



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Ciências

A APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES

POR ALUNOS DISCALCÚLICOS

CORÁLIA MARIA SANTOS PIMENTA

RELATÓRIO DE ESTÁGIO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM

ENSINO DA MATEMÁTICA

**NO 3.º CICLO DO ENSINO BÁSICO E NO ENSINO SECUNDÁRIO
(2.º CICLO DE ESTUDOS)**

ORIENTADOR: PROF. DOUTOR MANUEL JOAQUIM FÉLIX DA SILVA SARAIVA

COVILHÃ, OUTUBRO DE 2011

Agradecimentos

Ao meu orientador, Professor Doutor Manuel Joaquim Félix da Silva Saraiva, pela disponibilidade, ensinamentos e incentivo.

À Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação, pela disponibilidade.

À aluna e seus pais, pelo interesse e dedicação.

Aos meus amigos, pelo incentivo e apoio.

À minha família, pelo estímulo, disponibilidade e paciência.

Ao meu filho, pela alegria e energia constantes.

Resumo

As dificuldades que os jovens manifestam na utilização de noções de Matemática deverão ser, por parte de todas as nações, um motivo de maior preocupação e investimento, na medida em que a Matemática está fortemente ligada à prosperidade de cada país. Essas dificuldades podem condicionar o futuro dos jovens, havendo maior probabilidade de situações de depressão e menor capacidade financeira (Butterworth, 2010). Reeducar jovens com dificuldades de aprendizagem em Matemática (DAM) poderá ajudar a resolver alguns dos problemas da actual sociedade, face às inúmeras capacidades que se poderão desenvolver com a utilização da Matemática.

No âmbito deste trabalho, foi efectuado um estudo de caso visando identificar e compreender as dificuldades que experimenta uma aluna discalculica, que frequenta o sétimo ano de escolaridade pela primeira vez, quando aprende conceitos específicos das Funções, através da aplicação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB), mediante uma intervenção educativa atempada com a implementação de estratégias específicas redefinidas consoante as dificuldades manifestadas pela aluna.

No sentido de dar resposta ao problema supracitado utilizou-se uma metodologia qualitativa de cunho descritivo e interpretativo.

A aluna evoluiu na aprendizagem de conceitos específicos relacionados com as Funções, tendo também alterado a sua postura face às dificuldades que sente na compreensão e utilização de noções de Matemática. Evidenciou, sobretudo, melhor compreensão, seriação dos dados enunciados e flexibilidade na utilização de conceitos e linguagem simbólica, para além de um ritmo de trabalho mais ajustado ao seu grupo de pares. Destaca-se também o progresso observado ao nível da auto-estima, o qual se reflectiu numa atitude de maior empenho e persistência na execução das tarefas implementadas e na auto-exposição em contexto turma.

Palavras-chave: DAM, Discalculia, Funções.

Abstract

Low numeracy amongst young people should be, by all nations, a cause for major concern and investment to the extent that mathematics is strongly linked to the prosperity of each country. Low numeracy can influence the future of young people, as there may be a higher probability of situations of depression and lower financial capacity (Butterworth, 2010). Re-educating young people with MLD may help solve some of the problems of today's society, given the many skills that can be developed exercising mathematical skills.

This work seeks to portray specific difficulties in mathematics, *Dyscalculia*, a subject of few certainties, but which awakes more and more curiosity in scientific communities. In this context, a case study was carried out in order to understand what kind of difficulties are faced by a dyscalculic student - who attends the seventh grade for the first time - as she learns specific concepts of functions, by applying the new Maths syllabus designed for first grade students up to the twelfth grade. Specific strategies were developed according to the difficulties experienced by the student and the results of their implementation motivated some reflection on the influence of early educational intervention on the performance of students with these characteristics.

In order to address the problem mentioned above, we used a qualitative methodology within a descriptive and interpretive point of view.

The student has evolved in learning specific concepts related to functions, which brought about a change in her when dealing with her difficulties in understanding and using mathematical concepts. Above all, it was clear that she had developed her skills when it came to understanding and arranging the data in a series. Another achievement was her ability to use the concepts and the symbolic language in a more flexible way. Furthermore, the student evolved her working pace, which made it possible to keep up with her peer group. It was also noteworthy an improvement in terms of her self-esteem, which led to an attitude of greater commitment and persistence in performing the tasks before her classmates.

Keywords: DAM, dyscalculia, functions.

Índice

AGRADECIMENTOS.....	ii
RESUMO	iii
ABSTRACT	iv
ÍNDICE.....	v
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE ABREVIATURAS.....	viii
CAP. 1 - INTRODUÇÃO	10
1.1 PROBLEMAS E OBJECTIVOS DO ESTUDO	12
1.2 QUESTÕES INVESTIGATIVAS	13
1.3 ENQUADRAMENTO E RELEVÂNCIA DO ESTUDO	14
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	15
CAP. 2 - REVISÃO DE LITERATURA.....	17
2.1 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM.....	18
2.1.1 INTRODUÇÃO	18
2.1.2 DEFINIÇÃO DE DA	19
2.1.3 ETIOLOGIA	21
2.2 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM ESPECÍFICAS.....	23
2.3 DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM EM MATEMÁTICA.....	24
2.3.1 DISCALCULIA	28
2.3.1.1 DEFINIÇÃO.....	29
2.3.1.2 CARACTERÍSTICAS.....	35
2.1.4 DIFICULDADES NA APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES.....	38

CAP. 3 – METODOLOGIA DE ESTUDO E TAREFAS PROPOSTAS	42
3.1 DESCRIÇÃO DO ESTUDO	43
3.1.1 OPÇÕES METODOLÓGICAS	43
3.1.2 PROCEDIMENTOS ORGANIZACIONAIS	44
3.1.3 PRINCÍPIOS DIDÁCTICOS	47
3.1.4 INSTRUMENTOS DE RECOLHA DE DADOS	48
3.1.5 TRATAMENTO E ANÁLISE DE DADOS	49
3.2. TAREFAS PROPOSTAS	51
3.2.1 REFERENCIAL CARTESIANO	52
3.2.2 EXPRESSÃO ALGÉBRICA	58
3.2.3 CONCEITO DE FUNÇÃO	62
CAP. 4 – A ALUNA ALICE	63
4.1 CARACTERIZAÇÃO E COMPETÊNCIAS GERAIS	64
4.2 DIFICULDADES DE ALICE NA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA	64
CAP. 5 – ALICE NA APRENDIZAGEM DAS FUNÇÕES	71
5.1 REFERENCIAL CARTESIANO	72
5.2 EXPRESSÃO ALGÉBRICA	82
5.3 CONCEITO DE FUNÇÃO	94
CAP. 6 – CONCLUSÕES	97
6.1 AS DIFICULDADES APRESENTADAS POR ALICE	99
6.1.1 REFERENCIAL CARTESIANO	101
6.1.2 EXPRESSÃO ALGÉBRICA	102
6.1.3 DEFINIÇÃO DE FUNÇÃO	103
6.2 APOIO PEDAGÓGICO ESPECÍFICO	104
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	
ANEXOS	

Índice de figuras

- Figura 3.1: Números inteiros (tarefa n.º 1)
- Figura 3.2: Batalha Naval (tarefa n.º 2)
- Figura 3.3: Pontos no plano (tarefa n.º 3)
- Figura 3.4: Generalidades do Referencial Cartesiano (tarefa n.º 4)
- Figura 3.5: Sequências numéricas (tarefa n.º 5)
- Figura 3.6: Área do quadrado (tarefa n.º 6)
- Figura 3.7: Letras (tarefa n.º 7)
- Figura 3.8: Proporcionalidade directa (tarefa n.º 8)
- Figura 3.9: Conceito de Função (tarefa n.º 9)
- Figura 5.1: Resolução da tarefa 1, alínea a
- Figura 5.2: Resolução da tarefa 1, alínea b
- Figura 5.3: Resolução da tarefa 2
- Figura 5.4: Resolução da tarefa 3
- Figura 5.5: Resolução da tarefa 4
- Figura 5.6: Perímetro/ área do quadrado
- Figura 5.7: Resolução da tarefa 7, alínea a
- Figura 5.8: Resolução da tarefa 7, alínea b
- Figura 5.9: Resolução da tarefa 7, alínea c
- Figura 5.10: Resolução da tarefa 8
- Figura 5.11: Tarefa idêntica à 8
- Figura 5.12: Tarefa idêntica à 8
- Figura 5.13: Resolução da tarefa 9
- Figura 5.14: Tarefa idêntica à 9

Índice de quadros

Quadro 3.1- Síntese de tarefas desenvolvidas por Alice

Índice de abreviaturas

CID-10 - Classificação Estatística Internacional de Doenças
DA - Dificuldades de aprendizagem
DAE - Dificuldades de aprendizagem específicas
DAM - Dificuldades de aprendizagem em Matemática
DAMNV - Dificuldades de aprendizagem em Matemática não Verbais
DAMV - Dificuldades de aprendizagem em Matemática não Verbais
DfES - Department for Education and Skills
DSM-IV - Manual de Diagnóstico e Estatística das Perturbações Mentais
HD - Hemisfério Direito
HE - Hemisfério Esquerdo
ICH - Institute of Child Health do Great Ormond Street Hospital, de Londres
ICLD - Interagency Committee in Learning Disabilities
LD - Learning disabilities
LDA
LDAA - Learning Disabilities Association of America
LDAC - Learning Disabilities Association of Canada
MLD - Maths learning disabilities
NJCLD - National Joint Committee on Learning Disabilities
NPMEB - Novo programa de Matemática do Ensino Básico
QI - Quociente de Inteligência
RA - Registos escritos da aluna (RA);
RAPP - Relatório de avaliação psicopedagógica
RG - Registos áudio/gravação
RP - Registos escritos da professora (RP)
SLD - Specific Learning Disabilities
SNC - Sistema Nervoso Central
TCP - Teste de Conners para Professores
USOE - United States Office of Education

“ Não há, não,
duas folhas iguais em toda a criação.

Ou nervura a menos, ou célula a mais,
não há, de certeza, duas folhas iguais.

Limbo todas têm,
que é próprio das folhas;
pecíolo algumas;
bainha nem todas.
Umhas são fendidas,
crenadas, lobadas,
inteiras, partidas,
singelas, dobradas.

Outras acerosas,
redondas, agudas,
macias, viscosas,
fibrosas, carnudas.

Nas formas presentes,
nos actos distantes,
mesmo semelhantes
são sempre diferentes.

Umhas vão e caem no charco cinzento,
e lançam apelos nas ondas que fazem;
outras vão e jazem
sem mais movimento.

Mas outras não jazem,
nem caem, nem gritam,
apenas volitam
nas dobras do vento.

É dessas que eu sou”

António Gedeão

Poesias Completas, 1956-1967

Capítulo 1

Introdução

Um dos principais papéis reservado à Educação Matemática consiste em dotar os alunos de capacidade para controlar o seu próprio desenvolvimento, de modo que todos possam contribuir, de alguma forma, para o progresso da sociedade onde se encontram inseridos.

Para que isso aconteça, a Educação Matemática deve fornecer a todos os alunos competências essenciais para a vida em sociedade. Obviamente, esta perspectiva exige a utilização de ferramentas ajustadas ao perfil de cada aluno, devendo essas ser diversificadas quando se tratam de alunos ou grupos menos bem sucedidos.

Segundo Fonseca (2008), a aprendizagem está dependente de diversos factores externos ao indivíduo e que reunidos, em equilíbrio, permitem a sua efectivação. Factores internos como os genéticos, neurológicos e psicológicos e factores externos como os educacionais e os sociais, entre outros, relacionam-se entre si e influenciam o desempenho do aluno, independentemente da sua predisposição para aprender e dos seus níveis percentuais de QI. Perante esta realidade é importante que pais e educadores estejam despertos para alguns dos factores que, não estando associados à debilidade mental, também podem condicionar aprendizagens específicas das crianças e jovens.

Embora muito se tenha pesquisado e escrito sobre as DA, continua a não vigorar uma sua definição única, aceite internacionalmente. Relativamente às DAM, os estudos ainda são mais isolados, havendo pouca partilha de resultados entre os diferentes campos académicos. Para Butterworth e Laurillard (2010), a intervenção na área das dificuldades de aprendizagem passa pelo trabalho colaborativo entre as disciplinas específicas da educação e da neurociência, com partilha de conhecimentos entre neurocientistas, psicólogos e educadores, objectivando-se encontrar resposta para preocupações comuns.

O principal interesse das investigações realizadas, no âmbito das DA, foi o de perceber quais as causas relacionadas com as dificuldades manifestadas ao nível da leitura e da escrita. É essa a explicação para o conhecimento consensual que hoje já se reúne à volta da dislexia (dificuldade específica na aprendizagem da leitura). É então de esperar que se os estudos efectuados no âmbito da dislexia comprovam a existência de uma relação entre a disfunção neurológica e as dificuldades de leitura e escrita, o mesmo se venha a comprovar na área da Matemática. Contudo, não se espere atribuir este défice como causa única para o insucesso à disciplina de Matemática, visto que este último é um fenómeno complexo associado a diversas causas.

1.1 Problema e objectivos do estudo

Com o presente estudo procurou-se identificar e compreender as dificuldades que experimenta uma aluna discalcúlica, que frequenta o sétimo ano de escolaridade pela primeira vez, quando aprende conceitos específicos das Funções, através da aplicação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB), mediante uma intervenção educativa atempada com a implementação de estratégias específicas redefinidas consoante as dificuldades manifestadas pela aluna.

Relativamente à leccionação do capítulo das funções, pretendeu-se identificar e compreender dificuldades manifestadas na utilização do conceito, enquanto relação entre variáveis ou como correspondência entre dois conjuntos; na aplicação das diferentes notações e representações das funções; na variação de uma função representada por um gráfico e na relação entre situações de proporcionalidade directa e sua representação gráfica. No sentido de possibilitar uma reflexão sobre os resultados alcançados, registaram-se as dificuldades e as aquisições que a aluna fez ao longo da leccionação do capítulo das Funções, tendo em conta os objectivos programáticos definidos inicialmente:

- Identificar e assinalar pares ordenados no plano cartesiano;
- Representar uma situação matemática através de um diagrama sagital;
- Interpretar informação contida num diagrama sagital;
- Ler, analisar, interpretar e construir tabelas;
- Ler, analisar, interpretar e construir gráficos;
- Interpretar, utilizar e construir expressões algébricas;
- Identificar, interpretar e utilizar termos e conceitos próprios das Funções;
- Identificar Funções representadas de formas diferenciadas;
- Apresentar uma justificação correcta para os casos de Funções;
- Apresentar contra-exemplos que justifiquem que determinada correspondência não é função.

1.2 Questões investigativas

Com esta investigação pretendeu-se dar resposta às seguintes questões:

- 1- Quais as dificuldades apresentadas pela aluna discalculica na aprendizagem das Funções?
- 2- Que características poderá assumir o apoio pedagógico específico ministrado a um aluno discalculico para que esse ultrapasse as suas dificuldades na aprendizagem das Funções?

1.3 Enquadramento e relevância do estudo

O papel que hoje se reserva à Educação Matemática está mais direccionado para o sucesso e exige que o professor promova situações de igualdade de oportunidades para todos os alunos, independentemente da sua especificidade. A preocupação em melhorar as práticas educativas, proporcionando maior clareza na transmissão de conteúdos, é também um propósito do actual currículo de Matemática. A diferenciação tornou-se uma palavra de ordem e o aluno passou a ser observado com maior atenção, preocupando-se o professor em perceber o motivo pelo qual ele revela determinadas dificuldades e/ou apresenta um ritmo de aprendizagem e qualidade de trabalho inferior ao dos seus pares.

Contudo, promover a progressão de todos, numa sala heterógenea, desenvolvendo modelos de gestão curricular que envolvam todos os alunos, ajustando os níveis de apoio, a complexidade de tarefas, os ritmos e os processos de aprendizagem às competências, às motivações e aos perfis de aprendizagem, não é tarefa fácil! Para além disso, nem sempre esse esforço se traduz em resultados satisfatórios. É nesse sentido que este trabalho se torna pertinente, pois fundamenta, através das teorias apresentadas, que a implementação de um ensino facilitador das aprendizagens poderá beneficiar alunos com DAM, reforçando essa ideia através do estudo de caso apresentado.

Sendo este um tema que reúne interesse crescente por parte da comunidade científica, e muitas expectativas, por parte dos professores que contactam constantemente com diferentes problemáticas, poderá, para além da prática lectiva, fornecer informações pertinentes e orientação para outras pesquisas ou investigações na área.

A selecção da unidade temática Funções ficou a dever-se à importância que essa assume no ensino da Álgebra, às exigências impostas pelo NPMEB do sétimo ano de escolaridade e, em particular, aos resultados que se pretendiam aferir no que se refere à Discalculia.

1.4 Estrutura do trabalho

No sentido de facilitar a compreensão do tema aqui abordado, surgem, neste trabalho, partes distintas: a fundamentação teórica e a abordagem prática, resultante da prestação da aluna sob observação. Estruturalmente, o trabalho encontra-se organizado em seis capítulos distintos, focalizados nos seguintes aspectos:

Capítulo 1 - Introdução

São enunciados o problema e objectivos do estudo, as questões investigativas, o enquadramento e relevância do estudo e a estrutura do trabalho.

Capítulo 2 - Revisão de Literatura

É apresentada a revisão de literatura pautada de informação acerca das DA e da discalculia. Faz-se referência à evolução do conceito de DA, à importância do papel do professor na identificação e na aplicação de metodologias ajustadas ao perfil do aluno e à necessidade de cooperativismo entre os diferentes profissionais que acompanham alunos com DA. Divulgam-se as definições mais consensuais e ajustadas aos conhecimentos e necessidades actuais para DA, DAE, DAM, acalculia e discalculia. Faz-se referência à etiologia das DA e da discalculia e aos processos neuropsicológicos envolvidos nas aprendizagens matemáticas. Apresentam-se ainda algumas características e classificações para a discalculia. Por fim, apresentam-se algumas considerações de investigadores acerca das dificuldades que os alunos podem ter na aprendizagem das funções.

Capítulo 3 - Metodologia do estudo e tarefas propostas

Apresentam-se a metodologia de investigação adoptada e algumas das tarefas propostas à aluna. Inicia-se com uma breve descrição da componente empírica do estudo, dando indicações sobre as opções metodológicas, os procedimentos organizacionais, os princípios didácticos implementados, os instrumentos de recolha de dados e o tratamento e análise de dados.

Na segunda parte deste capítulo apresentam-se algumas das tarefas propostas à aluna, respeitantes aos conteúdos *Referencial Cartesiano*, *Expressão Algébrica* e *Conceito de Função*.

Capítulo 4 - A aluna Alice

Faz-se uma descrição pormenorizada de Alice, aluna sob a qual incide o estudo, nomeadamente no que se refere a competências globais observadas, académicas e sociais, como também no que se relaciona com as especificidades da Matemática.

Capítulo 5 - Alice na aprendizagem das Funções

Neste capítulo apresenta-se a actividade matemática de Alice na sua aprendizagem das funções, em particular no que respeita ao *Referencial Cartesiano*, *Expressão Algébrica* e *Definição de Função* e as respectivas respostas, enquadrada na perspectiva pedagógica/didáctica seguida pela professora/investigadora.

Capítulo 6 - Conclusões

Neste capítulo procura-se dar resposta ao problema deste estudo, focalizando-se as dificuldades diagnosticadas na aluna e as aprendizagens assimiladas, bem como nas características do apoio pedagógico específico ministrado.

Ultimando o trabalho, apresentam-se as referências bibliográficas e uma secção referente a anexos, que incluem o Decreto-lei n.º3/2008, o Teste de Conner aplicado aos professores e o relatório de avaliação efectuado pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

Neste capítulo expõem-se, resumidamente, algumas das conclusões mais importantes no âmbito das DA, no sentido de clarificar e explicar o aparecimento e significado do termo discalculia. Nesse âmbito destacam-se as definições que reúnem maior aceitação internacional, possíveis causas para a disfunção, suas características e algumas estratégias de actuação.

Faz-se ainda referência às DAM que se podem evidenciar em alunos discalcúlicos, destacando-se a repercussão que essas podem ter na aprendizagem das funções.

Ao longo do capítulo, procura-se reforçar o facto da discalculia não se tratar de uma deficiência.

2.1 Dificuldades de Aprendizagem (DA)

2.1.1 Introdução

Pais, professores, psicólogos, médicos, terapeutas, entre outros profissionais, estão cada vez mais informados acerca das DA. São muitos os professores que procuram formação para lidarem correctamente com alunos ou situações problemáticas. Procuram, sobretudo, metodologias mais assertivas, capazes de minimizar o problema evidenciado e promover o sucesso escolar do aluno. É obvio que este crescente interesse dos professores poderá também estar relacionado com a política de inclusão, reestruturada e intensificada com a publicação do Decreto-Lei n.º 3/2008, que de alguma forma não os preparou para lidarem com determinadas especificidades.

Contudo, há ainda um longo caminho a percorrer nesta área. Em primeiro lugar, as DA não podem ser entendidas como um problema sob única e exclusiva tutela da Educação Especial, visto que todos os profissionais envolvidos deverão actuar de acordo com a especificidade da criança/jovem. Só assim se proporcionará uma verdadeira situação de ensino-aprendizagem.

Não menos importante deverá ser a comunicação entre os diversos profissionais, visando a partilha de conhecimentos e a concertação de estratégias de actuação, bem como de divulgação dos resultados para que se redefinam, quando necessário, objectivos e procedimentos.

Estudos efectuados neste campo vêm também denunciar que os conhecidos testes de QI podem causar situações de super ou subinclusão, pois não justificam, por exemplo, por que razão crianças com QI superior a cento e trinta podem acusar sinais evidentes de dislexia, disortografia ou discalculia (Fonseca, 2008). Por outro lado, estes resultados renegam a associação que alguns investigadores pioneiros fizeram entre as DA e a deficiência.

Segundo Hammill (1990) é muito difícil alguém poder identificar, diagnosticar, prescrever tratamentos, ensinar ou reeducar, motivar ou proporcionar uma maior evolução ao indivíduo com DA sem ter uma ideia clara e precisa da natureza das mesmas.

2.1.2 Definição de DA

Antes de se apresentar qualquer definição para DA, convém esclarecer que este conceito não é equivalente aos de perturbação global da inteligência, da personalidade ou anomalia sensorial. As crianças/jovens com DA não são portadoras de deficiências e não devem ser confundidas com crianças/jovens desfavorecidas ou privadas culturalmente.

A primeira definição de DA, introduzida por Kirk em 1962 (Cruz, 1999), continua a estar bastante actualizada, sendo ainda hoje utilizada com alguma frequência. Segundo Kirk, nos indivíduos com DA, as limitações centram-se nos processos implicados na linguagem e no rendimento académico, independentemente da idade cronológica, estando essa alteração relacionada com uma disfunção cerebral ou uma alteração emocional/comportamental:

Uma dificuldade de aprendizagem (DA) refere-se a um atraso, desordem, ou atraso no desenvolvimento de um ou mais processos da fala, linguagem, leitura ou escrita, aritmética ou outras áreas escolares, resultantes de uma desvantagem (handicap) causada por uma possível disfunção cerebral e/ou distúrbios emocionais ou comportamentais. Não é o resultado de uma deficiência mental, privação sensorial ou factores culturais e institucionais. (p. 53)

A definição de DA acompanhou a evolução do conhecimento alcançado, sobretudo, nos campos médico e psicológico. Segundo Fonseca (2008), a definição divulgada pelo NJCLD foi, até ao presente, a que reuniu maior consenso:

Dificuldade de aprendizagem (DA) é uma designação geral que se refere a um grupo heterogéneo de desordens manifestadas por dificuldades significativas na aquisição e na utilização da compreensão auditiva, da fala, da leitura, da escrita, e do raciocínio matemático. Tais desordens, consideradas intrínsecas ao indivíduo e presumindo-se que sejam devidas a uma disfunção do sistema nervoso central, podem ocorrer durante toda a vida. Problemas de auto-regulação do comportamento, na percepção social e na interacção social podem coexistir com as DA. Apesar de as DA ocorrerem com outras deficiências (ex.: deficiência sensorial, deficiência mental, distúrbios socioemocionais) ou com influências extrínsecas (ex.: diferenças culturais, insuficiente ou inapropriada instrução, etc.), elas não são o resultado dessas condições. (p. 95)

A autora deste trabalho considera que a definição apresentada poderia trazer grandes benefícios à prática lectiva, e mesmo ao funcionamento escolar, caso fosse conhecida e bem interpretada pela globalidade dos professores. Embora a postura dos profissionais de educação se tenha tornado, progressivamente, mais inclusiva e diferenciada, continua a ser difícil, em alguns casos, fazer-se a distinção entre o que são as DA e os problemas de aprendizagem.

Fruto da sua experiência profissional, cumulativamente no ensino regular e especial, depara-se, sistematicamente, com confusões e vontades de inclusão ou de exclusão, pelo que a interpretação desta definição poderia tranquilizar os professores e facilitar o trabalho de todos os profissionais envolvidos.

Destaque-se que esta definição refere-se a desordens e não a uma incapacidade, pelo que se afasta da ideia de deficiência. Considere-se ainda que nem todos os alunos com dificuldades têm DA. Determinados alunos podem apresentar dificuldades por terem sido privados de frequentar a escola em determinados momentos da sua vida, por terem usufruído de um ensino de qualidade pouco adequada ou distinto do ministrado actualmente, como são exemplo os alunos estrangeiros, ou por apresentarem limitações sensoriais, entre outras. Essas dificuldades poderão estar então dependentes de factores extrínsecos ao aluno e terem carácter temporário.

Outra situação que parece estar clara nesta definição é a de que os défices comportamentais e sociais não são sinónimos de DA, apesar de poderem, em alguns casos resultar dessas desordens.

Contudo, mesmo considerando esta definição como a mais ajustada à nossa realidade, a autora não deixa de considerar que deveria ser reajustada e tornar-se mais prática, evidenciando critérios de identificação e de operacionalização.

2.1.3 Etiologia

Foram muitas e diferenciadas as causas apontadas, por diversos investigadores, para as DA. No que se refere à etiologia das DA, foram sugeridos factores fisiológicos (disfunção neurológica ou lesão cerebral, hereditariedade, factores bioquímicos e/ou endócrinos), factores socioculturais (má nutrição, privação na infância, valores e estratégias educativas inadequadas) e factores institucionais (deficiências materiais durante o processo ensino-aprendizagem e inadequado planeamento do sistema educativo). Hynd, Marshall & Gonzalez (1991), Monedero (1989) e NJCLD (1989) consideram que as DA estão relacionadas com uma disfunção ao nível do sistema nervoso central que afecta funções cerebrais específicas, responsáveis pela execução de determinadas tarefas.

Segundo a associação LDAC (2002), as DA são dificuldades específicas e não dificuldades globais e, como tal, são distintas da deficiência mental.

Segundo Fonseca (2008), alunos com DA registam desvios educacionais comparativamente com o seu grupo de pares, não conseguindo acompanhar os padrões considerados normais, podendo essas dificuldades manifestar-se apenas em determinadas áreas específicas.

O facto de uma criança/jovem ter DA não significa que não aprenda, mas sim que o seu processo de aprendizagem se encontra em desequilíbrio e que as aprendizagens se efectuem de forma diferente da normalizada.

Pain (1989) considerou que havendo problemas cognitivos, de linguagem, sócio-emocionais e académicos, haverá condicionamento do processamento de informação e, como tal, DA. Acrescentou que os alunos com esta sintomatologia, quando não encontram respostas para as suas dificuldades manifestam, na maioria das vezes, desinteresse, desatenção, irresponsabilidade, agressividade, entre outras problemáticas.

Fonseca (2008) reforçou também que a patologia descrita não se insere em qualquer categoria da deficiência mental, pois o indivíduo possui um potencial normal que, porém, pode traduzir-se num baixo rendimento escolar, geralmente em áreas académicas muito específicas:

A criança com DA não é uma criança deficiente, vê e ouve bem, comunica e não possui uma inferioridade mental global. Acusa problemas de comportamento, discrepâncias na linguagem e na psicomotricidade, aprende a um ritmo lento e pouco pode beneficiar dos apoios escolares regulares, não atingindo muitas vezes as exigências e os objectivos educacionais mínimos. (p. 124)

Segundo Correia (1997) há alunos que, devido a desordens neurológicas, apresentam uma desorganização no momento da recepção, integração e expressão da informação, traduzindo-se em dificuldades para a aprendizagem da leitura, da escrita e do cálculo matemático.

Síntese. As DA podem resultar de factores intrínsecos ou extrínsecos, ou da combinação destes, podendo ser de ordem biológica, psicológica ou social. As crianças com DA que apresentam disfunções em habilidades específicas podem apresentar problemas na compreensão da leitura, na escrita, no cálculo, na organização, na retenção da informação ou na interpretação de textos, mas não são portadoras de deficiência.

Segundo Jardim (2001), geralmente estas crianças são mais lentas, comparativamente com o seu grupo de pares, no processamento de informações e podem apresentar problemas de escrita, problemas de organização espacial e de atenção e concentração.

Os problemas que mais se observam nos indivíduos com DA, e que podem ocorrer isoladamente, afectam os campos neurológico, psicolinguístico e cognitivo, bem como a atenção, percepção, memória, actividade motora ou psicomotora e o estado sócio-emocional.

2.2 Dificuldades de Aprendizagem Específicas

2.2.1 Definição

As DA podem gerar diversos obstáculos e impedimentos ao longo do percurso escolar de um aluno, principalmente quando não são diagnosticadas previamente ou quando a intervenção ministrada não é a mais adequada. Em contexto escolar, essas limitações podem ser observadas desde os primeiros anos de escolaridade, manifestando-se por dificuldades significativas na aquisição e no uso da compreensão auditiva, da fala, da leitura, da escrita, do raciocínio e das habilidades matemáticas. Podem surgir em qualquer actividade que não as eminentemente escolares, contudo é normal que as mais estudadas se centrem na leitura, na escrita e na aritmética, daí serem consideradas DAE.

As dificuldades surgem quando os diferentes sistemas da linguagem que envolvem a leitura, a escrita e a Matemática, a conhecida terminologia dos três r (“reading”, “writing” e “arithmetic”), apontada por Rios (Cruz, 1999), não funcionam adequadamente. Essa problemática deriva, consoante os casos, em dislexia (dificuldades na aprendizagem da leitura), disortografia (dificuldades na produção de textos escritos/ortografia), disgrafia (dificuldades na escrita/grafia), discalculia ou no conjunto de duas ou mais destas patologias.

Sendo as DAE uma especificidade das DA, indivíduos com esta problemática, em termos de caracterização psicoeducacional, têm um potencial intelectual considerado médio, não têm perturbações visuais ou auditivas, usufruíram de um processo de ensino considerado eficaz e estão motivados para aprender.

Uma definição portuguesa para as DAE foi apresentada por Correia (2008) e refere-se a:

desordens neurológicas que interferem com a recepção, integração ou expressão de informação, reflectindo-se estas desordens numa discapacidade ou impedimento para a aprendizagem da leitura, da escrita ou do cálculo ou para a aquisição de competências sociais. (p.19)

2.3 Dificuldades de Aprendizagem em Matemática (DAM)

Tal como para as DA, certamente as dificuldades de aprendizagem sentidas na disciplina de Matemática também não derivam de uma causa única. Havendo uma disfunção neurológica, a memória, a atenção, a actividade perceptivo-motora, a organização espacial, as habilidades verbais, a consciência e o sentido estratégico poderão ser, entre outros aspectos, condicionadores das aprendizagens matemáticas. Convém identificar algumas dessas características presentes em alunos com DAM, compará-las com as potencialidades evidenciadas pelo seu grupo de pares, no sentido de averiguar se estão, ou não, dentro dos parâmetros considerados normais.

Segundo García (1995), as DAM incidem em diversas competências:

Estas incluem habilidades linguísticas (como a compreensão e o emprego da nomenclatura matemática, a compreensão ou denominação de operações matemáticas e a codificação de problemas representados com símbolos matemáticos), habilidades perceptíveis (como o reconhecimento ou a leitura de símbolos numéricos ou sinais aritméticos, e o agrupamento de objectos em conjuntos), habilidades de atenção (como copiar figuras correctamente nas operações matemáticas básicas, recordar o número que transportamos e que devemos acrescentar a cada passo, o observar os sinais das operações) e as habilidades matemáticas (como o seguimento das sequências de cada passo nas operações matemáticas, contar objectos e aprender as tabuadas de multiplicar). (p.230)

García considera que uma criança/jovem possui DAM quando apresenta um rendimento abaixo do esperado para a sua escolaridade e capacidade intelectual, sendo que essas dificuldades não se prendem com baixa acuidade visual ou auditiva e repercutem-se em todas as restantes áreas ou actividades relacionadas com a Matemática.

Segundo García (2004), as DAM podem manifestar-se de cinco formas distintas, sendo que o aluno pode revelar dificuldades:

- em relação ao desenvolvimento cognitivo e à construção da experiência Matemática, na construção de noções básicas e princípios numéricos, nomeadamente na aprendizagem da numeração e na prática das operações, tanto no processo mecânico como na compreensão do significado das mesmas;
- de ordem emocional resultantes das crenças, atitudes e expectativas face à aprendizagem da Matemática;
- que resultam da própria complexidade da Matemática, exigente quanto à capacidade de abstracção e de generalização, bem como no uso de linguagem e terminologia específicas;
- a ele intrínsecas, de base neurológica, que conduzem a atrasos cognitivos generalizados ou específicos e se manifestam em problemas linguísticos, dificuldades atencionais, motivacionais e de memória, entre outras;
- por ter usufruído de um processo de ensino inadequado ou insuficiente, ou por organização mal sequenciada, ou que não se ajuste às necessidades ou ao nível desenvolvimental do aluno, por exemplo ao nível de abstracção e ritmo.

Segundo Cruz (1999), estudos efectuados no âmbito da psicologia cognitiva indicam que as competências matemáticas exigem uma função cognitiva complexa, resultam de um processo lento e construtivo, cujos conhecimentos se relacionam, e exigem o conhecimento de três competências específicas: a compreensão do número, a realização de operações e a resolução de problemas (Sokol & McCloskey, 1991; Citoler, 1996; Deaño, 1994; e Casas, 1988). A compreensão dos números está associada, sobretudo, à conversão, como é exemplo o entendimento de um determinado número consoante a forma como ele é apresentado. Segundo Citoler, este processo desenvolve-se gradualmente como resultado directo das experiências do quotidiano.

O sistema de cálculo é complexo pois exige mecanismos necessários para realizar operações aritméticas, para executar procedimentos de cálculo ou algoritmos, para recuperar as combinações aritméticas básicas e para traduzi-las de forma a conseguir dar resposta ao problema. Nesse sentido, o sistema de cálculo exige o conhecimento do sentido das diferentes operações, das suas finalidades, das propriedades e dos princípios nelas envolvidos. Na execução do cálculo é necessário conseguir ordenar sequencialmente todos os princípios, bem como interpretar, utilizar e substituir por linguagem matemática toda a informação apresentada de forma abstracta.

Gelman & Gallistel (1987) consideram que, para que o conceito de número fique bem enraizado no aluno, possibilitando a progressão para outras habilidades matemáticas, ele deve adquirir cinco competências essenciais na infância (a seguir explicitadas), ou o mais precocemente possível quando se tratar de uma criança com DA.

Apesar de parecer simples, a tarefa de contar é bastante complexa e compreende princípios que exigem capacidade de abstracção. Nesse processo a criança deverá:

- conseguir estabelecer uma correspondência entre números e objectos, fazendo corresponder a cada objecto determinado número, ou vice-versa.
No início desta aprendizagem, por volta dos três anos, é habitual observarmos a criança a não contar algum objecto ou contá-lo duas ou mais vezes;
- adquirir o processo de ordenação estável, sendo capaz de estabelecer uma correspondência biunívoca ordenada, iniciando a contagem no número um e não em números pronunciados ao acaso;
- aplicar o princípio da Cardinalidade, compreendendo que o último número de uma sequência numérica corresponde ao cardinal desse conjunto;

Para além destas três competências, a criança/jovem deverá adquirir:

- capacidade de abstracção, estabelecendo uma relação entre os objectos ou fenómenos que são enumeráveis e os princípios que a eles se podem aplicar. Por exemplo, deve conseguir separar os objectos de acordo com as suas características ou qualidades físicas (cor, tamanho, forma,...), efectuando a contagem de acordo com o grupo seleccionado;

- o princípio da irrelevância da ordem, o qual exige capacidade de abstracção e só acontece por volta dos quatro anos. Este processo está relacionado com a posição ocupada por determinado objecto e exige que a criança compreenda que, depois de identificada a cardinalidade do conjunto, caso se troque a sua posição, ainda dentro desse conjunto, este continuará a comportar o mesmo número de objectos, não havendo necessidade de voltá-los a contar.

Face à complexidade dos dois processos descritos, e havendo na maioria das crianças com DA comprometimento da capacidade de abstracção, será necessário adequar estratégias para que estas crianças consigam, gradualmente e de forma sequencial, adquirir competências matemáticas.

No que respeita à realização de operações, Citoler (1966) considera que a sua execução estabelece uma passagem gradual dos métodos informais para os formais, garantindo-se a aprendizagem das quatro operações básicas e dos algoritmos necessários para a sua resolução.

Para que esta aquisição se verifique é necessário que o aluno consiga estabelecer uma relação entre factos que decorrem no tempo e no espaço e que os consiga representar simbolicamente. Depois de automatizado o cálculo, estará facilitada a aprendizagem dos algoritmos e a resolução de problemas. Neste sentido, aquele investigador defende que a habilidade na execução de operações será tanto maior quanto mais automatizado estiver o processo de compreensão informal.

A resolução de problemas tem sido alvo de muitas pesquisas, considerando-se um dos processos mais exigentes para o aluno, visto reunir, de uma vez só, diferentes competências.

Segundo Casas (1988), a resolução de problemas depende da destreza na leitura e na compreensão verbal, das habilidades de memória, da capacidade de atenção e da estruturação temporal.

Na perspectiva da autora deste trabalho, qualquer comprometimento ao nível das funções mentais globais (orientação, temperamento e personalidade, entre outros), ou específicas, condiciona a resolução autónoma e correcta de problemas. Um aluno que evidencie, simplesmente, défice ao nível das funções da fluência e do ritmo da fala, poderá registar dificuldades de compreensão leitora e, desse modo, não responder à tarefa que lhe é colocada por não perceber o enunciado, ou apresentar uma resposta diferente da que lhe foi solicitada.

Comparativamente com os alunos que apresentam DA, outros alunos que evidenciem um raciocínio lógico mais apurado, que registam maior capacidade de abstracção, que fazem uma gestão assertiva das informações enunciadas, que revelam rapidez e precisão ao nível do cálculo, que apresentam clareza na organização de ideias, capacidade de persistência e maior flexibilidade cognitiva, mudando de estratégias consoante as suas necessidades, certamente terão prestações diferentes de outros que não evidenciam estas habilidades.

Segundo Adler (2001) existem quatro formas distintas de DAM: acalculia; discalculia; dificuldades gerais em Matemática e pseudo-discalculia, cada uma delas com causas cognitivas e psicológicas diferentes.

O termo acalculia é de todos o mais limitador, pois refere-se à incapacidade de aplicar determinados conhecimentos matemáticos. Habitualmente esta patologia está associada a uma lesão cerebral, ocorrida após consolidação desses conhecimentos.

2.3.1 Discalculia

Poderá acontecer que determinado aluno registe resultados bastante satisfatórios em determinadas áreas académicas, mas sérias dificuldades na concretização de tarefas que exijam conhecimentos de Matemática. Se esse aluno for tão ou mais empenhado que o seu grupo de pares, se usufruiu e continua a usufruir de métodos de ensino adequados, contudo continua a apresentar um ritmo de trabalho lento e níveis de ansiedade superiores ao esperado para a sua idade, para além de dificuldades específicas à disciplina, então poderá sofrer de algum tipo de distúrbio específico.

Visando perceber a origem deste desequilíbrio, Dehaene (1997) observou o comportamento dos seres humanos e de alguns animais durante a concretização de tarefas que implicavam competências de Matemática. Durante esse estudo concluiu que a aquisição do conceito de numerosidade (quantidade) é bastante precoce, confirmando-se entre lactentes de três meses que reagiram à mudança do número e da identidade dos objectos. Segundo aquela investigadora, uma disfunção nesta habilidade ou no senso numérico (habilidade para reconhecer que o número de elementos de um conjunto mudou) está no cerne da discalculia.

2.3.1.1 Definição

A palavra discalculia derivou dos termos grego, *dís*, que significa mal, e latino, *calcularé*, que significa contar, referindo-se, numa primeira fase, apenas a problemas de enumeração. Tal como para outras palavras, frequentemente utilizadas no meio escolar (dislexia, disgrafia, disortografia), o prefixo *dís* da palavra discalculia também enuncia a presença de dificuldades de aprendizagem, afastando situações de incapacidade mental motivadas por problemas lesionais.

Actualmente, sabe-se que a discalculia pode surgir na sua forma pura ou então coexistir com outras perturbações. São frequentes as situações de presença de duas ou mais perturbações, tais como a dislexia (dificuldade na aprendizagem da leitura), dispraxia (dificuldade motora na produção de escrita), disortografia (dificuldades na produção de textos escritos/ortografia), hiperactividade com défice de atenção (perturbação do comportamento com alterações atencionais, impulsividade e grande actividade motora), problemas de linguagem, entre outros.

Sendo a discalculia uma especificidade das DA e havendo escassas investigações e pouca partilha entre investigadores, compreende-se a dificuldade em encontrar uma definição consensual que reúna as conclusões mais importantes resultantes das investigações efectuadas. Nesse sentido, tal como para as DA, também não existe uma definição única para a discalculia, aceite internacionalmente. Contudo, constata-se que as diferentes definições publicadas são progressivamente mais semelhantes, estabelecendo algumas analogias entre a discalculia e a dislexia. Acrescenta-se que essas definições afastam a possibilidade de lesões cerebrais ou défices intelectuais, pronunciando a existência de um défice neurológico de carácter evolutivo mas não lesional. É nesse sentido que alguns investigadores utilizam a expressão discalculia do desenvolvimento ao invés de discalculia.

Relativamente às definições apresentadas há indicação de que a discalculia se refere a uma perturbação estrutural da capacidade matemática, a qual se manifesta, habitualmente, em crianças/jovens em idade escolar mas com capacidade intelectual dentro dos parâmetros considerados normais.

Segundo Adler (2001), crianças com discalculia podem apresentar desempenhos irregulares que podem variar entre excelentes a péssimas prestações, estando o seu sucesso condicionado às áreas de estudo. Pode ainda acontecer que o aluno tenha demonstrado apetência para entender determinado conteúdo numa fase, revelando, mais tarde, incompreensão do mesmo.

Em traços gerais, as definições que surgiram para descrever o significado da discalculia desviavam-se da ideia de lesão cerebral, indicando apenas a existência de dificuldades ao nível do conceito de número e na realização do cálculo numérico.

Gerstmann (1940) e Cohen (1961), tentando pormenorizar essas dificuldades, verificaram que elas resultavam, respectivamente, de desorientação na sequência dos números e suas fracções e de problemas de revisualização (distúrbios que resultam de défices da memória visual, semelhantes à dislexia visual, sendo que o aluno pode ler, escrever e compreender, mas apresentar dificuldades em reorganizar essa informação auditivamente), de ideação (representação de dados e raciocínios), de cálculo e de aplicação de instruções matemáticas. Seguindo esta linha de ideias, também Beauvais (1971), Mondero (1989) e Temple (2002) estabeleceram uma correspondência entre a discalculia e as DA de números e suas operações. Temple reforçou tratar-se de *um transtorno de competência numérica e habilidade aritmética que se manifesta em crianças de inteligência normal que não tenham adquirido lesões neurológicas*. Vieira (Cruz, 1999) reforçou a ideia, referindo que apenas se observa comprometimento da noção do conceito de número, ao nível da leitura, cálculo e escrita. Por sua vez, Casas (1988) considerou, ainda, a existência de outro tipo de dificuldade, semelhante à observada em acalcúlicos, que se relacionava com a utilização de símbolos aritméticos.

Outros investigadores, Walter (Cruz, 1999) e Kosci (1974), generalizaram essas dificuldades a transtornos estruturais das habilidades matemáticas. Kosci indicou tratar-se de um transtorno, genético ou congénito, no substrato anatomo-fisiológico do cérebro, promotor de um desequilíbrio entre a maturação das habilidades matemáticas e a idade cronológica do lesado. García (1998), que se referiu à discalculia do desenvolvimento, e Citolier (1996) partilharam também desta ideia.

Contudo, investigações mais recentes, centradas nas dificuldades observadas em discalcúlicos, possibilitaram reflexões mais abrangentes. É nesse sentido que Johnson & Myklebust (1991) indicaram que estudantes discalcúlicos podem compreender e usar linguagem oral, ler e escrever correctamente, mas não conseguir compreender os princípios e processos matemáticos básicos.

O investigador britânico Butterworth (2003), uma referência actual para o estudo da discalculia, referiu que os discalcúlicos podem executar tarefas matemáticas complexas, mas terem dificuldades em realizar cálculos simples e tarefas rotineiras.

Segundo este investigador, os discalculicos podem ser lentos na realização de actividades de Matemática, podem contar pelos dedos ou mesmo apresentar dificuldades na leitura das horas no relógio de cordas. Adoptou a definição de discalculia divulgada pelo DfES (2001), considerando ser uma condição que afecta a capacidade de aquisição de competências matemáticas, podendo os alunos sentir dificuldades em entender conceitos numéricos simples, ter falta ou diminuta compreensão numérica intuitiva de factos e de procedimentos numéricos. Segundo aquele investigador, alunos discalculicos podem conseguir aplicar um método correcto e eficaz, mas fazem-no sem perceber o seu mecanismo. Geralmente não têm confiança no trabalho que produzem e decoram procedimentos que aplicam, por vezes, em contextos desadequados.

A discalculia do desenvolvimento parece ser um problema específico para o entendimento e acesso rápido a conceitos e factos numéricos básicos (Butterworth, 2005), ou nas palavras de Dehaene (1997), fundamentalmente uma dificuldade com o construto do senso numérico.

Numa perspectiva mais biológica, Shalev (2004) referiu-se à discalculia do desenvolvimento como sendo uma DAE que afecta a aquisição normal das habilidades de aritmética. Para o défice apontou causas genéticas e neurobiológicas, considerando-a uma desordem de base cerebral que pode resultar da disfunção de qualquer um dos hemisférios, embora o enfoque se verifique na área parietotemporal do HE.

Recentemente, Chinn & Ashcroft (2007) fizeram referência às parecenças entre a discalculia e a dislexia, destacando a prevalência, definição, etiologia, métodos de ensino e atitude dos alunos, como sendo aspectos semelhantes. Indicaram ainda como características comuns as dificuldades em processar auditivamente; entender e escrever números; perceber noções de velocidade, temperatura e tempo; compreender a relação estabelecida entre os números; reduzida memória de trabalho, dificuldade em lidar com várias informações ao mesmo tempo e lentidão da velocidade de trabalho. Adler (2001) afirmou:

Há uma variante da discalculia que pode ser chamada discalculia disléxica. Este problema manifesta-se primeiramente em dificuldades de leitura que depois levam a problemas matemáticos para a criança. Estes podem ser problemas em ler símbolos numéricos e configurações em tarefas escritas ou dificuldades em ler números com vários dígitos, pelo que 12 pode ser lido como 21. Ao cometer este erro na leitura da tarefa, a solução estará obviamente incorrecta mesmo que os cálculos estejam correctos. (p.25)

Como se pode constatar, o conhecimento que hoje se reúne em volta da discalculia é de extrema importância para a acção pedagógica, pelo que a sua integração nos sistemas de classificação DSM-IV e CID-10 despertaria consciências e iluminaria o caminho de todos os que se preocupam em adoptar metodologias inclusivas de sucesso.

Actualmente, de acordo com o DSM-IV, a discalculia é vista como um transtorno de Matemática e verifica-se quando a capacidade, individualmente testada, se encontra abaixo do esperado para idade cronológica, inteligência e escolaridade. Observa-se em indivíduos com parâmetros de inteligência normal, ou acima da média, que manifestam dificuldades na realização de operações matemáticas e apresentam falhas ao nível do raciocínio lógico-matemático. Estas limitações não podem ter surgido devido a deficiência auditiva e/ou visual, ou por se relacionarem com ausência ou precariedade de escolarização. Espera-se assim que a próxima edição da DSM (DSM V) substitua a expressão "transtorno de matemática" por discalculia, esclarecendo melhor do que se trata e valorizando o conhecimento oriundo das investigações científicas já realizadas.

Segundo a CID-10, o diagnóstico da discalculia só deve ser feito depois de eliminadas causas como: o ensino inadequado ou incorrecto; os problemas com a visão e/ou audição; os danos ou doenças neurológicas e as doenças psiquiátricas. Neste sistema de classificação, a discalculia é mencionada como uma dificuldade matemática específica:

"...retardo específico em aritmética - Distúrbios em que a característica essencial é um comprometimento grave do desenvolvimento de habilidades aritméticas que não é explicável em termos de retardamento intelectual geral ou à escolarização inadequada." (F80-F89)

Este último sistema de classificação indica que os problemas matemáticos relacionam-se com a falta de compreensão de conceitos matemáticos, de sinais e de símbolos, podendo ainda estar relacionados com a dificuldade em realizar operações normais de contagem, em aplicar o cálculo a tarefas concretas ou em exercitar cálculos de maneiras diferentes. Menciona também problemas na utilização de números apresentados na forma decimal, na capacidade de organização, no envolvimento de noções espaciais, na resolução de problemas e de determinados princípios, como os envolvidos na multiplicação.

A discalculia refere-se então a um transtorno estrutural de maturação das habilidades matemáticas, manifestando-se em erros variados na compreensão dos números, nas habilidades de contagem, nas habilidades computacionais e na solução de problemas verbais.

Face ao exposto, é notório o interesse manifestado por vários investigadores na procura de uma definição assertiva e consensual para a discalculia. É verdade que durante muito tempo as investigações efectuadas tiveram unicamente suporte médico e psicológico, o que no entender da autora deste estudo explica a sua falta de teor prático (no que respeita à identificação de alunos), desconhecimento dos maiores interessados (encarregados de educação, alunos e professores) e reduzida aplicabilidade (na aplicação de metodologias de sucesso). Contudo, já há maior preocupação em envolver os professores nas investigações efectuadas, compreendendo-se que o seu conhecimento poderá contribuir para a identificação de alunos com essas características e para a selecção de metodologia a aplicar.

Relativamente às definições apresentadas, a autora do presente trabalho considera ser evidente que a discalculia resulta de um défice neurológico que condiciona, mas não impossibilita, a aprendizagem de diversas competências matemáticas. Compreende que, em traços gerais, um aluno discalcúlico, comparativamente com o seu grupo de pares, pode alcançar resultados académicos equivalentes ou superiores, em todas as áreas, mas registar baixo rendimento a Matemática. Entende também que a globalidade desses alunos apostará progressivamente no desenvolvimento de outras capacidades, independentes da Matemática, pois eles próprios percebem que o seu empenho à disciplina dificilmente será equivalente ao resultado alcançado. Ao reflectir sobre as definições supracitadas, e reportando o seu conteúdo ao conhecimento científico que reúne no âmbito da Matemática e da Educação Especial, bem como da prática lectiva, a autora do presente estudo destaca a elementaridade do conteúdo matemático das definições apresentadas. Repare-se que por não apresentar uma deficiência mental, o aluno discalcúlico consegue evoluir na aprendizagem de determinadas competências e, nesse sentido, à medida que progride nos seus estudos terá certamente outros problemas para além dos da enumeração e de cálculo, sistematicamente referidos.

Relativamente ao teor das definições apresentadas constata-se não haver clareza na distinção entre DAM resultantes de discalculia ou promovidas por problemas na aprendizagem de conceitos específicos de Matemática.

Quanto a esta interrogação, a autora é da opinião que há evidências que distinguem as duas situações, sendo que esse parecer só será verdadeiro quando os examinadores conhecerem o historial escolar do aluno.

Destaca ainda o papel dos professores, na identificação da problemática, e dos profissionais de saúde e psicologia na realização do diagnóstico, avaliação que permitirá verificar se o aluno apresenta ou não défices cognitivos.

Tentando acentuar a diferença entre a discalculia e os problemas na aprendizagem da Matemática, a autora do presente estudo entende que o professor da disciplina terá aqui o papel de maior importância. Ele conseguirá perceber onde é que o aluno falha e comparar a sua prestação com a dos restantes elementos da turma. Conseguirá perceber por que razão falha, qual foi o nível de empenho durante a execução da tarefa e a que ritmo desenvolve esse trabalho.

Ponderando sobre esses factores, considera que um aluno com problemas na aprendizagem de determinados conteúdos de Matemática, quando empenhado e bem orientado, aprende e evolui, retém a informação com maior facilidade e utiliza-a correctamente noutras situações. Porém, o aluno discalculico, apresentando ou não as mesmas dificuldades, assimila, quase sempre, de forma automatizada, decorando procedimentos que aplica, frequentemente, de forma descontextualizada.

Face ao exposto, a autora deste trabalho considera ser bastante válida a definição publicada pela DfES, utilizada nas investigações mais recentes:

Os alunos com discalculia têm dificuldade em adquirir competências matemáticas. Os alunos podem ter dificuldade em compreender conceitos numéricos simples, podem não ter uma compreensão numérica intuitiva e podem ter problemas na aprendizagem de factos e procedimentos numéricos. (<http://www.education.gov.uk>)

2.3.1.2 Características

Na perspectiva do professor, por mais clara e objectiva que seja a definição de discalculia, se essa não for funcional e não reunir dados suficientes que permitam identificar num aluno características da patologia, então não terá qualquer utilidade. Interessa então compreender que características observadas num aluno, em contexto de sala de aula, poderão permitir que o professor desconfie tratar-se de uma situação de discalculia. Perante a opinião já transmitida pela autora, o período de observação não pode estar limitado a escassos conteúdos leccionados pelo professor e deverá ser acompanhado de um estudo minucioso do caso.

Para além disso, entende-se que as dificuldades manifestadas por um discalcúlico poderão ser divergentes das diagnosticadas noutra, pois estarão sempre associadas à zona cerebral afectada.

Segundo Goswami (2004):

Diferentes sistemas neurais contribuem para a aprendizagem matemática, um deles é o sistema verbal. Ele parece armazenar sistemas numéricos, além de informações aprendidas verbalmente por repetição, como poesia: sustenta o saber de contar e os sistemas numéricos aprendidos por repetição, como as tabelas de repetição. Se uma criança com discalculia também for disléxica, e se a dislexia tiver base fonológica, o sistema neural afectado talvez seja o sistema verbal que sustenta a contagem e o cálculo. (<http://onlinelibrary.wiley.com>)

De um modo simplificado, ajustado apenas aos actuais primeiros anos do ensino básico, um discalcúlico pode evidenciar as seguintes dificuldades (Cruz, 1999):

- símbolos numéricos mal formados;
- incapacidade para somar números;
- incapacidade para reconhecer os sinais das operações e para usar linhas de separação;
- pouca memória numérica;
- dificuldade para ler números com muitos algarismos;
- dificuldade para efectuar o “transporte” de quantidades;
- dificuldade para organizar espacialmente a multiplicação e divisão.

De um modo mais detalhado, Casas (1988) sugere que podem-se detectar as seguintes manifestações:

- Dificuldades na identificação de números (tanto na componente visual - confusão na leitura, por exemplo inversões entre o 2 e o 5 e o 6 e o 9, como na componente auditiva, sons semelhantes);
- Incapacidade para estabelecer uma correspondência recíproca;
- Escassa habilidade para contar de modo compreensivo (associar o número à quantidade);
- Dificuldade na compreensão de conjuntos;
- Dificuldade na conservação (o valor básico não muda mesmo que mude a sua forma ou disposição - propriedades comutativa e associativa);
- Dificuldade em entender o valor segundo a ubiquação de um número (dificuldade em distinguir 760, 607 e 706);
- Dificuldades no cálculo;
- Dificuldades na compreensão do conceito de medida;
- Dificuldade para efectuar a leitura do relógio;
- Dificuldade na compreensão do valor das moedas (na aquisição da conservação da quantidade como é exemplo perceber que $0,40\text{€} = 0,20\text{€} + 0,20\text{€}$);
- Dificuldade na compreensão da linguagem matemática e dos seus símbolos;
- Dificuldade em resolver problemas orais (associadas à dislexia).

Numa perspectiva diferente, Johnson & Myklebust (1991) consideraram que a especificidade da problemática do discalcúlico está na organização visuo-espacial e na integração não verbal. Nessa linha de pensamento, os discalcúlicos não conseguem ser rápidos na distinção das formas, tamanhos, quantidades e comprimentos, sendo que as dificuldades também se colocam quando há necessidade de seleccionar, num grupo de conjuntos, o que tem maior número de objectos.

A discalculia poderá, assim, estar mais ou menos relacionadas com DAMV ou DAMNV, dependendo esta classificação do comprometimento dos hemisférios cerebrais.

As DAMV estarão mais associadas à dislexia, mas também influenciam o desempenho do aluno na realização das tarefas matemáticas propostas. Essas dificuldades implicam dificuldades na contagem, na aprendizagem de símbolos numéricos, no cálculo mental, na subtração (contar em ordem inversa), na aprendizagem e utilização das tabuadas e na aprendizagem de ligações numéricas, entre outras.

Por outro lado, as DAMNV promovem dificuldades ao nível das sequências numéricas, do julgamento de quantidades (base do conceito de número), do entendimento do lugar na sequência, na selecção da operação adequada, na estimação dos resultados de cálculos e quantidades, nos conceitos espaciais, entre outros.

Cazenave (1972) referiu que a incompreensão matemática pode ser influenciada por défice de natureza linguística, com implicações na elaboração do pensamento, devido às dificuldades no processo de interiorização da linguagem, pois esta interfere no raciocínio, desde o plano da percepção até à fase de abstracção. Um aluno que apresenta dificuldades na compreensão de relações e suas reversibilidades tem dificuldades em generalizá-las. O simbolismo numérico surge a partir da correspondência número-quantidade, por isso requer adequado desenvolvimento da função simbólica. De acordo com estas ideias, os alunos com défice linguístico não conseguem fazer corresponder os símbolos orais, quantidade e/ou com a representação gráfica.

Segundo Blender (2004), um discalculico pode demonstrar dificuldades de organização, não conseguir seguir a sua própria linha de pensamento, perder-se no seu raciocínio ou valorizar o que não deve. Os problemas de percepção visual podem também levar a problemas com a habilidade lógica ou afectar a contagem.

Uma vez que a construção do conhecimento matemático pressupõe que se tenha domínio prévio do conteúdo, por ser um processo essencialmente sequencial e de formação de padrões (metalinguagem), as dificuldades presentes na discalculia persistem mesmo quando há domínio do procedimento, pois estes problemas residem no entendimento conceptual e na aplicação desse mesmo procedimento a novas situações-problema. Quando as dificuldades apresentadas na Matemática são apenas de natureza procedimental, em determinada área específica, considera-se que são resultantes de uma aprendizagem deficitária e não de um transtorno de aprendizagem, como a discalculia.

2.3.2 Dificuldades na aprendizagem das Funções

Relativamente à especificidade das DAM retratadas neste trabalho, no âmbito das Funções, serão, seguidamente, apresentadas algumas referências, as mais pertinentes, publicadas por alguns autores. Tendo apenas sido seleccionados, para o estudo de caso apresentado, os dados recolhidos e relacionados com a aprendizagem do referencial cartesiano, das expressões algébricas e da definição de função, serão aqui apenas focalizados aspectos nesse âmbito.

Independentemente das DAM que determinado aluno possa apresentar, Kieran (1992) percebeu, reflectindo sobre os resultados das suas investigações, que os alunos apresentam habitualmente dificuldades na interpretação e utilização de expressões algébricas. Para aquela autora, o modo como as letras são apresentadas aos alunos podem representar dificuldades diversas, podendo essas ocorrer:

- i. No cálculo do valor de expressões do tipo $x + 3$, para determinado valor de x (letra avaliada). Por exemplo, tratando-se de uma função do tipo $f(x) = x + 3$, o aluno pode ter dificuldade, por exemplo, em calcular $f(5)$;
- ii. Na visualização das letras, tendo o aluno tendência para fazer corresponder à letra apenas um número. Essas dificuldades são muitas vezes observadas durante a construção e/ou interpretação de expressões geradoras (letra considerada como número generalizado);
- iii. Na aplicação de fórmulas, situação em que a letra é vista como um objecto concreto;
- iv. Na interpretação da letra como sendo uma variável que representa vários valores desconhecidos e que se relaciona com outros conjuntos de valores, tal como acontece quando se estabelece uma relação entre $f(x) = x^2$ e $y = x^2$ (letra considerada como variável).

Ainda em relação às expressões algébricas, Sajka (2003) refere-se à ambiguidade da notação das Funções, confusa na perspectiva do aluno. Acrescentou que a compreensão e utilização correcta dessas notações exigem flexibilidade ao nível da compreensão, sendo que, por exemplo, um aluno pode assumir interpretações diferentes quando faz a leitura $f(x) = 2x + 3$. Esse aluno pode considerar f como sendo o nome da função, fazer-lhe corresponder um valor, interpretá-la como sendo uma fórmula ou até pensar que se trata de uma abreviatura da palavra função. Os alunos poderão ainda fazer dois tipos de interpretações, considerando a função ora como um objecto, ora como um processo operacional. Na primeira visão, interpretação estrutural, a função é representada por um conjunto de pares ordenados e na segunda, interpretação processual, é trabalhada como sendo um processo computacional.

Ursini e Trigueros (2001), relativamente ao uso de símbolos, entendem que as dificuldades podem surgir no entendimento da variável enquanto termo desconhecido ou incógnita, como sendo um número generalizado ou pelo facto de poder estabelecer uma relação funcional entre as variáveis.

Para aquelas investigadoras, quando a variável assume o papel de incógnita, o aluno pode registar dificuldades em: reconhecê-la e interpretá-la no contexto apresentado, enquanto representação de um valor; substituí-la por um ou mais valores, executar as operações algébricas e/ou aritméticas para determinar a quantidade desconhecida, em representá-las e utilizá-las na formulação de equações.

Por sua vez, quando a variável é apresentada como número generalizado, então requer que o aluno: reconheça padrões e compreenda regras e processos; identifique o símbolo como sendo um objecto genérico; deduza regras e processos gerais; manipule símbolos, nomeadamente na simplificação de expressões algébricas; represente simbolicamente regras e processos gerais.

Por fim, a variável numa relação funcional exige que o aluno consiga: estabelecer e representar correspondências entre informação contida em tabelas, gráficos, problemas verbais ou expressões analíticas; determinar o valor das variáveis independente e dependente, utilizando adequadamente os dados fornecidos; reconhecer a variação simultânea das variáveis intervenientes numa relação, independentemente da sua forma de representação e determinar os intervalos de variação de uma das variáveis quando conhecidos os da outra.

Usiskin (1998) defendeu que o nome *variável* ajusta-se melhor a situações de proporcionalidade directa, representada algebricamente pela expressão $y = kx, k \neq 0$, verificando-se co-variação entre as letras x (argumento da função), y (o valor da função) e k , a constante de proporcionalidade directa (parâmetro da função). Também nesta situação, estabelecer uma relação funcional entre uma tabela/gráfico e a expressão analítica exige compreensão do problema, identificação das variáveis independente e dependente, substituição e cálculos correctos, bem como a determinação do parâmetro constante.

No que se refere à representação de funções, alguns investigadores (Duval, 2006) destacam a importância da utilização das diferentes representações para melhor consolidação de conceitos específicos das funções. Consideram que os alunos compreenderão e utilizarão melhor esses conceitos quanto maior for a sua habilidade para transitar entre essas representações, sejam elas gráfica, tabelar, algébrica ou verbal. Tal situação colmata também as desvantagens apresentadas por algumas das representações.

No que respeita à definição de função, Kieran (1992) defende que introduzi-la através de exemplos facilita a sua compreensão e utilização em contexto adequado. É nesse sentido que defende a sua utilização enquanto relação entre elementos de dois conjuntos, em detrimento do conceito de função como uma dependência entre duas variáveis. Seguindo a mesma linha de pensamento, Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999) consideram que a utilização das duas abordagens pode criar ainda mais confusões e dificuldades na aprendizagem das funções.

A aprendizagem das funções resulta de uma complexa actividade cognitiva por parte dos alunos, no sentido em que exige a aquisição de linguagem e simbologia próprias, compreensão e flexibilidade na aplicação de conceitos, utilização de representações diferenciadas, aptidão para identificar analogias e estabelecer relações e correspondências biunívocas ordenadas, capacidade de abstracção e de generalização, entre outras.

É nesse sentido que a leccionação deste tema deverá ser cuidadosamente preparada, tendo em conta o conhecimento que se tem do público-alvo. O processo de aprendizagem deve assim ser construtivo e resultar da aplicação de um conjunto de experiências diversificadas que permitam passar dos métodos informais (experiências significativas para o aluno) para os formais (linguagem matemática específica). Não é por acaso que o tema das funções é, globalmente, iniciado com a representação de várias correspondências onde vão surgindo, de forma natural, símbolos, termos e conceitos específicos.

Constata-se que a interpretação e construção dessas representações, bem como a transferência dos conhecimentos adquiridos, de umas para as outras, facilitam a compreensão e aquisição de competências, por parte dos alunos. O processo de transferência dos conhecimentos entre as diferentes representações parece também ser exigente, contudo, para alunos com DAM, poderá tornar-se mais simples quanto maior for o número de tarefas propostas, relativas a cada representação, e melhor for a sua qualidade. Para alguns alunos essa qualidade poderá não referir-se apenas à selecção de exercícios significativos, mas também ao contacto repetitivo e diversificado com a linguagem própria das funções.

Um aluno discalculico pode manifestar dificuldades diversas no decorrer da aprendizagem das funções. Essas dificuldades poderão ocorrer, por exemplo, durante a leccionação do referencial cartesiano, ou durante a interpretação e construção de gráficos, caso o aluno demonstre dificuldades visuo-espaciais. Poderá revelar défices na compreensão de conceitos (abscissa, ordenada, objecto, imagem) e definições (função, proporcionalidade directa), bem como em utilizá-los em contextos diferenciados. A interpretação e utilização de linguagem simbólica poderá também ser um obstáculo à aprendizagem do tema, sendo que o aluno poderá ter dificuldades em estabelecer associações do género $y = f(x)$, em interpretar o significado de $f(3)$, de $f(x) = 5$ ou na compreensão que $y = f(x)$. Poderão ainda surgir dificuldades na leitura de sinais operacionais, como é exemplo a função $f(x) = 2x + 7$ em que o aluno pode não determinar correctamente $f(0)$ por não reconhecer a multiplicação. O cálculo numérico, encontrando-se quase sempre afectado, pode comprometer o ritmo de trabalho do aluno e a aquisição de novas competências.

Capítulo 3

Metodologia do estudo e tarefas propostas

Neste capítulo apresentam-se a metodologia de investigação adoptada e algumas das tarefas propostas à aluna.

Inicia-se com uma breve descrição da componente empírica do estudo, dando indicações sobre as opções metodológicas, os procedimentos organizacionais, os princípios didácticos implementados, os instrumentos de recolha de dados e o tratamento e análise de dados.

Na segunda parte do capítulo apresentam-se algumas das tarefas propostas a Alice, respeitantes aos conteúdos *Referencial Cartesiano*, *Expressão Algébrica* e *Conceito de Função*.

3.1 Descrição do estudo

3.1.1 Opções metodológicas

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, de cunho descritivo e interpretativo e foi conduzida pelo método de estudo de caso (Yin, 1994). Com a sua implementação procurou-se identificar e compreender as dificuldades que experimenta uma aluna discalculica, que frequenta o sétimo ano de escolaridade pela primeira vez, quando aprende conceitos específicos das Funções, através da aplicação do Novo Programa de Matemática do Ensino Básico (NPMEB), mediante uma intervenção educativa atempada com a implementação de estratégias específicas redefinidas consoante as dificuldades manifestadas pela aluna.

No que respeita às competências seleccionadas, respeitantes ao capítulo das Funções do NPMEB do sétimo ano de escolaridade, pretendeu-se aferir de que forma a aluna sob observação compreende e utiliza o conceito de Função, enquanto relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos; as diferentes notações e representações das Funções; a variação de uma Função representada por um gráfico e a relação entre situações de proporcionalidade directa e sua representação gráfica.

A autora deste trabalho assumiu os papéis de professora e investigadora, numa escola da área suburbana de Coimbra, em contexto turma e individualmente. A investigação efectuada focalizou-se na aluna discalculica, Alice, apesar de se ter tido em consideração o seu grupo de pares, em particular os alunos que frequentaram a mesma turma que ela desde o pré-escolar, pois pertencendo estes à mesma faixa etária e tendo usufruído do mesmo tipo de ensino, forneceram elementos que permitiram evidenciar as características da discalculia presentes na aluna.

3.1.2 Procedimentos organizacionais

Para implementação da componente empírica do estudo foram realizados alguns procedimentos organizacionais, dos quais se destacam a consulta e análise do historial escolar da aluna e o acompanhamento individualizado. Todo o processo de investigação individualizado ocorreu em três fases:

1.ª Fase: Consulta e análise de informação

1. Observação, no seu ambiente natural, do comportamento, postura e prestação no âmbito da disciplina de Matemática;
2. Recolha de informação junto dos professores do conselho de turma, director de turma e professora de Matemática dos anos lectivos transactos;
3. Análise dos resultados escolares da aluna desde o primeiro ano de escolaridade;
4. Diálogo com os encarregados de educação no sentido de recolher informações sobre o desenvolvimento e resultados da aluna, desde o pré-escolar;
5. Identificação de características discalculicas evidenciadas pela aluna.

2.ª Fase: Diagnóstico e apoio pedagógico personalizado

6. Encaminhamento para diagnóstico especializado (trabalho desenvolvido pela Técnica Superior de Reabilitação e Educação Especial):
 - a) Realização de testes para despiste de discalculia;
 - b) Sessões de acompanhamento individual ministrados à aluna;
7. Sessões de acompanhamento individual (autora deste trabalho), visando:
 - a) Identificar dificuldades no âmbito das Funções (propor a resolução de tarefas de aferição de pré-requisitos necessários à aprendizagem das Funções);
 - b) Definir objectivos (de acordo com as dificuldades diagnosticadas e com as exigências programáticas do capítulo das Funções do sétimo ano de escolaridade);

- c) Seleccionar e elaborar material ajustado ao perfil da aluna (tendo em consideração as dificuldades diagnosticadas, o ritmo de trabalho da aluna e a obrigatoriedade do programa das Funções);
 - d) Implementar estratégias (revisão de conteúdos leccionados, exemplificação, auxílio na leitura e na interpretação de enunciados, utilização de técnicas de sublinhado e negrito das palavras-chave, desdobramento e sequencialização das tarefas, resolução de tarefas ajustadas ao perfil da aluna, repetição dos conceitos mais importantes quer na oralidade quer nas tarefas práticas propostas, reforço da auto-estima, incentivo aos hábitos de persistência e à exposição de ideias, entre outras).
 - e) Observar o desempenho da aluna na concretização das tarefas propostas (observar a atitude da aluna perante a tarefa colocada - desistência, persistência, ansiedade, autonomia, consulta de materiais auxiliares como o caderno diário e a calculadora, incorrecção ou correcção parcial ou total da tarefa proposta);
 - f) Intervir no sentido de esclarecer dúvidas e facilitar o processo de aprendizagem (auxiliar a aluna quando ela não consegue resolver a tarefa, aplicando as estratégias supracitadas);
 - g) Recolher e analisar os dados isolados (a conduta e as respostas orais no diário de registos da professora ou através do gravador áudio, recolher os registos escritos das tarefas elaboradas pela aluna e analisar todas as evidências, estabelecendo comparação com o exposto na revisão de literatura. Reflectir sobre o desempenho da aluna no sentido de perceber se há evolução ou necessidade de redefinir estratégias).
8. Pedagogia diferenciada na sala de aula:
- a) Assegurar a criação de um ambiente estruturado (os conteúdos são expostos de forma sequencial depois de preparar a aluna, durante as sessões de apoio individual, para as novas aprendizagens) e securizante (por forma a aluna a sentir-se confiante para expor as suas dúvidas e raciocínios perante o seu grupo de colegas);
 - b) Reposicionar a aluna dentro da sala de aula, facilitando o contacto directo e imediato entre professora e a aluna (a reposição na fila central, na primeira carteira, permite que a professora acompanhe e auxilie a aluna na execução das tarefas e no esclarecimento de dúvidas, podendo ainda facilitar a compreensão dos conteúdos transmitidos e melhorar os índices de atenção e concentração);

- c) Adoptar opções metodológicas flexíveis, solicitando a participação constante da aluna (mudar de estratégias e de tarefas consoante as necessidades da aluna);
- d) Acompanhar e registar a prestação da aluna, comparando o seu desempenho e ritmo de trabalho com o dos restantes elementos do seu grupo de pares.

3.ª Fase: Tratamento e análise dos dados

- 9. Seleccionar a informação pertinente;
- 10. Analisar os dados;
- 11. Enquadrar o fenómeno observado nas teorias apresentadas;
- 12. Reflexão;
- 13. Conclusões.

3.1.3 Princípios didácticos

Na análise de dados teve-se em atenção o efeito alcançado após implementação das seguintes estratégias:

- a) Reposicionamento da aluna em contexto sala de aluna para facilitar o processo de recolha de dados, o esclarecimento de dúvidas e o incentivo à realização das actividades;
- b) Antecipação de conteúdos para facilitar a aprendizagem por repetição, por diversificação de estratégias e metodologias e para equilibrar o ritmo de trabalho da aluna relativamente ao seu grupo de pares;
- c) Adequação na forma como é colocada a questão, aplicando técnicas de sublinhado, negrito, entre outras, para direccionar a atenção da aluna para os aspectos mais relevantes;
- d) Subdivisão dos enunciados de maior complexidade em várias questões, apresentadas de forma sequencial;
- e) Orientação na leitura dos enunciados, com repetição da leitura em voz alta, por parte da aluna, visando treinar a compreensão leitora e a selecção da informação necessária à resolução das tarefas;
- f) Esclarecimento de dúvidas resultantes da leitura dos enunciados, esquemas, tabelas e/ou gráficos;
- g) Exemplificação por parte da professora, visando facilitar a reaprendizagem de competências anteriormente leccionadas;
- h) Repetição constante dos conteúdos leccionados, sempre que possível com recurso a mnemónicas, procurando fomentar a assimilação e memorização de conteúdos leccionados;
- i) Treino do cálculo numérico;
- j) Desenvolvimento da capacidade de leitura e de utilização de linguagem simbólica;
- k) Recurso à esquematização, selecção e organização dos dados para facilitar o raciocínio e a aplicação de conhecimentos;
- l) Reforço positivo no sentido de fomentar a auto-estima da aluna;
- m) Fomentação de hábitos de persistência;
- n) Incentivo ao esclarecimento de dúvidas e exposição de ideias;
- o) Valorização da participação oral;
- p) Diversificação dos critérios de avaliação.

Na análise das respostas dadas pela aluna reflectiu-se sobre a sua prestação. Aferiu-se a razão pela qual não respondeu à questão ou por que razão respondeu erradamente, na totalidade ou parcialmente. Ponderou-se sobre o tipo de resposta, tentando-se perceber se não teve tempo para executar a tarefa, se foi precipitada, se desconhecia ou não se lembrava dos conteúdos necessários à resolução, se não percebeu o enunciado, se percebeu mas não conseguiu transmitir os seus conhecimentos, se se baralhou durante a exposição de raciocínios ou se ficou demasiado ansiosa, entre outros factores.

3.1.4 Instrumentos de recolha de dados

No processo de recolha de dados recorreu-se a várias técnicas próprias da investigação qualitativa, seleccionadas de acordo com a especificidade da actividade e da aluna. Relativamente aos instrumentos aplicados, convém distinguir os que serviram de base à avaliação efectuada pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação e os que foram elaborados e aplicados pela autora deste trabalho.

Instrumentos aplicados pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação:

- Teste de Conners para professores (TCP);
- Teste de Conners para pais;
- Bateria de testes para despiste da Discalculia;
- Relatório de avaliação psicopedagógica (RAPP).

Instrumentos aplicados pela autora do trabalho:

- Registos escritos da aluna (RA);
- Registos escritos da professora (RP);
- Registos áudio/gravação (RG).

No que se refere ao processo de avaliação implementado pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação, foi administrado o teste de Connors para professores, aplicado à directora de turma e aos responsáveis pelas áreas curriculares de Língua Portuguesa e Matemática. Foi também aplicado o teste de Connors aos pais da aluna, havendo referência dessa situação no relatório de avaliação psicopedagógica elaborado pela especialista.

Quanto aos instrumentos aplicados pela autora do trabalho, destacam-se as actividades dinamizadas nas sessões de apoio individualizado e em contexto turma. Da observação efectuada surgiram os registos da professora, constantes no diário de registos, e os registos da aluna, incluindo os que se referem às avaliações escritas. O registo áudio serviu ainda de elemento de recolha de dados, tendo sido utilizado no decorrer das sessões de apoio individual.

3.1.5 Tratamento e análise dos dados

O tratamento e a análise dos dados iniciou-se com a consulta do processo individual da aluna, respeitante ao desempenho escolar durante os primeiro e segundo ciclos, tendo sido analisadas todas as informações consideradas pertinentes para o presente estudo. O conhecimento que adveio dessa análise, bem como da observação e do desempenho da aluna em contexto sala de aula, no decorrer do primeiro período, possibilitou a identificação de DAM, compatíveis com a discalculia, e baseou o processo de definição de objectivos, orientando a autora na selecção de estratégias e na elaboração dos materiais a serem implementados. Todas as dificuldades identificadas foram analisadas à luz da problemática, tendo a autora confrontado os dados recolhidos com os pressupostos teóricos apresentados no capítulo dois. A análise desses dados facilitou ainda o processo de caracterização da aluna.

Esta recolha de informações permitiu conhecer melhor Alice e confrontar as opiniões e o conhecimento que os diferentes técnicos de educação adquiriram em relação a ela. Reuniram-se assim elementos suficientes para iniciar a recolha de dados referentes ao estudo pretendido. Quanto a esse processo de investigação, foram analisados todos os dados resultantes das tarefas implementadas em contexto sala de aula e durante as sessões de apoio individualizado. Esses dados, presentes nos registos escritos da aluna, no diário de registos da professora e em registos áudio, aferiram o desempenho em termos individuais e comparativamente com o seu grupo de pares.

Identificaram-se ainda DAM globais, compatíveis com a discalculia, possibilitando a reestruturação de objectivos, selecção de actividades e metodologias de trabalho. Foi nesse sentido que a aferição de pré-requisitos necessários à aprendizagem do capítulo das Funções se estendeu ao longo da leccionação de todo o capítulo, antes da introdução de novos conteúdos.

Após a recolha dos dados, o seu tratamento e a sua análise iniciaram-se com a separação dos registos por categorias de análise e de forma temporal. Posteriormente, as categorias de análise definidas, a saber, *referencial cartesiano*, *expressão algébrica* e *conceito de Função*, foram analisadas separadamente, na sua individualidade. A autora teve ainda em atenção as informações relativas aos níveis de empenho, autonomia, ritmo de trabalho e ansiedade observados em Alice, bem como do sucesso na execução das tarefas.

3.2 Tarefas propostas

Seguidamente apresentar-se-ão algumas das tarefas propostas à aluna, desenvolvidas durante a aprendizagem das funções. Para facilitar a compreensão do leitor segue-se um esquema/resumo das mesmas.

Quadro n.º 3.1: Síntese de tarefas desenvolvidas por Alice

Tarefa					
Número	Designação	Assunto	Objectivos	Contexto	Calendarização
1	Números Inteiros	Comparação numérica e representação de n^{os} inteiros na recta numérica	Estabelecer ordem de grandeza entre números. Representar números na recta numérica.	Apoio Individual	19-01-2011
2	Batalha Naval	Referencial Cartesiano	Ter noções de lateralidade, compreender os conceitos de linha e coluna. Identificar, assinalar pontos no plano e escrevê-los sob a forma de par ordenado.	Apoio Individual	21-01-2011
3	Pontos do Plano	Referencial Cartesiano	Compreender os conceitos de paralelismo e perpendicularidade. Identificar, assinalar pontos no plano e escrevê-los sob a forma de par ordenado.	Apoio Individual	25-01-2011
4	Generalidades do Referencial Cartesiano	Referencial Cartesiano	Interpretar conceitos (quadrante, eixos, coordenadas, abscissa e ordenada). Identificar, assinalar pontos no plano e escrevê-los sob a forma de par ordenado.	Contexto Turma Ficha de Avaliação	03-03-2011
5	Sequências Numéricas	Expressão Algébrica	Reconhecer padrões numéricos; Estabelecer relação entre variáveis; Determinar uma expressão algébrica.	Apoio Individual	07-02-2011
6	Area do quadrado	Expressão Algébrica	Aplicar a fórmula da área do quadrado; Estabelecer correspondência entre variáveis; Interpretar linguagem simbólica das funções; Analisar e interpretar expressões algébricas.	Apoio Individual	14-02-2011
7	Letras	Expressão Algébrica	Interpretar letras; Aplicar conceitos; Construir e interpretar expressões algébricas.	Contexto Turma Ficha de Avaliação	03-03-2011
8	Proporcionalidade Directa	Expressão Algébrica	Relacionar a função linear com a de P.D.; Identificar pontos do gráfico de uma função; Representar algebricamente uma função linear.	Contexto Turma Ficha de Avaliação	03-03-2011
9	Correspondências	Conceito de Função	Compreender o conceito de função como relação entre variáveis e como correspondência entre dois conjuntos. Analisar e interpretar uma função a partir das	Contexto Turma Ficha de Avaliação	03-03-2011

3.2.1 Referencial Cartesiano

A História da Matemática faz alusão a muitos episódios, decorrentes do dia-a-dia, que poderão estar na base da descoberta de muitos princípios matemáticos. Relativamente à descoberta do referencial cartesiano, conta-se que surgiu no séc. XVII quando Descartes decidiu representar, num sistema de base quadriculada, as posições de uma mosca que sobrevoava o seu quarto enquanto estava deitado. Para tal, usou um referencial definido por dois eixos, com origem comum, o qual permitiu a representação de pontos com a ajuda de pares ordenados. Actualmente, a utilização do referencial cartesiano exige a compreensão e utilização de vários conhecimentos matemáticos.

Como pré-requisitos, entende-se que o aluno deverá saber como representar pontos numa recta numérica, sendo por isso necessário que consiga estabelecer relações numéricas. Deverá ainda ter capacidades visuo-espaciais para poder identificar coordenadas e representá-las assertivamente. Espera-se ainda que consiga não só representar, de forma correcta, através de simbologia própria, as coordenadas de um ponto, mas também que conheça o significado de abcissa e de ordenada, bem como a sua relação com os eixos coordenados.

Tarefa n.º 1

No sentido de aferir os conhecimentos de Alice relativamente à comparação de números inteiros e fraccionários e sua representação na recta numérica, bem como o conhecimento do termo abscissa, conteúdos explorados desde o quinto ano de escolaridade, a professora solicitou a resolução da tarefa n.º 1 (figura n.º 3.1).

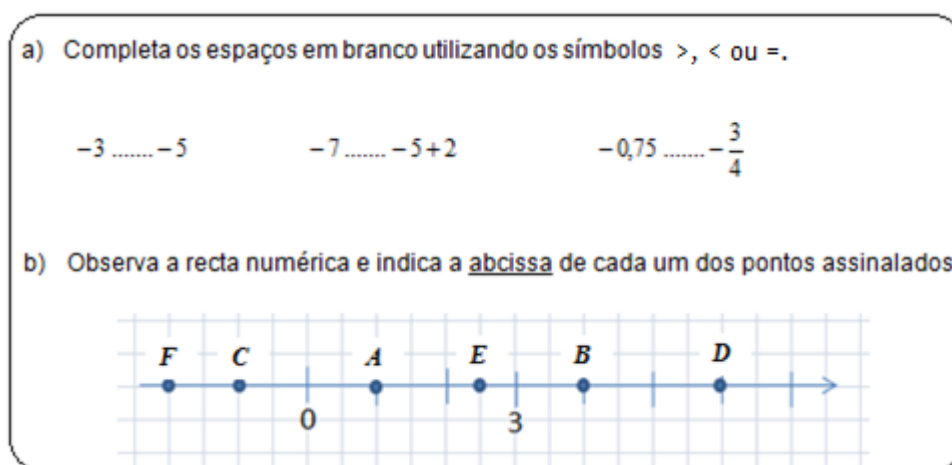


Fig. 3.1 - Números inteiros (tarefa n.º 1)¹

Esta tarefa foi proposta durante as sessões de apoio individualizado com a pretensão de identificar a existência, e/ou promover a aquisição, de pré-requisitos necessários à compreensão do referencial cartesiano e ao desenvolvimento de competências numéricas associadas às funções. Em relação ao referencial cartesiano, pretendia-se aferir se Alice seria capaz de reconhecer a ordem de grandeza de números. Esta competência será fundamental para se assinalarem pontos num referencial cartesiano, conhecidas as suas coordenadas. O apuramento do grau de destreza do cálculo mental, da realização de operações numéricas, do paralelismo estabelecido entre as representações decimal e fraccionária e do conhecimento de conceitos específicos como o de abscissa, serviram ainda para nortear o trabalho a desenvolver junto da aluna antes da leccionação do capítulo das funções.

Com a aplicação da alínea b) poder-se-á averiguar como Alice interpreta as abscissas assinaladas na recta numérica e perceber o conhecimento que possui em relação a conceitos específicos como o de abscissa. Este é também um exercício introdutório ao estudo do Referencial Cartesiano, sendo possível associar a recta numérica ao eixo das abscissas, para posteriormente se introduzir o eixo das ordenadas.

1) Exercício adaptado do manual PI6 ASA, página 17

No caso de se detectarem essas dificuldades, Alice poderá revelar, durante a aprendizagem do *referencial cartesiano*, confusão ao nível da orientação espacial, tanto na localização de coordenadas, como na percepção da distância existente entre diferentes pontos. É normal um aluno com estas limitações não ter noção imediata e distinta de linha e de coluna. Um aluno discalcúlico poderá identificar pontos num eixo cartesiano, mas revelar dificuldade em escrevê-los sob a forma de par ordenado, podendo trocar sistematicamente abcissa e ordenada. Esta troca poderá também verificar-se em relação aos termos abcissa/ordenada e objecto/imagem. Face ao exposto, um aspecto importante que se tentou aferir com a aplicação da tarefa n.º 2 foi ainda o de perceber como Alice utilizaria a simbologia de par ordenado, mediante as indicações dadas pela professora e sugestionadas na tabela que figura no final desta tarefa.

Tarefa n.º 3


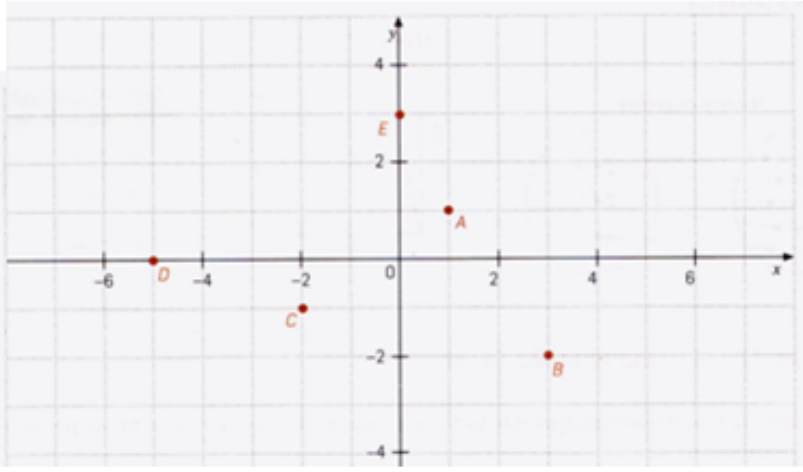
A utilização de exemplos significativos para os alunos é apontada como uma metodologia facilitadora das aprendizagens, no sentido em que estimula a atenção, a memória e o raciocínio abstracto. Foi nesse sentido que se aplicou a tarefa n.º 3 (figura n.º 3.3), durante as sessões de apoio individual, a qual exigiu aplicação de conhecimentos de orientação espacial, nomeadamente flexibilidade entre identificação e representação de pontos e da utilização de simbologia própria. É também aqui focada a questão da perpendicularidade e do paralelismo relativamente aos eixos coordenados, noções relacionadas com a lateralidade.

Com a aplicação da alínea a), procurou conduzir-se a aluna à identificação de pontos assinalados em diferentes quadrantes e sob os eixos coordenados. De forma intencional estimulou-se a leitura de números inteiros e fraccionários, positivos e negativos, e a identificação da origem do referencial. Para estimular a escrita assertiva das coordenadas dos pontos, e evitar a troca entre abcissa e ordenada, associou-se a linha à abcissa e a coluna à ordenada. Nesse sentido, tal como aconteceu na execução da tarefa número dois, *Batalha Naval*, Alice deveria entender o eixo das abcissas como "linha" e o eixo das ordenadas como "coluna". Para escrever as coordenadas do ponto identificado, a aluna deveria então efectuar a leitura dos números que figuravam na linha (situação praticada durante a revisão dos conteúdos relacionados com a recta numérica, como é exemplo a tarefa n.º 1) e na coluna.

Relativamente à questão apresentada na alínea b), procurou-se aferir se Alice conseguiria aplicar os conhecimentos adquiridos para efectuar a leitura de pontos do plano escritos sob a forma de par ordenado e, posteriormente, assinalá-los no eixo cartesiano.

Espinho é uma cidade do litoral, próxima do Porto, cujas ruas são paralelas e perpendiculares umas às outras.

Admite que foi aplicado um referencial sobre a cidade, encontrando-se marcados alguns locais. Supõe que os pontos *A*, *B*, *C*, *D* e *E* se referem às localizações das casas da Ana, do Bernardo, da Carla, do Dimis e do Eduardo.

a) De acordo com a representação, completa a tabela:

Pontos	Coordenadas (n.º linha; n.º coluna)
<i>A</i>	
<i>B</i>	
<i>C</i>	
<i>D</i>	
<i>E</i>	

b) Assinala no referencial dado as coordenadas correspondentes às localizações da Escola, $S \mapsto (3;4)$, do Centro de Saúde, $T \mapsto (0;-2)$, dos Correios $U \mapsto (4;0)$ e dos bombeiros $V \mapsto (-2;-4)$.

Fig. 3.3 - Pontos do plano (tarefa n.º 3)²

Tarefa n.º 4

Visando a aferição e avaliação de conhecimentos leccionados e treinados em contexto sala de aula e nas sessões de apoio ministradas, aplicou-se a tarefa n.º 4 (figura n.º 3.4), em contexto turma, numa ficha de avaliação de conhecimentos. Através da observação directa e da resolução apresentada pela aluna será possível tirar conclusões acerca da aquisição de competências globais e específicas. Relativamente às aquisições globais poder-se-á indagar acerca do ritmo de trabalho observado na execução da tarefa, do rechamamento da memória relativamente a termos e significados (coordenadas, quadrantes, eixo das ordenadas, coordenadas, abcissa e ordenada) e da compreensão leitora. Em termos específicos, poder-se-á analisar se, e de que forma, Alice identificou e representou pontos no referencial cartesiano, como utilizou notação e simbologia própria para coordenadas de pontos do plano, se compreendeu e como utilizou termos específicos.

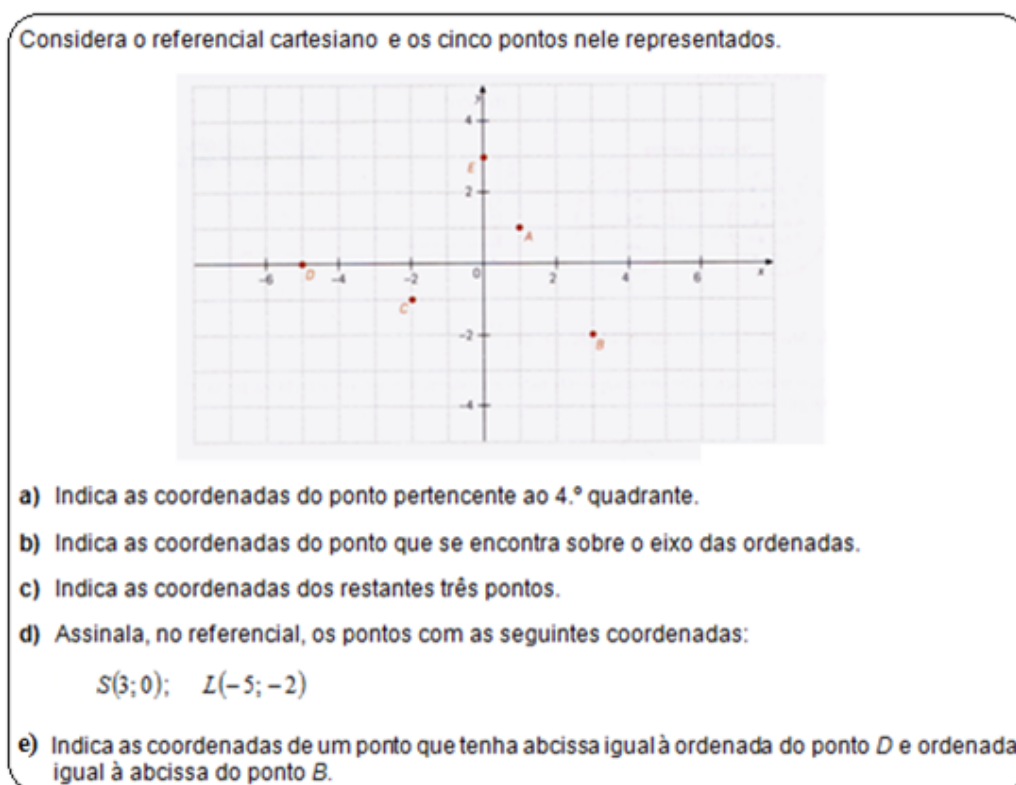


Fig. 3.4 - Generalidades do Referencial Cartesiano (tarefa n.º 4)³

3) Exercício adaptado do manual Realmat 7.º ano, página 106

3.2.2 Expressão algébrica

A interpretação, análise e construção de expressões algébricas fomentam o desenvolvimento da capacidade de abstracção e de generalização, pois exigem que se identifiquem padrões regulares e estabeleçam relações entre as diferentes variáveis.

Estas competências também influenciam o desempenho dos alunos na resolução de problemas, visto que desenvolvem o sentido de estratégia, a comunicação matemática, a interpretação e utilização de simbologia, para além do cálculo numérico.

O envolvimento das variáveis, a relação existente entre elas e a sua utilização em contextos diferenciados (gráfico, diagrama, tabelas, entre outras), quando bem assimilada, pode contribuir para uma melhor compreensão e utilização do conceito de Função e de todos os que lhe estão associados (objecto, imagem,...).

Tarefa n.º 5

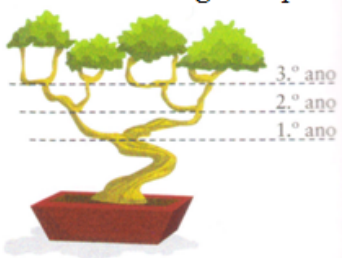
A tarefa n.º 5 (figura n.º 3.5) foi aplicada durante as sessões de apoio individual e procurou aferir a capacidade de generalização e o raciocínio aplicado pela aluna. Poderá assim perceber-se se Alice consegue reconhecer padrões numéricos, estabelecer relação entre variáveis e determinar uma expressão algébrica. O facto deste exercício se relacionar com conteúdos leccionados anteriormente, fazendo parte da matéria que se antecipa e se relaciona com a leccionação das funções, possibilitou uma aferição da memória a curto prazo, nomeadamente no que concerne à aplicação de estratégias e à inferência de raciocínios.

Fig. 3.5 - Sequências numéricas (tarefa n.º 5)

O bonsai representado na figura ao lado cresce de acordo com o seguinte padrão:

- *ao fim de **um** ano tem **um** ramo;*
- *ao fim de **dois** anos tem **dois** ramos;*
- *ao fim de **três** anos tem **quatro** ramos;*
- *ao fim de **quatro** anos tem **oito** ramos.*

*Quantos ramos terá daqui a **dez** anos?*
*Quantos ramos terá daqui a **n** anos?*



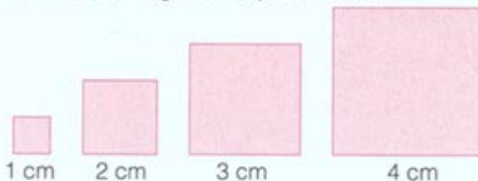
Tarefa n.º 6

A tarefa que se segue, relacionando elementos de dois conjuntos e obrigando à interpretação e utilização de expressões algébricas, foi seleccionada também pelo facto da professora ter identificado em Alice dificuldades acentuadas na utilização de fórmulas, mesmo as mais simples, como as do perímetro e da área do quadrado.

A tarefa foi aplicada durante as sessões de apoio individualizada depois de já se terem implementado exercícios semelhantes para atenuar as dificuldades observadas.

Nesse sentido, torna-se possível averiguar se Alice consegue aplicar a fórmula da área do quadrado, estabelecer correspondência entre variáveis (comprimento do lado e área do quadrado), interpretar linguagem simbólica das funções e analisar e interpretar expressões algébricas.

Considera os seguintes quadrados.



1 cm 2 cm 3 cm 4 cm

Observa a tabela seguinte.

Comprimento do lado (em cm)	Área do quadrado (em cm ²)
1	★
2	4
3	★
4	★

a. As estrelas escondem números. Descobre-os e escreve no teu caderno a tabela completa.

b. Seja f a função que ao comprimento do lado, em centímetros, de cada quadrado faz corresponder a respectiva área, em centímetros quadrados.

O que representa x se $f(x) = 25$?

Fig. 3.6 - Área do quadrado (tarefa n.º 6)⁴

4) Exercício retirado do manual Matemática Dinâmica 7.º ano, página 17

Tarefa n.º 7

Esta tarefa, por ser diversificada, permite compreender se Alice evoluiu na interpretação de situações que exijam a aplicação de fórmulas e a utilização de variáveis para construir e trabalhar com expressões algébricas. Neste caso, solicita-se o cálculo do perímetro de um quadrado quando o comprimento dos seus lados assume valores numéricos concretos ou uma variável.

A apresentação de uma tabela torna possível averiguar como a aluna lê e interpreta a informação e como a relaciona com outras representações de função.

É ainda exigido que aplique conceitos específicos como o de perímetro, função e proporcionalidade directa.

Através deste exercício poder-se-á averiguar de que modo Alice interpreta e utiliza letras com o significado numérico, de variável e parâmetro (constante de proporcionalidade directa).

Considera os quadrados cujos comprimentos dos lados são 0,5 cm; 1 cm; 1,5 cm e 2 cm.

Lado do quadrado (cm) X	0,5	1	1,5	2	x
Perímetro do quadrado (cm) Y	a	b	c	d	e

a) Na tabela que se segue, quais os números que devem estar no lugar das letras a, b, c e d e que expressão deve figurar no lugar da letra e?

b) O **perímetro** de um quadrado é **função** da medida do seu lado? Justifica a tua resposta

c) Mostra que as grandezas x e y são directamente proporcionais e indica o:

- valor numérico correspondente à constante de proporcionalidade directa.
- significado da constante de proporcionalidade directa?

Fig. 3.7 - Letras (tarefa n.º 7)⁵

5) Exercício adaptado do caderno de actividades Matemática Dinâmica 7.º ano, página 34

Tarefa n.º 8

Estabelecer uma conexão entre um gráfico e uma expressão analítica pode não ser tarefa fácil, face às competências que se exigem e que se relacionam com a identificação das variáveis, independente e dependente, substituição dessas por valores numéricos e execução de cálculos, não esquecendo a determinação do parâmetro constante. Para aferir a prestação da aluna na aplicação desses conhecimentos, propôs-se a tarefa n.º 8 (figura n.º 3.8), aplicada em contexto turma, na ficha de avaliação de conhecimentos.

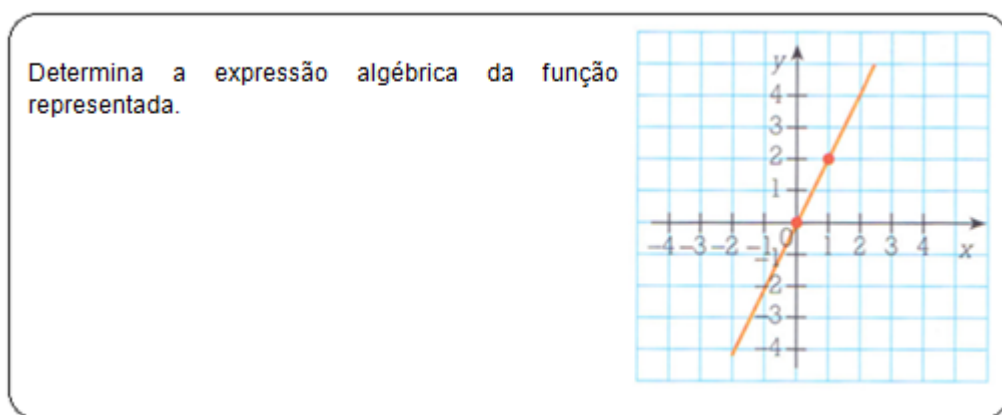


Fig. 3.8 - Proporcionalidade directa (tarefa n.º 8)⁶

Refira-se que este tipo de exercício foi praticado diversas vezes por Alice, individualmente e em contexto turma. Neste caso exige-se que a aluna consiga estabelecer uma relação entre a função linear representada e as expressões algébricas relacionadas com as situações de proporcionalidade directa. Para concluir a tarefa é ainda necessário que consiga identificar as coordenadas de um dos pontos da recta e saber como determinar o parâmetro k correspondente à expressão algébrica solicitada. A tarefa estará ultimada quando Alice revelar capacidade para escrever assertivamente a expressão algébrica correspondente à situação representada, tendo substituído o parâmetro k pelo respectivo valor numérico calculado.

6) Exercício adaptado do caderno de actividades Matemática 7.º ano, página 27

3.2.3 Conceito de Função

Tarefa n.º 9

O modo como os alunos identificam e aplicam o conceito de função pode estar dependente das relações e propriedades aplicadas em exercícios que influenciaram o desenvolvimento de raciocínios e esquemas mentais. Para compreensão e aplicação de um conceito abstracto como o de função, o aluno terá de apelar à memória, relacionando a tarefa colocada com outros exercícios práticos já realizados.

Alunos com discalculia podem evidenciar dificuldades em transitar do concreto para o abstracto, não conseguem aplicar a definição ou aplicarem-na de forma incorrecta. Podem trocar variáveis e/ou relações ou utilizarem a definição de forma automatizada e generalizada, sem conseguirem particularizar ao exercício aplicado.

Para averiguar possíveis limitações deste género em Alice, sugeriu-se-lhe a resolução da tarefa n.º 9, implementada em contexto turma, na ficha de avaliação de conhecimentos.

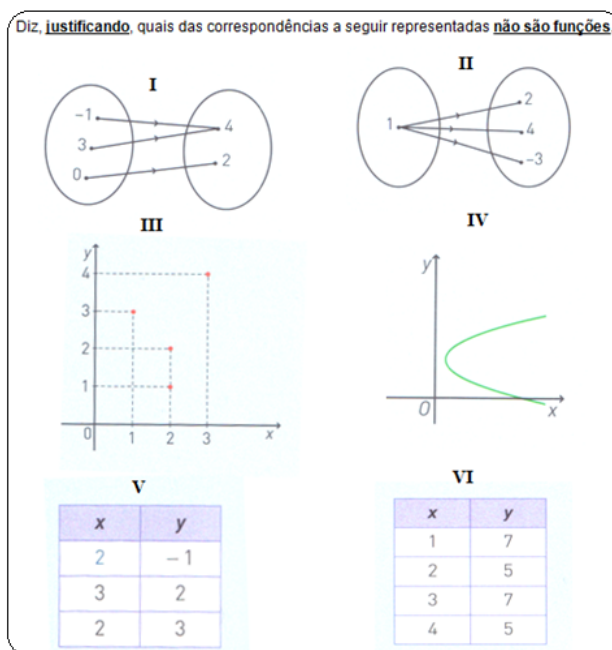


Fig. 3.9 - Correspondências (tarefa n.º 9)⁷

7) Exercício retirado do manual Novo Espaço 7.º ano, página 102

Capítulo 4

A aluna Alice

Neste capítulo faz-se uma descrição pormenorizada de Alice, no que se refere a competências globais observadas, académicas e sociais, como também no que se relaciona com as especificidades da Matemática.

4.1 Caracterização e competências gerais de Alice

O estudo apresentado incidiu em Alice, uma aluna com patologia compatível com a discalculia, com doze anos de idade, que não só não regista qualquer retenção no seu percurso escolar, como também apresenta resultados bastantes satisfatórios à globalidade das áreas curriculares, exceptuando as de Matemática e Físico-Química.

Acrescenta-se o facto de se ter tido em consideração o tipo de ensino e acompanhamento ministrado desde o pré-escolar, considerado, na opinião da autora deste trabalho, de bastante satisfatório. Face ao que já foi dito em relação à discalculia, destaque-se ainda que alguns dos actuais colegas de Alice a acompanham desde o pré-escolar e registam resultados bastante satisfatórios à disciplina de Matemática.

Alice frequenta uma turma contituída por vinte e oito alunos, com desempenho escolar, no que se refere ao comportamento, de muito bom, e ao aproveitamento, de bom. Apesar dos bons resultados escolares registados pela globalidade dos alunos da turma, destacam-se oito alunos por evidenciarem resultados menos satisfatórios às disciplinas que exigem estudo regular, e a aluna em observação, por registar níveis quatro ou cinco a todas as disciplinas, exceptuando Matemática e Físico-Química, áreas em que, dependendo dos conteúdos leccionados, se não for devidamente acompanhada, obtém resultados insatisfatórios.

Com o ingresso da aluna no quinto ano de escolaridade, na escola já referenciada, a sua prestação académica continuou a despertar o mesmo interesse e considerações já registados pela professora do primeiro ciclo. Desde logo os professores que a acompanharam no quinto ano de escolaridade detectaram a disparidade entre os resultados à disciplina de Matemática e às restantes disciplinas. Tal situação foi desde logo acautelada, tendo a aluna usufruído de apoio educativo no sentido de minimizar as dificuldades observadas, situação que de alguma forma justifica a obtenção de resultados globais satisfatórios à disciplina.

No decorrer deste ano lectivo, 2010/11, Alice ingressou no terceiro ciclo de escolaridade, passando a ser acompanhada pela autora deste trabalho, a sua professora de Matemática. Recolhida toda a informação respeitante ao percurso escolar da aluna e observado o seu desempenho em diferentes conteúdos da Matemática, a professora concluiu existirem características compatíveis com a discalculia, pelo que sugeriu uma avaliação médica/psicológica para despistagem e iniciou um processo de acompanhamento educativo à aluna.

Mais tarde, o resultado do despiste médico/psicológico confirmou a existência de DAM com compatibilidade para a discalculia, constatando a necessidade de enquadrar a aluna ao abrigo do decreto-lei n.º 3/2008.

Quem contacta com Alice num primeiro instante idealiza-a como sendo uma jovem indiferente ao que a rodeia, sem qualquer interesse pelos assuntos tratados ou pelas actividades propostas. É raro observá-la a dialogar alegremente com alguém, mesmo com o seu restrito grupo de amigos, sendo muito contida, ou mesmo disciplinada, nas palavras que usa e na postura que mantém dentro e fora da sala de aula. Não se isola, mas assiste às brincadeiras dos colegas enquanto espectadora, tecendo, por vezes, alguns comentários. É muito bem aceite pelo seu grupo de pares, mas não estabelece relações de maior confiança. Sabe-se, no entanto, que estabelece uma ligação forte com a mãe, pessoa com que mais conversa.

A timidez é uma das características mais apontadas por quem a conhece, até pelos pais, que consideram que este aspecto é uma barreira à superação de algumas das suas dificuldades, inclusive na formação de ligações afectivas e sociais (RAPP). Ressente, com alguma frequência, comentários ou situações que lhe são pouco confortáveis, principalmente quando não consegue corresponder às suas expectativas, ou às dos outros, isolando-se e chorando com facilidade.

Ao confrontar o perfil descrito com os resultados obtidos pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação, através da aplicação dos questionários de Connors para pais e professores, comprova-se haver coincidência entre as observações feitas, tendo a especialista destacado os elevados índices de Ansiedade e Timidez (TCP; RAPP).

No campo académico, Alice tem atingido, ao longo do seu percurso escolar, resultados globais muito satisfatórios, exceptuando os registados à disciplina de Matemática. Porém, apesar dos bons resultados mencionados, os professores dos 1.º e 2.º ciclos e do 7.º ano foram unânimes em considerar que se observam dificuldades específicas relativas a competências matemáticas, decorrentes de situações práticas que lhe são colocadas. Acrescenta-se que ao ingressar no sétimo ano de escolaridade, Alice registou também dificuldades à disciplina de Físico-Química, dependendo o seu sucesso do teor das matérias leccionadas.

No entanto, colocando de parte qualquer actividade que exija conhecimentos de conteúdos matemáticos, raciocínio ou capacidade de abstracção, observamos uma transformação interessante da jovem descrita. É uma aluna que revela especial aptidão para as artes visuais, apresentando elevados índices de criatividade. Se a actividade se relacionar com competências linguísticas evidencia também resultados situados num patamar médio alto, comparativamente com o seu grupo de pares. Em relação à escrita, apresenta uma caligrafia perceptível e adquiriu competências básicas que possibilitam a transmissão de ideias e sentimentos de forma clara e compreensível, notando-se algum enriquecimento no vocabulário utilizado. Contudo, comete alguns erros ortográficos e de pontuação, considerados normais para a sua faixa etária.

Curiosamente é na escrita que a aluna se revela ao nível das emoções, demonstrando clareza e objectividade nos seus pensamentos. Demonstra muito interesse por actividades livres de escrita, nomeadamente as que exijam reflexão pessoal, gostando depois de expor as suas ideias à turma e aos professores. Relativamente ao tema proposto, revela quase sempre um conhecimento global sobre o assunto, incluindo questões culturais e/ou políticas actuais, postura esta que contraria a suposta alienação anteriormente descrita. Relativamente a estas actividades, não revela acanhamento, até pelo contrário, gosta de liderar a actividade, situação que surpreende colegas e professores. Considere-se, porém, que esta postura possa estar relacionada com um conjunto de estratégias que se têm vindo a aplicar ao grupo-turma desde o 5.º ano de escolaridade.

Em traços gerais, parece não se verificarem desordens desenvolvimentais das habilidades académicas relacionadas com a leitura e escrita, ou seja, não há sinais de dislexia, disortografia e/ou disgrafia (RAPP). Sendo Alice uma aluna bastante trabalhadora, que segue as orientações dadas pelos professores, consegue alcançar na maioria das vezes, o sucesso desejado.

Pensando em questões funcionais resultantes das exigências do nosso dia-a-dia e até mesmo em actividades lúdicas propostas, evidenciam-se também algumas curiosidades. A aluna não manifesta qualquer interesse pela execução de tarefas lúdico-didácticas que envolvam enignas, quebra-cabeças e jogos de tabuleiro, atitude oposta à dos colegas de turma, que mostram sempre bastante entusiasmo na realização dessas actividades.

A proposta deste tipo de actividades parece provocar-lhe maiores índices de ansiedade e nervosismo, sendo que na sua execução revela uma postura de desistência, não se envolvendo. Um exemplo concreto aconteceu em contexto sala de aula, durante um jogo de xadrez, quando o seu adversário (um elemento que faz parte do seu grupo de amigos e, por isso, foi escolhido para jogar com Alice) chamou a professora e pediu-lhe para realizarem outra actividade, pois a colega achava o jogo muito “chato”. Apesar da actividade estar, em contexto sala de aula, a ser repetida, tendo os alunos já treinado as regras de jogo, Alice movimentava as suas peças de acordo com as orientações dadas pelo próprio adversário.

Apenas conseguiu memorizar alguns dos movimentos possíveis para determinadas peças, não conseguindo, porém, utilizar estratégias de jogo ou antever as jogadas do adversário face às opções que tomava.

Observada em contexto funcional, por exemplo em situações de compra e venda, constatou-se que Alice identifica correctamente moedas e notas em uso, estabelecendo relações de grandeza correctas, porém não contabiliza a quantia devolvida após a compra (não verifica o troco). Durante uma dessas observações, quando questionada por que motivo não o fez, procurou executar essa tarefa mas, apesar da sua simplicidade, demonstrou lentidão e necessitou de auxílio para confirmar os valores. Revelou, sobretudo, dificuldades ao nível do cálculo numérico mental, nomeadamente na concretização da subtracção.

No que respeita à anamnese aplicada aos pais pela técnica superior de Educação Especial e Reabilitação, não revelou qualquer aspecto etiológico limitador das aprendizagens, fazendo, contudo, referência a uma gravidez agitada, por falecimento do avô materno. Relativamente a aspectos de hereditariedade, sabe-se que o irmão mais velho, que frequenta o décimo ano de Humanidades, revela também dificuldades no âmbito da Matemática (TCP; RAPP).

Relativamente aos aspectos promotores das dificuldades de aprendizagem, não se colocam os de deficiência visual, auditiva ou mental, ou qualquer lesão cerebral, pelo que se afasta a ideia de qualquer tipo de deficiência. Não se observa também qualquer perturbação da inteligência ou comorbilidades (outras problemáticas coincidentes com estes casos), por vezes associadas à discalculia, como Asperger, X-frágil, La Tourette, Turner ou Perturbações de Hiperactividade com Défice de Atenção. Acresce-se que a aluna foi sempre estimulada pelos pais, educadores e professores, desde o pré-escolar, estando também inserida num ambiente sócio-cultural favorável à aprendizagem.

4.2 DAM - Dificuldades de Alice na aprendizagem da Matemática

No que respeita a competências gerais no âmbito da Matemática, observaram-se dificuldades na aquisição de aptidões específicas da disciplina e na utilização do raciocínio, situação que parece ocorrer desde a infância, e que foi registada pelos professores desde o primeiro ciclo.

Observaram-se ainda problemas de auto-regulação, revelando dificuldade para seleccionar as estratégias mais adequadas para a resolução dos exercícios colocados, ficando aquém das suas expectativas e do trabalho por si desenvolvido. Revelou ainda dificuldades na retenção e processamento da informação, o que talvez explique a apatia e lentidão demonstrada na execução das tarefas, comparativamente com o seu grupo de pares.

As dificuldades matemáticas verbais (DMV) observadas prendem-se, sobretudo, com o cálculo mental e com as operações - subtracção e divisão. Em relação ao cálculo mental simples executa-o correctamente, mas com maior lentidão comparativamente ao seu grupo de pares. Relativamente à adição, envolvendo esta números com dois ou mais dígitos, recorre à folha de papel para executar a tarefa e, por vezes, quando não se sente observada, utiliza a contagem pelos dedos, tornando-se mais rápida na concretização do cálculo. Ainda em relação ao cálculo, revela maiores dificuldades na execução da subtracção e da divisão, sendo que ainda não domina divisões cujo divisor tenha mais do que um dígito. A tarefa de cálculo, mental e escrito, agrava-se quando estão envolvidos números fraccionários e números escritos na forma decimal (RAPP).

No diagnóstico apresentado pela técnica que acompanhou Alice é indicado que a aluna manifesta dificuldades na representação mental de números não inteiros e fraccionários e que não tem estratégias rápidas de recurso à memória de longo termo. É também referido que a contagem por intervalos encontra-se emergente, bem como a linha mental para a numeração decimal ou fraccionária, ou seja, ambas estão situadas entre os níveis baixos/médios esperados para a sua faixa etária.

Referiu também a necessidade da aluna ter de consolidar linguagem simbólica, pois verifica-se baixa retenção, a longo termo, dessa competência, bem como dificuldades em utilizá-la no contexto adequado.

Apesar das DMV acima apresentadas, Alice evidencia maior comprometimento das áreas não verbais (DMNV). As dificuldades são, maioritariamente, de carácter secundário, ou seja, de aprendizagem. Apresenta alterações ao nível da seriação, execução e resolução de problemas, quer por utilizar estratégias não eficazes ou automatizadas, quer por dificuldades na capacidade de abstracção ou na capacidade de realizar inferências lógicas verbais e não verbais. Em sùmula, observam-se dificuldades de operacionalização (computação), comparativamente ao seu grupo de pares, na utilização de conceitos e princípios matemáticos (não respeita a prioridade das operações, por exemplo) e, maioritariamente, na resolução de problemas. Relativamente à resolução de problemas, registam-se dificuldades em analisar e visualizar o que é pedido e em seleccionar o que é importante. Se a informação dada for simples e focalizada, envolver adições ou subtracções, consegue operacionalizá-la. Contudo, se envolver duas ou mais instruções, ou maior exigência operacional, nomeadamente raciocínio inferencial, bloqueia na resposta, não conseguindo relacionar a informação e concluir com o essencial. Ao longo da observação efectuada, e segundo outras informações dadas, na globalidade pela professora de Físico-Química, a aluna também evidencia dificuldades em reconhecer e comparar propriedades de um objecto, aplicar critérios de classificação, estabelecer relações de diferentes tipos, hierarquizar factos e situações, prever o resultado possível de uma acção ou de um acontecimento (por exemplo, fazer uma estimativa prévia de um cálculo e usar a capacidade crítica para analisar o resultado) e utilizar estratégias para efectuar um cálculo ou resolver problemas mais elaborados. Notou-se ainda notável dificuldade em memorizar e utilizar fórmulas. A professora de Físico-Química considera ainda que as respostas da aluna, nomeadamente nas fichas de avaliação escrita, resultam de um processo automatizado e do repetido treino de questões-modelo. Quando as questões não são focalizadas, são colocadas de uma forma diferente da habitual, ou exigem passos intermédios por indicação implícita, a aluna não realiza ou concretiza incorrectamente a tarefa proposta.

Ao longo da observação identificaram-se ainda lacunas no reconhecimento de algumas figuras geométricas e suas propriedades, bem como na utilização das noções de perímetro, área e volume. As fórmulas de área e volume não estão consolidadas (mesmo as simples, como do as do quadrado e cubo) revelando especial dificuldade em memorizá-las e utilizá-las no contexto adequado. Revelou também dificuldades em estabelecer relações entre as horas, minutos e segundos. Notou-se também algum comprometimento em relação à simbologia, tendo sido necessário voltar a trabalhar os símbolos de $>$, $<$, $\%$ e fracção. Os exercícios que envolviam fracções ou percentagens revelaram-se de difícil compreensão e concretização.

Acrescenta-se que durante as sessões de apoio individual, e mesmo em contexto turma, foi notória a ansiedade da aluna perante a execução das tarefas. Por vezes leu os enunciados repetidas vezes, ficando em silêncio sem tirar os olhos do papel. Quando esse silêncio não era interrompido pela professora, acabava por dizer, em voz baixa, “não sei”. Quando se lhe colocava a questão “...o que não percebes?”, a resposta era quase sempre “não percebo o que é para fazer” ou “sei que é fácil, mas não percebo muito bem”.

Apresentam-se de seguida algumas das considerações mais relevantes, transmitidas pela professora do primeiro ciclo e pela Técnica Superior de Educação Especial e Reabilitação.

“Apesar das dificuldades evidenciadas, gostaria de referir que a aluna esforçou-se por ultrapassar as dificuldades com que se deparava... Há que continuar assim e que perder o medo de perguntar, colocar dúvidas...O importante é perceber, descobrir maneiras de chegar aos resultados, ainda que não seja de imediato...Domina algumas técnicas de cálculo mas deve praticar mais as diferentes operações para adquirir maior destreza de resolução...Lê, interpreta e resolve situações problemáticas com muita dificuldade, especialmente as mais elaboradas...É importante que a aluna continue a ser confrontada com diferentes situações que apelem ao seu raciocínio, pois isso será uma ajuda para que ultrapasse as suas dificuldades”.

Professora do 4.º ano (Ano lectivo 2007/2008)

“Os valores na escala de ansiedade timidez do mesmo questionário apresentam valores dentro da média alta ao esperado para a sua idade...Tarefas prejudicadas por alguma insegurança - algumas dificuldades na memória de trabalho e na memória de curto termo verbal...Algumas dificuldades ao nível da compreensão - principalmente quando implica inferências...”Deve reforçar a representação mental dos números não inteiros...”...Deve reforçar as estratégias de cálculo mental, não tem estratégias rápidas de recurso a memória de longo termo, ao nível do cálculo escrito...Deve consolidar linguagem matemática, bloqueia na resposta aos problemas, dificuldade em analisar, visualizar o que é pedido e operacionalizar a linguagem do problema... Dificuldades ao nível dos problemas de raciocínio verbal. Os níveis de ansiedade também interferem na sua resolução. Nem sempre consegue relacionar a informação e concluir o essencial.”

Técnica Superior de Educação e Reabilitação (Fev. 2011)

Capítulo 5

Alice na aprendizagem das Funções

Neste capítulo apresenta-se a actividade matemática de Alice na sua aprendizagem das funções, em particular no que respeita ao *Referencial Cartesiano*, *Expressão Algébrica* e *Definição de função*. Faz-se, também, referência ao apoio pedagógico específico ministrado à aluna.

Seguidamente, apresentam-se alguns dados recolhidos durante o período de observação, aquando do apoio ministrado em contexto turma e durante as sessões individuais. Para melhor se perceber em que sentido evoluíram as aprendizagens de Alice, relativamente a determinados conteúdos, serão apresentados exemplos distintos implementados antes, durante e depois da leccionação das funções.

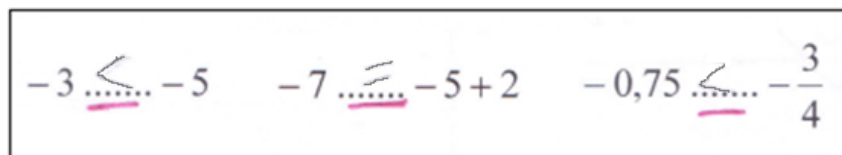
5.1 Referencial Cartesiano

Observemos que pré-requisitos necessários à aprendizagem das funções se identificaram na aluna, que dificuldades é que ela manifestou durante a leccionação do tema e que aprendizagens revelou ter adquirido findo o capítulo e aplicada a avaliação escrita.

Desempenho antes da unidade de ensino

Recordemos a tarefa n.º 1, a qual exigia conhecimentos relativos à comparação de números inteiros e fraccionários, sua representação na recta numérica, e noção de termos específicos como o de abcissa.

Resposta à tarefa n.º 1; a):



The image shows three handwritten mathematical comparisons. The first is $-3 < -5$, the second is $-7 > -5 + 2$, and the third is $-0,75 < -\frac{3}{4}$. Each comparison has a pink underline under the inequality symbol.

Fig. 5.1 - Resolução da tarefa n.º 1, alínea a (RA)

Como se pode depreender, no que respeita à execução da tarefa n.º 1, Alice revelou dificuldades em estabelecer comparação entre os números apresentados. Da observação da professora resultaram outros pormenores em relação à prestação da aluna (RP):

- a) Demorou a iniciar a tarefa, tendo sido lenta na sua concretização. Hesitou ao dar as respostas, revelando insegurança:

Alice demorou a iniciar a tarefa, situação que me causou estranheza dada a simplicidade do enunciado. Como não dava início à tarefa e não colocava qualquer dúvida, interrompi-a para perguntar se não estava a perceber o que era para fazer. Abanou a cabeça em sinal afirmativo, iniciando o preenchimento dos espaços em branco, que foi apagando, reescrevendo ou alterando até afirmar ter concluído a tarefa. (RP, 19-01-2011)

- b) Alice desvalorizou o sinal posicional do número inteiro -5, considerando $-5 + 2 = -(5 + 2) = -7$, daí a igualdade estabelecida;
- c) Alice revelou desconhecimento do significado de fracção;

Questionei Alice relativamente à escolha do sinal < na comparação dos números representados sob forma decimal e sob a forma de fracção. Respondeu que -0,75 era menor do que -3 e -4. (RP, 19-01-2011)

- d) Não percebeu o significado das orientações dadas pela professora, nomeadamente quanto à associação dos números inteiros negativos às temperaturas;

Concluída a tarefa solicitei a revisão das suas opções, seguindo o exemplo concreto que lhe estava a dar. Alice voltou a olhar para a tarefa mas não tomou qualquer atitude, mantendo a sua resolução. (RP, 19-01-2011)

- e) Revelou reduzido empenho na concretização da tarefa

Notei que Alice arrastou o início e a execução da tarefa, talvez por estas competências não terem sido praticadas recentemente. Face ao conhecimento que reúno em relação a Alice, percebi que a sua intenção era que lhe explicasse como se resolvia a tarefa ao invés de solicitar que a resolvesse. (RP, 19-01-2011)

Resposta à tarefa n.º 1; b):

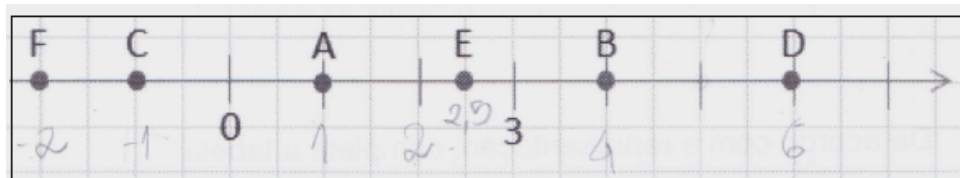


Fig. 5.2 - Resolução da tarefa n.º 1, alínea b (RA)

Relativamente à resposta apresentada para a alínea b), constatamos que a identificação das abcissas assinaladas na recta numérica também não foi alcançada de forma autónoma. Alice revelou desconhecimento do termo abcissa, referindo nunca o ter ouvido. Não percebeu de imediato qual a unidade considerada neste exemplo, tendo sido necessário direccionar-lhe a atenção para algumas posições previamente registadas, sugerindo, a professora, que utilizasse uma régua graduada. Ainda assim, necessitou de outras indicações para apresentar a abcissa de *E*, voltando a registar algum constrangimento em relação a números representados na forma decimal, como pode observar-se pelo extracto do diálogo estabelecido entre ela e a professora:

Professora: Então, o que não percebes?

Alice: [encolheu os ombros]

Professora: Observa o ponto *A*, não consegues perceber qual é a abcissa que lhe corresponde?

Alice: [abanou a cabeça em sinal de não]

Professora: Utiliza a régua.

Alice: [Face à indicação, Alice percebeu o pretendido, escrevendo, sem auxílio da régua, as abcissas correspondentes aos números inteiros. Porém não escreveu a abcissa de *E*]

Professora: Qual é o ponto central que se encontra entre 2 e 3?

Professora: [Face à demora] Utiliza a régua!

Alice: [Alice escreveu correctamente a abcissa com o auxílio da régua.

(RP, 19-01-2011)

Na perspectiva da discalculia, perante o desempenho de Alice durante a execução da primeira tarefa e as considerações apresentadas pela professora, observam-se dificuldades na:

- a) Comparação de valores numéricos;
- b) Interpretação das diferentes representações numéricas;
- c) Interpretação de sinais posicionais e resolução de expressões algébricas;
- d) Orientação espacial (posição das abcissas na recta numérica);
- e) Utilização de estratégias diversificadas (as sugestões foram indicadas pela professora);
- f) Adequação do ritmo de trabalho (proposta a resolução de uma ficha de trabalho, em contexto turma, com exercícios deste tipo, a globalidade dos alunos respondeu correctamente e com rapidez);
- g) Solicitação de ajuda ou colocação de dúvidas de forma perceptível.

Relativamente ao apoio específico implementado:

Os objectivos principais foram os de aferir as dificuldades de Alice relativamente a conceitos relacionados com as funções e antecipar a exposição de novos conteúdos, no sentido de facilitar a compreensão em contexto sala de aula, equilibrando o seu desempenho face ao do seu grupo de pares.

Para além de promover a revisão de conteúdos já leccionados, a professora teve o cuidado de, na elaboração das questões, adequar o enunciado, seleccionando linguagem simples e objectiva, e utilizar algumas técnicas como a do sublinhado para focalizar a atenção de Alice para as palavras-chave, facilitando a compreensão e a memorização de termos e conceitos.

Durante o apoio individualizado, a professora recorreu ainda ao incentivo à realização da tarefa, à exposição de ideias e à utilização de exemplos significativos e materiais didácticos (régua).

Recordemos a tarefa n.º 2 respeitante ao jogo didáctico *Batalha Naval*. Esta foi aplicada antes da leccionação do *Referencial Cartesiano* e procurava antever dificuldades na aprendizagem desse conteúdo.

Resposta da aluna à tarefa n.º 2:

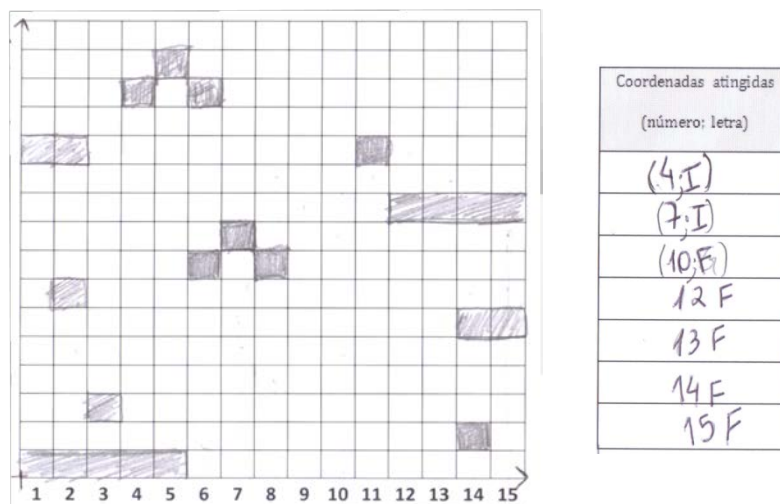


Fig. 5.3 - Resolução da tarefa n.º 2 (RA)

Através deste jogo, dinamizado durante as sessões de apoio individualizado, foi possível observar que Alice:

- Conhecia as regras do jogo, apesar de não se lembrar do formato das "armas". Relativamente a esse esquecimento, foi necessário desenhá-las e posicioná-las de modo a que, durante o jogo, as conseguisse visualizar (estímulo visual da memória);
- Foi lenta na identificação das coordenadas das células transmitidas pela adversária, revelando, algumas dificuldades de orientação espacial;
- Não conseguiu definir uma estratégia de jogo, seleccionando coordenadas ao acaso, mesmo tendo acertado em parte das "armas":

Ao longo do jogo, Alice foi lenta na identificação das coordenadas que eu lhe ia transmitindo. Quando era a sua vez de indicar coordenadas, fazia-o, por vezes, ao acaso mesmo depois de ter acertado em parte da "arma". A certo momento, depois de Alice ter conhecimento que tinha acertado num caça-aviões e continuar a demorar a dar novas coordenadas, questionei-a:

Professora: Repara, se acertaste numa coordenada, restam-te quatro, posicionadas no seguimento desta...

Alice: 12; F [saltando uma posição]. Segue-se 14;F e 15 F [não indicando a posição em falta, a que se seguia à que descobriu aleatoriamente 10;F.

(RP; 21-01-2011)

d) Revelou ainda dificuldade na utilização de *linguagem matemática* adequada, nomeadamente, na escrita sob a forma de par ordenado. Relativamente a esta situação, Alice foi advertida para escrever as coordenadas separadas por vírgula ou ponto e vírgula (situação exemplificada pela professora nas primeiras três células de preenchimento), mas não entendeu a mensagem dada. Acrescenta-se que durante a escrita das coordenadas, observou-se a aluna a corrigir a inversão feita entre número e letra:

No início do jogo combinamos como deveríamos escrever as coordenadas dos pontos assinalados, seguindo as sugestões da tabela, concordou acenando com a cabeça e eu fiquei convencida que tinha percebido a mensagem. Posteriormente, ao analisar a tabela, constatei que não tinha percebido a explicação, revelando dificuldade em utilizar linguagem simbólica. Exemplifiquei então como seria a escrita correcta dessas coordenadas, inserindo parêntesis nos três primeiros espaços preenchidos.

(RP; 21-01-2011)

Constata-se que através da aplicação deste jogo didáctico foi possível antever dificuldades específicas na utilização do referencial cartesiano e, noutra perspectiva, estimular a aprendizagem e os hábitos de persistência durante a execução de determinada tarefa.

Durante a execução desta tarefa, a professora procurou também estimular a orientação visuo-espacial, a estratégia de jogo (raciocínio), a sequencialização das tarefas, a exposição verbal e a utilização de linguagem matemática.

Compreende-se que este tipo de tarefa facilita a passagem da aprendizagem informal para a formal, tendo sido possível estimular e melhorar a leitura e a escrita das coordenadas assinaladas.

A autora deste trabalho considera ter havido sucesso quanto aos objectivos delineados, visto que observaram-se melhorias ao nível do ritmo de execução da tarefa e na escrita assertiva das coordenadas, percebendo-se em Alice maior motivação para a realização e conclusão da tarefa. Acrescenta-se que em determinado momento, a repetição e correcção imediata e constante das incorrecções conduziu Alice à auto-correcção de coordenadas mal escritas, registando-se diminuição dos episódios de inversão entre abcissa e ordenada.

Desempenho durante a unidade de ensino

No que respeita à tarefa n.º 3 (figura n.º 5.4), proposta durante as sessões de apoio individualizado, no decorrer da leccionação do conteúdo *Referencial Cartesiano* em contexto sala de aula, Alice identificou com maior rapidez os pontos assinalados, conseguindo representá-los correctamente através de um par ordenado. Contudo, tal como verificado em situações anteriores, observaram-se dificuldades na leitura e na escrita de pontos situados sobre os eixos coordenados, apesar da apelabilidade presente na tabela que acompanhou a questão colocada.

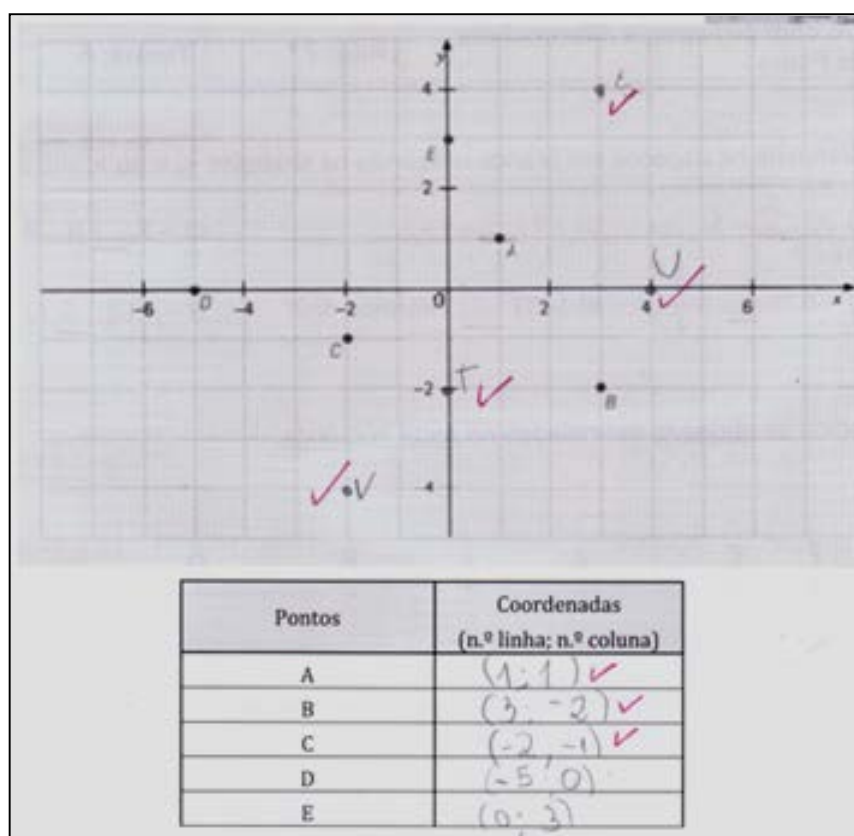


Fig. 5.4 - Resolução da tarefa n.º 3

Foi gratificante observar Alice a procurar responder rapidamente à tarefa colocada, depois de a auxiliar na leitura e interpretação do enunciado. Assinalou automaticamente as coordenadas dos pontos A, B e C, utilizando linguagem correcta. Relativamente aos pontos D e E escreveu, após um ligeiro bloqueio, as coordenadas (-5;1) e (1;3), mas logo de seguida as apagou. Auxiliei-a então na escrita das duas últimas coordenadas.

(RP; 25-01-2011)

Relativamente à concretização da tarefa n.º 3, a autora deste trabalho considera que o sucesso obtido esteve relacionado com o acompanhamento individual efectuado aquando da leitura e interpretação do enunciado e da tabela apresentada, pois Alice evidenciou algumas dificuldades de compreensão leitora (RP).

Mediante o que já foi referido no capítulo dois, no que se refere à conexão entre as diferentes representações, e reflectindo acerca do desempenho observado, entende-se que um maior número de tarefas nesse sentido possibilita a compreensão dos conceitos em situações diferenciadas. Acrescentam-se ainda outras estratégias, implementadas aquando da planificação da tarefa: recurso a exemplos significativos, repetição constante de termos e conceitos já leccionados, enunciados elaborados com uma linguagem clara e objectiva, sequencialização da tarefa e rechamamento constante da memória visual (tabela com informação orientada para a escrita correcta, em linguagem matemática, de coordenadas de pontos). A autora deste trabalho considera ainda que a revisão e antecipação desta aprendizagem, promovidas nas tarefas 1 e 2, foram elementos facilitadores à compreensão e concretização desta tarefa.

Desempenho da aluna após a unidade de ensino

Concentremo-nos na tarefa n.º 4, constante na ficha de avaliação de conhecimentos e que exigiu a aplicação de conhecimentos diversos. A compreensão de alguns significados e termos, como os de coordenadas, quadrantes, eixos das abcissas e ordenadas, entre outros, e a leitura correcta da informação apresentada em linguagem matemática, foram aspectos cruciais à conclusão assertiva desta tarefa. Vejamos o desempenho de Alice:

Resposta da aluna à tarefa n.º 4:

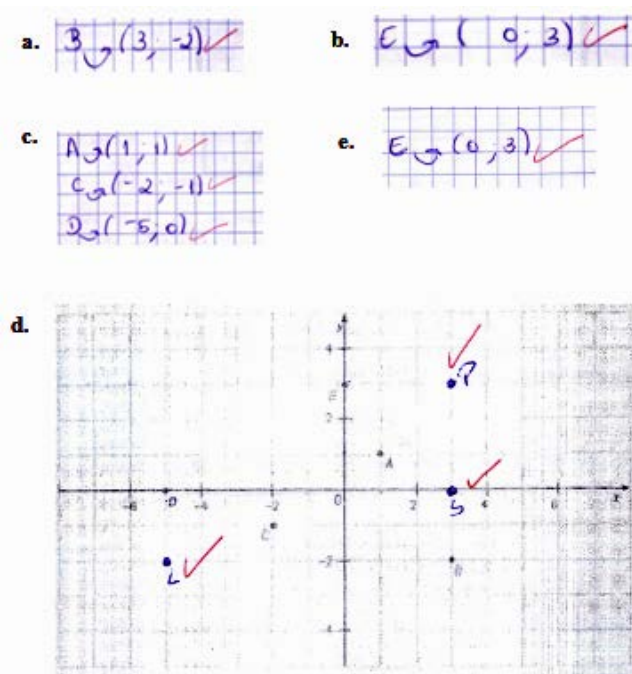


Fig. 5.5 - Resolução da tarefa n.º 4, Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

Esta tarefa foi implementada após a leccionação das funções e concretizada por todos os alunos da turma, tendo sido apresentada a Alice sem qualquer alteração ao nível da estrutura, forma ou conteúdo, não tendo sido também dada qualquer tolerância de tempo para sua resolução. É de reforçar que os conteúdos de todas as questões colocadas nesta tarefa foram praticados por Alice, em contextos diferenciados, durante o apoio ministrado nas sessões de acompanhamento individual e em contexto turma, pelo que as estratégias aplicadas na aprendizagem destes conceitos se revelaram eficazes.

Face à resolução apresentada e, considerando a exigência e extensão da tarefa perante outros exercícios colocados nessa ficha de avaliação, bem como o facto de a aluna ter resolvido, dentro do tempo estabelecido para os alunos da turma, a globalidade dos exercícios propostos na ficha de avaliação de conhecimentos, considera-se ter havido uma evolução significativa ao nível da:

- a) Compreensão dos enunciados apresentados;
- b) Compreensão, retenção e flexibilidade na utilização dos conceitos leccionados;
- c) Orientação visuo-espacial;
- d) Interpretação e utilização de linguagem simbólica;
- e) Atitude e empenho na realização da tarefa colocada;
- f) Adequação do ritmo de trabalho.

Refira-se a importância do apoio ministrado na execução das tarefas desenvolvidas anteriormente, as quais permitiram melhorias ao nível da compreensão dos enunciados escritos e na concretização das tarefas.

A autonomia, ritmo de execução e correcção observados deveram-se à repetição e treino constante deste tipo de questões e à sequencialização e objectividade dos respectivos enunciados.

5.2 Expressão algébrica

Desempenho antes da unidade de ensino

Recordemos a tarefa n.º 5, a qual exigia conhecimentos no âmbito da interpretação e utilização de expressões algébricas.

Resposta da aluna à tarefa n.º 5:

Com a proposta desta tarefa, durante as sessões de apoio individualizado, a autora procurou identificar algumas dificuldades próprias da aprendizagem e utilização de expressões algébricas, seguindo os pressupostos de alguns investigadores. Procurou ainda identificar características compatíveis com a discalculia.

Reforce-se que a tarefa refere-se a conteúdos leccionados em momentos anteriores ao da leccionação das funções, tendo sido praticados em contexto sala de aula e sujeitos a avaliação escrita.

Refira-se ainda que antes de se verificar o que a seguir se descreve, Alice iniciou a leitura do exercício em silêncio, mantendo-se, depois disso, calada e imóvel até intervenção da professora. Esta atitude já se havia verificado noutras situações em que Alice, por não perceber o solicitado e não conseguir concretizar a tarefa, ficou ansiosa e bloqueou, como pode observar-se durante o diálogo estabelecido (RP/RG).

Professora: Então Alice, não percebes o enunciado do problema?

Alice: [abanou a cabeça em sinal de não]

Professora: Não reconheces a forma como nos é apresentada a informação?

Repara bem nas palavras formatadas a negrito!

Alice: Já demos esta matéria!

Professora: Não te lembras de alguma estratégia que tenhamos aplicado?

Alice: [fez-se silêncio, manteve o lápis em posição de escrita, mas não registou qualquer informação]

Professora: Eu vou ler em voz alta e tu registas o que é importante...

[a Professora fez a leitura elevando o tom de voz quando se tratavam das palavras escritas a negrito, intencionando o rechamamento da memória]

Alice: [a aluna começou então a escrever...]

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Destacam-se neste pequeno extracto algumas características compatíveis com o perfil de alguns alunos discalculicos: ansiedade e nervosismo; desistência perante a resolução de exercícios não treinados; dificuldades ao nível da memória, especialmente a longo prazo; dificuldades em seleccionar os dados relevantes e em aplicar estratégias adequadas à resolução do exercício. Todas estas constatações podem ser confirmadas no diálogo que se segue:

Professora: É isso mesmo! Então se eu perguntar qual é o elemento que está na primeira posição, tu respondes...

Alice: um [o tom de voz elevou-se, notando-se a aluna mais relaxada motivada para a realização da tarefa]

Professora: E o que está na segunda posição é o...

Alice: dois

Professora: E na terceira posição ...

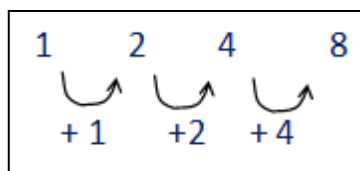
Alice: quatro

Professora: E ao fim de quatro anos há ...

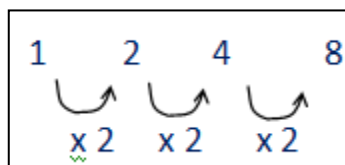
Alice: oito ramos

Professora: É isso mesmo! E ao fim de 10 anos, será assim tão difícil saber?

Alice: [a aluna iniciou um esquema utilizado nas aulas...]



[curiosamente, utilizou a contagem pelos dedos para obter o +2 e o +4...]
sem dizer nada, apagou o que tinha feito e escreveu...]



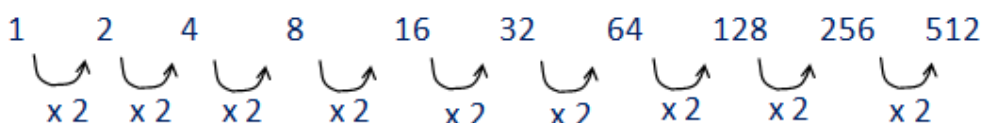
(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Observa-se, através da exposição anterior, o quão importante foi a postura da professora para o desencadeamento e resolução da tarefa n.º 5. Percebe-se ainda que o reforço positivo e a utilização de estratégias de sequencialização e esquematização do raciocínio conduziram a uma mudança de atitude face às dificuldades colocadas, facilitando o rechamamento da memória e a execução assertiva de resoluções intermédias.

Contudo, convém lembrar que qualquer aluno, independentemente da sua especificidade, pode revelar dificuldades em relacionar números, quanto mais generalizar esse processo a qualquer outro número. No entanto, a contagem pelos dedos durante o “manuseamento” de números simples, despertou, mais uma vez, a atenção e curiosidade da professora, por também serem características observadas em alunos discalcúlicos.

Observemos os procedimentos utilizados pela aluna no decorrer da resolução da tarefa:

[continuando em silêncio, completou o esquema, fazendo, a partir da 4.^a posição, utilização da calculadora...]



[foram várias as vezes em que recontou as posições, até chegar à décima]

[depois de executar esta tarefa, esboçou um sorriso]

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

À solicitação de resposta à segunda questão colocada nesta tarefa, Alice desculpabilizou-se:

Professora: Muito bem! E agora ao final de n anos?

Alice: [fez-se silêncio] Não sei, esta é difícil!

Professora: [teve a nítida sensação de que a aluna considerou que não responder a esta questão seria normal, para ela e para outros, pois a questão era difícil, envolvia uma letra, daí notar-se maior despreocupação]

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Nota-se aqui uma evidente dificuldade em generalizar regularidades, situação vivenciada por muitos alunos com, ou sem, DAM. Destaque-se também a postura de Alice perante esta nova dificuldade, como se a mesma nos indicasse que este seria, para ela, um obstáculo intransponível. Vejamos como reage às estratégias implementadas:

Professora: Não te lembras de fazer exercícios do género, com repetição de números?

Alice: Repete-se o dois...

Professora: E em que situações da Matemática podemos observar a repetição do n.º 2?

Alice: Na tabuada do dois...

Professora: Então constrói-a na tua folha de papel.

Alice: [Ao construí-la (não a tem memorizada) desistiu quando multiplicou dois por três e obteve seis. Ignorou a presença do 1, primeiro termo. Entretanto, voltou a ficar em silêncio a olhar para o exercício].

Professora: Tenta trabalhar com as potências. Repara que há uma relação entre as potências e a multiplicação...produto de factores...]

Alice: [Permaneceu em silêncio]

Professora: Escreve na tua folha de papel uma potência qualquer...

Alice: [escreveu 7^3]

Professora: Desenvolve essa potência...

Alice: [escreveu $7^3=7 \times 7 \times 7$ e utilizou a calculadora para descobrir o resultado 343]

Professora: Qual é o número que se repete?

Alice: Sete.

Professora: E na tua sequência?

Alice: Dois.

Professora: Substitui cada um dos valores por uma potência de base dois equivalente.

1	2	4	8	16	32	64	128	256	512
		1.º ↓	2.º ↓	3.º ↓	4.º ↓	5.º ↓	6.º ↓	7.º ↓	8.º ↓
		2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9

Professora: Já descobriste a lei de formação desta sequência?

Alice: escreveu 2^n .

Professora: [A professora explicou (substituindo o número correspondente à ordem) por que razão não poderia ser essa potência. Indicou e explicou qual a resposta correcta ao exercício].

(Diálogo; RP;RG; 07-02-2011)

Tal como se depreende, a aluna evidenciou dificuldades em estabelecer uma relação entre os números, mesmo tendo sido implementadas diferentes estratégias de apoio, a destacar: o rechamamento da memória, o reforço dos aspectos essenciais, a repetição constante, a exemplificação, a utilização da calculadora, a sequencialização de raciocínios, a esquematização e o reforço positivo.

Durante as sessões de acompanhamento, e em contexto sala de aula, foi possível constatar as dificuldades que Alice evidenciava quando lhe era exigida a generalização de determinadas propriedades. Neste caso, a dificuldade parece relacionar-se com o facto de a letra apresentar-se segundo número generalizado (2^{n-1}).

Ainda assim, a professora considera que o treino de respostas modelo, a memorização e agilidade na utilização de estratégias e procedimentos permitiram que Alice fosse mais autónoma na resolução da tarefa, ou em parte dela.

Desempenho durante a unidade de ensino

Resposta da aluna à tarefa n.º 6:

Recordemos a tarefa n.º 6, proposta no âmbito da interpretação e utilização de expressões algébricas, resolvida por Alice nas sessões de apoio individualizado, embora correspondendo a um trabalho de casa ao qual não apresentou resolução. Este exercício exigiu de Alice a leitura e interpretação da informação constante nos quadrados e na tabela apresentada, pretendendo-se a aplicação da noção e da fórmula da área de um quadrado. Face ao solicitado, observaram-se os seguintes procedimentos por parte de Alice (RP):

- a) Leu o exercício em voz baixa, demorando algum tempo a tomar outra atitude;
- b) Escreveu nas imagens correspondentes aos quadrados, em todos os seus lados, os valores numéricos 1; 2; 3 e 4;
- c) Escreveu as expressões: $1+1+1+1=4$; $3+3+3+3=12$ e $4+4+4+4=16$;
- d) Preencheu a tabela, substituindo ★ pelos valores 4; 12 e 16, ignorando a informação correspondente ao quadrado cujo lado tinha 2 cm de comprimento, a qual estava correctamente preenchida (4). (RP 14-02-2011)

Face aos procedimentos descritos, foi possível depreender a existência de confusão na aplicação das noções e fórmulas de perímetro e área, uma vez que Alice calculou o perímetro dos quadrados ao invés da sua área. Repare-se ainda que Alice foi incapaz de confrontar os seus resultados (perímetro de um quadrado com 2 cm de lado) com os dados da figura (área de um quadrado com 2 cm de lado). Relativamente a esta confusão de ideias e fórmulas, atenda-se que a professora já havia, através da aplicação de outras tarefas, observado as dificuldades evidenciadas na tarefa n.º 6, tal como podemos confirmar na resolução seguinte:

Qual é a área do rectângulo?

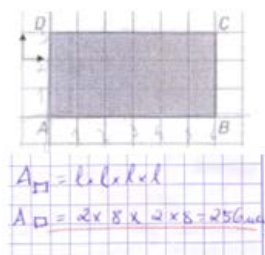


Fig. 5.6 - Perímetro/Área do quadrado (RA; 25-01-2011)

Neste sentido, as estratégias aplicadas pela professora (auxílio na leitura e interpretação dos enunciados, revisão do significado de perímetro e área e das respectivas fórmulas, interpretação e aplicação de linguagem matemática, exemplificação e repetição dos mesmos conceitos em situações distintas) parecem não ter sido suficientes para a aprendizagem desses conceitos, incluindo para a memorização das respectivas fórmulas.

Relativamente à alínea b da tarefa n.º 6, a exigência compreendia a leitura e interpretação do enunciado escrito e da expressão $f(x) = 25$, no contexto apresentado:

Alice foi incapaz de resolver a questão. Leu o enunciado, afirmando logo de partida não perceber a questão. À indicação de considerar $f(x)$ como sendo equivalente à fórmula da área do quadrado, não respondeu. Ao pedido de continuar a construção da tabela, identificou a presença do número 25 e percebeu estar associado a um quadrado de lado 5 cm. Contudo, não associou o comprimento do lado do quadrado ao valor de x .

(RP 14-02-2011)

Em traços gerais, apesar das dificuldades e incorrecções observadas durante a execução da tarefa n.º 6, notou-se em Alice uma atitude diferente da observada no início do acompanhamento. Revelou maior empenho na execução da tarefa, sendo que a própria Alice definiu e aplicou estratégias, embora semelhantes às propostas e aplicadas em outros contextos. Um exemplo dessa postura observou-se durante o registo do comprimento dos lados nas imagens, sendo que Alice procurou desenvolver determinada linha de pensamento.

Desempenho após leccionação da unidade de ensino

Relativamente à tarefa n.º 7, proposta na ficha de avaliação de conhecimentos, era exigida a leitura e compreensão da informação presente numa tabela e, novamente, a utilização da noção e fórmula do perímetro de um quadrado. Nesse sentido, apresentados os lados de comprimentos 0,5 cm, 1 cm, 1,5 cm, 2 cm e x cm, Alice concluiu:

Resposta da aluna à tarefa n.º 7:

a	- 2	✓
b	- 4	✓
c	- 6	✓
d	- 8	✓
e	- $2x + 2$	✗

Fig. 5.7 - Resolução da tarefa n.º 7 alínea a), Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

No que respeita à aplicação da fórmula do perímetro do quadrado, percebe-se que Alice conseguiu interpretar o enunciado e utilizar correctamente a fórmula, uma vez que chegou aos valores pretendidos. Nesse sentido, a continuidade da aplicação das estratégias descritas anteriormente parece ter finalmente surtido efeito. Contudo, quando o comprimento do lado do quadrado assume uma variável, Alice não consegue obter a expressão correcta, apresentando uma expressão desajustada ao contexto. Trata-se de uma dificuldade relacionada com o reconhecimento da letra enquanto variável, uma dificuldade comum, segundo Kieran (1992), em diferentes alunos durante a aprendizagem das funções.

Na continuação da resolução da tarefa n.º 7, ao pedido de justificação da situação apresentada na tabela ser correspondente à de uma função, Alice respondeu:

The image shows a student's handwritten work on graph paper. At the top, it says $y = kx$. Below that, the letter y is circled, followed by $= \frac{y}{x}$. To the right, there are four calculations: $\frac{2}{0,5} = 4$, $\frac{4}{1} = 4$, $\frac{6}{1,5} = 4$, and $\frac{8}{2} = 4$. At the bottom, it says $y = 4x$.

Fig. 5.8 - Resolução da tarefa n.º 7 alínea b), Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

Observando a resposta dada por Alice, percebe-se que ela não respondeu à questão colocada, revelando incompreensão do enunciado. Justificou tratar-se de uma situação de proporcionalidade directa, apresentando uma expressão algébrica correcta para representar essa situação.

Aferindo outras competências é possível compreender, pelo desempenho constatado nas alíneas a) e b), que Alice consegue efectuar uma leitura correcta da tabela, visto seleccionar assertivamente os valores necessários aos cálculos efectuados. Constata-se ainda que os cálculos numéricos aqui apresentados, estando correctos, foram obtidos com o auxílio da calculadora, recurso este que de certa forma evitou que cometesse erros de cálculo e permitiu que aumentasse o ritmo de trabalho.

Podemos ainda constatar que fez uma leitura correcta do traço de fracção, associando-o à divisão, situação que se notou adquirida após explicação e aplicação de estratégias.

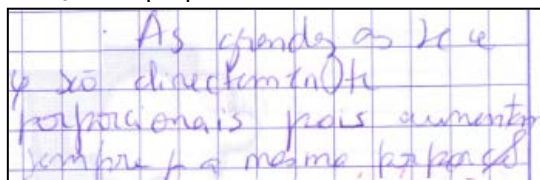
Embora não respondendo à questão, Alice apresentou uma expressão algébrica que poderia ter sido utilizada para conferenciar e corrigir a resposta dada na alínea a), porém, mais uma vez, não confrontou os resultados, ou seja, as expressões $x+2$ e $4x$. Tal situação poderá levar-nos a crer, pelo conhecimento que temos da aluna, que Alice compreende e concretiza as tarefas de forma isolada, tendo dificuldade em transferir a mesma informação/conhecimentos para representações diferentes.

O processo de verificação da proporcionalidade directa parece também encontrar-se automatizado, uma vez Alice apresenta um conjunto de informações que dá resposta a várias questões, ficando-se na dúvida se realmente percebe o que está a ser pedido, o que deve apresentar ou onde deve parar. Alice, de uma vez só, justifica que se trata de uma situação de proporcionalidade directa, determina a constante de proporcionalidade directa, apresenta uma expressão algébrica representativa do caso e escreve uma expressão simplificada.

Porém, na resposta à alínea que se segue, constatamos, por exemplo, que ela não é capaz de dizer qual é a constante de proporcionalidade directa, ou seja, transferir os dados obtidos para outra questão.

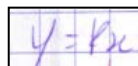
Continuando a apresentar a resolução de Alice à tarefa n.º 7, observemos o que responde quando lhe é solicitada:

- Uma justificação à situação de proporcionalidade directa:



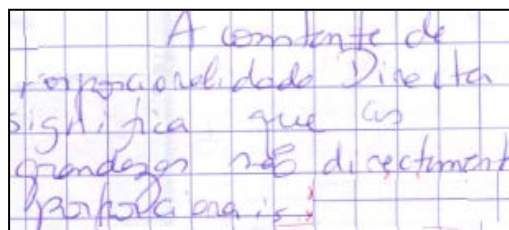
As grandezas são directamente proporcionais pois aumentam sempre na mesma proporção.

- A indicação da constante de proporcionalidade directa:



$$y = kx$$

- O significado da constante de proporcionalidade directa:



A constante de proporcionalidade Directa significa que as grandezas são directamente proporcionais.

Fig. 5.9 - Resolução da tarefa n.º 7 alínea c), Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

No que respeita à alínea c), Alice conseguiu compreender a necessidade de justificar que tratava-se de uma situação de proporcionalidade directa, porém não remeteu para os cálculos por si efectuados na alínea anterior, capazes de justificar a sua afirmação. Ao pedido de indicação da constante de proporcionalidade directa, Alice indicou a expressão algébrica geral, não associando que o valor de k determinado era o da constante de proporcionalidade directa. Não conseguiu também indicar o respectivo significado da constante de proporcionalidade directa.

Resposta da aluna à tarefa n.º 8:

No que se refere à tarefa n.º 8 foi solicitada a interpretação gráfica de uma situação de proporcionalidade directa e a indicação da respectiva expressão algébrica. Face ao pedido, Alice escreveu:

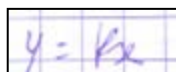
A small rectangular box containing the handwritten equation $y = kx$ in blue ink on a light blue grid background.

Fig. 5.10 - Resolução da tarefa n.º 8, Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

De acordo com a resposta apresentada por Alice é perceptível a identificação da situação de proporcionalidade directa, sendo que apresentou uma expressão algébrica geral de forma correcta, apesar de não indicar que $k \neq 0$. Contudo, nesta situação específica, Alice não calculou o valor da constante de proporcionalidade directa, correspondente ao valor de k .

Relativamente à resposta apresentada por Alice, na ficha de avaliação de conhecimentos, a professora surpreendeu-se com o facto de a aluna não ter conseguido concluir a tarefa, uma vez que em propostas semelhantes, desenvolvidas nas vésperas da ficha de avaliação, Alice concretizou a totalidade das tarefas, embora apresentando uma resolução esquematizada, que, por vezes, aplicou em contextos desadequados. Nessas situações, apresentadas sob a forma de tabela ou gráfico, Alice, de forma sistemática, escreveu:

- i. A expressão $y = kx$ ou $k = \frac{y}{x}$;
- ii. As coordenadas dos pontos e determinava o valor de k , calculado o quociente entre ordenada e respectiva abcissa;
- iii. A substituição do valor de k na respectiva expressão.

Vejamos algumas das resoluções que se seguem.

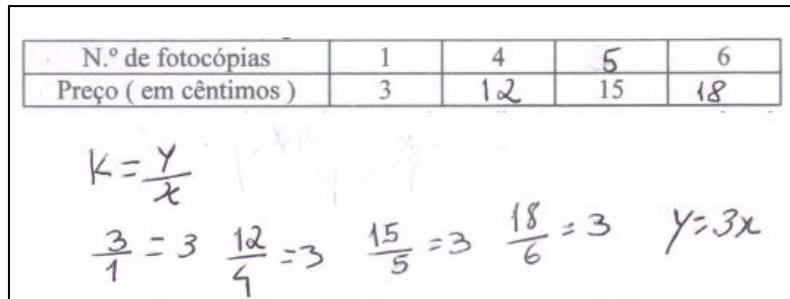


Fig. 5.11 - Tarefa idêntica à n.º 8, (RA; 01-03-2011)

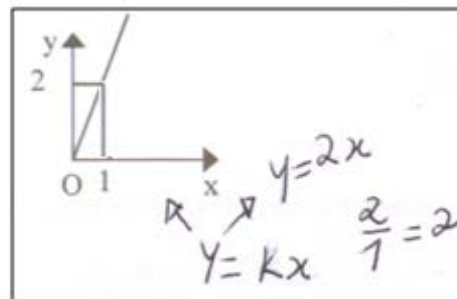


Fig. 5.12 - Tarefa idêntica à n.º 8, (RA; 02-03-2011)

Como podemos perceber Alice tem conhecimento do procedimento, podendo a ausência de conclusão à tarefa número oito estar relacionada com aspectos como o cansaço, o esquecimento, a falta de tempo, o nervosismo, entre outras possíveis causas.

Entende-se, no entanto, que a aplicação de estratégias diversificadas, nomeadamente na interpretação dos dados, no incentivo à realização e ao treino de exercícios semelhantes, permitiram a evolução de Alice na aplicação desses conhecimentos, ainda que ela os apresentasse de forma automatizada. Especificam-se ainda mais as aprendizagens assimiladas, constatando-se melhorias ao nível da(o):

- a) Leitura compreensiva do enunciado;
- b) Sieriação dos dados importantes para a resolução da tarefa;
- c) Memorização e sequencialização do processo de resolução;
- d) Compreensão e utilização correcta de números representados por fracções;
- e) Leitura de pontos do referencial cartesiano;

- f) Reconhecimento e distinção entre os significados de abcissa e ordenada e sua associação às letras x e y ;
- g) Cálculo do valor correspondente à constante de proporcionalidade directa, reconhecendo a operação associada ao traço de fracção;
- h) Substituição do valor de k pelo valor numérico correspondente e encontrado pela aluna;
- i) Maior empenho e dinamismo;
- j) Maior rapidez e segurança em relação às respostas intermédias e global.

5.3 Conceito de Função

Resposta da aluna à tarefa n.º 9:

A tarefa n.º 9 exigiu da parte de Alice a leitura, interpretação e identificação de funções entre diferentes correspondências.

No que respeita à aprendizagem do conceito de função, será apenas apresentada a resolução de uma das tarefas propostas ao longo da leccionação do capítulo das funções, embora se divulgue a resolução de outra tarefa semelhante à indicada, no sentido de comprovar a formatação automatizada das respostas de Alice a este tipo de questão. Esta opção justifica-se pela sua exigência, pois apresenta e reúne de uma vez só diferentes modos de representação e aplicação da definição de função, mas também se justifica pelo facto de a aluna ter seleccionado e memorizado a primeira definição transmitida pela professora, a qual relaciona os elementos de dois conjuntos, e que utilizou fielmente.

Relembre-se a constatação de Duval (2006), apresentada no capítulo dois deste trabalho, neste caso respeitantes à importância da utilização de diferentes representações para facilitar a consolidação de conceitos específicos das funções e da própria definição. Segundo estes autores, um aluno que adquira melhor habilidade para transitar entre as diferentes representações terá maior facilidade em adquirir e reter esses conceitos.

O exercício aqui apresentado, constante na ficha de avaliação de conhecimentos foi proposto por diversas vezes, de forma muito semelhante, em contexto sala de aula e durante as sessões de apoio, tendo, por isso, sido bastante trabalhado pela aluna.

Refira-se que, inicialmente, Alice revelava dificuldades em perceber o que estava a ser pedido. Porém, com a prática passou a interpretar autonomamente o enunciado e a fazer uso de mnemónicas para identificar e distinguir funções de outras correspondências que não fossem funções. Relativamente às representações gráficas, compreendeu e usufruiu da utilidade do "teste da recta vertical", como podemos observar através do seu desempenho na execução da tarefa n.º 9:

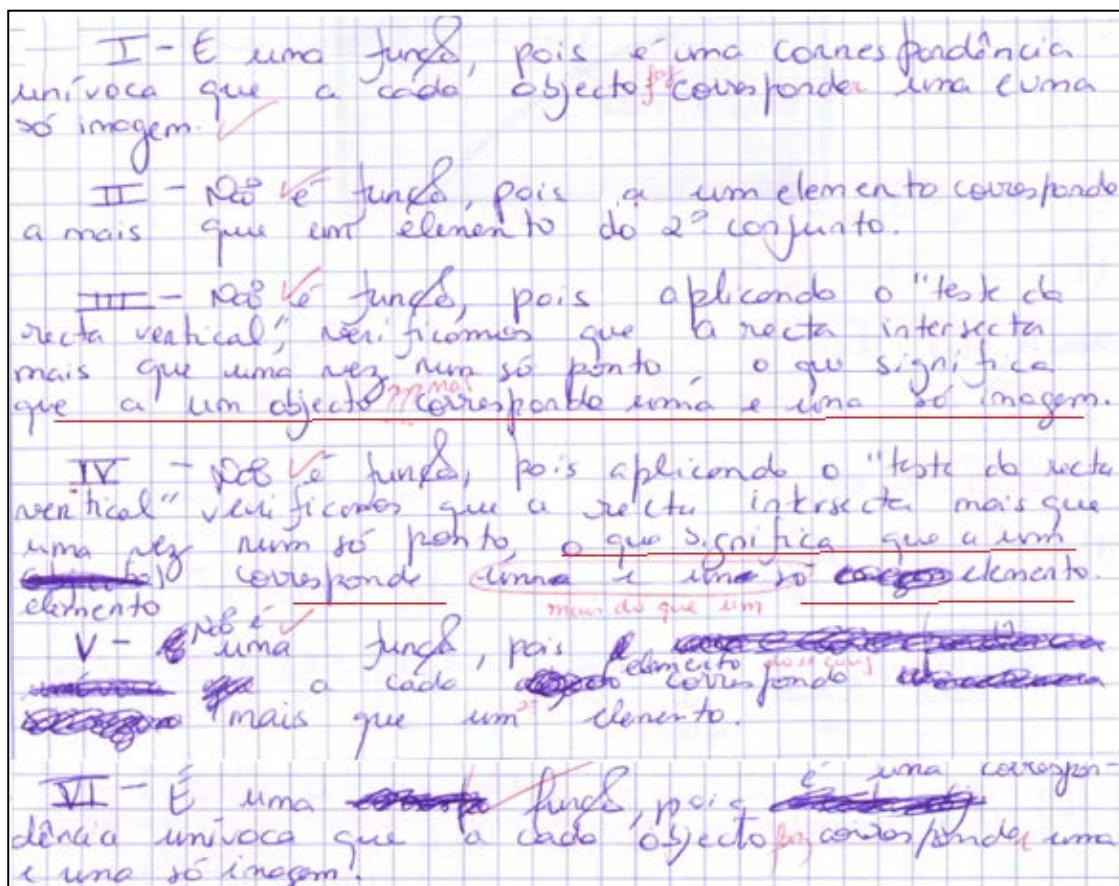


Fig. 5.13 - Resolução da tarefa n.º 9, Ficha de Avaliação (RA; 03-03-2011)

Apesar de Alice revelar compreensão global do conceito de função, visto conseguir identificá-las, usando ou não mnemónicas, continuou, apesar do número elevado de exercícios propostos para treino e concretização da tarefa, a evidenciar algumas dificuldades na justificação das suas opções. Atenda-se que sempre que a correspondência apresentada era uma função, a resposta, memorizada, foi dada de forma correcta. Quando não se tratavam de funções, evidenciou dificuldades na apresentação de contra-exemplos e de justificações compreensíveis. Porém, destaca-se a sua flexibilidade na aplicação da definição de função a correspondências apresentadas por representações diferentes (tabela, diagrama de setas, representação gráfica).

Repare-se no desempenho de Alice durante a execução de uma tarefa semelhante à n.º 9. Podemos constatar que Alice aplicou, um mês antes da colocação da tarefa n.º 9, uma resposta muito semelhante, estabelecendo uma relação entre os elementos de dois conjuntos:

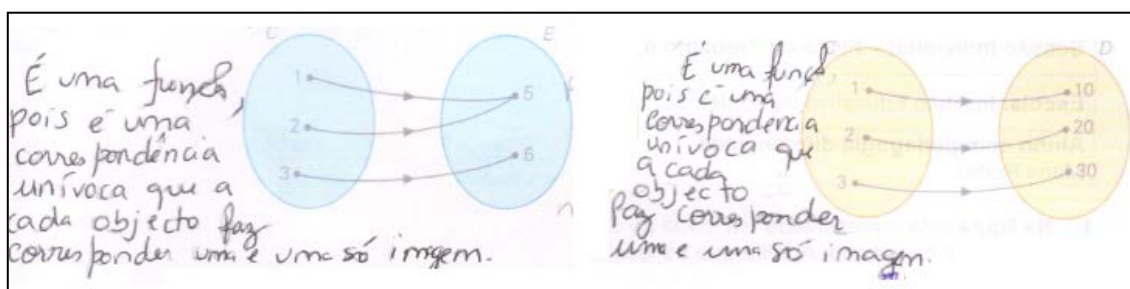


Fig. 5.14 - Tarefa idêntica à n.º 9, (RA; 02-02-2011)

Durante a aplicação da definição de função, Alice estabeleceu sempre uma relação entre elementos de dois conjuntos, afastando-se da correspondência entre variáveis. Segundo Kieran (1992), Abrantes, Serrazina & Oliveira (1999), ideia exposta no capítulo dois, o uso exclusivo dessa definição facilita a compreensão e evita confusões e dificuldades na aprendizagem das funções.

É de referir que o sucesso alcançado por Alice na execução destas tarefas se ficou a dever ao apoio ministrado, o qual se traduziu no esclarecimento dos enunciados e significados, na interpretação da informação constante em diferentes representações, no esclarecimento e utilização de linguagem matemática, na exemplificação e utilização de mnemónicas, no treino e aplicação dos mesmos conceitos, termos e linguagem em representações diferenciadas, na memorização de procedimentos e significado, entre outros.

Capítulo 6

Conclusões

No capítulo que se segue procura-se dar resposta ao problema deste estudo, focalizando-se nas dificuldades diagnosticadas na aluna e nas aprendizagens assimiladas, bem como no apoio pedagógico específico ministrado à aluna.

No decorrer deste estudo foi possível identificar algumas características compatíveis com a discalculia, presentes em Alice, e diagnosticar dificuldades no campo das funções semelhantes às divulgadas no capítulo dois deste trabalho.

Em contexto escolar, Alice é uma aluna bastante empenhada e cumpridora das orientações dadas pelos seus professores, não havendo necessidade de a advertir por questões de comportamento ou desatenção. Percebe-se que o seu estudo é regular e, na globalidade das disciplinas, eficaz, sendo que frequenta assiduamente os clubes e oficinas disponibilizadas pela escola para esclarecer as suas dúvidas e/ou praticar os conteúdos leccionados. Alice revela bons resultados à globalidade das disciplinas, apresentando, porém, dificuldades em Matemática e Físico-Química, quando nesta última disciplina são abordados conceitos ou procedimentos de Matemática.

Relativamente aos aspectos sociais e afectivos, Alice revela-se uma adolescente bastante disciplinada e reservada. Em contexto sala de aula, quando as actividades não exigem competências de Matemática, Alice expõe os seus raciocínios e pontos de vista, perante os colegas, sem qualquer constrangimento.

Contudo, no que se refere a conceitos e a procedimentos matemáticos, denotam-se elevada ansiedade na concretização das tarefas e aversão à auto-exposição, situação descrita no capítulo dois aquando da exposição de algumas características compatíveis com a discalculia.

Alice tem noção das suas dificuldades à disciplina de Matemática e das limitações que sente na aprendizagem de novos conceitos, comparativamente com os seus colegas. Não revela também qualquer interesse por jogos didácticos ou actividades lúdicas que envolvam conhecimentos de Matemática.

6.1 As dificuldades apresentadas por Alice

No que se refere à aprendizagem das funções, identificaram-se, ao longo das sessões de apoio individual e em contexto turma, durante a execução de todas as tarefas propostas à aluna, dificuldades diversas. Observaram-se dificuldades na comparação e operacionalização com números, incluindo na relação entre as diferentes representações numéricas. Diagnosticaram-se dificuldades na interpretação dos enunciados escritos, na compreensão de instruções verbais, na aplicação de conceitos anteriormente leccionados, na sequencialização de raciocínios e na utilização de conceitos e linguagem matemática.

Segundo García (1995), as dificuldades acima descritas podem estar associadas ao comprometimento das habilidades linguísticas, de percepção e de atenção, para além de se relacionarem com dificuldades específicas na compreensão e aplicação de conhecimentos de Matemática. Os défices ao nível da compreensão e da utilização de linguagem matemática, as limitações no reconhecimento de significados de símbolos e de conceitos numéricos e as dificuldades em recordar procedimentos, em sequencializar raciocínios e em operacionalizar, incluindo ao nível do cálculo mental simples, descritos por vários autores, incluindo García, são comportamentos compatíveis com os observados em Alice.

Acrescenta-se que sendo Alice uma aluna com bons resultados académicos, mas com um rendimento inferior ao esperado para a sua escolaridade e capacidade intelectual na área da Matemática, poder-se-á estar na presença de discalculia.

Face às aprendizagens assimiladas por Alice, divulgadas no capítulo cinco, e às limitações observadas antes e durante o apoio, poder-se-ão confirmar as ideias de Adler (2001) quanto ao desempenho de alunos discalculicos que, segundo o autor, poderá variar entre as péssimas e as excelentes prestações, dependendo dos assuntos tratados e do tipo de apoio ministrado. Este autor referiu-se a um outro aspecto presente em Alice, o qual se relaciona com a incompreensão de determinado termo, conceito ou tema outrora apreendido e utilizado correctamente por alunos discalculicos.

Percebeu-se também que Alice revelava dificuldades em organizar a informação oral e/ou escrita e em representar dados e ideias, situação muito trabalhada durante o apoio, e pormenorizada por Cohen (1961) no capítulo dois deste trabalho.

Em traços gerais é ainda curioso reflectir sobre as competências adquiridas por Alice, algumas complexas, quando, por outro lado continuou a demonstrar dificuldade em executar tarefas simples, como as do cálculo numérico simples e da aplicação das fórmulas da área e do perímetro de um quadrado. Reforce-se a compatibilidade entre este comportamento de Alice e as características de alunos discalcúlicos apresentadas por Butterworth (2003), o qual defende que um discalcúlico pode executar tarefas matemáticas complexas, mas apresentar dificuldades na realização de cálculos numéricos simples.

Butterworth (2003) refere-se também à lentidão de execução das tarefas por parte dos discalcúlicos, postura evidenciada em Alice e descrita sistematicamente no capítulo cinco. Defende que estes alunos podem conseguir executar um método correcto e eficaz, embora não percebam o seu mecanismo, sendo que decoram e executam procedimentos, por vezes, em contextos desadequados. A autora deste trabalho considera também a existência de uma acção concertada e automatizada, evidenciada por Alice na execução de algumas tarefas apresentadas no capítulo cinco.

Face às parecenças que poderão existir entre a dislexia e a discalculia, referidas por Chinn e Ashcroft (2007), o apoio foi ministrado no sentido de promover a compreensão leitora, a escrita, a reduzida memória de trabalho, a capacidade para lidar com várias informações e melhorar a velocidade de execução das tarefas.

A título de curiosidade refira-se que estas dificuldades à disciplina de Matemática parecem ser denominador comum na família de Alice, havendo uma possibilidade de transmissão genética, característica apontada por Shalev (2004).

Relativamente às dificuldades não académicas, entende-se que Alice revelou melhorias ao nível da memória, da auto-estima, dos hábitos de persistência, do ritmo de trabalho, da aplicação de procedimentos, da postura e motivação, entre outros aspectos.

6.1.1 Referencial Cartesiano

Relativamente ao *Referencial Cartesiano* observaram-se, inicialmente, dificuldades de orientação espacial, na leitura e na escrita das coordenadas dos pontos assinalados. Alice trocava com alguma frequência, aquando da leitura e da escrita das coordenadas dos pontos, abcissa e ordenada, situação essa que a induziu a erros ao identificar e assinalar pontos.

Casas (1988) refere-se a essas características entre discalcúlicos, denotando a semelhança deste comportamento com o de alunos que apresentam dislexia e disortografia, manifestando-se em confusões e inversões entre números.

Com maior persistência, Alice cometeu incorrecções ao efectuar a leitura ou ao assinalar pontos sob os eixos cartesianos, sendo que, por vezes, associava abcissa ou ordenada nula, a abcissa ou ordenada com correspondência ao valor numérico um.

Segundo Johnson & Myklebust (1991), os discalcúlicos podem revelar comprometimento ao nível da organização visuo-espacial e da integração não verbal, não conseguindo ser rápidos na execução de tarefas, concretizando-as correctamente só após muito treino.

Percebeu-se ainda que Alice revelava, inicialmente, incompreensão quanto à comparação e operacionalização de números e sua representação na recta numérica. Observaram-se também dificuldades na compreensão da relação existente entre alguns números, nomeadamente na interpretação da forma como esses são apresentados.

Contudo, a aplicação de estratégias específicas, indicadas em capítulos anteriores, permitiram melhorias significativas ao nível da leitura, da sinalização de pontos e da escrita das coordenadas de pontos, bem como no reconhecimento e distinção dos significados de abcissa e ordenada e sua associação às letras x e y , sendo que se anularam os episódios de troca entre abcissa e ordenada, quer na leitura quer na escrita das respectivas coordenadas.

6.1.2 Expressão algébrica

Quanto à interpretação e utilização de expressões algébricas, Alice revelou dificuldades em interpretar as questões colocadas, em saber que dados concretos deveria apresentar, em estabelecer uma relação funcional entre números e em concretizar as variáveis.

De forma semelhante, para os casos de proporcionalidade directa, revelou, por vezes, dificuldades em calcular o valor da constante de proporcionalidade ou em associar os cálculos efectuados a essa constante, bem como em explicar o seu significado.

Estas dificuldades acentuaram-se ainda mais quando lhe era exigido a generalização dos padrões observados. Segundo Johnson & Myklebust (1991), os discalculicos podem compreender e usar linguagem oral, ler e escrever correctamente, mas não conseguir compreender os princípios e os processos matemáticos básicos, logo podem apresentar sérias dificuldades em generalizar ou em trabalhar com incógnitas.

A estas lacunas, acrescentam-se as dificuldades observadas na utilização de fórmulas, quer na associação da fórmula ao contexto, como também na substituição de valores numéricos. Alice não só revelou desconhecimento de fórmulas simples, como as do perímetro e área do quadrado, como também do respectivo significado.

Segundo Cazenave (1971) esta incompreensão matemática pode estar associada a défices de natureza linguística, com implicações na elaboração do pensamento, devido às dificuldades no processo de interiorização da linguagem, pois esta dificuldade interfere no raciocínio, desde o plano da percepção até à fase de abstracção. Um aluno que apresenta dificuldades na compreensão de relações e suas reversibilidades tem dificuldades em generalizar padrões.

Apesar das dificuldades evidenciadas, constatou-se que a aplicação de estratégias específicas permitiu melhorias ao nível da aplicação de fórmulas, da interpretação de expressões algébricas, especialmente das que estão associadas às situações de proporcionalidade directa. Contudo, entende-se que em algumas das resoluções apresentadas, a interpretação e aplicação de expressões algébricas resultou da aplicação de procedimentos memorizados que, por vezes, pareceram incompreendidos, visto que Alice os aplicou em contextos desadequados.

6.1.3 Definição de Função

Relativamente ao conceito de função, Alice revelou inicialmente algumas dificuldades na sua identificação e aplicação. A aluna optou, desde início, por utilizar o conceito de função como correspondência entre dois conjuntos, desconsiderando a definição de função enquanto relação entre duas variáveis. Com a utilização de mnemónicas e de outras estratégias implementadas passou a identificar correctamente as funções, representadas de formas diferentes, apresentando uma justificação padronizada. Porém, observaram-se dificuldades continuadas em apresentar contra-exemplos passíveis de justificar os casos em que a correspondência analisada não era a de uma função.

Tal como anteriormente descrito, também na aplicação da definição de função constatou-se um elevado domínio procedimental, duvidando-se, em alguns dos casos, que Alice tenha compreendido a situação apresentada.

6.2 Apoio pedagógico específico

Considerando agora o desempenho de Alice demonstrado, em parte, através de algumas das tarefas apresentadas no capítulo anterior, a autora deste trabalho considera ter havido uma evolução significativa ao nível das aquisições académicas e de alguns aspectos pessoais.

Alice melhorou bastante a sua auto-estima e postura face à disciplina de Matemática. Mostrou-se mais empenhada na execução das tarefas, mais persistente em ultrapassar as suas dificuldades, mais confiante e consecutivamente mais participativa. Os episódios de ansiedade e insegurança, dentro da sala de aula e durante as sessões de acompanhamento individual, foram diminuindo ao longo do apoio ministrado, sendo que as situações de silêncio e imobilidade perante as tarefas colocadas, ou o apagar consecutivo das resoluções por si efectuadas, praticamente se anularam. O ritmo de trabalho também aumentou consideravelmente, tendo a calculadora sido um instrumento facilitador na concretização das tarefas. Notaram-se ainda melhorias na aplicação de conceitos memorizados, na interpretação de enunciados escritos e instruções verbais, na seriação dos dados necessários à resolução da tarefa, na utilização de estratégias diversificadas e na exposição de raciocínios.

Na relação com os números e suas representações registaram-se também melhorias significativas, bem como na interpretação e utilização de conceitos e linguagem matemática.

Todo este desenvolvimento só foi possível através da aplicação das estratégias mencionadas nos capítulos anteriores, a saber:

- Definição e antecipação de objectivos intermédios de acordo com as dificuldades observadas;
- Adequação dos enunciados das tarefas ao perfil da aluna (simples e objectivos com destaque das palavras-chave,...);
- Acompanhamento na leitura e na interpretação dos enunciados;
- Revisão e repetição constante de termos e conceitos fundamentais;
- Esclarecimento imediato das dúvidas colocadas ou observadas;
- Desdobramento das questões para estimular a sequencialização dos raciocínios;
- Reforço da auto-estima e incentivo aos hábitos de persistência durante a concretização das tarefas;
- Exposição, oral e escrita, dos raciocínios.

Curioso é o facto de a aluna ter revelado capacidade para executar tarefas com um grau de exigência acentuado, mas continuar a evidenciar graves lacunas durante a aplicação de instruções ou conhecimentos básicos.

De todas as estratégias implementadas, a antecipação de conteúdos, ministrados nas sessões individuais, revelou-se bastante eficaz, no sentido em que atenuaram-se as diferenças de compreensão e de concretização das tarefas aquando da leccionação da matéria em contexto sala de aula, comparativamente com a do seu grupo de pares. Nesse sentido, a ansiedade e o bloqueio visível dentro da sala de aula, em situação turma, diminuiu consideravelmente. Contrariamente, aumentou o interesse pela realização e concretização das tarefas propostas. Alice tornou-se mais autónoma e participativa, inclusive em contexto turma, voluntariando-se para responder ou resolver as questões colocadas. Sendo uma aluna trabalhadora e sentindo-se mais confiante e motivada, conseguiu, com muito treino e persistência, adquirir a globalidade dos conceitos leccionados no âmbito das funções.

Considerando os resultados apresentados e reflectindo sobre o sucesso alcançado pela aluna, não se pode deixar de considerar que alunos com esta problemática teriam bastantes benefícios com a implementação de estratégias e metodologias ajustadas às suas necessidades. Contudo, esse apoio será tanto mais eficaz quanto maior prematuridade se verificar, uma vez que aos doze anos, quando se frequenta o sétimo ano de escolaridade, é de maior importância fomentar competências essenciais de ciclo, ao invés de regressar ao passado e reeducar o aluno na aprendizagem de cálculos numéricos e no relacionamento de conceitos básicos, entre outras exigências fundamentais. É também por esse motivo que a autora deste trabalho considera que nem sempre se deverá fazer restrição da calculadora, pois a sua utilização permitirá que se intensifique e focalize a atenção do aluno para outras aprendizagens. Os jogos lúdico-didáticos serão também um bom estímulo à persistência, à selecção de estratégias e ao desenvolvimento do raciocínio.

Um outro aspecto que parece influenciar a mudança de postura face à disciplina, situação que também facilita a actuação do professor, é a reactivação da auto-estima do aluno. Para a promover, o professor deverá ser capaz de identificar as dificuldades e ajudá-lo na sua superação. O professor deverá ainda evitar mostrar impaciência pelas incorrecções cometidas, mesmo que sejam básicas e sistemáticas. Quando, na aprendizagem de determinado conteúdo, apesar da diversificação de estratégias implementadas pelo professor, o aluno continuar a manifestar incompreensão, então será mais benéfico transitar para outras aprendizagens até que esse adquira as competências necessárias à aprendizagem, evitando assim que esse interiorize que é incapaz.

Bibliografia

- Abrantes, Paulo; Serrazina, Lourdes & Oliveira, Isolina (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa.
- Adler, D. (2001). *What is dyscalculia?* An e-book from Kognitivt Centrum Sweden.
- Benton, A. F. L (1962). *Mathematical disability and the Gerstmann Syndrome*. In: Deloche, E, G.; Seron, X. *Mathematical disabilities: a cognitive neuropsychological perspective*.
- Blender (2004). Reading disorder (dyslexia), mathematics disorder (dyscalculia), developmental neuropsych. Profiles, phonology, processing, psychosocial correlates. In <http://tobias-lib.uni-tuebingen.de>
- Butterworth, B. (2000). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Butterworth, B. (2001). *What makes a prodigy?* *Nature Neuroscience*, 4(1), 11-12.
- Butterworth, B.; Marchesini, N.; Girelli, L. (2003). Organisation of multiplication facts in memory: Developmental trends. In: Baroody, A. and Dowker, A. (Eds.) *The Development of Arithmetical Concepts and Skills*. Mahwah, NJ: LEA.
- Butterworth, B & Yeo, D. (2004) *Dyscalculia Guidance*. London: Nelson.
- Butterworth, B. (2005a). *Developmental dyscalculia*. In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 455-467). Hove: Psychology Press.
- Butterworth, B. (2005b). *The development of arithmetical abilities*. *Journal of Child Psychology and Psychiatry*, 46(1), 3-18.
- Butterworth, B. (2006). *Mathematical expertise*. In K. A. Ericsson.
- Butterworth, B. & Reigosa Crespo, V. (2007). *Information processing deficits in dyscalculia*. In D. B. Berch & M. M. M. Mazzocco (Eds.), *Why is math so hard for some children? The nature and origins of mathematical learning difficulties and disabilities* (pp. 65-81). Baltimore, MD: Paul H Brookes Publishing Co.

- Butterworth, B. & Laurillard, Diana (2010). *Low numeracy and dyscalculia: identification and intervention*. Published online: 18 June 2010 _ FIZ Karlsruhe 2010.
- Casas, A. M. (1988). *Dificultades en el Aprendizaje de la Lectura, Escrita y Cálculo*. Valencia: Promolibro.
- Cazenave (1991). *Recurrent idiotopes and internal images*. In <http://biblioedu.wikispaces.com>
- Chinn, S; Ashcroft, R.(2007). *Mathematics for Dyslexics, including Dyscalculia*. 3rd edition, London.
- CID 10 - www.psicologia.pt/instrumentos/dsm_cid
- Citoler, S. D. (1996). *Las Dificultades de Aprendizaje: Un Enfoque Cognitivo - Lectura, Escrita, Matemáticas*. Málaga: Ediciones Aljibe.
- Cohen, R. (1961). *Dyscalculia*. Archives of Neurology, 4, 301.
- Correia, L.M. (1997b). *Alunos com Necessidades Educativas Especiais nas Classes Regulares*. Porto: Porto Editora.
- Correia, L. M. (2008b). *Dificuldades de aprendizagem específicas - Contributos para uma definição portuguesa*. Porto: Porto Editora.
- Costa, Belmiro & Rodrigues, Ermelinda (2010). *Novo Espaço 7.º ano*. Porto Editora
- Cruz, Vítor (1999). *Dificuldades de Aprendizagem: fundamentos*. Porto Editora.
- Deaño, M. D. (1994). *Dificultades Selectivas de Aprendizaje: Matemáticas*. In Santiago Molina
- Decreto-Lei n.º 3/2008 de 7 de Janeiro. Diário da República, 1.ª série - N.º 4.
- Dehaene. S (1997). *The number sense: how the mind creates mathematics*. London. Oxford university Press.
- Dehaene. S; Spelke, E.: Pinel, P & Tsivkin, S (1999). *Sources of mathematical thinking: behavioural and brainimaging evidence*. Science, vol. 284. No. 5416. pp. 970 - 974.
- Dehaene, S., Molko, N., & Cohen, L. (2004). *Arithmetic and the brain*. Current Opinion in Neurobiology, 14, 218-224.
- Dehaene, S. (2007). *A Few Steps Toward a Science of Mental Life. Mind, Brain, and Education*

- Department for Education and Skills (2002). *Transforming Youth Work - resourcing excellent youth services*. London: Department for Education and Skills/Connexions.
- DfES (2001). *Guidance to Support Pupils with Dyslexia and Dyscalculia* (DfES 0512/2001). London: Department for Education and Skills.
- Dias, Carla; Ferreira, Jorge; Lagoa, Jorge & Leandro, Salústio (2010). *Realmat 7.º ano*. Didáctica Editora.
- DSM-IV (1996). *Manual de Diagnóstico e Estatística das Perturbações Mentais*. Lisboa. CLIMEPSI Editores.
- Duval, R.A (2006). *Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics*. Education Studies of Mathematics, n.º 61, p. 103-131.
- Faria, Luísa; Guerreiro, Luís & Almeida, Rocha (2010). *Matemática Dinâmica 7.º ano*. Porto Editora.
- Fonseca, Vítor (2008). *Dificuldades de Aprendizagem: Abordagem Neuropsicológica e Psicopedagógica ao Insucesso Escolar*. Âncora Editora.
- García Sanchez, J. N. (1995). *Manual de Dificultades de Aprendizaje: Lenguaje. Lecto-Escritura y Matemáticas*. Madrid: Narcea.
- García Sanchez, J. N. (2004). *Dificuldades de Aprendizagem e Intervenção Psicopedagógica*. Porto Alegre: Artmed.
- Gallistel & Gelman: *Mathematical Cognition*. In <http://ruccs.rutgers.edu>
- Geary, D. C. (1993). *Mathematical disabilities: Cognitive, neuropsychological, and genetic components*. *Psychological Bulletin*, 114, 345 - 362.
- Goswami, U. (2004). *Neuroscience and education*. *British Journal of Educational Psychology*, 74: 1-14.
- Hammill, D. D. (1990). *Programmed Reading Instruction in the Primary Grades*, in *Elementary English*, 46, 3, 1969; «On Definition of Learning Disabilities: an Emerging Consensus», in *Journal of Learning Disabilities*, 23, 2.

- Hynd, G., Marshall, R., & Gonzalez, J. (1991). *Learning disabilities and presumed central nervous system dysfunction*. *Learning Disability Quarterly*, 14, 283-296.
- Jardim, W, R. S. *Dificuldades se Aprendizagem no Ensino Fundamental: Manual da identificação e inversões*, São Paulo: Loyolas, 2001.
- Johnson, D. J., & Myklebust, H. R. (1991). *Distúrbios de aprendizagem: Princípios e práticas educacionais*. São Paulo: Livraria Pioneiro Editora.
- Kieran, C. (1992). *The learning and teaching of school algebra*. In E. D.A. Grouws (Ed), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York, NY: Macmillan.
- Kirk, S. A. *The Diagnosis and Remediation of Psycholinguistic Disabilities*. Its Origins and Implications, in J. Helmuth, *Learning Disorders*, Special Child Publications, Seattle, 1958; *Educating Exceptional Children*, Houghton Mifflin, Boston, 1987.
- Kosc, L. (1974). *Developmental dyscalculia*. *Journal of Learning Disabilities*, 7, 164-177.
- Learning Disabilities Association of America (1963). In <http://www.idanat1.org>
- Monedero, C. (1989). *Dificultades de Aprendizaje Escolar - Una Perspectiva Neuropsicológica*. Madrid: Ediciones Piámide, SA.
- National Joint Committee on Learning Disabilities (1988). *Definitions*, Letter to Members Organization, Washington.
- Neves, Maria Augusta; Leite, António; Silva, António & Alves, Salete. (2010). *Caderno de actividades de Matemática 7.º ano*. Porto Editora.
- NPMEB. In www.portaldasescolas.pt
- Oliveira, Carlos; Magro, Fátima; Fidalgo, Fernando & Louçano, Pedro. (2010). *PI6*. Asa Editora.
- Pain, Sara. (1989) *Diagnóstico e tratamento dos problemas de aprendizagem*. 3ªed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1989
- Sajka, M. (2003). *A secondary school student understands of the concept of function - a case study*. *Educational Studies in Mathematics*, 53, 229-254.

- Shalev, R. S.; Manor, O.; Gross-Tsur, V. (1997). *Neuropsychological aspects of developmental dyscalculia*. *Mathematical Cognition*, 3(2), 105-120.
- Shalev, R. S.; Manor, O.; Kerem, B.; Ayali, M.; Badichi, N.; Friedlander, Y., et al. (2001). *Developmental dyscalculia is a familial learning disability*. *Journal of Learning Disabilities*, 34(1), 59-65.
- Shalev, Ruth. (2004). *Developmental dyscalculia*. *Journal Child Neurol*, v.19, n.10, p. 765-771.
- Sokol, Scott M.; McCloskey, Michael; Cohen, Neal J. & Aliminosa, Donna (1991). *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, Vol 17(3), May 1991, 355-376.
- Temple, C. M. and Sherwood, S. (2002). *Representation and retrieval of arithmetical facts: Developmental difficulties*. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55A(3), 733-52.
- Ursini, S. & Trigueros, M. (2001). *A model for the uses of variable in elementary algebra*. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Ed.), *Proceeding of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 327-334). Utrecht: Utrecht University.
- Usiskin, Z. (1998). *Conceptions of school algebra and uses of variables*. In A. F. Coxford; A. P. Schulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 8-19). Reston, V.A: NCTM.
- Yin, Robert (1994). *Case Study Research: Design and Methods* (2^a Ed) Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Anexos