

Modelos de Tráfego de Mobilidade em Sistemas de Comunicações Móveis Microcelulares

(Models for Traffic Resulting from Mobility in Microcellular Mobile Broadband Systems)

Fernando J. Velez^{1,2}, Luis M. Correia²

¹Department of Electromechanical Engineering
University of Beira Interior

Av. Marquês d' Ávila e Bolama, 6200 Covilhã, Portugal
fjv@ubi.pt

²Instituto de Telecomunicações, Instituto Superior Técnico
Technical University of Lisbon

Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa Codex, Portugal
luis.correia@lx.it.pt

Resumo: Apresentam-se modelos aproximados para o tráfego resultante da mobilidade em sistemas de comunicações móveis microcelulares sem canais de guarda para *handover* e analisa-se a sua validade. O sistema pode ser modelado por uma cadeia de Markov cuja solução exacta para a distribuição de equilíbrio se obtém resolvendo um sistema de equações cuja dimensão cresce consideravelmente com o número de células e o número de canais, o que limita a sua utilização. No entanto, no cálculo das probabilidades de bloqueio e falha de *handover*, essa cadeia de Markov pode ser aproximada por um modelo que possibilita a utilização da teoria das redes de Jackson. Dão-se exemplos onde o erro associado a essa aproximação é desprezável para as distâncias de cobertura típicas do MBS (*Mobile Broadband System*), principalmente no que diz respeito ao cálculo da probabilidade de bloqueio. Embora seja usual considerar que o tráfego de *handover* é de Poisson, mostra-se que para a situação de tráfego homogéneo em toda a área de cobertura essa condição não é necessária. A independência entre o número de “chamadas” servidas em cada célula é também apresentada como conclusão para o domínio de validade da aproximação.

Abstract: Approximate models for traffic resulting from mobility are presented and their validity is examined for a system without guard channels for handover. The system can be modelled by a Markov chain whose exact solution for the steady-state probabilities is obtained by solving a system of equations with a dimension that considerably increases with the number of cells and the number of channels, which strongly limits its use. However, the blocking probability for both new and handover calls is assessed via this Markov chain, which can be approximated by a model that allows the use of the theory from Jackson networks. Some examples are given where the blocking and handover failure probabilities are computed; their approximation error being negligible in a wide range of coverage distances foreseen for MBS (*Mobile Broadband System*), environments, mainly for the blocking probability. Although it is usual to consider the handover traffic as Poisson distributed, one can show that for homogeneous traffic in the whole coverage area this is not strictly necessary. The independence among the number of calls being served in each cell is also presented as a conclusion in the range of validity of the approximation.

1. O problema

Os sistemas de comunicações móveis microcelulares [Yaco93] de cobertura linear, constituídos por células em forma de cigarro colocadas lado a lado com as estações de base (BS) no centro, Fig. 1, e onde as unidades móveis viajam com velocidade aleatória em módulo e sentido, têm uma topologia que é simples de analisar do ponto de vista de dimensionamento do tráfego, principalmente quando se tem tráfego homogéneo em toda a extensão do sistema.

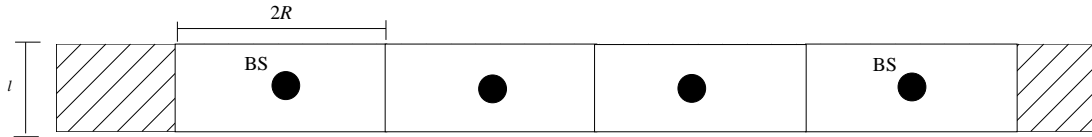


Fig. 1 - Geometria de cobertura linear.

A cadeia de Markov utilizada para modelar o tráfego telefónico num sistema celular deste tipo com $J = 2$ células, Fig. 2, é do tipo da apresentada na Fig. 3, para $m = 3$ canais disponíveis, onde λ é a taxa de geração de novas chamadas, μ é a taxa de serviço, ou taxa a que são terminadas as chamadas, e η é a taxa de atravessamentos; este caso corresponde a geometrias do tipo linear, como a apresentada na Fig. 4, típica de uma rotunda. A taxa de atravessamentos instantânea é dada por $v/(2R)$, onde v é a velocidade e R é a distância de cobertura máxima das células.

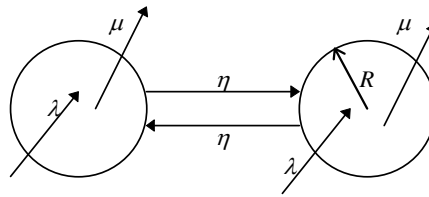


Fig. 2 - Geometria celular para $J=2$.

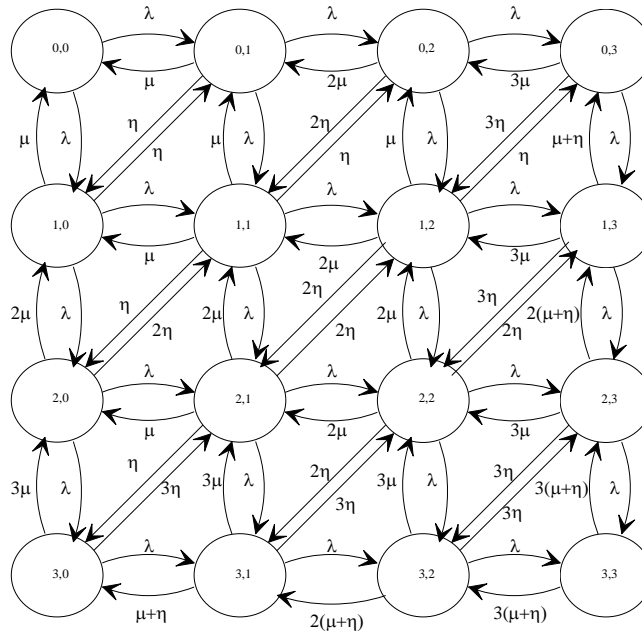


Fig. 3 - Cadeia de Markov para $J=2$ e $m=3$.

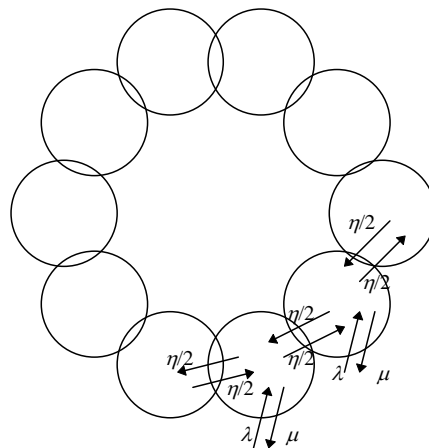


Fig. 4 - Geometria celular para $J=10$.

A análise do tráfego para esta topologia, simples de efectuar, é feita determinando a distribuição de equilíbrio da cadeia J -dimensional correspondente. No dimensionamento de sistemas deste tipo interessa obter expressões para a probabilidade de bloqueio P_b em cada célula (probabilidade de um utilizador não conseguir fazer uma chamada, por inexistência de canais disponíveis) e para a probabilidade de falha de *handover* P_{hf} (probabilidade de um utilizador não conseguir transferir a sua chamada para uma célula vizinha) [SiSt97].

2. Solução aproximada

A solução exacta para a distribuição de equilíbrio da cadeia J -dimensional é obtida resolvendo um sistema de dimensão $(m+1)^J$, o que se torna impracticável para os sistemas típicos, com um elevado número de canais por célula e um número total de dezenas de células.

As soluções aproximadas, que tipicamente se apresentam na literatura sobre tráfego telefónico, correspondem a considerar que as taxas η , 2η , e 3η são retiradas às taxas de transição dos estados (3, 1) para (3, 0), (3, 2) para (3, 1) e (3, 3) para (3, 2), respectivamente, ou de (1, 3) para (0, 3), (2, 3) para (1, 3) e (3, 3) para (2, 3), Fig. 3, ou seja, resolvendo a cadeia de Markov onde as condições fronteira são alteradas desta forma. Isto significa que se impedem tentativas de transição de célula para célula quando essa transição está destinada a falhar. Como consequência, perde-se a possibilidade de estudar com rigor a falha de *handovers*, principalmente relevante em sistemas com mobilidade média e elevada. Numa configuração com $J > 2$ células, Fig.4, o valor atribuído às taxas de transição η_{jk} não nulas, quando $k = j \pm 1$, $1 \leq j, k \leq J$, é $\eta/2$, pois está-se a considerar tráfego automóvel/pedestre com uma velocidade aleatória em módulo e direcção; isto é, em cada célula, metade dos móveis deslocar-se-ão para cada uma das duas células vizinhas.

Se existissem infinitos canais disponíveis, a cadeia resultante da aproximação corresponderia a um processo de migração aberto [Kell79] ou uma rede de Jackson aberta [Wolf89]. Nesse caso, seja $n_i(t)$ o número de utilizadores na célula i do sistema, $i = 1, 2, \dots, J$, para cada época $t \geq 0$, e $\mathbf{n}(t) = (n_1(t), \dots, n_J(t))$, então $\{\mathbf{n}(t)\}$ é uma cadeia de Markov a tempo contínuo com uma estrutura especial, onde $\mathbf{n} = (n_1, n_2, \dots, n_J)$ significa que existem n_i utilizadores na estação i , $i = 1, \dots, J$. O espaço de estados para esta rede aberta (onde são permitidas entradas e saídas do sistema em pelo menos uma estação) é $S = \{\mathbf{n}: n_i \geq 0, i = 1, \dots, J\}$. Os pressupostos feitos adiante para as redes de Jackson asseguram que a cadeia $\{\mathbf{n}(t)\}$ é irredutível, ou seja, a partir de qualquer estado na cadeia de Markov é possível alcançar qualquer um dos outros estados possíveis.

Para cada i e $j \in \{1, \dots, J\}$, designando a “célula” $J+1$ como o “mundo exterior”, as taxas de transição designam-se da forma seguinte:

i) Entrada no sistema através da célula i : $\eta_{J+1,i}(\mathbf{n}) = \lambda_i$

ii) Saída do sistema a partir da célula i : $\eta_{i,J+1}(\mathbf{n}) = n_i\mu$

iii) Transição de i para j : $\eta_{ij}(\mathbf{n})$, cujos valores se apresentam mais abaixo para a geometria linear.

Seja $H_i(\mathbf{n})$ a taxa de serviço total associada à célula i , multiplicada por n_i

$$H_i(\mathbf{n}) = \sum_{j=1}^{J+1} \eta_{ij}(\mathbf{n}). \quad (1)$$

então $\eta_{ij}(\mathbf{n}) = H_i(n_i)p_{ij}$, $n_i \in \mathbb{IN}$, com as probabilidades de transição dadas por

$$p_{ij} = \frac{\eta_{ij}(\mathbf{n})}{H_i(\mathbf{n})} = \frac{\eta_{ij}(n_i)}{H_i(n_i)} = \begin{cases} \frac{\eta}{2(\eta + \mu)}, & j = i \pm 1 \\ \frac{\mu}{(\eta + \mu)}, & j = J + 1 \\ 0 & , \text{outros } j \end{cases} \quad (2)$$

para $1 \leq i, j \leq J$, pelo que $H_i(\mathbf{n}) > 0$ se e só se $n_i > 0$. A operação “ \pm ” é feita módulo- J . A última igualdade de (2) é a concretização de p_{ij} para a geometria de cobertura linear. Embora os modelos apresentados sejam gerais, a partir de agora vai-se referir sempre a geometria linear como exemplo; a generalização para outras geometrias poderá ser feita com as devidas alterações. Para a geometria de cobertura linear tem-se então

$$\eta_{ij}(\mathbf{n}) = \eta_{ij}(n_i) = \begin{cases} n_i \cdot \eta/2, & j = i \pm 1 \\ n_i \cdot \mu, & j = J + 1 \\ 0, & \text{outros } j \end{cases} \quad (3)$$

e logo

$$H_i(\mathbf{n}) = \sum_{j=1}^{J+1} \eta_{ij}(n) = n_i \cdot (\eta + \mu) = H_i(n_i). \quad (4)$$

Seja Λ_i a taxa de chegadas (partidas) composta (externa e interna) na célula i , $i = 1, \dots, J$. Refere-se Λ_i como a taxa de chegadas/partidas pois em equilíbrio a taxa de chegadas a uma célula será igual à taxa de partidas (por conclusão do serviço ou transição para outra célula). Numa rede estável, todas as chegadas são servidas, e pode-se calcular Λ_i *a priori* exprimindo a taxa de partidas, à esquerda na próxima equação, em função das taxas de chegadas a cada estação:

$$\Lambda_i = \lambda_i + \sum_{j=1}^J \Lambda_j p_{ji}, \quad i = 1, \dots, J. \quad (5)$$

Seguindo a abordagem de [Wolf89] a solução para a probabilidade de estar em cada estado toma então a forma de produto, e é da seguinte forma:

$$p(\mathbf{n}) = \prod_{i=1}^J p_i(n_i) \quad (6)$$

onde a probabilidade de haver n_i canais ocupados na célula i é dada por

$$p_i(n_i) = \frac{k_i \Lambda_i^{n_i}}{\prod_{j=0}^{n_i} \mu_i(j)} \quad (7)$$

para todos os $n_i \geq 0$, $i = 1, \dots, J$, que, nestas condições, são independentes, e as constantes de normalização k_i definem-se da forma seguinte

$$k_i^{-1} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \Lambda_i^n}{\prod_{j=0}^n H_i(j)}. \quad (8)$$

Ao primeiro termo da soma ($n=0$) atribui-se o valor 1. A demonstração é dada em [Wolf89, p. 320].

A independência estabelecida acima refere-se às variáveis aleatórias n_1, n_2, \dots, n_J observadas num ponto fixo no tempo. Se as encararmos como processos estocásticos definidos para $t \in \mathbb{R}_0^+$, $n_1(t), n_2(t), \dots, n_J(t)$, então elas são claramente não independentes.

É interessante notar que a distribuição de equilíbrio para a célula i é a que se esperava se apenas existisse uma célula no sistema, com indivíduos a chegar com distribuição de Poisson de taxa $\rho_i H_i(n_i)/n_i$, onde ρ_i é o tráfego na célula i , e a partir com taxa $H_i(n_i)$. Isto é particularmente interessante porque o processo conjunto (combinado) de chegadas de indivíduos a uma célula, vindos de outra célula, ou de fora do sistema, não é em geral de Poisson. Se algum dos k_1, k_2, \dots, k_J for zero, o processo não tem distribuição de equilíbrio, pois existe uma colónia onde os indivíduos “entram mais depressa do que saem”.

Esta solução é a que se obteria se existissem infinitos recursos (canais) em cada célula. No entanto, como existem apenas m canais disponíveis, a solução pode-se obter truncando a solução para a cadeia anterior, desde que a cadeia seja reversível [Kell79].

Resolvendo (5) para uma situação de tráfego homogéneo, ou seja, onde $\lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_J = \lambda$, obtém-se o tráfego total na célula j ρ_j

$$\rho_j = \Lambda_j / (\mu + \eta). \quad (9)$$

Para o processo ser reversível para todos os pares (j, k) devem-se satisfazer as seguintes condições:

$$\rho_j \cdot \eta_{jk} = \rho_k \cdot \eta_{kj} \quad (10)$$

$$\rho_j \cdot \mu = \lambda_j. \quad (11)$$

Para a geometria linear, Fig. 4, a primeira igualdade reduz-se a

$$\rho_j \cdot \eta/2 = \rho_k \cdot \eta/2. \quad (12)$$

Para tráfego homogéneo, verificam-se ambas as igualdades pois, como já se viu, $\lambda_j = \lambda$, e resolver o sistema de equações (5) conduz à solução $\Lambda_1 = \dots = \Lambda_J = \lambda \cdot (\eta + \mu) / \mu$ e logo a $\rho = \lambda / \mu$.

Portanto, como a reversibilidade do processo estocástico com as novas condições fronteira se verifica, a solução (aproximada) que se pretende obtém-se truncando a solução obtida para um número infinito de canais. A probabilidade de bloqueio e a probabilidade de falha de *handover* em cada célula, cujas expressões neste caso coincidem, obtém-se calculando $p_i(m)$.

3. Validade da aproximação

Convém agora comparar numericamente as soluções para as probabilidades de bloqueio e de falha de *handover* entre a cadeia exacta e a cadeia aproximada apresentada na Secção 2, e calcular o erro da aproximação para os cenários típicos do MBS. Aqui, utilizam-se um número limitado de resultados para a cadeia exacta disponíveis na literatura [SiSt97], considerando-se uma rede móvel de pequenas dimensões com quatro células e quatro canais disponíveis, para a qual ainda é possível obter resultados numéricos de forma relativamente fácil, o que não acontece para valores mais elevados de J e m . A taxa de geração de “chamadas” é $\lambda = 0.5 \text{ min}^{-1}$ e a taxa de serviço é $\mu = 1 \text{ min}^{-1}$, resultando $\rho = 0.5$ Erlang. Na Fig. 5 apresentam-se os resultados para as probabilidades de bloqueio e de falha de *handover* em função de $\gamma = \eta / \mu$ para a cadeia exacta, onde $P_b = P_{hf} = 0.00158$.

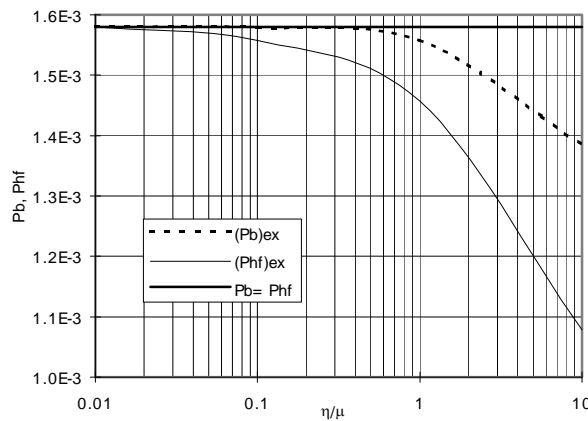


Fig. 5 - Probabilidades de bloqueio e de falha de *handover* em função de γ para $m = 4$ [SiSt97].

O erro associado à probabilidade de bloqueio é

$$\varepsilon_{Pb} = \frac{P_b - (P_b)_{ex}}{(P_b)_{ex}} \quad (13)$$

definindo-se o erro para a probabilidade de falha de *handover*, ε_{Phf} , de uma forma semelhante. Na Tabela 1 apresentam-se os valores de ε_{Pb} e ε_{Phf} para vários valores de γ . Para valores de γ inferiores a

1 o erro de aproximação para as probabilidades de bloqueio e de falha de *handover* são inferiores a 1.44 e 7.77 %, respectivamente.

A Fig. 6 apresenta o parâmetro γ em função de R para os vários cenários de mobilidade considerados [VeCo98]: pedestre, urbano, estrada e auto-estrada, correspondendo a velocidades médias 1, 10, 15 e 22.5 ms⁻¹ e desvios 1, 10, 15 e 12.5 ms⁻¹, respectivamente. Esta Figura permite identificar o intervalo de distâncias máximas de cobertura que validam a aproximação. O parâmetro γ decresce com R , sendo superior para os cenários de mobilidade mais elevada.

Tabela 1 - Erro de aproximação para P_b e P_{hf} .

γ	ε_{P_b} [%]	$\varepsilon_{P_{hf}}$ [%]
0.01	0	~ 0
0.1	0.08	1.44
1	1.44	7.77
3.5	6.95	19.61
10	12.29	31.73

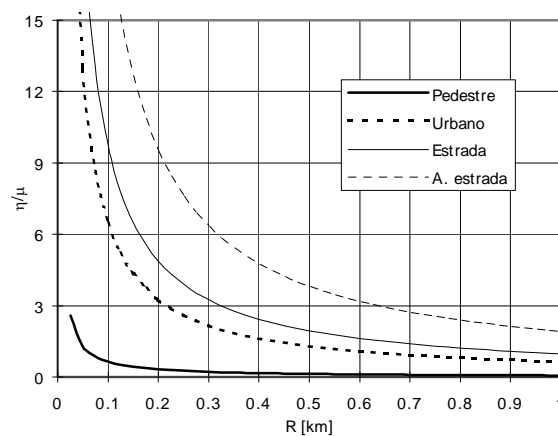


Fig. 6 - Parâmetro γ em função de R .

No projecto, o tráfego suportado por $m = 4$ canais deve ser obtido seguindo a abordagem apresentada em [VeCo98], onde se calcula P_b de acordo com os requisitos de probabilidade de perda de “chamadas”, $P_d = 0.5$ %, Fig. 7, o que permite satisfazer simultaneamente os requisitos de probabilidade de bloqueio e probabilidade de perda de “chamadas”. Observa-se que o tráfego suportado é $\rho = 0.5$ Erlang para $R = (<25), 180, 280$ e 550 m, respectivamente. Todos estes valores correspondem a $\gamma \sim 3.5$, estando-lhes associado erros de 6.95% e 19.61 % para as probabilidades de bloqueio e de falha de *handover*, respectivamente.

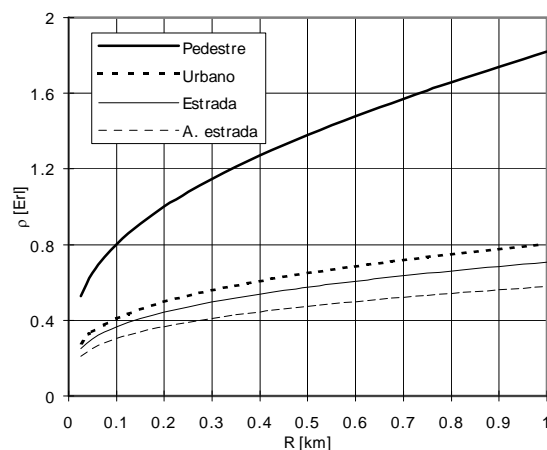


Fig. 7 - Tráfego suportado de acordo com os requisitos de probabilidade de perda de “chamadas”, $m = 4$.

Assim, embora o modelo aproximado seja suficientemente preciso para o cálculo da probabilidade de bloqueio, deverá ser cuidadosamente aplicado no cálculo da probabilidade de falha de *handover*. É importante realçar que se obtém $\gamma = 1$ para $R = 75, 625, 975$ e 1900 m para os respectivos cenários, logo, devido aos relativamente baixos valores do erro de aproximação para este valor de γ , Tabela 1, ela é válida para distâncias de cobertura superiores a estas. No entanto, neste caso ρ é maior que 0.5 Erlang e não se está nas condições associadas à Fig. 7. De qualquer forma pode ser que o modelo aproximado tenha uma precisão superior no cálculo da probabilidade de falha de *handover* para outros valores de ρ e m , devendo-se fazer mais trabalho de investigação para estudar a sensibilidade dos resultados a estes parâmetros.

No intervalo de validade da aproximação, os modelos concordam com os usualmente apresentados na literatura, mas a hipótese do tráfego de *handover* ter distribuição de Poisson não precisou de ser utilizada. A independência do número de “chamadas” n_i a decorrer nas várias células verifica-se no intervalo de validade da aproximação.

4. Conclusões

Apresentou-se um modelo aproximado para o tráfego resultante da mobilidade num sistema de comunicações móveis celulares. A aproximação considerada permite a utilização da teoria das redes de Jackson. Estudou-se a validade do modelo para um conjunto restrito de casos disponíveis na literatura, correspondendo a redes a redes móveis de pequenas dimensões, com um número reduzido de células e de canais. Para as distâncias de cobertura previstas no MBS deve-se aplicar este modelo cuidadosamente no cálculo da probabilidade de falha de *handover* devido ao erro de aproximação elevado (pelo menos nos casos aqui apresentados). No intervalo de validade de aproximação, estas conclusões estão de acordo com os modelos usualmente apresentados na literatura, mas a hipótese do tráfego de *handover* ter distribuição de Poisson não tem que ser necessariamente aplicada. A independência entre o número de chamadas n_i entre as várias células também é verificada no intervalo de distâncias de cobertura que validam a aproximação.

5. Outras soluções?

A solução anterior baseia-se numa aproximação que é geralmente válida para as distâncias de cobertura e as velocidades típicas dos sistema móveis terrestres. Não haverá uma solução analítica exacta para o problema, ou outras soluções aproximadas? As condições de validade aqui apresentadas estão correctas?

E no caso em que se considera a existência de canais de guarda para *handover*, Fig. 8 [Jabb96] ?

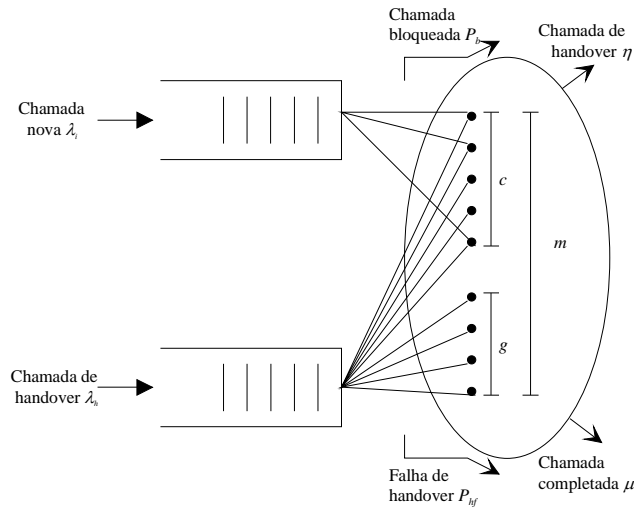


Fig. 8 - Modelo para o tráfego associado a uma célula quando existem canais de guarda para *handover*.

Neste caso, por exemplo para $m = 4$, $c = 3$ e $g = 1$, Fig. 9, a diferença relativamente à cadeia de Markov da Fig. 3 será a introdução de estados $(4, l)$ e $(l, 4)$ com $l = 0, 1, 2, 3, 4$, sendo a taxa de chegadas a uma célula onde já existem três canais ocupados nula.

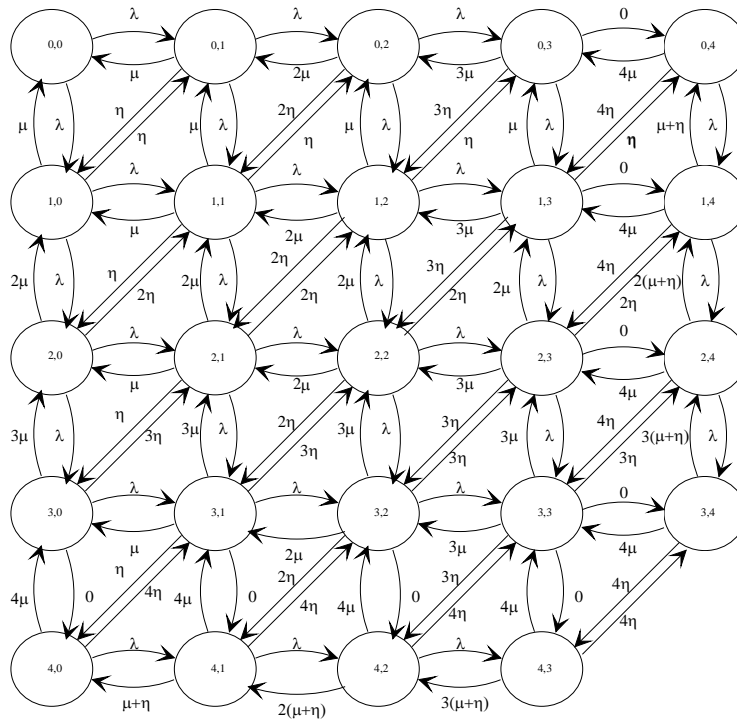


Fig. 9 - Cadeia de Markov com canais de guarda para *handover*, $J=2$, $m=4$, $c=3$ e $g=1$.

As condições fronteira, terão agora consequências para as taxas de transição entre estados consecutivos $(4, l)$ (ou $(l, 4)$), com $l = 0, 1, 2, 3, 4$, às quais corresponde a adição de $\eta, 2\eta, 3\eta$ e 4η . Do que se disse, resulta também que não é possível alcançar o estado $(4, 4)$, e logo a cadeia não é irredutível.

Agradecimentos

Os autores desejam agradecer ao Prof. João Luis Sobrinho do Instituto Superior Técnico e ao Prof. Vladimir Gligic da Universidade da Beira Interior pelas suas sugestões.

Referências

- [Jabb96] B. Jabbari, "Teletraffic aspects of evolving and next-generation wireless communication networks," *IEEE Personal Communications Magazine*, Vol. 3, No. 6, Dec. 1996, pp. 4-9.
- [Kell79] F. P. Kelly, *Reversibility and Stochastic Networks*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1979.
- [SiSt97] M. Sidi, D. Starobinski, "New call blocking versus handoff blocking in cellular networks," *Wireless Networks*, Vol. 3, No. I, Feb. 1997, pp. 15-27.
- [Wolf89] R. W. Wolff, *Stochastic Modelling and the Theory of Queues*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1989.
- [Yaco93] M. D. Yacoub, *Foundations of Mobile Radio Engineering*, CRC Press, Boca Raton, Florida, USA, 1993.
- [VeCo98] F. Velez, L. M. Correia, "Influence of traffic from mobility on the microcellular coverage distance in Mobile Broadband Systems," in *Proc. of ACTS Mobile Communications Summit*, Rhodes, Greece, Jun. 1998, pp. 199-205.