



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Ciências

Considerações de energia no estudo do movimento numa passada de exercício

Carla Maria Alexandre Pereira da Fonseca Nave

Relatório de Estágio para obtenção do Grau de Mestre em
**Ensino de Física e Química no 3º Ciclo do Ensino Básico e no
Ensino Secundário**
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Luís José Maia Amoreira

Covilhã, Outubro de 2012

Dedicatória

À minha família, marido, Joaquim e filhos, José António e João Manuel pelo amor e paciência, sem o vosso apoio e alento não sei se teria iniciado esta caminhada, mas sei, isso sim, que não a teria terminado.

Prefácio

Este trabalho é o resultado da investigação desenvolvida sob a orientação do Professor Doutor Luís Amoreira do Departamento de Física da Faculdade de Ciências da Universidade da Beira Interior. Foi apresentado na forma de *poster* no 2º Ciclo de Conferências da Faculdade de Ciências da UBI em novembro de 2011 e na 18ª Conferência Nacional de Física em setembro de 2012.

Este trabalho não teria sido possível sem a colaboração de muitas pessoas, a quem quero manifestar o meu reconhecimento.

Primeiro nasceu a vontade de realizar um trabalho em física, depois um cruzar de vidas, experiências e conhecimentos e, um ano depois, surge este trabalho.

Começo por agradecer a quem devo o primeiro de muitos passos nesta caminhada, ao meu orientador, o Prof. Dr. Luís José Amoreira, por me ter conduzido neste meu processo de aprendizagem pois foi um orientador extremamente presente, discutindo e acompanhando todos os acontecimentos, tornando possível este trabalho final. Bem-haja também por tantas conversas sobre física para além do que aqui se apresenta.

Quero agradecer aos Professores Doutores Carlos Fernandes, Paulo Fael, António Espírito Santo e Francisco Brojo, do Departamento de Engenharia Eletromecânica da Faculdade de Engenharia da Universidade da Beira Interior, pelos debates e dúvidas que contribuíram para uma melhoria deste trabalho, e pelas suas palavras de estímulo e alento. Agradeço-lhes também o empréstimo de alguns equipamentos que permitiram a execução das medições realizadas neste estudo.

Agradeço ao Sr. Arquiteto João Paulo Pinto pela sua ajuda na elaboração dos esquemas da passadeira.

Agradeço também à empresa Alçada e Pereira, particularmente ao Sr. Engenheiro Pedro Pereira e ao Sr. Luís Ferrinha por todo o apoio e pelo empréstimo de material.

O meu bem-haja ao meu amigo Fernando Vieira, sem a sua ajuda, paciência e apoio nunca teria conseguido construir a passadeira.

Resumo

Neste trabalho analisam-se as trocas de energia que ocorrem no movimento de um corpo sobre uma passadeira de exercício inclinada, tentando dar-se resposta a duas questões: (1) a potência necessária para manter o movimento do corpo depende da inclinação da passadeira? e (2) se sim, porquê, já que a altura do corpo (e, portanto, a sua energia potencial gravítica) permanece constante?

Mostra-se que a potência despendida pelo corpo aumenta com a inclinação da passadeira e que isto assim é porque, à medida que a inclinação aumenta, uma fração cada vez maior da potência necessária ao movimento da passadeira é fornecida pelo corpo que sobre ela se move.

Palavras-chave

Passadeira de exercício; Dinâmica; Energia

Abstract

In this work the energy exchanges occurring in the motion of a body over an inclined exercise treadmill are analysed, in an attempt to answer two questions: (1) does the power needed to maintain the movement depends on the inclination of the treadmill? and (2) if so, why, given that the height of the body (and, therefore, its gravitational potential energy) remains constant?

It is found that the power needs for the movement of the body indeed increase with the incline of the treadmill (in a way similar to moving up a hill) and that this is so because, as the inclination increases, a larger and larger fraction of the power needed to maintain the motion of the treadmill is supplied by the body moving over it.

Keywords

Exercise Treadmill; Dynamics; Energy

Índice

1	Introdução	1
1.1	Esforço, energia, potência	3
1.2	O sistema em estudo	5
2	Considerações analíticas	6
2.1	Dinâmica do carrinho	6
2.2	Dinâmica da passadeira	9
3	Montagem experimental e procedimento	12
3.1	Montagem experimental	12
3.2	Equipamento utilizado	13
3.3	Procedimento Experimental	15
3.3.1	Inclinação da passadeira	16
3.3.2	Velocidade da passadeira	16
3.3.3	Velocidade do carrinho relativamente ao tapete	16
3.3.4	Tensões e correntes que alimentam os dois motores	17
4	Resultados	19
5	Conclusão e crítica	23
	Bibliografia	25

Lista de Figuras

2.1	Carrinho motorizado movendo-se sobre a passadeira, permanecendo em repouso relativamente ao laboratório. Estão ilustradas as forças que atuam nas rodas motrizes (figura central) e os momentos das forças nelas aplicados, calculados relativamente ao eixo (figura à direita).	7
2.2	Base vetorial usada na análise.	7
2.3	Tapete da passadeira de exercício e forças e momentos de forças relevantes nele aplicados.	9
3.1	Passadeira, carrinho e demais aparelhos usados na parte experimental deste trabalho.	12
3.2	À esquerda, o carrinho com a placa de chumbo no tejadilho e os contatos das ligações à fonte de alimentação. No lado direito, a passadeira a escala reduzida sendo visível a cabeça do berbequim acoplado ao eixo motor.	13
3.3	Esquema de alguns detalhes da passadeira. O acoplamento mecânico ao berbequim que serve como motor é feito no eixo protuberante visível em quatro dos esquemas apresentados na figura. . . .	14
3.4	À esquerda, a fonte de tensão contínua (marca <i>Topward</i> , 6303D). À direita, o estroboscópio (marca <i>Portable Stroboscope, Type 4912 BK Bruel e Kjaer</i>).	14
3.5	À esquerda, o osciloscópio digital (marca <i>Picoscope PC Oscilloscope Kit, Pico®Technology Limited</i>). À direita, o berbequim (marca <i>FGE FARTOOLS®</i> , ML CDO2A 180).	15
3.6	Esquema onde se pode observar a relação entre os parâmetros geométricos da passadeira.	16
3.7	Influência da elasticidade do tapete na inclinação do carrinho. (O efeito está muito exagerado.)	17
3.8	Esquema de um circuito elétrico de uma fonte de alimentação e de um motor.	17
3.9	Esquema elétrico da montagem para a alimentação dos motores do carrinho e da passadeira.	18
4.1	Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 5,0 rot/s.	20

4.2	Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 6,0 rot/s.	21
4.3	Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 7,0 rot/s.	21

Lista de Tabelas

- 4.1 Valores da potência (em watt) fornecida aos motores do carrinho (P_C) e da passadeira (P_T) para diferentes inclinações da passadeira e para três valores da velocidade do seu tapete. Cada valor de potência apresentado é a média dos valores obtidos em quatro repetições da experiência. 19
- 4.2 Declives das retas que melhor se ajustam aos valores das potências fornecidas aos dois motores como função do seno da inclinação, para cada valor da velocidade. 20

Lista de símbolos

Designação	Símbolo
Raio da roda motor do carrinho	r_C
Raio do cilindro motor do tapete	r_T
Velocidade do carrinho	v_C
Velocidade do tapete da passadeira	v_T
Momento do motor do carrinho	M_C
Momento do motor do tapete	M_T
Força de atrito carrinho/tapete	F_{aC}
Força de atrito tapete/carrinho	F_{aT}
Momento da força de atrito carrinho/tapete no eixo das rodas do carrinho	A_C
Momento da força de atrito tapete/carrinho no eixo do cilindro da passadeira	A_T
Momento dos atritos internos do carrinho	R_C
Momento dos atritos internos do tapete	R_T
Velocidade angular da roda motor do carrinho	ω_C
Velocidade angular do eixo motor do tapete	ω_T
Potência do carrinho	P_C
Potência do tapete	P_T
Declive da potência fornecida ao carrinho como função da inclinação	m_C
Declive da potência fornecida ao tapete como função da inclinação	m_T

Capítulo 1

Introdução

Diariamente ouve-se falar sobre a importância do exercício físico para a saúde. Uma das atividades mais frequentemente sugeridas é a realização de caminhadas. Para quem não é conveniente, por alguma razão, andar ao ar livre, existe uma alternativa bem conhecida que é a passadeira.

As passadeiras de exercício são dispositivos que possibilitam a prática da marcha e da corrida em espaços fechados e limitados. Consistem num tapete contínuo tipo correia sem fim, com dimensões de cerca de um metro de largura por dois metros de comprimento, posto em movimento por um motor elétrico, sobre o qual caminha ou corre o praticante, mantendo-se (mais ou menos) imóvel relativamente ao ginásio onde a passadeira está instalada. Regra geral, pode variar-se a velocidade e a inclinação da passadeira, permitindo assim o exercício com diferentes graus de intensidade. A relação entre a velocidade da passadeira e o esforço para caminhar ou correr sobre ela é óbvia. Mas a influência da inclinação parece bastante menos evidente.

Caminhar sobre uma passadeira inclinada é de certa forma semelhante a subir um monte com a mesma inclinação. Esta analogia intuitiva justifica-se mais formalmente considerando um sistema de coordenadas fixo ao tapete da passadeira. Relativamente a um tal referencial (que se move relativamente ao laboratório), um indivíduo sobre a passadeira está efetivamente a subir um plano inclinado. Quando se caminha monte acima, a força da gravidade realiza um trabalho resistente (com módulo igual ao produto do peso do caminhante pelo desnível vencido), pelo que é necessário um maior esforço muscular para compensar a energia perdida por essa via. Parece assim óbvio que o exercício se torna mais difícil à medida que aumenta a inclinação da passadeira. No entanto, relativamente a um referencial fixo no laboratório, o centro de massa de um indivíduo que se exercita numa passadeira inclinada não sofre variações consideráveis de altura; logo, o trabalho do peso é essencialmente nulo.

Coloquemos esta questão noutros termos. Quando um corpo se move subindo um plano inclinado com velocidade constante, a sua energia potencial gravítica aumenta tanto mais rapidamente quanto maior for a inclinação. Assim, o motor que mantém o movimento tem que realizar uma potência maior a maiores inclinações, já que é esse motor que fornece a energia que, no corpo, fica armazenada como energia potencial. Intuitivamente, queremos crer que o movimento numa

passadeira inclinada é em tudo semelhante ao movimento num plano inclinado, mas isso parece não ser assim já que, na passadeira, não há quaisquer variações de energia potencial gravítica.

Mas, então, porque é mais cansativo o exercício numa passadeira inclinada?

A locomoção humana (marcha ou corrida) é uma atividade muito complexa do ponto de vista da dinâmica. Para a sua análise, é necessário considerar as forças externas (peso do praticante, reação normal no apoio dos pés, atrito na superfície de contato, resistência atmosférica) e também as forças internas (um sem-número de forças, reações e atritos nas articulações), atuando num sistema com forma continuamente variável. Por isso, é razoável procurar a resposta à questão colocada no final do parágrafo anterior nos detalhes biomecânicos da marcha ou corrida humana. Essa abordagem inspira algumas contribuições (as mais consequentes, diga-se de passagem) num fórum *on-line*[for05] dedicado a este problema. Por exemplo, um participante neste fórum chama a atenção para o fato de a corrida humana ser uma sucessão de saltos, acompanhados, naturalmente, de oscilações no valor da altura a que se encontra o centro de massa do corredor, e colocando o cerne da questão no fato de, numa passadeira inclinada, a altura do centro de massa ser no final de cada salto ligeiramente superior à que apresentava no início, retomando o valor inicial apenas quando o pé que fez a receção do salto recuar e atingir a posição em que dá o impulso para o novo salto¹.

Neste trabalho faz-se uma abordagem diferente. Dado que relativamente a um referencial fixo no tapete da passadeira se compreende em termos simples (já referidos acima) a razão de ser mais cansativo o exercício em passadeiras mais inclinadas, é de crer que também relativamente ao laboratório seja possível encontrar uma explicação independente dos detalhes biomecânicos da locomoção humana. É este o objetivo do presente trabalho. Mais concretamente, são investigadas as seguintes questões:

1. É sempre necessário um maior esforço para o movimento (não especificamente humano) numa passadeira inclinada do que numa passadeira na horizontal?
2. Se assim for, porquê?

Tentando dar resposta a estas perguntas, estuda-se (teoricamente e com verificação experimental) o movimento de um carrinho motorizado sobre uma passadeira com inclinação variável.

¹Esta análise é insatisfatória. Claro que, durante a fração considerada do movimento de passada, há uma ligeira elevação do centro de massa. Mas, noutros sub-intervalos do movimento de passada, verifica-se até o contrário, isto é, um abaixamento do centro de massa. Assim sendo, esta análise só seria convincente se se pudesse aplicar a todo o período da passada, no qual, obviamente, o centro de massa regressa ao nível inicial.

1.1 Esforço, energia, potência

Como quantificar aquilo que, na linguagem do dia-a-dia, chamamos “esforço”? Dizemos que nos esforçamos quando realizamos uma atividade que nos cansa. Quando nos esforçamos mais intensamente, alguns sinais fisiológicos do esforço tornam-se perceptíveis, tanto mais quanto mais intenso for o esforço: respiração e pulsação acelerados, transpiração, dores musculares, etc.

Uma vez que nas nossas atividades consumimos energia e que as necessidades de energia aumentam quando realizamos exercício físico (ou seja, com a realização de esforços) é tentador associar esforço ao dispêndio de energia. Mas esta equiparação não é totalmente satisfatória. É que percorrer a pé uma distância de 500 metros pode envolver um grande esforço (se for feito em corrida rápida) ou um pequeno esforço (se se tratar de um passeio calmo). Assim, a noção de esforço parece estar mais relacionada com a taxa temporal de dispêndio de energia, ou seja, com a *potência* despendida, do que com o dispêndio de energia propriamente dito.

Num sistema puramente mecânico como os que se consideram neste estudo, a energia é transferida entre sistemas através de *trabalho*. Num deslocamento infinitesimal $\delta\vec{r}$ do ponto de aplicação de uma força \vec{F} , esta realiza um trabalho (também infinitesimal) dado por [HRW06, Nus00].

$$\delta W = \vec{F} \cdot \delta\vec{r} = F\delta r \cos \theta, \quad (1.1)$$

onde θ é o ângulo entre o deslocamento e a força. Sendo a potência a taxa temporal da realização de trabalho, é dada por

$$P = \frac{\delta W}{\delta t} = \vec{F} \cdot \frac{\delta\vec{r}}{\delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}, \quad (1.2)$$

onde \vec{v} é a velocidade do movimento do ponto de aplicação da força.

Generalizemos esta expressão para sistemas não pontuais. Considere-se um sistema extenso, sobre o qual atua um campo de forças \vec{F} não necessariamente uniforme. Seja $\vec{f}(\vec{r})$ a força por unidade de volume no ponto com vetor posição \vec{r} (a força exercida numa porção infinitesimal do sistema com volume δV , centrada nesse ponto é, assim, dada por $\delta\vec{F} = \delta V \vec{f}(\vec{r})$). A potência realizada sobre esta porção de volume é então

$$\delta P = \delta V \vec{f}(\vec{r}) \cdot \vec{v}(\vec{r}), \quad (1.3)$$

onde $\vec{v}(\vec{r})$ representa a velocidade dessa porção do sistema. A potência total realizada pelo campo de forças sobre o sistema é a soma das realizadas sobre cada

uma das partes, ou seja,

$$P = \int_V dV \vec{f}(\vec{r}) \cdot \vec{v}(\vec{r}). \quad (1.4)$$

Se o sistema em estudo é um corpo rígido animado de um movimento de rotação em torno de um eixo fixo (situação que tem especial interesse neste trabalho), a velocidade com que cada ponto se move está determinada uma vez conhecida a velocidade de rotação. Relativamente a um referencial com origem sobre o eixo de rotação, tem-se [Tay05].

$$\vec{v}(\vec{r}) = \vec{\omega} \times \vec{r}, \quad (1.5)$$

onde $\vec{\omega}$ representa o vetor velocidade angular, com módulo igual à velocidade angular do movimento de rotação, direção igual à do eixo de rotação e sentido relacionado com o da rotação através da regra da mão direita. Substituindo acima, a potência fornecida ao corpo escreve-se como

$$P = \int_V dV \vec{f}(\vec{r}) \cdot \vec{\omega} \times \vec{r}. \quad (1.6)$$

Mas o produto misto de três vetores é invariante sob permutação cíclica dos fatores,

$$\vec{a} \cdot \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b} \cdot \vec{c} \times \vec{a} = \vec{c} \cdot \vec{a} \times \vec{b} \quad (1.7)$$

de forma que a expressão acima pode também escrever-se na forma

$$P = \int_V dV \vec{\omega} \cdot \vec{r} \times \vec{f}(\vec{r}). \quad (1.8)$$

Note-se agora que o produto vetorial $\vec{r} \times \vec{f}(\vec{r})$ é o momento da força por unidade de volume, $\vec{m}(\vec{r})$. Por outro lado, a velocidade angular é um vetor uniforme (com o mesmo módulo, direção e sentido em todos os pontos) e pode por isso ser posto em evidência no integral. Assim, obtém-se

$$P = \vec{\omega} \cdot \int_V dV \vec{m}(\vec{r}) = \vec{\omega} \cdot \vec{M}, \quad (1.9)$$

onde \vec{M} representa o momento resultante do campo de forças \vec{F} sobre o corpo rígido. Nos casos (que mais interessam aqui) em que o momento resultante tem a direção do eixo da rotação (ou seja, a do vetor velocidade angular) o produto escalar de $\vec{\omega}$ por \vec{M} assume uma expressão simples em termos dos módulos dos dois vetores e podemos por isso escrever

$$P = \pm \omega M, \quad (1.10)$$

verificando-se o sinal (+) se o momento for um momento “motor” (ou seja, que tende a aumentar a rapidez da rotação) e o sinal (–) se o momento for um momento “resistente” (isto é, que tende a travar a rotação).

1.2 O sistema em estudo

Pretende-se estudar o movimento numa passadeira de exercício de forma genérica, enfatizando os princípios físicos gerais e mantendo a análise livre de considerações sobre detalhes biomecânicos da locomoção humana. Com este objetivo em vista, tentou-se neste trabalho analisar o movimento de um sistema móvel o mais simples possível, no qual as complicações específicas inerentes à marcha humana (ou a outros modos particulares de locomoção animal) não fossem relevantes. A forma de locomoção que se afigurou mais simples foi a de um veículo com rodas; assim, estudou-se o movimento de carros sobre passadeiras inclinadas. Para a verificação experimental das conclusões teóricas, construiu-se uma passadeira de exercício com inclinação regulável a escala reduzida, alimentada com um motor elétrico de corrente contínua, sobre a qual se movia um pequeno carrinho elétrico, sendo as potências fornecidas aos dois motores estimadas a partir da tensão e da corrente com que eram alimentados.

Capítulo 2

Considerações analíticas

Um corpo rígido é um sistema de muitas partículas a distâncias fixas umas das outras. Por isso, a cinemática de um corpo rígido é caracterizada por apenas seis graus de liberdade [Gol01] (três necessários para especificar a posição de um dos seus pontos e outros três para indicar a sua orientação no espaço), em vez dos habituais três graus de liberdade por cada partícula constituinte do sistema. Por não serem, assim, relevantes quaisquer graus de liberdade internos de um corpo rígido, a sua dinâmica fica completamente determinada pelas leis fundamentais da dinâmica dos sistemas de muitas partículas [Nus00, HRW06]:

1. a resultante das forças externas que atuam num corpo rígido é igual à taxa temporal de variação do seu momento linear total, isto é,

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{P}}{dt};$$

2. a resultante dos momentos dessas forças relativamente a um ponto é igual à taxa temporal de variação do seu momento angular total, ou seja

$$\sum \vec{M}_{\text{ext}} = \frac{d\vec{L}}{dt}.$$

2.1 Dinâmica do carrinho

Considere-se, à luz destes princípios, o movimento uniforme de um carrinho sobre uma passadeira com inclinação θ relativamente à horizontal. O tapete da passadeira move-se, relativamente ao laboratório, com velocidade constante de módulo v_T dirigida para baixo, e o carrinho está animado de movimento também uniforme com velocidade de igual módulo v_C relativamente ao tapete, mas dirigida para cima, de modo a estar em repouso relativamente ao laboratório (ver a figura 2.1). Sobre o carrinho, estão aplicadas as forças peso, \vec{P} , reação normal, \vec{N} , e atrito de contato, \vec{F}_{aC} , e os momentos (calculados relativamente ao eixo das rodas) da força motriz, \vec{M}_C , da força de atrito na rotação do eixo das rodas, \vec{R}_C , e ainda o momento da força de atrito na superfície de contato rodas-tapete \vec{A}_C .

Uma vez que na situação em estudo tanto o carrinho como o tapete da passadeira se movem uniformemente, as taxas de variação temporal de todos os momentos

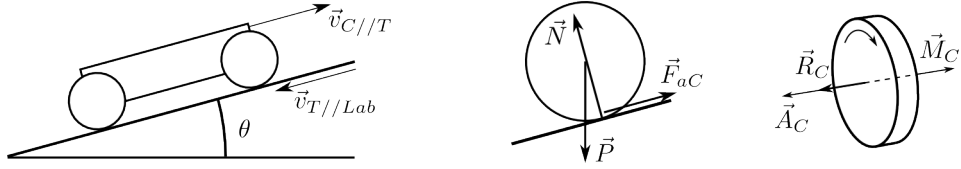


Figura 2.1: Carrinho motorizado movendo-se sobre a passadeira, permanecendo em repouso relativamente ao laboratório. Estão ilustradas as forças que atuam nas rodas motrizes (figura central) e os momentos das forças nelas aplicados, calculados relativamente ao eixo (figura à direita).

lineares e angulares são nulas. As equações do movimento reduzem-se então às condições de equilíbrio do corpo rígido [BJE06]:

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{aC} = 0 \quad (2.1)$$

$$\sum \vec{M}_{\text{ext}} = \vec{M}_C + \vec{R}_C + \vec{A}_C = 0. \quad (2.2)$$

Relativamente a uma base ortonormada formada pelos vetores \hat{i} , \hat{j} e \hat{k} representa-

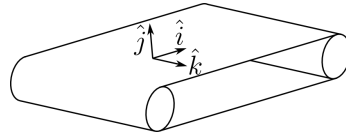


Figura 2.2: Base vetorial usada na análise.

dos na Figura 2.2, as forças e momentos que atuam no carrinho podem decompor-se como:

$$\vec{N} = N\hat{j} \quad (2.3)$$

$$\vec{F}_{aC} = F_{aC}\hat{i} \quad (2.4)$$

$$\vec{P} = -mg \sin \theta \hat{i} - mg \cos \theta \hat{j} \quad (2.5)$$

$$\vec{M}_C = M_C\hat{k} \quad (2.6)$$

$$\vec{R}_C = -R_C\hat{k} \quad (2.7)$$

$$\vec{A}_C = -A_C\hat{k}, \quad (2.8)$$

onde m é a massa do carrinho.

Expressas em termos das componentes dos vetores envolvidos, as condições de equilíbrio apresentadas nas eqs. (2.1) e (2.2) escrevem-se na forma

$$N - mg \cos \theta = 0 \Leftrightarrow N = mg \cos \theta \quad (2.9)$$

$$F_{aC} - mg \sin \theta = 0 \Leftrightarrow F_{aC} = mg \sin \theta \quad (2.10)$$

$$M_C - R_C - A_C = 0 \Leftrightarrow M_C = R_C + A_C. \quad (2.11)$$

As eqs (2.10) e (2.11) são expressões para o módulo da força de atrito e do momento motor. Mas o módulo do momento da força de atrito rodas-tapete é

$$A_C = F_{aC} r_C = mgr_C \sin \theta, \quad (2.12)$$

onde r_C é o raio das rodas motrizes do carrinho, de forma que o módulo do momento motor é dado por

$$M_C = R_C + mgr_C \sin \theta. \quad (2.13)$$

Para que o carrinho se mantenha imóvel (relativamente ao laboratório) sobre um tapete que se move com velocidade de módulo v , as suas rodas devem rodar com velocidade angular

$$\omega_C = \frac{v}{r_C}. \quad (2.14)$$

O motor do carrinho fornece assim uma potência de

$$P_C = M_C \omega_C = \frac{v R_C}{r_C} + mgv \sin \theta. \quad (2.15)$$

O momento da força de atrito associada à rotação do eixo das rodas, R_C , depende de fatores como a natureza do encaixe do eixo na estrutura do carro, os pormenores da transmissão da potência do motor ao eixo e ainda do motor propriamente dito, mas deve ser essencialmente independente da inclinação do carrinho (ou, pelo menos, não parece ser impossível construir um carrinho em que isso assim seja), de forma que a primeira parcela no lado direito da equação (2.15), $v R_C / r_C$, pode ser tomada como uma constante independente da inclinação da passadeira. Esta equação mostra, então, que é de fato necessário um maior esforço para o movimento numa passadeira inclinada do que numa horizontal. Mais ainda, a forma como a potência necessária para manter o movimento varia com a inclinação é semelhante à do movimento de subida numa rampa ou num monte — onde a potência é a necessária para vencer o trabalho do campo gravitacional. A passadeira inclinada é então, para estes efeitos, de fato equivalente a uma subida com a mesma inclinação.

A primeira das questões apresentadas na introdução tem, então, resposta afirmativa. Veja-se agora a segunda questão. Como se manifesta o excesso de potência realizada pelo motor do carrinho quando se aumenta a inclinação da passadeira, já que tanto a energia cinética do carrinho, como a sua energia potencial, permanecem constantes?

2.2 Dinâmica da passadeira

Na situação em análise, é necessária energia não só para manter o carrinho em movimento sobre o tapete, mas também para manter o próprio tapete em movimento e, por isso e porque há interações entre o tapete da passadeira e o carrinho, deve considerar-se a possibilidade de o carrinho fornecer (ou retirar) energia à passadeira.

A passadeira consiste, como já se disse, num tapete sem fim esticado entre dois cilindros paralelos (ver a Figura 2.3). Simplificando tanto quanto possível o sistema em estudo, suponha-se que um destes cilindros (que adiante será designado de cilindro passivo) tem momento de inércia nulo e que roda sem atrito sobre o seu eixo. O outro cilindro, que será daqui em diante designado cilindro motriz, está acoplado a um motor que o coloca em rotação. Suponhamos ainda que o coeficiente de atrito estático para o contato entre o tapete e o cilindro motor tem um valor suficientemente elevado para que não seja necessário considerar a possibilidade de escorregamento do tapete sobre o cilindro motriz. Seja r_T o raio do cilindro motriz e R_T o momento das forças de atrito que contrariam a rotação deste cilindro sobre o seu eixo. (Refira-se de passagem que R_T pode representar o conjunto dos atritos internos ao movimento da passadeira, incluindo os que eventualmente se manifestem no cilindro passivo.) Seja ainda \vec{M}_T o momento aplicado pelo motor da passadeira no cilindro motriz. Uma vez que não há es-

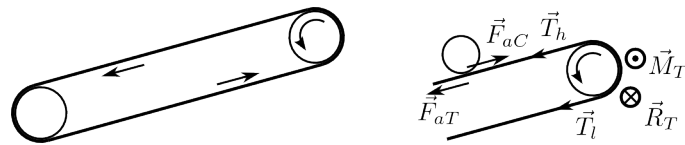


Figura 2.3: Tapete da passadeira de exercício e forças e momentos de forças relevantes nele aplicados.

corregamento do tapete sobre o cilindro motriz, a força que cada extremidade do tapete em contato com o cilindro exerce sobre o cilindro é igual à força de tensão definida em cada extremidade (na Figura 2.3, essas forças são identificadas com os símbolos \vec{T}_h e \vec{T}_l). Por outro lado, dado que o cilindro passivo tem momento de inércia nulo e roda sem atrito, estas duas tensões, na ausência de outras perturbações, devem ter intensidades iguais $T_h = T_l$. No entanto, quando colocamos o carrinho sobre o tapete, este exerce sobre as rodas daquele uma força de atrito (F_{aC}), já identificada na subsecção anterior, com módulo igual a $mg \sin \theta$. Então, de acordo com o Princípio da Ação-Reação, as rodas do carrinho exercem sobre o tapete uma força de igual intensidade mas sentido oposto. Ora, esta força (identificada na Figura 2.3 com o símbolo \vec{F}_{aT}) solicita o tapete no sentido do seu movimento, ou seja, ajuda o tapete a rodar. Para o problema em análise, o efeito

desta força traduz-se no fato da tensão no tapete no troço compreendido entre o carrinho e o cilindro motriz ter uma intensidade superior ao valor que apresenta no resto do tapete. Considerando o movimento (que é também uniforme) da porção de tapete sob as rodas motrizes do carrinho, conclui-se imediatamente que a relação entre as intensidades das duas forças de tensão deve ser dada por

$$T_l = T_h - F_{aT} \quad (2.16)$$

e os módulos dos respectivos momentos, relativamente ao eixo do cilindro motor, por

$$M_h = T_h \cdot r_M \quad (2.17)$$

$$M_l = T_l \cdot r_M = M_h - F_{aT}r_M. \quad (2.18)$$

Uma vez que o momento angular do cilindro motriz é constante (enquanto o movimento da passadeira for uniforme, bem entendido), tem-se

$$\vec{M}_T + \vec{R}_T + \vec{M}_h + \vec{M}_l = 0. \quad (2.19)$$

Dadas as orientações destes momentos, é fácil verificar que a componente axial desta equação (a única relevante aqui) reduz-se a

$$M_T = R_T - M_h + M_l \quad (2.20)$$

$$= R_T - M_h + M_h - F_{aT}r_M \quad (2.21)$$

$$= R_T - A_T, \quad (2.22)$$

onde $A_T = F_{aT}r_M = mgr_M \sin \theta$. Obtém-se então

$$M_T = R_T - mgr_M \sin \theta. \quad (2.23)$$

Estando o tapete a mover-se com velocidade de módulo v , o cilindro motriz deve rodar com velocidade angular $\omega_T = vr_M$. Então, a potência realizada pelo motor da passadeira é dada por

$$P_T = M_T\omega_T \quad (2.24)$$

$$= (R_T - mgr_M \sin \theta) \frac{v}{r_T} \quad (2.25)$$

$$= \frac{vR_T}{r_T} - mgv \sin \theta. \quad (2.26)$$

O primeiro termo do lado direito é uma característica da passadeira que pode-

mos considerar independente da inclinação. Então esta equação mostra que a potência fornecida pelo motor da passadeira diminui à medida que a sua inclinação aumenta. Mais ainda, comparando esta igualdade com a que se obteve para o carrinho [eq. (2.15)], constata-se que as variações das potências fornecidas pelos dois motores quando varia a inclinação da passadeira são simétricas: a um maior esforço realizado pelo motor do carrinho corresponde um menor esforço realizado pelo da passadeira.

Compreende-se assim o excesso de potência realizado pelo motor do carrinho quando se aumenta a inclinação da passadeira: esse excesso é fornecido à passadeira, cujo motor pode, assim, realizar uma potência menor do que a que realizaria sem a ajuda do carrinho.

Por outras palavras, o motor do carrinho realiza um esforço cada vez maior à medida que a inclinação aumenta, não para compensar o trabalho resistente do peso do carrinho, mas antes para contribuir com uma fração cada vez maior do esforço necessário para manter o movimento da passadeira.

Capítulo 3

Montagem experimental e procedimento

A fim de verificar experimentalmente as conclusões do capítulo anterior, foi construído um modelo em escala reduzida de uma passadeira sobre a qual se podia colocar um carrinho elétrico. O objetivo foi o de tentar medir as potências envolvidas e assim confirmar os resultados expressos nas equações (2.15) e (2.26).

Uma vez que não se afigurou realizável medir diretamente as potências úteis fornecidas pelos motores do carrinho e da passadeira, optou-se por estimar esses valores pelos das potências elétricas com que eram alimentados.

3.1 Montagem experimental

A passadeira foi construída usando componentes de uma impressora velha (reciclagem) e com componentes construídos propositadamente, e alimentada pelo motor elétrico de corrente contínua de um berbequim (Figura 3.1). O carrinho usado nas experiências foi um brinquedo telecomandado com um motor de corrente contínua. Para tornar mais perceptível a variação de potência despendida pelo motor da passadeira com a variação da sua inclinação, a massa do carrinho foi aumentada “carregando-o” com chumbo. O valor do módulo da velocidade

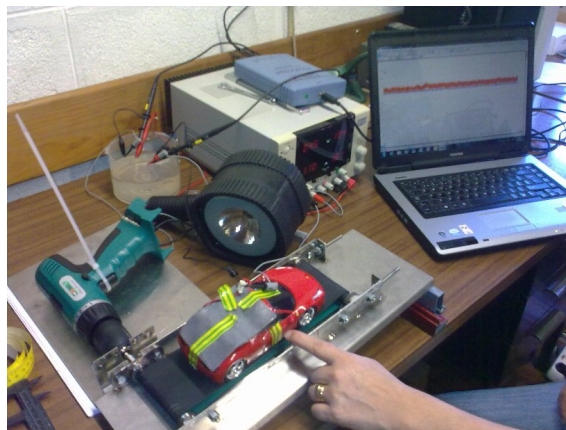


Figura 3.1: Passadeira, carrinho e demais aparelhos usados na parte experimental deste trabalho.

do tapete foi medido e controlado em cada experiência usando uma lâmpada estroboscópica de frequência variável. Usou-se uma fonte de tensão contínua variável dupla, que dispõe de mostradores digitais indicando a tensão e a corrente de cada saída. Registrando o valor da corrente e o da diferença de potencial com que

se alimentavam os motores elétricos do carrinho e da passadeira, determinou-se a potência fornecida a cada um dos motores.

Com esta montagem, pretendeu-se estudar de que modo é que a inclinação da passadeira relativamente à horizontal e a velocidade do carrinho influenciam as potências despendidas pelos dois motores (da passadeira e do carrinho).

3.2 Equipamento utilizado

1. Carrinho telecomandado de 4,5 V.

Para substituir o atleta na passadeira utilizou-se um carrinho telecomandado, como se ilustra na Figura 3.2 à esquerda, ao qual se fizeram ligeiras alterações com o objetivo de ligar o motor a uma fonte de tensão, permitindo assim fazer leituras quer de tensão quer de intensidade de corrente. Com o objetivo de aumentar a massa do carrinho, colocou-se chumbo na caixa das pilhas e no tejadilho, assim se elevando a massa total do carro até $(642,3 \pm 0,1 \text{ g})$. O raio das rodas motrizes (r_C) é $1,50 \pm 0,05 \text{ cm}$.



Figura 3.2: À esquerda, o carrinho com a placa de chumbo no tejadilho e os contatos das ligações à fonte de alimentação. No lado direito, a passadeira a escala reduzida sendo visível a cabeça do berbequim acoplado ao eixo motor.

2. Passadeira

Dada a necessidade de medir a corrente e a tensão numa passadeira à escala do carrinho, foi necessário proceder à construção dos componentes e montar a passadeira (ver as figuras 3.2, à direita, e 3.3). O modelo da passadeira criado para esta experiência dispõe de um tapete constituído por uma correa de transmissão com $56,00 \pm 0,05 \text{ cm}$ de perímetro e $8,10 \pm 0,05 \text{ cm}$ de largura, esticada entre dois cilindros, um dos quais (com raio $r_T = 0,85 \pm 0,05 \text{ cm}$) acoplado a um berbequim de corrente contínua (ver a Figura 3.5, à direita).

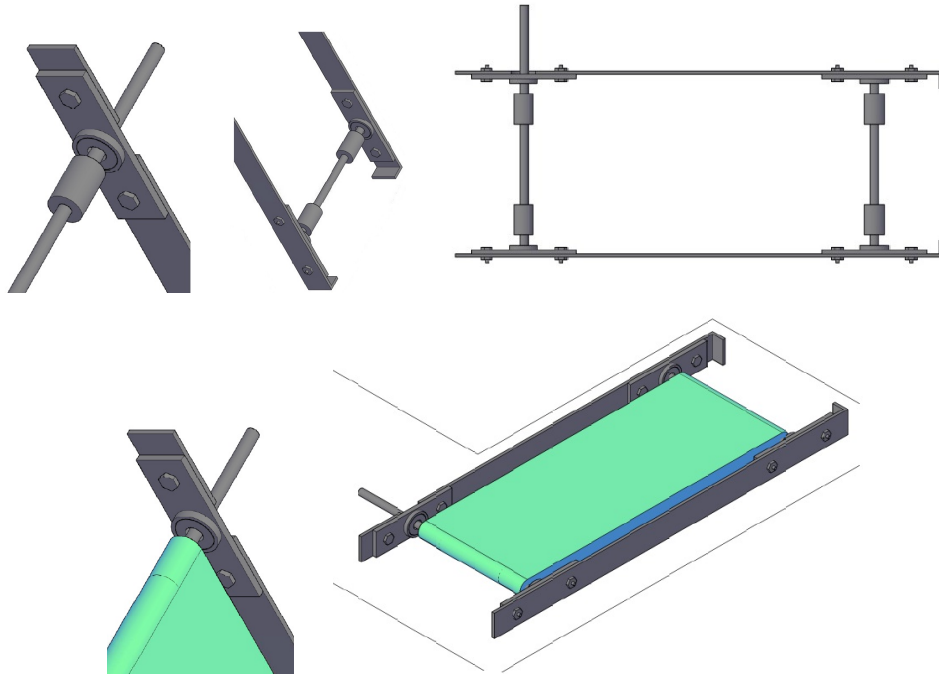


Figura 3.3: Esquema de alguns detalhes da passadeira. O acoplamento mecânico ao berbequim que serve como motor é feito no eixo protuberante visível em quatro dos esquemas apresentados na figura.

3. Fonte de tensão contínua

Utilizou-se uma fonte de tensão contínua com duas saídas independentes reguláveis, que dispõe de mostradores digitais indicando a tensão e a corrente de cada saída, com a qual se controlou a velocidade do carrinho e da passadeira (Figura 3.4 à esquerda).



Figura 3.4: À esquerda, a fonte de tensão contínua (marca *Topward*, 6303D). À direita, o estroboscópio (marca *Portable Stroboscope*, Type 4912 BK *Bruel e Kjaer*).

4. Estroboscópio

Com o auxílio de uma lâmpada estroboscópica de frequência variável, foi medido e controlado em cada experiência o valor do módulo da velocidade

do tapete (Figura 3.4 à direita). Foram realizadas leituras a frequências de $5,0 \pm 0,1$ Hz, $6,0 \pm 0,1$ Hz e $7,0 \pm 0,1$ Hz.

5. Osciloscópio digital

Para controlar os valores das correntes de forma contínua, usou-se um osciloscópio digital ligado a um computador, que lia e simultaneamente registava os valores numa folha de cálculo (Figura 3.5, à esquerda).

6. Berbequim

Após várias tentativas para conseguir um motor capaz de mover a passadeira, optou-se por um berbequim de 18 V (Figura 3.5, à direita). Foi-lhe retirada a bateria e fez-se uma ligação direta à fonte de tensão. Controlou-se a velocidade de rotação através da variação da tensão fornecida.

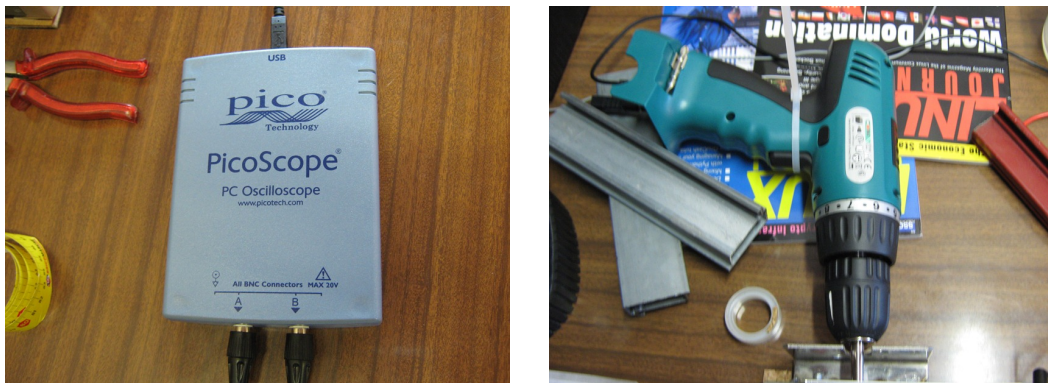


Figura 3.5: À esquerda, o osciloscópio digital (marca *Picoscope PC Oscilloscope Kit*, *Pico®Technogy Limited*). À direita, o berbequim (marca *FGE FARTOOLS®*, *ML CDO2A 180*).

3.3 Procedimento Experimental

Para avaliar as potências fornecidas aos motores do carrinho e da passadeira como funções da inclinação da passadeira e da velocidade do tapete, foi necessário controlar quantitativamente os seguintes parâmetros:

1. inclinação da passadeira;
2. velocidade do tapete;
3. velocidade do carrinho relativamente ao tapete;
4. tensões e correntes que alimentam os dois motores.

De seguida explicam-se os métodos usados para determinar estes parâmetros.

3.3.1 Inclinação da passadeira

Inclinou-se a passadeira apoiando uma das suas extremidades numa posição mais elevada do que a outra. Designando por c a diferença entre as alturas dos dois apoios, o seno da inclinação vem dado por $\sin \theta = c/h$, onde h representa a distância (medida na plataforma da passadeira) entre os dois apoios.

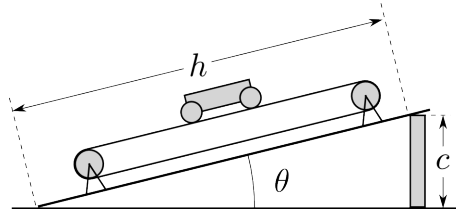


Figura 3.6: Esquema onde se pode observar a relação entre os parâmetros geométricos da passadeira.

3.3.2 Velocidade da passadeira

A velocidade do movimento do tapete da passadeira foi estimada indiretamente, a partir da velocidade angular da rotação do eixo do seu motor. Marcou-se a cabeça do berbequim usado para pôr em movimento a passadeira com um pequeno traço longitudinal branco e iluminou-se o sistema com uma lâmpada estroboscópica de frequência variável. Escolhida a frequência dos pulsos luminosos, variou-se a tensão com que se alimentou o berbequim até que se observasse a mancha branca aparentemente imóvel. Nessas condições, a frequência da rotação do berbequim (em rotações por segundo) é igual à frequência dos pulsos (em Hz). Designando por r_T o raio dos eixos da passadeira, a velocidade do tapete vem

$$v_T = 2\pi r_T f, \quad (3.1)$$

onde f é a frequência do estroboscópio e $r_T = 0,85 \pm 0,05$ cm.

3.3.3 Velocidade do carrinho relativamente ao tapete

A velocidade do carrinho foi controlada variando a tensão fornecida ao seu motor, de forma a que ficasse imóvel relativamente à sala, movendo-se sobre o tapete da passadeira. Esta operação revelou-se mais difícil do que esperado, pois obriga a um ajuste muito preciso das velocidades de rotação dos dois motores. Para além disso, considerou-se importante que o carrinho ficasse imóvel num mesmo ponto da passadeira em todas as corridas porque, dada a (pequena) elasticidade do tapete da passadeira, a sua inclinação sob o carrinho podia ser ligeiramente diferente da inclinação da passadeira e dependente da posição em que o carrinho se encontrasse sobre ela (ver a Figura 3.7). Tendo o cuidado de imobilizar o car-

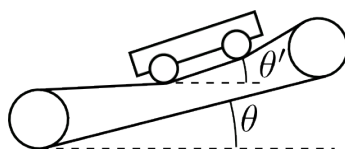


Figura 3.7: Influência da elasticidade do tapete na inclinação do carrinho. (O efeito está muito exagerado.)

rinho sempre na mesma posição sobre a passadeira, tentou-se que este efeito da elasticidade do tapete tivesse uma grandeza semelhante em todas as corridas.

3.3.4 Tensões e correntes que alimentam os dois motores

Para alimentar os motores do carrinho e da passadeira utilizou-se uma fonte de tensão contínua com duas saídas independentes e reguláveis. Esta fonte possui mostradores digitais que indicam as tensões e as correntes em cada saída, que poderiam, em princípio, ter sido usados para recolher esses valores. No entanto, a força eletromotriz (variável) induzida nas bobinas dos motores provoca variações rápidas e significativas nos valores da corrente que percorre cada circuito, o que impossibilitou a sua leitura direta nos mostradores da fonte.

Este efeito pode ser compreendido analisando a Figura 3.8. Aplicando a lei das

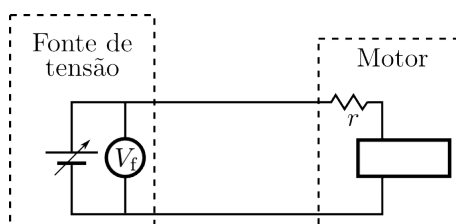


Figura 3.8: Esquema de um circuito elétrico de uma fonte de alimentação e de um motor.

malhas ao circuito aí representado, tem-se

$$V_f - \varepsilon - ri = 0, \quad (3.2)$$

onde V_f é a diferença de potencial aos terminais da fonte, r a (pequena) resistência interna do motor, ε a força eletromotriz nele induzida (pela rotação do seu enrolamento) e i a corrente que o percorre. Visto que V_f não varia apreciavelmente com o tempo (dado que a fonte tem um comportamento aproximadamente ideal), as variações da força eletromotriz são necessariamente acompanhadas por variações nas correntes.

Uma vez que as correntes que percorrem os dois motores variam continuamente, não é possível fazer a leitura dos seus valores nos mostradores digitais da fonte. Em vez disso, usou-se um osciloscópio digital para estimar continuamente (ou, mais exatamente, à taxa de 1600 medições por segundo) os valores das duas correntes, através das diferenças de potencial aos terminais de pequenas resistências

(1,5Ω) colocadas em série com os dois motores. Desta forma, foi possível avaliar de forma quase contínua a corrente que percorria os motores e, multiplicando-a pela diferença de potencial entre os seus terminais, a potência que lhes era fornecida. A Figura 3.9 representa o esquema do circuito elétrico que alimenta cada motor. A potência que alimenta o motor é dada por

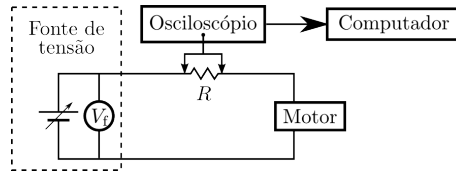


Figura 3.9: Esquema elétrico da montagem para a alimentação dos motores do carrinho e da passadeira.

$$P_m = V_m I_m = (V_f - V_R) \frac{V_R}{R}, \quad (3.3)$$

onde V_m e I_m representam, respetivamente, a diferença de potencial aos terminais do motor e a corrente que o percorre, V_f a tensão de saída da fonte (lida num mostrador digital da própria fonte), R o valor da resistência auxiliar intercalada no circuito para medir a corrente e V_R a diferença de potencial entre os seus terminais. Por fim, a partir dos valores instantâneos da potência fornecida a cada motor, calcularam-se médias temporais em corridas de 10 s, cada uma realizada com uma dada velocidade e com uma dada inclinação.

Capítulo 4

Resultados

A partir dos valores instantâneos da potência fornecida a cada motor, calcularam-se médias temporais em corridas de 10 s, cada uma realizada com uma dada velocidade e uma dada inclinação. Para cada valor da inclinação e da velocidade, repetiram-se as medições quatro vezes, a fim de ser estimada a incerteza dos valores medidos. Os resultados estão representados na Tabela 4.1 e representados graficamente nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3. As incertezas apresentadas na tabela foram calculadas com a fórmula de propagação dos erros (a do seno da inclinação) ou estimadas como o maior dos desvios relativamente à média dos valores obtidos nas quatro corridas (as das potências).

Os valores apresentados na Tabela 4.1 mostram que, para cada valor da velocidade, a potência despendida pelo motor do carrinho aumenta (como seria de esperar), e que a potência despendida pelo motor da passadeira diminui, em acordo (qualitativo) com as conclusões deduzidas no Capítulo 2.

A potência fornecida ao motor da passadeira aumenta à medida que aumenta a sua velocidade. Outro resultado não seria de esperar, já que a potência dos momentos resistentes aumenta com a velocidade. Mas é perturbante o fato de os valores apresentados na Tabela 4.1 não evidenciarem uma tendência semelhante para a potência fornecida ao motor do carrinho. Tal fato estará talvez ligado às dificuldades sentidas na regulação da velocidade do carrinho referidas no Capítulo 3, por um lado, e, por outro, à estreita gama de valores da velocidade considerada. Refira-se ainda que é lícito supor que este espectável aumento da potência despendida pelo motor do carrinho se encontra, na Tabela 4.1, escondido sob as incertezas dos valores aí representados. Uma repetição da experiência com uma gama mais ampla de valores da velocidade permitirá verificar esta suposição.

$\sin \theta$	$v = 26,70 \text{ cm/s}$		$v = 32,04 \text{ cm/s}$		$v = 37,40 \text{ cm/s}$	
	P_C	P_T	P_C	P_T	P_C	P_T
0,000±0,02	0,35±0,08	10,3±2,4	0,35±0,10	12,1±1,6	0,32±0,05	15,6±1,4
0,043±0,02	0,72±0,09	10,9±1,0	0,72±0,11	12,8±0,7	0,69±0,03	15,1±0,7
0,072±0,02	1,09±0,15	10,0±1,8	1,12±0,15	11,4±1,6	1,01±0,06	14,9±1,3
0,107±0,02	1,69±0,12	10,1±2,2	1,71±0,19	11,6±1,5	1,61±0,10	14,4±0,6
0,137±0,02	2,42±0,25	9,5±1,1	2,46±0,21	11,4±1,1	2,32±0,09	14,3±0,4

Tabela 4.1: Valores da potência (em watt) fornecida aos motores do carrinho (P_C) e da passadeira (P_T) para diferentes inclinações da passadeira e para três valores da velocidade do seu tapete. Cada valor de potência apresentado é a média dos valores obtidos em quatro repetições da experiência.

Nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3 apresentam-se graficamente estes mesmos resultados, juntamente com as retas que melhor se lhes ajustam, calculados com o método dos mínimos quadrados [BR02, Tay96]. Os valores obtidos para o declive destas retas estão apresentados na Tabela 4.2.

f (Hz)	v (cm/s)	m_C (W)	m_T (W)
5,0	26,70	$15,0 \pm 1,8$	$-6,3 \pm 4,0$
6,0	32,04	$15,2 \pm 1,8$	$-7,5 \pm 5,0$
7,0	37,40	$13,4 \pm 0,6$	$-9,3 \pm 7,0$

Tabela 4.2: Declives das retas que melhor se ajustam aos valores das potências fornecidas aos dois motores como função do seno da inclinação, para cada valor da velocidade.

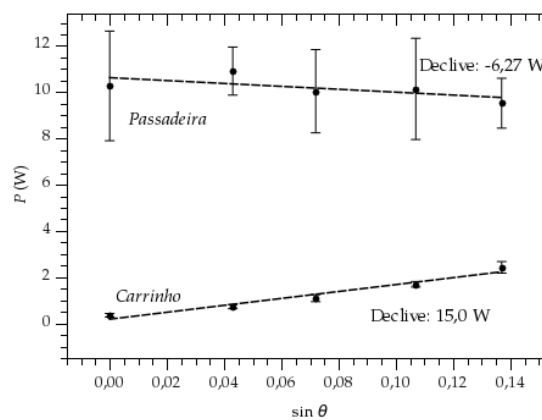


Figura 4.1: Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 5,0 rot/s.

As elevadas incertezas que afetam os valores do declive das potências fornecidas ao motor da passadeira resultam das incertezas com que essas potências foram calculadas, aparentes também no comprimento das barras de erro patentes nos gráficos. Recorde-se que estas incertezas foram estimadas como o maior dos desvios relativamente à média dos valores obtidos em quatro repetições de cada corrida. Este procedimento resulta normalmente numa sobreavaliação das incertezas, relativamente aos valores obtidos quando elas são estimadas pelo desvio padrão das medições, método melhor fundamentado na teoria dos erros, mas que neste caso pareceu discutível dada a reduzida dimensão das amostras.

Os valores apresentados na Tabela 4.2 põem também em evidência que a potência despendida pelo motor do carrinho aumenta, e a despendida pelo da passadeira diminui, à medida que aumenta a sua inclinação. Este resultado era já de esperar, dadas as deduções do Capítulo 2, mais concretamente, dadas as eqs. (2.15) e (2.26). Estas equações indicam que os declives das potências úteis realizadas pelos dois motores como função do seno da inclinação da passadeira devem ser

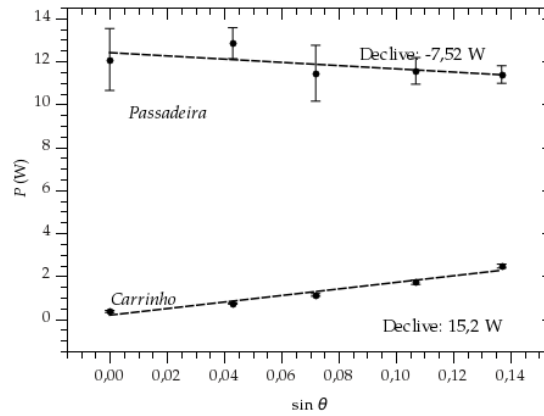


Figura 4.2: Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 6,0 rot/s.

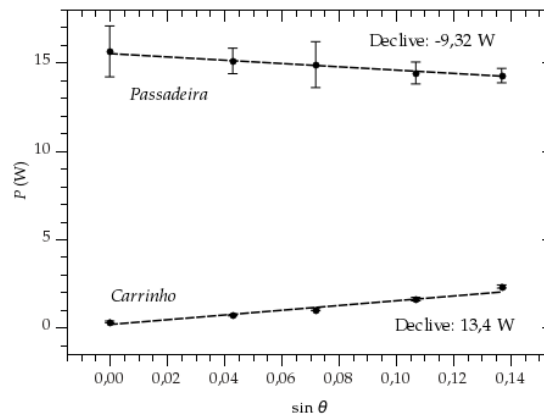


Figura 4.3: Potências fornecidas aos motores do carrinho (valores inferiores) e da passadeira (valores superiores) como função do seno da inclinação da passadeira, com o cilindro motor da passadeira a rodar com uma velocidade de 7,0 rot/s.

simétricos, o que claramente não se verifica nos dados obtidos. No entanto, deve notar-se que os resultados apresentados nas tabelas e gráficos do presente capítulo se referem às potências *fornecidas* aos dois motores, e não às potências *úteis* por eles realizadas. Por isso, e porque as eficiências dos dois motores podem ter valores muito diferentes, a correspondência entre os valores aqui apresentados e as expressões deduzidas no Capítulo 2 será, quando muito, aproximada.

Uma leitura atenta dos valores da potência fornecida ao motor do carrinho parece revelar que os valores obtidos se ajustam melhor a uma linha com curvatura “para cima” do que a uma reta, indicando que a potência despendida pelo motor aumenta mais depressa do que linearmente com o aumento do seno da inclinação da passadeira, ao contrário do previsto para a potência útil [ver a eq. 2.15]. Assim, aparentemente, a eficiência do motor do carrinho decresce à medida que a inclinação da passadeira aumenta. Este comportamento era expectável. Com efeito, à medida que a inclinação da passadeira aumenta, aumenta o consumo energético

do motor do carrinho, ou seja, aumentam os valores da corrente e da diferença de potencial com que o alimentamos. Logo, aumentam também as perdas por efeito de Joule nas resistências do circuito, que se manifestam numa degradação da eficiência.

Uma análise semelhante relativa à potência despendida pelo motor da passadeira é impossível, dadas as barras de erro das medições respetivas. Mas é de crer que, mesmo numa experiência com precisão muito melhorada, não se notariam variações apreciáveis na eficiência do motor da passadeira, porque as variações relativas nos valores da potência por ele despendida são muito menores que as apresentadas pelo do carrinho. As tensões e correntes que alimentam o motor da passadeira têm valores que, em termos relativos, não diferem muito entre si quando se variam as suas velocidade e inclinação, pelo que é de esperar o mesmo comportamento para as perdas por efeito de Joule, logo, para a eficiência.

Dadas estas razões, justifica-se por um lado a discrepância entre os módulos dos declives das potências despendidas pelos dois motores (diferentes valores da eficiência) e por outro, o fato de o declive da potência do motor do carrinho ser sempre maior (em módulo) que o da passadeira (a eficiência do carrinho diminui perceptivelmente com a inclinação, logo os valores da potência por ele despendida aumentam com a inclinação mais rapidamente do que o expectável para a potência útil).

Capítulo 5

Conclusão e crítica

Com este trabalho demonstrou-se que a potência necessária para a locomoção a velocidade constante sobre uma passadeira de exercício aumenta com a sua inclinação, apesar de o objeto móvel permanecer em repouso relativamente à terra, ou seja, com energia potencial constante.

Verificou-se também que a potência necessária para o movimento do tapete da passadeira tem o comportamento inverso: à medida que a inclinação aumenta, o valor dessa potência diminui.

É lícito assim concluir que, à medida que a inclinação da passadeira aumenta, uma cada vez maior fração da potência necessária ao movimento da passadeira é realizada pelo objeto móvel. Se esta conclusão é válida, então, do ponto de vista do dispêndio de energia, o movimento numa passadeira inclinada é em tudo semelhante ao movimento numa rampa com a mesma inclinação, exceto na utilização que é dada ao maior esforço realizado em maiores inclinações: numa rampa, esse esforço está associado a uma mais rápida variação de energia potencial; na passadeira, é despendido contribuindo para o movimento do tapete.

As medições efetuadas apoiam qualitativamente (mas mesmo assim de forma convincente) esta conclusão, mas não a demonstram irrefutavelmente, porque as medições efetuadas foram bastante imprecisas. As principais fontes de erro foram:

1. a estimativa aproximada do valor das potências úteis a partir do das potências fornecidas, sem ser conhecido o valor dos rendimentos dos sistemas envolvidos;
2. a deformação elástica do tapete da passadeira sob o peso do carrinho, que se traduz numa alteração do ângulo da inclinação do tapete;
3. a impossibilidade de manter o carrinho numa trajetória retilínea corretamente alinhada. Esta inconveniência leva o carrinho a encostar-se por vezes às laterais da passadeira, gerando uma força de atrito adicional que se traduz, necessariamente, em flutuações no valor do atrito rodas-tapete, logo, em flutuações dos valores das potências fornecidas pelos motores do carrinho e da passadeira não correlacionadas com a inclinação. Recorde-se que as eqs. (2.15) e (2.26) são válidas desde que a intensidade da força de atrito rodas-tapete seja igual ao módulo da componente tangencial do peso do

carrinho, o que não se verifica se houver atrito aplicado noutras partes do carro que não as rodas.

4. as engrenagens que, no carrinho, transmitem a potência do motor às rodas, sendo de plástico e não estando perfeitamente encaixadas, não asseguram um bom acoplamento mecânico.

Para reduzir a importância dos erros experimentais introduzidos por estas condicionantes seria necessário repetir a experiência com componentes melhoradas, todas construídas especialmente para o efeito. Algumas melhorias podem ser obtidas fazendo as seguintes alterações:

1. apoiar por baixo a superfície do tapete com um conjunto de eixos alinhados, que rodem acompanhando o movimento do tapete, de modo a impedir a sua deformação e a conseqüente variação do ângulo da inclinação;
2. equipar as laterais da passadeira que mantêm o carrinho corretamente alinhado sobre o tapete com rodinhas que reduzam o atrito no contato com o carro;
3. construir o carrinho de raiz, simplificando e aperfeiçoando o sistema de transmissão da potência às rodas.

Bibliografia

- [BJE06] Ferdinand P. Beer, E. Russell Johnston Jr, and Elliot R. Eisenber. *Mecânica Vetorial para Engenheiros, Vol Estática*. 7ª Edição Mc Graw Hill, 2006. 7
- [BR02] Philip Bevington and D. Keith Robinson. *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences*. McGraw-Hill Higher Education, 2002. 20
- [for05] Treadmill physics [archive] - physics foruns [online]. 2005. Available from: <http://www.physicsforums.com/archive/index.php/t-83792.html> [cited 09 Janeiro 2011]. 2
- [Gol01] Herbert Goldstein. *Classical Mechanics (3ª Edição)*. Addison-Wesley, 2001. 6
- [HRW06] David Halliday, Robert Resnick, and Jearl Walker. *Fundamentos de Física - Vol 1*. 7ª Edição, LTC Editora, 2006. 3, 6
- [Nus00] H. Moysés Nussenzveig. *Curso de Física Básica 1 — Mecânica (3ª Edição)*. Editora Edgard Blucher Ltda, 2000. 3, 6
- [Tay96] John R. Taylor. *An Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements (2ª Edição)*. University Science Books, 1996. 20
- [Tay05] Jonh R. Taylor. *Classical Mechanics*. University Science Books, Sansalito (CA), 2005. 4