{c + L} \right)^2 \quad 6.5$$

Podemos ver pela equação 6.5 que a razão G_I/G_{II} é só função da distância c , sendo apenas válida quando $c \geq L/3$ (Reeder e Crews 1990). Contudo os efeitos da rotação na frente de fenda (que é particularmente significativa em modo I) e a deformação de corte nos dois modos não são considerados na equação 6.5. Para ultrapassar estas limitações podem ser usadas as correcções do comprimento de fenda que foram propostas para os ensaios DCB e ENF. Para o ensaio DCB Williams (Williams 1989) propôs

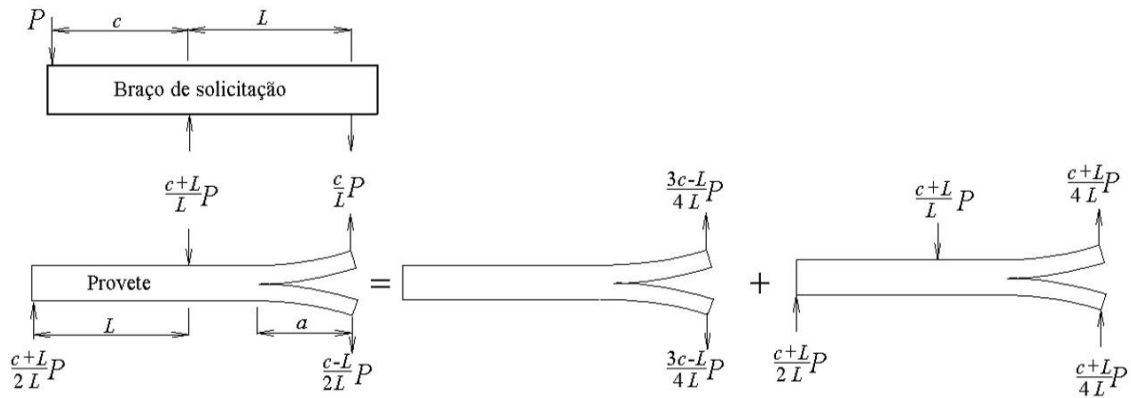


Figura 6.2. Análise de sobreposição de cargas para o provete MMB.

$$G_I^{ww} = \frac{12(a + h|A_1|)^2 P_I^2}{B^2 h^3 E_L}, \quad (6.6)$$

onde o termo de correcção A_1 é

$$A_1 = \sqrt{\frac{E_L}{11 G_{LR}} \left[3 - 2 \left(\frac{\Gamma}{1 + \Gamma} \right) \right]^2}, \quad \text{com } \Gamma = 1.18 \frac{\sqrt{E_L E_T}}{G_{LR}}. \quad (6.7)$$

Para o ensaio ENF, Wang e Williams (Wang e Williams 1992) sugeriram a seguinte expressão:

$$G_{II}^{ww} = \frac{9(a + 0.42|A_1|h)^2 P_{II}^2}{16 B^2 h^3 E_L} \quad (6.8)$$

Assim, a correcção para c pode ser obtida por

$$\frac{G_I^{ww}}{G_{II}^{ww}} = \frac{4}{3} \left(\frac{3c - L}{c + L} \right)^2 \left(\frac{a + hA_1}{a + 0.42 A_1 h} \right)^2 \quad (6.9)$$

Como vimos nos parágrafos anteriores, os métodos habitualmente usados para obter as taxas de libertação de energia a partir de dados experimentais são baseados na teoria de vigas e incluem correcções para o comprimento da fenda (Liu et al. 2000; Reeder e Crews 1990). Porém, estes métodos dependem da medição do comprimento de fenda durante a propagação, o que por vezes é uma operação complexa. De facto, em problemas onde predomina o modo II, a propagação instável ou a dificuldade de identificação da frente de fenda (como é o caso da madeira) são factores que impedem uma rigorosa medição do comprimento de fenda durante a propagação. Assim, apresenta-se aqui um novo método de tratamento de resultados que se baseia na flexibilidade do provete para cada modo de propagação.

Consideremos a partição de modos expressa nas equações 6.1 e 6.2. Para o modo I, a energia de deformação devida à flexão dos braços, considerando o efeito do corte, é:

$$U = 2 \left[\int_0^a \frac{M_f^2}{2E_L I} dx + \int_0^a \int_{-h/2}^{h/2} \frac{\tau^2}{2G_{LR}} B dy dx \right] \quad 6.10$$

onde M_f é o momento flector, I é o momento de segunda ordem da secção transversal em relação ao eixo neutro e

$$\tau = \frac{3V}{2A} \left(1 - \frac{y^2}{b^2} \right) \quad 6.11$$

Nesta última equação, A é a área da secção de cada braço do provete ($0 \leq x \leq a$), b é metade da altura da viga e V é o esforço transversal em cada braço. Usando o teorema de Castigliano, chegamos à seguinte expressão para a flexibilidade em modo I (C_I)

$$C_I = \frac{\delta_I}{P_I} = \frac{8a^3}{E_L B h^3} + \frac{12a}{5BhG_{LR}} \quad 6.12$$

sendo δ_1 o deslocamento de modo I, medido na direcção da força aplicada no apoio direito do provete (ver Figura 6.1). Esta equação é uma abordagem baseada na teoria de vigas, não contemplando o efeito sobre a flexibilidade da concentração de tensões na extremidade da fenda ou a rotação das secções dos braços do provete na extremidade da fenda. Para incluir estes efeitos, podemos usar um módulo de flexão corrigido (E_{f1}) no lugar do módulo E_L . O módulo de flexão corrigido determina-se a partir da equação 6.12 usando a flexibilidade inicial (C_{0I}), considerando a correcção do comprimento da fenda inicial que foi proposta por Wang e Williams (equações 6.6 e 6.7):

$$E_{f1} = \left(C_0 - \frac{12(a_0 + h|\Delta_1|)}{5BhG_{LR}} \right)^{-1} \frac{8(a_0 + h|\Delta_1|)^3}{Bh^3} \quad 6.13$$

Por outro lado, na aplicação da equação 6.12 durante a propagação devemos considerar ainda, no lugar do comprimento de fenda a , um comprimento de fenda equivalente em modo I (a_{eqI}), por forma a envolver a zona de processo de fractura na extremidade da fenda. De facto, trabalhos anteriores (de Moura et al. 2006) mostraram que este efeito não é negligenciável durante a propagação. Em resumo, substituindo E_L por E_f na equação 6.12 e considerando a flexibilidade actual do provete durante a propagação (C), chegamos à seguinte equação, tendo como incógnita o comprimento de fenda equivalente:

$$\alpha a_{eqI}^3 + \beta a_{eqI} + \gamma = 0 \quad 6.14$$

sendo os coeficientes α , β e γ dados respectivamente por

$$\alpha = \frac{8}{Bh^3 E_{f1}}; \quad \beta = \frac{12}{5BhG_{LR}}; \quad \gamma = -C_I \quad 6.15$$

A solução desta equação é o valor de a_{eql} associado à flexibilidade actual C :

$$a_{\text{eql}} = \frac{1}{6\alpha} A - \frac{2\beta}{A}, \quad 6.16$$

com

$$A = \left(\left(-108\gamma + 12 \sqrt{3 \left(\frac{4\beta^3 + 27\gamma^2\alpha}{\alpha} \right)} \right) \alpha^2 \right)^{\frac{1}{3}} \quad 6.17$$

O comprimento de fenda equivalente, assim determinado, é o comprimento de fenda inicial que o provete deveria ter para que a sua resposta elástica (isto é, sem ZPF e sem propagação da fenda inicial) fosse caracterizada pela flexibilidade C . Esse comprimento de fenda equivalente reflecte o contributo do comprimento de fenda actual (a), da rotação dos braços superior e inferior do provete na secção da extremidade da fenda (a_{rot}), e da zona de processo de fractura (a_{ZPF}).

$$a_{\text{eql}} = a + \Delta a_{\text{rot, I}} + \Delta a_{\text{ZPF, I}} \quad 6.18$$

A taxa de libertação total de energia em modo I resulta da equação 6.12 e da equação de Irwin-Kies (3.1), mais uma vez substituindo E_L por E_{fl} e a por a_{eql} :

$$G_I = \frac{12 a_{\text{eql}}^2 P_I^2}{B^2 h^3 E_{\text{fl}}} \quad 6.19$$

A componente de modo II da taxa de libertação de energia pode ser obtida procedendo de forma semelhante ao que foi feito para o modo I. Neste caso, a equação da flexibilidade (C_{II}) é dada pela seguinte expressão (de Moura et al. 2006):

$$C_{II} = \frac{\delta_{II}}{P_{II}} = \frac{3a^3 + 2L^3}{12 E_L I} + \frac{3L}{5G_{LR} Bh} \quad 6.20$$

sendo $\delta_{II} = \delta_C + \delta_I/4$ e sendo δ_C o deslocamento do provete a meio vão (ver Figura 6.1). O módulo de flexão corrigido (E_{III}) pode ser calculado usando a flexibilidade inicial C_{0II} (isto é a flexibilidade para o comprimento de fenda inicial a_0), da seguinte forma:

$$E_{III} = \frac{3a_0^3 + 2L^3}{12 I} \left(C_{0II} - \frac{3L}{5G_{LR} Bh} \right)^{-1} \quad 6.21$$

Durante a propagação, o efeito da zona de processo de fractura é acautelado considerando a flexibilidade corrente do provete (C_{II}) e o comprimento de fenda equivalente (a_{eqII}). Combinando as equações 6.20 e 6.21 temos (de Moura et al. 2006):

$$a_{eqII} = a + \Delta a_{ZPF} = \left[\frac{C_{II\text{corr}}}{C_{0II\text{corr}}} a_0^3 + \frac{2}{3} \left(\frac{C_{II\text{corr}}}{C_{0II\text{corr}}} - 1 \right) L^3 \right]^{1/3}, \quad 6.22$$

com $C_{II\text{corr}}$ dado por

$$C_{II\text{corr}} = C_{II} - \frac{3L}{5G_{LR} Bh}. \quad 6.23$$

Finalmente, a taxa de libertação de energia em modo II é determinada através da seguinte expressão:

$$G_{II} = \frac{9P_{II}^2 a_{eqII}^2}{16 B^2 E_{III} h^3} \quad 6.24$$

O método que acabamos de apresentar permite a identificação das curvas de resistência (unicamente a partir da curva $P-\delta$), sem que seja necessário medir o comprimento da fenda durante a propagação. Por esta razão, é designado por método de calibração da flexibilidade baseado na teoria de vigas (CBBM, *Compliance Based Beam*

Method). A grande vantagem deste método é a contabilização da dissipação de energia resultante da formação e desenvolvimento da zona de processo de fractura (ZPF), que de forma nenhuma é contabilizada pelo comprimento de fenda actual. Uma outra vantagem do método CBBM que também importa salientar é o facto de não requerer a realização de ensaios prévios para a determinação das propriedades elásticas de cada provete, na medida em que a flexibilidade inicial é usada para obter o módulo de flexão. Trata-se de uma vantagem significativa em materiais como a madeira, onde a variabilidade das propriedades elásticas é acentuada.

6.3. Simulação por elementos finitos do ensaio MMB

A geometria dos provetes usados nos ensaios MMB (*Mixed-Mode Bending*) está representada na figura 6.1(a) e o esquema do ensaio está representado na figura 6.1(b). As dimensões empregues no modelo de elementos finitos do ensaio MMB são as dimensões nominais dos provetes dos ensaios experimentais: $2b=20$ mm, $L=230$ mm, $L_1=250$ mm, $B=20$ mm e $a_0=162$ mm. Estas dimensões foram escolhidas com base em trabalhos anteriores da caracterização do comportamento à fractura da madeira em modo II (de Moura et al. 2006; Silva, et al. 2006).

Foi elaborado um modelo numérico tridimensional (3D), no qual foram incluídos elementos finitos de interface e um modelo de dano progressivo baseado no uso indirecto da Mecânica da Fractura (de Moura et al. 1997; Gonçalves et al. 2000; Oliveira et al. 2007). O modelo 3D de elementos finitos é constituído por 45136 elementos sólidos tridimensionais de oito nós, da biblioteca de elementos do *software* ABAQUS®, e por 6102 elementos finitos de interface de oito nós (Figura 6.3). Os elementos finitos de interface foram colocados a meio da altura (b) do provete e na região sem pré-fenda (detalhe 1 da Figura 6.3). As propriedades atribuídas aos elementos sólidos e aos elementos de interface são as que constam na Tabela 6.1. Os elementos de suporte e de solicitação foram simulados como corpos rígidos, tendo sido consideradas superfícies de contacto entre eles e o provete. A alavanca do dispositivo MMB foi simulada por uma barra rígida que liga os três elementos superiores de solicitação (Figura 6.3).

Tabela 6.1. Propriedades da madeira de *Pinus pinaster* (de Moura et al. 2009).

E_L (GPa)	E_R (GPa)	ν_{LR}	G_{LR} (GPa)	$\sigma_{u,R}$ (MPa)	$\tau_{u,LR}$ (MPa)	G_{Ic} (N/mm)	G_{IIc} (N/mm)
12.56	1.91	0.47	1.12	7.93	16.0	0.264	0.9

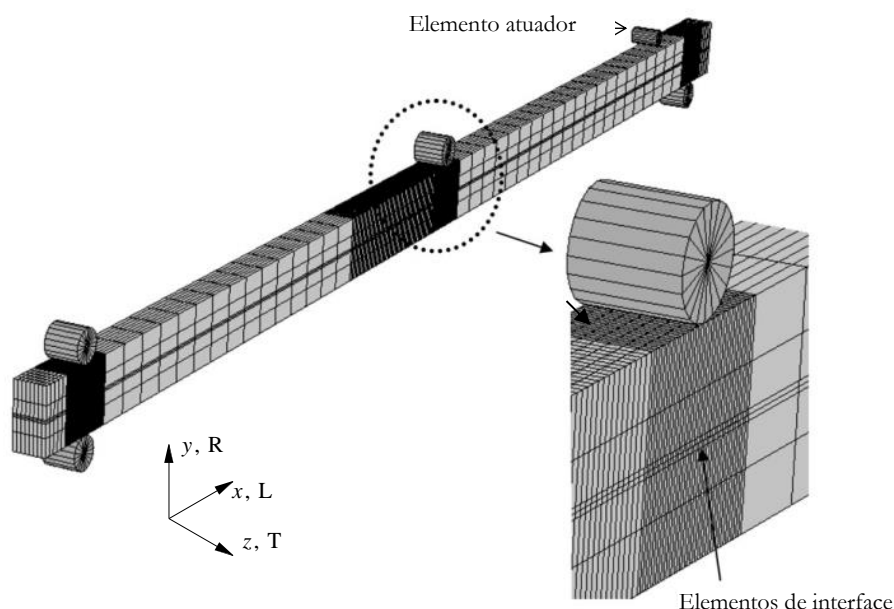


Figura 6.3. Malha do modelo de elementos finitos tridimensional.

A análise por elementos finitos foi efectuada considerando um comportamento não linear geométrico. Um deslocamento total $\delta_{total}=10$ mm foi aplicado no elemento atuador (Figura 6.3) de forma incremental, tendo-se tomado um incremento igual a 0.2% do valor do deslocamento total, a fim de garantir uma propagação estável.

Foi efectuada um estudo preliminar recorrendo a uma adaptação do método VCCT (Rybicki e Kanninen 1977), com o intuito de avaliar a existência de modos espúrios de propagação (modo III) e de analisar a distribuição das taxas de libertação de energia ao longo da frente da fenda. Nesta técnica, as tensões e os deslocamentos nodais dos elementos finitos de interface são utilizados na obtenção das taxas de libertação de energia (G_i , $i=I, II$ e III):

$$\begin{aligned}
G_{\text{I}} &= \frac{\sigma_{j3}(w_{kt} - w_{kb})}{2} \\
G_{\text{II}} &= \frac{\tau_{j31}(u_{kt} - u_{kb})}{2}, \\
G_{\text{III}} &= \frac{\tau_{j32}(v_{kt} - v_{kb})}{2}
\end{aligned}
\tag{6.25}$$

Nestas equações σ_{j3} , τ_{j31} e τ_{j32} representam as tensões nodais na frente de fenda (Figura 6.4). Por sua vez, u_{kt} , v_{kt} e w_{kt} são os deslocamentos nodais localizados na face superior imediatamente antes da extremidade da fenda (nós kt , na Figura 6.4), enquanto u_{kb} , v_{kb} e w_{kb} são os deslocamentos nodais homólogos da face inferior (nós kb , na Figura 6.4). A principal vantagem desta técnica reside no facto das distribuições de G_i poderem ser obtidas no primeiro incremento do deslocamento aplicado, desde que a malha seja suficientemente refinada e que a propagação da fenda seja auto-semelhante. Posteriormente foi efectuada uma simulação com propagação da fenda inicial. Os resultados de $P-\delta-a$ fornecidos pela simulação foram utilizados para estimar G_{I} e G_{II} recorrendo à teoria de vigas (6.5) e à teoria de vigas corrigida (6.9). Estes métodos foram validados por comparação com o valor da razão modo I/modo II que foi introduzido no modelo de elementos finitos (neste caso, $G_{\text{I}}/G_{\text{II}}=1$).

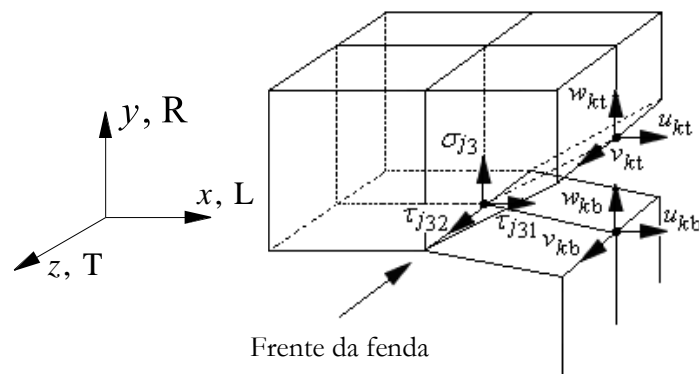


Figura 6.4. Esquema de localização dos nós locais, utilizado para aplicação do método VCCT.

Na Figura 6.5 apresentam-se os perfis de G_i ($i=I, II, III$) ao longo da frente da fenda, normalizados pela taxa de libertação de energia total (G_T), que foram obtidos através do método VCCT. Podemos concluir que, em ambos os casos (ν determinado pela teoria de vigas e pela teoria de vigas corrigida de Wang e Williams, considerando $G_I/G_{II}=1$), existe uma extensa zona central em que G_i ($i=I, II$) é constante, registando-se, porém, variações importantes nos bordos do provete. Nos bordos do provete, a componente de modo III é cerca de 6% de G_T , sendo a sua média ao longo da largura do provete cerca de 1% de G_T . Apesar da distribuição não-uniforme das taxas de libertação de energia, a frente de fenda é rectilínea, não tendo sido observada qualquer diferença no comprimento de fenda entre os bordos e o centro do provete.

Às distribuições numéricas de G_i ($i=I, II$) ao longo da frente da fenda (Figura 6.5) foram ajustados (pelo método dos mínimos quadrados) polinómios de grau oito para calcular, por integração, o valor resultante das componentes de modo I e de modo II da taxa de libertação de energia. Conforme podemos constatar pelos resultados que constam na Tabela 6.2, a teoria de vigas corrigida de Wang e Williams permite recuperar com mais exactidão a razão de modo-misto que foi introduzida no modelo de elementos finitos.

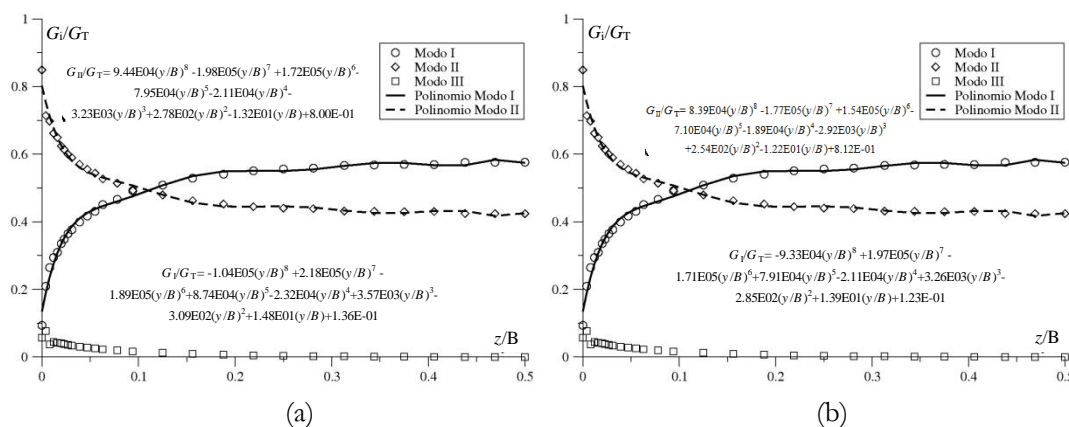


Figura 6.5. Perfil de distribuição da taxa de libertação de energia G_i normalizada relativamente a $G_T = G_I + G_{II} + G_{III}$ na frente de fenda para o provete MMB: (a) considerando a teoria de vigas ($\nu=201.12$), (b) considerando a teoria corrigida de Wang e Williams ($\nu=192.94$).

Tabela 6.2. Valores de ϵ considerando a teoria de vigas e a teoria corrigida de Wang e Williams.

	ϵ (mm)	G_I/G_{II}
Teoria de vigas	201.12	1.122
Wang & Williams	192.94	0.999

Foi também desenvolvido um modelo bidimensional de elementos finitos do ensaio MMB (Figura 6.6) por forma a reduzir o tempo de análise computacional. Na Figura 6.7 está ilustrada a deformada do provete MMB durante a propagação. Como se pode observar na Figura 6.8, as curvas P - δ obtidas com o modelo 2D e com o modelo 3D são praticamente coincidentes, considerando a razão de modo misto $G_I/G_{II}=1$.

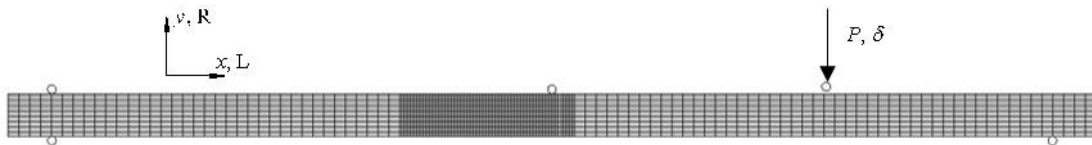


Figura 6.6. Malha do modelo de elementos finitos bidimensional do ensaio MMB.

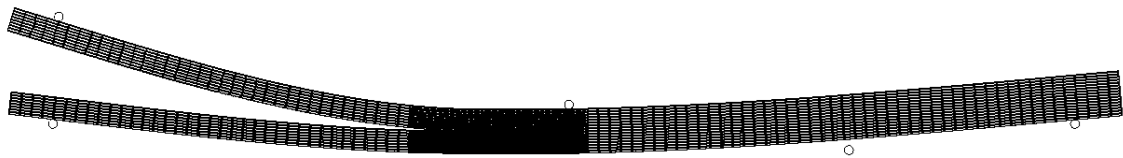


Figura 6.7. Deformada do modelo de elementos finitos bidimensional do provete MMB, durante a propagação ($G_I/G_{II}=1$).

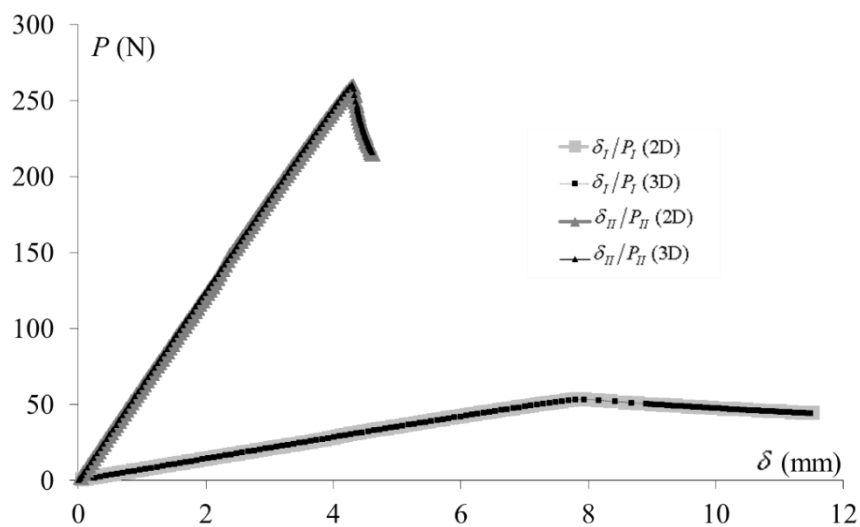


Figura 6.8. Comparação entre as curvas P_I - δ_I e P_{II} - δ_{II} dos modelos 2D e 3D ($G_I/G_{II}=1$).

Para reforçar a adequação do modelo numérico 2D do ensaio MMB, foram ainda comparadas as componentes de modo I e de modo II das curvas de resistência (curvas G_I versus a), obtidas pelo método CBBM, com as componentes respectivas determinadas pelo modelo 3D, considerando mais uma vez a razão de modo misto $G_I/G_{II}=1$ (Figura 6.9). Como se pode constatar a partir da Figura 6.9, os dois modelos de elementos finitos conduzem praticamente aos mesmos resultados. Por esta razão, daqui em diante iremos apenas utilizar o modelo numérico bidimensional do ensaio MMB.

Finalmente, para avaliar a validade do método CBBM, foram simuladas oito razões de modo-misto, entre $G_I/G_{II}=0.25$ e $G_I/G_{II}=4$ (Tabela 6.3). O comprimento c da alavanca, para cada uma dessas razões de modo misto, foi determinado pelo método de Wang e Williams (Equação 6.9) encontrando-se os resultados reunidos na Tabela 6.3. Os resultados do ensaio MMB numérico (isto é, os valores de $P-\delta-a$ durante a propagação) serviram para determinar as razões G_I/G_{II} , através do método CBBM (6.21 e 6.24). Na Tabela 6.3 estão reunidos os valores médios de G_I/G_{II} que foram obtidos deste modo durante a propagação (cerca de 50mm de extensão da fenda inicial), bem como o seu coeficiente de variação com respeito ao valor que foi introduzido no modelo numérico (referência). Os mesmos resultados podem ser apreciados na Figura 6.10, onde se representa a variação, durante a propagação, da razão G_I/G_{II} determinada pelo método CBBM. Por último, constatamos ainda que os valores obtidos para G_I e G_{II} , pelo método CBBM, satisfazem o critério linear que foi considerado no modelo numérico. Pela análise dos resultados globais apresentados na Figura 6.10 e na Tabela 6.3 podemos concluir que a geometria proposta para o provete MMB e o método de tratamento de resultados (CBBM) são adequados para a caracterização do comportamento à fractura da madeira em modo misto I+II, no sistema de propagação RL.

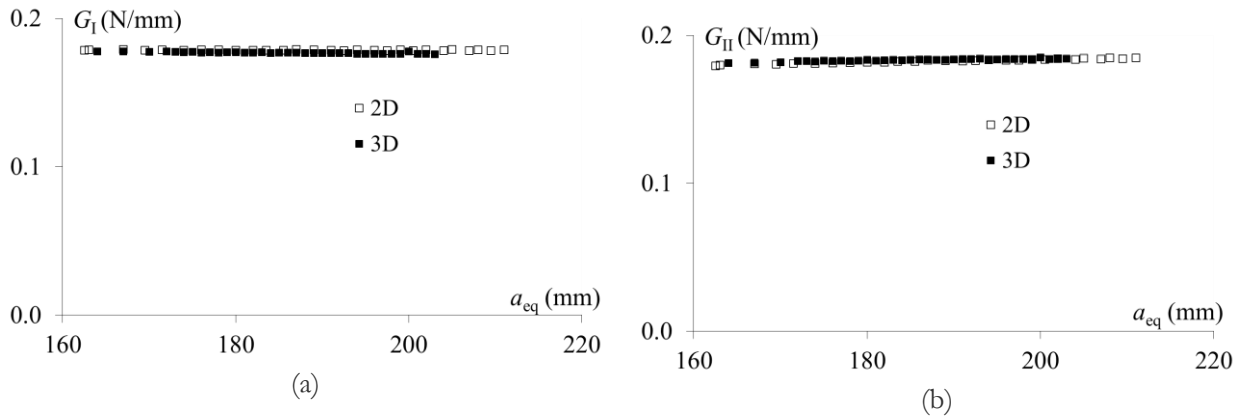


Figura 6.9. Comparação entre os modelos 2D e 3D do ensaio MMB, para uma razão $G_I/G_{II}=1$: (a) G_I e (b) G_{II} , estimados pelo método CBBM (*Compliance-Based Beam Method*).

Tabela 6.3. Razões de modo misto I+II e critério de propagação linear, para cerca de 50 mm de propagação de fenda (método CBBM).

Referência	G_I/G_{II}		$G_I/G_{Ic} + G_{II}/G_{IIc}$	
	Média	C.V. (%)	Média	C.V. (%)
0.25	0.242	0.83	1.039	0.67
0.5	0.483	0.62	1.03	0.58
0.75	0.727	0.69	1.022	0.29
1	0.972	0.82	1.023	0.29
1.25	1.219	0.90	1.021	0.29
2	1.963	0.97	1.004	0.10
3	2.968	0.98	0.998	0.10
4	3.964	1.19	0.999	0.10

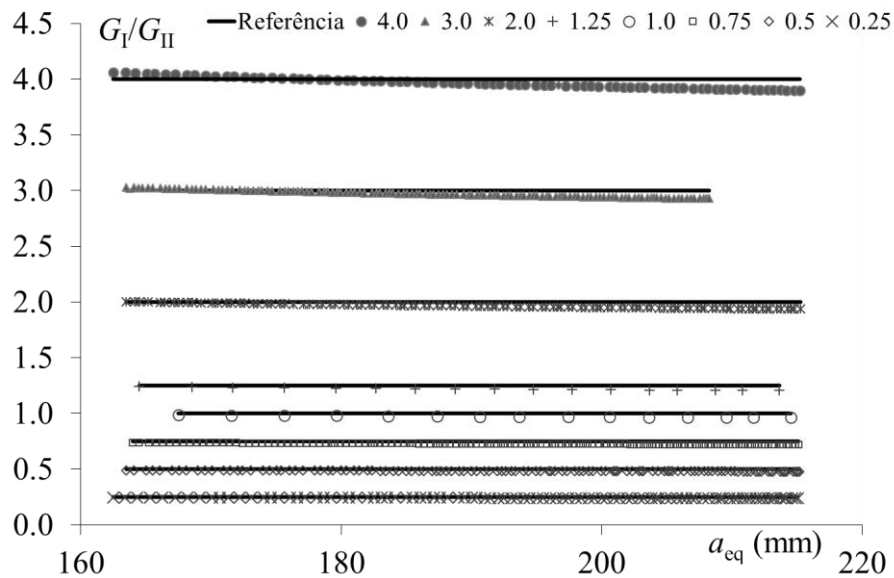


Figura 6.10. Comparação das razões de modo-misto I/II introduzidas no modelo numérico 2D (referência) e as razões recuperadas (símbolos), durante a propagação ($\Delta a=50$ mm).

6.4. Trabalho experimental

Os provetes para os ensaios MMB (*Mixed Mode Bending*) foram extraídos de uma árvore da espécie *Pinus pinaster*, proveniente dum povoamento situado no concelho de Viseu. A amostragem dos provetes foi efectuada de modo a minimizar a variabilidade do material. A madeira foi seca artificialmente (em estufa) e foi estabilizada, durante aproximadamente quatro semanas, nas condições higrotérmicas em vigor no laboratório onde foram executados os ensaios mecânicos: temperatura entre 20 e 25°C, e humidade relativa entre 60 e 65%. Nesta fase foi determinada a massa volúmica média da madeira, para um teor de humidade de 12.3%: 643kg/m³.

Devido à concepção e projecto das estruturas em madeira, os sistemas de propagação RL e TL são os que, com mais frequência, apresentam propagação de dano em modo misto. Neste trabalho experimental considerou-se apenas o sistema de propagação RL. Na Figura 6.11 pode ser apreciado o aspecto dos provetes MMB. A geometria detalhada dos provetes é a que já foi apresentada no trabalho de simulação numérica (Figura 6.1 (a)), com as mesmas dimensões nominais: $2b=20$ mm, $L=230$ mm, $L_1=250$ mm, $a_0=162$ mm e espessura $B=20$ mm. A fenda inicial foi introduzida em duas etapas: (i) primeiro, foi efectuada um entalhe com 1mm de espessura, recorrendo a uma serra de fita; (ii) depois, o entalhe foi estendido entre 2mm a 5mm com uma lâmina de X-ato, por impacto.

Foi já apresentado, na Figura 6.1 (b) o esquema do ensaio MMB. A variação do rácio de modo misto G_I/G_{II} é conseguida pela alteração da distância c entre os pontos de carregamento central e da forqueta. Na sequência do trabalho de simulação numérica do ensaio MMB, foi concebido e fabricado o dispositivo de carregamento que está representado na Figura 6.12 e na Figura 6.13. O dispositivo permite uma larga gama de variação contínua da razão de modo misto (G_I/G_{II}), desde 0.05 até ao limite máximo de 2.75, imposto por questões de atravancamento do dispositivo. Foram realizadas duas séries de ensaios. Na primeira série, que teve apenas em vista a determinação das curvas de resistência, foram consideradas dez razões nominais de modo misto ($G_I/G_{II}= 0.05; 0.1; 0.15; 0.25; 0.5; 0.75; 1.0; 1.25; 2.0; 2.75$), tendo sido testados dez provetes para cada uma dessas razões. Na segunda série, destinada à

identificação das leis coesivas em modo misto I/II por um método directo proposto por (Högberg 2006), foram consideradas quatro razões de modo misto ($G_I/G_{II} = 0.1; 0.25; 0.5; 1.25$), tendo sido testados dez provetes para cada uma delas.

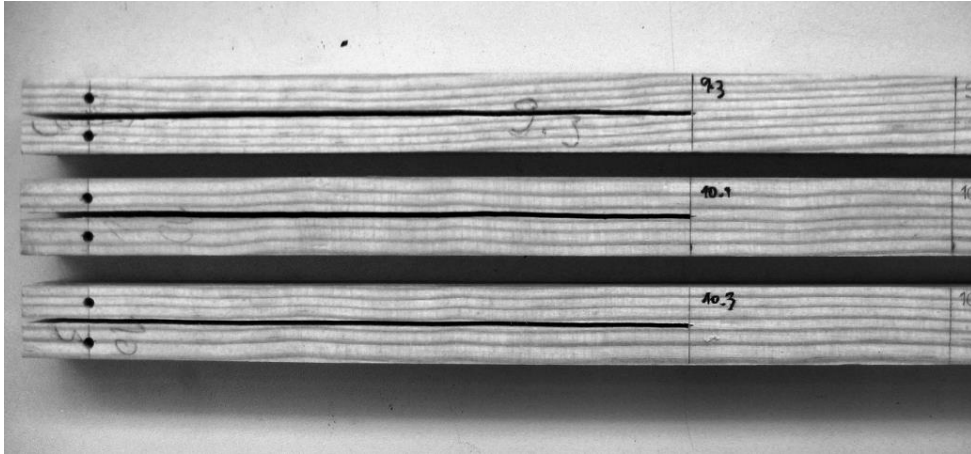
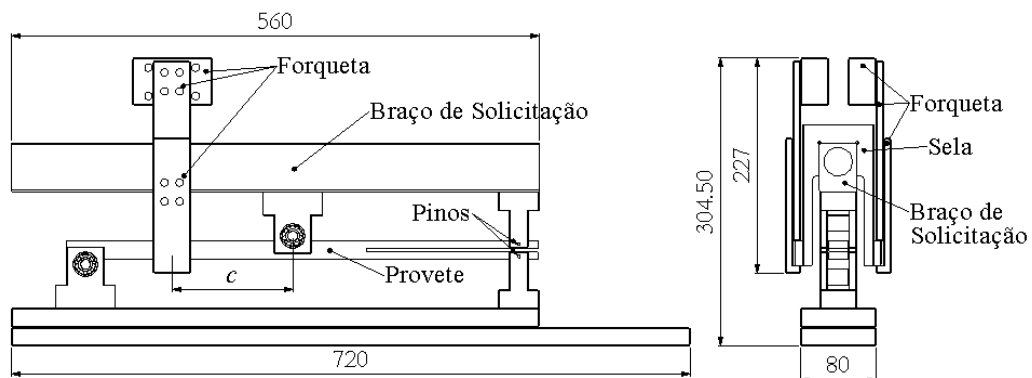
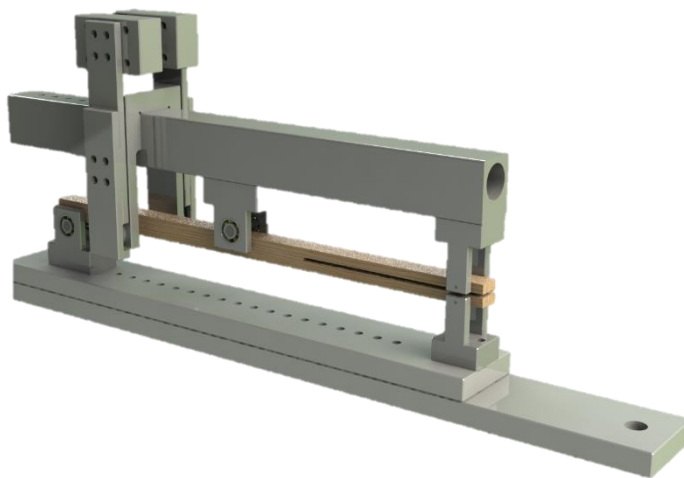


Figura 6.11. Aspecto dos provetes MMB, na região da fenda inicial (provetes da 1ª série de ensaios).



(a)



(b)

Figura 6.12. Desenho do projecto do dispositivo do ensaio MMB: (a) vistas frontal e lateral; (b) perspectiva.

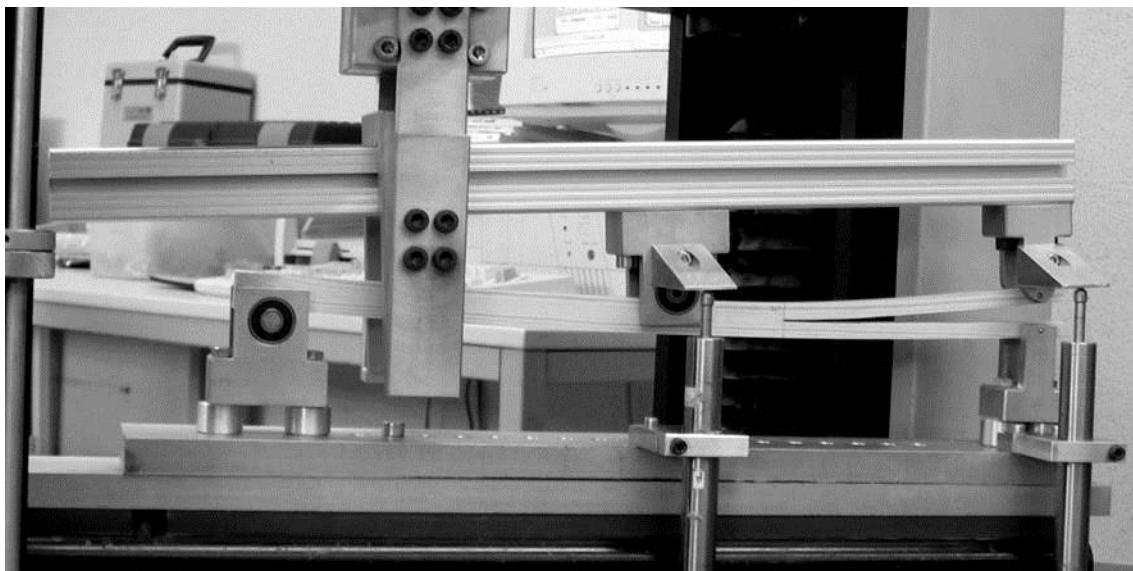


Figura 6.13. Aspecto geral da montagem experimental do ensaio MMB.

Tal como já havia sido referido em trabalhos anteriores (de Moura et al. 2006; Silva et al. 2007; de Moura, et al. 2008), a medição da propagação da fenda é uma operação difícil de efectuar na madeira. Além disso, devido a uma importante zona de processo de fractura desenvolvida na extremidade da fenda (de Moura et al. 2006; Silva et al. 2007; de Moura, et al. 2008), o comprimento da fenda não deve ser considerado um parâmetro fidedigno no cálculo da energia de fractura, uma vez que a energia dissipada nessa zona de processo não é tida em linha de conta. Para ultrapassar estas dificuldades, o deslocamento dos dois pontos de carregamento foram medidos com transdutores de deslocamento LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*), tal como se pode ver na Figura 6.13. Estes deslocamentos são usados no procedimento de tratamento de resultados para obter a taxa de libertação de energia (CBBM), sem medir o comprimento da fenda durante a propagação.

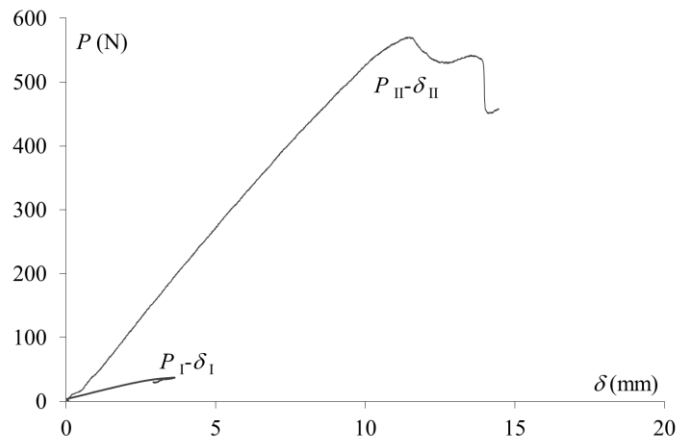
Os ensaios mecânicos foram executados numa máquina universal INSTRON 1125, com controlo do deslocamento. Todos os ensaios foram realizados à velocidade do travessão de 0.5 mm/min. A força e os deslocamentos dos LVDTs foram registados ao longo dos ensaios, por um sistema de aquisição de dados HBM SPIDER 8. Tal

como foi feito nos ensaios DCB e ENF, na segunda série de ensaios MMB foi também empregue a técnica da correlação digital de imagem para a medição do deslocamento de abertura da extremidade da fenda inicial (CTOD). Para isso foi criado um padrão de *speckle* na região da extremidade da fenda, exactamente do modo que foi descrito para o ensaio DCB (ver secção 3.4) e para o ensaio ENF (ver secção 4.4), e com as mesmas dimensões desses ensaios. O sistema óptico e os parâmetros de aquisição das imagens foram os descritos para os ensaios DCB (secção 3.4) e ENF (secção 4.4).

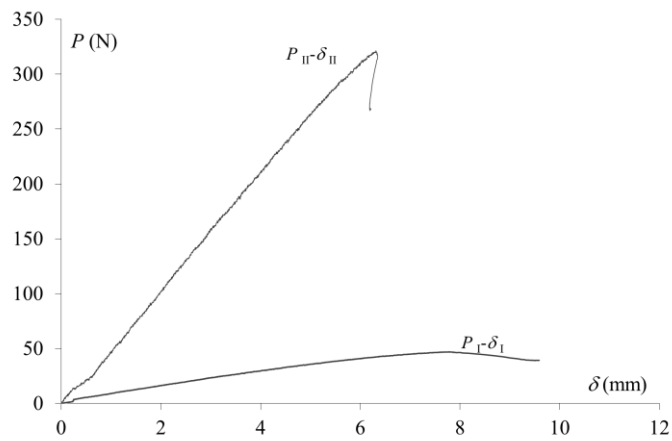
6.5. Análise e discussão dos resultados experimentais: curvas de resistência

Na Figura 6.14 estão ilustradas as curvas P - δ típicas do ensaio MMB, para as razões de modo-misto (G_I/G_{II}) de 0.10, 0.5 e 1.25. As forças P_I e P_{II} foram determinadas a partir da força registada pela célula de carga (P), usando as equações 6.1 e 6.2, respectivamente. O deslocamento δ_I é o deslocamento registado pelo LVDT montado na extremidade do provete (Figura 6.13). Por sua vez, o deslocamento δ_{II} foi calculado a partir do deslocamento δ_I e do deslocamento δ_C registado pelo LVDT montado a meio vão do provete (Figura 6.13), através da equação: $\delta_{II} = \delta_C + \delta_I/4$.

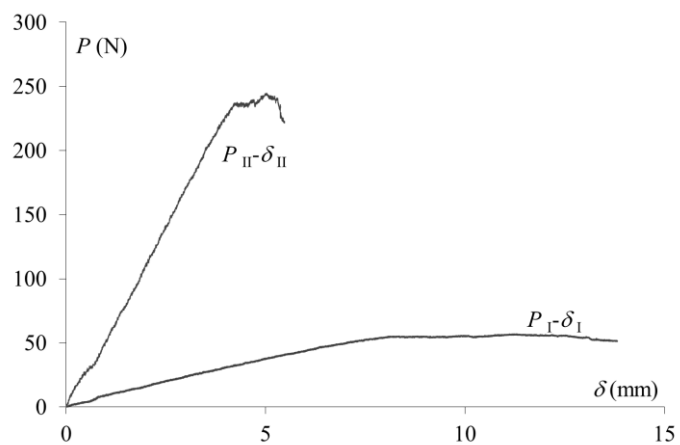
Recorrendo ao método CBBM obtiveram-se curvas de resistência para todos os provetes ensaiados. O aspecto dessas curvas está ilustrado na Figura 6.15, para três razões de modo misto I/II (0.1; 0.5; 1.25). Todas elas apresentam uma assíntota horizontal, associada à propagação estável da fenda, que possibilita a identificação dos valores máximos da taxa de libertação de energia em modo I (G_{Ic}) e em modo II (G_{IIc}), bem como o valor crítico da taxa de libertação de energia total ($G_c = G_{Ic} + G_{IIc}$).



(a)

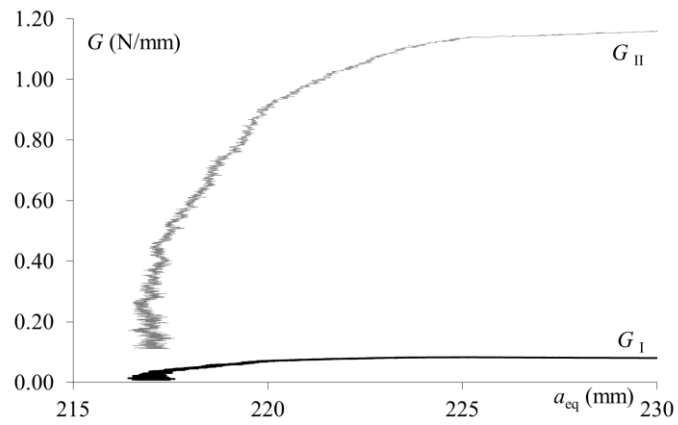


(b)

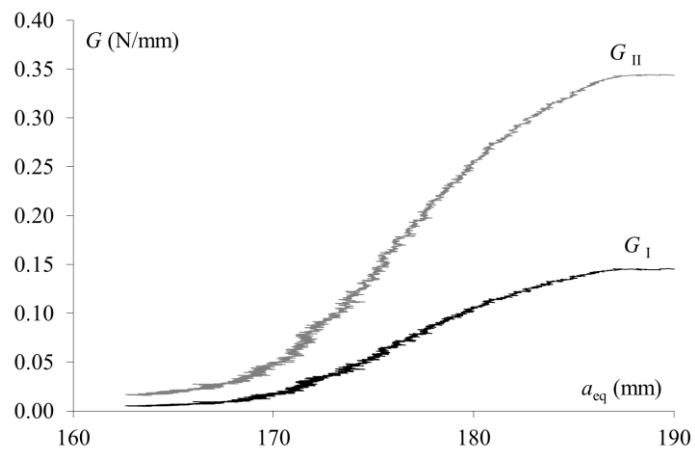


(c)

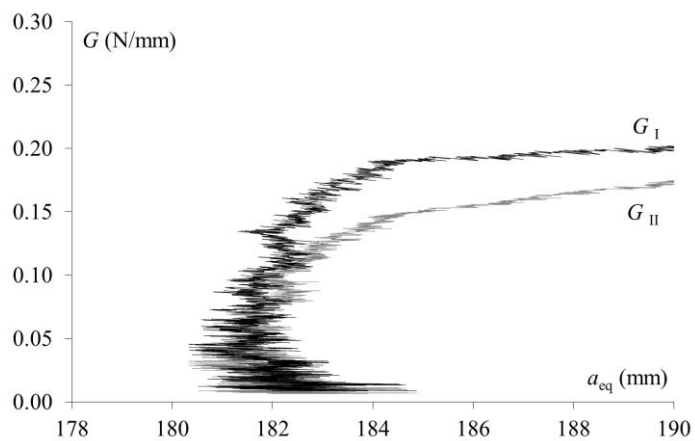
Figura 6.14. Ensaio MMB: curvas P - δ típicas, para diferentes razões de modo-misto: (a) $G_I/G_{II}=0.10$, (b) $G_I/G_{II}=0.5$ e (c) $G_I/G_{II}=1.25$.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.15. Curvas de resistência típicas, para diferentes razões de modo-misto (G_I/G_{II}):
(a) 0.10, (b) 0.5 e (c) 1.25.

Na Tabela 6.4 podemos encontrar os valores médios das taxas de libertação de energia que foram obtidos para cada razão de modo misto. Na primeira coluna desta tabela, n representa o número de provetes ensaiados para cada valor nominal de G_I/G_{II} (última coluna). Para cada razão de modo misto a dispersão da taxa crítica de libertação de energia (G_c) é elevada, embora seja semelhante à dispersão das taxas críticas de libertação de energia que foi observada nos modos puros (Tabela 3.2, para o modo I, e Tabela 4.2, para o modo II) e da mesma ordem de grandeza da dispersão registada nos ensaios ELS e SLB (Tabela 5.5), para o modo misto I+II. A elevada dispersão das propriedades de fractura da madeira deverá ser, em boa parte, consequência dos múltiplos e complexos mecanismos micromecânicos de dano. Importa também realçar a grande proximidade entre as razões de modo misto medidas e as razões nominais.

A Figura 6.16(a) representa todos os resultados experimentais obtidos nos ensaios MMB, no espaço G_I versus G_{II} . Na Figura 6.16(b) encontram-se os valores médios desses resultados experimentais, juntamente com os valores médios dos modos puros I e II, obtidos através dos ensaios DCB e ENF, respectivamente. Nas mesmas figuras estão também representadas as previsões fornecidas por três critérios de propagação diferentes, tendo por base os valores médios das taxas críticas de libertação de energia em modo I e em modo II. O critério linear e o critério quadrático baseiam-se na seguinte equação:

$$\left(\frac{G_I}{G_{Ic}}\right)^\eta + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIc}}\right)^\gamma = 1 \quad 6.26$$

onde $\eta = \gamma = 1$ para o critério linear e $\eta = \gamma = 2$ para o critério quadrático. Foi também considerado o critério de Benzeggagh e Kenane (B-K) (Benzeggagh e Kenane 1996):

Tabela 6.4. Resumo dos resultados experimentais da 1ª série de ensaios MMB.

n	ρ (g/cm ³)	ρ C.V. (%)	G_I (N/mm)	G_I C.V. (%)	G_{II} (N/mm)	G_{II} C.V. (%)	G_c (N/mm)	G_c C.V. (%)	G_I/G_{II} (Medido)	G_I/G_{II} (Nominal)
7	0.614	5.2	0.036	15.0	0.723	27.0	0.759	26.2	0.05	0.05
8	0.613	6.5	0.056	13.1	0.633	14.1	0.690	12.7	0.09	0.10
8	0.610	5.3	0.073	25.2	0.544	29.2	0.616	28.5	0.13	0.15
9	0.645	4.2	0.124	27.2	0.502	27.3	0.626	27.3	0.25	0.25
8	0.652	5.7	0.161	18.6	0.356	20.4	0.517	14.5	0.46	0.50
10	0.675	5.1	0.196	26.4	0.278	28.2	0.474	27.4	0.71	0.75
10	0.673	4.5	0.223	26.9	0.220	27.5	0.443	27.0	1.01	1.00
10	0.659	5.3	0.257	28.2	0.212	26.4	0.469	27.4	1.21	1.25
7	0.658	4.8	0.254	23.4	0.135	25.3	0.389	23.8	1.89	2.00
7	0.602	5.2	0.258	23.3	0.101	29.7	0.359	23.6	2.65	2.75

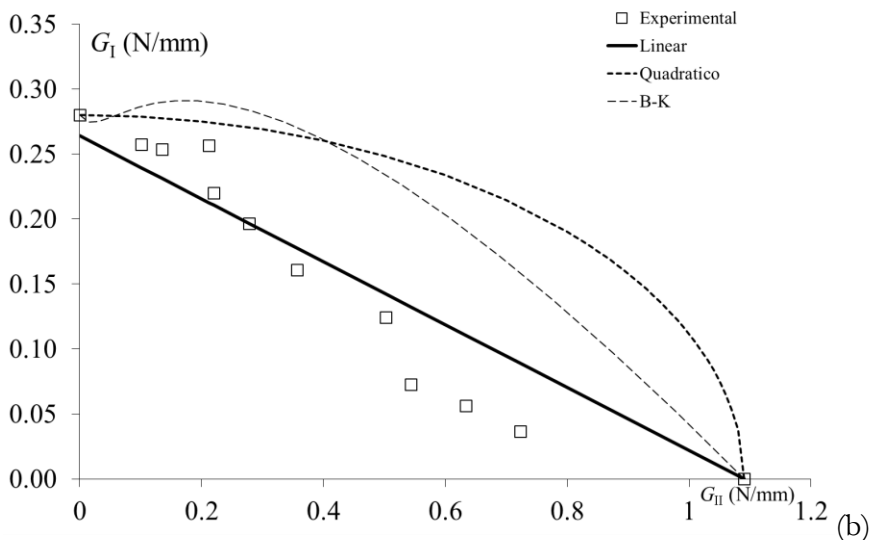
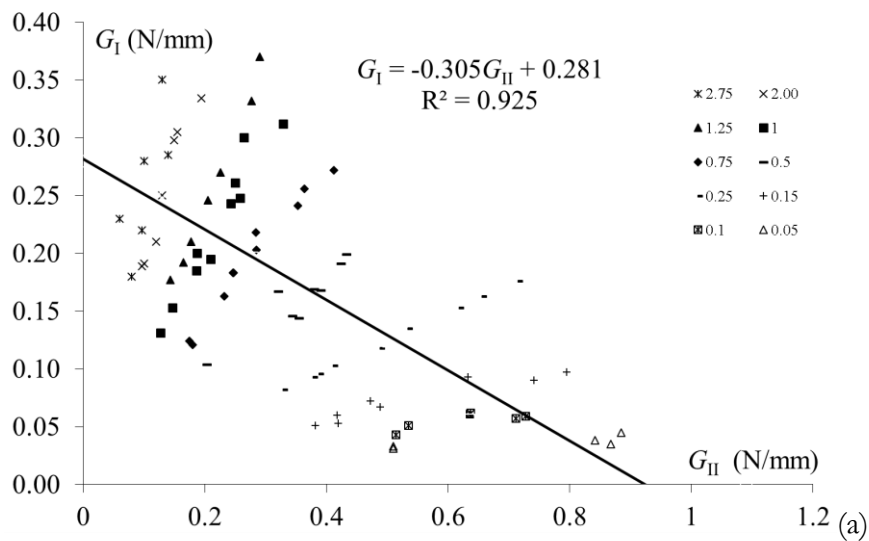


Figura 6.16. Comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* no espaço G_I - G_{II} (1ª série de ensaios MMB): (a) todos os ensaios e critério de propagação linear; (b) média dos resultados experimentais e critérios de propagação linear, quadrático e de Benzeggagh e Kenane (B-K).

$$G_c = G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic}) + \left(\frac{G_{II}}{G_T} \right)^\eta \quad 6.27$$

com $\eta = 1.5$. Constatase que o critério linear é o que globalmente melhor traduz o comportamento à fractura da madeira de *Pinus pinaster* em modo misto I/II.

6.6. Análise e discussão dos resultados experimentais: leis coesivas

Na Figura 6.17 está documentado o aspecto do padrão de *speckle* das imagens usadas na medição do campo dos deslocamentos na extremidade da fenda inicial, através da correlação digital de imagem. As imagens foram processadas recorrendo ao *software* ARAMIS® DIC-2D (v.6.0.2-6), usando uma janela de correlação de 13x13 pixel² e utilizando um comprimento de base para o cálculo dos deslocamentos de 5 janelas. Por esta razão, a distância inicial entre os pontos usados como base de medição do deslocamento relativo na vizinhança da ponta da fenda foi fixada em 1.2 mm (Figura 6.17). Este deslocamento relativo vai ser designado por COD (*Crack Opening Displacement*) e contempla as componentes correspondentes aos dois modos de solitação (CTOD em modo I e CTSD em modo II).

Na Figura 6.18 pode ser apreciado o aspecto macroscópico da fractura para três razões distintas de modo misto ($G_I/G_{II}=0.1; 0.5; 1.25$). Em todos os casos documentados nas Figura 6.18 são bem evidentes as duas componentes do COD (a componente de modo I e a componente de modo II), bem como a sua proporção relativa.

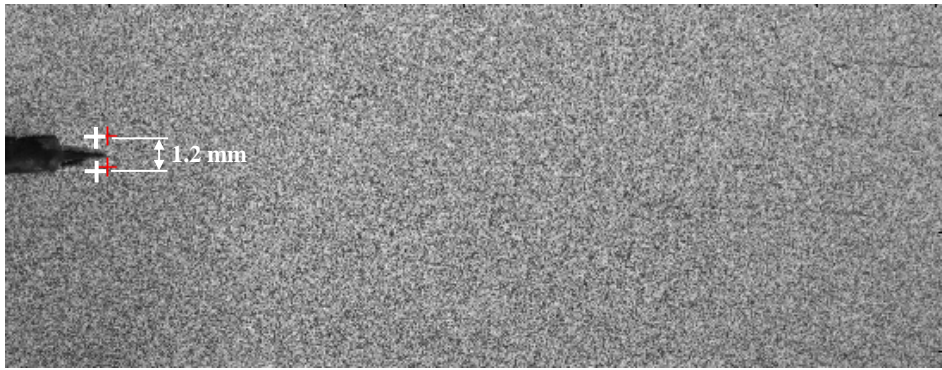
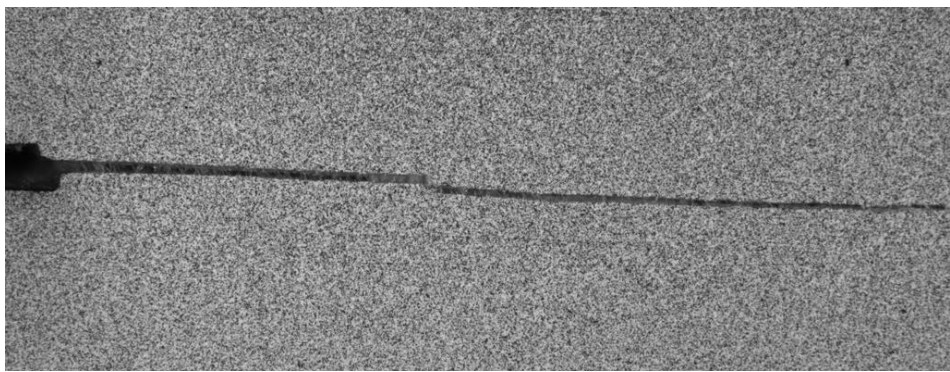
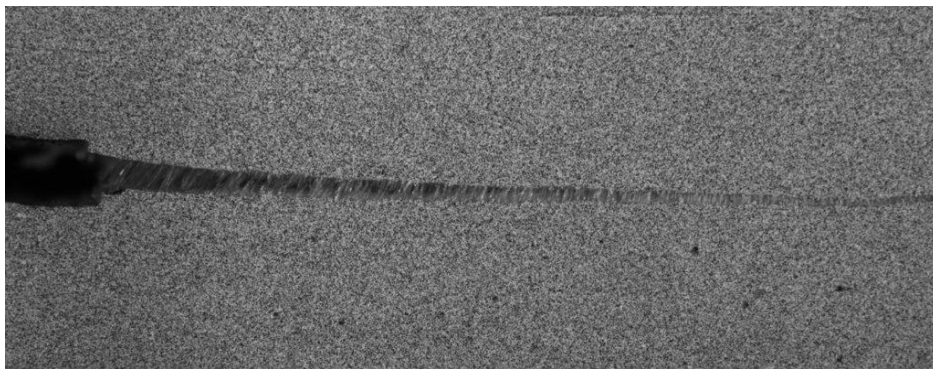


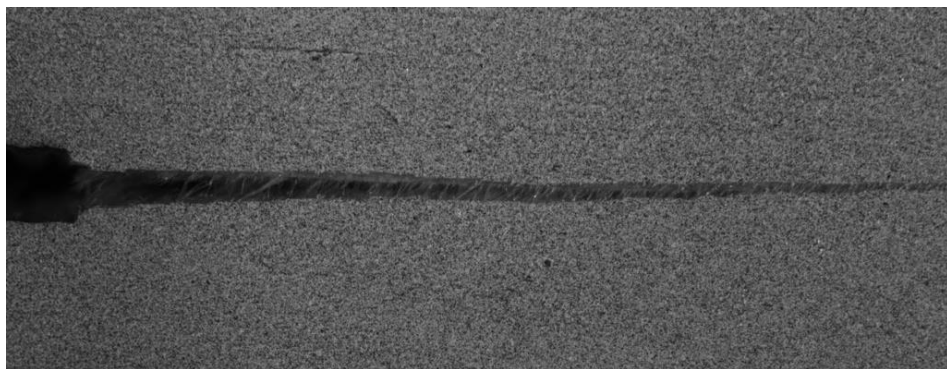
Figura 6.17. Padrão *speckle* com a representação do par de pontos utilizado na medição do COD.



(a)



(b)



(c)

Figura 6.18. Aspecto macroscópico da fractura para três valores de G_I/G_{II} : (a) 0.10, (b) 0.5 e (c) 1.25.

Os resultados da 2ª série de ensaios MMB estão resumidos na Tabela 6.5. Para cada razão de modo misto (4 valores de G_I/G_{II}) está indicado o número de provetes válidos (n), a massa volúmica média da amostra (ρ) e os valores críticos das taxas de libertação de energia (G_{Ic} , G_{IIc} e $G_c = G_{Ic} + G_{IIc}$). Os valores críticos das taxas de libertação de energia estão representados na Figura 6.19, no espaço G_I - G_{II} . Nesta figura encontram-se também os resultados dos modos puros I e II, obtidos nos ensaios DCB e ENF (capítulos 3 e 4). Além disso, para efeitos de comparação, foi incluída na Figura 6.19 a recta ajustada aos resultados da 1ª série de ensaios MMB (Figura 6.16(a)). Face à dispersão dos resultados experimentais, podemos afirmar que as taxas críticas de libertação de energia obtidas na 2ª série de ensaios MMB são estatisticamente iguais aos valores determinados na 1ª série. Além disso, o critério de propagação linear é adequado ($R^2=0.88$) para exprimir os resultados da 2ª série de ensaios MMB.

Tabela 6.5. Resumo dos resultados experimentais da 2ª série de ensaios MMB: massa volúmica e taxas críticas de libertação de energia.

G_I/G_{II}		ρ	G_I	G_{II}	G_I/G_{II}	G_c
n		g/cm ³	N/mm	N/mm		N/mm
0.10	Média	0.586	0.11	1.26	0.09	1.37
8	C.V.(%)	7.9	48.5	35.6		33.6
0.25	Média	0.601	0.21	0.97	0.22	1.18
7	C.V.(%)	11.3	37.7	39.6		38.0
0.50	Média	0.618	0.41	0.95	0.43	1.35
8	C.V.(%)	10.9	42.1	47.9		45.7
1.25	Média	0.584	0.46	0.36	1.28	0.82
7	C.V.(%)	8.0	42.0	46.6		43.9

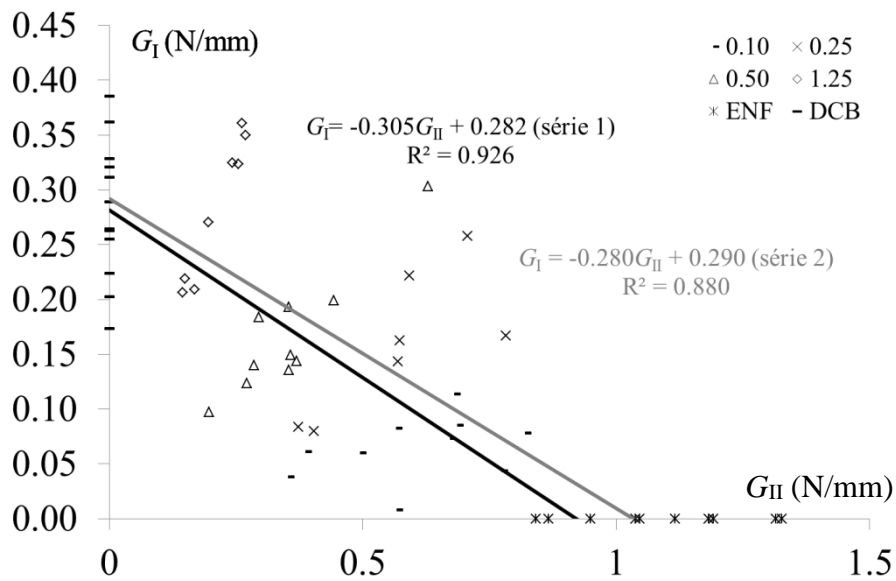


Figura 6.19. Energia de fractura da madeira de *Pinus pinaster* no espaço G_I - G_{II} : 2ª série de ensaios MMB, ensaios DCB e ensaios ENF.

Conforme já foi referido (secções 6.1 e 6.4), a 2ª série de ensaios MMB teve por objectivo a identificação das leis coesivas em modo misto da madeira de *Pinus pinaster*, através de um método directo (Högberg 2006). A informação experimental básica em que assenta esse método compreende, além das curvas P - δ , as curvas P -COD: curva P - v (v : componente de modo I do COD) e curva P - u (u : componente de modo II do COD). Podemos observar na Figura 6.20 a evolução do deslocamento de abertura de fenda (COD) com o deslocamento aplicado (δ), tendo como base de medida o par de pontos assinalado na Figura 6.17, abaixo e acima do plano da fenda inicial. Ambas as componentes do COD (v e u) são funções estritamente crescentes de δ . Mas a trajectória de deformação local (relação v - u) não é linear, conforme está ilustrado na Figura 6.21.

Uma das abordagens mais gerais para a identificação das leis coesivas em modo misto I+II baseia-se na hipótese dessas leis derivarem de uma função potencial (Sørensen e Kirkegaard 2006):

$$G = \Phi(v, u) \quad 6.28$$

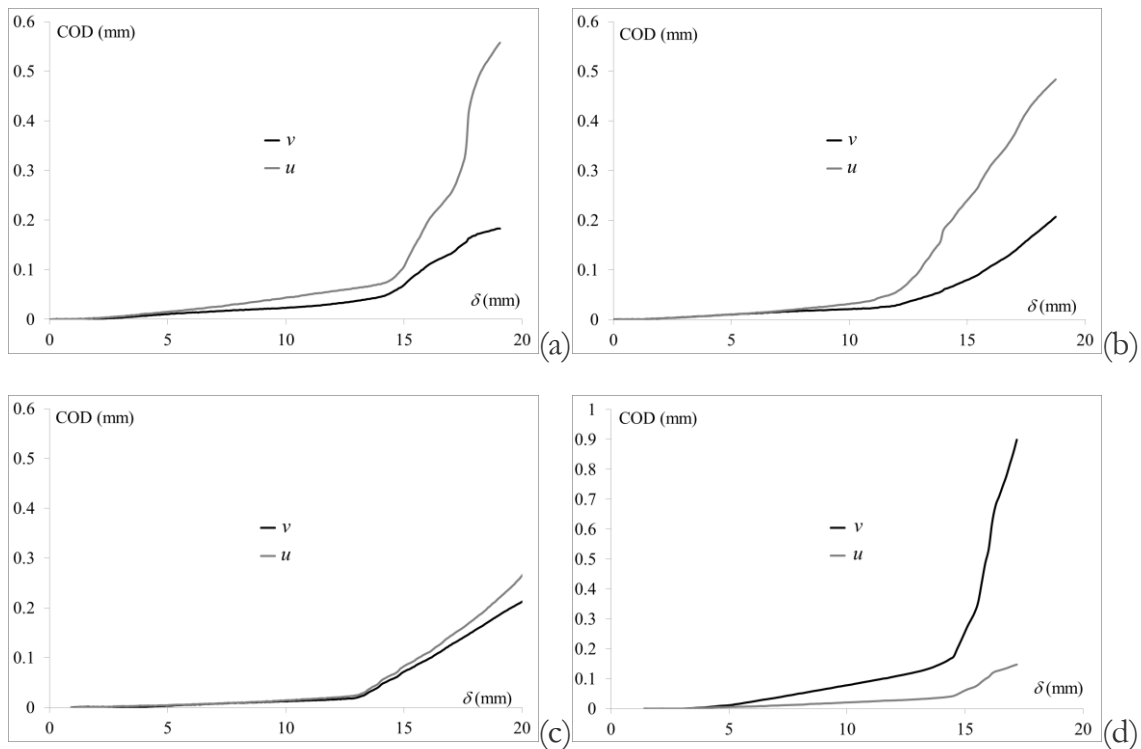


Figura 6.20. Evolução do deslocamento de abertura de fenda (COD) com o deslocamento aplicado (v : componente de modo I do COD; u : componente de modo II do COD): (a) $G_I/G_{II}=0.10$; (b) $G_I/G_{II}=0.25$; (c) $G_I/G_{II}=0.5$; (d) $G_I/G_{II}=1.25$.

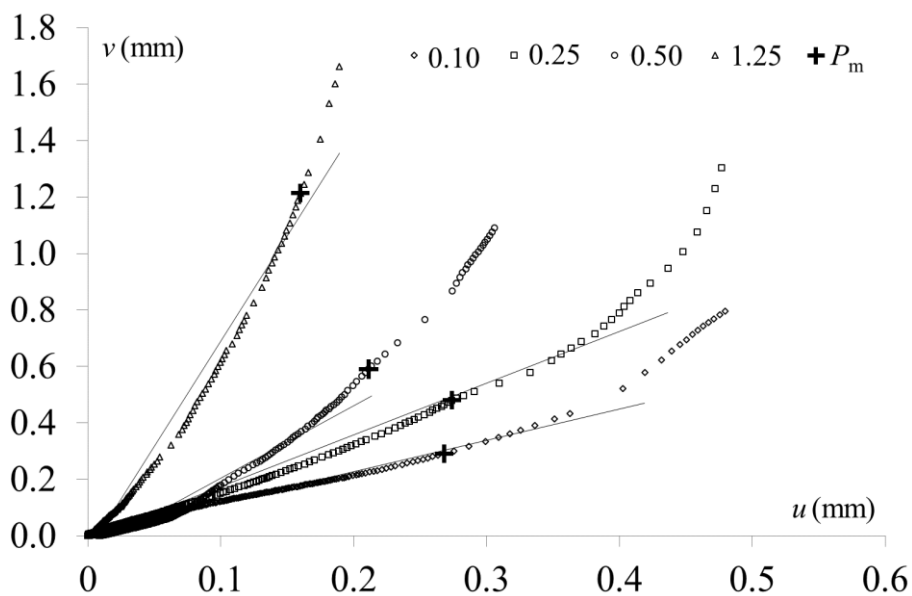


Figura 6.21. Exemplos de trajetórias de deformação local, para cada uma das razões de modo misto da 2ª série de ensaios MMB ($G_I/G_{II}=0.10$; 0.25 ; 0.50 ; 1.25).

Segundo esta abordagem, as componentes de modo I e de modo II da lei coesiva em modo misto são as componentes do gradiente da referida função potencial:

$$\sigma(v,u) = \frac{\partial \Phi}{\partial v} \quad \text{e} \quad \tau(v,u) = \frac{\partial \Phi}{\partial u} \quad 6.29$$

As tensões coesivas (6.29) são pois independentes da trajectória de deformação local, sendo apenas determinadas pelos valores correntes de v e de u . Embora seja difícil verificar experimentalmente a validade desta hipótese, ela é admissível em experiências onde o deslocamento de abertura da fenda evolui monotonamente (Sørensen e Kirkegaard 2006), como é o caso dos ensaios MMB realizados no presente trabalho (Figura 6.21). Das equações 6.28 e 6.29 resulta então que as leis coesivas em modo misto podem ser obtidas gerando experimentalmente conjuntos de valores (G, v, u) para diferentes ângulos de fase ϕ ($\tan \phi = v/u$).

Para cada provete da 2ª série de ensaios MMB, foi determinado um valor global do ângulo de fase normalizado (θ),

$$\tan \theta = \frac{u_c}{v_c} \tan \phi = \frac{u_c}{v_c} \cdot \frac{v}{u}, \quad 6.30$$

através do declive da relação $v-u$ ($\tan \phi$), considerando os pontos experimentais até à força máxima (P_m), tal como está ilustrado na Figura 6.21. Na última equação, v_c é o valor médio do deslocamento crítico de abertura de fenda em modo I (Tabela 3.3) e u_c é o valor médio do deslocamento crítico em modo II (Tabela 4.4). Os valores de $\tan \theta$ encontram-se na Tabela 6.6. Nesta tabela encontram-se também as taxas críticas de libertação energia (G_c), cujo valor médio para cada razão de modo misto G_I/G_{II} é o que consta na Tabela 6.5. Na Tabela 6.6 encontram-se ainda os valores críticos do deslocamento total de abertura da fenda (Δ_c), assim definido:

$$\Delta^2 = v^2 + u^2 \quad 6.31$$

O conjunto dos pontos experimentais (G_I, v, u) gerado através dos ensaios MMB está representado na Figura 6.22, juntamente com os pontos experimentais gerados pelos ensaios DCB e ENF. Nessa figura representamos os valores da taxa de libertação de energia total normalizados pelo valor valor crítico correspondente ($G^* = G_I/G_c$), em função das componentes de modo I e de modo II da abertura de fenda normalizada, assim definidas, respectivamente:

$$v^* = \frac{v}{\Delta_c} \quad \text{e} \quad u^* = \frac{u}{\Delta_c} \quad 6.32$$

A dispersão dos resultados experimentais, que também está bem patente nos resultados apresentados na Tabela 6.6, impede o ajuste de uma superfície suficientemente lisa e com significado físico, a partir da qual se possa proceder à identificação das leis coesivas através das equações 6.29. Por esta razão, adoptamos neste trabalho o método de identificação das leis coesivas em modo misto I/II que foi proposto por (Högberg 2006)

Tabela 6.6. Resultados experimentais da 2ª série de ensaios MMB: ângulo de fase normalizado (θ), taxa crítica de libertação de energia (G_c) e deslocamento crítico de abertura da fenda (Δ_c).

G_I/G_{II}	Provetes	$\tan \theta$	G_c	Δ_c
			N/mm	mm
0.10	1	2.51	1.16	0.303
	2	2.16	1.00	0.167
	3	4.97	1.30	0.212
	4	6.02	2.10	0.237
	5	0.33	1.72	0.333
	6	3.75	1.61	0.405
	7	5.69	1.48	0.362
	8	8.13	0.60	0.203
0.25	1	3.34	1.18	0.575
	2	5.02	0.57	0.228
	3	0.81	0.85	0.328
	4	1.19	1.58	0.195
	5	2.80	1.06	0.128
	6	0.71	1.92	0.326
	7	3.14	1.13	0.359
0.50	1	9.20	1.43	0.385
	2	3.38	2.01	0.176
	3	4.97	2.43	0.270
	4	6.02	1.51	0.371
	5	4.59	0.83	0.477
	6	5.69	0.84	0.418
	7	8.13	0.72	0.710
	8	5.61	1.03	0.638
1.25	1	2.16	0.85	0.569
	2	4.13	0.42	0.634
	3	3.75	0.47	0.113
	4	3.75	1.11	0.376
	5	3.62	1.25	0.726
	6	8.13	1.13	0.738
	7	5.61	0.49	1.360

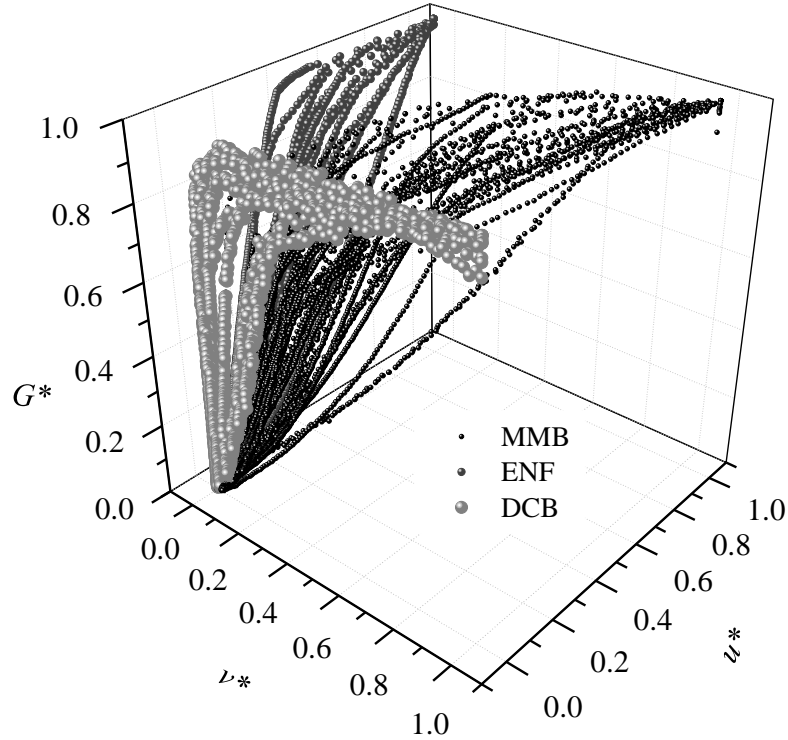


Figura 6.22. Resultados dos ensaios DCB, ENF e MMB no espaço normalizado (G^* , v^* , u^*)

O método de identificação das leis coesivas em modo misto I+II que foi proposto por Högberg (Högberg 2006) baseia-se na interpolação das leis coesivas em puro modo I e em puro modo II. Uma das hipóteses desse método consiste na linearidade da trajectória de deformação local durante um ensaio de modo misto (com uma razão global G_I/G_{II} constante), pelo que a evolução de G_T durante esse ensaio dependerá apenas da amplitude do deslocamento total (Δ). Esta hipótese é apenas verificada de forma aproximada nos ensaios MMB em madeira de *Pinus pinaster* que foram executados no presente trabalho, conforme está ilustrado na Figura 6.21.

Outra hipótese básica do método de Högberg (Högberg 2006) é a existência de uma função potencial $G^*(\lambda)$ para cada ângulo de fase normalizado θ (6.30), da qual deriva a lei coesiva normalizada:

$$s_\theta(\lambda) = \frac{dG^*(\lambda)}{d\lambda} \quad 6.33$$

Nesta equação, G^* é a taxa de libertação de energia normalizada,

$$G^*(\lambda) = \frac{G(\lambda)}{G_c} \quad 6.34$$

e λ é o deslocamento generalizado de abertura de fenda,

$$\lambda^2 = v^{*2} + u^{*2} \quad 6.35$$

É através deste último parâmetro que o método de Högberg (Högberg 2006) concretiza o acoplamento entre os modos fractura I e II. Na Figura 6.23(a) encontra-se um exemplo de função potencial $G^*(\lambda)$, relativa a um provete MMB cuja razão de modo misto global é $G_I/G_{II}=0.1$. Para efeitos de cálculo da derivada indicada na equação 6.33, aos pontos experimentais foi ajustada, pelo método dos mínimos quadrados, a função logística (3.13). A derivada desta função ajustada é a lei coesiva normalizada que se encontra na Figura 6.23(b).

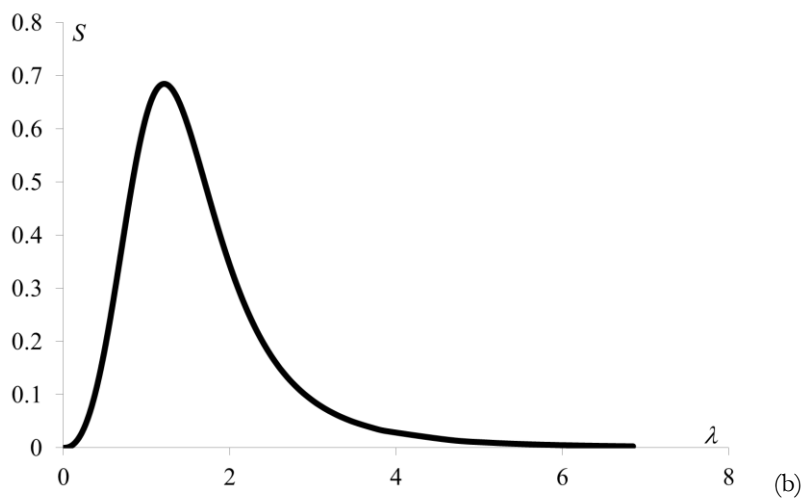
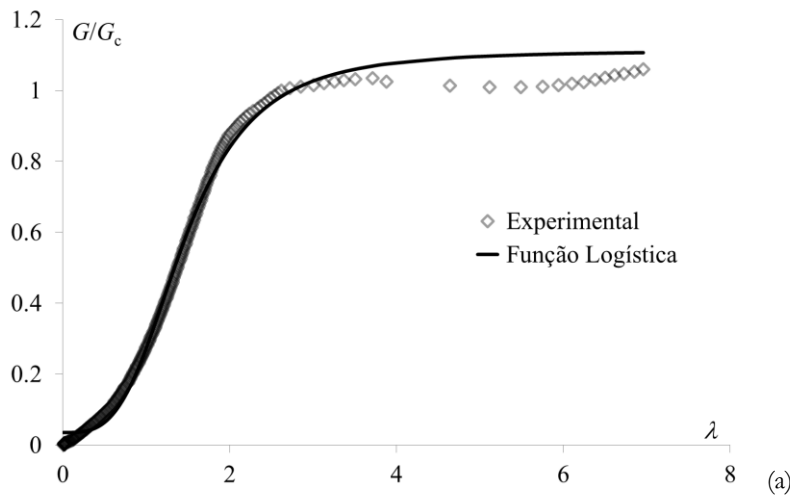


Figura 6.23. (a) Função potencial, (b) lei coesiva normalizada e (c) componentes de modo I e de modo II da lei coesiva, para $G_I/G_{II}=0.10$. (*continua*)

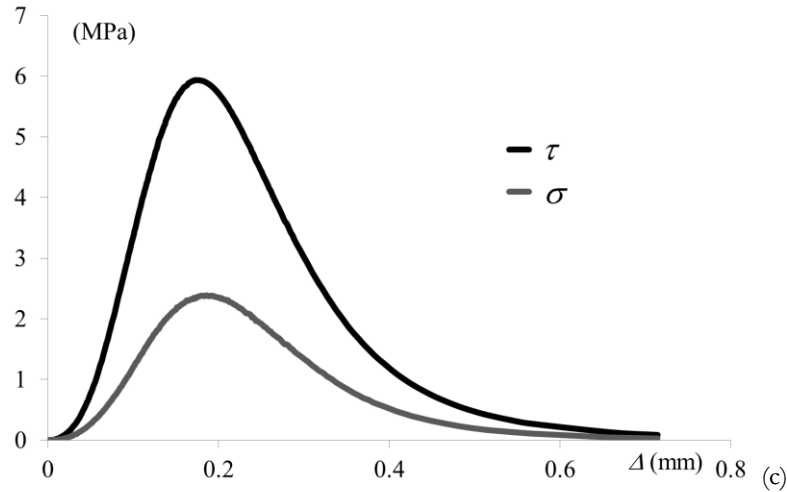


Figura 6.23. (a) Função potencial, (b) lei coesiva normalizada e (c) componentes de modo I e de modo II da lei coesiva, para $G_I/G_{II}=0.10$. (continuação).

A última etapa na identificação das leis coesivas em modo misto, segundo o método de Högberg (Högberg 2006), é o desacoplamento das componentes de modo I e de modo II a partir da lei coesiva normalizada, usando as seguintes expressões:

$$\sigma(\Delta) = \sigma_u v^* \frac{S}{\lambda} \quad 6.36$$

e

$$\tau(\Delta) = \tau_u u^* \frac{S}{\lambda} \quad 6.37$$

onde σ_u e τ_u são as resistências coesivas em modo I (Tabela 3.3) e em modo II (Tabela 4.4), respectivamente. Para o exemplo considerado nas Figuras 6.23(a) e 6.23(b), as componentes de modo I e de modo II da lei coesiva encontram-se na Figura 6.23(c). Como seria de esperar ($G_I/G_{II}=0.1$), a componente de modo II, $\tau(\Delta)$ é predominante em relação à componente de modo I, $\sigma(\Delta)$.

Na Figura 6.24 apresentam-se todas as leis coesivas identificadas na segunda série de ensaios MMB, usando o método de Högberg (Högberg 2006). A dispersão das leis coesivas está bem patente nesta Figura. No sentido de explicar essa dispersão, reunimos na Tabela 6.7 os seguintes parâmetros característicos dessas leis: as tensões coesivas máximas (σ_u^{III} e τ_u^{III}) e os respectivos deslocamentos totais de abertura da fenda ($\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$). Na Figura 6.25, representamos essas grandezas em função de $\tan \theta$.

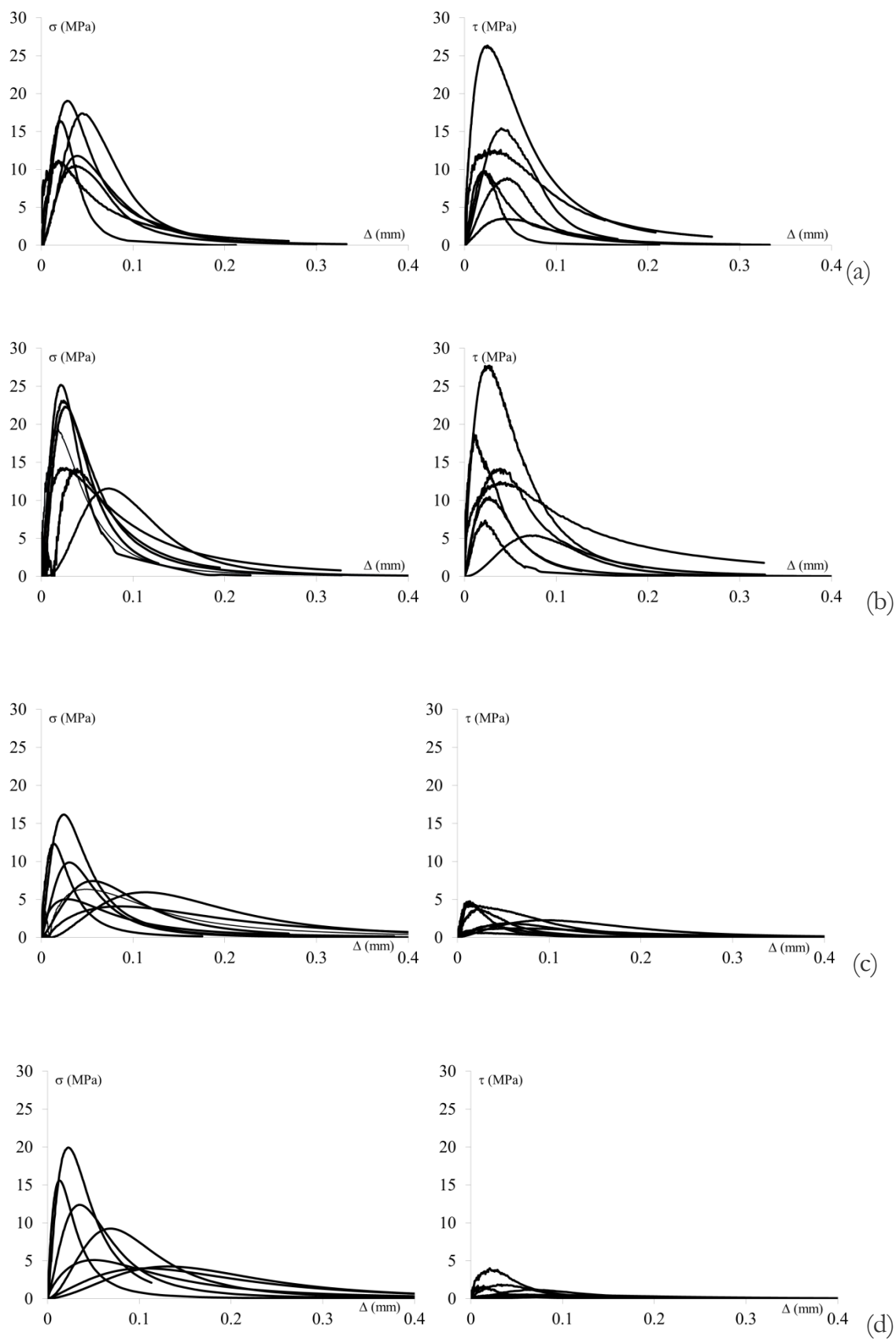


Figura 6.24. Componentes de modo I e de modo II das leis coesivas, para diferentes razões de modo misto G_I/G_{II} : (a) 0.10; (b) 0.25; (c) 0.50; (d) 1.25.

Tabela 6.7. Tensões coesivas máximas (σ_u^{III} e τ_u^{III}) e deslocamentos de abertura da fenda associados ($\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$).

G_I/G_{II}	Provetes	$\tan \theta$	σ_u^{III}	τ_u^{III}	$\Delta_{u,\sigma}$	$\Delta_{u,\tau}$
			MPa	MPa	mm	mm
0.10	1	2.51	9.77	4.42	0.103	0.103
	2	2.16	17.39	15.43	0.045	0.040
	3	4.97	16.45	9.77	0.019	0.023
	4	6.02	10.52	8.87	0.037	0.047
	5	0.33	11.80	3.55	0.039	0.045
	6	3.75	7.76	3.84	0.022	0.030
	7	5.69	11.16	12.68	0.018	0.026
	8	8.13	19.05	9.87	0.028	0.021
0.25	1	3.34	11.57	5.39	0.074	0.071
	2	5.02	25.18	7.34	0.021	0.023
	3	0.81	23.11	14.16	0.024	0.039
	4	1.19	14.13	27.71	0.039	0.027
	5	2.80	22.33	10.45	0.026	0.027
	6	0.71	14.26	12.43	0.027	0.039
	7	3.14	19.28	18.80	0.019	0.010
0.50	1	9.20	5.04	0.96	0.028	0.002
	2	3.38	12.35	4.76	0.013	0.013
	3	4.97	7.43	1.90	0.056	0.053
	4	6.02	9.87	1.59	0.031	0.038
	5	4.59	5.96	2.28	0.112	0.100
	6	5.69	16.18	3.91	0.024	0.022
	7	8.13	4.09	1.21	0.085	0.056
	8	5.61	6.36	4.27	0.047	0.020
1.25	1	2.16	12.38	1.87	0.034	0.029
	2	4.13	9.25	1.18	0.069	0.067
	3	3.75	19.94	4.02	0.023	0.021
	4	3.75	15.58	1.72	0.013	0.008
	5	3.62	4.25	0.33	0.132	0.137
	6	8.13	5.10	0.57	0.051	0.061
	7	5.61	4.01	0.47	0.105	0.101

Embora o coeficiente de determinação (r^2) seja baixo, os resultados da Figura 6.25(a) sugerem haver uma correlação linear negativa entre as resistências coesivas em modo misto (σ_u^{III} e τ_u^{III}) e $\tan \theta$. A correlação negativa entre σ_u^{III} e $\tan \theta$ é fisicamente aceitável, na medida em que $\theta = 0^\circ$ corresponde ao modo I puro e $\theta = 90^\circ$ corresponde ao modo II puro. Aliás, é interessante notar que a regressão linear de σ_u versus $\tan \theta$ prevê que $\sigma_u^{III} = 0$ quando $\theta = 86.5^\circ$. Contudo, a mesma regressão linear prevê que $\sigma_u^{III} = 16.9\text{MPa}$ quando $\theta = 0^\circ$; este valor é muito superior ao da resistência coesiva em puro modo I (9.13MPa), determinada através dos ensaios DCB (Tabela 3.3).

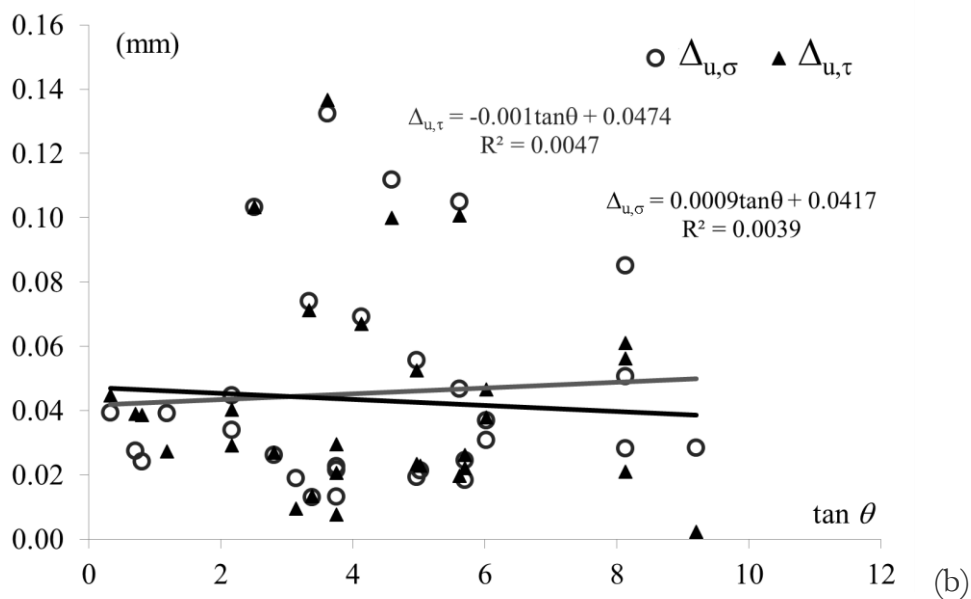
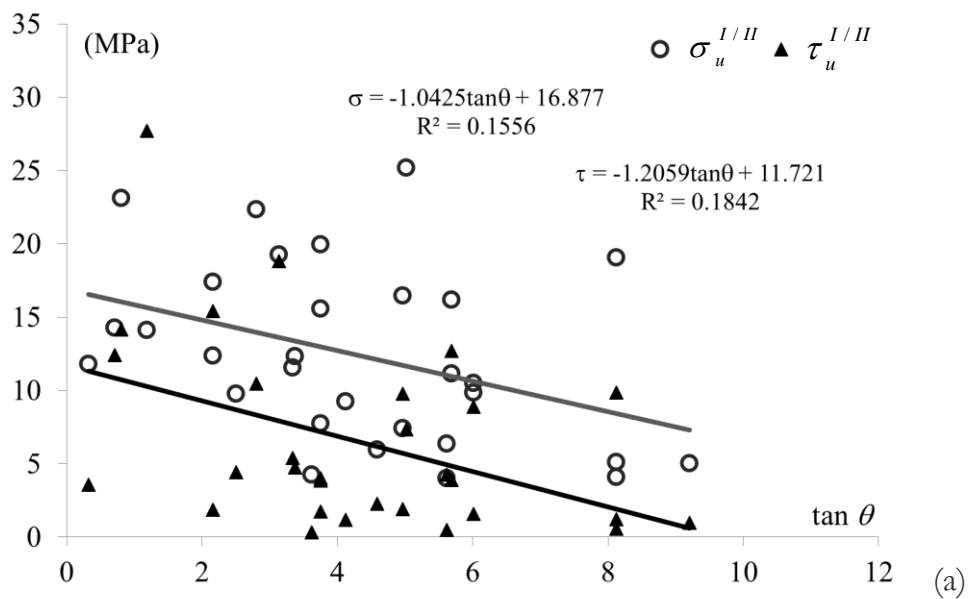


Figura 6.25. (a) Variação das resistências coesivas (σ_u, τ_u) e (b) dos correspondentes deslocamentos de abertura da fenda ($\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$), com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$).

A correlação negativa entre τ_u^{III} e $\tan \theta$ (Figura 6.25(b)) não tem sentido físico. De facto, seria de esperar que $\tau_u^{III} = 0$ quando $\theta = 0^\circ$ e que $\tau_u^{III} = \tau_u$ (sendo τ_u a resistência coesiva em modo II) quando $\theta = 90^\circ$.

Os resultados que constam na Figura 6.25(b) sugerem que não há qualquer correlação entre os deslocamentos $\Delta_{u,\sigma}$ e $\Delta_{u,\tau}$ e $\tan \theta$. Considerando todos os provetes da 2ª série de ensaios MMB (Tabela 6.7), o valor médio de $\Delta_{u,\sigma}$ ($\bar{\Delta}_{u,\sigma} = 0.045 \text{ mm}$) e o valor médio de $\Delta_{u,\tau}$ ($\bar{\Delta}_{u,\tau} = 0.043 \text{ mm}$), além de muito próximos entre si, estão compreendidos entre o deslocamento crítico de abertura da fenda em modo I ($\bar{v}_u = 0.015 \text{ mm}$, na Tabela 3.3) e o valor crítico de abertura da fenda em modo II ($\bar{u}_u = 0.052 \text{ mm}$, na Tabela 4.4).

A dispersão das leis coesivas em modo misto e as inconsistências que foram apontadas nos parágrafos anteriores, sobretudo a correlação negativa entre τ_u^{III} e $\tan \theta$ (Figura 6.25(b)), põem em causa a validade do método de Högberg (Högberg 2006) para a identificação das leis coesivas da madeira de *Pinus pinaster*, em modo misto I+II. Uma das razões para isso poderá residir na não linearidade da trajectória de deformação local (Figura 6.21). Outra das razões poderá ter a ver com o facto da razão de modo misto local, avaliada por $\tan \theta$ (e que muito provavelmente é fortemente dependente da microestrutura da madeira na extremidade da fenda inicial), não ser directamente controlada pela razão de modo misto global, G_I/G_{II} (Tabela 6.7). Finalmente, um aspecto negativo do método de Högberg (Högberg 2006), quando aplicado a materiais com grande variabilidade, como é o caso da madeira, prende-se com a utilização dos valores críticos médios da abertura da fenda nos modos puros (v_c na Tabela 3.3 e u_c na Tabela 4.4), para a obtenção da lei coesiva normalizada (equações 6.32 a 6.35), e dos valores médios das resistências coesivas nos modos puros (σ_u na Tabela 3.3 e τ_u na Tabela 4.4), para o desacoplamento das componentes de modo I e de modo II da lei coesiva em modo misto (equações 6.36 e 6.37). Na verdade, a melhor forma de contemplar a natural variabilidade das propriedades da madeira seria considerar para cada provete MMB as suas propriedades coesivas dos modos puros.

A última observação do parágrafo anterior sobre a validade o método de Högberg (Högberg 2006) para a identificação das leis coesivas em materiais com uma grande variabilidade, pode ser complementada com uma análise adicional dos resultados obtidos. De facto, o método de Högberg (Högberg 2006) conduz à seguinte equação

para prever a taxa crítica de libertação de energia (G_c) para cada ângulo de fase normalizado (θ), a partir das taxas críticas dos modos puros (G_{Ic} e G_{IIc}):

$$G_c = G_{Ic} \sin^2 \theta + G_{IIc} \cos^2 \theta . \quad 6.38$$

Além disso, para prever o deslocamento crítico de abertura da fenda (Δ_c) para cada ângulo de fase normalizado, a partir dos deslocamentos críticos dos modos puros (v_c e u_c), o método de Högberg (Högberg 2006) fornece a seguinte equação:

$$\Delta_c = \sqrt{(v_c \sin \theta)^2 + (u_c \cos \theta)^2} . \quad 6.39$$

Na Figura 6.26 confrontamos as previsões das equações 6.38 e 6.39 com os resultados experimentais. O método de Högberg (Högberg 2006) em vez de descrever a tendência central dos resultados experimentais, quer para G_c quer para Δ_c , descreve o limite inferior desses resultados.

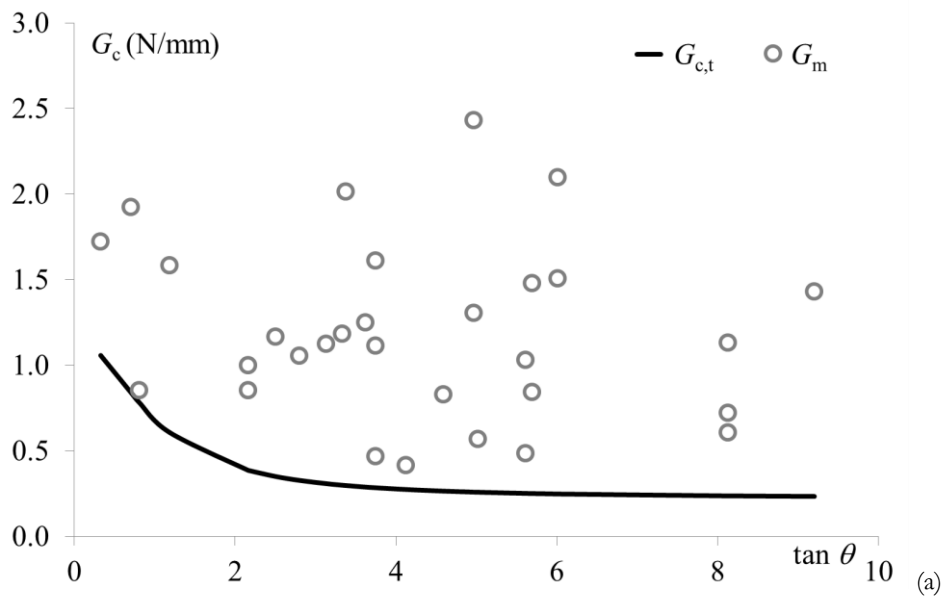


Figura 6.26. (a) Variação da taxa crítica de libertação de energia (G_c) e (b) do deslocamento crítico de abertura de fenda (Δ_c) com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$). (continua)

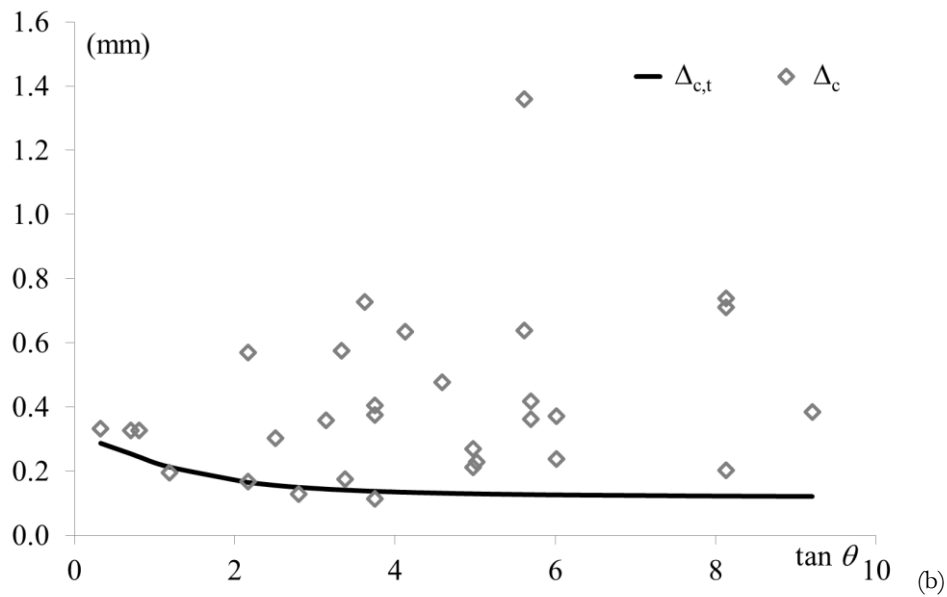


Figura 6.27. (a) Variação da taxa crítica de libertação de energia (G_c) e (b) do deslocamento crítico de abertura de fenda (Δ_c) com o ângulo de fase normalizado ($\tan \theta$). (continuação).

6.7. Conclusões

Foi efectuado um estudo por elementos finitos do ensaio MMB (*Mixed-Mode Bending*), que neste trabalho foi adaptado para a caracterização do comportamento à fractura em modo misto I+II da madeira de *Pinus pinaster*, no sistema de propagação LR. A análise 3D do ensaio MMB mostrou que durante a propagação a frente da fenda é rectilínea, apesar da distribuição das componentes da taxa de libertação de energia (G_I , G_{II} e G_{III}) não ser uniforme ao longo da frente da fenda; além disso, a componente de modo III é desprezável, face às restantes componentes (G_I e G_{II}). A análise 2D do ensaio MMB conduziu às mesmas curvas $P-\delta$ obtidas pela simulação 3D. Os resultados da simulação 2D demonstraram que a determinação do comprimento do braço da alavanca através da teoria de vigas corrigida de Wang e Williams (1992) propicia o controlo preciso da razão de modo misto G_I/G_{II} . A análise 2D do ensaio MMB permitiu ainda demonstrar a validade do método CBBM (*Compliance-Based Beam Method*) para a determinação das curvas de resistência em modo misto I+II, unicamente a partir das curvas $P-\delta$. Este método baseia-se no conceito de

comprimento de fenda equivalente, o qual inclui, entre outros, o efeito da zona de processo de fractura na resposta do provete.

Foi realizada uma 1ª série de ensaios MMB em provetes de madeira de *Pinus pinaster*, tendo como objectivo a determinação das taxas críticas de libertação de energia e a identificação do critério energético de propagação da fenda. Nesta série de ensaios foram testadas 10 razões de modo misto G_I/G_{II} , tendo as taxas críticas de libertação de energia sido calculadas através do método CBBM. Os resultados obtidos revelaram que o critério de propagação linear é adequado para representar os resultados experimentais no espaço G_I - G_{II} .

Foi realizada uma 2ª série de ensaios MMB, tendo em vista a identificação das leis coesivas em modo misto através do método de Högberg (Högberg 2006). Para esta segunda série de ensaios foram seleccionadas quatro razões de modo misto G_I/G_{II} . Os resultados obtidos mostraram que a razão de modo misto local ($\tan\phi=v/u$), determinada pelos deslocamentos de abertura de fenda em modo I (v) e em modo II (u), não é controlada pela razão de modo misto global (G_I/G_{II}), nem é constante ao longo de um ensaio. Isto porventura explica o facto de as leis coesivas não terem qualquer relação com as razões G_I/G_{II} dos ensaios em que foram obtidas. Além disso, as leis coesivas exibem uma grande dispersão e algumas inconsistências físicas, nomeadamente na relação entre resistência coesiva ao corte (τ_u^{III}) e a razão local de modo misto ($\tan\phi$). A dispersão pode em parte ser explicada pela variabilidade entre provetes da microestrutura da madeira na extremidade da fenda inicial. As inconsistências físicas podem ser atribuídas ao próprio método de Högberg (Högberg 2006), devido à utilização dos valores médios das resistências coesivas dos modos puros (σ_u e τ_u) e dos valores médios dos deslocamentos críticos de abertura de fenda nos modos puros (v_c e u_c).

Capítulo 7. Conclusões e perspectivas de evolução

O principal objectivo deste trabalho é o estudo do comportamento à fractura da madeira sob solicitações de modo misto I+II, incluindo a determinação das correspondentes leis coesivas representativas da fractura do material. Este aspecto reveste-se de particular relevância, dado que a correcta identificação de leis coesivas fisicamente consistentes em ensaios laboratoriais, permite a sua extrapolação para o projecto e concepção de estruturas reais.

A caracterização à fractura em modo misto I+II requer a prévia caracterização sob solicitações de modo puro I e II. Neste contexto, foram realizados dois ensaios de modo puro e três de modo misto I+II: *Double Cantilever Beam* (DCB) para o modo I, *End-Notched Flexure* (ENF) para o modo II e, *Single-Leg Bending* (SLB), *End Loaded Split – Mixed Mode* (SLB-MM) e *Mixed-Mode Bending* (MMB) para o modo misto I+II. De um modo geral, foi seguido o seguinte procedimento:

- desenvolvimento do método de tratamento de resultados baseado na flexibilidade do provete e no conceito de fenda equivalente (*Compliance Based Beam Method*, CBBM) para todos os ensaios e correspondente validação recorrendo aos modelos coesivos;
- validação numérica de todo o procedimento de determinação da lei coesiva para os ensaios DCB, ENF e MMB;
- obtenção por via experimental das curvas força-deslocamento e da abertura de fenda (só para os ensaios DCB, ENF e MMB) recorrendo à técnica da correlação digital de imagem;
- determinação das curvas de resistência e das respectivas taxas críticas de libertação de energia;
- obtenção das leis coesivas por via experimental para os ensaios DCB, ENF e MMB usando o procedimento previamente validado numericamente.

O novo procedimento de tratamento de resultados (CBBM) revelou-se adequado em todos os testes. Efectivamente, a validação numérica recorrendo aos elementos coesivos mostrou que os valores das taxas críticas de libertação de energia são apropriadamente capturados após do tratamento dos resultados numéricos. Este aspecto é relevante dado que o CBBM não requer a monitorização do comprimento de fenda durante os ensaios e evita a prévia execução de testes adicionais para a determinação do módulo longitudinal. Tendo em consideração que a madeira é um material natural com consequente variabilidade das suas propriedades elásticas e com comportamento à fractura quase-frágil, o que dificulta enormemente a identificação da extremidade da fenda no decurso dos ensaios experimentais, podemos afirmar que este método constitui um contributo essencial para uma mais expedita caracterização à fractura da madeira.

O método directo para a determinação das leis coesivas em modos puros recorrendo à correlação digital de imagem revelou-se eficaz, embora haja algumas questões a resolver em trabalho futuro. Essas questões estão relacionadas com a quantificação da resolução e da precisão do método de medida da abertura de fenda e com o método de tratamento da informação experimental, nomeadamente a função de ajuste da relação entre taxa de libertação de energia versus abertura de fenda. Para a identificação das leis coesivas sob solicitações de modo misto I+II recorreu-se ao método de Högberg. Este método evidenciou algumas dificuldades quando aplicado à madeira, uma vez que se baseia nos valores médios das resistências coesivas e dos deslocamentos críticos de abertura de fenda dos modos puros, cuja variabilidade é marcante dado tratar-se de um material natural.

Os ensaios de modo misto realizados (SLB, ELS-MM e MMB) foram utilizados para estimar uma lei de fractura em modo misto no espaço G_I - G_{II} . Os ensaios SLB e ELS-MM apresentam a limitação de propiciar uma razão constante de modo misto ($G_I/G_{II} \approx 1.34$ a 1.35), o que dificulta a definição apropriada de um critério de fractura no espaço G_I - G_{II} . A análise conjunta dos resultados dos ensaios SLB e ELS-MM sugerem que o critério linear de propagação é adequado para descrever o comportamento à fractura em modo misto I+II da madeira de *Pinus pinaster*. Este resultado foi confirmado pelos ensaios MMB, que permitem estudar diferentes razões de modo

misto dentro de uma gama ampla, por alteração expedita do comprimento ϵ do braço de solicitação. Efectivamente, foram analisadas dez razões de modo misto I+II ($0.05 \leq G_I/G_{II} \leq 2.75$) e as médias dos valores das taxas de libertação retiradas de um conjunto de sete a dez testes para cada razão foram representadas no espaço G_I - G_{II} , tendo-se verificado que o critério de propagação linear é o que melhor traduz a tendência observada. Este resultado é de especial relevância no que respeita à utilização de modelos coesivos no projecto e concepção de estruturas de madeira. De facto, esta metodologia constitui uma alternativa válida à utilização das regras do Eurocódigo 5 que, sendo baseadas nos critérios de resistência convencionais, produzem soluções muito conservativas que tendem a restringir as aplicações estruturais da madeira.

Bibliografia

Albertsen, H., J. Ivens, P. Peters, M. Wevers, and I. Verpoest. 1995. “Interlaminar Fracture Toughness of CFRP Influenced by Fibre Surface Treatment: Part 1. Experimental Results.” *Composites Science and Technology* 54 (2): 133–45. doi:10.1016/0266-3538(95)00048-8.

Andena, L., M. Rink, and J.G. Williams. 2006. “Cohesive Zone Modelling of Fracture in Polybutene.” *Engineering Fracture Mechanics* 73 (16): 2476–85. doi:10.1016/j.engfracmech.2006.04.026.

Andersson, T., and U. Stigh. 2004. “The Stress–elongation Relation for an Adhesive Layer Loaded in Peel Using Equilibrium of Energetic Forces.” *International Journal of Solids and Structures* 41 (2): 413–34. doi:10.1016/j.ijsolstr.2003.09.039.

ASTM D30 Committee. 2001. «D6671_D6671M | Test Method for Mixed Mode I-Mode II Interlaminar Fracture Toughness of Unidirectional Fiber Reinforced Polymer Matrix Composites». ASTM International.

ASTM E08 Committee. 2009. “Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials.” ASTM International.

Bao, G., S. Ho, Z. Suo, e B. Fan. 1992. «The role of material orthotropy in fracture specimens for composites». *International Journal of Solids and Structures* 29 (9): 1105–1116. doi:10.1016/0020-7683(92)90138-J.

Barenblatt, G.I. 1962. “The Mathematical Theory of Equilibrium Cracks in Brittle Fracture.” In *Advances in Applied Mechanics*, edited by Th. von Kármán H.L. Dryden, Volume 7:55–129. Elsevier.

Benzeggagh, M.L., e M. Kenane. 1996. «Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus». *Composites Science and Technology* 56 (4): 439–49. doi:10.1016/0266-3538(96)00005-X.

Berry, J. P. (1960). “Some kinetic considerations of the Griffith criterion for fracture—II: Equations of motion at constant deformation.” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 8(3), 207–216.

Bianchi, Sauro, Alberto Corigliano, Roberto Frassine, and Marta Rink. 2006. “Modelling of Interlaminar Fracture Processes in Composites Using Interface Elements.” *Composites Science and Technology* 66 (2): 255–63. doi:10.1016/j.compscitech.2005.04.034.

Blackman, B. R. K., Kinloch, A. J., Paraschi, M., and Teo, W. S. (2003). “Measuring the mode I adhesive fracture energy, G_{Ic} , of structural adhesive joints: the results of an international round-robin.” *International Journal of Adhesion and Adhesives*, 23(4), 293–305.

Bosch, M.J. van den, P.J.G. Schreurs, and M.G.D. Geers. 2006. “An Improved Description of the Exponential Xu and Needleman Cohesive Zone Law for Mixed-Mode Decohesion.” *Engineering Fracture Mechanics* 73 (9): 1220–34. doi:10.1016/j.engfracmech.2005.12.006.

Boström, L., Byggnadsmateriallära, T. H. i L. A. för, and LTH. (1992). *Method for Determination of the Softening Behaviour of Wood and the Applicability of a Nonlinear Fracture Mechanics Model: Doctoral Thesis*. Lund Institute of Technology.

Campilho, R. D. S. G., M. F. S. F. de Moura, D. A. Ramantani, J. J. L. Morais, and J. J. M. S. Domingues. 2009. “Buckling Behaviour of Carbon–Epoxy Adhesively-Bonded Scarf Repairs.” *Journal of Adhesion Science and Technology* 23 (10–11): 1493–1513. doi:10.1163/156856109X433045.

Campilho, R.D.S.G., M.F.S.F. de Moura, A.M.J.P. Barreto, J.J.L. Morais, and J.J.M.S. Domingues. 2009. “Fracture Behaviour of Damaged Wood Beams Repaired with an Adhesively-Bonded Composite Patch.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 40 (6–7): 852–59. doi:10.1016/j.compositesa.2009.04.007.

Charalambides, M., A. J. Kinloch, Y. Wang, e J. G. Williams. 1992. «On the Analysis of Mixed-mode Failure». *International Journal of Fracture* 54 (3) (Abril 1): 269–291. doi:10.1007/BF00035361.

Chen, J.H, R Sernow, E Schulz, and G Hinrichsen. 1999. “A Modification of the Mixed-Mode Bending Test Apparatus.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 30 (7): 871–77. doi:10.1016/S1359-835X(98)00193-6.

Chow, W. T., and S. N. Atluri. 1995. “Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors for Interfacial Crack Using Virtual Crack Closure Integral.” *Computational Mechanics* 16 (6): 417–25. doi:10.1007/BF00370563.

Cramer, Steven M., and Anton D. Pugel. 1987. “Compact Shear Specimen for Wood Mode II Fracture Investigations.” *International Journal of Fracture* 35 (3): 163–74. doi:10.1007/BF00015586.

Crews, John H., e James R. Reeder. 1988. *A mixed-mode bending apparatus for delamination testing*. Editado por Langley Research Center. NASA technical memorandum 100662. National Aeronautics and Space Administration, Langley Research Center.

Dahlen, Christian, and George S. Springer. 1994. “Delamination Growth in Composites under Cyclic Loads.” *Journal of Composite Materials* 28 (8): 732–81. doi:10.1177/002199839402800803.

- Davidson, B. D., and V. Sundararaman. 1996. "A Single Leg Bending Test for Interfacial Fracture Toughness Determination." *International Journal of Fracture* 78 (2): 193–210. doi:10.1007/BF00034525.
- Davidson, B.D., P.L. Fariello, R.C. Hudson, and V. Sundararaman. 1997. "Accuracy Assessment of the Singular Field-Based Mode Mix Decomposition Procedure for the Prediction of Delamination." *Composite Materials: Testing and Design, ASTM STP 1242* 13: 109–28.
- Davidson, B.D., R. Krüger, and M. König. 1995. "Three-Dimensional Analysis of Center-Delaminated Unidirectional and Multidirectional Single-Leg Bending Specimens." *Composites Science and Technology* 54 (4): 385–94. doi:10.1016/0266-3538(95)00069-0.
- Davidson, Barry D., and Kevin L. Koudela. 1999. "Influence of the Mode Mix of Precracking on the Delamination Toughness of Laminated Composites." *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 18 (15): 1408–14. doi:10.1177/073168449901801504.
- Davidson, Barry D., Simon J. Gharibian, and LiJie Yu. 2000. "Evaluation of Energy Release Rate-Based Approaches for Predicting Delamination Growth in Laminated Composites." *International Journal of Fracture* 105 (4): 343–65. doi:10.1023/A:1007647226760.
- Davies, P. 1993. "Protocol for Interlaminar Fracture Testing of Composites." IFR-EMER Brochure. Centre de Brest - France: ESIS-Polymers & Composites Task Group TC 4.
- Davies, P., G.D. Sims, B.R.K. Blackman, A.J. Brunner, K. Kageyama, M. Hojo, K. Tanaka, et al. 1999. "Comparison of Test Configurations for Determination of Mode II Interlaminar Fracture Toughness Results from International Collaborative Test Programme." *Plastics, Rubber and Composites* 28 (9): 432–37. doi:10.1179/146580199101540600.
- de Moura, M. F. S. F., Gonçalves, J. P. M., Marques, A. T., and Castro, P. M. S. T. D. (1997). "Modeling Compression Failure after Low Velocity Impact on Laminated Composites Using Interface Elements." *Journal of Composite Materials*, 31(15), 1462–1479.
- de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., and Dourado, N. (2008). "A new data reduction scheme for mode I wood fracture characterization using the double cantilever beam test." *Engineering Fracture Mechanics*, 75(13), 3852–3865.
- De Moura, Marcelo F.S.F., Manuel A.L. Silva, José J.L. Morais, Alfredo B. de Morais, e José J.L. Lousada. 2009. «Data reduction scheme for measuring G IIc of wood in end-notched flexure (ENF) tests». *Holzforschung* 63 (1) (Janeiro 1). doi:10.1515/HF.2009.022.

- Dourado, N. M. M., de Moura, M. F. S. F., Morais, J. J. L., and Silva, M. A. L. (2010). “Estimate of resistance-curve in wood through the double cantilever beam test.” *Holzforschung*, 64(1).
- Dourado, N. M., M. F. S. F. de Moura, S. Morel, J. J. L. Morais, and G. Valentin. 2005. “Método Inverso de Identificação Dos Parâmetros de Um Modelo Coesivo de Fractura Da Madeira de Pinus Pinaster Ait. Baseado Em Algoritmos Genéticos.” In . Granada - Espanha: J. L. P. Aparicio [et. al.]. Sociedad Española de Métodos Numéricos en Ingeniería.
- Dourado, N., F.A.M. Pereira, M.F.S.F. de Moura, and J.J.L. Morais. 2012. “Repairing Wood Beams under Bending Using Carbon–epoxy Composites.” *Engineering Structures* 34 (January): 342–50. doi:10.1016/j.engstruct.2011.09.001.
- Dourado, N., Morel, S., de Moura, M. F. S. F., Valentin, G., and Morais, J. (2008). “Comparison of fracture properties of two wood species through cohesive crack simulations.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39(2), 415–427.
- Dourado, N., S. Morel, M.F.S.F. de Moura, G. Valentin, and J. Morais. 2008. “Comparison of Fracture Properties of Two Wood Species through Cohesive Crack Simulations.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 39 (2): 415–27. doi:10.1016/j.compositesa.2007.08.025.
- Ducept, F. 1999. “A Mixed-Mode Failure Criterion Derived from Tests on Symmetric and Asymmetric Specimens.” *Composites Science and Technology* 59 (4): 609–19. doi:10.1016/S0266-3538(98)00105-5.
- Dugdale, D.S. 1960. “Yielding of Steel Sheets Containing Slits.” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 8 (2): 100–104. doi:10.1016/0022-5096(60)90013-2.
- Elices, M., G.V. Guinea, J. Gómez, and J. Planas. 2002. “The Cohesive Zone Model: Advantages, Limitations and Challenges.” *Engineering Fracture Mechanics* 69 (2): 137–63. doi:10.1016/S0013-7944(01)00083-2.
- Fernberg, S. , and Berglund, L. . (2001). “Bridging law and toughness characterisation of CSM and SMC composites.” *Composites Science and Technology*, 61(16), 2445–2454.
- Frühmann, K., I. Burgert, S. E. Stanzl-Tschegg, and E. K. Tschegg. 2003. “Mode I Fracture Behaviour on the Growth Ring Scale and Cellular Level of Spruce (*Picea Abies* [L.] Karst.) and Beech (*Fagus Sylvatica* L.) Loaded in the TR Crack Propagation System.” *Holzforschung* 57 (6). doi:10.1515/HF.2003.098.
- Gonçalves, J. P. M., M. F. S. F. de Moura, P. M. S. T. de Castro, and A. T. Marques. 2000. “Interface Element Including Point-to-Surface Constraints for Three-Dimensional Problems with Damage Propagation.” *Engineering Computations* 17 (1): 28–47. doi:10.1108/02644400010308053.

- Hashemi, S., A. J. Kinloch, e J. G. Williams. 1990. «The Analysis of Interlaminar Fracture in Uniaxial Fibre-Polymer Composites». *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences* 427 (1872) (Agosto 1): 173–199. doi:10.1098/rspa.1990.0007.
- Högberg, J. 2006. “Mixed Mode Cohesive Law.” *International Journal of Fracture* 141 (3): 549–59. doi:10.1007/s10704-006-9014-9.
- Hui, C. Y., A. Ruina, R. Long, and A. Jagota. 2011. “Cohesive Zone Models and Fracture.” *The Journal of Adhesion* 87 (1): 1–52. doi:10.1080/00218464.2011.538315.
- Jernkvist, Lars Olof. 2001a. “Fracture of Wood under Mixed Mode Loading: I. Derivation of Fracture Criteria.” *Engineering Fracture Mechanics* 68 (5): 549–63. doi:10.1016/S0013-7944(00)00127-2.
- Jernkvist, Lars Olof. 2001b. “Fracture of Wood under Mixed Mode Loading: II. Experimental Investigation of Picea Abies.” *Engineering Fracture Mechanics* 68 (5): 565–76. doi:10.1016/S0013-7944(00)00128-4.
- Kageyama, Kazuro, Masanori Kikuchi, and Noboru Yanagisawa. 1991. “Stabilized End Notched Flexure Test - Characterization of Mode II Interlaminar Crack Growth.” *Composite Materials: Fatigue and Fracture* 3: 210–25.
- Kim, Ben W., and Arnold H. Mayer. 2003. “Influence of Fiber Direction and Mixed-Mode Ratio on Delamination Fracture Toughness of Carbon/Epoxy Laminates.” *Composites Science and Technology* 63 (5): 695–713.
- King, M. J., I. J. Sutherland, and L. Le-Ngoc. 1999. “Fracture Toughness of Wet and Dry Pinus Radiata.” *European Journal of Wood and Wood Products* 57 (4): 235–40. doi:10.1007/s001070050048.
- Kinloch, A.J., Y. Wang, J.G. Williams, e P. Yayla. 1993. «The mixed-mode delamination of fibre composite materials». *Composites Science and Technology* 47 (3): 225–237. doi:10.1016/0266-3538(93)90031-B.
- Korjakin, A., R. Rikards, F.-G. Buchholz, H. Wang, A. K. Bledzki, and A. Kessler. 1998. “Comparative Study of Interlaminar Fracture Toughness of GFRP with Different Fiber Surface Treatments.” *Polymer Composites* 19 (6): 793–806. doi:10.1002/pc.10154.
- Lai, Y. 1996. “The Cracked Lap Shear Specimen Revisited—a Closed Form Solution.” *International Journal of Solids and Structures* 33 (12): 1725–43. doi:10.1016/0020-7683(95)00124-7.
- Leffler, K., K.S. Alfredsson, and U. Stigh. 2007. “Shear Behaviour of Adhesive Layers.” *International Journal of Solids and Structures* 44 (2): 530–45. doi:10.1016/j.ijsolstr.2006.04.036.

Lindhagen, J. ., and Berglund, L. . (2000). “Application of bridging-law concepts to short-fibre compositesPart 1: DCB test procedures for bridging law and fracture energy.” *Composites Science and Technology*, 60(6), 871–883.

Liu, Z., R. F. Gibson, e G. M. Newaz. 2000. «Modification of the composite laminate mixed mode bending test for fracture testing of adhesive joints». *Em Proc of the American Society for Composites*, 25–27:391. College Station, Texas. doi:10.1080/00218460210408.

Lundsgaard-Larsen, Christian, Bent F. Sørensen, Christian Berggreen, and Rasmus C. Østergaard. 2008. “A Modified DCB Sandwich Specimen for Measuring Mixed-Mode Cohesive Laws.” *Engineering Fracture Mechanics* 75 (8): 2514–30. doi:10.1016/j.engfracmech.2007.07.020.

Mall, S., J. Murphy, and J. Shottafer. 1983. “Criterion for Mixed Mode Fracture in Wood.” *Journal of Engineering Mechanics* 109 (3): 680–90. doi:10.1061/(ASCE)0733-9399(1983)109:3(680).

Martin, R.H., and B.D. Davidson. 1999. “Mode II Fracture Toughness Evaluation Using Four Point Bend, End Notched Flexure Test.” *Plastics, Rubber and Composites* 28 (8): 401–6. doi:10.1179/146580199101540565.

Matsumoto, Noah, and John A. Nairn. 2012. “Fracture Toughness of Wood and Wood Composites during Crack Propagation.” *Wood and Fiber Science* 44 (2): 121–33.

Mekky, Waleed, and Patrick S. Nicholson. 2006. “The Fracture Toughness of Ni/Al₂O₃ Laminates by Digital Image Correlation I: Experimental Crack Opening Displacement and R-Curves.” *Engineering Fracture Mechanics* 73 (5): 571–82. doi:10.1016/j.engfracmech.2005.09.005.

Morel S., Bouchaud E., Schmittbuhl J., and Valentin G. 2002. “R-Curve Behavior and Roughness Development of Fracture Surfaces.” *International Journal of Fracture* 114 (4): 307–25.

Morel, Stéphane, Nuno Dourado, and Gérard Valentin. 2005. “Wood: A Quasibrittle Material R-Curve Behavior and Peak Load Evaluation.” *International Journal of Fracture* 131 (4): 385–400. doi:10.1007/s10704-004-7513-0.

Moura, M. F. S. F. de, J. P. M. Gonçalves, A. T. Marques, and P. M. S. T. De Castro. 1997. “Modeling Compression Failure after Low Velocity Impact on Laminated Composites Using Interface Elements.” *Journal of Composite Materials* 31 (15): 1462–79. doi:10.1177/002199839703101501.

Moura, M. F. S. F. de, M.A.L. Silva, A.B. de Morais, and J.J.L. Morais. 2006. “Equivalent Crack Based Mode II Fracture Characterization of Wood.” *Engineering Fracture Mechanics* 73 (8): 978–93. doi:10.1016/j.engfracmech.2006.01.004.

Moura, M.F.S.F. de, J.J.L. Morais, and N. Dourado. 2008. "A New Data Reduction Scheme for Mode I Wood Fracture Characterization Using the Double Cantilever Beam Test." *Engineering Fracture Mechanics* 75 (13): 3852–65. doi:10.1016/j.engfracmech.2008.02.006.

Moura, Marcelo F.S.F. de, Manuel A.L. Silva, José J.L. Morais, Alfredo B. de Morais, and José J.L. Lousada. 2009. "Data Reduction Scheme for Measuring G_{IIc} of Wood in End-Notched Flexure (ENF) Tests." *Holzforschung* 63 (1). doi:10.1515/HF.2009.022.

Needleman, A. 1987. "A Continuum Model for Void Nucleation by Inclusion Debonding." *Journal of Applied Mechanics* 54 (3): 525. doi:10.1115/1.3173064.

Nilsson, F. (2005). "A Tentative Method for Determination of Cohesive Zone Properties in Soft Materials." *International Journal of Fracture*, 136(1), 133–142.

Nilsson, Fred. 2005. "A Tentative Method for Determination of Cohesive Zone Properties in Soft Materials." *International Journal of Fracture* 136 (1): 133–42. doi:10.1007/s10704-005-5125-y.

Oliveira, J.M.Q. 2004. "Aplicação do ensaio de Arcan na determinação do comportamento ao corte da madeira de *Pinus pinaster* Ait." Vila Real: s.n.

Oliveira, J.M.Q., M.F.S.F. de Moura, M.A.L. Silva, e J.J.L. Morais. 2007. «Numerical analysis of the MMB test for mixed-mode I/II wood fracture». *Composites Science and Technology* 67 (9): 1764–71. doi:10.1016/j.compscitech.2006.11.007.

Oliveira, Jorge M.Q., Marcelo F.S.F. de Moura, e José J.L. Morais. 2009. «Application of the end loaded split and single-leg bending tests to the mixed-mode fracture characterization of wood». *Holzforschung* 63 (5) (Janeiro 1): 597–602. doi:10.1515/HF.2009.088.

Pan, Bing, Kemao Qian, Huimin Xie, and Anand Asundi. 2009. "Two-Dimensional Digital Image Correlation for in-Plane Displacement and Strain Measurement: A Review." *Measurement Science and Technology* 20 (6): 062001. doi:10.1088/0957-0233/20/6/062001.

Pereira, A.B., e A.B. de Morais. 2006. «Mixed mode I+II interlaminar fracture of glass/epoxy multidirectional laminates – Part 1: Analysis». *Composites Science and Technology* 66 (13): 1889–95. doi:10.1016/j.compscitech.2006.04.006.

Pereira, J. L. E. (2005). "Comportamento mecânico da madeira em tracção nas direcções de simetria material." s.n., Vila Real.

Raju, I.S. 1987. "Calculation of Strain-Energy Release Rates with Higher Order and Singular Finite Elements." *Engineering Fracture Mechanics* 28 (3): 251–74. doi:10.1016/0013-7944(87)90220-7.

Reeder, James R., and John H. Crews. 1990. "Mixed-Mode Bending Method for Delamination Testing." *AIAA Journal* 28 (7): 1270–76. doi:10.2514/3.25204.

Reeder, Jr, e Jh Crews. 1992. «Redesign of the Mixed-Mode Bending Delamination Test to Reduce Nonlinear Effects». *Journal of Composites Technology and Research* 14 (1): 12. doi:10.1520/CTR10078J.

Reiterer, A. 2001. “The Influence of Temperature on the Mode I Fracture Behavior of Wood.” *Journal of Materials Science Letters* 20 (20): 1905–7. doi:10.1023/A:1012878312492.

Reiterer, A., and S. Tschegg. 2002. “The Influence of Moisture Content on the Mode I Fracture Behaviour of Sprucewood.” *Journal of Materials Science* 37 (20): 4487–91. doi:10.1023/A:1020610231862.

Reyes V., G., and W. J. Cantwell. 2000. “The Mechanical Properties of Fibre-Metal Laminates Based on Glass Fibre Reinforced Polypropylene.” *Composites Science and Technology* 60 (7): 1085–94. doi:10.1016/S0266-3538(00)00002-6.

Ribeiro, P., M. Silva, and J.J.L. Morais. 2006. “Análise Por Elementos Finitos Do Ensaio DCB Aplicado À Madeira Pinus Pinaster Ait.” *Mecânica Experimental*, no. 12: 49–57.

Ribeiro, P., M. Silva, and M.F.S.F. de Moura. 2006. “Estudo Numérico E Experimental Do Ensaio DCB Aplicado À Madeira de Pinus Pinaster Ait.” In *Proceedings Das XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural*. Campinas, Brasil.

Russell, Aj, and Kn Street. 1985. “Moisture and Temperature Effects on the Mixed-Mode Delamination Fracture of Unidirectional Graphite/Epoxy.” In *Delamination and Debonding of Materials*, edited by Ws Johnson, 349-349–22. 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959: ASTM International.

Rybicki, E.F., and M.F. Kanninen. 1977. “A Finite Element Calculation of Stress Intensity Factors by a Modified Crack Closure Integral.” *Engineering Fracture Mechanics* 9 (4): 931–38. doi:10.1016/0013-7944(77)90013-3.

Schuecker, Clara, and Barry D. Davidson. 2000. “Evaluation of the Accuracy of the Four-Point Bend End-Notched Flexure Test for Mode II Delamination Toughness Determination.” *Composites Science and Technology* 60 (11): 2137–46. doi:10.1016/S0266-3538(00)00113-5.

Silva, M.A.L., J.J.L. Morais, M.F.S.F. de Moura, e J.L. Lousada. 2007. «Mode II wood fracture characterization using the ELS test». *Engineering Fracture Mechanics* 74 (14): 2133–47. doi:10.1016/j.engfracmech.2006.10.012.

Silva, M.A.L., M.F.S.F. de Moura, and J.J.L. Morais. 2006. “Numerical Analysis of the ENF Test for Mode II Wood Fracture.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37 (9): 1334–44. doi:10.1016/j.compositesa.2005.08.014.

Slowik, Volker, Beate Villmann, Nick Bretschneider, and Thomas Villmann. 2006. “Computational Aspects of Inverse Analyses for Determining Softening Curves of

Concrete.” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 195 (52): 7223–36. doi:10.1016/j.cma.2005.04.021.

Sørensen, Bent F, and Torben K Jacobsen. 1998. “Large-Scale Bridging in Composites: R-Curves and Bridging Laws.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 29 (11): 1443–51. doi:10.1016/S1359-835X(98)00025-6.

Sørensen, Bent F., and Peter Kirkegaard. 2006. “Determination of Mixed Mode Cohesive Laws.” *Engineering Fracture Mechanics* 73 (17): 2642–61. doi:10.1016/j.engfracmech.2006.04.006.

Sorensen, Larissa, John Botsis, Thomas Gmür, and Joël Cugnoni. 2007. “Delamination Detection and Characterisation of Bridging Tractions Using Long FBG Optical Sensors.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 38 (10): 2087–96. doi:10.1016/j.compositesa.2007.07.009.

Sousa, A. M. R., J. Xavier, J. J. L. Morais, V. M. J. Filipe, and M. Vaz. 2011. “Processing Discontinuous Displacement Fields by a Spatio-Temporal Derivative Technique.” *Optics and Lasers in Engineering* 49 (12): 1402–12. doi:10.1016/j.optlaseng.2011.07.007.

Susanti, Cicilia Maria Erna, Tetsuya Nakao, and Hiroshi Yoshihara. 2010. “Examination of the Failure Behaviour of Wood with a Short Crack in the Tangential–radial System by Single-Edge-Notched Bending Test.” *Engineering Fracture Mechanics* 77 (13): 2527–36. doi:10.1016/j.engfracmech.2010.05.019.

Susanti, Cicilia Maria Erna, Tetsuya Nakao, and Hiroshi Yoshihara. 2011. “Examination of the Mode II Fracture Behaviour of Wood with a Short Crack in an Asymmetric Four-Point Bending Test.” *Engineering Fracture Mechanics* 78 (16): 2775–88. doi:10.1016/j.engfracmech.2011.07.014.

Szekrényes, A, and J Uj. 2004. “Beam and Finite Element Analysis of Quasi-Unidirectional Composite SLB and ELS Specimens.” *Composites Science and Technology* 64 (15): 2393–2406. doi:10.1016/j.compscitech.2004.05.002.

Tanaka, Kiyoshi, Kazuro Kageyama, and Masaki Hojo. 1995. “Prestandardization Study on Mode II Interlaminar Fracture Toughness Test for Cfrp in Japan.” *Composites* 26 (4): 257–67. doi:10.1016/0010-4361(95)93669-B.

Tracy, G, P Feraboli, and K Kedward. 2003. “A New Mixed Mode Test for Carbon/Epoxy Composite Systems.” *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 34 (11): 1125–31. doi:10.1016/S1359-835X(03)00205-7.

Tschegg, E. K, A. Reiterer, T. Pleschberger, and S. E Stanzl-tschegg. 2001. “Mixed Mode Fracture Energy of Sprucewood.” *Journal of Materials Science* 36: 3531–37.

van den Bosch, M. J., Schreurs, P. J. G., and Geers, M. G. D. (2006). “An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion.” *Engineering Fracture Mechanics*, 73(9), 1220–1234.

- Vasic, Svetlana, and Ian Smith. 2002. "Bridging Crack Model for Fracture of Spruce." *Engineering Fracture Mechanics* 69(6): 45–60. doi:10.1016/S0013-7944(01)00091-1.
- Wang, Y., and J.G. Williams. 1992. "Corrections for Mode II Fracture Toughness Specimens of Composites Materials." *Composites Science and Technology* 43 (3): 251–56. doi:10.1016/0266-3538(92)90096-L.
- Williams, J. G. 1988. «On the calculation of energy release rates for cracked laminates». *International Journal of Fracture* 36 (2) (Fevereiro): 101–119. doi:10.1007/BF00017790.
- Williams, J.G. 1989. «End corrections for orthotropic DCB specimens». *Composites Science and Technology* 35 (4): 367–76. doi:10.1016/0266-3538(89)90058-4.
- Xavier, J., de Jesus, A. M. P., Morais, J. J. L., and Pinto, J. M. T. (2012). "Stereovision measurements on evaluating the modulus of elasticity of wood by compression tests parallel to the grain." *Construction and Building Materials*, 26(1), 207–215.
- Xavier, J., J. Morais, N. Dourado, and de M. F. S. F. Moura. 2011. "Measurement of Mode I and Mode II Fracture Properties of Wood-Bonded Joints." *Journal of Adhesion Science and Technology* 25 (20): 2881–95. doi:10.1163/016942411X576563.
- Xavier, J., P. Monteiro, J. J. L. Morais, N. Dourado, and M. F. S. F. de Moura. 2014. "Moisture Content Effect on the Fracture Characterisation of Pinus Pinaster under Mode I." *Journal of Materials Science* 49 (21): 7371–81. doi:10.1007/s10853-014-8375-0.
- Xavier, José, António M. R. Sousa, José J. L. Morais, Vitor M. J. Filipe, and Mario Vaz. 2012. "Measuring Displacement Fields by Cross-Correlation and a Differential Technique: Experimental Validation." *Optical Engineering* 51 (4): 043602–1. doi:10.1117/1.OE.51.4.043602.
- Yan, A. 2001. "A Finite-Element Model of Mixed-Mode Delamination in Laminated Composites with an R-Curve Effect." *Composites Science and Technology* 61 (10): 1413–27. doi:10.1016/S0266-3538(01)00041-0.
- Yoon, S. H., and C. S. Hong. 1990. "Modified End Notched Flexure Specimen for Mixed Mode Interlaminar Fracture in Laminated Composites." *International Journal of Fracture* 43 (1): R3–9. doi:10.1007/BF00018129.
- Yoshihara, Hiroshi, and Masamitsu Ohta. 2000. "Measurement of Mode II Fracture Toughness of Wood by the End-Notched Flexure Test." *Journal of Wood Science* 46 (4): 273–78. doi:10.1007/BF00766216.
- Yoshihara, Hiroshi, and Takuji Kawamura. 2006. "Mode I Fracture Toughness Estimation of Wood by DCB Test." *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing* 37 (11): 2105–13. doi:10.1016/j.compositesa.2005.12.001.

Yoshihara, Hiroshi. 2004. "Mode II R-Curve of Wood Measured by 4-ENF Test." *Engineering Fracture Mechanics* 71 (13–14): 2065–77. doi:10.1016/j.engfracmech.2003.09.001.

Yoshihara, Hiroshi. 2008. "Mode II Fracture Mechanics Properties of Wood Measured by the Asymmetric Four-Point Bending Test Using a Single-Edge-Notched Specimen." *Engineering Fracture Mechanics* 75 (16): 4727–39. doi:10.1016/j.engfracmech.2008.06.010.

Yum, Young-Jin, and Hee You. 2001. "Pure Mode I, II and Mixed Mode Interlaminar Fracture of Graphite/Epoxy Composite Materials." *Journal of Reinforced Plastics and Composites* 20 (9): 794–808. doi:10.1177/073168401772678571.