

**Vigas de Betão de Ultra Elevado Desempenho
Reforçado com Fibras Metálicas Sujeitas à
Torção:
Evidência Experimental e Metodologia para a
Extensão do Modelo GSVATM
(versão final após defesa)**

Renato José Marmelo Santana Lopes

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil
(2º Ciclo de Estudos)

Orientador: Prof. Doutor Luís Filipe Almeida Bernardo

julho de 2023

Declaração de Integridade

Eu, Renato José Marmelo Santana Lopes, que abaixo assino, estudante com o número de inscrição M11301 do 2º Ciclo de Estudo do Mestrado em Engenharia Civil da Faculdade das Engenharias, declaro ter desenvolvido o presente trabalho e elaborado o presente texto em total consonância com o **Código de Integridades da Universidade da Beira Interior**.

Mais concretamente afirmo não ter incorrido em qualquer das variedades de Fraude Académica, e que aqui declaro conhecer, que em particular atendi à exigida referência de frases, extratos, imagens e outras formas de trabalho intelectual, e assumindo assim na íntegra as responsabilidades da autoria.

Universidade da Beira Interior, Covilhã 17/07/2023

Dedicatória

À minha família.

Agradecimentos

Quero agradecer esta oportunidade que tive no decorrer deste percurso poder desenvolver um tema tão importante e atual para a Engenharia Civil, como o tema proposto pelo Professor Doutor Luís Filipe Almeida Bernardo, agradecer-lhe todo o apoio prestado no decorrer e no desenvolvimento do tema, bem como, ter demonstrado, a meu ver, uma enorme dedicação aos seus alunos.

Em termos gerais, agradecer a oportunidade de na minha vida ter podido tirar o 2º ciclo de estudos, na Universidade da Beira Interior, e ter podido contribuir com a minha prestação, numa melhoria significativa para o mundo académico, no âmbito da Engenharia Civil.

Resumo

Neste trabalho é estudado o comportamento teórico de vigas de betão de ultra elevado desempenho reforçado com fibras metálicas sujeitas à torção, demonstrando evidências experimentais e introduzindo uma nova metodologia para a extensão do modelo GSVATM unificado, proposto e validado por Bernardo e Andrade [1].

Para que isso aconteça, são descritas as evidências experimentais ensaiadas à torção por Yang et al [2] e Zhou et al [3], as quais contam com vigas de ensaio que tem determinadas características que são importantes e que serão alvo de referência. Será determinada a lei constitutiva das fibras metálicas, determinadas as novas equações de equilíbrio e compatibilidade, que farão parte do algoritmo proposto.

Palavras-chaves

Vigas, Torção, Fibras Metálicas, Betão de Ultra Elevado Desempenho, Evidência Experimental, Modelo GSVATM

Abstract

In this work the theoretical behavior of ultra high performance concrete beams reinforced with metal fibers subject to torsion is studied, demonstrating experimental evidence and introducing a new methodology for the extension of the unified GSVATM model, proposed and validated by Bernardo and Andrade [1].

For this to happen, the experimental evidence tested to torsion by Yang et al [2] e Zhou et al [3] are described, which have test beams that have certain characteristics that are important and that will be the target of reference. The constitutive law of the metallic fibers will be determined, the new equilibrium and compatibility equations will be determined, which will be part of the proposed algorithm.

Keywords

Beams, Torsion, Metal Fibers, Ultra High Performance Concrete, Experimental Evidence, GSVATM Model

Índice

Capítulo 1 - Enquadramento do Tema

1.1.Introdução Histórica sobre o Betão Armado	1
1.1.1.Considerções Gerais.....	1
1.1.2.Utilização e Regulamentação	2
1.2.Introdução ao Problema da Torção em Estruturas de Betão.....	4
1.2.1.Notas Históricas.....	4
1.2.2.Identificação dos Efeitos Torcionais	7
1.2.2.1.Torção de Compatibilidade e Torção de Equilíbrio	7
1.2.2.2.Torção de Circulatória e Torção de Empenamento	9
1.2.2.3.Comportamento de uma Viga de Betão Armado Sujeita à Torção	12
1.3.Justificação do Tema do Trabalho	13
1.4.Objetivos e Organização do Trabalho	14

Capítulo 2 - Betão Reforçado com Fibras Metálicas (SFRC) e Betão Ultra Elevado Desempenho Reforçado com Fibras Metálicas (UHPFRC)

2.1.Introdução	16
2.1.1.Notas Históricas.....	16
2.1.2.Principais Propriedade.....	19
2.2.Leis Constitutivas para o SFRC e UHPFRC	20
2.2.1.O Efeito da Tração na Modelação Numérica.....	20
2.2.2.Relações Constitutivas de UHPFRC	24
2.3.Considerações Finais	25

Capítulo 3 - Evidências Experimentais de Vigas UHPFRC Ensaçadas à Torção

3.1.Considerções Gerais	26
3.2.Objectivos	27
3.3.Programa Experimental - Yang et al [2].	29
3.3.1.Materiais Usados.....	29
3.3.2. Procedimentos, Parâmetros de Ensaio e Caracterização das vigas de Teste	30
3.3.3. Configuração de Teste e Monitorização	32
3.3.4. Resultados e Discussão	33
3.4.Programa Experimental - Zhou et al [3].	39
3.4.1. Materiais Usados.....	39
3.4.2. Procedimentos, Parâmetros de Ensaio, Caracterização das vigas de teste	40

3.4.3. Configuração de Teste e Monitorização	42
3.4.4. Resultados e Discussão	43
3.6. Considerações Finais.....	46
Capitulo 4 - Extensão do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à Torção	
4.1. Introdução.....	47
4.2. Modelo de GSVATM Unificado	50
4.2.1. VATM e Modelos Baseados no VATM.....	50
4.2.2. GSVATM Unificado para Vigas de Betão Armado	55
4.2.4. Considerações finais	63
4.3. Metodologia para a Reformulação do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção	64
4.3.1. Introdução	64
4.3.2. Nova Lei Constitutiva, Equações de Equilíbrio e de Compatibilidade	64
4.3.3. Algoritmo de solução modificado.....	68
Capitulo 5 - Conclusões e Recomendações para Estudos Futuros	
5.1. Introdução.....	72
5.2. Conclusões	73
5.3. Propostas de Trabalhos Futuros.....	74
Referências	

Lista de Figuras

- Figura 1.1** - Aqueduto da Pont du Gard [7]
- Figura 1.2** - Ponte de Vila Formosa [8]
- Figura 1.3** - Vigas do Sistema Hennebique [10]
- Figura 1.4** - Ponte de Sejães na EN333-3 - Sistema Hennebique, 1907 [10]
- Figura 1.5** - Corte Transversal do tabuleiro da Ponte Waterloo [13]
- Figura 1.6** - Rotura Frágil com Fenda Helicoidal devido a Torção de uma Viga [13]
- Figura 1.7** - Pórtico com torção de compatibilidade (a) e (b) e pórtico com torção de equilíbrio (c) e (d) e respetiva formação de rótulas plásticas [15]
- Figura 1.8** - Evolução da rigidez de torção com momento torsor [13]
- Figura 1.9** - Torção circulatoria e torção com empenamento [13]
- Figura 1.10** - Curva típica $T - \theta$ de uma viga em betão armado sujeita à torção pura [4]
- Figura 2.1** - Mecanismos de reforço de diversos tipos de fibras [19]
- Figura 2.2** - O betão reforçado com fibras metálicas (SFRC) fendilhado tem uma resistência à tração maior que o correspondente betão simples (BS) [19]
- Figura 2.3** - Comparação do comportamento à tração entre vários tipos de betão [20]
- Figura 2.4** - Comportamento em tração evidenciando *strain-softening* e *strain-hardening* [20]
- Figura 2.5** - Comparação dos modelos de tração [22]
- Figura 3.1** - Detalhes dos corpos de prova da viga [2]
- Figura 3.2** - Detalhes da configuração do teste das vigas [2]
- Figura 3.3** - Imagem com uma viga em posição de ensaio [2]
- Figura 3.4** - Curva T- θ da Viga SS-F2-L00-S00
- Figura 3.5** - Curvas T- θ de vigas com diferentes teores de fibras metálicas (ρ_s) (a), (b) e (c)
- Figura 3.6** - Curvas T- θ de vigas com diferentes taxas de armadura transversal, (a), (b), (c) e (d)
- Figura 3.7** - Curvas T- θ de vigas com diferentes taxas de armadura longitudinal (a), (b) e (c)
- Figura 3.8** - Fissuras e padrões de rotura nas vigas testadas [2]
- Figura 3.9** - Disposição e dimensionamento da armadura de vigas ocas UHPFRC (mm): (a) vigas ocas com largura de 200 mm ou 300 mm, (b) vigas ocas em balanço
- Figura 3.10** - Esquemas de medição de deformações e deformações rotacionais: (a) extensómetros UHPFRC, (b) extensómetros de varões, (c) instrumentos de teste de ângulo de rotação e (d) torção aplicada. Configuração do teste real e esquemática [3]
- Figura 3.11** - Curvas de vigas testadas
- Figura 3.12** - Comportamentos de fissuração da Viga HB300T50-2 [3]
- Figura 4.1** - Elementos de viga retangular: (a) viga estreita (b) viga oca ou tipo caixão [1]

- Figura 4.2** - Gradiente de deformação e tensão na escora e no tirante de betão [1]
- Figura 4.3** - Círculo de Mohr para o estado de deformação de uma placa sujeita ao corte
- Figura 4.4** - GSVATM unificado: Fluxograma do procedimento de solução [31]
- Figura 4.5** - Relação tensão-deformação das fibras metálicas nas fissuras [33]
- Figura 4.6** - Distribuição de deformação e tensão das fibras metálicas e bloco de tensão média [33]
- Figura 4.7** - Fluxograma do Algoritmo de Cálculo do GSVATM modificado para obtenção dos pontos da curva $T - \theta$

Lista de Tabelas

Tabela 3.1 - Proporção de mistura de UHPC [2]

Tabela 3.2 - Propriedades das vigas e os parâmetros experimentais [2]

Tabela 3.3 - Resultados de teste para parâmetros de fissuração [2]

Tabela 3.4 - Resultados dos testes para os parâmetros de resistência [2]

Tabela 3.5 - Componentes no UHPFRC em estudo [3].

Tabela 3.6 - Propriedades geométricas e mecânicas das fibras metálicas [3]

Tabela 3.7 - Propriedades mecânicas do UHPFRC [3]

Tabela 3.8 - Parâmetros das vigas testadas [3]

Tabela 3.9 - Principais resultados obtidos [3]

Tabela 3.10 - Principais resultados obtidos (continuação) [3]

Simbologia

Alfabeto Latino

A_c - Área limitada pelo perímetro exterior de uma secção transversal de betão

A_{ef} - Área efetiva

A_{fl} - Área da armadura GFRP longitudinal

A_{ft} - Área da armadura GFRP de um varão transversal (área de um ramo)

A_o - Área limitada pela linha média do fluxo de corte

A_{sl} - Área da armadura ordinária longitudinal

A_{st} - Área da armadura ordinária transversal (área de um ramo)

A_t - Área da secção das cintas constituintes da armadura transversal (ACI)

C - Força de compressão que atua nas escoras de betão

E_c - Módulo de elasticidade do betão

E_f - Módulo de elasticidade dos varões GFRP

E_{fl} - Módulo de elasticidade dos varões GFRP longitudinal

E_{ft} - Módulo de elasticidade dos varões GFRP transversal

E_s - Módulo de elasticidade do aço

E_{sl} - Módulo de elasticidade do aço usado na armadura ordinária longitudinal

E_{st} - Módulo de elasticidade do aço usado na armadura ordinária transversal

G_{JI} - Rigidez elástica à torção no Estado I

G_{JII} - Rigidez elástica à torção no Estado II (pós-fissuração)

M - Momento fletor

M_T - Momento torsor

N - Força absorvida pela armadura longitudinal

R - Resultante das forças de compressão e tração

T - Força de tração que atua nos tirantes de betão / Momento torsor

T_i - Momento torsor aplicado em cada subdivisão retangular (i) xviii

T_{cr} - Momento torsor de fissuração

T_i - Momento torsor aplicado em cada subdivisão retangular (i)

T_{ld} - Momento torsor dependente da geometria da secção e da armadura longitudinal

T_n - Momento torsor resistente (ACI)

T_{Rd} - Momento torsor resistente (REBAP)

$T_{r,calc}$ - Valor teórico do momento torsor resistente

T_s - Momento resistente conferido pelas cintas de cada componente

T_{td} - Momento torsor dependente da geometria da secção e da armadura transversal

T_u - Momento torsor resistente

$T_{u,exp}$ - Valor experimental do momento torsor resistente

$T_{u,i div}$ - Valor teórico do momento torsor resistente para a divisão i

T_y - Momento torsor de cedência

V - Esforço transverso

d_{ef} - Diâmetro do círculo de maior tamanho possível dentro do perímetro efetivo (u_{ef})

d_v - Distância entre a corda superior e inferior do modelo de treliça plana

f_c' - Resistência à compressão uniaxial do betão

f_{cm} - Resistência média à compressão do betão

f_{cr} - Tensão de fissuração / Resistência à tração do betão

f_{ctm} - Resistência média à tração do betão

f_{lfm} - Tensão de rotura de um varão GFRP longitudinal

f_{tfm} - Tensão de rotura de um varão GFRP transversal

f_{lym} - Tensão média de cedência da armadura longitudinal

f_{tym} - Tensão média de cedência da armadura transversal

f_s - Tensão de tração nas armaduras ordinárias

f_{sl} - Tensão na armadura longitudinal x

f_{sy} - Tensão de cedência na armadura ordinária

f_{syd} - Tensão de cedência da armadura de torção (REBAP)

f_{syl} - Tensão de cedência da armadura longitudinal de torção

f_{syt} - Tensão de cedência da armadura transversal de torção

f_{ty} - Tensão de cedência da armadura transversal de torção (ACI)

h_{ef} - Espessura efetiva de betão tracionado / Espessura efetiva da parede

i - Subsecção transversal i resultante da divisão da secção original

k_{1c} - Quociente entre a tensão média e o pico de tensão no tirante de betão

k_{2c} - Quociente entre a tensão média e o pico de tensão na escora de betão

n - Número de subdivisões

p_c - Perímetro exterior da secção transversal de betão

p_o - Perímetro da linha média de fluxo de corte

q - Tensão de corte / Fluxo de corte

s - Espaçamento longitudinal da armadura transversal

t - Espessura da parede / Espessura da escora de betão / Espessura do tirante de betão

t_c - Espessura da escora diagonal de betão

t_t - Espessura do tirante diagonal de betão

u - Perímetro exterior de uma secção transversal de betão

u_{ef} - Perímetro efetivo da linha média do fluxo de corte

x - Altura ou largura da subsecção transversal (ACI)

x_1 - Largura ou altura das cintas a partir do eixo dos varões (ACI)

x_i - Largura da secção transversal

$x_{1,i}$ - Largura das cintas entre eixos dos varões para a secção transversal i

y - Altura arbitrária da viga / Altura ou largura da subsecção transversal (ACI)

y_1 - Largura ou altura das cintas a partir do eixo dos varões (ACI)

y_i - Altura da secção transversal i

$y_{1,i}$ - Altura das cintas entre eixos dos varões para a secção transversal i xx

Alfabeto grego

α - Ângulo de inclinação de uma fissura / Ângulo de inclinação das escoras

α_t - Coeficiente de eficiência das armaduras

β - Ângulo entre a resultante R e a força de compressão C

γ - Ângulo entre a resultante R e o eixo longitudinal da viga / Distorção

ε - Extensão

ε_{cr} - Extensão de fissuração

ε_{cu} - Valor convencional da extensão última para o betão à compressão

ε_d - Extensão na escora diagonal de betão

ε_{flu} - Valor convencional da extensão última para os varões GFRP longitudinal

ε_{ftu} - Valor convencional da extensão última para os varões GFRP transversais

ε_{ft} - Extensão na direção das fibras de GFRP

$\varepsilon_{ft,u}$ - Valor convencional da extensão última para os varões GFRP

ε_{fu} - Extensão última de rotura dos varões GFRP

ε_{slu} - Valor convencional da extensão última para a armadura ordinária longitudinal

$\varepsilon_{st u}$ - Valor convencional da extensão última para a armadura ordinária transversal

ε_o - Extensão correspondente ao pico de tensão f_c'

ε_s - Extensão de tração nas armaduras ordinárias

ε_{sl} - Extensão na armadura longitudinal

ε_{st} - Extensão na armadura transversal

ε_{su} - Valor convencional da extensão última para a armadura ordinária de torção

ε_{1^c} - Extensão média de tração

ε_{1s^c} - Extensão máxima de tração

ε_{2^c} - Extensão média de compressão

ε_{2s^c} - Extensão máxima de compressão

η - Fator de redução

θ - Rotação transversal da secção / Rotação por unidade de comprimento

θ_{cr1} - Rotação de torção correspondente a T_{cr} no Estado I xxi

$\theta_{máx}$ - Rotação de torção correspondente a $T_{máx}$

θ_u - Rotação de torção correspondente a T_u

$\theta_{u,exp}$ - Valor experimental da rotação de torção correspondente a $T_{u,exp}$

$\theta_{u,i div}$ - Valor experimental da rotação de torção correspondente a $T_{u,i^a div}$

θ_y - Rotação de torção correspondente a T_y

ξ - Fator de redução / Coeficiente de redução para ter em conta o *softening effect*

ρ - Taxa de armadura

ρ_l - Taxa de armadura longitudinal

ρ_t - Taxa de armadura transversal

ρ_{tot} - Taxa de armadura total

α_{ti} - Coeficiente de eficiência das armaduras

σ - Tensão

σ_{ft} - Tensão na direção das fibras de GFRP

$\sigma_{ft,u}$ - Tensão de rotura à tração dos varões GFRP

σ_1^c - Tensão de tração no tirante de betão

σ_2^c - Tensão de compressão na escora de betão

τ_1 - Tensão correspondente a 60% do valor da resistência à tração do betão (f_{ctm})

ϕ - Diâmetro dos varões

φ - Curvatura do tirante de betão

ψ - Curvatura da escora de betão

Acrónimos

SFRC - Betão Reforçado com Fibras Metálicas

UHPFRC - Betão de Ultra Elevado Desempenho Reforçado com Fibras Metálicas

MCFT - Teoria de Campo de Compressão Modificado

RASTM - Modelo de Treliça com Amolecimento com Ângulo Rotacional

FASATM - Modelo de Treliça com Amolecimento com Ângulo Fixo

VASTM - Modelo de Treliça com Amolecimento com Ângulo Variável

GVASTM - Modelo Generalizado de Treliça com Amolecimento com Ângulo Variável

SMMT - Modelo de Membrana com Amolecimento para a Torção

CMM - Modelo de Material Compósito

DTFTM - Modelo de Transferência Direta da Força de Tração

Capítulo 1 - Enquadramento do Tema

1.1. Introdução Histórica sobre o Betão Armado

1.1.1. Considerações gerais

Desde há milhares de anos que o betão e as argamassas são utilizados como materiais de construção, sendo obtidos pela mistura de argila, areia, cascalho e água.

Este material era amplamente utilizado pelas antigas civilizações na construção de pavimentos, casas e nas suas fundações. Mas foi durante o Império Romano (27 a.C. - 395 d.C.) que a sua utilização teve um verdadeiro impacto, sendo utilizado com mestria em várias obras. Ainda hoje é possível verificar o elevado nível de construção que os construtores daquele tempo conseguiram atingir. A título de exemplo é possível referir-se o Aqueduto da *Pont du Gard* em Nimes (Figura 1.1), realizado em 150 d.C. no qual foi utilizado o betão no canal de água e no interior do forro das cantarias, a Ponte em alvenaria e betão na ENd369, a Ponte de Vila de Formosa (Figura 1.2) em Alter do Chão e a Ponte de Trajano sobre o Rio Tâmega em Chaves.



Figura 1.1 - Aqueduto da *Pont du Gard* [7] Figura 1.2 - Ponte de Vila Formosa [8]

Existem registos que os Romanos fizeram tentativas para armar o betão com cabos de bronze. No entanto, não foram bem-sucedidos, uma vez os coeficientes de dilatação térmica do bronze e do betão são muito diferentes.

Após o declínio do Império Romano até ao século XVIII o betão tem uma utilização reduzida, sendo quase exclusiva a sua utilização limitada a fundações e ao interior de paredes de alvenaria. É com o desenvolvimento da produção e estudo das propriedades do cimento que termina na apresentação da patente do cimento Portland (Joseph Aspdin, Leeds, 1824) que se dá uma grande desenvolvimento na aplicação do betão na construção. A nível internacional, Francois Coignet, em 1852 e William Wilkinsen, em 1854, iniciaram a realização de pavimentos em betão armado (lajes e vigas), elementos entre os quais se tornaram na maior aplicação deste material até ao presente.

1.1.2. Utilização e Regulamentação

No final do século XIX existem vários estudos publicados sobre o betão armado, teorizando o comportamento à flexão, tendo em 1897 sido criada a primeira disciplina de Betão Armado.

Em 1906 são publicadas as primeiras instruções francesas (Regulamento), traduzidas e publicadas em 1907 pela Revista de Obras Públicas e Minas da Associação Portuguesa dos Engenheiros Civis, com o Título “As Instruções Francesas para o Formigão Armado” [9].

Com o início do século XX dá-se um desenvolvimento extraordinário na utilização e compreensão do funcionamento e possibilidades do betão armado. Esse desenvolvimento está associado à realização de numerosas patentes onde se indicam as bases de cálculo e as disposições de armaduras adotadas para diversos elementos estruturais.

De entre essas patentes distinguem-se o Sistema Hennebique, Figura 1.3, datado de 1892 e que vem a ser aplicado em numerosos países (em 1910 a empresa Hennebique, com sede em Paris, tem já 40 000 obras realizadas de

edifícios, pontes, reservatórios e navios em betão armado, espalhados pelo mundo). O sistema estrutural é caracterizado pela introdução de estribos nas vigas, ligando os varões tracionados à zona do betão comprimido. Os estribos eram constituídos por chapas de aço de secção retangular dobradas em forma de U.

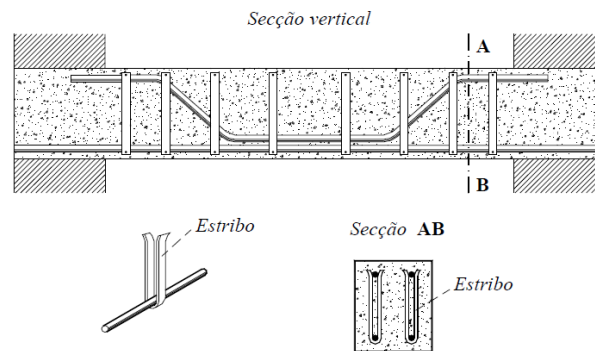


Figura 1.3 - Vigas do Sistema Hennebique [10]

Desse sistema construtivo referem-se várias obras associadas, onde merecem registo e referência, o Edifício de moagem de trigo do Caramujo (Cova da Piedade) realizado em 1898 e a Ponte de Sejães na EN333-3 - Sistema Hennebique, 1907, Figura 1.4.

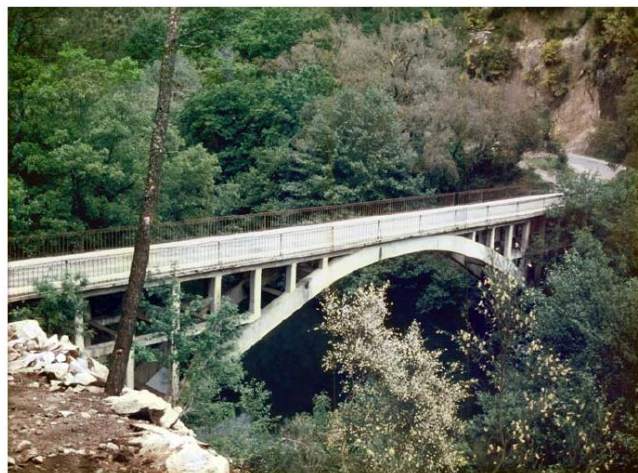


Figura 1.4 - Ponte de Sejães na EN333-3 - Sistema Hennebique, 1907 [10]

Com o início da criação das universidades em Portugal em 1911, em 1918 é aprovado o 1º Regulamento Português no domínio do betão armado “Instruções Regulamentares para o Emprego do Beton Armado”, realizadas com base nas

normas francesas de 1906 e nos desenvolvimentos posteriores, Dec. 4036 de 28 de abril de 1918.[11]

Importa também referir neste período o contributo dado por Freyssinet ao desenvolver o sistema de vibração mecânica para compactação do betão (1917) e os estudos realizados sobre os efeitos diferidos do betão e aplicação do pré-esforço (1928) [12].

De salientar que os estudos realizados sobre os efeitos diferidos do betão com a aplicação do pré-esforço e a caracterização dos esforços mencionam o efeito da torção, no entanto, e em termos de cálculo, fazia-se o reforço da armadura na estrutura de forma a evitar o efeito torcional, atingindo coeficientes de segurança mais aceitáveis, no que toca à verificação das disposições. Deste modo, e pela análise na literatura, o esforço torcional, era completamente desprezado como força independente. A maioria dos regulamentos utilizados, para o dimensionamento de estruturas não incorporava, especificamente o efeito da torção.

Prova dessa omissão é visível pela leitura no documento publicado em 1935, “Regulamento Betão Armado” de 1935, artigo 23º página 1500, onde é feita uma síntese do estado do conhecimento neste domínio, e onde o efeito da torção é completamente desvalorizado [10].

1.2. Introdução ao Problema da Torção em Estruturas de Betão

1.2.1. Notas Históricas

Como mencionado anteriormente, os regulamentos utilizados, para o dimensionamento de estruturas, não incorporavam cláusulas específicas para a torção. A torção de uma forma geral era, já na altura, um esforço interno conhecido por quem projetava. No entanto, era considerado que os efeitos deste esforço seriam absorvidos pela estrutura através de uma redistribuição interna de esforços e pela reserva de resistência que os elevados fatores de segurança à flexão usados no cálculo ofereciam. Todavia existiam casos excecionais em que era reconhecida a importância do efeito torcional para o

dimensionamento de estruturas de betão armado, sendo este efeito considerado como o esforço principal a ser considerado para efeitos de dimensionamento. Um dos casos que é bastante documentado é o das estacas de betão armado pré-fabricadas, “estacas-parafusos” ou simplesmente *screw piles*. As estacas deveriam, devido ao método de cravação utilizado, resistir aos esforços simultâneos de compressão e de torção. Para isso eram dotadas de uma armadura transversal helicoidal, sendo o cálculo destas armaduras de torção baseados em bibliografia especializada da época e também recorrendo muitas vezes a ensaios experimentais para avaliar a real capacidade resistente destes elementos estruturais. Ainda na primeira metade do século XX, na Alemanha, é incluído num documento normativo informações sobre o dimensionamento à torção (Ernest, 1958), e entre os anos de 1960 e 1968, foram realizados vários estudos e ensaios de torção em vigas de betão armado, surgindo a publicação “*Torsion of Structural Concrete SP-18*” do *American Concrete Institute* (ACI). Na segunda metade do século XX é publicado o ACI 318-71, que sistematiza as normas específicas para o dimensionamento de vigas à torção.

Importa salientar, e como já foi referido anteriormente em outras teses para a obtenção de Doutoramento e Mestrado [13] e [14], respetivamente, existem duas estruturas projetadas, anteriores à publicação de normativas relativas aos efeitos torcionais, onde a preocupação em considerar esses efeitos foram tidos em conta a partir do momento em que essas estruturas deveriam estar sujeitas a cargas excêntricas elevadas gerando momentos torsores elevados.

A ponte de Waterloo foi projetada nessa base, contendo duas vigas em caixão (com três células cada) localizadas na extremidade do tabuleiro (Figura 1.5).

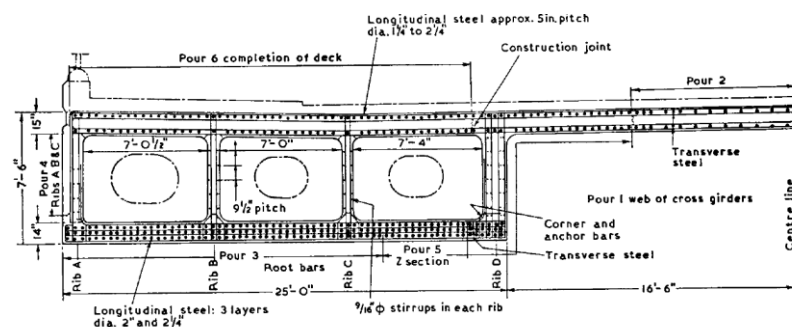


Figura 1.5 - Corte Transversal do tabuleiro da Ponte Waterloo [13]

Para evidenciar o problema do efeito torcional e fato de serem desprezadas continuamente, em 1964, foi registrado o caso de uma viga de apoio de um parque de estacionamento situado na Flórida, nos Estados Unidos da América, Figura 1.6. Embora existam outros exemplos registados, este é de longe aquele que melhor reflete o problema em si. Tendo a viga sofrido uma rotura frágil demonstrada através de uma fenda com desenvolvimento helicoidal, na altura foi demonstrado que a causa desta rotura era a insuficiência de resistência à torção por parte da viga motivada pela negligência dos esforços de torção no projeto.



Figura 1.6 - Rotura Frágil com Fenda Helicoidal devido a Torção de uma Viga [13]

A preocupação em estudar adequadamente o problema da torção em vigas de betão estrutural deveu-se à necessidade dos engenheiros acompanharem a evolução da arquitetura que exigia estruturas com formas cada vez mais arrojadas e irregulares. Para este tipo de estruturas as hipóteses simplificadas que eram adotadas antes da década de 60 mostraram-se responsáveis por alguns casos de fissuração e deformação pronunciada associados a uma insuficiente resistência à torção, comprometendo a estética e a durabilidade das estruturas. Estas estruturas careciam de cálculos mais pormenorizados não sendo mais aceitável desprezar os efeitos da torção, devendo estes esforços ser especificamente considerados em projeto. Contudo o cálculo dos efeitos da torção em estruturas estaticamente indeterminadas era extremamente moroso e fastidioso. No entanto, o avanço da arquitetura moderna foi acompanhada

pelo avanço e disponibilização de programas computacionais de análise estrutural, permitindo assim aos engenheiros calcular as estruturas com maior realismo e facilidade. O cálculo dos efeitos torsionais deixou assim de constituir uma dificuldade.

Com os estudos realizados sobre a torção, a reserva de resistência que permitia que tal esforço fosse considerado como um efeito secundário, passou a ser mais pequena. Refinaram-se os fatores de majoração das ações e de minoração para os materiais, tendo sido adotado o método de dimensionamento baseado na teoria dos Estados Limites Último em substituição do método baseado nas tensões admissíveis. Tal medida conduziu a uma redução de custos das estruturas. Este novo método de dimensionamento entrou em vigor em Portugal em 1983 com o Regulamento de Estruturas de Betão Armado e Pré-esforçado (REBAP), que contemplava já explicitamente os efeitos torsionais para efeito de dimensionamento.

Apesar da evolução e atualização feita nos regulamentos e códigos, a temática da torção não deixa de ser um tema atual, pois muitos aspetos dos comportamentos de vigas de betão estrutural à torção estão ainda por elucidar. Verifica-se de facto que, talvez com exceção do código americano, em geral os documentos normativos de referência incorporam poucas disposições para o dimensionamento à torção, em comparação com outros esforços internos tais como o esforço transversal e a flexão. Além disso, vários aspetos importantes continuam por ser diretamente incorporados, como por exemplo o comportamento em serviço e geometrias mais complexas da secção.

1.2.2. Identificação dos Efeitos Torcionais

1.2.2.1. Torção de Compatibilidade e Torção de Equilíbrio

Estes dois tipos de torção, a de compatibilidade e a de equilíbrio, constituem dois casos distintos relacionados com a forma como ocorre a torção. Nos casos práticos de dimensionamento de estruturas pretende-se saber qual o efeito na estrutura quando a torção é desprezada.

A torção de compatibilidade, resulta em virtude das condições de compatibilidade de deformação, como é indicado pelo seu nome, entre os vários elementos estruturais que compõem a estrutura (Figura 1.7 (a)). O dimensionamento à torção de compatibilidade pode ser desprezada pois a estrutura não depende deste esforço para o seu equilíbrio e estabilidade serem assegurados, ficando garantido o ELU.

Contudo, em virtude de se desprezar a resistência à torção dos elementos estruturais que compõem a estrutura, em serviço podem ocorrer deformações e fissurações excessivas, visto que a rigidez de torção em elementos de betão armado sem armadura específica de torção reduz-se drasticamente no Estado II (estado fissurado). Deve-se prever este comportamento em serviço, devendo-se adotar disposições construtivas adequadas com vista a garantir um controlo eficiente da fendilhação (armaduras mínimas, controlo do espaçamento das armaduras, entre outros).

O dimensionamento à torção de equilíbrio torna-se necessário para o ELU, pois a negligência deste efeito torsional em termos de resistência poderá comprometer a estabilidade global ou parcial da estrutura (Figura 1.7 (b))

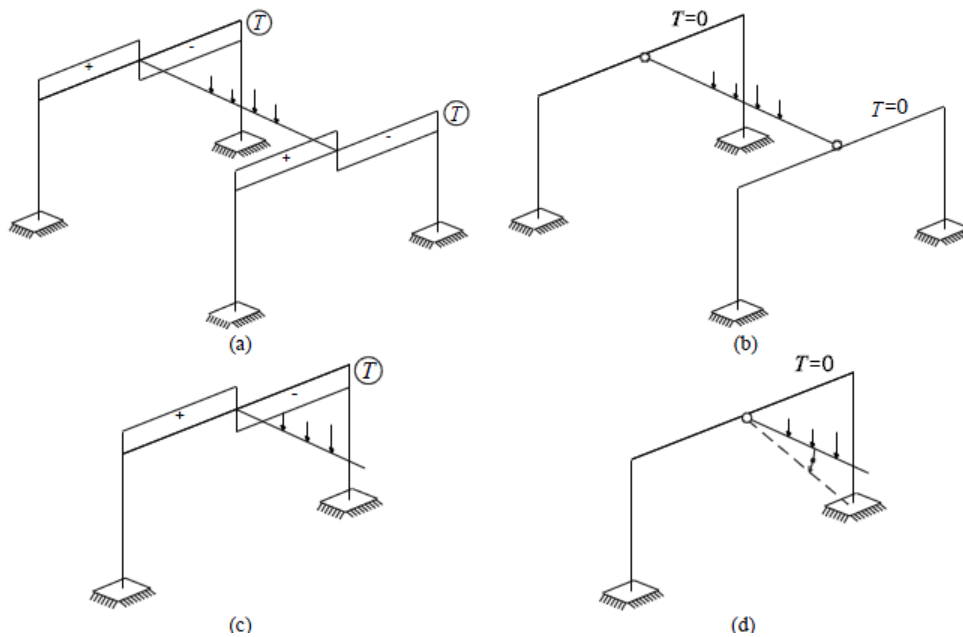


Figura 1.7 - Pórtico com torção de compatibilidade (a) e (b) e pórtico com torção de equilíbrio (c) e (d) e respetiva formação de rótulas plásticas [15]

A Figura 1.8 ilustra a perda de rigidez de torção em vigas de secção retangular, com diferentes fatores de forma (relação entre a altura e a largura da secção transversal) mas com áreas iguais, ensaiadas à torção e sujeitas a diferentes níveis de carga. A perda de rigidez implica a redução dos esforços de torção, pelo que estes momentos e seus efeitos consequentes podem ser desprezados para efeitos de ELU. A redistribuição interna dos esforços hiperestáticos decorrente da redução drástica dos esforços de ligação, conduz a que os esforços iniciais de torção possam ser compensados por um aumento de esforços de flexão e corte noutras secções.

Quando a torção gerada é fundamental para o equilíbrio de pelo menos parte de uma estrutura, a mesma é designada por torção de equilíbrio.

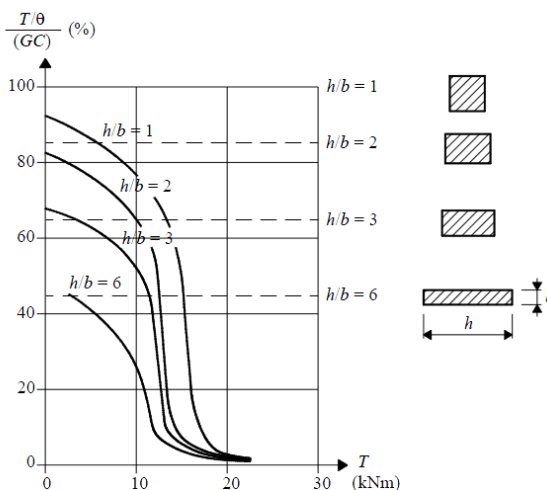


Figura 1.8 - Evolução da rigidez de torção com momento torsor [13]

1.2.2.2. Torção Circulatória e Torção de Empenamento

A forma como o esforço interno de torção é resistido depende da forma da secção transversal do elemento. No caso de secções circulares e poligonais cheias ou ocas, os esforços provocados pela torção são resistidos por um fluxo de tensões tangenciais circulatório e fechado. Neste caso a torção é designada de torção circulatória ou torção de St. Venant (Figura 1.9 (a)). Nas secções abertas os esforços de torção são resistidos por momentos fletores transversais adicionais originando o empenamento da secção. Nesta situação a torção é

designada de torção com empenamento (Figura 1.9 (b)). Os esforços transversais adicionais surgem quando existem restrições que não possibilitam as deformações longitudinais na secção por empenamento.

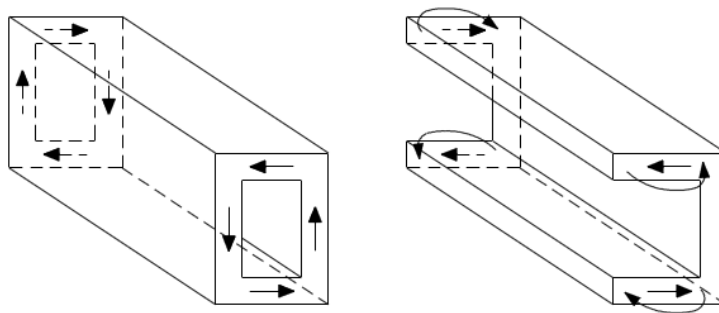


Figura 1.9 - Torção circulatoria (a) e torção com empenamento (b) [13]

Em geral as secções cheias e ocas também sofrem algum empenamento devido aos efeitos torsionais, no entanto, tal efeito é em geral muito pequeno comparativamente aos efeitos da torção circulatoria, principalmente no estado fissurado. Apenas as secções de geometria circular e secções com determinadas propriedades de configuração são totalmente livres de empenamento. A torção com empenamento é um tema que não será tratado explicitamente neste trabalho. No entanto, de seguida serão referidos alguns aspetos relativos a este tipo de torção que se consideram importantes. Na realidade, a ação torcional é acompanhada muitas vezes pelo empenamento das secções. O empenamento da secção transversal é um fenómeno muitas vezes associado à ação torcional. Este fenómeno ocorre devido a diferentes alongamentos longitudinais das fibras, por exemplo pela presença de diafragmas que restringem as deformações longitudinais, ou devido à distribuição não homogénea do momento torsor. Em resultado, desenvolvem-se extensões e tensões axiais adicionais na secção. O empenamento é geralmente variável ao longo do desenvolvimento da viga [13] [17]. Nos locais onde o empenamento é restringido, ocorrem tensões longitudinais de tração e de compressão máximas e uma diminuição das tensões tangenciais. Quando um elemento não se encontra restringido ao empenamento, assim como para secções cheias ou ocas,

os efeitos de empenamento não são tão relevantes quanto os efeitos da torção de St. Venant. Em secções abertas compostas por pelo menos três paredes (como por exemplo, secções em “I” ou “U”), o empenamento pode gerar esforços de flexão secundários que modificam de uma forma importante o estado de tensão ao longo da secção transversal e ao longo de toda a viga. As restantes secções (cheias, ocas e de parede fina composta até duas paredes, por exemplo “L”), o empenamento pode gerar uns pequenos acréscimos de tensões no elemento que podem ser desprezados no cálculo por não afetarem a sua capacidade resistente. Quando o empenamento não pode ocorrer livremente, mesmo para secções cheias ou ocas, as tensões longitudinais adicionais que resultam da restrição ao empenamento reduzem-se drasticamente no Estado II (fissurado), uma vez que a fissuração liberta parte dessa restrição [13] [18]. Desta forma, conclui-se que o empenamento, resultante de um carregamento que gera torção, é, aparentemente, um aspeto importante a ter em conta nas vigas em caixão de pontes, onde muitas vezes a utilização de pré-esforço garante a não fendilhação em serviço e onde atualmente são de preferência concebidas soluções monolíticas sempre que possível. No entanto, existem vários aspetos que contribuem para que ainda assim os efeitos do empenamento possam ser desprezados. Estes aspetos explicam o facto de ainda não ter sido desenvolvido um método de cálculo satisfatoriamente simples para a consideração dos efeitos do empenamento em vigas de betão armado nos ELU e também este tipo de torção não ser contemplado explicitamente nos documentos normativos. A torção com empenamento é um fenómeno difícil de ter em conta no dimensionamento ao ELU. No que respeita à torção de St. Venant, no caso de uma viga de secção cheia ou oca de betão armado, o mecanismo de absorção dos efeitos torcionais através das tensões circulatorias (comportamento puro de torção) só é válido quando o elemento não se encontra fissurado. Após a fissuração do betão, os efeitos torcionais deixam de poder ser estudados com base numa análise apenas da secção transversal requerendo uma análise global da viga ao longo do seu eixo longitudinal. Este assunto será abordado mais especificamente no Capítulo 2.

1.2.2.3. Comportamento de uma Viga de Betão Armado Sujeitas à Torção

Tendo por base os estudos realizados em vigas de betão armado sujeitas ao efeito à torção, ao longo das últimas décadas, designadamente através de ensaios experimentais, é possível desenhar-se uma curva comportamental típica que relaciona o momento torsor com a rotação transversal da secção ($T-\theta$) na zona crítica. Tal curva encontra-se ilustrada na Figura 1.10 para vigas de referência com taxas de armadura de torção correntes. Tal curva, ilustrada e que demonstra o comportamento de uma viga de betão armado sujeita a momentos torsores crescente até à rotura, pode ser dividida em três zonas, Zona 1, 2 e 3 sendo que a zona 2 ainda é subdividida nas zonas 2.a e 2.b.

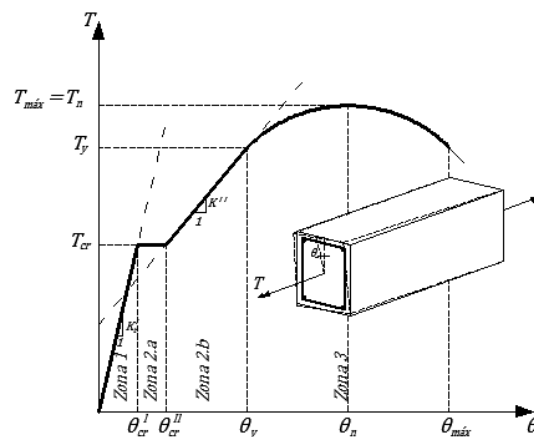


Figura 1.10 - Curva típica $T - \theta$ de uma viga em betão armado sujeita à torção pura [4]

O comportamento em estado não fissurado da viga (Estado I) é representado na zona 1, o qual termina no instante em que a viga atinge o momento torsor de fissuração (T_{cr}). Nesta zona o comportamento pode ser idealizado através de uma reta de declive constante que representa a rigidez elástica à torção, a qual pode ser calculada através da Teoria de St. Venant. Esta reta é uma simplificação, pois os ensaios mostram que antes de ser atingido o momento torsor de fissuração efetivo, existe em geral uma ligeira diminuição da rigidez, sendo esta devido a microfissuras desenvolvidas no betão. Esta simplificação feita é considerada aceitável pois as rotações nesta fase comportamental são muito pequenas, sendo por isso admissível o cálculo da rigidez à torção com base na hipótese de um comportamento elástico-linear.

A Zona 2 é dividida nas zonas 2.a e 2.b. Quando é atingido o momento torsor de fissuração dá-se o início da Zona 2.a que é visível através da reta de declive nulo e que representa um aumento brusco da rotação com o momento torsor constante e igual ao momento torsor de fissuração. Em geral, a zona 2.a somente é observada de forma clara em ensaios de vigas com secção cheia. A zona 2.b representa o comportamento da viga em estado fissurado (Estado II), podendo ser ainda representado por uma reta com um declive correspondente à rigidez de torção pós-fissuração.

A Zona 3 tem início quando a viga deixa de ter um comportamento linear, que pode ocorrer por dois motivos. O primeiro sucede quando pelo menos uma das armaduras de torção, seja ela longitudinal ou transversal, entra em cedência antes da rotura do betão por compressão nas escoras (vigas com rotura dúctil). O segundo ocorre quando o betão comprimido nas escoras encontra-se sujeito a tensões elevadas e responde de forma não linear. Esta situação ocorre geralmente em vigas com uma taxa elevada de armadura de torção (vigas com rotura frágil).

1.3. Justificação do Tema do Trabalho

Os modelos analíticos existentes não são suficientemente abrangentes para preverem de forma precisa a resposta à torção de vigas executadas com betões e reforços não convencionais e recentes. Este é o caso das vigas em betão de ultra elevado desempenho reforçado com fibras metálicas, UHPFRC. Deste modo, existe a necessidade de modificar os modelos desenvolvidos para vigas de betão armado correntes sujeitas à torção para que se possa prever com fiabilidade o comportamento particular de vigas de UHPFRC. De entre os vários modelos analíticos propostos para a torção, este trabalho dará especial atenção ao modelo de treliça espacial, em particular o GSVATM unificado desenvolvido na UBI ao longo dos últimos anos.

Assim, justifica-se o presente trabalho com a necessidade de desenvolver um novo método de cálculo, onde será apresentada uma extensão para o GSVATM

unificado para vigas UHPFRC sujeitas a torção, tecendo uma metodologia de implementação na reformulação proposta.

1.4. Objetivos e Organização do Documento

Na presente secção, apresenta-se de forma sumária a organização da tese bem como uma breve descrição do conteúdo dos diversos capítulos. A primeira parte inclui os Capítulos 2 e 3, onde é destacado, de uma forma geral as principais propriedades do SFRC e UHPFRC, incorporando uma perspetiva histórica e referido o seu contributo até a atualidade. Será ainda nesta primeira parte dada ênfase aos programas experimentais envolvendo vigas de UHPFRC ensaiadas à torção e aos resultados obtidos. A segunda parte inclui a proposta de modificação do modelo GSVATM unificado para vigas de UHPFRC à torção.

No Capítulo 1 é apresentado o tema do trabalho, em termos históricos, associado ao estudo do betão armado, bem como a introdução ao problema da torção em estruturas de betão. O Capítulo 1 apresenta também os objetivos propostos para este trabalho, bem como uma descrição da organização do documento.

O Capítulo 2 é constituído, em grande parte, pela definição do betão reforçado com fibras metálicas (SFRC) e do betão de ultra-elevado desempenho reforçado com fibras metálicas (UHPFRC), pela apresentação das suas leis constitutivas, e o efeito da tração na modelagem numérica que é pretendida.

No Capítulo 3 são apresentadas as evidências experimentais encontradas em dois artigos publicados sobre vigas de UHPFRC ensaiadas à torção, onde se apresentará uma breve discussão dos resultados obtidos na ótica dos seus autores.

No Capítulo 4 é proposta uma metodologia para a reformulação do GSVATM unificado com vista à sua extensão para vigas de UHPFRC. Serão apresentadas e justificadas as alterações às equações, novas equações e novas leis constitutivas, apresentando no final o algoritmo de solução modificado.

São também apresentadas indicações e recomendações para futuros trabalhos de investigação. De forma a facilitar a consulta da tese, encontra-se no início do trabalho o índice geral, o índice de figuras, o índice de tabelas e uma lista de simbologia utilizada. As referências bibliográficas são listadas no final do texto.

Capítulo 2 - Betão Reforçado com Fibras Metálicas (SFRC) e Betão de Ultra Elevado Desempenho Reforçado com Fibras Metálicas (UHPFRC)

2.1. Introdução

Entende-se por betão reforçado com fibras metálicas de aço todo o material de matriz cimentícia ao qual se adiciona fibras de aço. Este material tem sido utilizado, desde início dos anos setenta do século passado, em aplicações onde as fibras revelam ter potencial para substituírem as armaduras convencionais, com vantagens económicas e técnicas. Estas aplicações têm sido essencialmente em pavimentos de edifícios industriais e as estruturas de suporte em túneis. As vantagens económicas advêm, em termos fundamentais, da redução de mão-de-obra necessária no corte e colocação das armaduras convencionais e na diminuição do tempo de execução da estrutura. Por outro lado, as vantagens técnicas estão relacionadas com o reforço homogéneo que as fibras garantem, com a ductilidade que introduzem no betão e com o melhor comportamento à fendilhação do betão. A título de exemplo, num pavimento industrial as fibras proporcionam um reforço praticamente igual para os momentos positivos e negativos. Para assegurar este reforço com armaduras convencionais é necessário aplicar uma malha na face inferior e outra na face superior da laje, o que requer mão-de-obra considerável e exige mais tempo de execução do pavimento. A maior ductilidade do betão reforçado com fibras está diretamente relacionada com os mecanismos de reforço proporcionados pelas fibras esquematicamente representados na Figura 2.1.

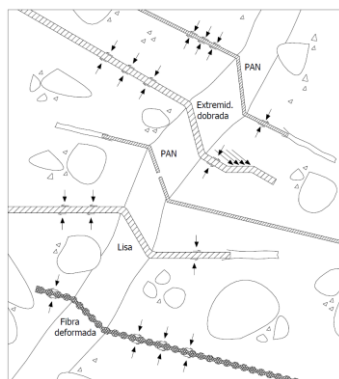


Figura 2.1 - Mecanismos de reforço de diversos tipos de fibras [19]

Após ser atingida a carga de fendilhação do betão, que não é significativamente alterada pela percentagem de fibras, estas passam a sustentar a maior parte das tensões libertadas pelo betão na zona das fendas. Se o comprimento da fibra, a sua forma geométrica e a tensão de rotura do aço impedirem que a fibra rompa na secção da fenda (onde a tensão da fibra é mais elevada), ocorrerá um deslizamento relativo entre a fibra e o betão envolvente.

Este efeito, alargado a todas as fibras que atravessam a fenda, proporcionam uma elevada dissipação de energia, causando um aumento significativo da ductilidade do material (capacidade de deformação sem decréscimo da capacidade de carga). De uma forma simples, este conceito pode ser interpretado pela maior retenção de tensões de tração do SFRC fendilhado, conforme representado na Figura 2.2. Assim, para uma determinada extensão, ε , o SFRC garante uma tensão $\sigma^{\text{SFRC}}(\varepsilon)$ significativamente superior à do betão simples, $\sigma^{\text{BS}}(\varepsilon)$ [19].

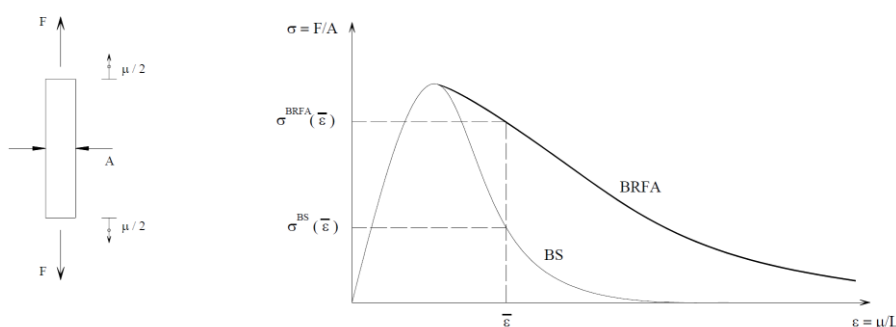


Figura 2.2 - Comportamento do betão reforçado com fibras metálicas (SFRC) fendilhado em comparação com o betão simples (BS) [19]

Por outro lado, o composto cimentício de ultra elevado desempenho reforçado com fibras (UHPFRC) é um material de construção avançado constituído por um elevado teor de micro-fibras metálicas de elevada resistência (geralmente mais de 2% em volume), incorporadas numa matriz cimentícia ultracompacta. Importa referir que, ao contrário do SFRC, que já é aplicado há muitos anos, o UHPFRC é um betão ainda bastante recente. Esta combinação proporciona um desempenho mecânico notável, nomeadamente, uma resistência à compressão

superior a 150 MPa, resistência à tração (uniaxial) acima de 7 MPa, e passível de apresentar endurecimento em tração. Além disso, apresenta permeabilidade extremamente reduzida, e como premissa, o alcance de maior durabilidade. De facto, estudos anteriores confirmam que, contrariamente ao betão convencional, a densa microestrutura do UHPFRC possui poucos poros capilares. A porosidade total é principalmente dependente do tratamento térmico e da relação w/c. A permeabilidade do UHPFRC à água e à pressão atmosférica é também extremamente baixa, dependendo, nomeadamente, do regime de cura, da w/c e da incorporação de novas adições. No que se refere a reações expansivas, poucos estudos ainda abordam o tema, contudo não existem indícios das misturas de UHPFRC serem suscetíveis ao ataque por sulfatos ou alcalinos [20].

Todavia, os elevados custos do UHPC e UHPFRC, cujo teor em cimento varia entre 750-1000 kg/m³ e o teor em sílica de fumo pode atingir 20% da massa de cimento, gerando um consumo elevado de adjuvante 15 vezes superior ao betão convencional ou simples, dificulta uma utilização generalizada em estruturas correntes. Porém, estes materiais podem ser competitivos em situações particulares, tais como, reabilitação e/ou reforço de zonas específicas de infraestruturas de betão armado ou pré-esforçado (pontes, viadutos e estruturas marítimas). Aplicado em camadas finas (20-65mm), com ou sem armadura, substituindo camadas carbonatadas e/ou fissuradas, o UHPFRC permite uma franca melhoria das propriedades mecânicas e a impermeabilização dos elementos estruturais expostos a ambientes agressivos e/ou sujeitos a esforços elevados. Prevê-se assim, um aumento da vida útil da estrutura bem como a redução de operações e custos de manutenção.

É evidente que os Engenheiros Cívicos têm a sua atividade limitada pelas características dos materiais com que trabalham. No caso particular do betão, destaca-se a baixa resistência à tração, diminuta ductilidade, e o elevado peso próprio que é significativamente superior ao das estruturas de aço com a mesma capacidade de carga. Salienta-se, o UHPFRC, dadas as suas elevadas propriedades, quando utilizado na fabricação de elementos estruturais,

permitem reduções relevantes das dimensões necessárias, em consequência disso a redução no próprio do material. Além disso, refere-se também a sua vulnerabilidade à penetração de substâncias nocivas, que aceleram o processo de corrosão das armaduras. Embora a investigação e desenvolvimento do betão com fibras tenha começado há mais de quarenta anos, a sua aplicação é ainda bastante limitada e a sua produção representa uma pequena percentagem do total da produção de betão [14]. Porém, nos últimos anos, ocorreram avanços notáveis neste domínio e os materiais compósitos à base de cimento reforçados com fibras ganharam relevância, sendo uma das suas principais vantagens a sua utilização em estruturas com elevada altura grandes vãos e zonas sísmicas.

2.1.2. Principais Propriedades

De outra perspetiva, os betões em estudo caracterizam-se pela sua baixa porosidade, elevada resistência à penetração de substâncias nocivas e grande durabilidade. A possibilidade de conseguir misturas auto-compactáveis permite eliminar a necessidade de vibração e também, pelo facto de escoarem sob a ação do peso próprio, obter uma melhor distribuição das fibras. Estes fatores contribuem não só para melhorar a qualidade da estrutura final, mas também para prolongar a sua vida útil. Existe assim a convicção de que esta solução pode ser uma das formas da Engenharia Civil contribuir para um futuro mais sustentável. O tipo, a orientação e o volume de fibras utilizado nestas composições influenciam significativamente o desempenho mecânico do material. Após a ocorrência da primeira fissura, a tensão continua a aumentar, ocorrendo um endurecimento (“strain hardening”), que garante a estabilidade do elemento estrutural. Este comportamento é similar ao que acontece numa estrutura clássica de betão armado, na qual após a fendilhação do betão, caso a armadura de reforço seja suficiente, absorve as tensões até ser atingido o limite de resistência do aço. No caso dos betões reforçados com fibras metálicas, são estas que asseguram esse comportamento.

Na Figura 2.3 comparam-se as respostas à tração de diferentes betões, evidenciando-se a grande capacidade resistente do UHPFRC relativamente ao betão com fibras convencional (“conventional fibre concrete”) e ao betão

simples (“plain concrete”). Destaca-se também a grande ductilidade, ou seja, as grandes deformações que ocorrem até ao limite de resistência do material.

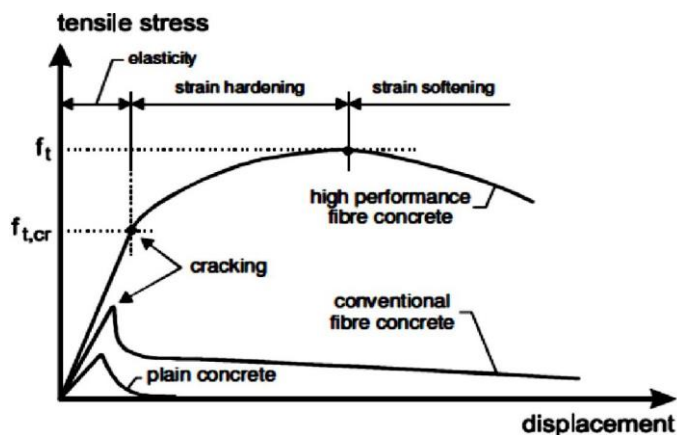


Figura 2.3 - Comparação do comportamento à tração entre vários tipos de betão [20]

Para dimensionar qualquer elemento estrutural é fundamental conhecer bem o comportamento dos materiais, prevendo o seu desempenho na estrutura e, principalmente, salvaguardando a segurança dos futuros utilizadores. É, portanto, clara a necessidade de realizar um vasto número de ensaios que permitam caracterizar completamente o comportamento deste novo material.

2.2 Leis Constitutivas para o SFRC e UHPFRC

2.2.1. O Efeito da Tração na Modelação Numérica

Por forma a entender as leis constitutivas para o SFRC e para o UHPFRC, é necessário distinguir os fenómenos designados de amolecimento (*strain-softening*) e endurecimento (*strain-hardening*) durante a deformação do material após a fendilhação. Diversos componentes estruturais de betão reforçado com fibras metálicas e betão de ultra elevado desempenho reforçado com fibras metálicas são submetidos a interações de esforços internos. Deste modo, pode-se afirmar que em alguns casos, as fibras não podem simplesmente substituir o reforço convencional.

Assim, a otimização da solução de armadura para os elementos depende do comportamento pós-fissuração, bem como da percentagem de armadura convencional a substituir. A lei constitutiva, para ambas, baseia-se em curvas

usadas para caracterizar/simular o comportamento em tração e compressão do aço e do betão. A evolução em tração pode ser simulada por um diagrama tensão-deformação composto por ramos multilíneares representados na Figura 2.4., conforme proposto por Soranakom e Mobaster [20].

A primeira ramificação (denominada Zona I) simula o comportamento linear-elástico até ao início da fissura. Após o início da fissura, o SFRC evidenciando *strain-softening* apresenta uma fase de amolecimento caracterizada pelo ramo AB', enquanto um SFRC evidenciando *strain-hardening* apresenta uma fase de endurecimento modelada pelo ramo AB. Esta fase (denominada de Zona II) termina num ponto caracterizado por $(\varepsilon_{ctr}, f_{ctr})$. A última fase (denominada de Zona III) é caracterizada por uma tensão de tração constante até à deformação última (ε_{ctu}) . A Zona I é caracterizada pelo Módulo de Young inicial e termina para uma deformação (ε_{ctc}) correspondente à tensão de fissuração (f_{ctc}) . Na Zona II o *strain-hardening* é caracterizado por um aumento da tensão de tração com a deformação devido à formação de múltiplas fissuras, enquanto que o *strain-softening* é caracterizado por uma diminuição da tensão de tração com a deformação devido à formação de uma microfissura. Ao definir o módulo pós-fissuração (E_{cr}) para um valor negativo ou positivo, a resposta em *strain-softening* e *strain-hardening* pode ser simulada, respetivamente. A Zona III é caracterizada por uma tensão constante até a um limite de deformação acima do qual se assume que as fibras não conseguem transferir mais as tensões residuais de tração, de modo que a capacidade de tração se torna nula. A razão entre essa tensão residual (f_{ctr}) e f_{ctc} é representada por α , e a razão entre a deformação no início da Zona III, ε_{ctr} e a deformação na fissuração ε_{ctc} é designada por β .

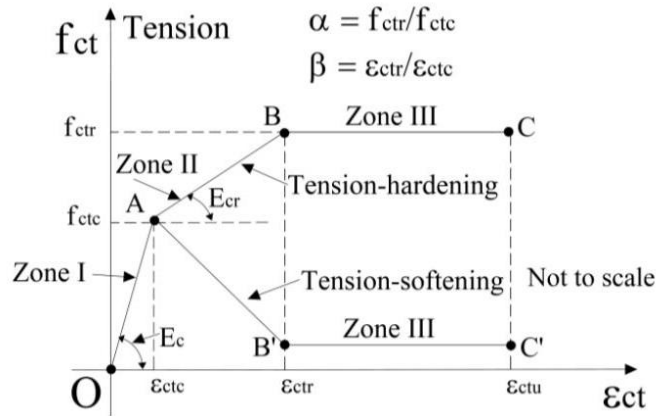


Figura 2.4 - Comportamento em tração evidenciando strain-softening e strain-hardening [20]

As relações tensão-deformação para o gráfico ilustrado na Figura 2.4 são estabelecidas através das seguintes equações [20]:

$$f_{ct} = E_c \varepsilon_{ct}, \quad 0 \leq \varepsilon < \varepsilon_{ctc} \quad (1)$$

$$f_{ct} = E_c \varepsilon_{ctc} + E_{cr}(\varepsilon_{ct} - \varepsilon_{ctc}), \quad \varepsilon_{ctc} \leq \varepsilon_{ct} < \varepsilon_{ctr} \quad (2)$$

$$f_{ct} = \alpha f_{ctc}, \quad \varepsilon_{ctr} \leq \varepsilon_{ct} < \varepsilon_{ctu} \quad (3)$$

$$f_{ct} = 0, \quad \varepsilon_{ct} \geq \varepsilon_{ctu} \quad (4)$$

Apesar das propriedades excepcionais associadas ao comportamento *strain-hardening* e das técnicas de modelagem atuais, o uso generalizado do compósito é limitado. Um fator que limita a sua utilização é o desenvolvimento de modelos analíticos específicos e validados que podem ser usados para o projeto. Além disso, muitos investigadores ainda utilizam modelos isotrópicos implementados em software's comerciais não especializados de elementos finitos para simular este material. Portanto, torna-se necessário continuar a desenvolver modelos e a pesquisa que considere a anisotropia induzida por fibras e fenômenos micromecânicos na avaliação do desempenho de elementos estruturais que evidenciam *strain-hardening*.

Sendo uma importante base para o estudo pretendido e conclusão para a metodologia a propor para a extensão do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção, torna-se necessário apresentar as leis constitutivas mediante

o modelo de material compósito (CMM) e o modelo de transferência direta da força de tração (DTFTM) para o SFRC e para o UHPFRC.

Na bibliografia pesquisada e nos estudos efetuados, vários investigadores fizeram uma compilação histórica da implementação e traçaram as razões pelos quais os modelos CMM e DTFTM são aqueles que devem ser abordados de forma consistente. Assim, e por forma a sistematizar a pesquisa efetuada por Yang et al [2], Li e Zhou [3], Zhou [4], os mesmos afirmaram que existem vários modelos teóricos que foram desenvolvidos para avaliar o desempenho à torção pura em vigas de betão armado simples e de betão reforçado com fibras metálicas, como a teoria de campo de compressão modificado (MCFT), o modelo de treliça com amolecimento com ângulo rotacional (RASTM), o modelo de treliça com amolecimento com ângulo fixo (FASTM), o modelo generalizado de treliça com amolecimento com ângulo variável (GSVATM) e o modelo de membrana com amolecimento para torção (SMMT). O MCFT foi aplicado principalmente ao betão reforçado com fibras submetido a corte ou cargas combinadas de corte-torção, em vez de um efeito de torção puro. O RASTM e o SMMT foram direcionados para as respostas em torção pura de vigas do betão armado e o GSVATM e estendeu-se ao betão armado com fibras metálicas. No entanto, o betão simples exibe baixa resistência à tração e características frágeis. O FASTM, anteriormente referido, foi posteriormente modificado para avaliar o desempenho estrutural à torção de vigas SFRC, e o SMMT teve em consideração o efeito de Poisson na fase pós-fissuração, o que permitiu prever melhor o comportamento pós-fissuração. É importante ressaltar que o SMMT foi estendido para vigas ocas, incorporando a influência da espessura da parede.

Considerando que as estruturas de paredes finas se tornaram a aplicação estrutural mais lógica para a utilização de UHPFRC, o SMMT pode ser considerado mais adequado para avaliar o comportamento torcional de vigas de UHPFRC com secção oca, especialmente com paredes finas. Contudo, como as fibras metálicas adicionais melhoram substancialmente a resistência à tração, a ductilidade e a rigidez pós-fissuração, o desempenho estrutural em torção depende muito das propriedades do material. As relações constitutivas para o

betão no SMMT foram originalmente propostas para betão simples e foram reformuladas para considerar o comportamento particular em tração do UHPFRC na fase pós-fissuração, em particular o *strain-hardening*.

No que toca a estudos sobre SFRC com alta resistência e ductilidade, duas abordagens foram utilizadas para considerar o comportamento à tração: o modelo de material compósito (CMM) e o modelo de transferência direta da força de tração (DTFTM). O CMM foi derivado de um modelo de amolecimento do betão e o SFRC foi tratado como um todo. Em contraste, o DTFTM considerou, separadamente, a contribuição das fibras de aço e da matriz de betão. Deste modo, é possível obter uma relação entre as propriedades dos micromateriais e o comportamento macroestrutural.

No entanto é possível verificar que os modelos existentes e desenvolvidos para o SFRC podem não ser adequados para UHPFRC.

2.2.2. Relações Constitutivas para o UHPFRC

As tensões de tração proporcionadas pelas fibras metálicas e pela matriz do UHPFRC podem ser modeladas separadamente. Como o comportamento à tração da matriz do UHPFRC é semelhante ao do betão simples, a sua pode ser calculada usando as seguintes equações:

$$\sigma_1^c = k_{1t} f_{cr} \quad (5)$$

$$k_{1t} = \frac{\varepsilon_{1s}}{2\varepsilon_{cr}} \quad , \quad \frac{\varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{cr}} \leq 1 \quad , \quad k_{1t} = \frac{\varepsilon_{cr}}{2\varepsilon_{1s}} + \frac{(\varepsilon_{cr})^{0,4}}{(0,6)\varepsilon_{1s}} [(\varepsilon_{1s})^{0,6} - (\varepsilon_{cr})^{0,6}] \frac{\varepsilon_{1s}}{\varepsilon_{cr}} > 1 \quad (6)$$

Em termos de tensão de tração das fibras, o comportamento de aderência das fibras metálicas pode ser modelado considerando-se a forma, quantidade, direccionalidade, distribuição e comportamento das fibras metálicas, conforme evidência em parágrafos anteriores. A Figura 2.5 compara vários modelos constitutivos para a tração, incluindo o modelo de Vecchio e Collins [21], o CMM e o DTFTM. Note-se que esses modelos foram usados para calcular as curvas tensão-deformação em tração de um UHPFRC com 1,5% vol de fibras metálicas. O modelo de Vecchio e Collins [21] foi calibrado para betão simples, exibindo uma quebra da resistência à tração após a fissuração. Os modelos subsequentes

para SFRC foram desenvolvidos com base no modelo de Vecchio e Collins [21]. Dependendo da composição do betão e dos tipo/quantidade de fibras usadas, a resistência à tração pós-fissuração do UHPFRC é muitas vezes maior do que a resistência à fissuração. Em consequência, o UHPFRC tem uma alta capacidade em tração e exibe um ramo ascendente após a fissuração que a partir da Figura 2.5, é possível concluir-se que o DTFTM é o modelo mais adequado para caracterizar o UHPFRC em tração.

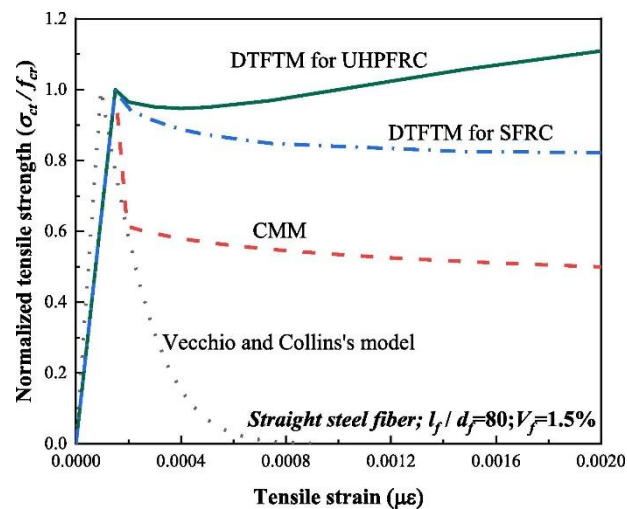


Figura 2.5 - Comparação dos modelos de tração [22]

É possível verificar que a Figura 2.5 também compara o DTFTM para SFRC e para o UHPFRC. O DTFTM para SFRC subestimou o comportamento real pós-fissuração do UHPFRC com uma curva de declínio persistente. Deste modo, sem dúvida que o DTFTM para UHPFRC é mais eficaz para simular as características de endurecimento pós-fissuração, e será a base para a proposta de reformulação do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção.

2.3. Considerações Finais

Em termos gerais, e após avaliação das investigações e artigos publicados torna-se evidente que o GSVATM unificado deverá incorporar o modelo DTFTM para poder simular a resposta de vigas UHPFRC sujeitas à torção.

Capítulo 3 - Evidência Experimental em Vigas UHPFRC Ensaçadas à Torção

3.1. Considerações Gerais

A torção pode ser um problema significativo em membros estruturais de betão, como vigas carregadas excentricamente, por exemplo. Esses elementos devem ser capazes de resistir à torção e em termos de projeto de estruturas tornou-se cada vez relevante incluir o estudo ao efeito da torção. Alguns ensaios de vigas de betão armado de alta resistência submetidas à torção têm sido documentados em investigações e artigos científicos, o que torna o estudo e a constante adaptação dos modelos às necessidades dos projetistas. No entanto, continua a haver limitações aos modelos para o uso de betão convencional e de alta resistência em cenários de torção, incluindo características como a sua baixa resistência à tração e ductilidade subjacente. Segundo o trabalho de Bernardo e Lopes [25], a ductilidade à torção em vigas de betão de alta resistência é baixa e o intervalo da taxa de armadura onde essa ductilidade é observada é muita pequena. Além disso, os resultados dos ensaios realizados por Rasmussen e Baker [26] mostraram que a fissuração de uma viga de betão de alta resistência era mais frágil do que para uma viga de betão de resistência normal. Deste modo, para melhorar a baixa resistência à tração e a ductilidade do betão, as fibras metálicas são um tipo de material/reforço adequado que pode ser incorporado na mistura cimentícia. Quando as fibras metálicas são adicionadas à mistura de betão, elas tornam o betão dúctil em tração.

É evidente que a utilização de betão reforçado com fibras metálicas em elementos estruturais serão futuramente cada vez mais utilizados pois melhoram o comportamento dúctil, resistência à tração, aumentam a resistência ao corte e à torção de vigas de betão armado sem a necessidade de elevadas taxas de armadura transversal.

Neste campo, Richard e Cheyrezy [27] e Bahloul [28] estudaram o uso de betão numa composição de pó reativo que é uma forma de betão de ultra elevado

desempenho (UHPC). O UHPC é um composto cimentício avançado que consiste numa matriz densa e de alta resistência. Trata-se portanto de um material promissor na construção e na reabilitação de infraestruturas devido há suas propriedades notáveis, que incluem alta resistência à tração e baixa permeabilidade. Comparado com o betão simples e convencional, o UHPC possui uma resistência à tração significativamente aumentada e um comportamento após a fissuração de elevada relevância para o estudo, quando adicionadas as fibras metálicas ao betão (UHPFRC). Também foi descoberto que a alta ductilidade do UHPFRC resulta do efeito de ponte das fibras através das fissuras e que o uso do UHPFRC pode limitar a quantidade de aço necessário na conceção de estruturas.

Deste modo, prevê-se que o UHPFRC terá, num futuro próximo, uma utilização crescente para a construção de estruturas esbeltas e no campo da reabilitação de edifício, constituindo uma mais-valia para a composição final do projeto. Embora tenha custo elevado associados à sua utilização e implementação no mercado, deverão os académicos prever a sua utilização num breve espaço de tempo. Para isso os projetistas terão que ter as ferramentas necessárias à construção/modelação do projeto de estruturas.

3.2 Objetivos

No presente capítulo serão apresentadas as evidências experimentais em vigas ensaiadas à torção tendo por base uma revisão da literatura. Para os artigos analisados, descrevem-se os materiais usados, a fabricação dos provetes para ensaio, as propriedades dos materiais usados e os procedimentos de ensaio. Por fim são apresentados e discutidos os resultados experimentais obtidos.

De uma forma geral, os estudos experimentais sobre o comportamento em torção de vigas UHPFRC são ainda bastante limitados na literatura. Os estudos seguidamente apresentados sistematizam de forma consistente os resultados observados como o comportamento estrutural, padrões das fissuras e roturas e a resistência torcional à fissuração última de vigas UHPFRC com secções sólidas quando sujeitas à torção até à rotura.

Os dados apresentados nos artigos fornecem informação valiosa para a compreensão da resistência e do comportamento estrutural das vigas e podem ser úteis para o desenvolvimento/calibração de ferramentas de projeto para prever a resistência à torção de vigas UHPFRC, indo ao encontro daquilo que se pretende no Capítulo 4.

3.3. Programa Experimental - YANG et al. [2]

3.3.1. Materiais Usados

Yang et al., 2013 [2], apresentou a composição para obter o UHPC e as propriedades mecânicas dos materiais utilizados. Para as variáveis de estudo, caracterizou as vigas de teste e os procedimentos de ensaio, incluindo a instrumentação utilizada. Por fim, apresentou e discutiu os resultados obtidos, relacionados com o comportamento observado das vigas ensaiadas após a fissuração, a contribuição das fibras de aço para o comportamento pós-fissuração, e o efeito da quantidade volumétrica de fibras de aço bem como das taxas de armadura longitudinal e transversal no comportamento em torção. Foi observado que a resistência à torção das vigas de UHPFRC aumentou com o aumento da quantidade de fibras metálicas, bem como das taxas de armadura transversal e longitudinal.

Sistematizando as características utilizadas na investigação referida, a Tabela 3.1 resume a composição utilizada para obter o UHPC [2].

Tabela 3.1 - Composição do UHPC [2]

UHPC mix proportion by weight ratio.

Water-binder ratio	Cement	Silica fume	Filler	Fine aggregate	Water-reducing admixture	Steel fiber by volume of concrete
0.2	1.0	0.25	0.3	1.1	0.02	0%, 1.0%, and 2.0%

Na presente mistura os agregados de granulometria extensa não foram incluídos, em contrapartida os agregados de pequena granulometria consistiam em areia com diâmetro inferior a 0,5 mm, que foi, em grande parte o maior componente do UHPC. O cimento Portland foi utilizado como aglutinante e o material de enchimento foi quartzo britado com diâmetro médio de 10 μm e uma densidade de 2600 kg/m^3 . A sílica ativa usada, que era o menor dos componentes do UHPC, tinha um diâmetro suficientemente pequeno para preencher os vazios intersticiais entre o cimento e as partículas de quartzo britado. A trabalhabilidade proporcionada pela baixa relação água/cimento do UHPC foi mantida pela adição de um agente redutor de água de alto

desempenho, um superplastificante policarboxilato com densidade de 1060 kg/m³. As fibras metálicas utilizadas para betão obter o UHPFRC foram fibras retas com diâmetro de 0,2 mm, e com dois comprimentos diferentes de 16,5 e 19,5 mm, usadas juntas para cada lote. As fibras tinham uma densidade de 7500 kg/m³ e um limite de elasticidade de 2500 MPa, e foram adicionadas em quantidades de 1% e 2% do volume total da mistura.

3.3.2. Procedimentos, Parâmetros de Ensaio e Caracterização das vigas de Teste

A experiência levada a cabo testou 13 vigas UHPFRC com seções transversais quadradas com 300 mm de aresta, cujos detalhes estão listados na Tabela 3.2. Os parâmetros de ensaio considerados no programa experimental foram a fração volumétrica das fibras metálicas, a taxa de armadura longitudinal e a taxa de armadura transversal. As vigas continham combinações de dois teores volumétricos de fibras de aço (1% e 2%), enquanto as taxas da armadura longitudinal variou de 0% a 1,27% e as taxas da armadura transversal variou de 0% a 0,70%. As taxas de armadura das vigas foram calculados com base nas seguintes equações [2] (onde ρ_l representa a taxa de armadura longitudinal e ρ_t a taxa de armadura transversal):

$$\rho_l = \left(\frac{A_{sl}}{A_c} \right) \times 100 (\%) \quad (7)$$

$$\rho_t = \left(\frac{A_{st} \times \rho_t}{A_c \times S} \right) \times 100 (\%) \quad (8)$$

As vigas na Tabela 3.2 foram nomeadas para indicar a forma da secção transversal, a fração de volume de fibra metálicas, as taxas de armadura longitudinal e transversal. Por exemplo, SS-F1-L56-S35 indica que a viga tem uma secção transversal quadrada (SS), uma fração de volume de fibras de aço de 1,0% (F1), uma taxa de armadura longitudinal de 0,56% (L56) e uma taxa de armadura transversal de 0,35% (S35). A viga SS-F2-L00-S00 é uma viga de referência que não contém armadura longitudinal ou transversal. Quatro das séries desta experiência de vigas de teste foram estudadas, e cada série

continha três vigas com vários parâmetros de teste. A Tabela 3.2 apresenta também os valores médios da resistência à compressão e módulo de elasticidade do betão. A Figura 3.1 mostra os detalhes das vigas de teste utilizadas e que tem uma correspondência com os elementos presentes na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 - Propriedades das vigas e parâmetros experimentais [2]

Test beam	Fiber volume content (%)	Rebar volume content (%)	Stirrup volume content (%)	Compressive strength (MPa)	Elastic modulus (MPa)	Tensile strength (MPa)
SS-F2-L00-S00	2.0	0.00	0.00	192	45,090	18.8
SS-F1-L56-S00	1.0	0.56	0.00	174	43,550	9.8
SS-F1-L56-S35	1.0	0.56	0.35	174	43,550	9.8
SS-F1-L56-S70	1.0	0.56	0.70	174	43,550	9.8
SS-F2-L56-S00	2.0	0.56	0.00	192	45,090	18.8
SS-F2-L56-S35	2.0	0.56	0.35	192	45,090	18.8
SS-F2-L56-S70	2.0	0.56	0.70	178	40,810	15.4
SS-F2-L88-S00	2.0	0.88	0.00	178	40,810	15.4
SS-F2-L88-S35	2.0	0.88	0.35	184	45,010	13.4
SS-F2-L88-S70	2.0	0.88	0.70	184	45,010	13.4
SS-F2-L127-S00	2.0	1.27	0.00	182	44,050	13.6
SS-F2-L127-S35	2.0	1.27	0.35	182	44,050	13.6
SS-F2-L127-S70	2.0	1.27	0.70	182	44,050	13.6

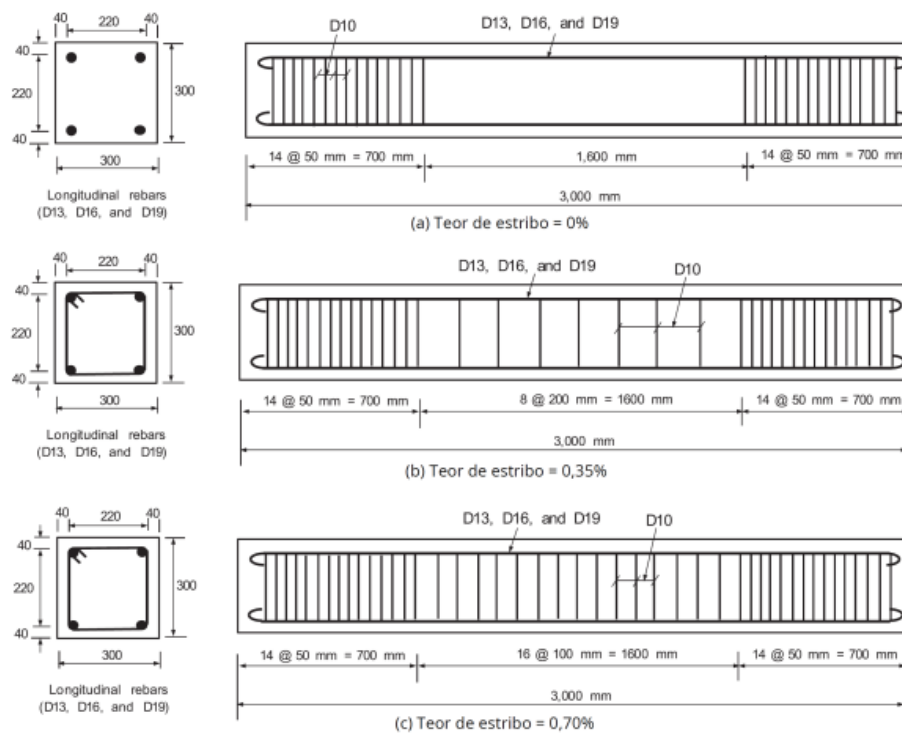


Figura 3.1 - Detalhes das vigas de teste [2]

3.3.3. Configuração de Teste e Monitorização

Para os ensaios das vigas, os estribos foram montados em ambas as extremidades das vigas ensaiadas, sendo a quantidade de estribos naqueles apoios iguais. A secção testada tem um comprimento de 3m, em que a quantidade de estribos é conferida segundo o dimensionamento previsto. As vigas foram submetidas à configuração de teste ilustrada nas Figuras 3.2 e 3.3. Em relação aos apoios das vigas de teste, o apoio oeste foi ligado ao piso do laboratório e o apoio leste da viga era sustentada por um suporte. Este suporte permitiu que a viga rodasse transversalmente enquanto era carregada. De forma a evitar a restrição longitudinal, o apoio leste da viga podia mover-se na direção longitudinal. Para efeitos de ensaio, a carga aplicada foi crescente atingindo no seu ponto máximo 1000 kN, produzida com um braço de torção para gerar o efeito. A monitorização usada durante o carregamento nos elementos ensaiados é ilustrado na Figura 3.3 a título ilustrativo, não sendo relevante para o trabalho.

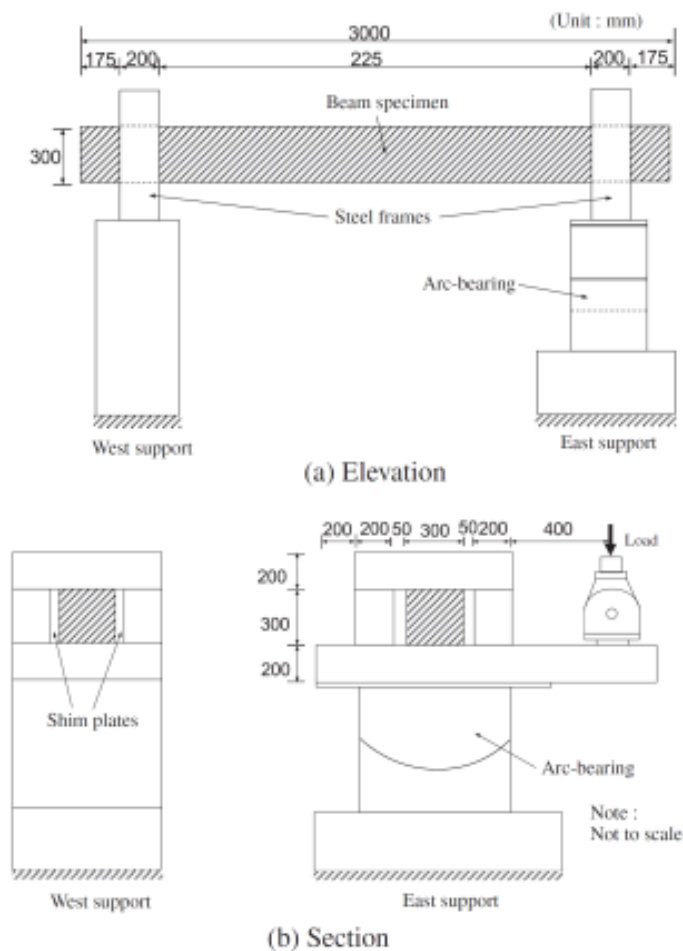


Figura 3.2 - Detalhes da configuração do teste das vigas [2]

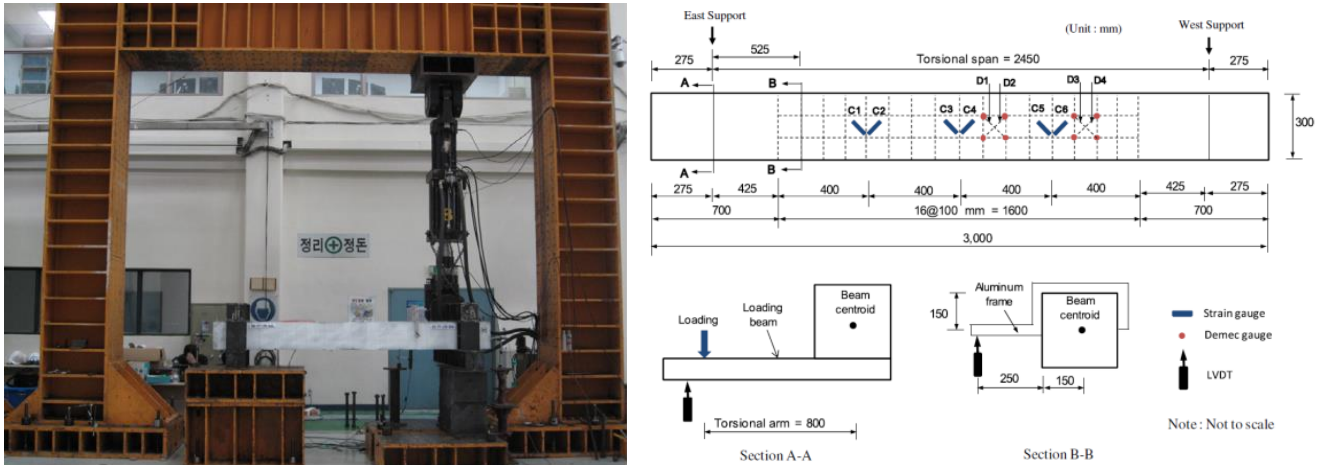


Figura 3.3 - Imagem com uma viga em posição de ensaio [2]

3.3.4. Resultados e Discussão

A Tabela 3.3 apresenta os resultados para os parâmetros referentes à fissuração das vigas ensaiadas.

Tabela 3.3 - Resultados dos testes para os parâmetros de fissuração [2]

Test beam	ρ_l (%)	ρ_t (%)	f_{ly} (MPa)	f_{ty} (MPa)	$(\rho_l \rho_t) \times (f_{ly}/f_{ty})$	w_{cr} (mm)	s_{cr} (mm)	θ (deg)
SS-F2-L00-S00	0.00	0.00	-	-	-	-	-	44
SS-F1-L56-S00	0.56	0.00	442	-	-	0.53	20.6	50
SS-F1-L56-S35	0.56	0.35	442	445	1.59	0.49	19.2	38
SS-F1-L56-S70	0.56	0.70	442	445	0.79	0.47	15.3	49
SS-F2-L56-S00	0.56	0.00	442	-	-	0.43	15.9	27
SS-F2-L56-S35	0.56	0.35	442	445	1.59	0.38	15.1	38
SS-F2-L56-S70	0.56	0.70	442	445	0.79	0.37	13.0	39
SS-F2-L88-S00	0.88	0.00	442	-	-	0.35	14.9	34
SS-F2-L88-S35	0.88	0.35	442	445	2.50	0.33	14.5	52
SS-F2-L88-S70	0.88	0.70	442	445	1.25	0.25	13.8	49
SS-F2-L127-S00	1.27	0.00	442	-	-	0.27	14.7	35
SS-F2-L127-S35	1.27	0.35	442	445	3.60	0.25	13.2	46
SS-F2-L127-S70	1.27	0.70	442	445	1.80	0.24	12.2	52

As medições foram obtidas na zona central de cada viga sendo os valores experimentais da largura média da fissura (w_{cr}) e o espaçamento entre fissuras (s_{cr}) medidos para o momento torsor último.

Foram exibidas, consistentemente pequenas larguras de fissuração para o nível de torção final. Desta sistematização foi mostrado que quanto maior for o teor de fibras metálicas menor a largura da fissura. Esse resultado ocorreu porque as fibras metálicas nas fissuras reduziram a tensão na armadura de tração ao aço. No mesmo ensaio também foi evidenciado que quanto maior o teor de fibras metálicas menor espaçamento entre as fissuras, mostrando assim a

eficácia em promover comportamentos de fissuração múltipla e redistribuição das tensões após a fissuração inicial.

Para cada viga foi produzido um gráfico demonstrativo do comportamento das vigas sujeitas à torção. No caso da Viga SS-F2-L00-S00 (Figura 3.4) e como esperado pelos autores da investigação, a curva $T-\theta$, era praticamente linear até à rotura da viga. Neste caso o momento torsor de fissuração foi de 79,1 kNm e, após a fissuração inicial, o momento torsor aumentou até atingir a capacidade resistente à torção de 88,5 kNm, constituindo o pico na curva. Os testes apresentados indicaram que a viga apresentou uma melhoria significativa no seu comportamento pós-fissuração, sendo bastante diferente das vigas constituídas por betão convencional sem armadura, tendo entrado em rotura subitamente por esmagamento.

Para uma análise mais aprofundada, e por forma a ensaiar e demonstrar no GSVATM unificado, a que se propõem a futura validação para o betão de ultra elevado desempenho reforçado com fibras metálicas, foram desenhadas as respetivas curvas $T-\theta$ por extração nos artigos em análise. Este trabalho preparatório permitiu (como se pode verificar nas Figuras 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7) obter as curvas $T-\theta$ e verificar o algoritmo modificado que se pretende demonstrar válido futuramente.

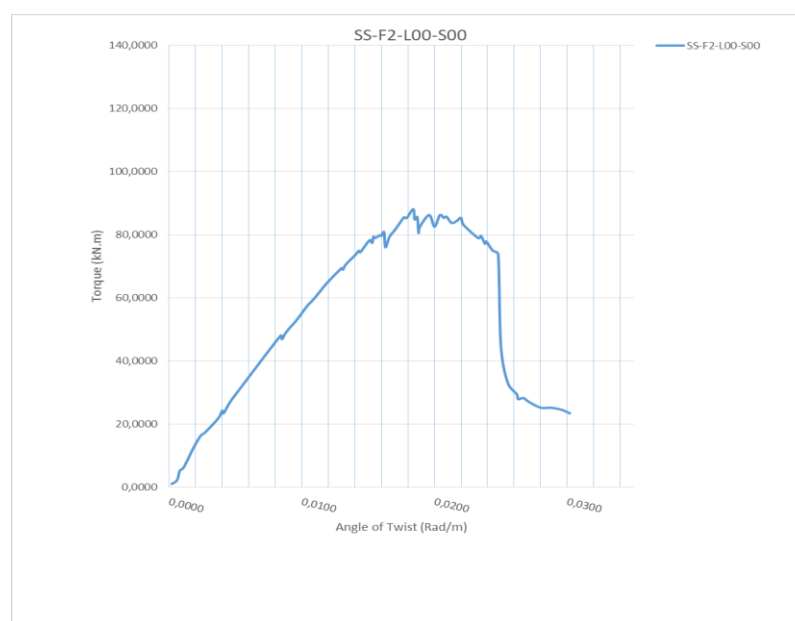
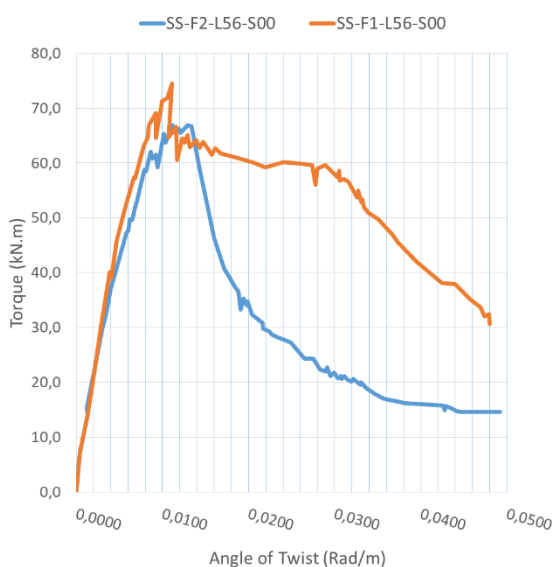


Figura 3.4 - Curva $T-\theta$ da Viga SS-F2-L00-S00

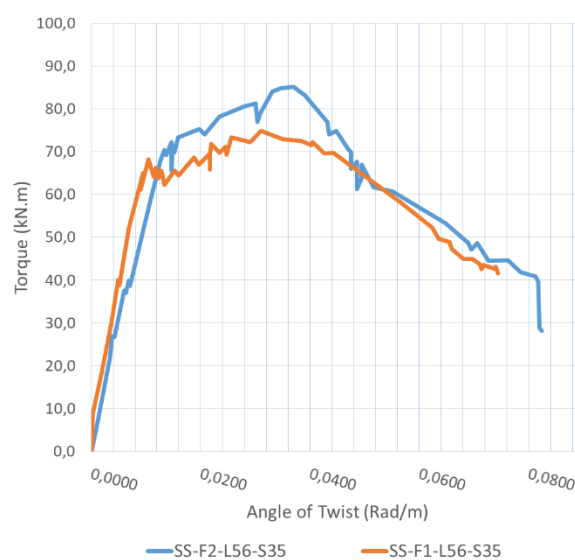
No caso das restantes vigas, os parâmetros de resistência à fissuração e últimos encontram-se sistematizados na Tabela 4, tendo sido também produzidos os gráficos de análise das curvas $T-\theta$ (Figuras 3.6).

Tabela 3.4 - Resultados dos testes para os parâmetros de resistência [2]

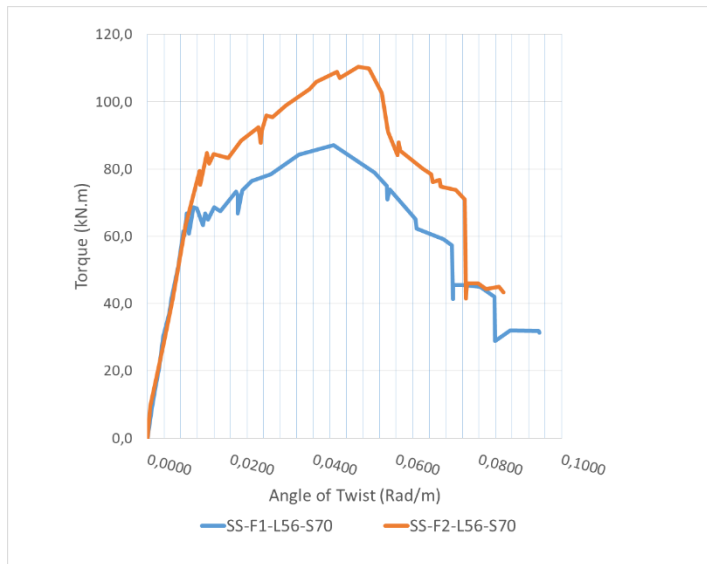
Test beam	Initial cracking		Ultimate state	
	Torque, T_{cr} (kN m)	Twist, θ_{cr} (rad/m)	Torque, T_u (kN m)	Twist, θ_u (rad/m)
SS-F2-L00-S00	79.1	0.0153	88.5	0.0183
SS-F1-L56-S00	68.0	0.0091	73.3	0.0111
SS-F1-L56-S35	65.6	0.0095	75.3	0.0355
SS-F1-L56-S70	66.4	0.0095	86.7	0.0448
SS-F2-L56-S00	61.6	0.0090	66.1	0.0113
SS-F2-L56-S35	72.0	0.0143	85.6	0.0363
SS-F2-L56-S70	79.2	0.0125	109.8	0.0515
SS-F2-L88-S00	87.2	0.0137	95.1	0.0218
SS-F2-L88-S35	88.0	0.0162	114.7	0.0461
SS-F2-L88-S70	82.4	0.0132	115.2	0.0438
SS-F2-L127-S00	74.4	0.0167	85.2	0.0314
SS-F2-L127-S35	73.6	0.0114	109.6	0.0557
SS-F2-L127-S70	64.0	0.0118	119.3	0.0766



(a) Viga com $\rho_l = 0,56\%$ e $\rho_s = 0\%$

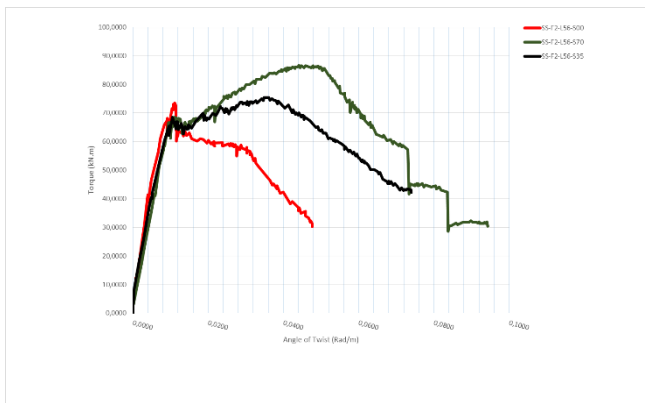


(b) Viga com $\rho_l = 0,56\%$ e $\rho_s = 0,35\%$

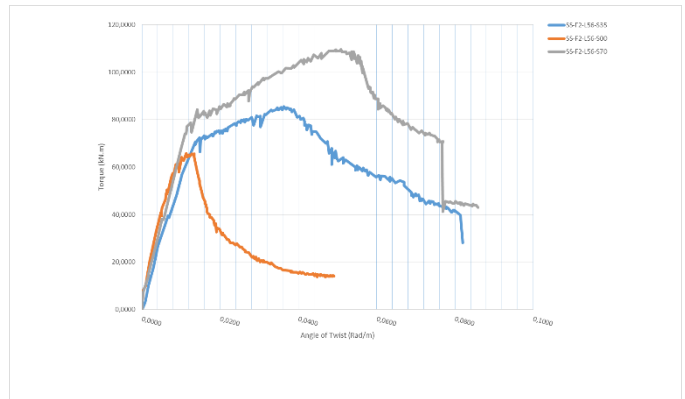


(c) *Viga com $\rho_l = 0,56\%$ e $\rho_s = 0,70\%$*

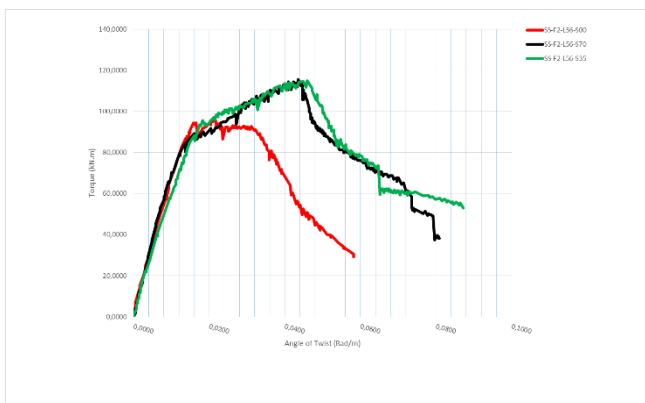
Figura 3.5 - Curvas $T-\theta$ de vigas com diferentes teores de fibras metálicas (ρ_s) (a), (b) e (c)



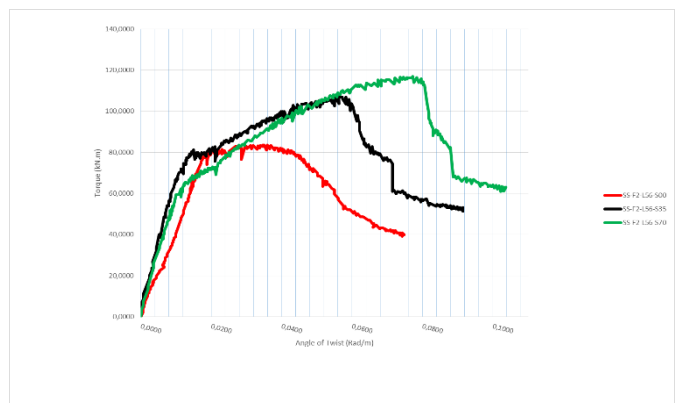
(a) *Viga com $F = 1,0\%$ e $\rho_{sl} = 0,56\%$*



(b) *Viga com $F = 2,0\%$ e $\rho_{sl} = 0,56\%$*

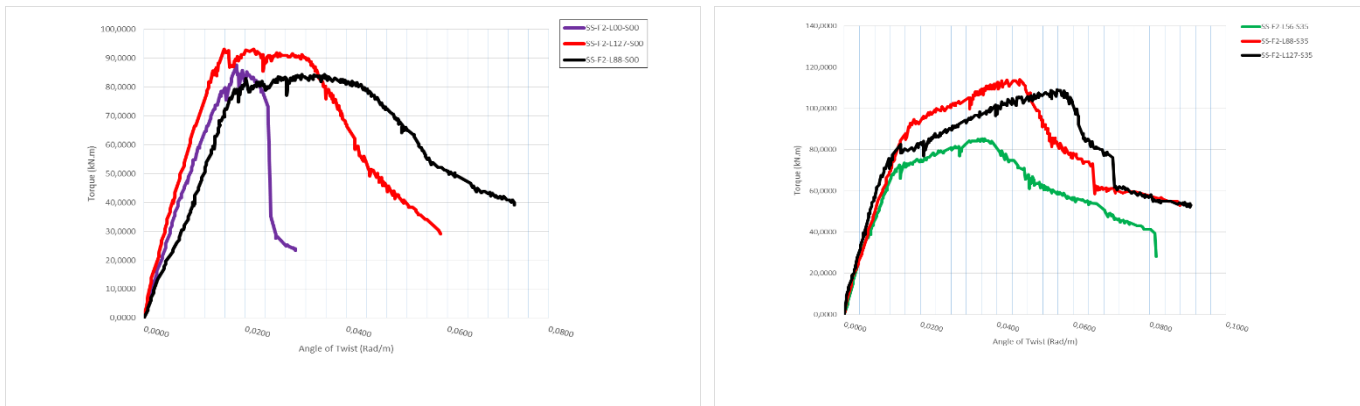


(c) *Viga com $F = 2,0\%$ e $\rho_{sl} = 0,88\%$*

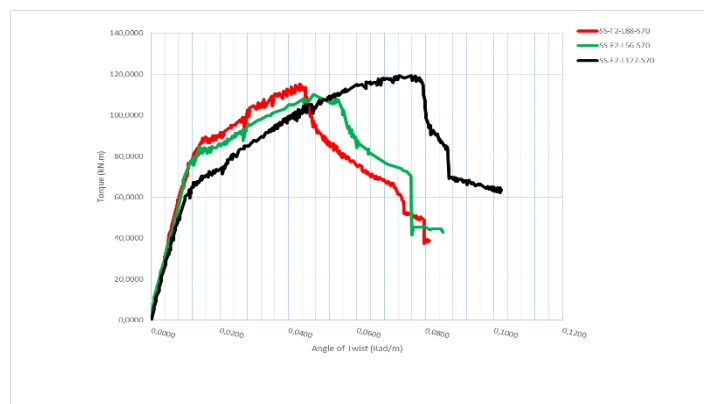


(d) *Viga com $F = 2,0\%$ e $\rho_{sl} = 1,27\%$*

Figura 3.6 - Curvas $T-\theta$ de vigas com diferentes taxas de armadura transversal, (a), (b), (c) e (d)



(a) *Viga com Twist 0% e $\rho_s = 0\%$* (b) *Viga com Twist 0,35 % ($\rho_s = 0,35\%$)*

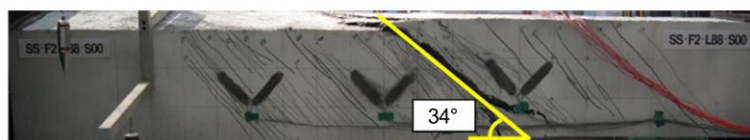


(c) *Viga com Twist 0,70 % ($\rho_{ls} = 0,70\%$)*

Figura 3.7 - Curvas $T-\theta$ de vigas com diferentes taxas de armadura longitudinal (a), (b) e (c)

Deste modo, foram obtidos diversos resultados que mereceram conclusões aos testes desenvolvidos nas vigas. Foi observada fissuração inicial na diagonal e em espiral ao longo dos vãos das vigas, tendo sido observadas fissuras diagonais adicionais, que se propagaram à medida que a torção aplicada aumentou de forma crescente. Observou-se uma fissura principal tendo-se tornado significativamente mais larga do que as restantes quando o momento torsor se aproximou do seu valor final. Assim, concluiu-se que a adição de fibras metálicas teve uma relação direta ao melhorar o comportamento pós-fissuração das vigas UHPFRC. O aumento da fração volumétrica das fibras metálicas melhorou a resistência à fissuração e à torção final das vigas. A fissuração e a resistência à torção da viga com taxa de armadura transversal de 0,70% e taxa de armadura longitudinal de 0,56% aumentaram 19% e 27%, respetivamente,

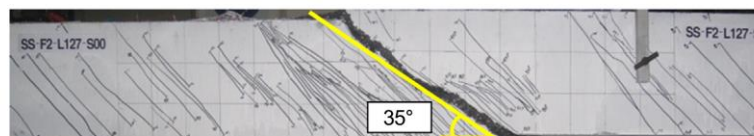
quando as vigas continham 2% de fibras metálicas em comparação com as vigas contendo 1% de fibras metálicas. A resistência à torção aumentou à medida que a taxa de armadura transversal aumentou. A viga com um teor de fibras metálicas de 1%, uma taxa de armadura longitudinal de 0,56% e uma taxa de armadura transversal de 0,70% apresentou uma resistência à torção final melhorada de 18% em comparação com aquela sem estribos. As vigas com um teor de fibras metálicas de 2%, uma taxa de armadura longitudinal de 0,56% e taxas de armadura transversal de 0,35% e 0,70% apresentaram melhor resistência à torção de 29% e 66%, respectivamente, em comparação com aquelas sem estribos. A adição de armadura longitudinal foi eficaz em melhorar o comportamento pós-fissuração das vigas UHPFRC. Enquanto a taxa de armadura longitudinal aumentou, o momento torsor resistente não aumentou significativamente. O ângulo das tensões de compressão diagonais ao eixo da viga foi afetado pelas taxas relativas de armadura transversal e longitudinal. E por fim, foram detetadas grandes fissuras diagonais em ângulos. A título ilustrativo são demonstradas na Figura 3.8. [2].



(a) SS-F2-L88-S00



(b) SS-F2-L88-S70



(c) SS-F2-L127-S00



(d) SS-F2-L127-S70

Figura 3.8 - Fissuras e padrões de rotura nas vigas testadas [2]

3.4 Programa Experimental - Zhou et al [3]

3.4.1. Materiais Usados

Zhou et al, 2022 [3], apresentou a composição para obter o UHPFRC, Tabela 3.5, as propriedades geométricas e mecânicas das fibras metálicas, Tabela 3.6 e as propriedades mecânicas dos materiais utilizados, após o ensaio. Neste caso específico as propriedades foram obtidas de acordo com o padrão francês AFGC (Associação Francesa de Engenharia Civil), conforme descrito na Tabela 3.7.

Tabela 3.5 - Componentes no UHPFRC em estudo [3]

Relação água/aglutinante	Água	Cimento	Sílica	Areia de Quartzo	Pó Mineral	Superplastificante
0,18	133,7	743,0	247,9	817,3	185,8	29,7

Nota: A composição dos materiais constituintes encontram-se em Kg/m^3 com exceção à razão água/aglutinantes

Tabela 3.6 - Propriedades geométricas e mecânicas das fibras metálicas [3]

Tipo	d_f [mm]	l_f [mm]	l_f/d_f	Densidade [g/cm ³]	f_{ft} [MPa]	E_f [GPa]
Fibra Metálicas	133,7	743,0	247,9	817,3	185,8	29,7

Tabela 3.7 - Propriedades mecânicas do UHPFRC [3]

Espécime	Resistência à Compressão (Cubos) f_{cu} [MPa]	Resistência à Compressão Uniaxial f_c [MPa]	Módulo de Elasticidade E [MPa]	Resistência à Tração f_{tu} [MPa]	Tração Elástica ϵ_{ct} [$\mu\epsilon$]	Tensão de Fissuração ϵ_{cc} [$\mu\epsilon$]	Tensão Limitada ϵ_{pc} [$\mu\epsilon$]
Sp-1	161,7	131,5	41,647	7,88	170	826	1,908
Sp-2	176,1	141,8	43,681	7,93	163	889	1,810
Sp-3	163,1	137,1	42,857	7,65	168	904	1,841
Média	166,9	136,8	42,728	7,82	167	873	1,853
COV.	0,05	0,03	0,02	0,02	0,02	0,05	0,03

Para as variáveis de estudo, caracterizou as vigas de teste e os procedimentos de ensaio, incluindo a instrumentação utilizada. Por fim, apresentou e discutiu os resultados obtidos, relacionados com o comportamento observado das vigas

ensaiadas após a fissuração, a contribuição das fibras metálicas para o comportamento pós-fissuração, e o efeito da quantidade volumétrica de fibras de aço bem como das taxas de armadura longitudinal e transversal no comportamento em torção.

3.4.2. Procedimentos, Parâmetros de Ensaio, Caracterização das vigas de teste

Neste estudo, oito vigas ocas UHPFRC foram fabricadas e testadas. A dimensão da secção transversal, a espessura da parede e o tipo de seção transversal são fatores críticos relacionados ao comportamento torcional de vigas estruturais. Foram usadas secções transversais quadradas das vigas ocas com dimensões de 200×200 mm² e 300×300 mm². A espessura da parede variou de 50 mm a 80 mm com uma razão de espessura de 0,63 a 1,00 de acordo com o SMMT para vigas RC sólidas. As vigas com uma relação de espessura superior a 0,91 representam membros de paredes espessa e os demais representam membros de paredes finas [29]. A nomenclatura das vigas de prova consiste nos valores reais dos três parâmetros primários. Por exemplo, para a viga (C)HB300T50-1(2), “CH” ou “H” indica uma viga oca em balanço ou viga oca, respetivamente, “B300” indica que a largura da secção transversal é de 300 mm e “T50 ” indica que a espessura da parede é de 50 mm. O último número “1(2)” indica o primeiro ou o segundo das mesmas variáveis. Conforme apresentado na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 - Parâmetros das vigas testadas [3]

Specimens	Sectional dimensions (mm)			Type of cross-section	Thickness ratio	ρ_l (%)	ρ_t (%)
	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>t</i>				
HB200T50-1	200	200	50	Hollow	0.94	1.05	1.07
HB200T50-2	200	200	50	Hollow	0.94	1.05	1.07
HB300T50-1	300	300	50	Hollow	0.63	0.61	0.62
HB300T50-2	300	300	50	Hollow	0.63	0.61	0.62
HB300T80-1	300	300	80	Hollow	1.00	0.43	0.45
HB300T80-2	300	300	80	Hollow	1.00	0.43	0.45
CHB300T50-1	300	300	50	Cantilever hollow	0.63	0.76	0.89
CHB300T50-2	300	300	50	Cantilever hollow	0.63	0.76	0.89

O comprimento total das vigas de teste foi de 2400 mm e o comprimento da região de teste do meio foi de 1200 mm. Para facilitar a descrição da propagação da fissura, a região média do teste foi rotulada de 0 a 1200 mm, com direção da extremidade fixa para a extremidade rotativa. As dimensões e layouts dos varões das vigas de teste são ilustrados em Figura 3.9.

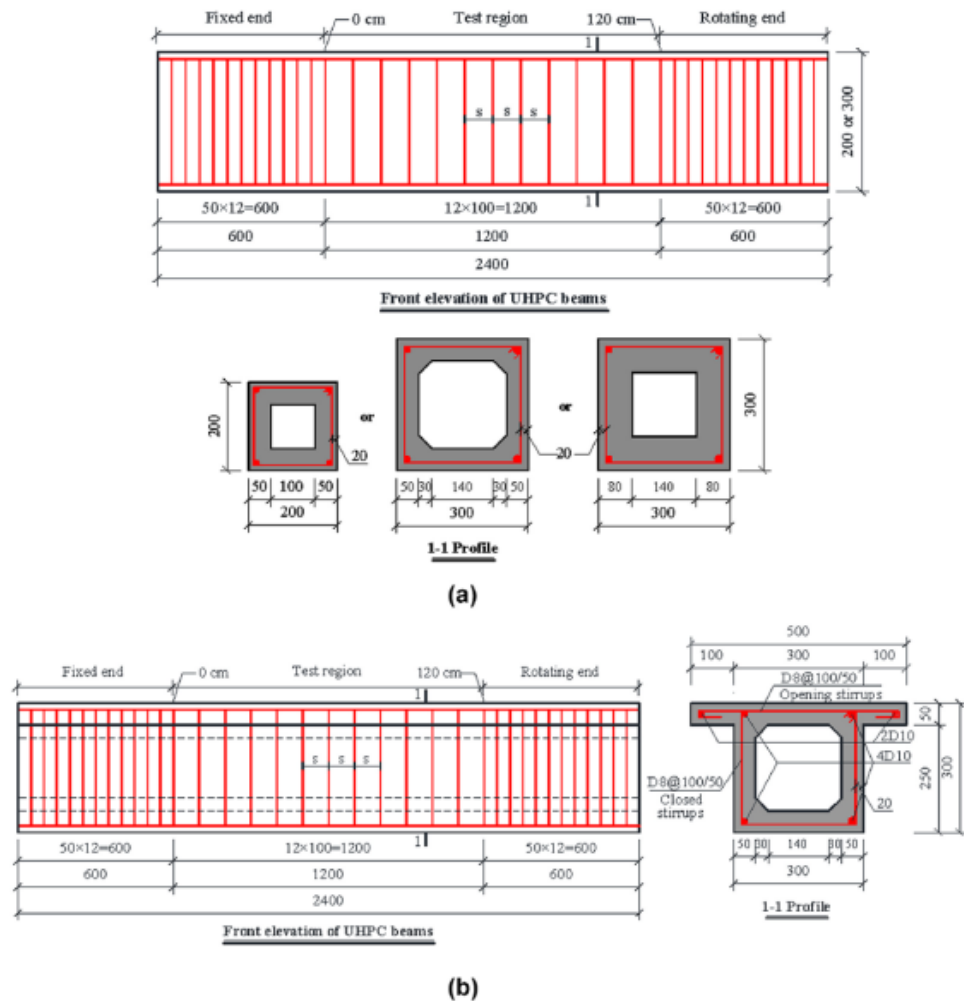


Figura 3.9 - Disposição e dimensionamento da armadura de vigas ocas UHPFRC (mm):
 (a) vigas ocas com largura de 200 mm ou 300 mm, (b) vigas ocas em balanço

3.4.3. - Configuração de Teste e Monitorização

A configuração de teste e a sua monitorização encontra-se demonstrada na Figura 3.10. Os movimentos rotacionais fixos foram limitados usando as vigas transversais de aço ligadas ao piso resistente do laboratório. Um suporte do tipo arco foi montado na extremidade rotacional e para induzir o efeito torcional foi aplicada uma carga excêntrica, através de um macaco hidráulico. O comprimento do braço de torção foi de 500 mm a partir do centro geométrico da secção transversal das vigas, e o centro geométrico da secção transversal da viga coincidiu com o centro rotacional do suporte em arco.

Todas as vigas foram testadas com um efeito torcional crescente, com incrementos de 3,0 KNm até atingir o valor máximo. A cada incremento de carregamento, as cargas, os ângulos de torção e as deformações foram medidas e gravadas simultaneamente. À medida que a fissura se ia propagando o registo foi efetuado por meio de marcações na superfície da viga. Depois do efeito torcional aplicado atingir o seu valor máximo, a carga foi aplicada de maneira controlada com incrementos de ângulo de $0,5^\circ$ ($0,0087$ rad) para se poder observar os comportamentos de torção pós-pico máximo.

Os testes foram terminados quando a torção residual pós-pico máximo atingiu ou foi inferior a 80% do valor máximo. O estado final foi definido como o estado de falha das vigas de ensaio

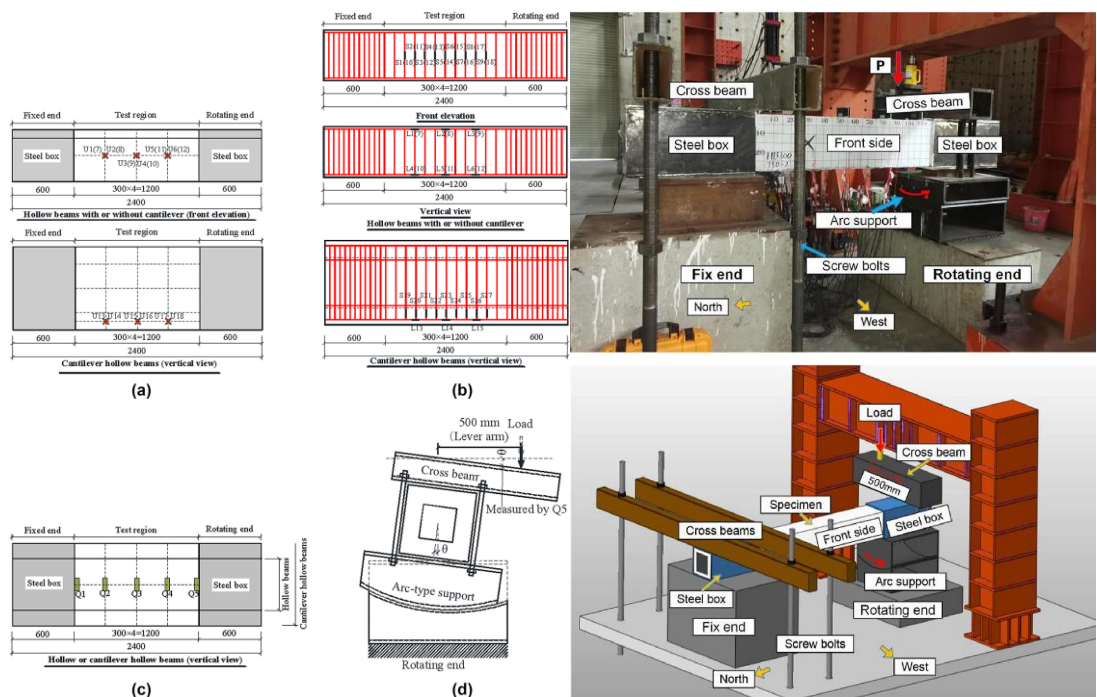


Figura 3.10 - Esquemas de medição de deformações e deformações rotacionais: (a) extensómetros UHPFRC, (b) extensómetros de varões, (c) instrumentos de teste de ângulo de rotação e (d) torção aplicada. Configuração do teste real e esquemática [3]

3.4.4. Resultados e Discussão

Os comportamentos de fissuração e os modos de falha das vigas ocas e em balanço foram semelhantes. Em geral, a primeira fissura visível ocorreu diagonalmente ao redor da região do meio do teste porque a orientação da tensão principal era de 45° ou 135° em relação ao eixo longitudinal da viga de ensaio. As larguras visíveis das primeiras fissuras nas vigas de teste foram de aproximadamente 0,02 - 0,03 mm. À medida que o efeito torcional era aplicado aumentava, várias fissuras diagonais apareceram continuamente paralelas à inicial e eram distribuídas ao longo da região de teste até que uma fissura principal (referida como a primeira fissura principal) fosse formada. Quando a carga estava próxima da carga máxima, a largura da primeira fissura principal aumentou significativamente, o que é um fenómeno de localização de fissura, mas as larguras das outras fissuras permaneceram quase idênticas. As fibras metálicas cobriram as fissuras e as

fibras que cruzavam as fissuras localizadas foram continuamente puxadas para fora da matriz UHPFRC. À medida que os varões longitudinais e os estribos cederam, as vigas de teste atingiram o estado último. Em sequência dessa cedência, o efeito torcional aplicado diminuiu continuamente à medida que a deformação rotacional aumentou, ocorrendo várias fissuras nas diferentes superfícies das vigas de teste. As Tabelas 3.9 e 3.10 fazem o resumo dos vários parâmetros medidos durante os testes efetuados.

Tabela 3.9 - Principais resultados obtidos [3]

Specimens	T_{cr} [kN·m]	θ_{cr} [rad·m ⁻¹]	T_y [kN·m]	θ_y [rad·m ⁻¹]	T_u [kN·m]	θ_u [rad·m ⁻¹]
HB200T50-1	7.87	0.0032	14.24	0.0145	19.55	0.0625
HB200T50-2	6.67	0.0028	13.61	0.0162	21.12	0.0596
HB300T50-1	31.09	0.0148	28.80	0.0204	44.22	0.0646
HB300T50-2	28.57	0.0138	33.33	0.0253	46.63	0.0685
HB300T80-1	30.19	0.0149	45.34	0.0281	64.11	0.0853
HB300T80-2	31.53	0.0152	40.23	0.0221	61.47	0.0830
CHB300T50-1	31.69	0.0112	41.13	0.0182	62.27	0.0600
CHB300T50-2	31.53	0.0102	38.08	0.0132	63.36	0.0612

Tabela 3.10 - Principais resultados obtidos (continuação)[3]

Specimens	T_r [kN·m]	θ_r [rad·m ⁻¹]	Failure modes	Torsional stiffness [kN·m ² /rad]		μ
				K_{pre}	K_{post}	
HB200T50-1	15.74	0.1185	b	2459	196	8.17
HB200T50-2	17.97	0.1055	b	2382	254	6.51
HB300T50-1	39.10	0.1071	a	2100	263	5.25
HB300T50-2	37.23	0.1152	a	2070	330	4.55
HB300T80-1	57.82	0.1194	a	2026	481	4.25
HB300T80-2	54.01	0.1085	a	2074	441	4.91
CHB300T50-1	50.12	0.0721	b	2829	626	3.96
CHB300T50-2	57.43	0.0834	b	3091	624	6.32

Para o caso em estudo foi desenhada a curva Torque-Twist para as vigas testadas, Figura 3.11. É apresentada ainda, com carácter ilustrativo o comportamento de fissuração das vigas, Figura 3.12.

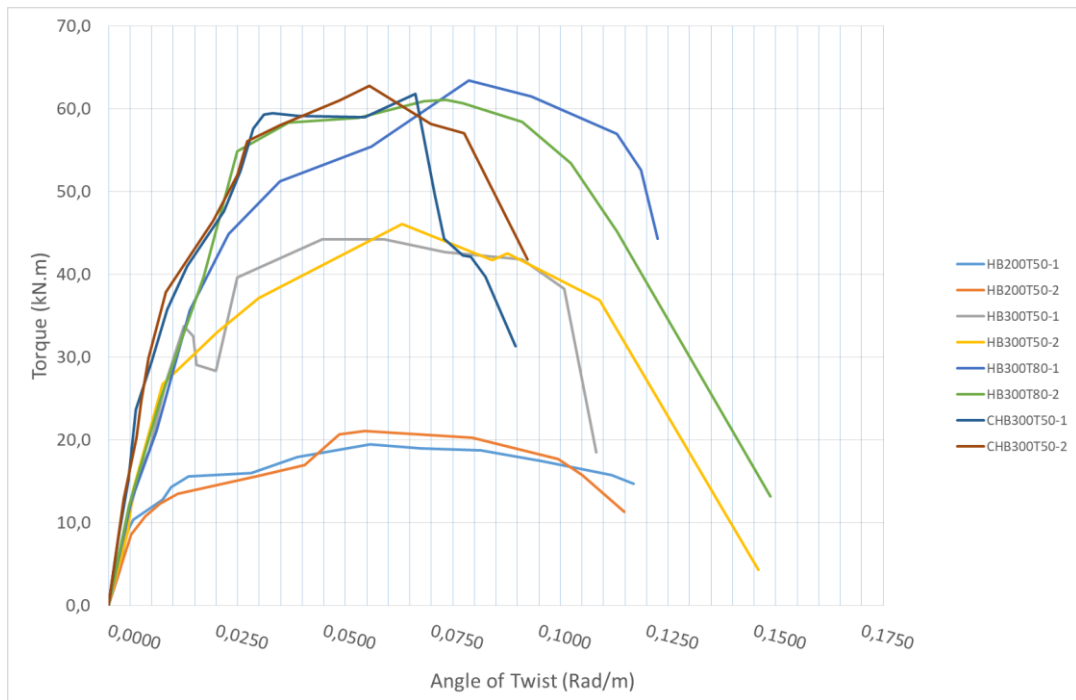


Figura 3.11 - Curvas de vigas testadas

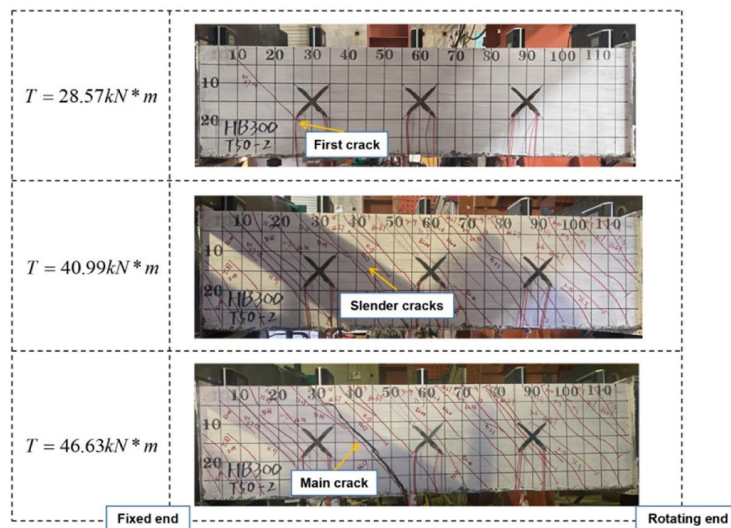


Figura 3.12 - Comportamentos de fissuração da Viga HB300T50-2 [3]

3.6 Considerações Finais

Na presente secção foram tidos em consideração duas evidências experimentais realizadas por Yang et al, [2] e por Zhou et al [3].

Foi recolhida, essencialmente, informação que será necessária para validar a modificação que se pretende aplicar ao método do GSVATM unificado em vigas sujeitas à torção. O estudo dos materiais usados na fabricação dos provetes/espécimes dar-nos-ão informação necessária para futuramente, e eventualmente, poder rever a lei constitutiva do UHPFRC, se for o caso.

Será, também de suma importância, e conforme analisado no presente capítulo, o comportamento dos materiais usados, modos de fissuração demonstrados pela monitorização efetuada, procedimentos adotados e parâmetros de ensaio tidos em consideração, que poderá ser eventualmente modificado após o resultado da aplicação do trabalho.

Capítulo 4 - Extensão do GSVATM unificado para vigas de UHPFRC sujeitas à Torção

4.1. Introdução

O primeiro modelo analítico, proposto em 1929 por Rausch [34] visava prever a resposta torcional última de vigas fissuradas em betão armado. Este modelo foi aperfeiçoado em 1935 por Andersen [35]. Desde então, e principalmente na segunda metade do século passado, diversos autores propuseram ajustamentos dos primeiros modelos ou novos modelos a partir de diferentes abordagens. Em geral, foram desenvolvidas duas principais teorias diferentes que incorporam a maioria dos modelos analíticos propostos, a teoria da flexão enviesada (*skew-bending theory*) e a analogia da treliça espacial. A teoria de flexão enviesada foi proposta em 1968 por Hsu e foi desenvolvido ao longo de mais de duas décadas. Esta teoria teve uma influência considerável em alguns códigos de prática importante. Por exemplo, constituiu a teoria base para as regras de projeto de torção do código ACI entre 1971 e 1995. O STA (*Space Truss Analogy*) incluiu os primeiros modelos propostos, no início do passado século, e continua a ter a maior relevância nos códigos de prática até aos nossos dias, sendo a teoria base para as regras de projeto de torção dos códigos europeus desde 1978 e também do código ACI desde 1995. Comparado com a teoria *skew-bending*, o STA é um modelo analítico mais abrangente, o que permite entender melhor como uma viga em betão armado fissurada se comporta sob torção. De forma simples, o STA assume que uma viga de betão armado sob torção se comporta como um tubo fino fissurado resistindo à torção externa através de um fluxo de cisalhamento circulatorio na seção transversal. O comportamento deste tubo é modelado com uma treliça espacial, que inclui bielas inclinadas de betão interagindo com as armaduras longitudinais e transversais. Este conceito simples é bastante esclarecedor para entender como as armaduras de tração e o betão resistem à torção externa. Para derivar as equações do modelo, os três princípios da mecânica de Navier são geralmente aplicados: equilíbrio de tensões, compatibilidade de deformações e leis constitutivas dos materiais. Nas primeiras versões do STA, um ângulo constante de 45° para as

bielas inclinadas e relações constitutivas lineares para os materiais foram tidas em consideração. A fim de aproximar as estimativas da torção de resistência do modelo STA com os primeiros dados experimentais, um desenvolvimento posterior incluiu coeficientes de correção empírica para a armadura de torção e uma resistência adicional. Essas primeiras versões lineares do STA eram capazes de prever apenas a resistência à torção das vigas. Contudo, mais tarde, as correções empíricas foram abandonadas e o ângulo das bielas inclinadas não foi considerado constante, e foi permitido variar o mesmo para dar conta da redistribuição interna de forças, que depende da razão entre as forças de cedência da armadura longitudinal e transversal. Além disso, a teoria da plasticidade também foi considerada válida e o efeito do gradiente de deformação devido à flexão das paredes também foi considerado válido. Foram introduzidas melhorias alternativas focadas na compatibilidade de deformações para calcular o ângulo das bielas inclinadas, em vez de aplicar somente a teoria da plasticidade. Com essas melhorias, o modelo STA passou a prever melhor a resistência à torção de vigas sob torção quando comparado com resultados experimentais disponíveis.

As relações constitutivas não lineares para os materiais foram também consideradas para melhorar as previsões do modelo, incorporando os efeitos de amolecimento e endurecimento. Com este último refinamento, o STA tornou-se um modelo não linear a partir do qual foi possível calcular a resposta global das vigas sob torção e não apenas a resistência à torção.

Nas últimas três décadas, os modelos STA passaram por alguns desenvolvimentos adicionais que permitiram que os modelos fossem capazes de prever muito melhor o comportamento torcional global de vigas sob torção, inclusive para estágios de baixo carregamento. Esses desenvolvimentos são importantes porque os elementos estruturais devem ser verificados ou projetados para ambos os estados limite último e de serviço. No entanto, as regras específicas para a torção ainda se concentram, principalmente, para o ELU.

Hoje em dia, é reconhecido que para estágios de carregamento baixos também é importante verificar os ELS, como a deformação da viga, o nível de fissuração e a tensão/deformação nos materiais.

Estudos recentes mostram que para vigas de betão de alta resistência e para vigas com taxas elevadas de armadura de torção, a resistência à torção prevista pelos códigos atuais ainda mostra alta variabilidade quando comparada aos valores experimentais. Deste modo, continuam a ser propostas versões aperfeiçoadas do STA. O Generalized Softened Variable Angle Truss-Model (GSVATM), proposto em 2015 por Bernardo et al [1] e desenvolvido na Universidade da Beira Interior, é um dos mais recentes modelos baseados no STA desenvolvidos para vigas de betão armado (RC) e betão pré-esforçado (PC) sob torção.

4.2. Modelo de GSVATM Unificado

4.2.1. VATM e Modelos Baseados no VATM

Nos aperfeiçoamentos do STA propostos no passado século, um em particular merece menção especial, no que toca ao objetivo principal deste trabalho. Este modelo é o VATM proposto em 1985 por Hsu e Mo [37]. O VATM teve como objetivo constituir um modelo unificado para seções transversais pequenas e grandes à torção, bem como vigas com secção cheia e vazada. Tem sido um dos modelos base mais utilizados para calcular o comportamento último de vigas estruturais de betão sob torção. Quando comparado com as versões anteriores do STA, o VATM incorporou, pela primeira vez, uma lei constitutiva tensão (σ) - extensão (ϵ) para o betão nas bielas contabilizando o efeito de amolecimento (influência da fissuração diagonal), ao invés de uma relação simples e convencional, válida para compressão uniaxial. O VATM permitiu prever facilmente a curva comportamental global torção (M_T) - rotação (θ) para vigas sob torção. Quando as previsões do modelo foram comparadas com os resultados experimentais, o VATM mostrou ser capaz de modelar corretamente apenas o comportamento último das vigas sob torção, ou seja, a resistência à torção e a deformação correspondente, apesar de poder ser calculada a resposta completa da viga. Em estágio final, a viga está extensamente fissurada, de modo que a resistência à tração do betão tem uma influência residual na resposta da viga. O mesmo pode ser afirmado para a influência do núcleo de betão em vigas com secção cheia. Por esses motivos, na última etapa das vigas, o modelo teórico aproxima-se da realidade. Apesar de ser um modelo não linear, tanto a abordagem matemática quanto o procedimento de solução numérico do VATM são relativamente simples. Esta característica permite facilmente fazer alterações na formulação a fim de melhorar o modelo. Um dos exemplos que se pode dar são as estimativas do VATM para o estágio final de vigas de betão de alta resistência (HSC), as quais foram aperfeiçoadas por Bernardo e Lopes [25]. Deve-se destacar que as previsões do VATM, bem como qualquer modelo que incorpore as leis dos materiais constitutivos na formulação, dependem fortemente da escolha dos materiais, tendo o modelo sido estendido para prever a resposta final de vigas RC sob torção axialmente

restrita e também usado para construir ábacos para auxiliar o projeto de tais vigas.

Em geral, outros modelos desenvolvidos por investigadores são capazes apenas de calcular a resistência torcional última das vigas, enquanto o VATM original é capaz de prever a resposta geral da viga ao longo de todo o histórico de carregamento, incluindo as deformações torcionais das secções. A influência da resistência à tração do betão e do núcleo do betão em vigas maciças são importantes nas fases iniciais de carregamento para calcular a resposta correta das vigas sob torção. A rigidez torcional e a transição do estado não fissurado para o estado fissurado dependem muito dessas propriedades das vigas. De fato, alguns estudos mostram que existem diferenças notáveis entre a resposta de vigas maciças e ocas semelhantes sob torção para níveis de carregamento baixos. Também é importante conhecer a rigidez torcional efetiva da viga no estágio fissurado para avaliar corretamente a redistribuição dos esforços internos em estruturas estaticamente indeterminadas.

Pelo exposto, pode-se afirmar que para melhorar ainda mais o VATM, tornando-o capaz de prever bem a resposta de vigas sob torção para todos os estágios de carregamento, o modelo deve incorporar a influência do betão à tração, bem como a influência do núcleo de betão para vigas betão. Refira-se que, para corrigir os inconvenientes anteriormente referidos do VATM, foram feitas algumas tentativas em estudos anteriores utilizando uma abordagem teórica que combina diferentes teorias, que foram escolhidas para caracterizar a resposta para um determinado estado comportamental. Esta metodologia foi justificada pelos autores porque, experimentalmente, observa-se que o comportamento torcional de vigas de RC ou PC é muito diferente antes e depois da fissuração, revelando que a resposta depende de diferentes mecanismos de resistência. Por exemplo, a Teoria *Skew-Bending* para vigas maciças e a Teoria do Tubo Fino de Bredt para vigas ocas foram usadas para caracterizar o estado de pré-fissuração. O modelo STA simplificado, com um ângulo constante para as escoras igual a 45° e assumindo um comportamento elástico linear para os materiais, foi usado para modelar o estado fissurado para níveis de

carregamento baixos. O VATM foi usado para o estado último, bem como, critérios semi-empíricos foram usados para estabelecer a transição entre os diferentes estados comportamentais. Estes modelos demonstraram prever, de forma mais concreta, a resposta de vigas RC e PC em torção para todos os níveis de carregamento, nomeadamente estimando corretamente a curva $M_T-\theta$. No entanto, os modelos não são totalmente consistentes teoricamente porque foram usadas diferentes teorias para caracterizar o comportamento de cada estado. Além disso, esses modelos não são capazes de prever informações precisas sobre o estado interno de tensões e deformações das vigas para baixos níveis de carregamento. Noutros estudos anteriores, foram incorporadas algumas mudanças na formulação do VATM para permitir que ele preveja corretamente toda a curva $M_T-\theta$ de vigas RC sob torção. Essas alterações consistiram basicamente em incorporar a contribuição do betão tracionado no estado não fissurado pela técnica de homogeneização da seção transversal e também a contribuição do núcleo de betão para vigas maciças através da correção da rigidez torcional. Após a fissuração do betão (o momento torsor de fissuração foi estimado usando a teoria do tubo fino de Bredt), a contribuição do betão à tração reduz repentinamente e a influência do núcleo de betão nas vigas maciças diminui gradualmente até que a viga atinja a torção máxima. Embora tenha sido observada uma boa concordância entre as previsões do modelo e os resultados experimentais para vigas RC em torção para todos os níveis de carregamento, nomeadamente estimando corretamente a curva $M_T-\theta$, o modelo ainda não conseguiu prever com precisão o estado interno de tensão e deformação das vigas após a fissuração e também o momento torsor de fissuração por si só. Outros modelos recentes e mais consistentes teoricamente têm sido propostos na literatura.

Dentre esses modelos atrás descritos, uma das ideias-chave utilizadas por outros autores inspirou o aperfeiçoamento do VATM que deu origem ao GSVATM.

Este modelo foi proposto em 2009 por Jeng e Hsu [36] e constitui uma extensão do modelo de membrana com amolecimento (SMM), previamente desenvolvido para elementos de membrana RC sujeitos ao corte, para vigas RC sob torção. O

SMM foi combinado com a Teoria de Tubo Fino de Bredt para relacionar o fluxo de corte atuando nas paredes da seção oca equivalente, que são consideradas como elementos de membrana, com a torção externa. Esta ferramenta analítica, chamada Modelo de Membrana com amolecimento para Torção (SMMT), pode prever toda a curva $M_T-\theta$ de vigas de RC sob torção, incluindo a transição entre o estado não fissurado e o estado fissurado.

Isto ocorre porque o SMMT incorpora diretamente na formulação a contribuição do betão tracionado por meio de uma relação constitutiva $\sigma-\varepsilon$ adicional na direção perpendicular às escoras. Essa relação $\sigma-\varepsilon$ foi calibrada para ter em conta o gradiente da extensão na zona de fluxo de corte devido à flexão das paredes. As previsões teóricas do SMMT foram comparadas com os resultados experimentais de vigas de RC sob torção, nomeadamente para os pontos de fissuração e último (momento torsor máximo) da curva $M_T-\theta$. Além disso, o modelo também fornece informações confiáveis sobre o estado interno de tensões e deformações no betão e nas armaduras para todos os estágios de carregamento. Quando comparado com os modelos anteriores referidos, o SMMT é teoricamente mais consistente porque assenta numa única teoria.

O GSVATM foi proposto para corrigir os inconvenientes anteriormente referidos do VATM e também para constituir um modelo alternativo e teoricamente mais consistente, como o SMMT. O GSVATM foi proposto em 2015 para vigas de RC sob torção. A derivação das equações do modelo foi baseada na generalização do VATM original proposto por Hsu e Mo [37]. O GSVATM incorpora no procedimento de cálculo relações constitutivas adequadas para os materiais (uma relação constitutiva com amolecimento para o betão em compressão e uma relação constitutiva com enrijecimento para o aço em tração embebido no betão). As relações constitutivas foram escolhidas a partir dos resultados de um estudo anterior, que teve como objetivo descobrir quais as melhores relações constitutivas $\sigma - \varepsilon$ para os materiais, de entre as várias propostas na literatura, para prever a resposta final de vigas de RC sob torção usando o VATM.

Para formular o GSVATM foi introduzido um tirante de betão adicional, perpendicular à biela de betão tendo sido necessário incorporar uma lei constitutiva adicional para o betão à tração. No final das contas, o VATM constitui um caso particular do GSVATM quando a contribuição do betão à tração é desprezada. O GSVATM mostrou-se capaz de prever a curva $M_T-\theta$ de vigas maciças de RC sob torção, bem como o estado interno de tensões e deformações nos materiais para todas as etapas de carregamento.

O GSVATM foi recentemente refinado para abranger vigas PC, vigas ocas RC e PC, vigas RC com secções em T e vigas sob torção combinadas com forças axiais externas.

No que diz respeito a vigas de betão estrutural sob torção pura, o GSVATM (uma extensão do VATM) e o SMMT (uma extensão do SMM) constituem hoje em dia uns dos modelos analíticos baseados no STA mais racionais e abrangentes para prever corretamente a resposta completa das vigas para todos os estágios de carregamento.

4.2.2. GSVATM Unificado para Vigas de Betão Armado

Nesta secção, apresenta-se de forma sumária a última versão do modelo GSVATM, designado de GSVATM unificado [1]. O modelo é aqui particularizado apenas ao caso de vigas RC com secção retangular.

O objetivo é demonstrar que o GSVATM unificado pode fornecer informações confiáveis sobre a resposta torcional efetiva das vigas analisadas para todos os estágios de carregamento e, como resultado, pode ser usado como uma ferramenta analítica confiável por engenheiros projetistas para verificar e projetar vigas estruturais de betão tanto para os ELU como para os ELS associados à torção.

Apresenta-se seguidamente o formalismo do modelo GSVATM unificado para vigas de betão armado, designadamente as equações de equilíbrio e de compatibilidade, as relações constitutivas médias para os materiais, que servem de base ao algoritmo usado para o procedimento de solução numérico.

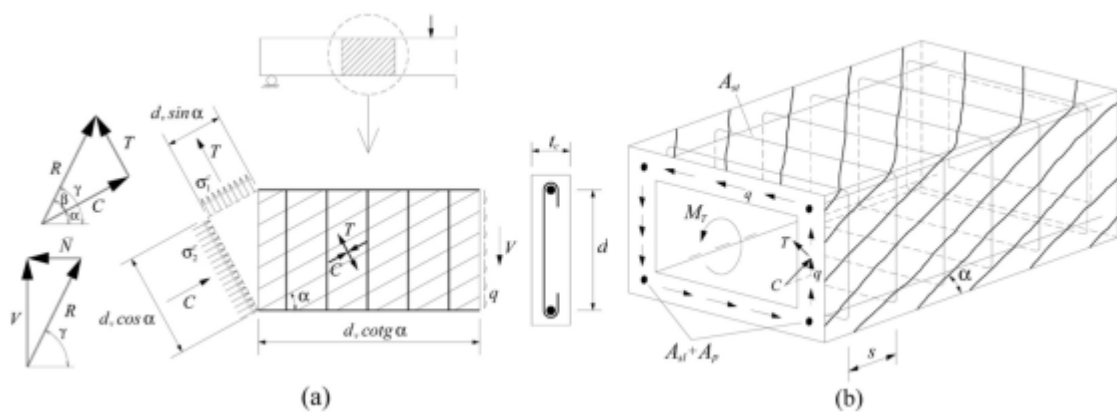


Figura 4.1 - Elementos de viga retangular: (a) viga de espessura fina (b) viga oca ou tipo caixão [1]

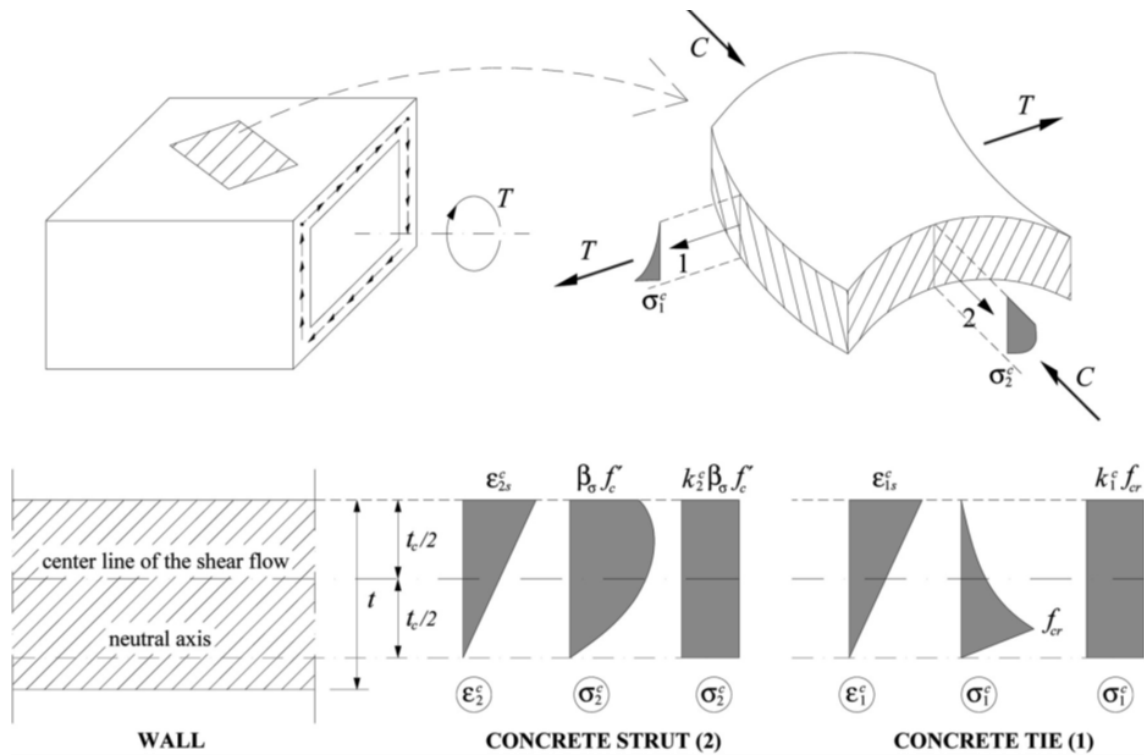


Figura 4.2 - Gradiente de deformação e tensão na escora e no tirante de betão [1]

O GSVATM unificado introduz a resultante R das forças de tração T e de compressão C representadas nas Figuras 4.1 e 4.2 através das equações (9), (13) e (12).

$$R = \sqrt{C^2 + T^2} \quad (9)$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{T}{C}\right) \quad (10)$$

$$\gamma = \alpha + \beta \quad (11)$$

$$C = \sigma_2^c t_c d_v \cos \alpha \quad (12)$$

$$T = \sigma_1^c t_c d_v \sin \alpha \quad (13)$$

Em que β e γ são os ângulos que a resultante faz com a força de compressão e o eixo longitudinal da viga.

As equações de equilíbrio são parte importante que constituem o modelo que visa obter uma aplicação para o GSVATM abrangendo o UHPFRC sujeito a torção. De modo a que o presente trabalho seja demonstrativo e capaz de sintetizar as

relações entre equações far-se-á uma breve explicação dos parâmetros a adotar.

Para a obtenção da curva teórica $T-\theta$ baseada no GSVATM, é necessário três equações de equilíbrio para determinar o momento torsor M_T , a espessura efetiva t_c e o ângulo α das escoras de betão, a partir do qual também fica conhecida a orientação dos tirantes, visto estes serem ortogonais às escoras de betão.

Para o cálculo do momento torsor M_T temos,

$$M_T = 2A_0 t_c \sigma_2^c \frac{\sin \gamma \cos \alpha}{\cos \beta} \quad (14)$$

Em alternativa o momento torsor M_T pode ainda ser expresso em função da resultante R entre a força de compressão C e de tração T :

$$M_T = \gamma_p \frac{2A_0 R \sin \gamma}{d_g} \quad (15)$$

A equação 16 é válida para $\alpha + \beta \leq 90^\circ$ e $\alpha + \beta > 90^\circ$.

Para a obtenção da espessura t_c da escora de betão, é necessário relacionar esta espessura com a força instalada na armadura longitudinal:

$$t_c = \begin{cases} \frac{A_s f_{sl}}{\sigma_2^c p^0} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha \cos \gamma} \text{ para } \alpha + \beta \leq 90^\circ \\ -\frac{A_s f_{sl}}{\sigma_2^c p^0} \frac{\cos \beta}{\cos \alpha \cos \gamma} \text{ para } \alpha + \beta > 90^\circ \end{cases} \quad (16)$$

Para a obtenção do ângulo α , é necessário obter uma equação que relacione este parâmetro com as forças instaladas nas armaduras longitudinais e transversais. Deve referir-se que o procedimento seguidamente apresentado para o cálculo do ângulo α é válido para a situação em que $\alpha + \beta \leq 90^\circ$.

Substituindo o momento torsor M_T dado obtém-se uma expressão em função da força na armadura longitudinal:

$$\cos \alpha = \frac{A_{sl} f_{sl} \cos \beta}{t_c \sigma_2^c p_0 \cos \gamma} \quad (17)$$

$$\cos \alpha = \frac{A_{sl} f_{st}}{t_c \sigma_2^c s \sin \gamma \tan \gamma'} \quad (18)$$

Igualando as equações 17 e 18 obtém-se:

$$\frac{A_{sl} f_{sl}}{p_0 \cos \gamma} = \frac{A_{sl} f_{st}}{s \sin \gamma \tan \gamma'} \quad (19)$$

Resolvendo a equação 19 em ordem a α , obtém-se:

$$\alpha = \pm \arctan \left(\frac{\sqrt{F^2 (\tan \beta)^2 + F (\tan \beta)^4 + F + (\tan \beta)^2}}{F (\tan \beta)^2 + 1} \right) \quad (20)$$

Assim, deste modo, obtém-se as três equações de equilíbrio que constituem o GSVATM.

O GSVATM também requer três equações de compatibilidade para o cálculo da curva $T-\theta$ para determinar as extensões na armadura transversal (ϵ_{st}), na armadura longitudinal (ϵ_{sl}) bem como o ângulo de torção (θ) por unidade de comprimento. A partir do Círculo de Mohr apresentado por Vecchio e Collins em 1981 [30], para um estado de deformação de um elemento de uma placa sujeita ao corte (Figura 4.3), é possível obter as equações de compatibilidade para o GSVATM.

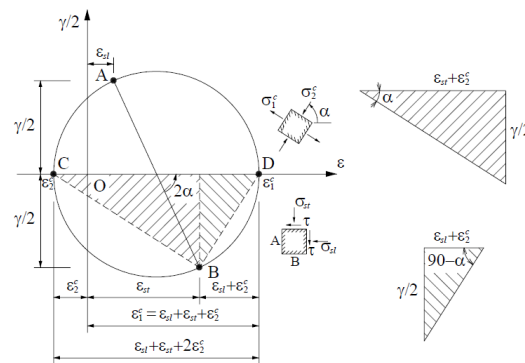


Figura 4.3 - Círculo de Mohr para o estado de deformação de uma placa sujeita ao corte

No Círculo de Mohr, o qual traduz o estado genérico de deformação para uma placa no estado fendilhado, é possível visualizar as tensões normais associadas às faces A e B de um elemento, as quais são absorvidas pelas armaduras longitudinais e transversais, respetivamente. Os pontos A e B referidos no Círculo de Mohr correspondem ao estado de deformação nas faces A e B e têm como coordenadas $(\varepsilon_{sl}; \gamma/2)$ e $(\varepsilon_{st}; -\gamma/2)$ respetivamente, onde γ é a distorção. Já os pontos C e D com as coordenadas $(-\varepsilon_{2c}; 0)$ e $(\varepsilon_{1c}; 0)$, correspondem, respetivamente, à extensão na escora e à extensão no tirante, segundo as direções principais, e finalmente o ângulo α corresponde ao ângulo da direção principal do estado de tensão.

Posto isto, as três equações de compatibilidade para o GSVATM, podem ser derivadas a partir da Figura 4.3.

A extensão na armadura transversal ε_{st} é calculada através da seguinte equação:

$$\varepsilon_{st} = \left(\frac{A_0^2 \sigma_2^c \sin \gamma}{p_0 M_T \cos \beta \tan \alpha \sin \alpha} - \frac{1}{2} \right) \varepsilon_{2s}^c \quad (21)$$

A extensão na armadura longitudinal ε_{sl} é calculada através da seguinte equação:

$$\varepsilon_{sl} = \left(\frac{A_0^2 \sigma_2^c \sin \gamma}{p_0 M_T \cos \beta \cot \alpha \sin \alpha} - \frac{1}{2} \right) \varepsilon_{2s}^c \quad (22)$$

Por fim o ângulo de torção θ é calculado através da seguinte equação:

$$\theta = \frac{\varepsilon_{2s}^c}{2t_c \sin \alpha \cos \alpha} \quad (23)$$

Estas três equações constituem as equações de compatibilidade do GSVATM, sendo válidas tanto para a condição $\alpha + \beta \leq 90^\circ$ como para $\alpha + \beta > 90^\circ$

A partir da figura 4.3 é ainda possível calcular a extensão de tração no tirante ε_{1s}^c a partir das extensões anteriormente referidas.

$$\varepsilon_{1s}^c = 2\varepsilon_{sl} + \varepsilon_{st} + \varepsilon_2^c \quad (24)$$

Nas equações anteriormente apresentadas, os parâmetros ε_2^c e ε_{2s}^c representam, respetivamente, a extensão média de compressão e a extensão máxima de compressão à superfície da escora.

O GSVATM considerada ainda as leis constitutivas médias para caracterizar a resposta média dos materiais ao longo de uma região suficientemente extensa para englobar várias fissuras. Para o betão à compressão nas escoras e para o betão tracionado nos tirantes, o gradiente de deformação ao longo da espessura das paredes é considerado (Figura 4.2).

Para o betão à compressão nas escoras foram incorporadas as seguintes equações:

$$\sigma_2^c = \beta_{\alpha} f'_c \left[2 \left(\frac{\varepsilon_2^c}{\beta_{\varepsilon} \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_2^c}{\beta_{\varepsilon} \varepsilon_o} \right)^2 \right] \text{ if } \varepsilon_2^c \leq \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o \quad (25)$$

$$\sigma_2^c = \beta_{\alpha} f'_c \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_2^c - \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o}{2\varepsilon_o - \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o} \right)^2 \right] \text{ if } \varepsilon_2^c > \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o \quad (26)$$

$$\beta_s = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{400\varepsilon_1^c}{\eta'}}} \quad (27)$$

$$\eta = \frac{\rho_i f_{ty} + \rho_p f_{p0.1\%}}{\rho_i f_{ty}} \quad (28)$$

$$\begin{cases} \eta \leq 1 \Rightarrow \eta' = \eta \\ \eta > 1 \Rightarrow \eta' = 1/\eta \end{cases} \quad (29)$$

$$R = \frac{5.8}{\sqrt{f'_c(\text{MPa})}} \leq 0.9 \quad (30)$$

$$\sigma_2^c = v k_2^c \beta_{\alpha} f'_c \quad (31)$$

$$k_2^c = \frac{\varepsilon_{2s}^c}{\beta_{\varepsilon} \varepsilon_o} - \frac{(\varepsilon_{2s}^c)^2}{3(\beta_{\varepsilon} \varepsilon_o)^2} \text{ if } \varepsilon_{2s}^c \leq \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o \quad (32)$$

$$k_2^c = 1 - \frac{\beta_{\varepsilon} \varepsilon_o}{3\varepsilon_{2s}^c} - \frac{(\varepsilon_{2s}^c - \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o)^3}{3\varepsilon_{2s}^c (2\varepsilon_o - \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o)^2} \text{ if } \varepsilon_{2s}^c > \beta_{\varepsilon} \varepsilon_o \quad (34)$$

Para o betão à tração no tirante foram incorporadas as seguintes equações:

$$\sigma_1^c = E_c \varepsilon_1^c \text{ if } \varepsilon_1^c \leq \varepsilon_{cr} \quad (35)$$

$$\sigma_1^c = f_{cr} \left(\frac{\varepsilon_{cr}}{\varepsilon_2^c} \right)^{0.4} \text{ if } \varepsilon_1^c > \varepsilon_{cr} \quad (36)$$

$$k_2^c = \frac{\varepsilon_{2s}^c}{\beta_\varepsilon \varepsilon_o} - \frac{(\varepsilon_{2s}^c)^2}{3(\beta_\varepsilon \varepsilon_o)^2} \quad (37)$$

$$E_c = 3875 \lambda \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} \quad (38)$$

$$\varepsilon_{cr} = 0.00008 \mu \quad (39)$$

$$\sigma_1^c = v k_1^c f_{cr} \quad (40)$$

$$k_1^c = \frac{\varepsilon_{1s}^c}{2 \varepsilon_{cr}} \text{ if } \varepsilon_{1s}^c \leq \varepsilon_{cr} \quad (41)$$

$$k_1^c = \frac{\varepsilon_{cr}}{2 \varepsilon_{1s}^c} + \frac{(\varepsilon_{cr})^{0.4}}{0.6 \varepsilon_{1s}^c} [(\varepsilon_{1s}^c)^{0.6} - (\varepsilon_{cr})^{0.6}] \text{ if } \varepsilon_{1s}^c > \varepsilon_{cr} \quad (42)$$

Foram também introduzidos parâmetros de correção calibrados experimentalmente para distinguir vários tipos de vigas (para a distinção entre vigas ocas de parede fina e espessa, ver definição de Bernardo e Andrade [31]:

- Vigas ocas de parede fina (se $\frac{t}{t_{c,cr,solid}} < 0,9$, em que $t_{c,cr,solid}$ é a espessura efetiva de parede para a secção cheia equivalente correspondente ao momento torsor de fissuração):

$$v = 0.033 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} + 0.73 \quad (43)$$

$$\mu = \lambda = 0.93 \quad (44)$$

- Vigas ocas de parede espessa (se $\frac{t}{t_{c,cr,solid}} \geq 0,9$) com $f'_c \leq 47,85$ MPa:

$$v = 0.0938 \sqrt{f'_c} \text{ (MPa)} + 0.43 \quad (45)$$

$$\mu = \lambda = 1.20 \quad (46)$$

- Vigas ocas de parede espessa (se $\frac{t}{t_{c,cr,solid}} \geq 0,9$) com $f'_c > 47,85$ MPa:

$$v = \frac{8.45}{\sqrt{f'_c} \text{ (MPa)}} + 0.017 \quad (47)$$

$$\mu = \lambda = 1.129 \quad (48)$$

- Vigas com secção cheia.

$$v = 1 \quad (49)$$

$$\mu = \lambda = 1.45 \quad (50)$$

Para as armaduras tracionadas ordinárias embebidas no betão foram incorporada a seguinte lei constitutiva médias:

$$f_s = \frac{0.975E_s\varepsilon_s}{\left[1 + \left(\frac{1.1E_s\varepsilon_s}{f_y}\right)^m\right]^{\frac{1}{m}}} + 0.025E_s\varepsilon_s \quad (51)$$

$$m = \frac{1}{9B - 0.2} \leq 25 \quad (52)$$

$$B = \frac{1}{\rho} \left(\frac{f_{cr}}{f_y}\right)^{1.5} \quad (53)$$

Tendo em conta que no início do procedimento de cálculo algumas variáveis são inicialmente desconhecidas e interdependentes, torna-se necessário usar um algoritmo de cálculo iterativo para calcular a curva $M_T-\theta$. O fluxograma do algoritmo de cálculo está apresentado na Figura 4.4. A ordem para verificar as variáveis iniciais (t_c , α , ε_{1s}^c e $\beta_\sigma = \beta_\varepsilon$) foi originalmente otimizada para permitir minimizar o tempo de cálculo [31]. O modelo teórico assume como critério de paragem as extensões convencionais de rotura para o betão comprimido na escora e a extensão das armaduras tracionadas definidas no EC2 [32] (por exemplo, $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ para o betão de resistência normal comprimido na escora e $\varepsilon_{su} = 0,01$ para as armaduras tracionadas). Este algoritmo, para vigas de secção oca, incorpora ainda uma verificação adicional, que consiste na limitação da espessura da escora de betão à espessura de parede real. Em complemento ao fluxograma da Figura 4.4, segue-se a descrição detalhada do procedimento de cálculo do GSVATM.

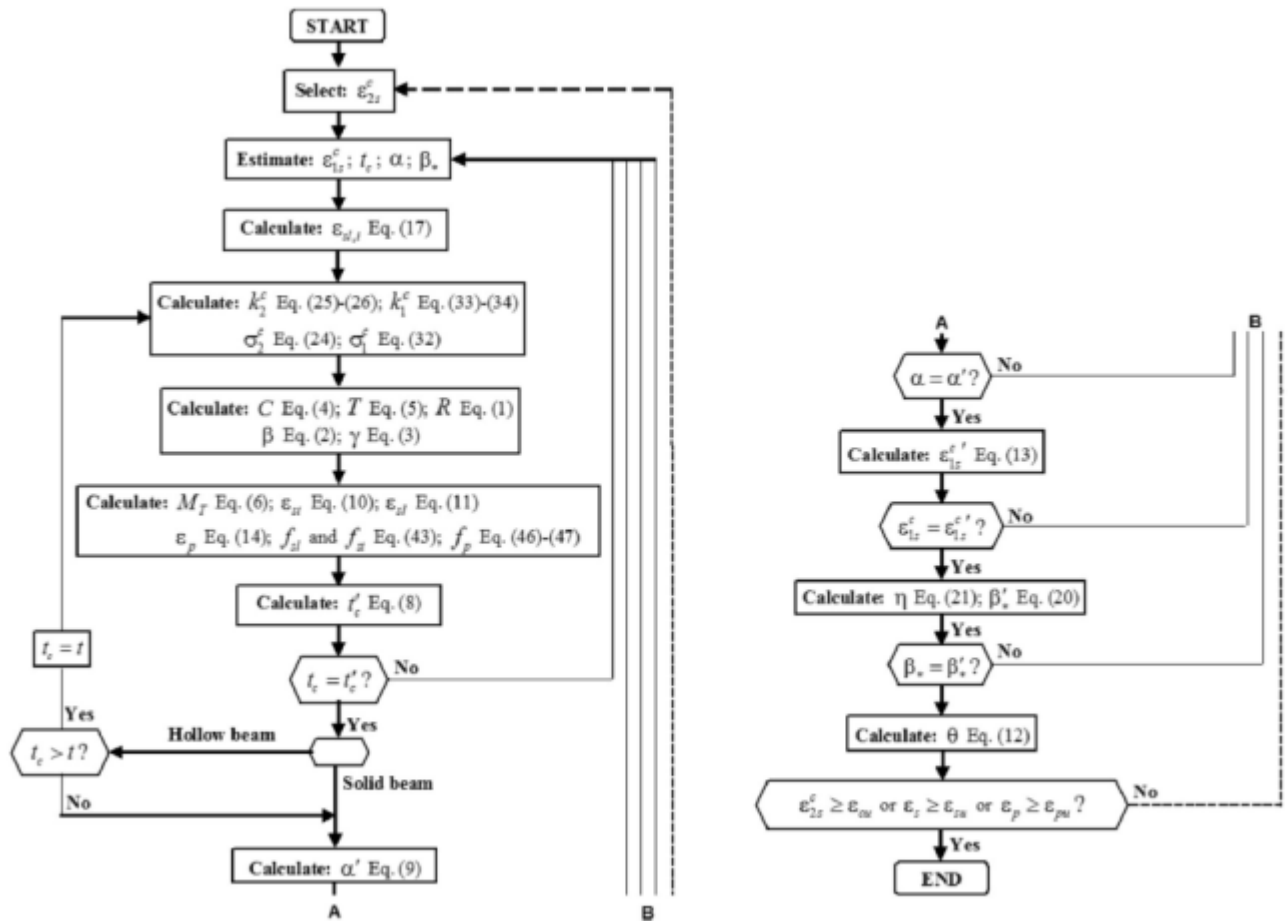


Figura 4.4 - GSVATM unificado: Fluxograma do procedimento de solução [31]

4.2.4. Considerações Finais

No presente capítulo foi apresentada a formulação do GSVATM de Bernardo et al. [31], que permitiu a implementação de um tirante de betão, perpendicular à escora, com o objetivo de incorporar no modelo de treliça espacial o estado biaxial de tensão que realmente existe nas paredes das vigas sujeitas à torção. Este modelo é capaz de prever toda a curva $M_T-\theta$ de vigas de betão armado sujeitas à torção pura, constituindo um modelo global do qual o VATM. De facto, em toda a formulação se for considerado que é nula a força no tirante (T), obtém-se a formulação original do VATM. Assim fica provada a consistência do GSVATM. O GSVATM incorpora as mesmas relações constitutivas para o betão comprimido na escora (incluindo o *softening effect* - amolecimento) e para as armaduras ordinárias tracionadas (incluindo o *stiffening effect* - enrijecimento) que o VATM apresentado na secção 4.2.1. No que diz respeito à caracterização do comportamento do betão à tração, o GSVATM incorpora uma nova relação

constitutiva média, verificando-se que o GSVATM fornece uma boa previsão do comportamento global, desde a fase inicial de carregamento até ao momento de rotura, de vigas de betão armado sujeitas à torção quer para vigas de secção cheia como oca.

4.3. Metodologia para a Reformulação do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção

4.3.1. Introdução

Como descrito na secção 4.2., o GSVATM unificado, proposto por Bernardo et al. [1] teve a sua base várias versões anteriores do GSVATM. Introduzidas algumas alterações no modelo foi possível unificá-lo para vigas de RC e vigas PC (com secção cheias ou ocas) sujeitas à torção. A partir de estudos de investigação recentes, pretende-se agora propor uma versão do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção, apresentando-se as modificações necessárias a incorporar no modelo, designadamente ao nível das equações das relações constitutivas e procedimento de solução. Não será tida em consideração o pré-esforço.

Partindo da base de trabalho elaborado por Zhou et al. [5], neste capítulo será apresentado as novas leis constitutivas, equações de equilíbrio e de compatibilidade para o GSVATM modificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção.

4.3.2. Nova Lei Constitutiva, Equações de Equilíbrio e de Compatibilidade

Como já foi referido na secção 4.2.2. para a obtenção de resultados baseados no GSVATM, são necessárias três equações de equilíbrio e três equações de compatibilidade.

No presente caso será incluída na nova metodologia uma nova lei constitutiva para as fibras metálicas localizadas nas fissuras. Tendo em vista a adaptação do GSVATM unificado para vigas UHPFRC sujeitas à torção, o presente trabalho pretende estabelecer uma relação apropriada que descreva o comportamento

à tração e em especial o comportamento pós-fissuração. De salientar que a incorporação do DTFTM implementado no GSVATM irá ter por base os mesmos pressupostos para a incorporação do DTFTM no SMMT, tal como proposto por Zhou et. al. [3]. Deste modo, a relação tensão-deformação de tração das fibras metálicas utilizadas no DTFTM é demonstrada na Figura 4.5.

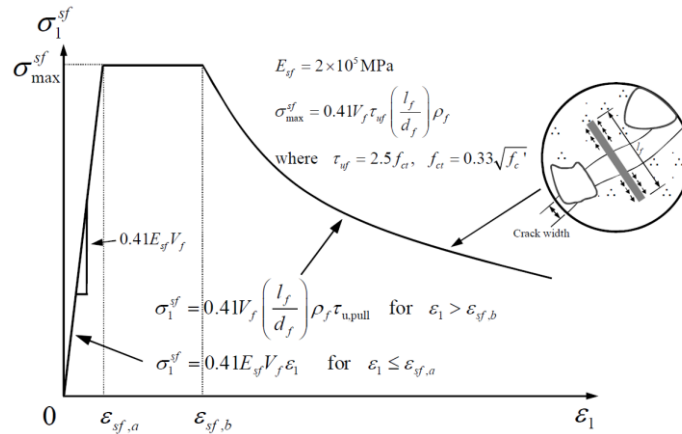


Figura 4.5 - Relação tensão-deformação das fibras metálicas nas fissuras [33]

A tensão normal média das fibras metálicas na direção inicial da fissura mostrada na Figura 4.6 pode ser expressa considerando o gradiente de deformação dentro da zona de fluxo de cisalhamento (t_d) do tubo de parede fina com o fator de tensão de tração (k_{sf}) das fibras metálicas.

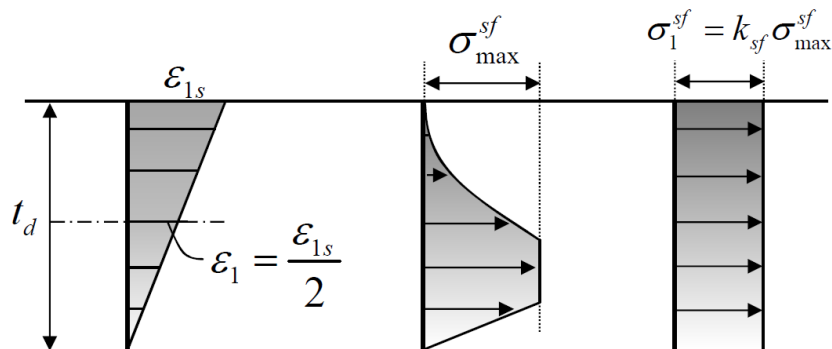


Figura 4.6 - Distribuição de deformação e tensão das fibras metálicas e bloco de tensão média [33]

Em relação à nova equação de equilíbrio e podendo o M_T ser expresso em função da resultante R entre a força de compressão C e de tração T , é necessário adicionar à matriz do betão a contribuição para as forças de tração da tensão

normal média (máxima) das fibras metálicas numa direção, sendo representado por:

$$T = (\sigma_1^c + \sigma_1^{sf}) t_c d_v \sin \alpha \quad (54)$$

A tensão normal, numa direção de atuação, para as fibras metálicas vem:

$$\sigma_1^{sf} = v k_1^{sf} \sigma_{máx}^{sf} \quad (55)$$

Em que o valor médio do coeficiente de tração, k_1^{sf} , é calculado por:

$$k_{sf} = \frac{\varepsilon_{1s}^c}{2\varepsilon_{sf,a}} \quad \text{para} \quad \frac{\varepsilon_{1s}^c}{\varepsilon_{sf,a}} < 1 \quad (56)$$

$$k_{sf} = \frac{\left[\frac{\varepsilon_{sf,a} \sigma_{máx}^{sf}}{2} + (\varepsilon_{1s}^c - \varepsilon_{sf,a}) \sigma_{máx}^{sf} \right]}{(\sigma_{máx}^{sf} \varepsilon_{1s}^c)} \quad \text{para} \quad \varepsilon_{sf,a} < \varepsilon_{1s}^c < \varepsilon_{sf,b} \quad (57)$$

$$k_{sf} = \frac{\left[\frac{\varepsilon_{sf,a} \sigma_{máx}^{sf}}{2} + (\varepsilon_{sf,b} - \varepsilon_{sf,a}) \sigma_{máx}^{sf} + I \right]}{(\sigma_{máx}^{sf} \varepsilon_{1s}^c)} \quad \text{para} \quad \frac{\varepsilon_{1s}^c}{\varepsilon_{sf,b}} > 1 \quad (58)$$

Em que $\varepsilon_{sf,a}$ e $\varepsilon_{sf,b}$ são as extensões nas fibras metálicas que delimitam a região em que a tensão podem ser considerada constante, após a fendilhação do UHPFRC e antes da perda de capacidade de retenção da tensão de tração pelas fibras. Estes valores devem ser definidos experimentalmente. Na ausência de valores experimentais, alguns autores propõem equações para as suas estimativas (ver, por exemplo, Ju *et al.* de 2013 [33]). A Eq. (54) constitui a nova equação de equilíbrio a considerar, substituindo a Eq. (13). Todas as restantes equações de equilíbrio e de compatibilidade do GSVATM unificado permanecem inalteradas.

A Eq. (54) constitui a relação constitutiva adicional para incluir a contribuição das fibras metálicas na zona das fissuras para a retenção das tensões de tração.

As restantes relações constitutivas incorporadas no GSVATM unificado, designadamente para o betão à compressão, para a matriz de betão à tração e para as armaduras de reforço embebidas no betão, permanecem inalteradas.

Em relação à relação constitutiva para as fibras metálicas, a introduzir pela adição na equação de equilíbrio das forças de tração, torna-se necessário demonstrar como é calculada.

Para tal, torna-se necessário calcular o designado valor máximo do fator de orientação $k_{f\ máx}$, que depende das propriedades das fibras metálicas e do rácio entre o valor máximo e médio da largura de fenda, $w_{cr\ máx}$, utilizado para descrever a fissuração do UHPFRC:

$$k_{f\ máx} = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\alpha_c \frac{w_{cr\ máx}}{d_f}\right) \left(1 - \frac{2 w_{cr\ máx}}{l_f}\right)^2 \quad (59)$$

Em que α_c é um parâmetro calibrado por Zhou et al [5], tendo um valor igual a 3,5. O valor máximo e médio da largura de fenda, $w_{cr\ máx}$, é calculado em função da largura média da fenda. No caso de um material que exhibe *strain-hardening*:

$$w_{cr\ máx} = 1,7 \cdot W_{cr} \quad (60)$$

O valor médio da largura de fendas, W_{cr} , para vigas de UHPFRC deve ser obtido por via experimental. Na ausência de valores experimentais, alguns autores propõem equações para a sua estimativa (ver por exemplo Zhang de 2020 [38]). Definidos os parâmetros anteriores, a tensão máxima de tração nas fibras ao nível da fenda vem dada por:

$$\sigma_{máx}^{sf} = k_{f\ máx} V_f \frac{l_f}{d_f} \tau_u \quad (61)$$

Em que τ_u é a tensão máxima de aderência entre a matriz de betão e as fibras metálicas, a qual depende do tipo de fibras metálicas a usadas:

- Fibras Metálicas em Forma de Gancho = 0,8. $(f'_c)^{0,5}$

- Fibras Metálicas Frisadas = 0,6. $(f'_c)^{0,5}$
- Fibras Metálicas Retas = 0,4. $(f'_c)^{0,5}$

Em adição, para o GSVATM unificado adaptado para UHPFRC os parâmetros de correção para ter em conta o tipo de secção transversal devem ainda ser corrigidas como segue, conforme proposto por Zhou et al. [3]:

- Vigas ocas de parede fina (se $v = \frac{t}{t_{c,cr,solid}} < 1$),

$$v = \frac{t}{t_{c,cr,solid}} \quad (62)$$

$$\mu = \lambda = 1,45 \quad (63)$$

- Vigas ocas de parede espessa ($v = \frac{t}{t_{c,cr,solid}} \geq 1$);

$$v = 1 \quad (64)$$

$$\mu = \lambda = 1,45 \quad (65)$$

- Vigas com secção cheia.

$$v = 1 \quad (66)$$

$$\mu = \lambda = 1,45 \quad (67)$$

4.3.3. Algoritmo de solução modificado

Para calcular a curva teórica $T-\theta$ tendo por base o GSVATM modificado, é novamente necessário recorrer a um procedimento computacional, visto que, como referido anteriormente, algumas variáveis são desconhecidas e interdependentes logo no início do procedimento de cálculo. Além disso, o GSVATM possui um carácter não linear e iterativo. O fluxograma do algoritmo de cálculo é baseado equações apresentadas ao longo do presente capítulo. É necessário posteriormente verificar se os valores das variáveis assumidas se aproximam da série de valores calculados de acordo com as equações.

A curva $T-\theta$ termina quando a extensão máxima de compressão à superfície das escoras de betão (ε_{2s^c}) ou a extensão de tração nas armaduras de torção (ε_{sl} ou ε_{st}) atingem o seu valor convencional de rotura. Estes valores convencionais de rotura são definidos no EC2 [32], sendo estes valores de $\varepsilon_{cu} = 0,0035$ para a extensão máxima de compressão à superfície das escoras de betão (ε_{2s^c}) e de $\varepsilon_{su} = 0,01$ para a extensão de tração nas armaduras de torção (ε_{sl} ou ε_{st}). É de

referir que o valor de 0,0035 apresentado para ε_{cu} é, segundo o EC2 [32] válido para betões com resistência inferior a 50 MPa (valores referidos a provetes cilíndricos). Para resistências superiores, o valor de ε_{cu} reduz e o EC2 [32] apresenta uma expressão para o seu cálculo.

O procedimento de cálculo iterativo representado pelo fluxograma da Figura 4.7 necessário para o cálculo da curva teórica $T-\theta$ é apresentado de uma forma simplificada nos passos seguintes:

1. Selecionar ε_{2s}^c
2. Assumir valores para ε_{1s}^c , ξ , t_c e α .
3. Obter k_2^c , k_1^c , k_1^{sf} , σ_2^c , σ_1^c e σ_1^{sf}
4. Calcular T , através das equação 54, respetivamente, C , R , β e por fim γ .
5. Determinar M_T a partir da equação 14. As extensões ε_{st} e ε_{sl} são calculadas, respetivamente, através das equações 21 e 22.
6. Verificar: $t_c = t_c'$?
7. Se:
 - 7.1. Os parâmetros calculados no passo anterior não estão suficientemente próximos dos valores assumidos no segundo passo, então deve repetir-se os passos de 2 a 6 até que estes convirjam para os valores assumidos.
 - 7.2. Os valores calculados no passo 6 forem suficientemente próximos dos valores assumidos no passo 2, então segue-se para o passo 8.
8. Calcular a rotação θ . Neste passo obtém-se assim um ponto de coordenadas (T, θ) o qual pertence à curva teórica $T-\theta$.
9. Selecionar outros valores para ε_{2s}^c e repetir o procedimento de forma a obter vários pontos (T, θ) para o traçado da curva $T-\theta$.

A curva $T-\theta$ termina quando a rotura convencional é alcançada, a qual é definida pelas extensões convencionais de rotura definidas no EC2 [32], tal como anteriormente referido.

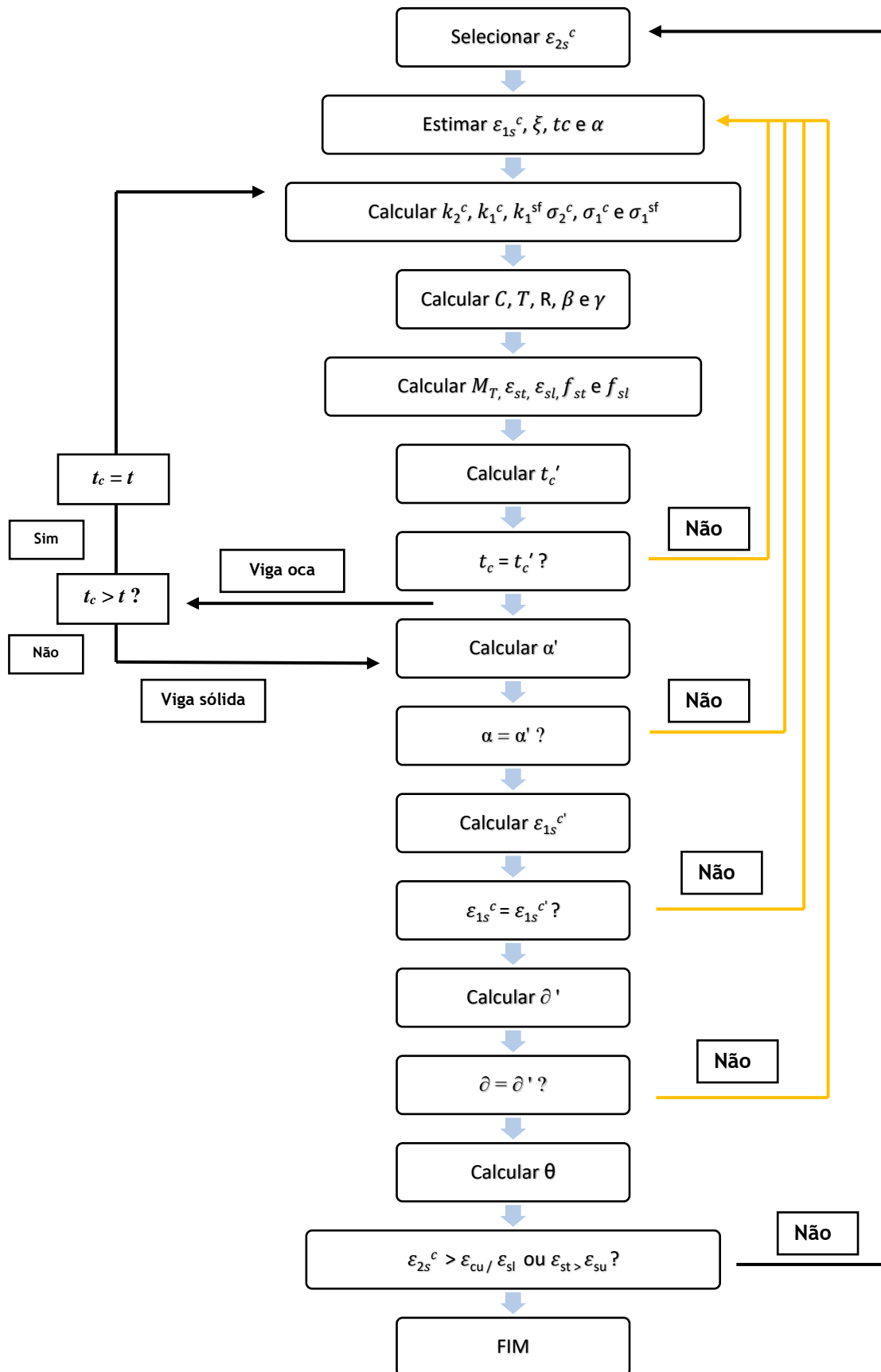


Figura 4.7 - Fluxograma do Algoritmo de Cálculo do GSVATM modificado para obtenção dos pontos da curva $T - \theta$

Capítulo 5 - Conclusões e Recomendações para Estudos Futuros

5.1 Introdução

Neste capítulo, resumem-se as conclusões principais do presente trabalho e apresenta-se também propostas de possíveis trabalhos a elaborar no futuro, referentes ao tema em estudo.

O modelo de cálculo teórico utilizado (GSVATM unificado), permite ter uma base sólida para a modificação do algoritmo que visa compreender o estudo que este trabalho teve como base.

No entanto, e em suma, resta aplicar o algoritmo no aplicativo computacional Torque 2.0.1 de modo a permitir uma simplificação e aplicabilidade do trabalho realizado, bem como proceder à sua verificação do modelo adotado confrontando as suas previsões com resultados experimentais.

5.2. Conclusões

Seguem-se as principais conclusões obtidas no decorrer do trabalho realizado.

Para trabalho proposto, tentou-se de forma simplificada, fazer a formulação do GSVATM unificado alterando a metodologia para a extensão para vigas de UHPFRC sujeitas à torção. Este modelo teórico permite calcular a previsão do comportamento global de vigas de betão armado, com secção retangular cheia ou oca, sujeitas à torção pura, designadamente através do cálculo e traçado da curva comportamental $T-\theta$, utilizado e validado em investigações anteriores.

Pode-se também concluir que o betão de ultra-elevado desempenho reforçado com fibras metálicas (UHPFRC) é um composto que futuramente poderá ter grande aplicabilidade, não só para estruturas esbeltas, mas também em estruturas mais convencionais como poderá ser construção de edificações correntes. Todavia, aquilo que ainda restringe essa aplicabilidade é o elevado custo de produção do compósito, que ao longo do tempo espera-se que possa vir a ser otimizado, conforme descrito no Capítulo 2.

No Capítulo 4 a principal conclusão é que na proposta de reformulação da metodologia para a extensão do GSVATM unificado para vigas de UHPFRC sujeitas à torção, e ao serem incluídas alterações nas equações e uma nova lei constitutiva, culminando na apresentação do algoritmo de solução modificado, verifica-se que é possível modificar o modelo para incorporar a contribuição das fibras metálicas (com diversas geometrias e quantidades), designadamente para o comportamento à tração do material na zona das fissuras.

Pode-se considerar, deste modo, que o presente trabalho demonstra um avanço na aplicabilidade do GSVATM unificado para vigas de UHPFRC sujeitas à torção pura, onde é demonstrado que o algoritmo do GSVATM unificado é um modelo dinâmico que pode ser modificado com vista a ser aplicado a vigas de betão estrutural sujeitas à torção executadas considerando materiais não convencionais.

5.3. Propostas de Trabalhos Futuros

No seguimento do trabalho apresentado, considera-se importante o desenvolvimento dos seguintes estudos:

- Proceder à verificação do algoritmo proposto para vigas de UHPFRC, mediante a alteração do código do GSVATM modificado implementado computacionalmente;
- Para as vigas de UHPFRC ensaiadas à torção e disponíveis na literatura, compilar todos os dados necessários para poder executar o GSVATM modificado para cada viga;
- Validar o GSVATM modificado para vigas de UHPFRC à torção por comparação das previsões e dos resultados experimentais, incluindo curvas de comportamento e características-chaves dessas curvas, como sejam: pontos de fissuração, pontos de cedência das armaduras, pontos correspondentes ao momento torsor máximo, pontos de início de *pullout* das fibras metálicas nas fendas, modo de rotura, rigidezes e capacidade de dissipação de energia.

Referências

- [1] Bernardo, L. F. A.; Andrade, J. M. A. “A unified softened truss model for RC and PC beams under torsion” *Journal of Building Engineering*, 2020; 32:101467.
- [2] Yang I-H.; Joh C.; Lee J.W.; Kim B-S. et al; “Torsional behavior of ultra-high performance concrete squared beams”. *Journal of Building Engineering*, 2013; 56:372-83.
- [3] Zhou, J.; Li, C.; Feng, Z.; Yoo, D-Y.; “Experimental investigation on torsional behaviors of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete hollow beams”. *Journal of Building Engineering*, 2022; 129:104504
- [4] Zhou, C.; Wang, J.; Jia, W.; Fang, Z.; “Torsional behavior of ultra-high performance concrete (UHPC) rectangular beams without steel reinforcement: Experimental investigation and theoretical analysis”. *Journal of Building Engineering*, 2022; 299:116022
- [5] Zhou, J.; Li, C.; Yoo, D-Y.; He, Jun.; Feng, Z.; “Modified softened membrane model for ultra-high-performance fiber-reinforced concrete solid and hollow beams under pure torsion”. *Journal of Building Engineering*, 2022; 270:114865
- [6] Cao, X.; Zhang, W-J.; Ren, Y-C.; Fu, F.; Li, Y-h.; He, D-B.; Zheng, Y.; Torsional capacity of ultra-high-performance concrete beams using rectangle stirrup, *Journal of Building Engineering*, 2023; 69:106231
- [7] Ponte do Gard - Wikipédia, a enciclopédia livre ([wikipedia.org](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte_do_Gard))
- [8] Ponte de Vila Formosa - Wikipédia, a enciclopédia livre ([wikipedia.org](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte_de_Vila_Formosa))
- [9] Revista de Obras Públicas e Minas - “Instruções Francesas para o Formigão Armado”, Tomo XXXVIII, pg 385 a 389, 1907
- [10] Appleton, J.; Construções em Betão - Nota histórica sobre a sua evolução; *IST - Apontamentos*
- [11] Decreto 4036 - Regulamento para o emprego do beton armado, 28/3/1918
- [12] Freyssinet, E. - Une Révolution dans les Techniques du Béton, Eyrolles, Paris, 1939
- [13] Taborda, C. “ Generalização do VATM e do GSVATM para a Modelação de Vigas de Betão Estrutural sujeitas à Torção combinada com Estado Axial de

Tensão Uniforme”, PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Universidade da Beira Interior, Covilhã 2017

[14] Vaz, A. N. S., “Generalização do GSVATM para Vigas de Betão Armado em Caixão Sujeitas à Torção”, MSc Thesis, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Universidade da Beira Interior, Covilhã 2014

[15] Andrade, J. M. A. “Modelação do Comportamento Global de Vigas Sujeitas à Torção” PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Universidade da Beira Interior, Covilhã 2010.

[16] Hsu, T. T. C., “Torsion of Structural Concrete - Plain Concrete Rectangular Sections,” *Torsion of Structural Concrete, SP-18*, American Concrete Institute, Detroit, 1968, pp. 203-238

[17] Walther, R. et Miehlabrad, M., “Dimensionnement des Structures en Béton - Bases et Technologie,” *Traité de Génie Civil - Volume 7*, de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne, Suisse, 1990

[18] Waldren, P. “The Significance of Warping Torsion in the Design of Straight Concrete Box Girder Bridges”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 1988, Vol. 15, pp. 879-889

[19] Barros, J. A. O., *Betão Reforçado com Fibras Metálicas - Conceitos Fundamentais*, Repositório da Universidade do Minho, Universidade do Minho

[20] Soranakom C., Mobasher B., “Soluções de forma fechada para resposta à flexão de vigas de concreto reforçado com fibra”, *Journal of Engineering Mechanics*, V. 133, No 8, 2007, pp. 933-941.

[21] Vecchio F.J., Collins M.P., “Stress-strain characteristics of reinforced concrete in pure shear” IABSE colloquium, *Advanced Mechanics of reinforced concrete*, Delft Final report 1981, pp211-225

[22] Vecchio, F.J. and Collins, M.P., “Compression Response of Cracked Reinforced Concrete”, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 119 (12), 1993, pp.3590-3610

[23] Vecchio, F.J. and Collins, M.P., “The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear”, *Journal of the American Concrete Institute*, Março-Abril 1986, Vol. 83, No.2, pp. 219-231

- [24] Vecchio, F.J. and Collins, M.P., “The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Forces”, Publication No. 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Março 1982
- [25] Bernardo, L. F. A.; Lopes, S. M. R., “Torsion in HSC Hollow Beams: Strength and Ductility Analysis”, ACI Structural Journal, American Concrete Institute, Michigan, U.S.A., Vol. 106, Issue 1, Janeiro-Feveireiro 2009, pp. 39-48
- [26] Rasmussen LJ, Baker G. Torsion in reinforced normal and high-strength concrete beams - part 1: experimental test series. ACI Struct J 1995;92(1):56-62.
- [27] Richard P, Cheyrezy M. Composition of reactive powder concretes. Cem ConcrRes 1995;25(7):1501-11.7
- [28] Behloul M. Tensile behavior of reactive powder concrete (RPC). In: Proceedings of the 4th international symposium utilization of high strength/high performance concrete; 1996. p. 1375-81.
- [29] C. Jeng, S. Peng, M. Chao, Constitutive relationships of concrete for hollow RC members in pure torsion, Maga Concre Resear. 66 (17) (2014) 896-912.
- [30] Vecchio, F.J. and Collins, M.P., “Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear”, IABSE Colloquium, Advanced Mechanics of Reinforced Concrete, Delft, Final Report. 1981, pp. 211-225
- [31] Bernardo, L.F.A, Andrade, J.M.A., Nunes, N.C.G. “Generalized softened variable angle truss-model for reinforcement concrete beams under torsion” Materials and Structures 2015 48:2169-2193
- [32] CEN prEN 1992-1-1, “Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1:General Rules and Rules for Buildings”, April 2002
- [33] Ju H, Kim K-S, Lee D-H, et al. Torsional responses of steel fiber-reinforced concrete members. Compos Struct 2015;129:143-56.
- [34] E. Rausch, Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung (Design of Reinforced Concrete in torsion), 1929, p. 53. Ph.D. Thesis, Berlin, (in German).
- [35] P. Andersen, Experiments with concrete in torsion, Transactions, ASCE 100 (1935) 949-983.
- [36] Jeng, C.-H. and Hsu T. T. C., “A Softened Membrane Model for Torsion in Reinforced Concrete Members”, Engineering Structures, 31 (2009), 1944-1954

[37] Hsu, T.T.C., Mo, Y.L. “Softening of Concrete in Torsional Members - Theory and Tests”, *Journal of the American Concrete Institute, Proc.*, Vol. 82, No.3, Maio-Junho 1985, pp. 290-303

[38] Zhang, W., Zheng, Q., Ashraf, A., Baoguo, H., “Self-healing cement concrete composites for resilient infrastructures: A review”, *Journal of the American Concrete Institute*, Vol. 189, Maio 2020