



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
Engenharia

# **Estudo Numérico das Condições de Funcionamento de uma Cascata de Pás de Compressor para Motores de Propulsão Aeronáutica**

**Nuno Filipe da Costa Vinha**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**  
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor António Carlos Mendes

Covilhã, Outubro de 2011



# Agradecimentos

Em primeiro lugar, não podia deixar de agradecer ao meu orientador, Professor António Mendes, por me ter oferecido a possibilidade de trabalhar no Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Turbomáquinas, pelo seu constante acompanhamento e por todo o conhecimento proporcionado ao longo destes anos. Por sempre me ter incentivado a não desistir, principalmente nos momentos mais complicados.

Ao Professor Jorge Barata, por me ter sugerido trabalhar com o Professor António Mendes nesta área de particular interesse e agrado, pelos seus esclarecimentos e conselhos.

Ao meu colega de laboratório Flávio Roque, pela sua agradável companhia oferecida durante todo o trabalho e, sobretudo, por permanentemente se dispor a ajudar.

Ao meu colega de laboratório Renato Carvalho, por sempre estar disponível para ajudar a resolver os problemas informáticos que por vezes surgiam.

Ao técnico de laboratório António Morgado, por toda a ajuda prestada.

Por último, gostaria de deixar um agradecimento especial à minha família, em particular aos meus pais, por me terem proporcionado todas as condições para uma educação de qualidade, e por todas as palavras de motivação proferidas. Sem o seu apoio, este trabalho não seria possível. Deixo ainda um grande abraço ao meu irmão, por todas as alegrias e desabafos que partilhou comigo.



# Resumo

A presente dissertação baseia-se no estudo numérico das condições de funcionamento de uma cascata de pás de compressor, para motores de propulsão aeronáutica. O trabalho é iniciado com uma breve revisão bibliográfica acerca da evolução da forma das pás de compressor axial, começando com perfis de pás de primeira geração e continuando para a segunda geração de pás, de difusão controlada.

O problema em estudo consiste na análise de desempenho das pás de estator de difusão controlada para o ponto de projecto, e em condições de funcionamento fora do ponto de projecto. Neste sentido, vários parâmetros de desempenho foram considerados, de modo a investigar a influência do ângulo de entrada do escoamento e do número de Reynolds sobre o desempenho do estator S67B. Estes incluem a distribuição de pressão em torno da superfície superior das pás, deflexão do escoamento, coeficiente de perdas de pressão de estagnação e factor de difusão. Os coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço para a cascata de pás são depois calculados a partir dos valores obtidos para o coeficiente de perdas de pressão de estagnação e para o ângulo de saída do escoamento.

As equações de governo do problema são as equações de Navier-Stokes para escoamento compressível e adiabático, com as condições de fronteira apropriadas. As equações de Navier-Stokes em termos dos valores médios (equações RANS) são de seguida resolvidas juntamente com os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, utilizando funções de parede, e  $k - \omega$  SST, especialmente adaptado para resolver toda a camada limite. O código comercial FLUENT 6.3.26, sob licença da ANSYS, é utilizado, de modo a calcular a forma discretizada das equações de governo. Para o domínio computacional, foi desenvolvida uma malha estruturada entre duas pás adjacentes da cascata. O software GAMBIT 2.4.6 foi utilizado para a geração da malha. A presente dissertação inclui uma descrição completa das simulações numéricas efectuadas.

Todas as simulações numéricas foram realizadas em condições de escoamento permanente, para um número de Reynolds no regime de 210.000 a 640.000. Vários valores para o ângulo de entrada do escoamento, em torno do ponto de projecto da cascata, foram considerados. As soluções numéricas foram minuciosamente analisadas, em termos da convergência e precisão. Resultados são obtidos para a distribuição do coeficiente de pressão estática, coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço, deflexão, coeficiente de perdas de pressão de estagnação e factor de difusão, de modo a avaliar o desempenho da cascata.

Para a validação do modelo numérico, os resultados são comparados com os obtidos para a modelação do escoamento invíscido e com dados experimentais retirados da literatura,

em termos do coeficiente de pressão estática, nas condições de projecto. A dissertação termina com uma discussão detalhada das principais conclusões e recomendações finais para trabalhos futuros.

## **Palavras-chave**

Avaliação de desempenho, estator de compressor, pás de difusão controlada, perdas em cascatas, análise de escoamento viscoso.

# Abstract

The present dissertation is about a numerical study of the working conditions in compressor guide vanes for jet propulsion engines. The work begins with a brief bibliographical review about the evolution of axial compressor stator blade shapes, starting with first generation blade profiles and continuing to the second generation controlled diffusion blades.

The problem under survey is the performance analysis of the controlled diffusion stator blades at the design point and off-design working conditions. In this direction several performance parameters have been considered, in order to investigate the influence of the inlet flow angle and Reynolds number upon the performance of the stator S67B. These include the pressure distribution over the suction surface of the blades, flow deflection, stagnation pressure loss coefficient and diffusion factor. The lift and drag coefficients for the cascade of blades are afterwards calculated from the values obtained for the stagnation pressure loss coefficient and outlet flow angle.

The governing equations are the Navier-Stokes equations for compressible adiabatic flow with appropriate boundary conditions. The Reynolds-averaged Navier-Stokes equations are then solved with the turbulence models  $k - \epsilon$  RNG, using wall functions, and  $k - \omega$  SST, specially adapted to calculate the full boundary layer. The commercial code FLUENT 6.3.26, under license from ANSYS, is used, in order to compute the discretized form of the governing equations. For the computational domain, a structured grid between two adjacent blades has been deployed. The GAMBIT 2.4.6 software has been utilized for mesh generation. A full description of the numerical simulations is included in the present dissertation.

All numerical simulations have been carried out under steady flow conditions, for a Reynolds number in the regime of 210.000 to 640.000. Various values of inlet flow angle about the cascade design point have been considered. The CFD solutions have been thoroughly analyzed, in terms of convergence and accuracy. Results are obtained for the static pressure coefficient distribution, lift and drag coefficients, deflection, stagnation pressure loss coefficient and diffusion factor, for cascade performance assessment.

In order to validate the numerical model, results are compared with inviscid flow calculations and experimental measurements taken from the literature, in terms of the static pressure coefficient at design conditions. The dissertation ends with a detailed discussion of the main conclusions and final recommendations for future work.

# Keywords

Performance assessment, compressor stator, controlled-diffusion blades, losses in cascades, viscous flow analysis.

# Índice

<b>Agradecimentos</b> .....	<b>iii</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>v</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>vii</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>xiii</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>xvii</b>
<b>Lista de Símbolos</b> .....	<b>xix</b>
<b>1. Introdução</b> .....	<b>1</b>
1.1. Evolução dos perfis das pás de compressor axial.....	7
1.1.1. Pás de primeira geração.....	7
1.1.2. Pás de segunda geração .....	8
1.2. Análise do desempenho por CFD .....	15
1.3. Objectivos do trabalho .....	19
1.4. Estrutura da dissertação .....	20
<b>2. Problema em estudo</b> .....	<b>23</b>
2.1. Considerações iniciais .....	23
2.2. Cascata de pás S67B .....	25
2.3. Avaliação do desempenho de cascatas de pás de compressor .....	26
2.4. Forças aerodinâmicas aplicadas na cascata .....	28
<b>3. Formulação do problema</b> .....	<b>31</b>
3.1. Equações de governo .....	31
3.1.1. Conservação da massa .....	31
3.1.2. Conservação da quantidade de movimento .....	32
3.1.3. Conservação da energia .....	32
3.1.4. Sistema de equações de governo do problema .....	33
3.2. Modelação do escoamento invíscido .....	33
3.3. Modelação do escoamento turbulento .....	34

3.3.1. Equações de transporte em termos dos valores médios .....	35
3.3.2. Modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG .....	36
3.3.3. Modelo de turbulência $k - \omega$ SST .....	38
3.4. Modelação da turbulência junto da parede sólida .....	39
3.4.1. Funções de parede .....	41
3.4.2. Resolução da camada limite .....	44
<b>4. Modelo numérico .....</b>	<b>47</b>
4.1. Domínio computacional .....	47
4.2. Condições de fronteira .....	51
4.2.1. Superfície de entrada .....	51
4.2.2. Superfície de saída .....	51
4.2.3. Superfícies sólidas .....	52
4.2.4. Superfícies periódicas .....	52
4.3. Descrição das simulações numéricas .....	52
4.4. Consistência, estabilidade, convergência e precisão da solução .....	56
<b>5. Resultados .....</b>	<b>61</b>
5.1. Análise da solução numérica .....	61
5.1.1. Convergência do processo iterativo .....	61
5.1.2. Estudo da independência de malha .....	64
5.1.3. Verificação de $y^+$ .....	66
5.2. Validação do modelo numérico .....	67
5.3. Análise de desempenho da cascata de pás S67B .....	71
5.3.1. Distribuição do coeficiente de pressão estática .....	71
5.3.2. Coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço .....	75
5.3.3. Deflexão e coeficiente de perdas aerodinâmicas .....	78
5.3.4. Factor de difusão .....	82
<b>6. Conclusões .....</b>	<b>85</b>
<b>Referências bibliográficas .....</b>	<b>89</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>93</b>
Anexo A1. Coordenadas das pás S67B a metade da envergadura .....	93

Trabalhos publicados..... 97



# Lista de Figuras

1.1. Componentes essenciais de um motor a jacto simples [Ref. 4] .....	2
1.2. Compressor axial típico, com um único veio, onde é possível observar os vários andares de compressão, cada um constituído por um rotor e um estator [Ref. 4] .....	3
1.3. Estágio de compressor; desenvolvimento de uma superfície de corrente cilíndrica numa cascata linear infinita de pás [Ref. 3] .....	5
1.4. Triângulos de velocidade para um andar de compressor axial [Ref. 5] .....	6
1.5. Distribuição de espessura de perfis de pás de primeira geração subsónicos [Ref. 12] ..	8
1.6. Requisitos aerodinâmicos de projecto dos perfis CDA de Hobbs e Weingold [Ref. 15].	10
1.7. Geometria dos perfis das pás dos estatores S67B, de segunda geração, e S67, de primeira geração, a metade da envergadura [Ref. 29] .....	13
1.8. Esquema da montagem experimental utilizada nos trabalhos de Hansen, Schnorenberg, Grove e Hobson et al., na <i>Naval Postgraduate School</i> [Ref. 30].....	14
1.9. Visão global da modelação numérica, a partir da utilização de códigos comerciais de CFD [Ref. 35].....	17
1.10. Visão global do processo de cálculo computacional [Ref. 35] .....	19
2.1. Cascata de pás de estator de compressor axial e seus parâmetros geométricos [Ref. 1] .....	24
2.2. Geometria do perfil das pás do estator S67B, a metade da envergadura .....	26
2.3. Forças aplicadas e triângulo de velocidades numa cascata de pás de estator de compressor axial [Ref. 1].....	29
3.1. Perfil de velocidades de uma camada limite turbulenta nas coordenadas semi-logarítmicas da lei da parede [Ref. 35].....	40
3.2. Modelação da turbulência junto da parede sólida utilizando funções de parede [Ref. 35] .....	41
3.3. Modelação da turbulência junto da parede sólida resolvendo toda a camada limite [Ref. 35] .....	45
4.1. Visão geral da malha estruturada de 96750 elementos .....	50
4.2. Pormenor da malha nos bordos de ataque (a) e de fuga (b) das pás, na superfície superior.....	50
4.3. Pormenor da malha nos bordos de ataque (a) e de fuga (b) das pás, na superfície inferior.....	51

4.4.	Visão geral do <i>Pressure-Based Segregated solver</i> [Ref. 41] .....	54
4.5.	O algoritmo SIMPLE [Ref. 34] .....	55
5.1.	Evolução dos resíduos, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG .....	62
5.2.	Evolução dos resíduos, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \omega$ SST .....	62
5.3.	Evolução do ângulo de saída do escoamento $\alpha_2$ ao longo do processo iterativo, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando os modelos de turbulência $k - \epsilon$ RNG e $k - \omega$ SST.....	63
5.4.	Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo $k - \epsilon$ RNG. Comparação dos resultados obtidos com as malhas 1 e 2.....	65
5.5.	Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo $k - \omega$ SST. Comparação dos resultados obtidos com as malhas 1 e 2.....	65
5.6.	Valores de $y^+$ nos elementos adjacentes às superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando os modelos de turbulência $k - \epsilon$ RNG e $k - \omega$ SST.....	66
5.7.	Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°. Comparação dos resultados obtidos para as modelações invíscida e turbulenta ( $k - \epsilon$ RNG e $k - \omega$ SST) com valores experimentais obtidos por Hobson et al. [Ref. 30] .....	67
5.8.	Isolinhas de pressão estática para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG .....	68
5.9.	Isolinhas de pressão estática para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \omega$ SST .....	69
5.10.	Isolinhas de velocidade para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG .....	69
5.11.	Isolinhas de velocidade para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência $k - \omega$ SST .....	69
5.12.	Detalhe da separação do escoamento no bordo de fuga das pás, para o modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG .....	70

5.13. Detalhe da separação do escoamento no bordo de fuga das pás, para o modelo de turbulência $k - \omega$ SST.....	70
5.14. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $36^\circ$ (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	72
5.15. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $40^\circ$ (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	72
5.16. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $44^\circ$ (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	73
5.17. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $36^\circ$ (modelo de turbulência $k - \omega$ SST) .....	73
5.18. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $38^\circ$ (modelo de turbulência $k - \omega$ SST) .....	74
5.19. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de $40^\circ$ (modelo de turbulência $k - \omega$ SST) .....	74
5.20. Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	75
5.21. Variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	76
5.22. Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \omega$ SST).....	77
5.23. Variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \omega$ SST).....	78
5.24. Variação da deflexão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	79

5.25. Variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG) .....	80
5.26. Variação da deflexão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \omega$ SST).....	81
5.27. Variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \omega$ SST).....	82
5.28. Variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG).....	83
5.29. Variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência $k - \omega$ SST) .....	84

# Lista de Tabelas

2.1. Parâmetros geométricos da cascata de pás S67B .....	26
4.1. Distribuição de $Q_{EAS}$ dos elementos da malha .....	49
4.2. Distribuição da razão de aspecto dos elementos da malha .....	49
4.3. Factores de sub-relaxação adoptados .....	57
5.1. Número de iterações necessárias para a convergência do processo iterativo .....	64
A1. Coordenadas do bordo de ataque das pás S67B, a metade da envergadura.....	93
A2. Coordenadas da superfície superior das pás S67B, a metade da envergadura .....	94
A3. Coordenadas da superfície inferior das pás S67B, a metade da envergadura.....	95
A4. Coordenadas do bordo de fuga das pás S67B, a metade da envergadura.....	96



# Lista de Símbolos

$a_{nb}$	Coeficiente de influência
$a_p$	Coeficiente central
$AR$	Razão de aspecto
$\vec{A}$	Vector área de superfície
$b$	Termo de contribuição
$c$	Corda da pá
$C_D$	Coeficiente de resistência ao avanço
$C_L$	Coeficiente de sustentação
$C_p$	Coeficiente de pressão estática
$C_v$	Calor específico a volume constante
$d$	Envergadura da pá
$D$	Força de resistência ao avanço
$DF$	Factor de difusão
$D_\omega$	Termo de difusão cruzada
$F$	Força actuando ao longo da cascata
$F_1, F_2$	Funções de mistura
$G_k$	Geração de energia cinética turbulenta
$G_\omega$	Geração da taxa de dissipação específica
$\vec{g}$	Aceleração gravítica
$i$	Ângulo de incidência
$i$	Energia interna térmica
$I$	Tensor unitário
$k$	Energia cinética turbulenta
$k_s$	Altura de rugosidade
$K$	Condutividade térmica
$L$	Força de sustentação
$\ell$	Escala de comprimentos de turbulência

$n$	Coordenada local perpendicular à parede
$N_{faces}$	Número de faces da célula
$p$	Pressão estática
$Q_{EAS}$	Medida normalizada da distorção de um elemento
$R$	Constante dos gases ideais
$R^\phi$	Resíduo
$R_s^\phi$	Resíduo adimensionalizado
$Re$	Número de Reynolds
$Re_y$	Número de Reynolds turbulento
$s$	Passo da cascata
$S$	Módulo do tensor médio da taxa de deformação
$S$	Magnitude da taxa de deformação
$S$	Termo fonte
$t$	Espessura
$t$	Tempo
$T$	Temperatura absoluta
$u_i$	Componentes de velocidade média
$u_\tau$	Velocidade de fricção
$u^+, u^*$	Velocidade adimensionalizada
$U$	Velocidade de rotação
$\vec{v}$	Vector velocidade global
$V$	Velocidade absoluta do escoamento
$V$	Volume da célula
$W$	Velocidade relativa do escoamento
$x, y, z$	Sistema de coordenadas cartesiano
$x_i$	Componentes do vector posição
$X$	Distância ao longo da corda
$y$	Distância perpendicular à parede
$y^+, y^*$	Distância adimensionalizada

$Y_k$	Dissipação de energia cinética turbulenta
$Y_\omega$	Dissipação da taxa de dissipação específica

### Letras do alfabeto Grego

$\alpha$	Ângulo do escoamento absoluto
$\alpha'$	Ângulo da pá
$\alpha^*$	Coefficiente de correcção para baixos números de Reynolds
$\alpha_{ur}$	Factor de sub-relaxação
$\beta$	Ângulo do escoamento relativo
$\gamma$	Critério de convergência
$\Gamma$	Função de mistura
$\Gamma$	Coefficiente de difusão
$\Gamma_k$	Difusividade efectiva de energia cinética turbulenta
$\Gamma_\omega$	Difusividade efectiva da taxa de dissipação específica
$\delta$	Ângulo de desvio
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$\varepsilon$	Deflexão
$\epsilon$	Taxa de dissipação turbulenta
$\zeta$	Ângulo de calagem da pá
$\zeta_p$	Coefficiente de perdas de pressão de estagnação
$\eta$	Direcção normal à direcção axial de referência
$\theta$	Ângulo de cambrura da pá
$\theta$	Ângulo formado entre duas arestas de um elemento
$\kappa$	Constante de von Kármán
$\mu$	Viscosidade absoluta ou dinâmica
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta
$\nu$	Viscosidade cinemática
$\xi$	Direcção axial de referência
$\rho$	Massa específica
$\sigma$	Solidez da cascata

$\sigma_k$	Número de Prandtl turbulento para a energia cinética turbulenta
$\sigma_\omega$	Número de Prandtl turbulento para a taxa de dissipação específica
$\tau_w$	Tensão de atrito parietal
$\bar{\tau}$	Tensor das tensões
$\phi$	Propriedade genérica do escoamento
$\phi_d$	Função de dissipação
$\phi_i$	Propriedade genérica instantânea do escoamento
$\omega$	Taxa de dissipação específica

### Índices inferiores

$a$	Axial
$eq$	Valor característico
$f$	Referente a uma face do elemento
$i, j, k, l$	Índices
$inv$	Inviscido
$lam$	Laminar
$m$	Média
$max$	Valor máximo
$min$	Valor mínimo
$new$	Valor actualizado após iteração
$old$	Valor anterior após iteração
$P$	Valor no ponto genérico $P$
$rel$	Valor relativo
$turb$	Turbulenta
$w$	Valor na parede
$\phi$	Referente a uma quantidade escalar de transporte
0	Condição de estagnação
1, 2	Entrada e saída de uma cascata de pás, respectivamente
1, 3	Entrada e saída de um estágio de compressor, respectivamente

## Índices superiores

$T$	Transposta
$'$	Flutuação em torno da média temporal
$-$	Média temporal

## Acrónimos

CDA	Controlled-Diffusion-Airfoils
CFD	Computational Fluid Dynamics
DCA	Double-Circular-Arc
DNS	Direct Numerical Simulation
IGVs	Inlet Guide Vanes
LES	Large Eddy Simulation
MCA	Multiple-Circular-Arc
NACA	National Advisory Committee for Aeronautics
RANS	Reynolds-Averaged Navier Stokes
RNG	Re-Normalization Group
SIMPLE	Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations
SST	Shear-Stress Transport
USO	Unstarted-Strong-Oblique-Shock



# 1. Introdução

Ao longo dos tempos no sector aeronáutico, requisitos cada vez mais exigentes sobre o desempenho das aeronaves têm conduzido, na indústria da turbina de gás, à manufactura de motores cada vez mais eficientes e capazes de produzir maiores forças de tracção. Ao mesmo tempo, pretende-se igualmente que os motores das aeronaves sejam cada vez mais leves. Correspondentemente, a investigação e o desenvolvimento de motores de turbina de gás estão constantemente focados no estabelecimento de compromissos entre elevadas eficiências e potências, e baixos pesos.

A turbina de gás usufrui de diversas e importantes aplicações industriais, mas é e sempre foi mais amplamente utilizada como motor de propulsão aeronáutica, desde a fase inicial do seu desenvolvimento. De facto, Saravanamutto et al. [Ref. 1] consideram, sem sombra de dúvidas, que o maior impacto da turbina de gás tem sido no campo da propulsão aeronáutica. Nos últimos anos, a turbina de gás tem assumido um papel cada vez mais relevante na geração de electricidade, a partir do momento em que a regulamentação foi alterada de modo a permitir que o gás natural fosse queimado para esse propósito. No entanto, e de acordo com Cumpsty [Ref. 2], a grande maioria das turbinas de gás utilizadas em aplicações terrestres e navais são directamente derivadas dos motores das aeronaves. Outras turbinas de gás são desenvolvidas especialmente para aproveitamento naval ou em terra, mas sempre baseadas em tecnologia derivada da propulsão aeronáutica.

O desenvolvimento do motor a jacto teve lugar durante o período da Segunda Guerra Mundial, tendo sido levado a cabo paralelamente por F. Whittle, na Inglaterra, e por H. P. von Ohain, na Alemanha. A crescente atracção pela turbina de gás em motores com aplicação aeronáutica deveu-se, essencialmente, à grande potência produzida, relativamente ao peso e tamanho do motor. A grande maioria dos pioneiros da época tinha em mente uma turbina de gás accionando uma hélice para propulsionar a aeronave; porém, Whittle e von Ohain constataram que os gases de exaustão da turbina poderiam ser acelerados de modo a formar um jacto propulsivo. O primeiro voo com motor a jacto foi conseguido a 27 de Agosto de 1939, tendo este sido desenvolvido por von Ohain. Cerca de dois anos mais tarde, o motor desenvolvido por Whittle teve também o seu primeiro voo, a 15 de Maio de 1941 [Ref. 3]. Estes desenvolvimentos basearam-se exclusivamente em requisitos militares, e as primeiras aplicações de monta para uma turbina de gás foram na propulsão a jacto de aeronaves militares, no final da Segunda Guerra Mundial [Ref. 1]. A turbina de gás permitiu velocidades muito superiores, o que foi considerado suficiente para ignorar deficiências sérias, tais como consumo de combustível e ruído bastante elevados, vida útil do motor deveras reduzida e fraca fiabilidade.

As primeiras aplicações civis da propulsão a jacto surgem por volta de 1950. No entanto, o consumo elevado de combustível constituía um problema operacional importante, mas o ruído não foi considerado relevante. O aumento do número de aeronaves civis com propulsão a jacto depressa transformou o ruído num problema, tendo a adição de silenciadores e a criação do *turbofan* contribuído para a sua minimização. O gigantesco desenvolvimento tecnológico verificado nos últimos 60 anos na indústria da turbina de gás contribuiu para que actualmente a grande maioria das aeronaves seja propulsionada a partir de motores com turbina a gás, tendo rapidamente tornando a utilização do motor a pistão obsoleta. Consequentemente, hoje em dia este tipo de motor está praticamente restrito à aviação ligeira [Ref. 1].

Num motor de turbina de gás convencional, os seus componentes fundamentais são o compressor, a câmara de combustão e a turbina. O compressor tem como função aumentar a pressão estática do ar de forma a que, na câmara de combustão, o combustível seja injectado e queimado, transformando-se a energia química do combustível em calor e pressão. A turbina extrai energia aos gases de combustão e disponibiliza-a a um veio que acciona o compressor, ocasionando em consequência uma perda de pressão estática do fluido de trabalho. Finalmente o gás que sai da turbina, ainda a pressão e temperatura elevadas, é então expandido à pressão atmosférica num bocal propulsivo, de modo a produzir um jacto com velocidade elevada. Todo este processo conduz à produção de uma força propulsiva de tracção, na direcção oposta à do jacto de saída do motor. Ao contrário de um motor alternativo, um motor a jacto utiliza um processo contínuo e a combustão ocorre a pressão constante. Os componentes essenciais de um motor a jacto simples, de turbina a gás, são mostrados esquematicamente na figura 1.1.

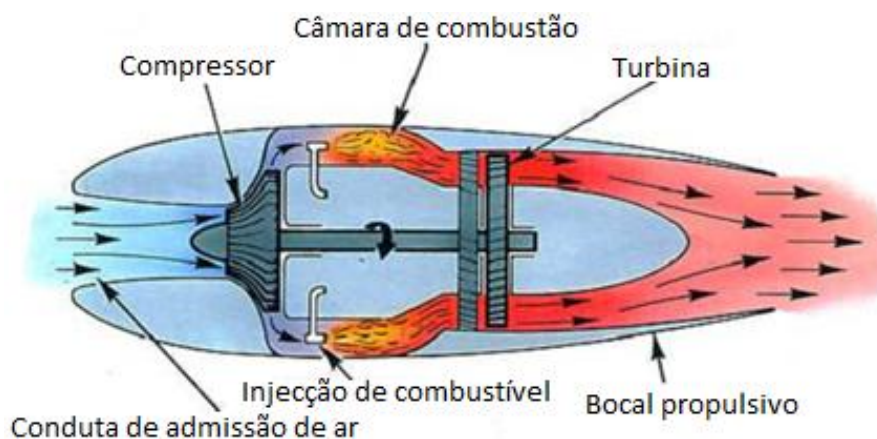


Figura 1.1. Componentes essenciais de um motor a jacto simples [Ref. 4].

A compressão do ar normalmente é efectuada por um compressor axial, ou por um compressor centrífugo, num motor de turbina de gás. No que diz respeito às vantagens e desvantagens destes dois tipos de compressores, o centrífugo é normalmente mais robusto, e de desenvolvimento e manufactura mais fáceis que o compressor axial. No entanto, o compressor axial "consome" um maior caudal de ar, relativamente a um compressor

centrífugo com a mesma área frontal, conseguindo produzir maiores forças de tracção. Devido aos seus vários estágios, o compressor axial consegue ainda atingir razões de compressão bastante elevadas, melhorando a eficiência do motor, que por sua vez conduz a um consumo específico de combustível mais reduzido. Todas estas vantagens conduziram à adopção do compressor axial na maior parte dos motores de turbina de gás com aplicações aeronáuticas [Ref. 4].

O compressor axial é composto por vários estágios, cada um com um rotor e um estator. O rotor, que incorpora um conjunto de pás em rotação, acelera o ar, transferindo trabalho para este fluido, aumentando assim a sua pressão de estagnação, temperatura e energia cinética. O estator, que consiste num conjunto de pás estacionárias, desacelera o ar por difusão, aumentando a pressão estática. A pressão de estagnação permanece praticamente constante através do estator, em condições ideais, ao passo que a pressão estática e a temperatura aumentam enquanto a energia cinética diminui [Ref. 5]. De seguida, o ar é direccionado para o rotor do estágio seguinte, repetindo-se todo este processo, até que seja atingida a razão de compressão global. Na figura 1.2 está representado um compressor axial típico, onde é possível assinalar os vários estágios de compressão. De acordo com Cumpsty [Ref. 2], os compressores axiais modernos normalmente contêm entre 10 a 20 estágios de compressão. Cada rotor ou estator é geralmente constituído por um conjunto de 30 a 100 pás. Relativamente às razões de compressão globais, Saravanamutto et al. [Ref. 1] acrescentam que actualmente alguns motores de avião atingem efectivamente razões de compressão superiores a 40:1.

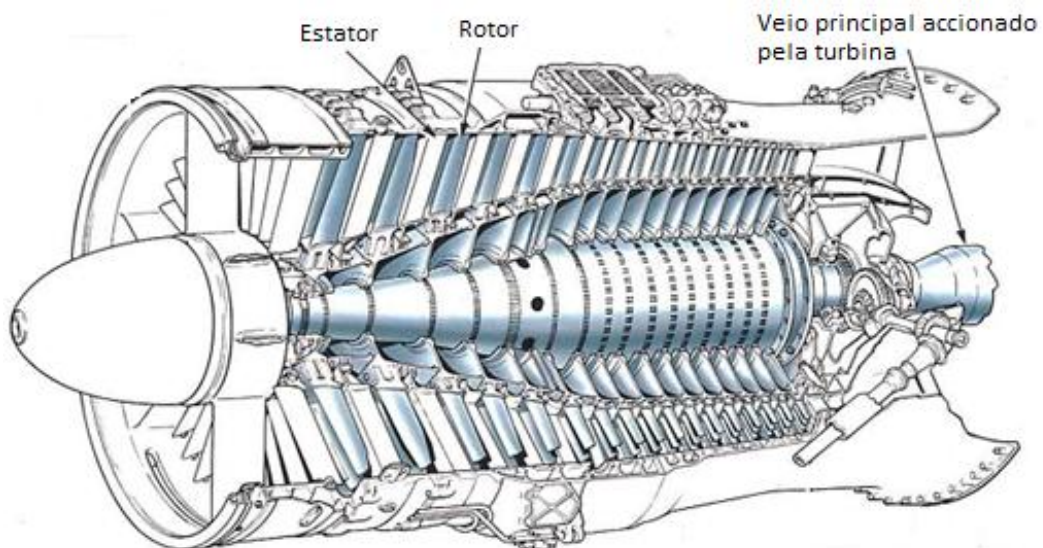


Figura 1.2. Compressor axial típico, com um único veio, onde é possível observar os vários andares de compressão, cada um constituído por um rotor e um estator [Ref. 4].

Num compressor constituído por vários andares de compressão, torna-se indesejável que todos os estágios operem à mesma velocidade, devido às variações de velocidade, densidade e pressão do fluido de trabalho, e ainda devido à relação cubo/ponta do compressor. Deste modo, os estágios são vulgarmente divididos em dois segmentos, que

operam a velocidades distintas: o compressor de baixa pressão, normalmente a primeira metade dos estágios de compressão, e o compressor de alta pressão, que consiste na última metade destes andares. De notar que para este tipo de configuração funcionar o motor necessita de pelo menos dois veios.

Num compressor axial é ainda possível distinguir um conjunto de pás de estator de entrada, situado a montante do primeiro andar de compressão, que confere ao escoamento uma velocidade com componente tangencial, sendo comumente apelidado de *inlet guide vanes* (IGVs). O propósito deste conjunto de pás é direccionar o escoamento de forma suave em direcção ao rotor, que é demasiado susceptível a qualquer variação no ângulo de incidência do escoamento, por mais ligeira que seja. As *inlet guide vanes* poderão ainda ajudar a prevenir a injeção de determinados objectos estranhos e prejudiciais ao motor, tais como pássaros [Ref. 5]. Actualmente a grande maioria dos motores de aeronaves têm dispensado este mecanismo, principalmente para alcançarem o máximo escoamento possível de ar por unidade de área, conseguindo igualmente minimizar o peso global do motor.

Desde os primeiros tempos, o projecto e a previsão de desempenho de compressores axiais têm-se baseado na sobreposição de um escoamento axi-simétrico com uma série de escoamentos bidimensionais, em torno dos diferentes perfis de uma cascata de pás. Se a montante e a jusante das pás a velocidade axial não variar com o raio e a componente radial for desprezável, e se as superfícies de corrente do escoamento axi-simétrico permanecerem cilíndricas, então estas superfícies definem uma distribuição circunferencial de perfis sustentadores na sua intersecção com as pás do compressor, designada usualmente de cascata de pás [Ref. 6]. Planificando esta cascata anular obtém-se uma cascata rectilínea e bidimensional, tal como mostra a figura 1.3. Esta cascata de pás linear consiste num número infinito de pás idênticas, que se encontram igualmente espaçadas e paralelas umas em relação às outras. Para uma análise numérica do escoamento em torno de cascatas de pás de compressor este tipo de abordagem torna-se útil, uma vez que permite simplificar as equações de governo e a geometria do problema. De notar, no entanto, que esta abordagem constitui um modelo simplificado do escoamento, que na realidade poderá incluir vários efeitos tridimensionais, tais como regiões de separação e/ou escoamentos secundários ao longo da envergadura das pás, pelo que estes efeitos deverão sempre ser tidos em conta.

Utilizando esta abordagem bidimensional, é possível assinalar os vectores de velocidade e os diagramas de velocidade associados ao escoamento em torno de cascatas de pás de compressor axial, para um andar de compressão típico, como mostra a figura 1.4. Aqui, o escoamento é sempre sujeito a um gradiente de pressão adverso, tanto no rotor como no estator. De facto, embora a velocidade absoluta do fluido de trabalho seja aumentada no rotor ( $V_1 < V_2$ ), constata-se que esta diminui relativamente ao rotor ( $W_1 > W_2$ ), ou seja, existe um fenómeno difusivo nas pás do rotor [Ref. 1]. Assim, na referência absoluta, energia cinética é adicionada pelo veio, ao passo que na referência relativa o rotor actua como um

difusor. No estator, confirma-se que o ar é desacelerado por difusão, como referido anteriormente ( $V_2 > V_3$ ).

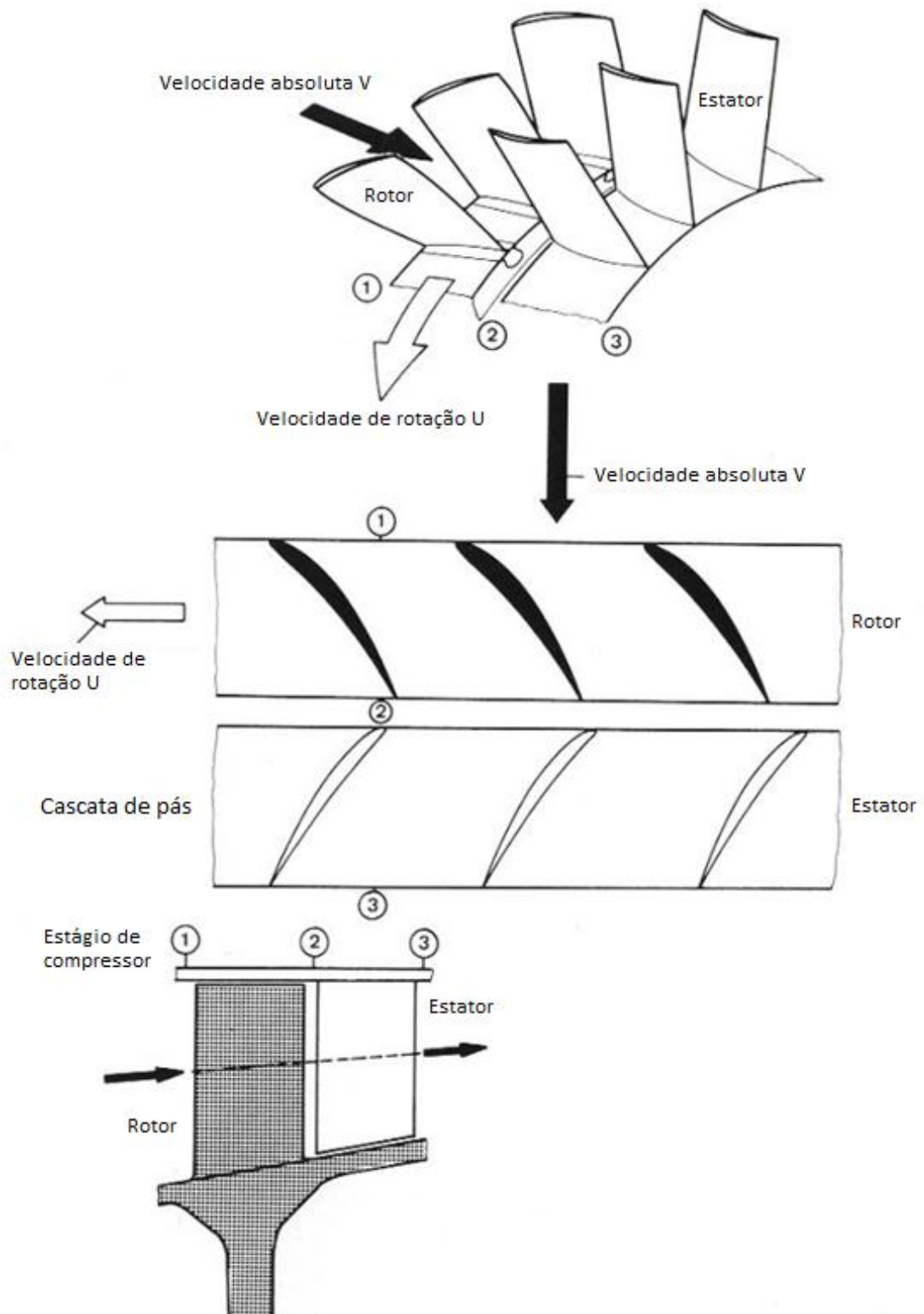


Figura 1.3. Estágio de compressor; desenvolvimento de uma superfície de corrente cilíndrica numa cascata linear infinita de pás [Ref. 3].

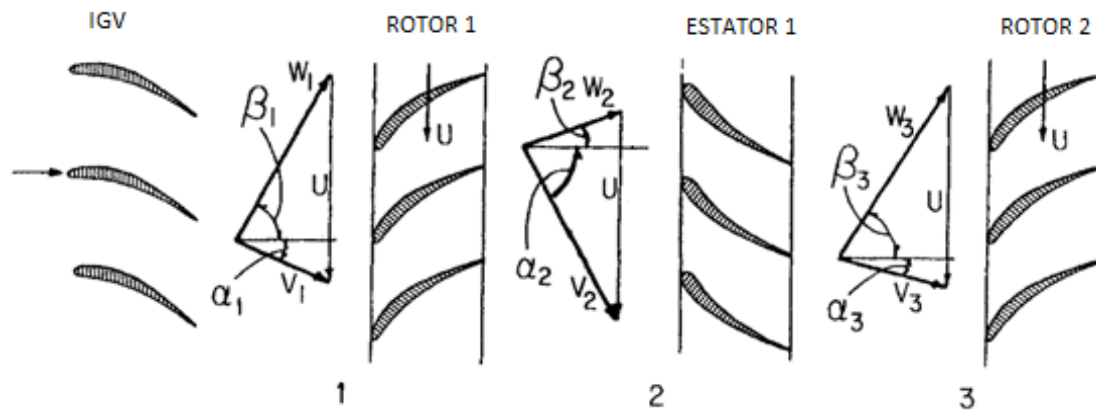


Figura 1.4. Triângulos de velocidade para um andar de compressor axial [Ref. 5].

Idealmente, através do estator de um compressor axial, a pressão de estagnação permanece praticamente constante. No entanto, durante a difusão do escoamento, perdas aerodinâmicas são geradas nas pás do estator, provocando um decréscimo local na pressão de estagnação. Estas perdas são decorrentes do crescimento da camada limite nas superfícies superior e inferior das pás da cascata, sendo denominadas por perdas viscosas. Particularmente, e à medida que o escoamento é desacelerado por um gradiente de pressão adverso na superfície superior das pás, existe ainda a possibilidade de separação da camada limite. Se esta separação se confirmar na cascata, o desempenho do compressor axial é altamente afectado, podendo este atingir a condição de perda aerodinâmica (*stall*). A perda aerodinâmica num compressor é uma situação bastante perigosa durante o voo, pois pode provocar uma degradação do desempenho do motor, ou mesmo originar uma perda total de potência. Tal poderá conduzir ao insucesso de uma determinada missão e, em situações mais extremas, à queda da aeronave. De acordo com Cumpsty e Greitzer [Ref. 7], o gradiente de pressão adverso aumenta à medida que o ângulo de incidência do escoamento aumenta e, para uma cascata de pás de compressor axial bidimensional, apenas alguns graus separam a situação correspondente às perdas mínimas da situação de perda nas pás. Adicionalmente, quando o número de Mach da cascata é elevado, perdas adicionais são introduzidas devido ao aparecimento de ondas de choque, sendo estas conhecidas como perdas de choque. Poderão ainda ocorrer interacções entre estas ondas de choque e a camada limite na superfície das pás, tornando bastante mais problemático o desenvolvimento da camada limite, e conduzindo assim a um aumento substancial das perdas aerodinâmicas. Portanto, o desafio primordial dum projectista de pás de compressor axial consiste na concepção de novas geometrias e/ou aperfeiçoamento de outras já existentes, de modo a conseguir valores cada vez mais reduzidos para as perdas.

Ao longo dos anos vários ensaios experimentais foram realizados em diversos túneis de vento, de forma a estudar o efeito da variação do número de Reynolds, do ângulo de cambrura das pás e do ângulo de incidência do escoamento sobre o desempenho de cascatas de pás de compressor. Destes trabalhos destacam-se os realizados por Rhoden [Ref. 8] e Horlock et al. [Ref. 9], demonstrando a existência de um número de Reynolds óptimo para um

elevado rendimento da cascata. Esta constatação só é válida dentro de valores adequados do ângulo de incidência do escoamento, quando o ponto de estagnação do bordo de ataque se situa na proximidade da linha de cambrura da pá. Isto traduz-se numa entrada suave do escoamento na cascata. Ao se afastarem do número de Reynolds óptimo, verificaram que os efeitos de separação da camada limite na superfície superior das pás se tornavam cada vez mais pronunciados, conduzindo a um aumento das perdas viscosas e conseqüente redução do rendimento da cascata. Para baixos números de Reynolds esta separação seria laminar, ao passo que para valores elevados do número de Reynolds esta seria turbulenta. Rhoden [Ref. 8] verificou ainda que, em caso de separação laminar, elevados ângulos de cambrura das pás influenciam negativamente o rendimento da cascata. Todos estes testes anunciaram ainda uma significativa deterioração no desempenho de uma cascata de pás quando sujeita a números de Reynolds inferiores a 100.000.

Os enormes progressos que foram surgindo nos métodos numéricos e técnicas computacionais contribuíram para o desenvolvimento de novas geometrias de pás de compressor, ou aperfeiçoamento de pás já existentes. Tal tem permitido aumentar a carga aerodinâmica aplicada nas pás da cascata, conseguindo-se igualmente rendimentos cada vez mais elevados, e melhorar o comportamento do compressor próximo da situação de perda aerodinâmica, principalmente fora das condições de projecto. Consequentemente, a indústria da turbina de gás tem conseguido melhorar a razão tracção/peso dos motores com aplicações aeronáuticas, proporcionando a estes um desempenho global superior, cada vez mais essencial para o futuro da aviação civil e militar.

## **1.1. Evolução dos perfis das pás de compressor axial**

Os perfis das pás de compressor axial são usados de forma a possibilitar ao compressor um aumento de pressão estática de forma eficiente, ou seja, com o mínimo de perdas de energia possível. Através do desenvolvimento de novas técnicas numéricas de projecto de pás de compressor, foi possível melhorar consideravelmente o desempenho global do compressor, uma vez que este era constituído por coroas de pás cada vez mais sofisticadas.

A geometria dos perfis das pás de compressor axial progrediu ao longo dos anos, a partir da utilização de pás de primeira geração, nas décadas de 1950 e 1960, até ao desenvolvimento de pás de segunda geração, por volta da década de 1980.

### **1.1.1. Pás de primeira geração**

Vários países, como por exemplo Estados Unidos (através de Emery et al. [Ref. 10]), Grã-Bretanha (através de Howell [Ref. 11]), Japão e Alemanha Ocidental, desenvolveram os seus próprios perfis de primeira geração para aplicações subsónicas. Aqui incluem-se os perfis da série NACA 65, da série C e os perfis *Double-Circular-Arc* (DCA). Os primeiros foram

originados a partir dos perfis NACA das asas das aeronaves, tendo sido concebidos especialmente para suportarem uma carga aerodinâmica aproximadamente uniforme. Geometricamente, apresentam uma espessura máxima a 40% da sua corda. Os perfis da série C e os DCA apresentam, por sua vez, uma espessura máxima a 30% e 50% da sua corda, respectivamente. Estas diferenças na espessura máxima destes perfis têm naturalmente um efeito significativo sobre as distribuições de velocidade em torno das superfícies das pás. De facto, pás com espessura máxima próxima do bordo de ataque e, conseqüentemente, com um bordo de ataque bastante arredondado (tal como os perfis da série C), apresentam uma gama operacional mais alargada em comparação com pás que apresentam um bordo de ataque mais afiado, com espessura máxima mais para trás (tal como os perfis DCA). No entanto, também manifestam um pior desempenho quando expostos a velocidades elevadas [Ref. 12].

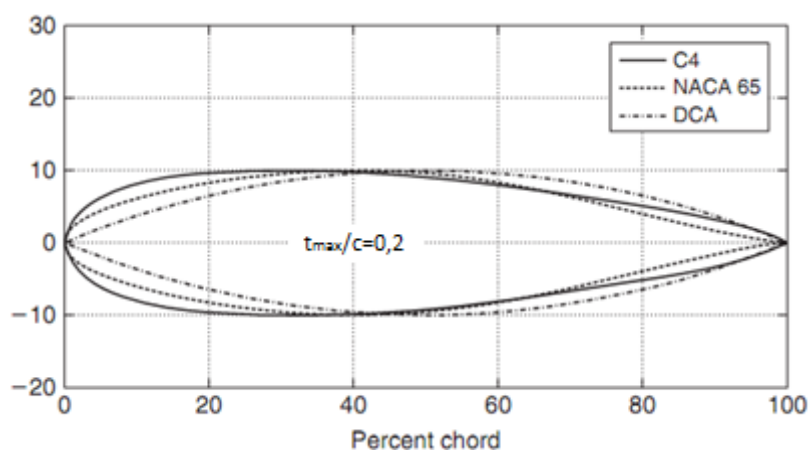


Figura 1.5. Distribuição de espessura de perfis de pás de primeira geração subsônicos [Ref. 12].

Para aplicações supersônicas, os perfis de primeira geração desenvolvidos são do tipo *Multiple-Circular-Arc* (MCA) e *Unstarted-Strong-Oblique-Shock* (USO). Neste tipo de pás, os bordos de ataque e de fuga são bastante finos, sendo as pás muito pouco espessas. Estas características possibilitam uma entrada necessariamente suave e um controlo adequado da deflexão do escoamento, minimizando as perdas de energia.

### 1.1.2. Pás de segunda geração

A segunda geração de pás de compressor axial iniciou-se com o desenvolvimento de perfis mais complexos, que permitiam o controlo da difusão na superfície superior das pás, pela necessidade e cada vez maior interesse da indústria da turbina de gás em pás de compressor supercríticas<sup>1</sup>. Esta nova geração de perfis foi apelidada de *Controlled-Diffusion-Airfoils* (CDA). Deste modo, os perfis CDA foram desenvolvidos e otimizados nomeadamente para escoamento subsônico e transônico, minimizando a separação da camada limite na superfície superior das pás, e difundindo o escoamento de forma suave a partir de velocidades supersônicas a subsônicas, sem a formação de ondas de choque. Esta nova

<sup>1</sup> Considera-se condição de escoamento supercrítica quando a velocidade de entrada do escoamento na cascata é altamente subsônica ( $M_1=0,6-1,0$ ).

tendência de pás proporcionou uma melhoria na eficiência do compressor, permitindo desta forma melhorar o desempenho global de um motor de turbina de gás.

A tendência actual de desenvolvimento de pás de compressor axial caracteriza-se por razões de compressão cada vez mais elevadas e pesos mais reduzidos, o que obriga à diminuição do número de estágios do compressor e ao aumento da carga aerodinâmica aplicada nas suas pás [Ref. 13]. Tal implica, por um lado, o aumento das velocidades do escoamento relativamente às pás, conduzindo a velocidades transónicas e supersónicas nas pás do rotor e a condições de escoamento supercríticas nas pás do estator, e, por outro lado, à produção de uma maior deflexão do escoamento nas pás do estator. Portanto, alcançar elevadas deflexões em condições de escoamento supercríticas, mantendo as perdas viscosas e de choque o mais baixo possível, tornou-se o desafio primordial do desenvolvimento de pás de estator de compressor axial [Ref. 14]. Este propósito foi finalmente conseguido com o desenvolvimento dos perfis CDA, destacando-se os trabalhos de Hobbs e Weingold [Ref. 15], Behlke [Ref. 16], Bauer et al. [Ref. 17] e Sanz [Ref. 18].

Tal como referido anteriormente, as pás com perfil CDA foram desenvolvidas de modo a possibilitar o controlo da difusão na superfície superior destas, limitando o crescimento da camada limite e evitando a sua separação, sempre que possível. Desta forma, velocidades e/ou ângulos de incidência do escoamento cada vez maiores poderão ser introduzidos na cascata, até que a camada limite separe, aumentando assim a carga aerodinâmica nas pás. Uma maior carga aerodinâmica nas pás irá possibilitar uma maior deflexão do escoamento, para determinada solidez da cascata, sem sacrificar as perdas ou a sua gama operacional [Ref. 16]. Por outro lado, com uma menor solidez da cascata CDA, que implica menor número de pás, a mesma deflexão do escoamento será conseguida. Portanto, com um número inferior de pás do tipo CDA consegue-se alcançar a mesma razão de compressão de um compressor com pás de primeira geração, possibilitando simultaneamente uma diminuição do peso do motor e um desempenho superior [Ref. 19].

Os primeiros perfis do tipo CDA foram desenvolvidos com sucesso por Hobbs e Weingold [Ref. 15], para aplicação em vários estágios de compressor. Cascatas de pás CDA, de solidez 0,933, foram projectadas para um número de Mach de entrada de 0,7 e um ângulo de entrada do escoamento de 30°. Os resultados dos vários testes realizados nestas cascatas demonstraram que este novo conceito apresentava menores perdas, números de Mach críticos superiores, uma maior gama operacional de ângulos de incidência, e a capacidade de suportar maiores cargas aerodinâmicas, relativamente a cascatas de pás de primeira geração. Hobbs e Weingold conseguiram, ainda, comprovar neste estudo o conceito de projecto aerodinâmico desta nova geração de perfis CDA, que é apresentado na figura 1.6. Este conceito consiste basicamente em evitar a separação da camada limite e o aparecimento de ondas de choque na superfície superior das pás, que contribuem favoravelmente para o aumento das perdas, a

partir de um processo de difusão suave na superfície superior das pás, entre o ponto em que o pico de velocidade é atingido e o bordo de fuga.

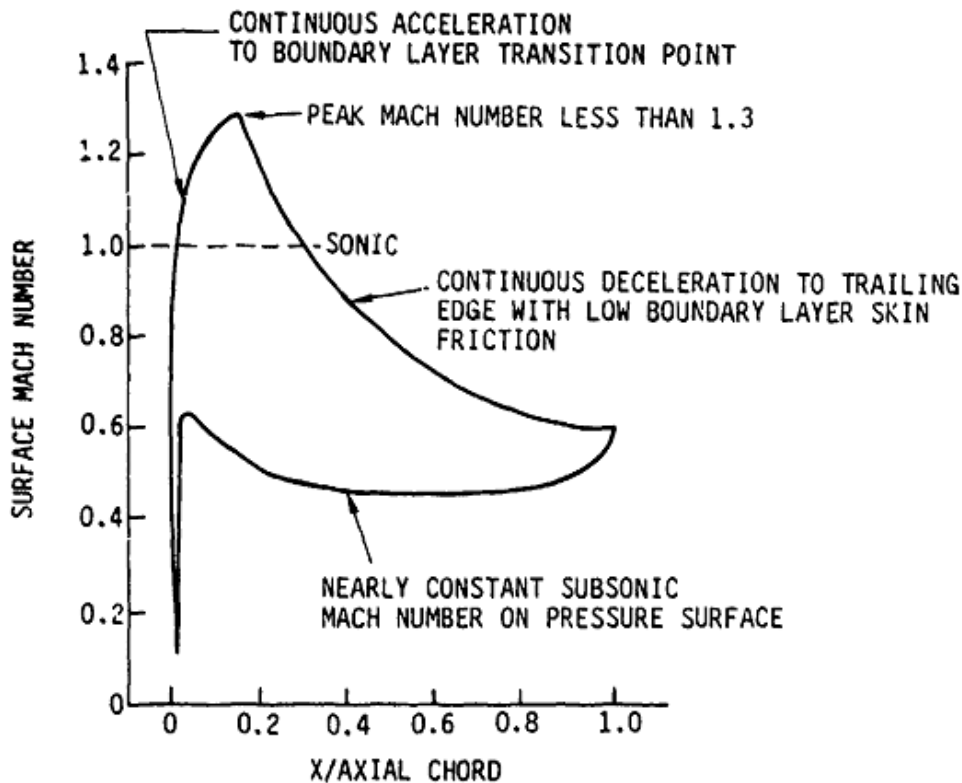


Figura 1.6. Requisitos aerodinâmicos de projecto dos perfis CDA de Hobbs e Weingold [Ref. 15].

Mais tarde, Behlke [Ref. 16] desenvolveu um novo tipo de perfis CDA, utilizando um novo modelo otimizado de projecto, denominado *Integrated Core/Endwall Vortex*, mais uma vez para aplicação em vários estágios de compressor. Diversos testes de baixa velocidade, em grande escala e para elevados números de Mach foram executados na cascata. Os resultados obtidos por Behlke apontaram um aumento de 1,5% na eficiência da sua cascata, em comparação com os perfis CDA originais desenvolvidos por Hobbs e Weingold, que por sua vez já tinham apresentado eficiências bastante satisfatórias.

O projecto e desenvolvimento de perfis do tipo CDA começava então a despertar um interesse cada vez maior em todo o mundo, após a constatação do seu superior desempenho aerodinâmico face aos perfis convencionais de primeira geração. Steinert et al. [Ref. 20] desenvolveram uma cascata de pás CDA, otimizando a distribuição de velocidade na superfície superior das pás, a partir da utilização de um método directo de cálculo da camada limite. A cascata desenvolvida, de solidez 1,47, foi testada num túnel de vento, para um número de Mach à entrada do túnel de 0,62. Resultados experimentais confirmaram a intenção da optimização da distribuição de velocidade, sem separação da camada limite, uma vez que foram alcançados valores bastante reduzidos para os coeficientes de perdas das pás. A investigação das condições de transição e separação da camada limite, na superfície destas pás CDA, foi levada a cabo por Steinert e Starken [Ref. 21], baseada numa nova técnica de

visualização de cristais líquidos. Neste trabalho, Steinert e Starcken estudaram ainda o comportamento da cascata fora das condições de projecto, de forma a determinar o desempenho aerodinâmico da cascata desenvolvida por Steinert et al. [Ref. 20].

Num dos seus trabalhos, Dunker et al. [Ref. 22] redesenharam as pás do estator de um estágio de compressor axial transónico já existente, com pás NACA 65, aplicando o conceito da difusão controlada. Estas cascatas foram desenvolvidas para operar num intervalo de números de Mach entre 0,57 e 0,68. Os resultados dos testes experimentais revelaram, em primeiro lugar, que a abordagem de projecto bidimensional seguida fora bastante promissora para um projecto de pás posterior, baseado numa abordagem tridimensional. Em segundo lugar, foi demonstrado o comportamento favorável e eficiente do escoamento em torno da nova cascata CDA, em comparação com a cascata original, anunciando uma vez mais o tremendo potencial deste novo conceito de pás.

Sanger [Ref. 23] projectou o estator S67A de um compressor axial, constituído por pás com perfis CDA, através da implementação de um procedimento numérico de optimização. Esta nova geometria substituiu o estator original S67, constituído por pás com perfis DCA, de primeira geração. No entanto, a solidez de 1,67 foi mantida na cascata, ou seja, a cascata manteve o mesmo número de vinte pás da original. O estator S67A, juntamente com o rotor 67, formava o estágio de compressor 67A. Sanger e Shreeve [Ref. 24] levaram a cabo uma investigação sobre o desempenho da cascata S67A, num túnel de vento subsónico e de baixa velocidade, na *Naval Postgraduate School*. Os ensaios experimentais foram realizados com um número de Mach à entrada do túnel de 0,2, valor bastante inferior aos 0,68 de projecto para esta cascata. No entanto, números de Reynolds realistas foram assegurados, através do ensaio experimental de pás de larga escala. Resultados experimentais mostraram efectivamente que o estator S67A, com pás CDA, produzia menos perdas, relativamente ao estator S67 constituído por pás de primeira geração.

Mais tarde, Elazar e Shreeve [Ref. 25] conduziram um estudo experimental na cascata S67A, de modo a analisar a influência do ângulo de incidência do escoamento sobre o desempenho da cascata, e caracterizar o comportamento da camada limite na superfície das pás. A partir deste estudo foi confirmada a existência de uma bolha de separação no bordo de ataque das pás, que tendia a recolar para jusante na superfície superior, à medida que o ângulo de incidência do escoamento aumentava. Após esta recolagem, a camada limite não mais se separou da superfície superior das pás até ao bordo de fuga, mesmo para o maior ângulo de incidência estudado. No entanto, nesta condição de escoamento as perdas atingiram cerca de três a quatro vezes o seu valor mínimo registado, resultado do crescimento da espessura da camada limite. Na superfície inferior das pás, Elazar e Shreeve verificaram uma insignificante alteração no crescimento da camada limite, à medida que o ângulo de incidência aumentava.

O desempenho da cascata S67A, quando sujeita a ângulos de incidência muito elevados, foi investigado por Hobson e Shreeve [Ref. 26]. Nestas condições, verificaram que a bolha de separação no bordo de ataque das pás, presenciada inicialmente por Elazar e Shreeve, fora ampliada. No entanto, relativamente ao comportamento da camada limite na superfície superior das pás, os resultados foram consistentes com os verificados no estudo de Elazar e Shreeve. Na superfície inferior das pás, Hobson e Shreeve verificaram inicialmente uma insignificante alteração no crescimento da camada limite, tendo esta se desenvolvido num perfil semelhante a um jacto de parede, próximo do bordo de fuga das pás. Finalmente, inversão do escoamento foi detectada na esteira das pás, pelo facto da cascata estar sujeita a uma elevada carga aerodinâmica. O efeito da variação do ângulo de entrada do escoamento, sobre as perdas desenvolvidas através da cascata S67A, foi numericamente investigado por Hobson [Ref. 27]. Neste seu estudo, Hobson conseguiu, ainda, prever o campo de turbulência a montante, a jusante e sobre as pás desta cascata. Posteriormente, Hobson et al. [Ref. 28] verificaram que a alta intensidade de turbulência, que poderia atingir valores superiores a 25% quando a cascata estava sujeita a ângulos de incidência elevados, era a razão pela qual as bolhas de separação do bordo de ataque das pás seriam capazes de recolar, em regiões onde os gradientes de pressão são elevados.

Mais tarde, Gelder et al. [Ref. 29] desenvolveram o estator S67B de um compressor axial, constituído por um conjunto de pás com perfis CDA mais complexos, que juntamente com o rotor 67 formava o estágio de compressor axial 67B. De acordo com Hobson et al. [Ref. 30], o número de Reynolds de projecto para o estator S67B, baseado na corda das pás, é cerca de um milhão ao nível do mar, diminuindo para os 200.000 a quinze quilómetros de altitude. As pás do estator S67B surgem assim como uma nova geração de pás CDA, tendo sido concebidas de forma a melhorar o desempenho do estator S67A. Gelder et al. verificaram que as pás do estator S67B suportavam cargas aerodinâmicas superiores, sendo capazes de assegurar a mesma deflexão do escoamento com um número inferior de pás na cascata. Geometricamente estas apresentam uma maior curvatura, relativamente às pás do estator S67A. O bordo de ataque das pás do estator S67B apresenta ainda uma forma elíptica, contrariamente ao bordo de ataque circular das pás do estator S67A. A diferença na geometria dos perfis destas pás deve-se, sobretudo, à tentativa em suprimir a separação do escoamento, observada previamente no bordo de ataque das pás do estator S67A. Neste trabalho de investigação, Gelder et al. [Ref. 29] compararam ainda o desempenho do estator S67B com o do estator S67, constituído por pás DCA de primeira geração. A figura 1.7 mostra a geometria dos perfis destes dois estatores, a metade da envergadura das pás. De notar que o estator S67B tinha metade das pás do estator S67, sendo a corda das pás idêntica em ambos. Dos principais resultados obtidos neste estudo bidimensional, de salientar que os dois estatores apresentaram um desempenho semelhante, com coeficientes de perda mínimos na ordem dos 0,025 a metade da envergadura das pás. Assim, com o desenvolvimento do estator S67B foi possível alcançar o mesmo desempenho do estágio de compressor original, a partir da

utilização de um número inferior de pás, possibilitando desta forma uma certa redução no peso de um motor de turbina de gás.

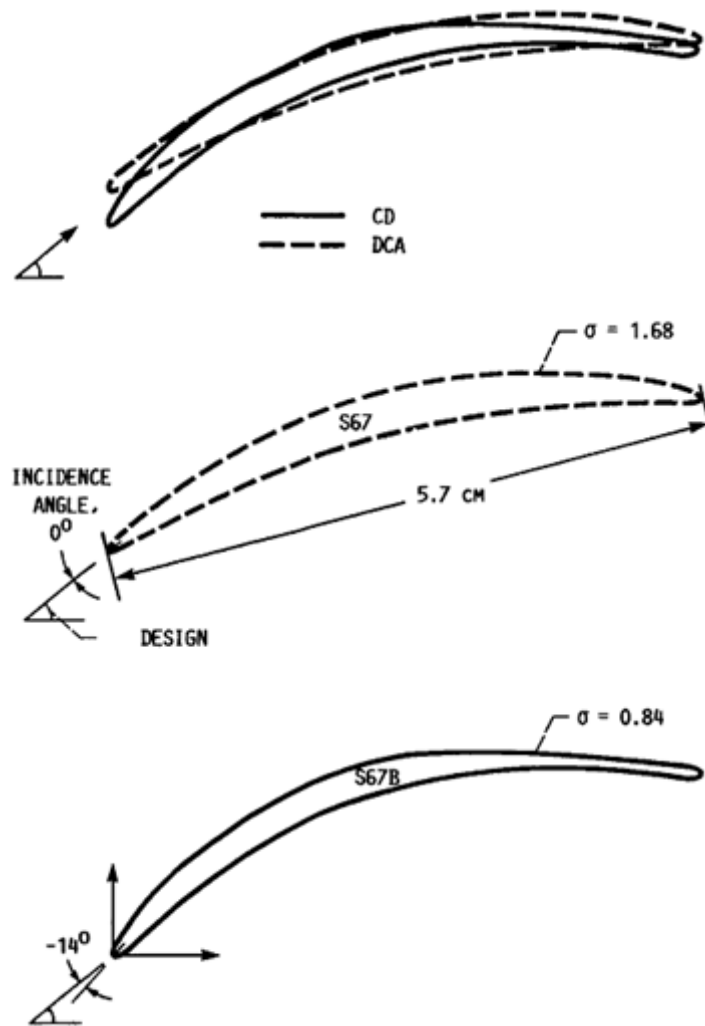


Figura 1.7. Geometria dos perfis das pás dos estatores S67B, de segunda geração, e S67, de primeira geração, a metade da envergadura [Ref. 29].

O desempenho da cascata de pás do estator S67B foi posteriormente investigado na *Naval Postgraduate School*, num túnel de vento subsônico e de baixa velocidade, como esquematiza a figura 1.8. Esta cascata era constituída por dez pás, cujos perfis foram obtidos a partir da secção transversal das pás do estator S67B a metade da envergadura, apresentando uma solidez de 0,835. Hansen [Ref. 31] procedeu a uma investigação experimental detalhada do escoamento nesta cascata de pás, para o ângulo de entrada do escoamento de projecto de 36,3°. Os ensaios experimentais foram realizados para um número de Mach à entrada do túnel de 0,22 e um número de Reynolds baseado na corda das pás de 640.000. Uma vez mais foram assegurados números de Reynolds realistas, através do ensaio experimental de pás de larga escala. Foi detectada uma região de separação na superfície superior das pás, a aproximadamente 50% da corda, apesar destas produzirem uma sustentação significativa, conduzindo a coeficientes de perda na ordem dos 0,029. Tais



Na sequência dos trabalhos levados a cabo por Hansen e Schnorenberg, Grove [Ref. 19] realizou um estudo experimental e numérico do escoamento na cascata S67B, para um ângulo de entrada de  $39,5^\circ$ , novamente fora das condições de projecto, e para um número de Reynolds baseado na corda das pás de 640.000. Grove constatou, a partir dos dados experimentais, que a cascata ainda estava operacional para este elevado ângulo de entrada do escoamento na cascata, apesar de ter detectado separação da camada limite e inversão do escoamento na superfície superior das pás, a cerca de 75% da corda.

Apesar dos vários esforços da indústria da turbina de gás em produzir elevadas cargas aerodinâmicas em cascatas de pás de compressor de segunda geração, para condições de escoamento supercríticas, foi comprovado que estas apenas funcionavam de forma eficiente até números de Mach de entrada na cascata na ordem dos 0,8 [Ref. 14]. Tal deve-se ao facto de as perdas aerodinâmicas aumentarem bruscamente para números de Mach acima deste valor ao ponto de, com o aumento da velocidade e deflexão do escoamento, a separação da camada limite tornar-se inevitável. Desta forma, não foi encontrada na literatura nenhuma informação relevante sobre a aplicação de perfis CDA em condições de escoamento altamente supercríticas. Toda a revisão bibliográfica sobre pás de compressor axial que utilizam perfis do tipo CDA, apresentada nesta subsecção, é referente apenas a trabalhos de investigação cujos números de Mach de teste são inferiores a 0,8.

## 1.2. Análise do desempenho por CFD

A dinâmica dos fluidos computacional, normalmente designada por CFD (*Computational Fluid Dynamics*), surge cada vez mais como uma ferramenta de análise em problemas que envolvem o escoamento de fluidos, a transferência de calor e de massa e outros fenómenos associados, a partir de recursos computacionais. De facto, a utilização de métodos numéricos em problemas de engenharia tem sido cada vez mais frequente, sobretudo devido ao grande desenvolvimento dos meios computacionais, que se têm tornado cada vez mais rápidos e que dispõem de uma crescente capacidade de armazenamento. Na indústria aeronáutica, as primeiras experiências numéricas foram introduzidas a partir das décadas de 1960/70, no âmbito do projecto, investigação, desenvolvimento e manufactura de aeronaves e de motores com aplicações aeronáuticas [Ref. 33].

Nos dias de hoje é possível apontar à dinâmica dos fluidos computacional um enorme conjunto de virtudes para a solução de problemas em engenharia. Isto deve-se às imensas potencialidades que apresenta, à sua grande disponibilidade, versatilidade e relativa simplicidade de aplicação e acesso a códigos e programas comerciais de CFD. Paralelamente, a análise por CFD apresenta uma série de vantagens em relação a métodos experimentais e analíticos [Ref. 34]. Por um lado, as técnicas numéricas possibilitam uma redução substancial do tempo e custos inerentes a uma montagem experimental, oferecendo um nível de detalhe praticamente ilimitado dos resultados. Por outro lado, oferecem a capacidade de resolução

de problemas complexos, onde a abordagem analítica não existe, e de simulação de determinadas condições difíceis ou mesmo impossíveis de reproduzir em ensaios experimentais, como por exemplo em cenários de acidente.

No entanto, Maliska [Ref. 33] alerta para o facto dos métodos numéricos ainda não deverem ser considerados como substitutos dos métodos experimentais, mas antes como uma ferramenta adicional bastante poderosa e viável. Torna-se pois fundamental reconhecer que existem erros numéricos associados a todas as simulações, que poderão originar divergências entre os resultados numéricos e aquilo que verdadeiramente se passa na realidade. Assim, torna-se imprescindível a confrontação de resultados numéricos com resultados experimentais, de modo a estabelecer uma validação física do modelo matemático. Só quando este modelo matemático for completamente validado é que deixa de existir a necessidade de utilização de métodos experimentais, uma vez que os métodos numéricos podem resolver este modelo em tempo e custos bastante mais proveitosos.

Vários códigos comerciais de CFD estão actualmente disponíveis no mercado, estando normalmente estruturados em torno de algoritmos numéricos bastante robustos, capazes de resolver qualquer tipo de problema envolvendo o escoamento de fluidos. Estes códigos comerciais de CFD têm assumido um papel cada vez mais fulcral em problemas de engenharia, ao ponto de serem cada vez mais utilizados em universidades, sectores industriais e até nos principais centros de investigação. Eles proporcionam uma análise computacional completa em CFD, que inclui três elementos principais: o pré-processamento, o código de resolução numérica (*solver*) e o pós-processamento. No entanto, qualquer modelação numérica não deve ser iniciada sem que primeiro seja identificado o problema. Aqui são definidos os objectivos e os resultados que o utilizador pretende atingir, e é identificado o domínio computacional a modelar. Torna-se imprescindível nesta fase que o utilizador decida os modelos físicos que deverão ser incluídos, as simplificações que porventura poderá e/ou terá de fazer, o nível de detalhe que pretende atingir, e com que rapidez necessita dos resultados [Ref. 35]. A figura 1.9 apresenta uma visão global do processo de modelação numérica, a partir da utilização de códigos comerciais de CFD.

Posteriormente, o utilizador parte para a fase de pré-processamento. Esta fase funciona como uma espécie de variável de entrada para um programa de CFD, onde é necessário definir a geometria do domínio computacional e gerar a respectiva malha, definir as propriedades do fluido de trabalho e do fenómeno físico que será modelado, e especificar as condições de fronteira apropriadas. A geração da malha, onde o domínio computacional é subdividido num determinado número de elementos, constitui um dos passos mais importantes durante esta etapa, após a definição da geometria do domínio. A precisão de uma solução numérica é pois governada pelo número de elementos da malha, sendo esta geralmente superior quanto maior for o número de elementos. De facto, tanto a precisão de uma solução como os seus custos, em termos de hardware computacional necessário e tempo de cálculo, são inevitavelmente dependentes da resolução da malha utilizada [Ref. 34]. Neste

contexto, é fundamental que o utilizador conheça a complexidade física do problema, de modo a desenvolver uma malha com um grau de resolução adequado a cada região do domínio. Assim, o utilizador deverá prever em que regiões irão ocorrer gradientes elevados, por forma a gerar uma malha mais refinada nessas zonas. Em regiões com pequenas variações das propriedades do escoamento, a malha poderá ser mais grosseira, conseguindo-se assim economizar custos computacionais. Um outro parâmetro não menos importante tem a ver com os índices de qualidade da malha, uma vez que uma malha de boa qualidade irá facilitar a obtenção de uma solução mais rápida, robusta e precisa [Ref. 36]. De referir, ainda, que mais de 50% do tempo gasto na indústria num projecto de CFD é geralmente dedicado à definição da geometria do domínio computacional e geração da malha [Ref. 34].

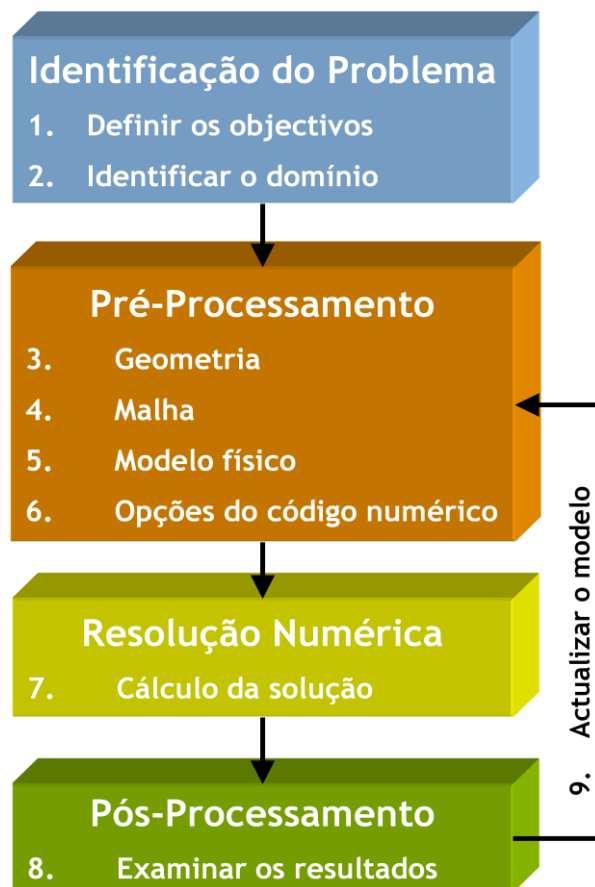


Figura 1.9. Visão global da modelação numérica, a partir da utilização de códigos comerciais de CFD [Ref. 35].

A última etapa da fase de pré-processamento consiste na definição dos parâmetros da solução e das propriedades dos materiais envolvidos, selecção do modelo físico a ser aplicado, e imposição das condições de fronteira e de operação do problema. Torna-se fundamental que o utilizador defina as condições de fronteira apropriadas para os limites do domínio computacional, de modo a simular a representação física real do escoamento num problema solucionável de CFD. Após concluída a fase de pré-processamento, o utilizador poderá então proceder à inicialização do cálculo da solução e à activação da monitorização de convergência adequada. Existem certas vantagens em impor condições iniciais de forma inteligente. Se

estas se aproximarem da solução final, mais rapidamente o cálculo iterativo irá convergir, resultando em pequenos tempos computacionais. Pelo contrário, se as condições iniciais estiverem longe da realidade, maior serão os esforços computacionais para alcançar a convergência desejada. Para além disso, condições iniciais impróprias poderão ainda conduzir à divergência da solução numérica.

Após obter uma solução, é imprescindível que o utilizador verifique a qualidade da convergência. Esta é atingida se as alterações nas variáveis da solução de uma iteração para a seguinte são insignificantes, e quando se verificar que determinadas variáveis de interesse, como por exemplo coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço, assumem valores praticamente invariáveis.

O passo seguinte será avaliar a precisão dos resultados numéricos obtidos, a partir da confrontação directa com resultados experimentais. De notar que a precisão de uma solução convergente está dependente da adequação e precisão dos modelos físicos adoptados, da resolução e independência da malha e, logicamente, dos erros numéricos. A independência da malha só é conseguida quando uma maior ou menor resolução da malha não tem qualquer tipo de influência sobre os resultados numéricos. Na figura 1.10 é possível observar um fluxograma típico representando a sequência de tarefas e decisões a adoptar durante a fase de resolução numérica [Ref. 35].

Finalmente na fase de pós-processamento, os resultados numéricos deverão ser minuciosamente examinados, de modo a rever a solução e a extrair dados que sejam considerados relevantes. Para isso, a grande maioria dos códigos comerciais de CFD dispõe de ferramentas de visualização do escoamento, capazes de gerar relatórios numéricos que poderão ser utilizados para o cálculo de determinados resultados quantitativos. Caso o utilizador conclua que os modelos físicos utilizados não são os mais apropriados, ou que as condições de fronteira não estão correctas, ou até que a malha não é a mais adequada, então o modelo numérico deverá ser revisto e actualizado, virando-se este novamente para a fase de pré-processamento.

Torna-se assim evidente que o utilizador de um código comercial de CFD deve seguir um conjunto de instruções e orientações práticas, que o possam ajudar durante todo o processo numérico. A validação desempenha aqui um papel fundamental como mecanismo final de controlo de qualidade. No entanto, e de acordo com Versteeg e Malalasekera [Ref. 34], os principais ingredientes para o sucesso em CFD são a experiência, e uma completa compreensão dos algoritmos numéricos e do fenómeno físico associado ao escoamento de fluidos, de modo a que o utilizador consiga tirar o máximo proveito de um código numérico.

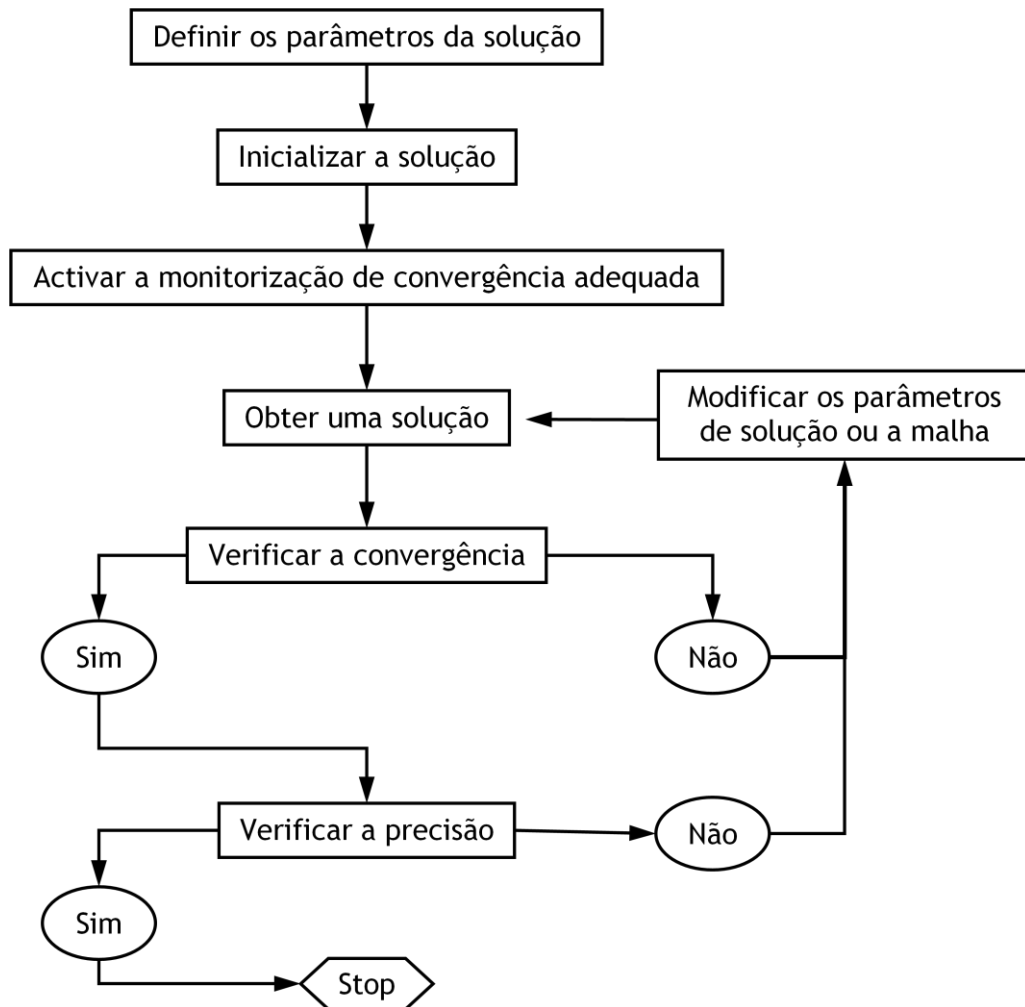


Figura 1.10. Visão global do processo de cálculo computacional [Ref. 35].

### 1.3. Objectivos do trabalho

No presente trabalho pretende-se modelar numericamente o escoamento em torno da cascata de pás S67B, de modo a investigar a influência do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento sobre o desempenho desta cascata. Desta forma, um dos objectivos do presente trabalho consiste precisamente em correlacionar a deflexão, o coeficiente de perdas de pressão de estagnação e o factor de difusão, para números de Reynolds de 640.000, 380.000 e 210.000, considerando vários ângulos de incidência em torno do ângulo de incidência de projecto desta cascata. Estes parâmetros de avaliação de desempenho deverão ainda ser interpretados a partir da distribuição dos coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço da cascata, nestas condições de operação.

A presente dissertação tem ainda como propósito investigar a capacidade dos modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST em prever a influência do número de Reynolds e do ângulo de entrada na cascata sobre a camada limite do escoamento, ao longo da superfície das pás do estator S67B.

Todas as simulações numéricas foram realizadas a partir do código comercial de CFD FLUENT, versão 6.3.23, ao passo que a definição do domínio computacional e geração da respectiva malha baseou-se no software GAMBIT, versão 2.4.6.

## 1.4. Estrutura da dissertação

A presente dissertação encontra-se organizada em seis capítulos fundamentais. O primeiro capítulo, de carácter introdutório, inicia-se com uma descrição sumária da utilidade de uma cascata de pás de compressor axial, em motores de propulsão aeronáutica. Seguidamente, é apresentada uma breve revisão bibliográfica relativa à evolução dos perfis das pás de estator de compressor axial, desde a primeira à segunda geração. Neste capítulo apresenta-se, ainda, a metodologia que deve ser seguida num trabalho numérico, visando a utilização de códigos comerciais de CFD.

No segundo capítulo é apresentada a cascata de pás S67B utilizada no presente trabalho computacional. São igualmente expostos os principais parâmetros de avaliação de desempenho de uma cascata de pás de compressor axial, bem como os coeficientes relativos às forças aerodinâmicas aplicadas numa cascata.

O modelo matemático, utilizado no FLUENT para modelar o escoamento em torno da cascata de pás de compressor S67B, é formulado no terceiro capítulo. Posteriormente são descritas as modelações numéricas do escoamento invíscido e turbulento, onde se incluem os dois modelos de turbulência utilizados. O escoamento turbulento junto da parede sólida é abordado no final deste capítulo.

No quarto capítulo é descrito o modelo numérico utilizado para simular o escoamento em torno da cascata de pás S67B. Desta forma, o capítulo inicia-se com a definição do domínio computacional e condições de fronteira a impor, sendo a malha desenvolvida para o presente estudo igualmente apresentada. Este capítulo inclui, ainda, uma breve explicação das simulações numéricas efectuadas no FLUENT, e a exposição dos principais parâmetros utilizados para analisar a qualidade de uma solução numérica.

Os principais resultados obtidos são apresentados e discutidos no capítulo cinco, estruturado em três subcapítulos. No primeiro, a qualidade da solução numérica é apreciada, através da análise da convergência do processo iterativo e estudo da independência de malha. A validação do modelo numérico é assegurada no segundo subcapítulo, ao passo que a análise e a avaliação da influência do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento, sobre o desempenho da cascata de pás S67B, é remetida para o terceiro subcapítulo.

Por último, as principais conclusões a retirar do presente trabalho são discutidas detalhadamente no sexto capítulo, incluindo algumas recomendações finais para trabalhos futuros.



## 2. Problema em estudo

O presente trabalho é referente ao escoamento em torno da cascata de pás de estator de compressor axial S67B, pretendendo-se estudar a influência do ângulo de incidência e do número de Reynolds sobre o desempenho desta cascata. Deste modo, e antes de apresentar esta cascata de pás bidimensional, torna-se indispensável iniciar este capítulo com um conjunto de considerações iniciais relativas aos parâmetros geométricos que caracterizam uma cascata de pás. Posteriormente são apresentados os principais parâmetros de avaliação de desempenho, tais como deflexão, coeficiente de perdas e factor de difusão, e introduzidas as forças aerodinâmicas aplicadas numa cascata de pás.

### 2.1. Considerações iniciais

As pás de estator de compressor axial são utilizadas com o intuito de desacelerar o ar por difusão, conseguindo-se um aumento de pressão estática. Este processo deverá ser realizado com a máxima eficiência, isto é, com o mínimo de perdas de pressão de estagnação possível. Por outro lado, torna-se indispensável que as pás de estator consigam impor uma mudança na direcção do escoamento, de forma a que este incida suavemente sobre o rotor do estágio seguinte, não prejudicando assim o rendimento global do compressor.

No estator de um compressor axial, o escoamento aproxima-se das pás com uma velocidade absoluta  $V_1$  e um ângulo de entrada  $\alpha_1$  (*inlet flow angle*), e deixa a cascata com uma velocidade absoluta  $V_2$  e um ângulo de saída  $\alpha_2$  (*outlet flow angle*). Na figura 2.1 são apresentadas três pás, fazendo parte de uma cascata linear característica do estator de compressor axial, juntamente com os parâmetros necessários para descrever a sua geometria.

Os vários parâmetros geométricos que permitem caracterizar uma cascata de pás são os seguintes:

- Ângulo de calagem  $\zeta$  (*setting or stagger angle*), que consiste no ângulo entre a linha que une o bordo de ataque e o bordo de fuga das pás, medido a partir da direcção axial de referência;
- Solidez  $\sigma = c/s$  (*solidity*), que corresponde ao inverso da relação passo-corda da cascata;
- Ângulo de entrada da pá  $\alpha'_1$  (*blade inlet angle*), que consiste no ângulo entre a tangente à linha de cambrura no bordo de ataque das pás e a direcção axial de referência;
- Ângulo de saída da pá  $\alpha'_2$  (*blade outlet angle*), definido entre a tangente à linha de cambrura no bordo de fuga das pás e a direcção axial de referência.

- Ângulo de cambrura  $\theta$  (*camber angle*), que corresponde à variação angular da tangente à linha de cambrura entre os bordos de ataque e de fuga das pás. De notar que  $\theta = \alpha'_1 - \alpha'_2$ .

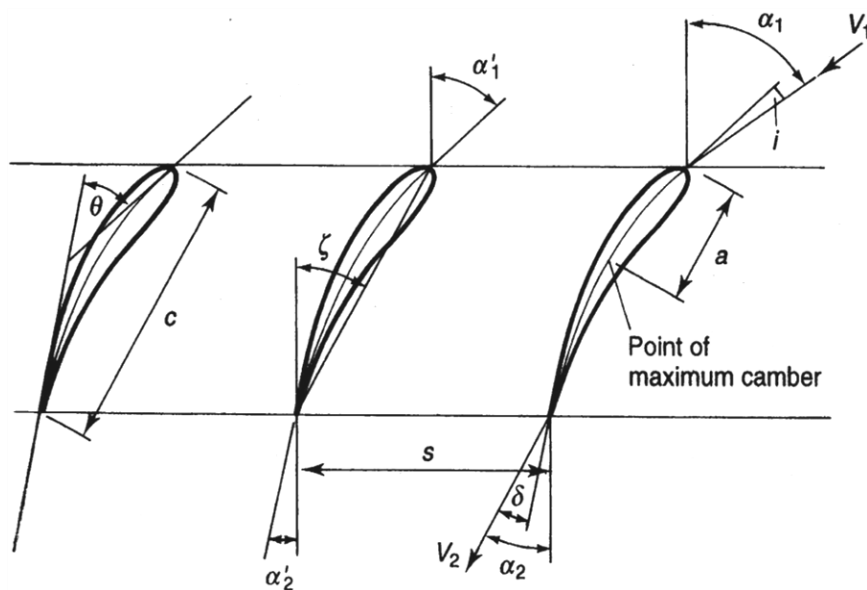


Figura 2.1. Cascata de pás de estator de compressor axial e seus parâmetros geométricos [Ref. 1].

Quando o ângulo de entrada do escoamento corresponde ao seu valor de projecto, o ponto de estagnação do bordo de ataque da pá situa-se geralmente na extremidade da linha de cambrura. Ângulos de entrada superiores ou inferiores ao de valor de projecto deslocam o ponto de estagnação para a superfície superior ou inferior das pás, respectivamente. Existe portanto um ângulo de entrada óptimo, segundo o qual o escoamento tem uma entrada suave na cascata, situação essa que andarรก próxima da correspondente ao mínimo de perdas [Ref. 6]. Neste caso, e de acordo com Dixon e Hall [Ref. 12], qualquer mudança na direcção do escoamento é conseguida a partir da cambrura das pás.

Normalmente na literatura é mais frequente encontrar antes dados sobre o ângulo de incidência do escoamento, que se define como sendo a diferença entre o ângulo de entrada do escoamento e o ângulo de entrada da pá:

$$i = \alpha_1 - \alpha'_1 \quad (2.1)$$

A mudança na direcção do escoamento é designada de deflexão (*deflection*), podendo ser calculada a partir da diferença entre o ângulo de entrada e o ângulo de saída do escoamento:

$$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2 \quad (2.2)$$

De um modo geral, a deflexão será diferente e menor do que o ângulo de cambrura das pás devido à incidência do escoamento no bordo de ataque e desvio do mesmo no bordo de fuga [Ref. 6].

Tal como referido anteriormente, no ponto de projecto de uma pá de estator de compressor axial o ângulo de entrada do escoamento é praticamente paralelo à tangente da linha de cambrura no bordo de ataque. Assim, nesta situação, o valor do ângulo de entrada do escoamento corresponde praticamente ao valor do ângulo de entrada da pá, conduzindo a um ângulo de incidência muito próximo de zero. Desta forma, é usual considerar-se na literatura que nas condições de projecto o ângulo de incidência do escoamento é nulo. Fora das condições de projecto e com um ângulo de incidência positivo, a carga aerodinâmica nas pás é superior e a deflexão do escoamento aumenta. Nesta situação, a mudança na direcção do escoamento deve-se à acção conjunta da cambrura das pás e do ângulo de incidência. É claro que, para ângulos de incidência bastante elevados, o escoamento irá separar na superfície superior das pás, podendo levar a cascata à situação de perda aerodinâmica positiva. Com incidências negativas, a deflexão do escoamento é reduzida e a carga aerodinâmica nas pás é mais baixa. Para valores pronunciados de incidência negativa, a difusão torna-se tão elevada que poderá conduzir à separação do escoamento e à situação de perda aerodinâmica negativa [Ref. 12].

Analogamente ao ângulo de incidência, é ainda possível definir o ângulo de desvio do escoamento à saída da cascata como sendo a diferença entre o ângulo de saída do escoamento e o ângulo de saída da pá:

$$\delta = \alpha_2 - \alpha'_2 \quad (2.3)$$

Este ângulo constitui uma medida do afastamento entre a deflexão do escoamento e a curvatura da pá. Em geral, o escoamento que sai de uma pá de estator de compressor axial não segue a linha de cambrura no bordo de fuga da pá. Este desvio surge, em parte, devido à difusão do escoamento entre duas pás da cascata adjacentes. De acordo com Dixon e Hall [Ref. 12], o ângulo de desvio é ainda aumentado devido aos efeitos de viscosidade, uma vez que qualquer crescimento da camada limite nas superfícies da pá irá provocar uma espécie de bloqueio, que modifica a forma efectiva da pá.

## 2.2. Cascata de pás S67B

Para o presente trabalho computacional foi utilizada a cascata de pás de estator de compressor axial S67B. Esta cascata é constituída por pás de segunda geração, com perfis do tipo CDA, tendo sido desenvolvida por Gelder et al. [Ref. 29], como visto no primeiro capítulo. A figura 2.2 apresenta a geometria do perfil destas pás, a metade da sua envergadura. De notar que  $\xi$  representa a direcção axial de referência e  $\eta$  a direcção normal à anterior, ambas em milímetros. Como é possível verificar na figura 2.2, as pás de estator S67B usufruem de uma forma elíptica para os bordos de ataque e de fuga, bem como de um elevado ângulo de cambrura, importante para uma mudança acentuada e eficiente da

direcção do escoamento. As coordenadas usadas para definir a geometria deste perfil, extraídas da tese de mestrado de Hansen [Ref. 31], estão disponíveis no anexo A1.

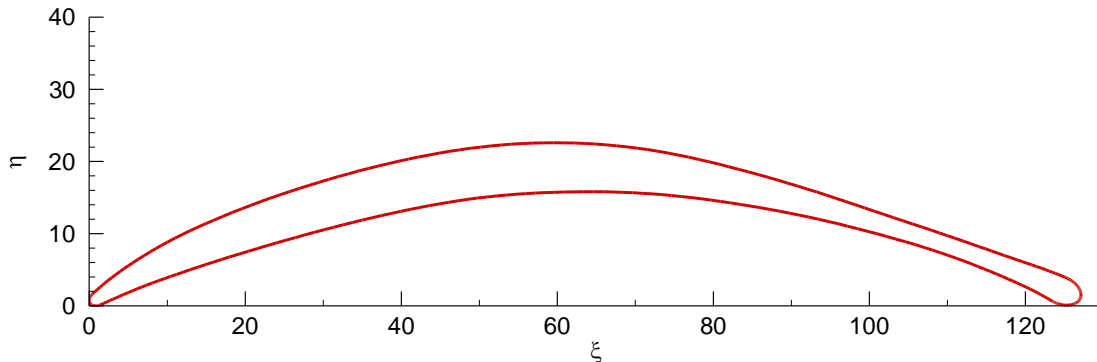


Figura 2.2. Geometria do perfil das pás do estator S67B, a metade da envergadura.

A tabela 2.1 resume os parâmetros geométricos fundamentais da cascata de pás S67B. De assinalar que o ângulo de cambrura e os ângulos de entrada e de saída da pá foram estimados a partir de uma análise gráfica. Uma vez que o presente trabalho apenas considera o estudo bidimensional do escoamento sobre a cascata S67B, a inclusão da envergadura das pás na tabela 2.1 simplesmente corresponde a uma informação suplementar.

Tabela 2.1. Parâmetros geométricos da cascata de pás S67B.

Corda [ $c$ ]	127,14 mm
Envergadura [ $d$ ]	254 mm
Razão espessura/corda	0,05
Ângulo de cambrura [ $\theta$ ]	46,5°
Passo [ $s$ ]	152,40 mm
Solidez [ $\sigma = c/s$ ]	0,834
Ângulo de calagem [ $\zeta$ ]	16,3°
Ângulo de entrada da pá [ $\alpha'_1$ ]	36°
Ângulo de saída da pá [ $\alpha'_2$ ]	10,5°

### 2.3. Avaliação do desempenho de cascatas de pás de compressor

Para o estudo numérico do escoamento em torno de uma cascata de pás de estator de compressor axial é fundamental, à partida, definir as variáveis de entrada do problema. Em escoamento viscoso, as principais variáveis aerodinâmicas de entrada na cascata são as seguintes:

- ângulo de entrada do escoamento  $\alpha_1$ . Em alternativa, poderá ser definido o ângulo de incidência do escoamento  $i$ ;
- velocidade absoluta de entrada do escoamento  $V_1$ ;

- número de Reynolds do escoamento  $Re$ , baseado na corda das pás. Este parâmetro adimensional relaciona as forças de inércia com as forças de viscosidade, sendo definido através da expressão:

$$Re = \frac{\rho_1 V_1 c}{\mu} \quad (2.4)$$

Como referido anteriormente, o objectivo primordial das pás de estator de compressor axial consiste em produzir uma elevação da pressão estática do escoamento e, simultaneamente, uma deflexão do mesmo. O coeficiente de pressão estática assume-se assim como um parâmetro adimensional de desempenho relevante, definido como:

$$C_p = \frac{p - p_1}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \quad (2.5)$$

Nesta expressão,  $p$  corresponde à pressão estática à superfície das pás e  $p_1$  é a pressão estática a montante da cascata. De notar que a distribuição do coeficiente de pressão estática ao longo da pá permite fornecer informações relevantes acerca do processo de difusão do escoamento.

No capítulo introdutório do presente trabalho foi referido que as perdas aerodinâmicas, geradas pelas pás de uma cascata, provocam um decréscimo na pressão de estagnação do escoamento que atravessa o estator de um compressor axial. Estas poderão resultar do crescimento e/ou separação da camada limite, ou até da presença de ondas de choque no escoamento. O coeficiente de perdas de pressão de estagnação é uma medida global das perdas aerodinâmicas numa cascata, sendo definido como a razão entre a perda de pressão de estagnação ( $\Delta p_0 = p_{01} - p_{02}$ ) e a pressão dinâmica de referência, como mostra a seguinte expressão:

$$\zeta_p = \frac{\Delta p_0}{\frac{1}{2} \rho V_1^2} \quad (2.6)$$

Note-se que, uma vez que as perdas são dependentes da magnitude da velocidade de entrada do escoamento na cascata, foi conveniente considerar a pressão dinâmica de referência à entrada da cascata [Ref. 1].

Lieblein [Ref. 37] verificou que uma grande quantidade de difusão nas superfícies de sucção das pás de compressor tendia a produzir camadas limites espessas, e eventualmente separação do escoamento. Tal levou-o a concluir que a distribuição de velocidade na superfície de sucção das pás constituía o principal factor na determinação das perdas de pressão de estagnação. Lieblein definiu ainda um termo para quantificar esta difusão na superfície de sucção, apelidado de factor de difusão local ( $DF_{loc}$ ). Uma vez que era relativamente complicado determinar este factor, Lieblein et al. [Ref. 38] definiram posteriormente o factor de difusão ( $DF$ ), ainda hoje bastante utilizado como uma ferramenta na fase preliminar de projecto, e como uma referência durante as fases mais avançadas. Para

um escoamento bidimensional com velocidade axial constante, o factor de difusão é dado por:

$$DF = 1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} + \frac{\cos \alpha_1}{2\sigma} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (2.7)$$

De acordo com Cumpsty e Greitzer [Ref. 7], as perdas nas pás de uma cascata podem ser relacionadas com o factor de difusão, com estas a aumentarem consideravelmente quando o factor de difusão é superior a 0,6. Tipicamente, numa cascata sujeita a uma carga aerodinâmica moderada, o factor de difusão andarà à volta dos 0,45 [Ref. 12].

Existem portanto quatro parâmetros fundamentais para a avaliação do desempenho de uma cascata de pás de estator de compressor axial, conforme listado abaixo.

- deflexão do escoamento  $\varepsilon$ ;
- coeficiente de pressão estática  $C_p$ ;
- coeficiente de perdas de pressão de estagnação  $\zeta_p$ ;
- factor de difusão  $DF$ .

## 2.4. Forças aerodinâmicas aplicadas na cascata

O desempenho de uma cascata de pás de compressor axial é fortemente dependente da força de resistência ao avanço desenvolvida na cascata. A partir do valor do coeficiente de perdas de pressão de estagnação, é possível calcular o coeficiente de resistência ao avanço e, de seguida, o coeficiente de sustentação da cascata. De notar que, para compressores, este último coeficiente é o indicador mais importante da carga aerodinâmica sobre as pás da cascata. Estes dois coeficientes aerodinâmicos são definidos da seguinte forma:

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V_m^2 c} \quad C_D = \frac{D}{\frac{1}{2} \rho V_m^2 c} \quad (2.8)$$

Nestas expressões,  $L$  e  $D$  são as forças de sustentação e de resistência ao avanço, respectivamente, que se exercem por unidade de envergadura das pás. De notar que os coeficientes  $C_L$  e  $C_D$  são baseados em termos do vector da velocidade média  $V_m$ , definido como sendo a média entre as velocidades de entrada  $V_1$  e de saída  $V_2$ , como mostra o triângulo de velocidades da figura 2.3. Esta figura esquematiza ainda as forças aerodinâmicas actuando sobre a cascata.

Na prática, o coeficiente de resistência ao avanço pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

$$C_D = \left( \frac{\zeta_p}{\sigma} \right) \left( \frac{\cos^3 \alpha_m}{\cos^2 \alpha_1} \right) \quad (2.9)$$

Aqui  $\alpha_m$  representa o ângulo médio do escoamento, obtido através de:

$$\alpha_m = \tan^{-1} \left[ \frac{1}{2} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \right] \quad (2.10)$$

Já o coeficiente de sustentação pode ser calculado a partir da seguinte expressão:

$$C_L = \frac{2 \cos \alpha_m}{\sigma} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) - C_D \tan \alpha_m \quad (2.11)$$

Daqui facilmente se conclui que a presença de uma força de resistência ao avanço reduz sensivelmente a sustentação da cascata, que seria no caso de escoamento invíscido:

$$C_{L,inv} = \frac{2 \cos \alpha_m}{\sigma} (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \quad (2.12)$$

Note-se nestas duas últimas expressões que o coeficiente de sustentação é bastante afectado pela deflexão do escoamento.

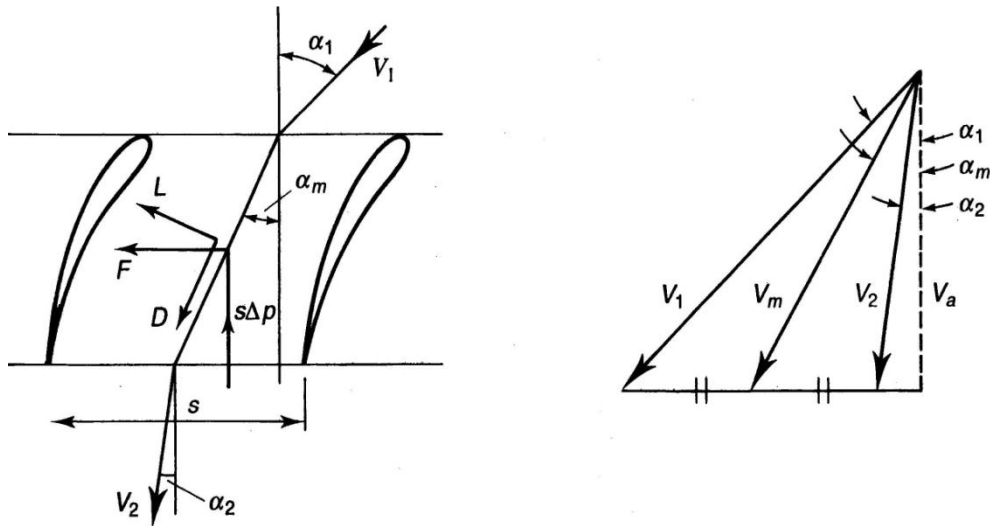


Figura 2.3. Forças aplicadas e triângulo de velocidades numa cascata de pás de estator de compressor axial [Ref. 1].



## 3. Formulação do problema

No presente capítulo é formulado o modelo físico-matemático utilizado para modelar os escoamentos invíscido e turbulento em torno da cascata de pás de compressor S67B, através do código comercial de CFD FLUENT. Este modelo é desenvolvido a partir dos princípios básicos de conservação de massa, quantidade de movimento e energia, conduzindo às equações que governam o problema. Após a apresentação destas na forma conservativa, são descritas as modelações numéricas do escoamento invíscido e turbulento. Por último, é realizada uma análise do escoamento turbulento junto da parede sólida.

### 3.1. Equações de governo

As equações de governo do escoamento, em que se baseia fundamentalmente a dinâmica dos fluidos computacional (CFD), representam a formulação matemática das leis de conservação da física: lei de conservação da massa, lei de conservação da quantidade de movimento (segunda lei de Newton) e lei de conservação da energia (primeira lei da termodinâmica). Para todos os escoamentos, o FLUENT resolve as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento. Para escoamentos envolvendo efeitos de compressibilidade, uma equação adicional de conservação de energia é resolvida. Quando o escoamento é turbulento, equações adicionais de turbulência são também resolvidas neste código numérico.

No presente trabalho, as equações de governo são resolvidas num sistema de coordenadas fixas e, para um referencial fixo ao estator, na ausência do rotor, o escoamento pode ser assumido como permanente.

#### 3.1.1. Conservação da massa

Para um sistema de coordenadas inercial, a equação para a conservação de massa, ou equação da continuidade, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad (3.1)$$

onde  $\vec{v}$  é o vector velocidade do escoamento e  $\rho$  a massa específica. Para um escoamento incompressível, onde  $\rho$  é constante, a equação (3.1) torna-se:

$$\nabla \cdot (\vec{v}) = 0 \quad (3.2)$$

### 3.1.2. Conservação da quantidade de movimento

A conservação da quantidade de movimento para um sistema de coordenadas inercial, considerando o fluido newtoniano, é descrita pela equação seguinte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\bar{\tau}) + \rho \vec{g} \quad (3.3)$$

onde  $p$  representa a pressão estática e  $\vec{g}$  a aceleração gravítica. O tensor das tensões  $\bar{\tau}$  é dado por:

$$\bar{\tau} = \mu \left[ (\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot \vec{v} I \right] \quad (3.4)$$

onde  $\mu$  é a viscosidade dinâmica e  $I$  o tensor unitário. O segundo termo do lado direito da equação (3.4) corresponde ao efeito da dilatação volumétrica.

Após manipulação matemática, é possível escrever a equação (3.3) da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{v}) + \rho \vec{g} \quad (3.5)$$

Escrevendo as equações (3.3) ou (3.5) para as três coordenadas cartesianas, obtém-se três igualdades conhecidas como as equações de Navier-Stokes. Estas traduzem, por um lado, para a unidade de volume de um fluido newtoniano em escoamento, um balanço entre o produto da sua massa pela correspondente aceleração e, por outro lado, o conjunto das forças de corpo, de pressão e de atrito viscoso a que a mesma se encontra sujeita [Ref. 39]. As equações de Navier-Stokes escritas na forma da equação (3.5) constituem o modelo mais prático para o desenvolvimento do método dos volumes finitos.

### 3.1.3. Conservação da energia

A equação para a conservação da energia no seio de um escoamento, escrita sob a forma diferencial, é dada pela seguinte igualdade:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho i) + \nabla \cdot (\rho i \vec{v}) = -p \nabla \cdot (\vec{v}) + \nabla \cdot (K \nabla T) + \phi_d \quad (3.6)$$

onde  $K$  consiste na condutividade térmica,  $i$  na energia interna térmica,  $T$  na temperatura absoluta e  $\phi_d$  na função de dissipação, que representa uma fonte de energia interna devido ao trabalho de deformação na partícula de fluido, ao longo do escoamento. Da equação da energia verifica-se que, para a unidade de volume do fluido em escoamento, a taxa de aumento da energia interna térmica é igual à soma da taxa de energia interna recebida por efeito de compressão, com a taxa de energia interna recebida do exterior por condução, e com a taxa de aumento de energia interna por efeito de dissipação viscosa [Ref. 39].

### 3.1.4. Sistema de equações de governo do problema

De forma a sintetizar o que anteriormente foi referido, o sistema de equações que governa o escoamento adiabático de um fluido compressível e newtoniano, escrito na forma conservativa ou divergente, é apresentado de seguida:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{v}) + \rho \vec{g} \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho i) + \nabla \cdot (\rho i \vec{v}) = -p \nabla \cdot (\vec{v}) + \nabla \cdot (K \nabla T) + \phi_d \\ p = \rho R T \\ i = C_v T \end{array} \right. \quad (3.7)$$

As duas últimas equações do sistema são simplesmente as equações de estado para um gás perfeito, que relacionam a pressão com a massa específica e a energia interna térmica com a temperatura absoluta. Aqui  $R$  corresponde à constante dos gases ideais para o ar e  $C_v$  o calor específico a volume constante. Em escoamento compressível, as equações de estado estabelecem a ligação entre a equação da energia, por um lado, e as equações de conservação da massa e da quantidade de movimento, por outro. Esta ligação surge através da possibilidade de variações da massa específica, como resultado das variações de pressão e de temperatura ao longo do escoamento. Em escoamento incompressível, como por exemplo durante o escoamento de líquidos e gases a baixa velocidade, praticamente não existem variações da massa específica, pelo que esta ligação deixa de existir. Assim, para este caso, o escoamento pode ser resolvido exclusivamente a partir das equações de conservação da massa e da quantidade de movimento.

De notar que, para um escoamento compressível bidimensional, o sistema de equações de governo do problema (3.7) resulta num sistema de seis equações a seis incógnitas. Assim, com o mesmo número de equações e incógnitas, este sistema é matematicamente completo. No entanto, para a modelação matemática ficar correctamente formulada, é necessário especificar as condições iniciais e de fronteira adequadas ao problema, que serão discutidas no capítulo 4.

## 3.2. Modelação do escoamento invíscido

A análise invíscida despreza o efeito da viscosidade no escoamento, sendo apropriada para calcular o escoamento sujeito a números de Mach relativamente elevados, onde as forças de inércia tendem a dominar as forças viscosas, e na ausência de separação. Esta análise é particularmente útil para o presente trabalho pois permite, por um lado, uma estimativa inicial acerca da distribuição do coeficiente de pressão estática ao longo da superfície das pás, susceptível de ser confrontada com a modelação turbulenta. Por outro

lado, possibilita compreender essencialmente qual a influência das forças viscosas sobre a deflexão a que o escoamento é sujeito, nas pás de estator de compressor axial.

A forma invíscida das equações de Navier-Stokes é conhecida como equação de Euler e resulta directamente de (3.5), a que se retira o termo de viscosidade:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \rho \vec{g} \quad (3.8)$$

Neste caso, a convecção é apenas balanceada pelo conjunto das forças de corpo e de pressão. De notar que na análise invíscida do escoamento, a equação de Euler substitui as equações de Navier-Stokes no sistema de equações de governo do problema (3.7).

Num escoamento invíscido, a velocidade na parede sólida pode ser finita, mas devido à impossibilidade do escoamento penetrar na superfície, o vector de velocidade tem que ser tangente a esta, devendo a componente da velocidade normal à parede ser nula [Ref. 40].

### 3.3. Modelação do escoamento turbulento

Um escoamento turbulento é caracterizado pela existência de uma gama de perturbações, quando o número de Reynolds característico do escoamento atinge valores suficientemente elevados, e pela possibilidade de algumas destas perturbações serem amplificadas. Estas características estão presentes em muitos, se não na grande maioria, dos escoamentos reais, pelo que a natureza predominantemente aleatória e tridimensional deste regime constitui um enorme desafio não trivial aos engenheiros que necessitem de capturar os efeitos da turbulência, na resolução da maioria dos seus problemas.

Uma vez que as flutuações de velocidade do escoamento, características do regime turbulento, podem ser de pequena amplitude e de elevada frequência, elas tornam-se excessivamente dispendiosas de simular directamente em problemas práticos de engenharia, do ponto de vista computacional [Ref. 41]. Em alternativa, as equações de governo instantâneas (3.1) e (3.5) podem ser resolvidas em termos da média temporal, resultando num conjunto de equações modificadas, que exigem menores recursos computacionais ao serem resolvidas. No entanto, estas equações modificadas acrescentam incógnitas adicionais ao problema, fazendo com que o número de incógnitas ultrapasse o número de equações para as determinar. O presente problema, assim posto, não é matematicamente resolúvel. Para superar esta dificuldade, podem ser arbitradas expressões, com base em informação empírica, destinadas a relacionar as novas incógnitas com as variáveis do escoamento médio. Estas relações são conhecidas por modelos de turbulência.

Devido à sua forte carga empírica, Bradshaw [Ref. 42] considera que a modelação da turbulência é mais uma arte do que uma ciência. De facto, a escolha do modelo de turbulência vai sempre depender de um conjunto de considerações, uma vez que não existe

um modelo de turbulência que proporcione constantemente resultados que permitam modelar todos os escoamentos reais com um nível de precisão aceitável em engenharia. Entre estas considerações a adoptar estão, por exemplo, as propriedades físicas do escoamento, o nível de precisão pretendido, os recursos computacionais disponíveis e, ainda, o tempo disponível para a simulação numérica [Ref. 41]. Deste modo, o utilizador ao escolher o modelo de turbulência mais apropriado ao seu problema, deverá sempre estar ciente das capacidades e limitações das várias opções. Wilcox [Ref. 43] considera que o modelo de turbulência ideal deve ser aquele que, com o mínimo de complexidade possível, se aproxime mais da realidade física do escoamento.

Nesta secção é então descrito o modelo matemático utilizado no FLUENT para modelar o escoamento turbulento em torno da cascata de pás S67B. Inicialmente são apresentadas as equações de transporte em termos da média temporal. Posteriormente são expostos os dois modelos de turbulência seleccionados para esta modelação turbulenta.

### 3.3.1. Equações de transporte em termos dos valores médios

Como alternativa à abordagem teórica, Reynolds sugeriu decompor as variáveis instantâneas do escoamento  $\phi_i$  como a soma do valor médio no tempo  $\bar{\phi}$  com a flutuação em torno desse valor médio  $\phi'$ :

$$\phi_i = \bar{\phi} + \phi' \quad (3.9)$$

onde  $\phi_i$  denota as variadas propriedades do escoamento, tais como componentes da velocidade, pressão, temperatura e outras quantidades escalares. Esta decomposição é apelidada de decomposição de Reynolds. O valor médio no tempo  $\bar{\phi}$  é dado por:

$$\bar{\phi} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi_i dt \quad (3.10)$$

designando  $\Delta t$  um tempo muito superior ao tempo característico das flutuações.

Aplicando a decomposição (3.9) a cada uma das variáveis do escoamento nas equações instantâneas da continuidade (3.1) e da quantidade de movimento (3.5), tomando seguidamente a média temporal (3.10) e considerando  $\bar{\phi} = \phi$ , obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_j} (-\rho \overline{u'_i u'_j}) \quad (3.12)$$

Aqui  $u_i$  e  $x_i$  correspondem à velocidade e posição respectivamente,  $t$  ao tempo,  $p$  à pressão estática e  $\rho$  à massa específica. As expressões (3.11) e (3.12) são as equações de Reynolds, mais conhecidas como equações RANS (Reynolds-averaged Navier Stokes). Estas apresentam a mesma forma geral das equações instantâneas de Navier-Stokes, com as variáveis do escoamento agora representadas em termos dos valores médios. De notar na

equação (3.12) o aparecimento de termos adicionais, as tensões de Reynolds ( $-\rho\overline{u'_i u'_j}$ ), que representam os efeitos da turbulência.

A aproximação em termos da média temporal de Reynolds, para a modelação do escoamento turbulento, necessita que as tensões de Reynolds sejam apropriadamente modeladas [Ref. 41]. O método mais comum emprega a hipótese de Boussinesq para relacionar as tensões de Reynolds com as taxas médias de deformação:

$$-\rho\overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \quad (3.13)$$

onde  $\mu_t$  representa a viscosidade turbulenta,  $k$  a energia cinética turbulenta e  $\delta_{ij}$  o delta de Kronecker.

A hipótese de Boussinesq é utilizada nos modelos de turbulência Spalart-Allmaras,  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$ . No caso do modelo Spalart-Allmaras, apenas uma equação adicional de transporte, relativa à viscosidade turbulenta  $\mu_t$ , é resolvida. Já nos modelos de turbulência  $k - \epsilon$  e  $k - \omega$ , duas equações adicionais de transporte são resolvidas: uma para a energia cinética turbulenta  $k$ , e a outra para a sua taxa de dissipação turbulenta  $\epsilon$  (no modelo  $k - \epsilon$ ) ou para a sua taxa de dissipação específica  $\omega$  (no modelo  $k - \omega$ ). Ainda nestes dois modelos de turbulência, a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é resolvida em função de  $k$  e  $\epsilon$  (no modelo  $k - \epsilon$ ) ou de  $k$  e  $\omega$  (no modelo  $k - \omega$ ).

A grande vantagem desta abordagem é o baixo custo computacional, associado ao cálculo da viscosidade turbulenta  $\mu_t$ , comparativamente com outros métodos numéricos existentes para modelar o escoamento turbulento, como o LES (Large Eddy Simulation) e o DNS (Direct Numerical Simulation). No entanto, a hipótese de Boussinesq apresenta como principal desvantagem o facto de assumir a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  uma quantidade escalar isotrópica, o que não é exactamente verdadeiro [Ref. 41].

### 3.3.2. Modelo de turbulência $k - \epsilon$ RNG

O modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG (Re-Normalization Group) foi desenvolvido por Yakhot et al. [Ref. 44], através de uma técnica estatística rigorosa denominada teoria do grupo renormalizado. Este modelo de turbulência é uma variante do modelo semi-empírico  $k - \epsilon$  padrão, proposto por Launder e Spalding [Ref. 45], e que se baseia na modelação das equações de transporte para a energia cinética turbulenta  $k$  e a sua taxa de dissipação turbulenta  $\epsilon$ . O modelo padrão tem sido bastante utilizado em métodos numéricos devido à sua simplicidade e robustez, por oferecer um nível de precisão aceitável para uma vasta gama de escoamentos turbulentos e, sobretudo, por ser bastante económico do ponto de vista computacional [Ref. 35]. No entanto, também apresenta uma série de limitações importantes, ao manifestar um fraco desempenho para escoamentos envolvendo gradientes de pressão elevados, separação e curvatura pronunciada das suas linhas de corrente. Por

outro lado, despreza os efeitos da viscosidade molecular, sendo apenas válido para escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos. Por isso não é de estranhar o aparecimento de variantes ao modelo de turbulência  $k - \epsilon$  padrão, tal como o modelo  $k - \epsilon$  RNG. Este é bastante semelhante em conteúdo ao modelo padrão, mas inclui uma série de refinamentos que o tornam mais sólido e preciso para uma maior gama de escoamentos turbulentos, tais como os que envolvem gradientes de pressão elevados e separação da camada limite. No modelo renormalizado, as equações de transporte e respectivos coeficientes são derivados analiticamente através da teoria do grupo renormalizado, em vez de empiricamente a partir de dados experimentais de referência, como no modelo padrão. A equação para a taxa de dissipação é igualmente modificada. Estas correcções permitem assim considerar os efeitos das pequenas escalas do movimento, o que não acontecia no modelo padrão.

No modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, a energia cinética turbulenta  $k$  e a sua taxa de dissipação turbulenta  $\epsilon$  são obtidas a partir das seguintes equações de transporte, desprezando o termo de geração de energia cinética turbulenta devido à força de impulsão:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - \rho \epsilon \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \epsilon u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} G_k - C_{2\epsilon}^* \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (3.15)$$

onde  $G_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média.  $C_{2\epsilon}^*$  é dada pela seguinte equação:

$$C_{2\epsilon}^* = C_{2\epsilon} + \frac{C_\mu \left( \frac{Sk}{\epsilon} \right)^3 \left( 1 - \frac{Sk}{\eta_0} \right)}{1 + \beta \left( \frac{Sk}{\epsilon} \right)^3} \quad (3.16)$$

onde  $S$  representa o módulo do tensor médio da taxa de deformação. A viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é calculada da seguinte forma:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (3.17)$$

As constantes deste modelo de turbulência apresentam os seguintes valores:

$$C_\mu = 0,0845; \quad \sigma_k = 0,7194; \quad \sigma_\epsilon = 0,7194; \quad C_{1\epsilon} = 1,42; \quad C_{2\epsilon} = 1,68; \quad \eta_0 = 4,38; \quad \beta = 0,012$$

Todas as funções e variáveis que aqui não foram definidas para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, poderão ser encontradas na documentação do FLUENT [Ref. 41].

### 3.3.3. Modelo de turbulência $k - \omega$ SST

O modelo de turbulência  $k - \omega$  SST (Shear-Stress Transport) foi desenvolvido por Menter [Ref. 46], traduzindo-se numa variante do modelo empírico  $k - \omega$  padrão, proposto por Wilcox [Ref. 43], e que se baseia na modelação das equações de transporte para a energia cinética turbulenta  $k$  e a sua taxa de dissipação específica  $\omega$ . Menter notou, por um lado, que o modelo  $k - \omega$  padrão era um modelo bastante robusto e dotado de uma série de atributos, apresentando um desempenho muito superior para escoamentos junto da parede sólida com gradientes de pressão adversos, comparativamente com o modelo  $k - \epsilon$  padrão. Por outro lado, verificou que o modelo original de Wilcox era muito sensível aos escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos, e que o modelo  $k - \epsilon$  padrão, pelo contrário, não era propenso a tal problema. Menter [Ref. 46] sugeriu, assim, combinar o modelo  $k - \omega$  na região junto da parede sólida com o modelo  $k - \epsilon$  na região exterior, suficientemente afastada da parede. No entanto, a maior dificuldade encontrada consistia em definir a fronteira entre cada uma das regiões em que os modelos vão actuar, em separado. Para tal, o modelo  $k - \epsilon$  foi convertido numa formulação  $k - \omega$ . Desta forma, o modelo  $k - \omega$  SST é semelhante ao modelo  $k - \omega$  de Wilcox, mas inclui as modificações seguintes [Ref. 41]:

- O modelo  $k - \omega$  e o modelo transformado  $k - \epsilon$  são multiplicados por uma função de mistura (*blending function*), e ambos são somados. A função de mistura deve assumir o valor unitário na região junto da parede sólida, activando o modelo  $k - \omega$  padrão, e deve ser nula na região afastada da parede, de modo a activar o modelo transformado  $k - \epsilon$ ;
- O modelo SST inclui a adição de um termo amortecido de difusão cruzada (*damped cross-diffusion*) na equação da taxa de dissipação específica  $\omega$ ;
- A definição da viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é modificada, de modo a considerar o transporte das tensões de corte turbulentas;
- As constantes do modelo SST foram revistas.

Este conjunto de modificações tornaram o modelo de turbulência SST um modelo bastante sólido e preciso, no que diz respeito à modelação de escoamentos sujeitos a gradientes de pressão adversos. Este modelo foi considerado no presente trabalho de modo a reduzir a incerteza da solução numérica.

As duas equações de transporte para o modelo de turbulência SST apresentam-se de seguida:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (3.19)$$

Aqui  $G_k$  representa a geração de energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média, e  $G_\omega$  a geração da taxa de dissipação específica  $\omega$ .  $\Gamma_k$  e  $\Gamma_\omega$  representam a difusividade efectiva de energia cinética turbulenta  $k$  e da sua taxa de dissipação específica  $\omega$ , respectivamente.  $Y_k$  e  $Y_\omega$  representam a dissipação de  $k$  e  $\omega$  devido à turbulência, respectivamente. Finalmente  $D_\omega$  representa o termo de difusão cruzada.

As difusividades efectivas do modelo de turbulência SST são dadas por:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (3.20)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (3.21)$$

onde  $\sigma_k$  e  $\sigma_\omega$  representam os números de Prandtl turbulentos para  $k$  e  $\omega$ , respectivamente. A viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é calculada da seguinte forma:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \frac{1}{\max\left[\frac{1}{\alpha^*}, \frac{SF_2}{a_1\omega}\right]} \quad (3.22)$$

onde  $S$  representa a magnitude da taxa de deformação,  $\alpha^*$  um coeficiente de correcção para baixos números de Reynolds (*Low-Re Corrections*) e:

$$\sigma_k = \frac{1}{F_1/\sigma_{k,1} + (1 - F_1)/\sigma_{k,2}} \quad (3.23)$$

$$\sigma_\omega = \frac{1}{F_1/\sigma_{\omega,1} + (1 - F_1)/\sigma_{\omega,2}} \quad (3.24)$$

Nas equações (3.22), (3.23) e (3.24),  $F_1$  e  $F_2$  consistem nas funções de mistura. As constantes deste modelo de turbulência apresentam os seguintes valores:

$$\sigma_{k,1} = 1,176; \quad \sigma_{\omega,1} = 2,0; \quad \sigma_{k,2} = 1,0; \quad \sigma_{\omega,2} = 1,168; \quad a_1 = 0,31; \quad \beta_{i,1} = 0,075; \quad \beta_{i,2} = 0,0828$$

Todas as funções e variáveis que não foram definidas nesta subsecção para o modelo de turbulência SST, poderão ser encontradas na documentação do FLUENT [Ref. 41].

### 3.4. Modelação da turbulência junto da parede sólida

Os escoamentos turbulentos são claramente afectados pela presença de superfícies sólidas, uma vez que o campo médio de velocidade é perturbado pela condição de não escorregamento que tem que ser satisfeita na parede. No entanto, a turbulência é igualmente afectada de maneira não trivial pela grande proximidade da parede sólida, já que o amortecimento viscoso reduz as flutuações tangenciais de velocidade, enquanto o bloqueio cinemático atenua as flutuações normais [Ref. 41]. Por oposição, na parte exterior da região próxima da parede, a turbulência é rapidamente aumentada pela produção de energia cinética turbulenta, devido aos intensos gradientes na velocidade média.

A solução numérica poderá ser significativamente afectada pela proximidade das paredes sólidas, na medida em que estas são a principal fonte de vorticidade e turbulência. Acima de tudo, é na região próxima da parede que as variáveis da solução numérica sofrem as maiores variações. Torna-se desta forma fundamental representar o escoamento nesta região com uma maior precisão, e para tal existem duas abordagens. A primeira consiste na utilização de relações semi-empíricas para modelar o perfil de velocidades junto à parede, mais conhecidas como funções de parede. A segunda baseia-se na utilização de modelos de turbulência, especialmente adaptados para resolver toda a região junto à parede, e designados por *near-wall models*. Por exemplo, os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  necessitam de utilizar funções de parede, por serem particularmente válidos para escoamentos suficientemente afastados da parede. Já no modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, um refinamento da malha na proximidade da parede sólida é suficiente, uma vez que este modelo foi desenvolvido para resolver toda a camada limite.

Vários resultados experimentais demonstraram que a região interior da camada limite pode ser subdividida em três camadas distintas. Na camada mais interior, designada de subcamada viscosa, o escoamento é praticamente laminar e imperam os efeitos de viscosidade. A presença da parede impede ainda a existência de flutuações a ela perpendiculares. Na região completamente turbulenta, ou camada da lei da parede, predominam os efeitos da turbulência no transporte da quantidade de movimento. Finalmente na zona intermédia, ou subcamada inercial, os efeitos da viscosidade molecular igualam aproximadamente os efeitos da turbulência. Na figura 3.1 é possível observar as subdivisões da região próxima da parede, em coordenadas semi-logarítmicas. Ao desvio do perfil de velocidades, registado na camada limite exterior em relação à variação semi-logarítmica, dá-se o nome de componente de esteira.

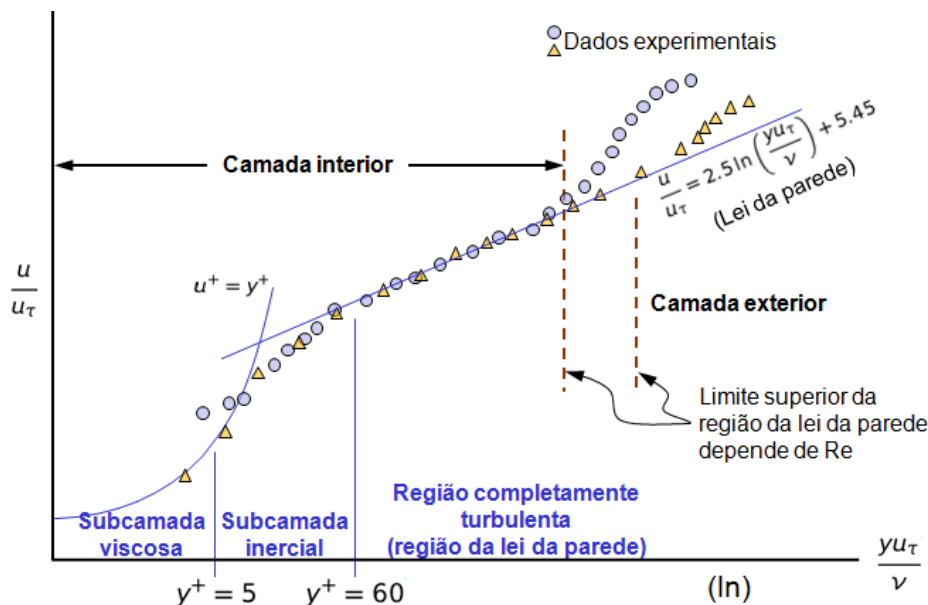


Figura 3.1. Perfil de velocidades de uma camada limite turbulenta nas coordenadas semi-logarítmicas da lei da parede [Ref. 35].

Na figura 3.1,  $y$  representa a distância perpendicular à parede;  $y^+ \equiv u_\tau y/\nu$ , com a viscosidade cinemática dada por  $\nu = \mu/\rho$ . A velocidade de fricção  $u_\tau$  é definida da forma  $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}$ , sendo  $\tau_w$  a tensão de atrito parietal; finalmente,  $u^+ = u/u_\tau$ .

### 3.4.1. Funções de parede

Nesta primeira abordagem para modelar o escoamento junto da parede sólida, as subcamadas viscosa e inercial não são resolvidas. Em vez disso, fórmulas semi-empíricas, denominadas funções de parede, são utilizadas para preencher esta região entre a parede sólida e a região completamente turbulenta, como mostra a figura 3.2. Estas incluem leis da parede, ou leis logarítmicas, para a velocidade média, temperatura e outros escalares, e formulações para determinar as quantidades turbulentas próximas da parede.

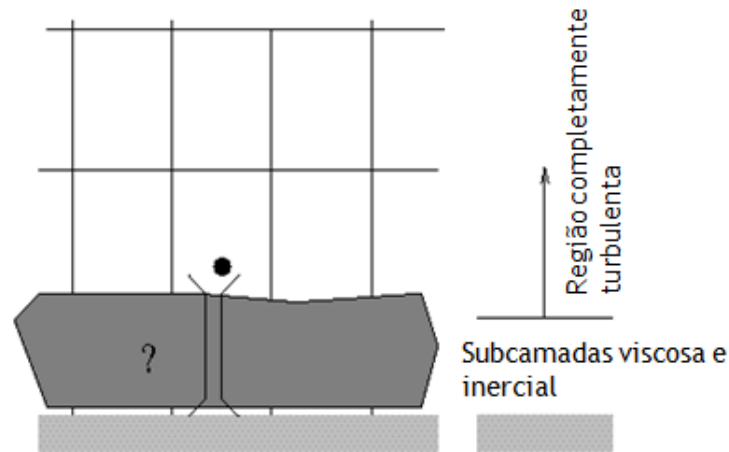


Figura 3.2. Modelação da turbulência junto da parede sólida utilizando funções de parede [Ref. 35].

As funções de parede padrão (*standard wall functions*), propostas por Launder e Spalding [Ref. 47], estão activas por defeito no FLUENT para os modelos de turbulência  $k - \epsilon$ . Neste caso, a lei de parede para um campo médio de velocidade é dada por:

$$u^* = \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^*) \quad (3.25)$$

onde  $u^*$  corresponde à velocidade adimensional, dada por:

$$u^* = \frac{u_p C_\mu^{1/4} k_p^{1/2}}{u_\tau^2} \quad (3.26)$$

$y^*$  é distância adimensional a partir da parede, expressa por:

$$y^* = \frac{\rho C_\mu^{1/4} k_p^{1/2} y_p}{\mu} \quad (3.27)$$

Nestas expressões,  $\kappa$  representa a constante de von Kármán ( $= 0,4187$ ),  $E$  uma constante empírica ( $= 9,793$ ),  $u_p$  a velocidade média do fluido num ponto genérico  $P$  (próximo da parede),  $k_p$  a energia cinética turbulenta nesse mesmo ponto, e  $y_p$  a distância entre o ponto  $P$  e a parede.

A lei logarítmica para o campo médio de velocidade apenas é válida para  $30 < y^* < 300$ . No FLUENT, esta lei de parede só é aplicada quando  $y^* > 11,225$ . Quando o valor de  $y^* < 11,225$ , o FLUENT aplica a seguinte relação laminar de tensão-deformação:

$$u^* = y^* \quad (3.28)$$

Devido a esta relação linear entre a velocidade e a distância à parede, a camada de fluido adjacente à parede é também conhecida como subcamada linear ( $y^+ < 5$ ).

Nos modelos de turbulência  $k - \epsilon$ , a equação de transporte de energia cinética turbulenta  $k$  é resolvida em todo o domínio computacional, incluindo nas células adjacentes à parede. A condição de fronteira para  $k$  imposta na parede é:

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0 \quad (3.29)$$

onde  $n$  corresponde à coordenada local perpendicular à parede.

Nas células adjacentes à parede, a produção de energia cinética turbulenta  $G_k$  e a sua taxa de dissipação  $\epsilon$ , que correspondem a termos fonte na equação de  $k$ , são calculadas com base na hipótese do equilíbrio local. Partindo deste pressuposto, assume-se que a produção de  $k$  e a sua taxa de dissipação são iguais no volume de controlo adjacente à parede. Por conseguinte,  $G_k$  baseia-se na lei logarítmica, sendo calculada pela seguinte expressão:

$$G_k \approx \tau_w \frac{\partial u}{\partial y} = \tau_w \frac{\tau_w}{\kappa \rho k_p^{1/2} y_p} \quad (3.30)$$

e  $\epsilon$  é calculada a partir de:

$$\epsilon_p = \frac{C_\mu^{3/4} k_p^{3/2}}{\kappa y_p} \quad (3.31)$$

Assim, nas células adjacentes à parede, a equação de  $\epsilon$  dos modelos de turbulência  $k - \epsilon$  não é resolvida, sendo esta antes calculada pela equação (3.31).

É importante referir que funções de parede similares se aplicam igualmente a outras variáveis da solução, tais como temperatura e concentração de espécies. Estas não são apresentadas no presente trabalho, pelo que poderão ser encontradas na documentação do FLUENT [Ref. 41].

Para a maioria dos escoamentos com número de Reynolds elevado, as funções de parede possibilitam a redução dos esforços computacionais, devido ao facto das subcamadas viscosa e inercial, onde as variáveis da solução variam mais rapidamente, não necessitarem de ser resolvidas. Nestas condições, a utilização de funções de parede torna-se assim uma opção económica, prática, robusta e de precisão razoável para muitas aplicações industriais de CFD. No entanto, esta abordagem também apresenta algumas limitações relevantes. Por

um lado, as funções de parede são um importante factor limitador da precisão dos resultados [Ref. 35], uma vez que estas são muito sensíveis à colocação da primeira célula e à malha próxima da parede sólida. Deste modo, um refinamento da malha não garante a obtenção de resultados com uma precisão superior. Por outro lado, torna-se muito pouco preciso quando o escoamento se afasta das condições assumidas na sua derivação. Aqui estão incluídos, por exemplo, escoamentos a baixo número de Reynolds ou fortes gradientes de pressão conduzindo a separações da camada limite.

Para estas situações limitadoras das funções de parede, o FLUENT disponibiliza para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  um método denominado *enhanced wall treatment*, que combina um modelo de duas camadas com as funções de parede *enhanced wall functions*. No entanto, este método necessita de uma malha suficientemente fina em toda a região próxima da parede, exigindo assim enormes requisitos computacionais.

Na abordagem *enhanced wall treatment*, o método de duas camadas é utilizado para especificar a taxa de dissipação turbulenta  $\epsilon$  e a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  nas células junto à parede. Para isto, todo o domínio é subdividido numa região referente às subcamadas viscosa e inercial, e numa região completamente turbulenta. Para os modelos de turbulência  $k - \epsilon$ , são resolvidas as equações de transporte de  $k$  e  $\epsilon$  nesta região completamente turbulenta. Na região das subcamadas viscosa e inercial, as equações de transporte de quantidade de movimento e de  $k$  são mantidas, ao passo que a viscosidade turbulenta  $\mu_t$  é calculada a partir de:

$$\mu_t = \rho C_\mu \ell_\mu \sqrt{k} \quad (3.32)$$

onde a escala de comprimentos  $\ell_\mu$  é dada por:

$$\ell_\mu = y C_\ell^* (1 - e^{-Re_y/A_\mu}) \quad (3.33)$$

sendo  $Re_y$  o número de Reynolds turbulento, definido como:

$$Re_y \equiv \frac{\rho y \sqrt{k}}{\mu} \quad (3.34)$$

Este parâmetro permite demarcar as duas regiões. Na região completamente turbulenta,  $Re_y > 200$ , enquanto que na região das subcamadas viscosa e inercial  $Re_y < 200$ .

Na região das subcamadas viscosa e inercial,  $\epsilon$  passa a ser calculado pela expressão:

$$\epsilon = \frac{k^{3/2}}{\ell_\epsilon} \quad (3.35)$$

onde a escala de comprimentos  $\ell_\epsilon$  é dada por:

$$\ell_\epsilon = y C_\ell^* (1 - e^{-Re_y/A_\epsilon}) \quad (3.36)$$

As constantes nas equações (3.33) e (3.36) são dadas por:

$$C_\ell^* = \kappa C_\mu^{-3/4}; \quad A_\mu = 70; \quad A_\epsilon = 2C_\ell^* \quad (3.37)$$

De forma a que o método *enhanced wall treatment* possa ser aplicado em toda a região próxima da parede (subcamada viscosa, subcamada inercial e região completamente turbulenta), é necessário formular a lei da parede como uma lei singular para toda a região da parede. O FLUENT consegue isto a partir das *enhanced wall functions*, através de uma combinação entre as leis da parede linear (ou laminar) e logarítmica (ou turbulenta), como mostra a seguinte expressão:

$$u^+ = e^\Gamma u_{lam}^+ + e^{1/\Gamma} u_{turb}^+ \quad (3.38)$$

onde a função de mistura é dada por:

$$\Gamma = -\frac{a(y^+)^4}{1 + by^+} \quad (3.39)$$

onde  $a = 0,01$  e  $b = 5$ .

Similarmente, a equação geral para a derivada  $du^+/dy^+$  é:

$$\frac{du^+}{dy^+} = e^\Gamma \frac{du_{lam}^+}{dy^+} + e^{1/\Gamma} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (3.40)$$

Esta abordagem permite que a lei da parede seja facilmente modificada e alargada de modo a que outros efeitos sejam considerados, tais como gradientes de pressão ou propriedades variáveis. Esta fórmula garante, igualmente, o correcto comportamento assintótico para valores elevados e reduzidos de  $y^+$ , e a representação razoável dos perfis de velocidade nos casos em que  $y^+$  cai dentro da região tampão ( $3 < y^+ < 10$ ) [Ref. 41].

### 3.4.2. Resolução da camada limite

O segundo método para modelar o escoamento junto da parede sólida consiste na utilização de modelos de turbulência especialmente adaptados para resolver toda a camada limite, incluindo a subcamada viscosa. Esta abordagem é conhecida por *near-wall modeling*, estando representada esquematicamente na figura 3.3.

Esta abordagem constitui naturalmente uma alternativa óbvia às funções de parede, especialmente para escoamentos a baixo número de Reynolds ou com fortes gradientes de pressão, conduzindo a separações da camada limite. No entanto, tal como no método *enhanced wall treatment*, esta necessita de uma malha suficientemente fina em toda a região próxima da parede, capaz de resolver a subcamada viscosa, exigindo assim apreciáveis recursos computacionais.

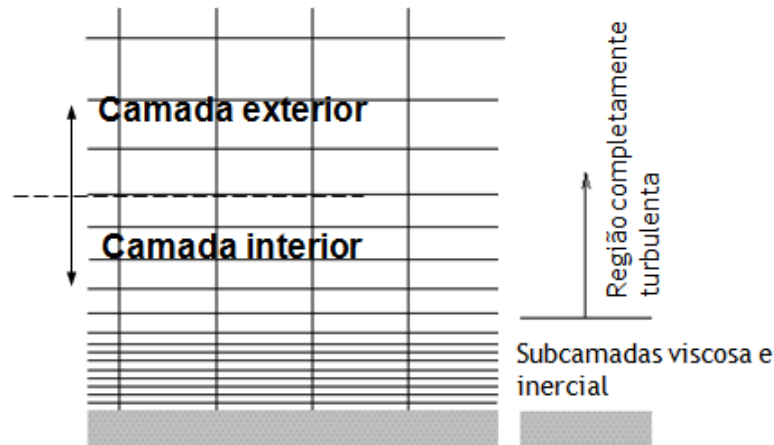


Figura 3.3. Modelação da turbulência junto da parede sólida resolvendo toda a camada limite [Ref. 35].

O modelo de turbulência  $k - \omega$  SST é um dos modelos capazes de resolver toda a camada limite do escoamento. Aqui, as condições de fronteira na parede para a equação de transporte de  $k$  são tratadas da mesma forma que a equação de  $k$  nos modelos  $k - \epsilon$ , quando o método *enhanced wall treatment* é seleccionado. O valor de  $\omega$  na parede é especificado no código computacional FLUENT como:

$$\omega_w = \frac{\rho(u^*)^2}{\mu} \omega^+ \quad (3.41)$$

sendo o valor assintótico de  $\omega^+$  na subcamada linear dado por:

$$\omega^+ = \min\left(\omega_w^+, \frac{6}{\beta_i (y^+)^2}\right) \quad (3.42)$$

onde  $\beta_i = 0,072$  e

$$\omega_w^+ = \begin{cases} \left(\frac{50}{k_s^+}\right)^2 & k_s^+ < 25 \\ \frac{100}{k_s^+} & k_s^+ \geq 25 \end{cases} \quad (3.43)$$

sendo a altura da rugosidade  $k_s$  definida como:

$$k_s^+ = \max\left(1,0; \frac{\rho k_s u^*}{\mu}\right) \quad (3.44)$$

Na região logarítmica ou turbulenta, o valor de  $\omega^+$  é dado por:

$$\omega^+ = \frac{1}{\sqrt{\beta_\infty^*}} \frac{du_{turb}^+}{dy^+} \quad (3.45)$$

onde  $\beta_\infty^* = 0,09$ . Deste modo, o valor de  $\omega$  na célula da parede é dado por:

$$\omega = \frac{u^*}{\sqrt{\beta_\infty^*} \kappa y} \quad (3.46)$$

De notar que, para o caso em que uma célula da parede esteja colocada na região tampão, o FLUENT mistura o valor de  $\omega^+$  entre os valores das subcamadas laminar e logarítmica [Ref. 41].

## 4. Modelo numérico

Neste capítulo é descrito o modelo numérico utilizado para simular o escoamento em torno da cascata de pás S67B, a partir da utilização do código comercial FLUENT. Como referido no capítulo introdutório, a definição do domínio computacional, geração da malha e imposição das condições de fronteira adequadas constituem um enorme desafio durante a fase de pré-processamento da modelação numérica. O tipo de malha utilizada e as condições de fronteira escolhidas, para um dado problema numérico, podem determinar o sucesso ou o insucesso na obtenção da solução. Desta forma, a análise de uma solução computacional representa uma componente essencial em CFD, podendo a credibilidade desta solução ser analisada e avaliada a partir da consideração dos vários parâmetros de consistência, estabilidade, precisão e convergência.

### 4.1. Domínio computacional

Para modelar o escoamento em torno da cascata de pás S67B foi definido um domínio computacional entre a superfície superior de uma pá da cascata e a superfície inferior da pá imediatamente a seguir. Relativamente aos limites do domínio computacional, é de salientar que estes não devem ser colocados demasiadamente próximos do bordo de ataque das pás, de modo a permitir que o escoamento se ajuste à presença destas. De acordo com Dixon e Hall [Ref. 12], o limite do domínio computacional a montante do bordo de ataque das pás deve ser colocado a uma distância indefinida de  $1/2$  a uma corda das pás, onde a influência do campo de pressão estática da cascata sobre o escoamento livre de entrada seja insignificante. Relativamente ao limite a jusante do bordo de fuga das pás, este deve ser colocado a uma distância que possibilite o completo desenvolvimento do escoamento de saída. Segundo Berbente et al. [Ref. 48], uma distância mínima equivalente ao passo da cascata é suficiente. Desta forma, foi definido um domínio computacional que se estende por uma corda das pás, a montante do bordo de ataque, e por duas cordas das pás, a jusante do bordo de fuga. A distância entre as superfícies superior e inferior das duas pás adjacentes corresponde naturalmente ao passo da cascata. Os limites superior e inferior do domínio computacional, a montante da cascata, foram ainda colocados com um ângulo de  $36^\circ$ , relativamente à direcção axial de referência. De notar que este ângulo corresponde precisamente ao ângulo de entrada do escoamento de projecto para a cascata S67B [Ref. 31]. Por outro lado, os limites superior e inferior do domínio computacional, a jusante da cascata, foram colocados com um ângulo de  $5,5^\circ$ , relativamente à tangente à linha de cambrura no bordo de fuga das pás. Este valor baseia-se no ângulo de saída das paredes laterais do túnel de vento da *Naval Postgraduate School*, utilizado para os trabalhos experimentais de Hobson et al. [Ref. 30] na cascata de pás S67B (figura 1.8).

Para este domínio computacional bidimensional foram implementados vários tipos de malhas, sendo finalmente adoptada uma malha estruturada, constituída por 96750 elementos quadriláteros e 97546 nós. De registar que para a definição do domínio computacional e geração da respectiva malha foi utilizado o software GAMBIT. A malha é cada vez mais refinada à medida que se aproxima da superfície das pás, de modo a resolver nesta zona as condições de fronteira e as regiões da camada limite com maior precisão. No entanto, para modelar o escoamento turbulento com relativa precisão é necessário focar uma série de considerações relativamente à malha. Devido à complexidade e particularidades características de um escoamento turbulento, os seus resultados numéricos tendem a ser mais susceptíveis à dependência de malha do que num escoamento laminar, como já referido.

Uma vez que foram utilizados os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, com a opção *enhanced wall treatment*, e  $k - \omega$  SST, com a opção *Low-Re Corrections*, recomenda-se que a malha desenvolvida seja suficientemente refinada junto da parede, de modo a resolver correctamente a região do escoamento mais afectada pelos efeitos viscosos. Desta forma, o valor de  $y^+$  na célula adjacente à parede deve ser da ordem  $y^+ = 1$ . No entanto, valores superiores de  $y^+$  até  $y^+ = 5$  são igualmente aceitáveis, a partir do momento em que estes se encontrem dentro da subcamada viscosa. Por outro lado, devem existir no mínimo dez a quinze células no interior da camada limite, de modo a que nessa região a velocidade média e as quantidades da turbulência sejam correctamente resolvidas [Ref. 41].

De notar que os valores de  $y^+$  não são quantidades geométricas fixas, mas antes valores dependentes da solução. Uma vez que no presente trabalho as condições de entrada do escoamento na cascata de pás S67B não são fixas, seria muito pouco eficiente desenvolver uma malha individualizada para cada uma destas situações. Em alternativa, e a partir da utilização da função *Adapt Yplus/Ystar*, disponível no FLUENT, é possível refinar apropriadamente a malha ao longo da parede, durante o processo de solução, e para cada uma das condições de entrada do escoamento. Foi então seguida esta última abordagem, assegurando assim a correcta distribuição de  $y^+$  junto à parede.

A qualidade de uma malha desenvolvida depende de uma série de parâmetros, tais como o ângulo de distorção e a razão de aspecto dos vários elementos da malha. O GAMBIT oferece a possibilidade de calcular um parâmetro indicador da qualidade da malha, designado por *EquiAngle Skew*. Este representa uma medida normalizada da distorção de um elemento, sendo definido da seguinte forma:

$$Q_{EAS} = \max \left\{ \frac{\theta_{max} - \theta_{eq}}{180 - \theta_{eq}}, \frac{\theta_{eq} - \theta_{min}}{\theta_{eq}} \right\} \quad (4.1)$$

onde  $\theta_{max}$  e  $\theta_{min}$  correspondem aos ângulos máximo e mínimo, em graus, formados entre as arestas do elemento.  $\theta_{eq}$  é um ângulo característico, correspondente a um elemento equilátero de forma semelhante. Para elementos quadriláteros,  $\theta_{eq} = 90^\circ$ . Por definição,

$0 \leq Q_{EAS} \leq 1$ , onde  $Q_{EAS} = 0$  descreve um elemento equilátero, e  $Q_{EAS} = 1$  descreve um elemento completamente degenerado.

A tabela 4.1 apresenta a distribuição do parâmetro  $Q_{EAS}$  dos elementos da malha estruturada desenvolvida. É possível verificar que 40,63% dos elementos apresentam uma qualidade excelente, estando a grande maioria destes localizada junto à superfície das pás. 43,08% dos elementos apresentam uma boa qualidade e 16,29% uma qualidade razoável. Apenas seis elementos da malha são avaliados como de fraca qualidade, estando estes suficientemente afastados da superfície das pás. Desta forma, é possível constatar que a malha desenvolvida apresenta uma boa qualidade.

Tabela 4.1. Distribuição de  $Q_{EAS}$  dos elementos da malha.

Número total de elementos da malha	$Q_{EAS}$ (Equiangle skew)				
	Limites				
	0-0,25	0,25-0,5	0,5-0,75	0,75-1	Pior elemento
96750 (100%)	39309 (40,63%)	41678 (43,08%)	15757 (16,29%)	6 (≅0%)	0,833742

A razão de aspecto  $AR$  de um elemento da malha é definida da forma  $AR = \Delta y / \Delta x$ , sendo  $\Delta y$  e  $\Delta x$  o comprimento de duas arestas concorrentes num mesmo nó. Tu et al. [Ref. 49] recomendam, sempre que possível, razões de aspecto dentro do intervalo  $0,2 < AR < 5$ . No entanto, em regiões próximas da parede sólida, esta condição pode ser relaxada. De facto, se o escoamento se desenrolar na direcção  $y$ , a necessidade de escolher apropriadamente baixos valores de  $\Delta x$ , na direcção  $x$ , geralmente resulta em  $AR > 5$ .

A tabela 4.2 apresenta a distribuição da razão de aspecto dos elementos da malha gerada. Verifica-se que 66,73% dos elementos caem no intervalo recomendado por Tu et al. [Ref. 49]. Os restantes 33,27% apresentam razões de aspecto relativamente moderadas, encontrando-se a maior parte destes ainda assim suficientemente afastados da superfície das pás. De notar que, mesmo que algum elemento próximo da parede ultrapasse largamente a razão de aspecto de 5, a qualidade da malha estará salvaguardada pela utilização no FLUENT da função *Adapt Yplus/Ystar*.

Tabela 4.2. Distribuição da razão de aspecto dos elementos da malha.

Número total de elementos da malha	$AR$ (Aspect ratio)				
	Limites				
	0-5	5-10	10-20	20-50	Pior elemento
96750 (100%)	64557 (66,73%)	19162 (19,81%)	9670 (9,99%)	3361 (3,47%)	47,1332

Para encerrar este subcapítulo referente ao domínio computacional, apresenta-se na figura 4.1 a malha adoptada para simular o escoamento em torno da cascata de pás S67B. Na figura 4.2 é possível observar um pormenor da malha nos bordos de ataque e de fuga das pás, na superfície superior. Na figura 4.3 é possível observar um pormenor da malha nos bordos de ataque e de fuga das pás, na superfície inferior.

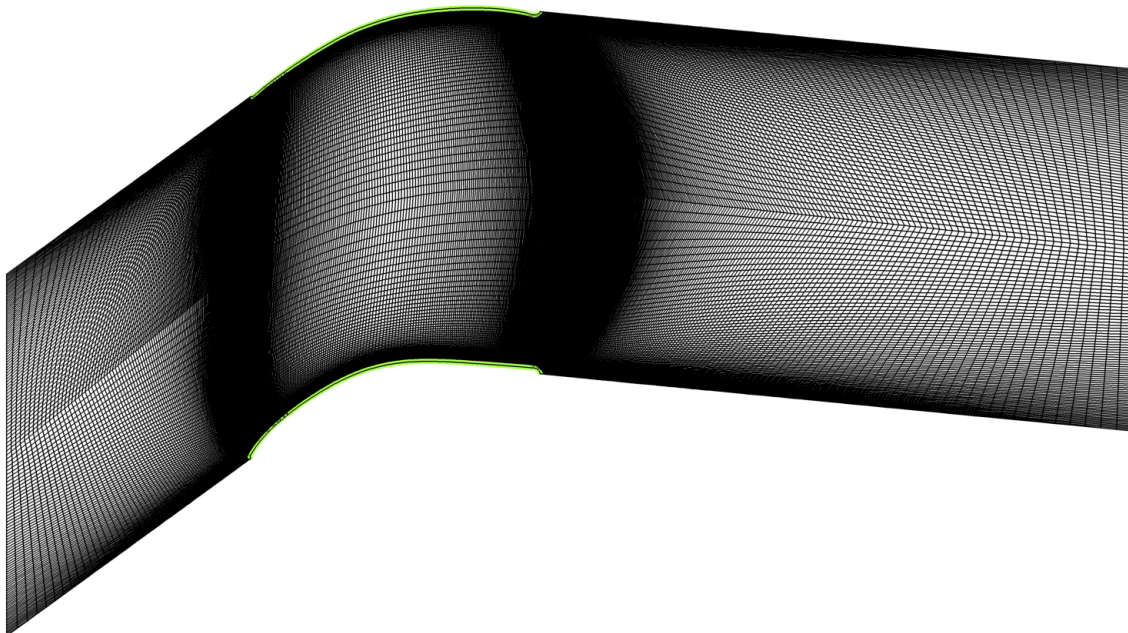


Figura 4.1. Visão geral da malha estruturada de 96750 elementos.

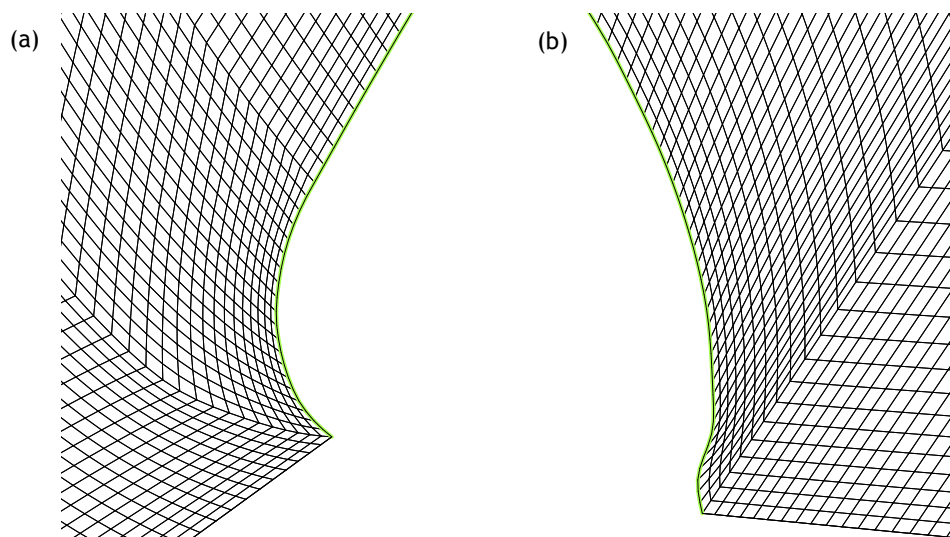


Figura 4.2. Pormenor da malha nos bordos de ataque (a) e de fuga (b) das pás, na superfície superior.

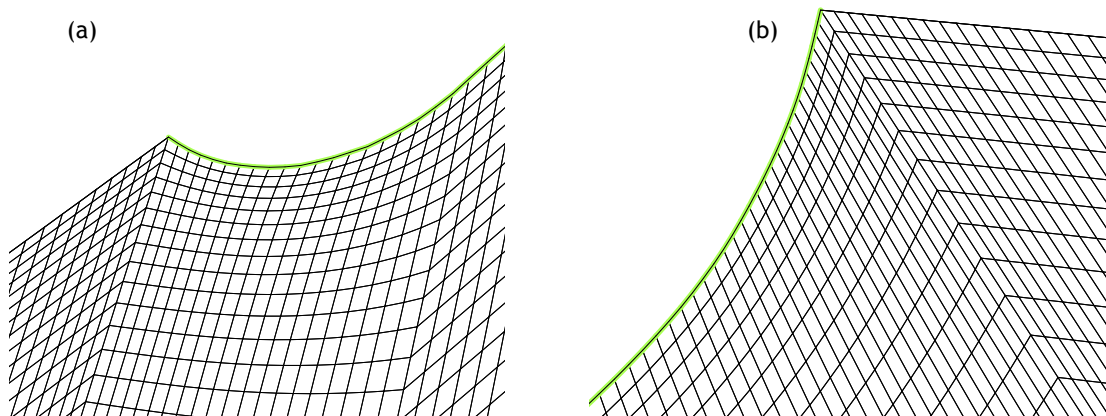


Figura 4.3. Pormenor da malha nos bordos de ataque (a) e de fuga (b) das pás, na superfície inferior.

## 4.2. Condições de fronteira

Todos os problemas numéricos são formulados em termos de condições iniciais e de fronteira. Como salientado no primeiro capítulo, torna-se imprescindível que o utilizador de métodos numéricos especifique estas condições correctamente, e também que compreenda a importância destas no algoritmo numérico, de forma a poder simular a representação física real do escoamento num problema solucionável de CFD.

Para o presente problema, quatro tipos de condição de fronteira devem ser impostos: entrada, saída, superfícies periódicas e superfícies sólidas. Cada uma delas é descrita detalhadamente em seguida.

### 4.2.1. Superfície de entrada

Na fronteira de entrada foi adoptada a condição de *Velocity Inlet* do FLUENT. Nesta condição de fronteira, é necessário especificar a intensidade e a direcção da velocidade de entrada do escoamento na cascata. Neste caso, a pressão de estagnação não é fixa, podendo assumir qualquer valor necessário para assegurar a distribuição de velocidade imposta à entrada.

Em escoamento turbulento, propriedades escalares de turbulência têm ainda que ser especificadas, de acordo com o modelo de turbulência seleccionado. Assim, uma intensidade de turbulência de 1% e uma razão unitária de viscosidade turbulenta foram definidas à entrada, aquando da utilização dos modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST.

### 4.2.2. Superfície de saída

Na fronteira de saída, uma vez que os valores da velocidade e pressão são desconhecidos, foi utilizada uma condição de saída livre, designada no FLUENT por *Outflow*. Aqui não é necessário impor qualquer condição, uma vez que as propriedades do escoamento

são simplesmente extrapoladas a partir do interior do domínio computacional, de modo a que a conservação de massa seja garantida.

### 4.2.3. Superfícies sólidas

Em escoamento viscoso, foi imposta a condição de velocidade nula junto às paredes das pás (condição de não escorregamento). Para o modelo invíscido, a condição de escorregamento é aplicada nas superfícies sólidas.

### 4.2.4. Superfícies periódicas

Para reproduzir a periodicidade do escoamento entre duas pás adjacentes, os limites superior e inferior do domínio computacional foram considerados superfícies periódicas. Tal abordagem permite simular numericamente uma cascata de pás linear, uma vez que uma simetria de translação é imposta.

## 4.3. Descrição das simulações numéricas

O código computacional do FLUENT baseia-se no método dos volumes finitos. Em linhas gerais, este método consiste nas seguintes etapas:

- O domínio computacional é dividido num conjunto finito de volumes de controlo;
- As equações de governo que regem o escoamento são integradas sobre todos os volumes de controlo finitos do domínio computacional. A conservação de uma quantidade escalar de transporte  $\phi$ , no interior de um volume de controlo arbitrário  $V$ , é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV + \oint_A \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint_A \Gamma_\phi \nabla \phi \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (4.2)$$

onde  $\vec{A}$  representa o vector área de superfície,  $\Gamma_\phi$  o coeficiente de difusão para  $\phi$ ,  $\nabla \phi$  o gradiente de  $\phi$ , e  $S_\phi$  a fonte de  $\phi$  por unidade de volume. Os dois termos do lado esquerdo da equação (4.2) representam a taxa de variação temporal de  $\phi$ , e o transporte convectivo devido ao escoamento de um determinado fluido, respectivamente. Os dois termos do lado direito representam o transporte devido às variações de  $\phi$  de ponto para ponto (difusão), e um termo fonte associado à criação ou destruição de  $\phi$ , respectivamente;

- As equações integrais resultantes são convertidas num sistema de equações algébricas. A discretização da equação (4.2) num determinado volume de controlo, ou célula, origina:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \cdot |\vec{A}_f| = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla \phi_f \cdot |\vec{A}_f| + S_\phi V \quad (4.3)$$

onde  $N_{faces}$  representa o número de faces da célula,  $\phi_f$  o valor de  $\phi$  transportado por convecção através da face  $f$ ,  $\rho_f \vec{v}_f \cdot |\vec{A}_f|$  o fluxo de massa através da face  $f$ ,  $|\vec{A}_f|$  a área da face  $f$ ,  $\nabla \phi_f$  o gradiente de  $\phi$  na face  $f$ , e  $V$  o volume da célula;

- Após ser linearizado, o sistema de equações algébricas resultante é então resolvido numericamente, através de métodos iterativos.

Relativamente ao código de resolução numérica das equações que regem o escoamento, o FLUENT disponibiliza dois métodos: um baseado na pressão (*Pressure-Based solver*), e outro baseado na densidade (*Density-Based solver*). No primeiro método, o campo de pressão é extraído da resolução de uma equação de pressão, ou de correcção de pressão, obtida a partir de uma manipulação das equações da continuidade e quantidade de movimento. No segundo método, a equação da continuidade é utilizada para obter o campo de densidade, enquanto que o campo de pressão é determinado a partir da equação de estado. Em ambos os métodos, o campo de velocidade é obtido a partir das equações de quantidade de movimento. Assim, a diferença entre estes dois métodos numéricos está na abordagem usada na linearização e solução das equações discretizadas, já que o processo de discretização é baseado no método dos volumes finitos, em ambos.

No presente trabalho foi adoptado o método baseado na pressão (*Pressure-Based solver*), uma vez que é aplicável para uma vasta gama de regimes de escoamento, desde escoamentos incompressíveis a baixa velocidade, a escoamentos compressíveis a alta velocidade. O *Pressure-Based solver* tem ainda a vantagem de requerer menor capacidade de armazenamento, e de permitir uma maior flexibilidade no processo de solução [Ref. 35]. Para este método, o FLUENT dispõe ainda de dois algoritmos de solução para resolver as equações de governo: o acoplado (*Coupled solver*) e o segregado (*Segregated solver*). No método segregado as equações de governo são resolvidas de forma independente, em sequência. Para este método, cada iteração consiste nos passos ilustrados na figura 4.4. Pelo contrário, no método acoplado as equações de governo são resolvidas em simultâneo. Deste modo, foi adoptado o algoritmo segregado, uma vez que este exige menores recursos computacionais, apesar da convergência da solução ser um processo relativamente mais lento [Ref. 41].

No FLUENT os volumes de controlo são *Cell-Centered*, pois correspondem directamente com a malha, sendo as variáveis definidas no centro de cada volume de controlo. Contudo, os valores de  $\phi_f$ , definidos nas faces das células, são necessários para os termos convectivos das equações de governo, pelo que deverão ser interpolados a partir dos valores no centro dos volumes de controlo. No presente trabalho, foi utilizado um esquema de interpolação *upwind* de segunda ordem para tal. Relativamente aos termos difusivos, estes são discretizados pelo esquema de diferenças centrais de segunda ordem. Para avaliar a

pressão nas faces dos volumes de controlo, foi utilizado um esquema de interpolação de segunda ordem.

Os gradientes das variáveis da solução são necessários de modo a avaliar fluxos difusivos e derivadas de velocidade, sendo igualmente indispensáveis em esquemas de discretização de ordem superior [Ref. 35]. O gradiente  $\nabla\phi$ , de uma dada variável  $\phi$ , é usado para discretizar os termos convectivos e difusivos, nas equações de conservação do escoamento. No presente trabalho, os gradientes das variáveis da solução, definidos no centro das células, foram determinados por um método de mínimos quadrados (*Least Squares Cell-Based*).

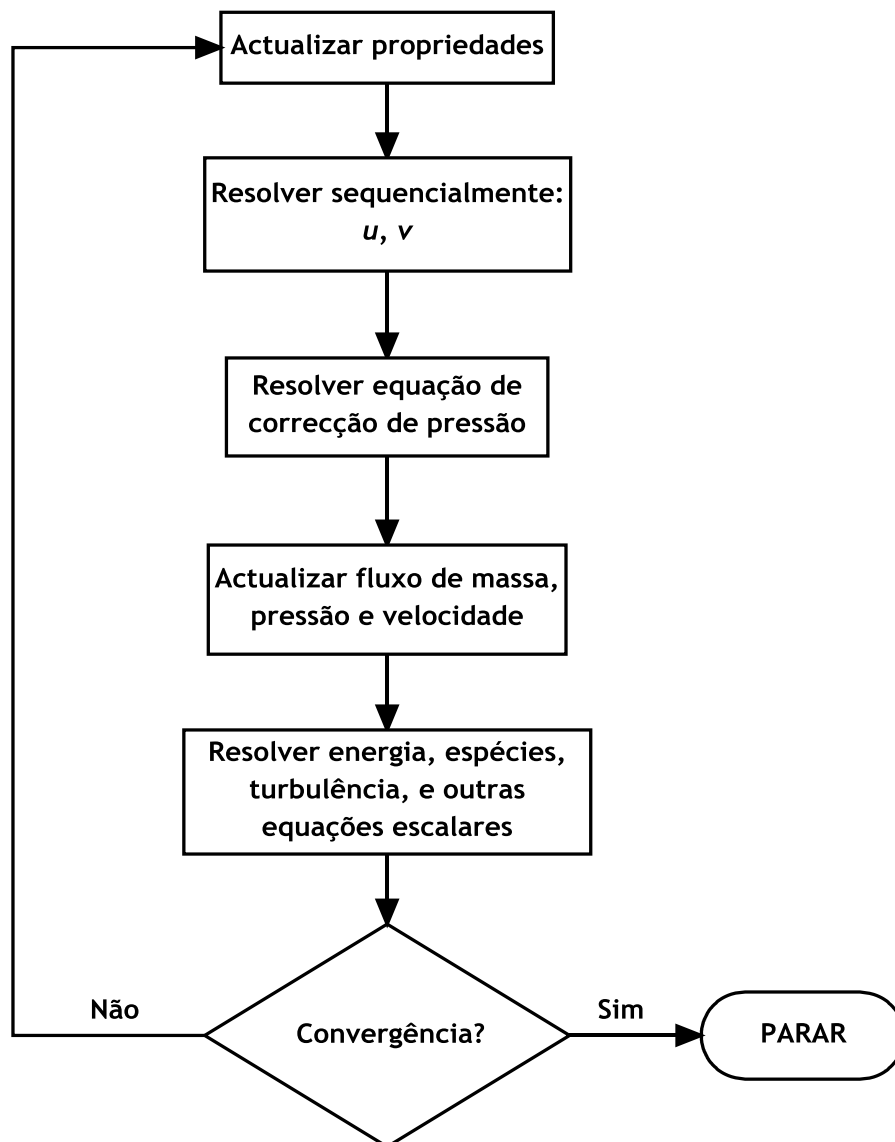


Figura 4.4. Visão geral do *Pressure-Based Segregated solver* [Ref. 41].

O acoplamento entre a pressão e a velocidade é referente ao algoritmo numérico que utiliza uma combinação das equações da continuidade e quantidade de movimento, de modo a derivar uma equação de pressão (ou de correcção de pressão). Este acoplamento surge

quando se utiliza o *Pressure-Based solver*, como referido anteriormente. Dos quatro algoritmos disponíveis no FLUENT, foi escolhido o método de solução semi-implícito SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*), por se tratar de um método bastante robusto e experimentado. Este é um método iterativo que consiste essencialmente em "estimar e corrigir", como é possível constatar na figura 4.5, permitindo no final calcular o campo de pressão. Toda a formulação deste algoritmo pode ser encontrada no livro de Versteeg e Malalasekera [Ref. 34].

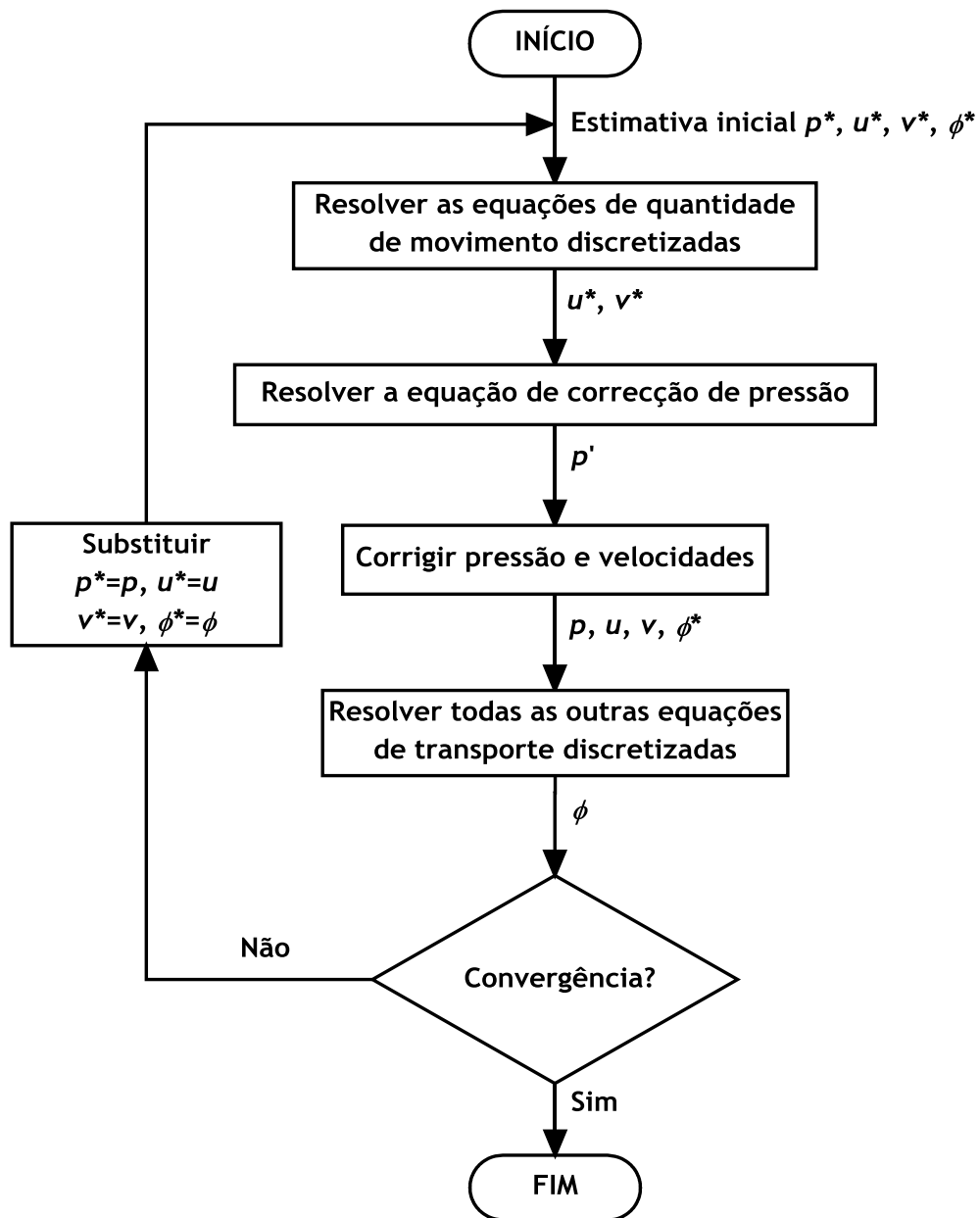


Figura 4.5. O algoritmo SIMPLE [Ref. 34].

Por último, de referir que durante todas as corridas computacionais foram sempre utilizadas variáveis de dupla precisão, isto é, com quinze algarismos significativos. A localização da pressão de referência foi ainda definida na superfície de entrada do domínio

computacional, tendo-se assumido que o seu valor iguala a pressão atmosférica padrão (101325 Pa).

Todas as simulações numéricas foram realizadas na workstation Dell Precision PWS690, com processador Intel Xeon 5160 a 3,0 GHz e 3,25 GB de memória RAM, e com o sistema operativo Windows XP.

#### **4.4. Consistência, estabilidade, convergência e precisão da solução**

A análise e a avaliação da credibilidade de uma solução computacional representa uma componente fundamental num estudo em CFD, pelos motivos mencionados no capítulo introdutório. A análise de uma solução numérica pode ser realizada através da consideração dos vários parâmetros que conduzem o processo iterativo à convergência, tais como consistência e estabilidade. Em primeiro lugar, é fundamental que uma aproximação numérica reproduza as equações diferenciais quando os tamanhos da malha espacial e temporal tendem para zero, ou seja, os erros de truncatura, obtidos através de uma expansão de Taylor, devem tender para zero quando a malha tender para um número infinito de pontos [Ref. 49]. Um método numérico que apresente esta característica diz-se consistente e, quando a malha tender para zero, o sistema de equações algébricas discretizadas tende para as equações diferenciais. Segundo Maliska [Ref. 33], todo o modelo numérico desenvolvido a partir das equações de governo na forma conservativa e utilizando volumes finitos é consistente.

Outra característica importante que pode igualmente condicionar o método de solução numérico é a estabilidade. Esta propriedade diz respeito ao crescimento ou decaimento dos erros introduzidos em qualquer etapa de um método numérico. Qualquer solução numérica obtida é portanto considerada estável se não ampliar estes erros, que surgem no decorrer do processo de solução numérica, constituindo assim a solução exacta das equações discretizadas. Segundo Tu et al. [Ref. 49], a estabilidade assegura que a solução não divirja, no âmbito dos métodos iterativos.

Vários factores interferem com a estabilidade de uma solução numérica. Aqui incluem-se, por exemplo, os erros de arredondamento e o acoplamento entre as variáveis do escoamento. Os primeiros resultam da diferença entre a precisão finita da máquina e o valor verdadeiro de uma variável. Estes vão-se multiplicando com o decorrer das iterações, podendo mesmo destabilizar a solução numérica. As dificuldades por vezes existentes com os tratamentos de acoplamentos entre as variáveis fazem com que algumas destas evoluam mais rapidamente que outras, provocando igualmente instabilidades. Maliska [Ref. 33] considera que a questão da estabilidade é o mais sério problema na obtenção da solução numérica, precisamente pela falta de conhecimento das características matemáticas das aproximações.

No decorrer do processo iterativo foi necessário assumir factores de sub-relaxação no sistema de equações algébricas. Estes são introduzidos de modo a garantir a estabilidade do cálculo numérico, restringindo a alteração no valor das variáveis de transporte de uma iteração para a seguinte. A utilização destes factores facilita a redução das flutuações inerentes às variáveis de transporte e, conseqüentemente, uma solução mais estável. De forma simplificada, o valor actualizado de uma variável de transporte  $\phi_{new}$ , definida no centro de uma célula genérica, depende do seu valor anterior,  $\phi_{old}$ , e do factor de sub-relaxação  $\alpha_{ur}$  escolhido, podendo ser expresso como:

$$\phi_{new} = \phi_{old} + \alpha_{ur}(\phi_{new} - \phi_{old}) \quad (4.4)$$

Na tabela 4.3 apresentam-se os factores de sub-relaxação adoptados para as modelações invíscida e turbulentas do escoamento em torno da cascata de pás S67B. De notar na tabela que NA designa não aplicável.

Tabela 4.3. Factores de sub-relaxação adoptados.

Modelação	Factores de sub-relaxação									
	Pressão	$\rho$	Forças de corpo	Quantidade de movimento	Energia	$k$	$\epsilon$	$\omega$	$\mu_t$	Temperatura
Invíscida	NA	NA	NA	0,3	1	NA	NA	NA	NA	1
$k - \epsilon$ RNG	0,3	1	1	0,3	1	0,3	0,3	NA	0,3	NA
$k - \omega$ SST	0,3	1	1	0,3	1	0,3	NA	0,3	0,3	NA

O teorema da equivalência de Lax afirma que a consistência e a estabilidade são condições necessárias e suficientes para a convergência. Deste modo, uma solução numérica é considerada convergente quando é estável, e tende para a solução das equações diferenciais quando a malha é refinada [Ref. 33]. Este tipo de convergência é conhecido como convergência de malha.

Na grande maioria dos códigos comerciais de CFD, o sistema de equações algébricas é resolvido iterativamente. Quando se lida com esses códigos existem três aspectos importantes a considerar, de modo a que a convergência iterativa seja atingida. Em primeiro lugar, todas as equações de transporte discretizadas são consideradas convergentes quando atingirem uma determinada tolerância em cada célula. Em segundo lugar, a solução numérica não se altera com iterações adicionais. Em terceiro lugar, são obtidos balanços (*balances*) para a massa global, quantidade de movimento, energia e escalares.

Durante o processo iterativo, resíduos são calculados para cada equação discretizada do sistema de equações de transporte. A convergência da solução numérica pode então ser

avaliada examinando o valor destes resíduos. Após discretização, a equação da conservação para uma variável genérica  $\phi$ , numa célula  $P$ , pode ser escrita da forma:

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b \quad (4.5)$$

onde  $a_p$  representa o coeficiente central,  $a_{nb}$  os coeficientes de influência para as células vizinhas, e  $b$  a contribuição das condições de fronteira e dos termos fonte. Estes coeficientes são consecutivamente actualizados durante o processo iterativo.

O resíduo  $R^\phi$  (*unscaled residual*), calculado pelo FLUENT no *Pressure-Based solver*, corresponde assim ao somatório do desequilíbrio (*imbalance*) sobre todas as células  $P$  do domínio computacional, sendo dado por:

$$R^\phi = \sum_{\text{células } P} \left| \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \right| \quad (4.6)$$

No entanto, torna-se complicado avaliar a convergência examinando os resíduos definidos pela equação (4.6), uma vez que nenhuma escala é aplicada. Deste modo, o FLUENT adimensionaliza este resíduo, como mostra a seguinte equação:

$$R_s^\phi = \frac{\sum_{\text{células } P} |\sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p|}{\sum_{\text{células } P} |a_p \phi_p|} \quad (4.7)$$

Desta forma, considera-se que a convergência qualitativa de uma solução é alcançada quando o resíduo  $R_s^\phi$  satisfaz uma determinada tolerância, isto é,  $R_s^\phi \leq \gamma$ . A variável  $\gamma$  é usualmente referida como critério de convergência para o sistema de equações algébricas, determinando assim o número de iterações da solução numérica. No presente trabalho, adoptou-se um critério de convergência que exija que todos os resíduos, convenientemente adimensionalizados, decresçam a um valor de  $10^{-6}$  para todas as equações.

Uma outra forma de avaliar a convergência da solução, e que não deve ser naturalmente descurada, é através da monitorização da evolução de determinadas variáveis do escoamento no processo iterativo. No presente caso de uma cascata de pás, estas variáveis poderão ser, por exemplo, o ângulo de saída do escoamento  $\alpha_2$  e a pressão total à entrada e à saída da cascata. De notar que esta convergência é comumente designada de convergência quantitativa.

Torna-se fundamental destacar que uma solução convergente não significa necessariamente uma solução precisa. A precisão de uma solução computacional pode ser afectada por um conjunto de erros e incertezas, introduzidos no cálculo numérico. Tu et al. [Ref. 49] destacam cinco contribuições para o erro de uma solução numérica: erro de discretização, erro de arredondamento, erro iterativo ou de convergência, erro relativo ao modelo físico e, finalmente, o erro humano.

O erro de discretização é devido à diferença entre a solução exacta e a solução numérica obtida, com uma resolução temporal e espacial limitada. Tal como o nome indica, este surge devido ao facto da solução exacta da equação que está a ser resolvida não ser obtida, mas numericamente aproximada. O erro de arredondamento refere-se à precisão finita da máquina, como adiantado anteriormente. O erro iterativo ocorre devido à diferença entre uma solução completamente convergida, e uma solução cuja convergência não foi totalmente alcançada. Deste modo, se o processo iterativo for terminado prematuramente, o erro iterativo acentua-se. Os erros relativos ao modelo físico estão relacionados com incertezas na formulação dos modelos matemáticos, e com simplificações deliberadas dos modelos. Relativamente ao erro humano, este pode ser dividido em duas categorias. A primeira, da directa responsabilidade dos programadores, refere-se a erros de programação que porventura possam surgir no código. A segunda relaciona-se directamente com a utilização imprecisa e desajustada dos códigos de CFD. Tal inclui, por exemplo, definição de domínios computacionais incorrectos, imposição de condições de fronteira inadequadas, e selecção de modelos matemáticos inapropriados ao problema.

Em CFD todos estes erros e incertezas podem ser estimados através de uma análise cuidada da solução numérica. Esta deverá incluir inevitavelmente, por um lado, o teste de independência da malha, e a validação do modelo numérico através de dados experimentais, por outro.



## 5. Resultados

Neste capítulo são apresentados e discutidos os principais resultados obtidos no presente trabalho, onde o escoamento em torno da cascata de pás de estator de compressor axial S67B foi simulado numericamente, a partir do código comercial FLUENT. Para tal, foram considerados os números de Reynolds seguintes, baseados na corda das pás e na velocidade de entrada do escoamento: 640.000, 380.000 e 210.000. O ângulo de entrada do escoamento foi variado em torno do seu valor de projecto de 36°. Para a modelação da turbulência, foram considerados os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST. Os motivos da escolha destes dois modelos de turbulência, bem como toda a formulação físico-matemática do presente problema, podem ser encontrados no capítulo 3. O modelo numérico utilizado para simular o escoamento em torno da cascata de pás S67B foi descrito no capítulo 4.

O presente capítulo foi convenientemente dividido em três partes fundamentais. Na primeira, pretende-se realizar um estudo relativamente à qualidade da solução numérica, através da análise da convergência do processo iterativo, estudo da independência de malha, e verificação da modelação turbulenta junto à parede sólida. A segunda parte tem como objectivo a validação do modelo numérico, onde alguns resultados obtidos são comparados com dados experimentais encontrados na literatura. Finalmente na terceira parte são apresentadas e discutidas as variações dos diversos parâmetros de avaliação de desempenho para a cascata de pás S67B, em função do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento de entrada na cascata.

### 5.1. Análise da solução numérica

Como referido anteriormente no capítulo 4, a análise e a avaliação da qualidade de uma solução computacional representa uma componente fundamental em CFD. Deste modo, após a obtenção de uma solução numérica, é imprescindível que o utilizador verifique a qualidade da convergência do processo iterativo. Por outro lado, deve igualmente proceder a um teste de convergência de malha. Na eventualidade dos modelos de turbulência serem utilizados, torna-se essencial garantir que a malha se encontra em conformidade com os requisitos de refinamento nas células adjacentes à parede, determinados pelos tratamentos que cada modelo aplica nesta região.

#### 5.1.1. Convergência do processo iterativo

Num processo iterativo, considera-se que a convergência iterativa é atingida quando todas as equações de transporte discretizadas atingirem um determinado critério de

convergência em cada célula, se a solução numérica não se altera com iterações adicionais, e quando são obtidos equilíbrios (*balances*) para determinados parâmetros.

No presente trabalho, adoptou-se um critério de convergência que exija que todos os resíduos, convenientemente adimensionalizados, decresçam a um valor de  $10^{-6}$  para todas as equações. A título exemplificativo, as figuras 5.1 e 5.2 apresentam a evolução destes resíduos, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$  (ângulo de incidência nulo), a partir da utilização dos modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST, respectivamente.

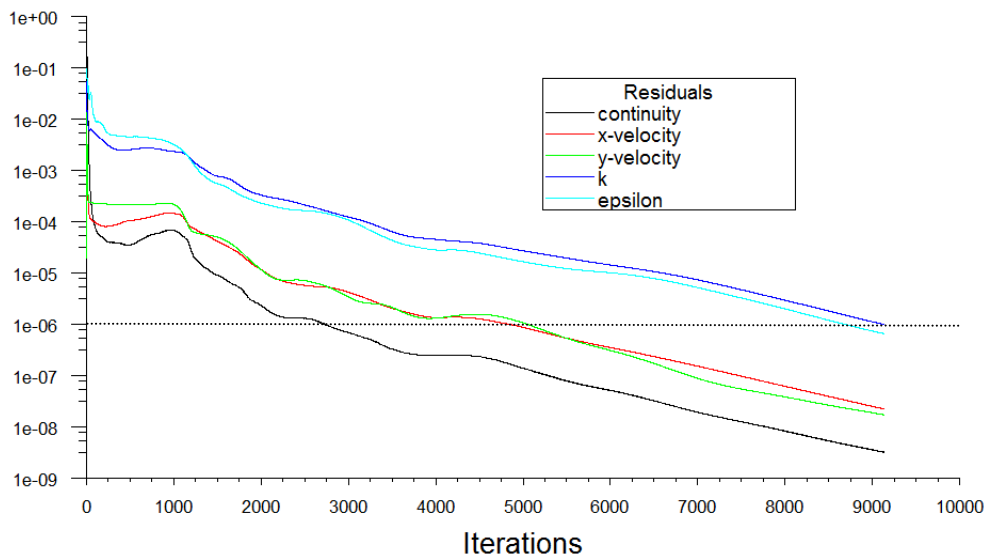


Figura 5.1. Evolução dos resíduos, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG.

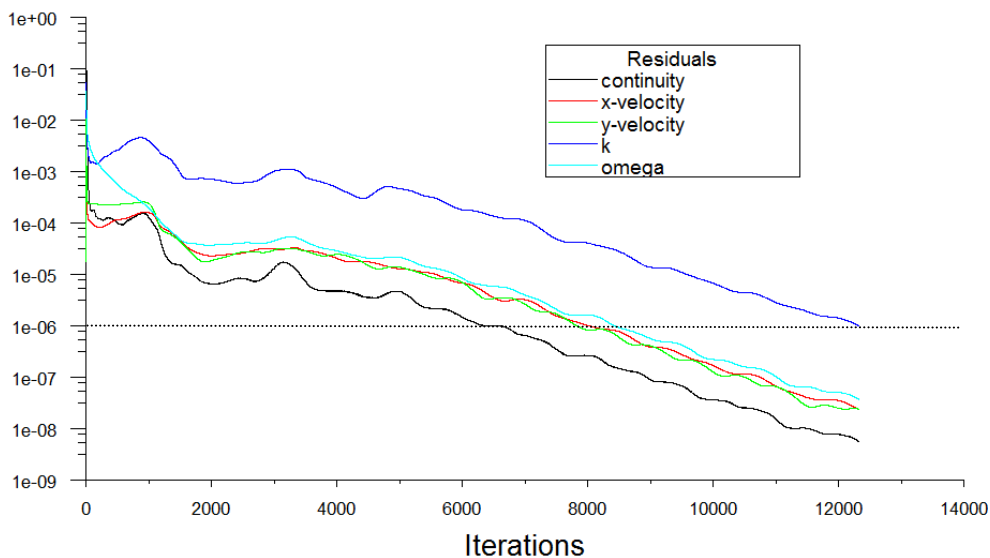


Figura 5.2. Evolução dos resíduos, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST.

Estes dois gráficos mostram, por um lado, o número de iterações necessário até que o critério de convergência seja atingido e, por outro, o comportamento dos resíduos perante os factores de sub-relaxação utilizados. Como se pôde constatar no capítulo anterior, foi

necessário utilizar factores de sub-relaxação relativamente reduzidos, de modo a garantir a estabilidade do processo iterativo. Como consequência directa, o número de iterações torna-se mais elevado, aumentando naturalmente os tempos de cálculo. Nestes dois gráficos não se detectam apreciáveis oscilações nos resíduos, apesar destes apresentarem um comportamento oscilatório superior para o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. Consta-se igualmente que, para as referidas condições do escoamento, este último modelo de turbulência necessita de um maior número de iterações para atingir a convergência iterativa. De notar, nas figuras 5.1 e 5.2, que os resíduos para a energia não são apresentados, uma vez que os seus valores são constantemente menores que o limite inferior destes gráficos.

Um outro indicador que permite avaliar a convergência iterativa da solução, consiste na monitorização da evolução de determinadas variáveis do escoamento no processo iterativo, de modo a verificar que a solução numérica não se altera com o evoluir das iterações. No presente problema, considerou-se o ângulo de saída do escoamento  $\alpha_2$ . Para exemplificar este processo, a figura 5.3 apresenta a evolução deste ângulo com o número de iterações, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST.

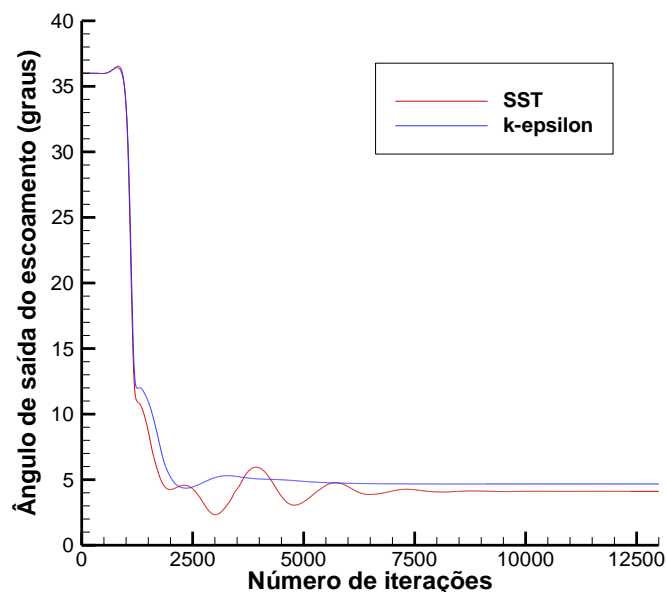


Figura 5.3. Evolução do ângulo de saída do escoamento  $\alpha_2$  ao longo do processo iterativo, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST.

Mais uma vez, verifica-se que a convergência da solução é obtida mais rapidamente para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, e que este apresenta menos oscilações durante o processo iterativo, relativamente ao modelo  $k - \omega$  SST, e para as referidas condições do escoamento. De facto, para o modelo  $k - \epsilon$  RNG, o ângulo de saída do escoamento não experimenta alterações significativas a partir das 7500 iterações, e a solução computacional é considerada convergente na 9140ª iteração. Por oposição, para o modelo  $k - \omega$  SST, este ângulo não sofre qualquer tipo de variação relevante a partir das 9000 iterações, convergindo na 12340ª iteração.

Por último, a convergência da solução deve ainda ser avaliada a partir da verificação do balanço de massa global, dentro dos limites do domínio computacional. O desequilíbrio líquido (*net imbalance*) deve ser minimizado, de modo a assegurar uma adequada conservação das propriedades do escoamento. Em todas as corridas efectuadas, verificou-se que a soma do fluxo de massa, na fronteira de entrada, era praticamente igual à soma do fluxo de massa, na fronteira de saída. Desta forma, o desequilíbrio de massa líquido (*net mass imbalance*) foi sempre mantido muito abaixo dos 0,006% sugeridos em grande parte da literatura, quando a solução convergiu.

De forma sintética, a tabela 5.1 apresenta o número de iterações necessárias para que o processo iterativo convirja, para cada uma das corridas computacionais efectuadas no presente trabalho. De notar que, utilizando o modelo  $k - \omega$  SST, não foi efectuada qualquer simulação para um ângulo de incidência do escoamento de  $8^\circ$ , pelo simples facto da cascata já se encontrar na situação de perda aerodinâmica, como será constatado posteriormente.

Tabela 5.1. Número de iterações necessárias para a convergência do processo iterativo.

Ângulo de incidência ( $i$ ) / N° de Reynolds ( $Re$ )	$k - \epsilon$ RNG			$k - \omega$ SST		
	210.000	380.000	640.000	210.000	380.000	640.000
$-10^\circ$	19325	14075	14130	11450	12275	10950
$-8^\circ$	18450	11580	8310	11350	12800	11800
$-6^\circ$	15931	10140	7275	13675	15800	15475
$-4^\circ$	15100	9580	7425	15050	14700	12700
$-2^\circ$	13900	9370	9140	12640	12840	12340
$0^\circ$	13810	9650	9410	12720	13581	15820
$2^\circ$	13910	11140	11820	20300	16240	33280
$4^\circ$	14780	13820	15660	47700	55560	39720
$6^\circ$	15760	18850	21330	72260	70900	65900
$8^\circ$	23690	25310	29750			

É possível observar na tabela que, para os dois números de Reynolds mais elevados e salvo raras excepções, a solução numérica necessita de um menor número de iterações para convergir utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. Para o número de Reynolds mais reduzido, e até ao ângulo de incidência de  $0^\circ$ , o modelo  $k - \omega$  SST converge mais rapidamente que o modelo anterior.

### 5.1.2. Estudo da independência de malha

O teste da independência de malha consiste em obter soluções numéricas que não são influenciadas pelo refinamento da malha. Para o realizar, foram consideradas duas malhas: a malha 1, desenvolvida para o presente trabalho e que consiste em 96750 elementos, sendo

apresentada na figura 4.1, e a malha 2, que consiste em 160500 elementos, sendo desta forma bastante mais refinada que a original. Os resultados obtidos para cada uma das malhas foram comparados em termos da distribuição do coeficiente de pressão estática, nas superfícies superior e inferior das pás. Na figura 5.4 apresentam-se os resultados obtidos para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, ao passo que na figura 5.5 são apresentados os resultados alcançados com o modelo  $k - \omega$  SST. Em ambas as figuras, o escoamento apresenta um número de Reynolds de 640.000 e um ângulo de entrada de  $36^\circ$  (ângulo de incidência nulo).

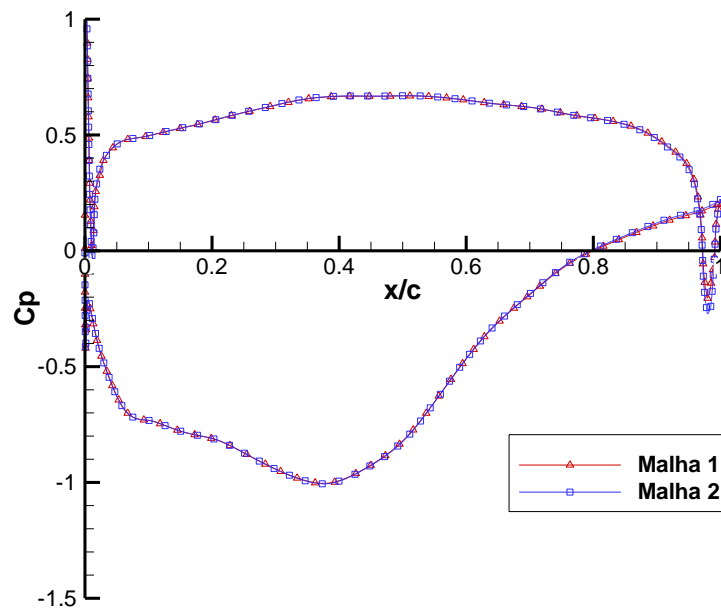


Figura 5.4. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando o modelo  $k - \epsilon$  RNG. Comparação dos resultados obtidos com as malhas 1 e 2.

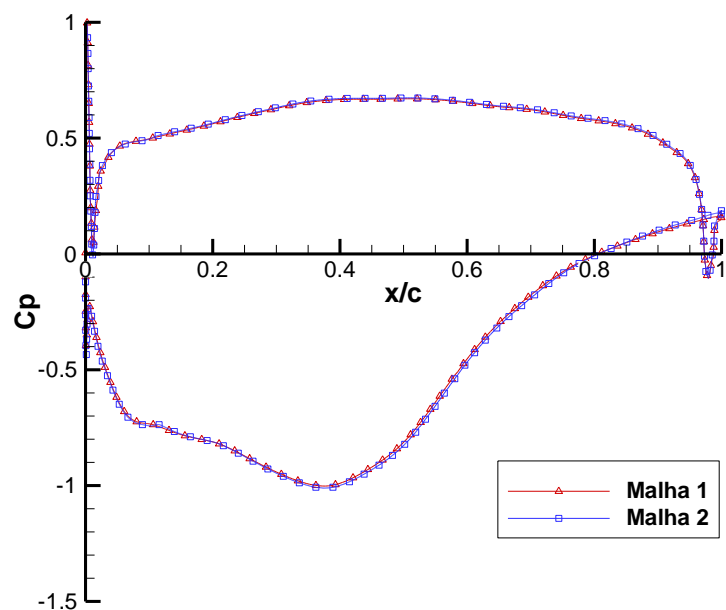


Figura 5.5. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando o modelo  $k - \omega$  SST. Comparação dos resultados obtidos com as malhas 1 e 2.

Em ambos os gráficos das figuras 5.4 e 5.5, verifica-se que o refinamento da malha 1 praticamente não conduz a qualquer variação do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás. Desta forma, é possível afirmar que a solução numérica é independente da malha desenvolvida para o presente trabalho.

### 5.1.3. Verificação de $y^+$

No presente trabalho foram considerados os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, com a opção *enhanced wall treatment*, e  $k - \omega$  SST, com a opção *Low-Re Corrections*. De modo a que estes dois modelos sejam correctamente aplicados na região do escoamento mais afectada pelos efeitos viscosos, junto das superfícies das pás, é fundamental garantir que o valor de  $y^+$ , nas células adjacentes a estas, não ultrapassa o valor unitário. No entanto, e como referido no capítulo anterior, valores superiores de  $y^+$  até  $y^+ = 5$  são igualmente aceitáveis, a partir do momento em que estes se encontrem dentro da subcamada viscosa. A correcta distribuição de  $y^+$  junto à parede foi garantida a partir da utilização da função *Adapt Yplus/Ystar*, disponível no FLUENT.

Para testemunhar a eficácia da utilização da função *Adapt Yplus/Ystar*, exemplifica-se na figura 5.6 a distribuição dos valores de  $y^+$  nos elementos adjacentes às superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$  (ângulo de incidência nulo), utilizando ambos os modelos de turbulência.

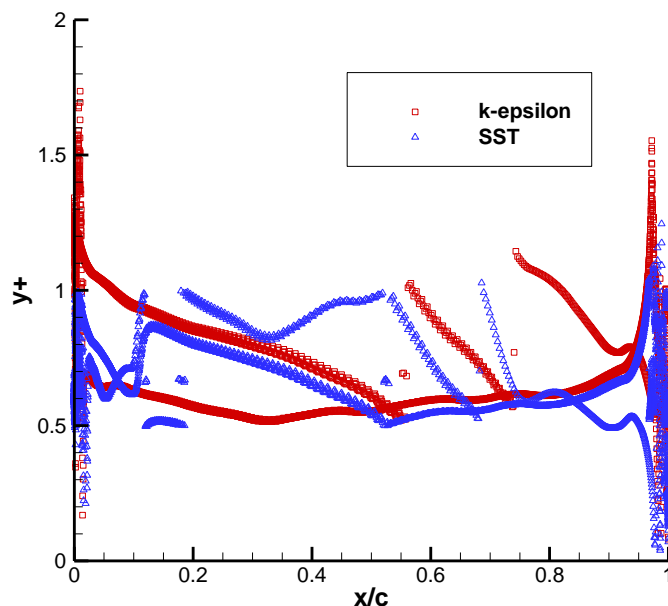


Figura 5.6. Valores de  $y^+$  nos elementos adjacentes às superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST.

Na figura é possível verificar que todos os elementos adjacentes à parede apresentam valores de  $y^+$  bastante inferiores a cinco, constatando-se igualmente que a grande maioria destes elementos se situa dentro da gama  $0,5 < y^+ < 1$ , em ambos os modelos de turbulência

utilizados. Desta forma, é possível afirmar que a utilização da função *Adapt Yplus/Ystar* permitiu refinar convenientemente a malha desenvolvida para o presente trabalho, tornando-a adequada aos dois modelos de turbulência adoptados para a região próxima das superfícies superior e inferior das pás.

## 5.2. Validação do modelo numérico

Em CFD, a validação do modelo numérico consiste num processo de confrontação dos resultados obtidos numericamente com resultados experimentais, permitindo avaliar os erros e incertezas associados à modelação numérica. Para o presente trabalho, apenas foi possível retirar da literatura dados experimentais relativos à distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de projecto de  $36^\circ$  (ângulo de incidência nulo). As distribuições obtidas para as modelações do escoamento invíscido e turbulento ( $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST) são então comparadas com resultados experimentais obtidos por Hobson et al. [Ref. 30] na figura 5.7, para as referidas condições de entrada do escoamento na cascata.

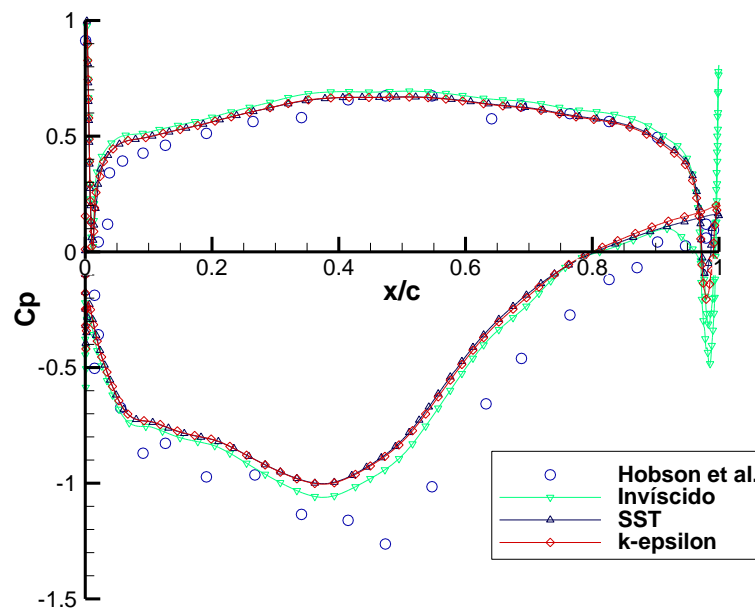


Figura 5.7. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ . Comparação dos resultados obtidos para as modelações invíscida e turbulenta ( $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST) com valores experimentais obtidos por Hobson et al. [Ref. 30].

Na superfície inferior das pás, verifica-se que a pressão sofre uma variação bastante reduzida, atingindo o seu valor máximo a cerca de 50% da corda. Nesta superfície, os resultados numéricos apresentam uma boa concordância com os dados experimentais. De facto, a máxima percentagem de erro verificada entre estas curvas não excede os 10%. Na superfície superior das pás, a pressão atinge o seu valor mínimo a cerca de 40% da corda. De seguida, o escoamento inicia uma rápida difusão, não havendo indícios de separação do escoamento nesta superfície. As previsões numéricas apresentam uma concordância razoável

com os resultados experimentais, até cerca de 40% da corda. Nesta zona, a máxima percentagem de erro nunca ultrapassa os 15%. Para os restantes 60% da superfície superior, as diferenças entre as curvas numéricas e a curva experimental chegam a atingir os 25%. De notar que, tanto na superfície superior como na inferior, as previsões numéricas apresentam qualitativamente uma proximidade bastante razoável com os dados experimentais.

No bordo de ataque das pás, os dados experimentais não apresentam uma grande definição, não transmitindo uma informação precisa acerca da distribuição do coeficiente de pressão nesta zona. Já os resultados obtidos numericamente conseguem prever esta distribuição. Relativamente ao bordo de fuga, verifica-se claramente duas situações distintas. Junto à superfície superior, os resultados obtidos numericamente conseguem apresentar uma distribuição aceitável do coeficiente de pressão estática. Contrariamente, junto à superfície inferior, esta distribuição não é correctamente prevista.

De notar ainda, na figura 5.7, que a análise invíscida aparenta ser um método eficaz para obter estimativas da distribuição do coeficiente de pressão ao longo das pás, com excepção da zona do bordo de fuga. Relativamente às distribuições obtidas com os dois modelos de turbulência, verifica-se que estas se encontram bastante próximas, embora as necessidades em termos de recursos computacionais sejam claramente distintas, como mostrado no subcapítulo anterior.

Numa tentativa de compreender a distribuição do coeficiente de pressão estática no bordo de fuga das pás, nas referidas condições de entrada do escoamento, procedeu-se a uma análise das isolinhas de pressão e de velocidade, para ambos os modelos de turbulência. As figuras 5.8 e 5.9 mostram as isolinhas de pressão estática, enquanto as figuras 5.10 e 5.11 apresentam as isolinhas de velocidade, para o escoamento entre duas pás adjacentes da cascata. As isolinhas das figuras 5.8 e 5.10 foram obtidas com o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, ao passo que as das figuras 5.9 e 5.11 resultaram do modelo  $k - \omega$  SST.

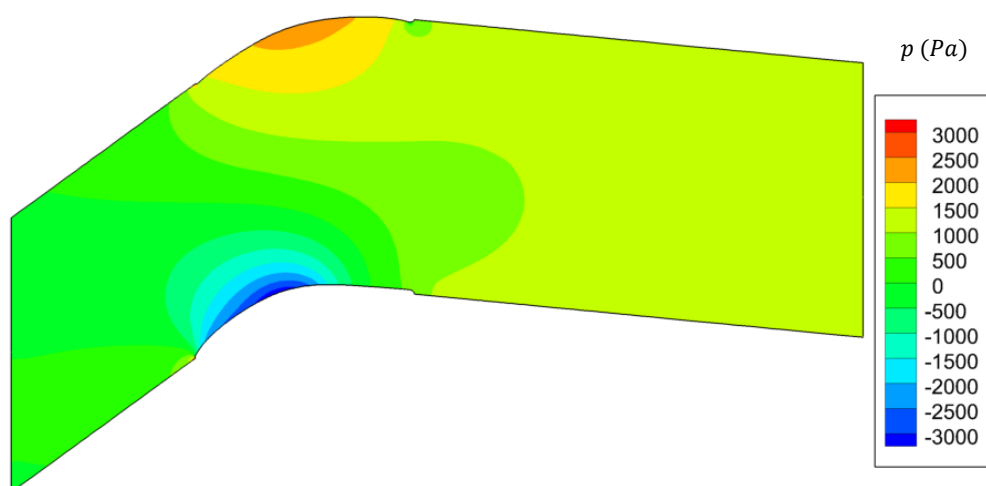


Figura 5.8. Isolinhas de pressão estática para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ , utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG.

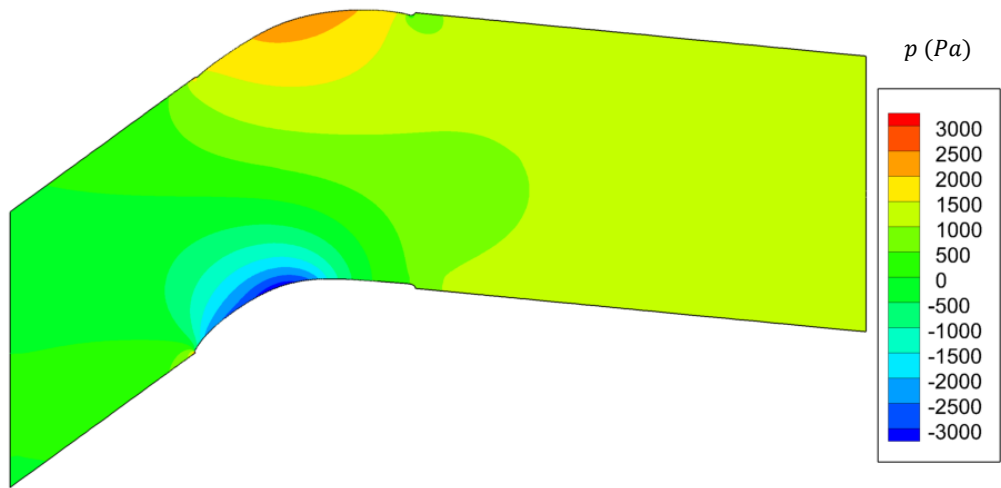


Figura 5.9. Isolinhas de pressão estática para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST.

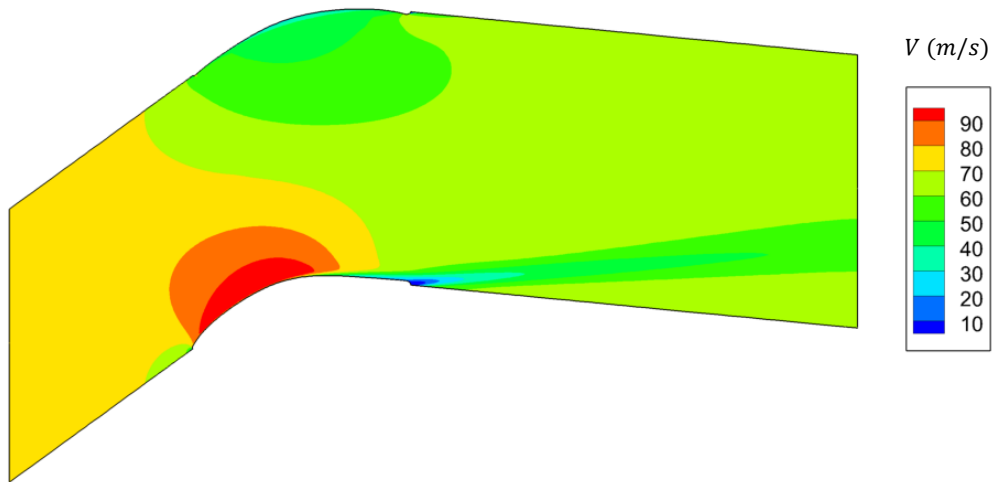


Figura 5.10. Isolinhas de velocidade para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG.

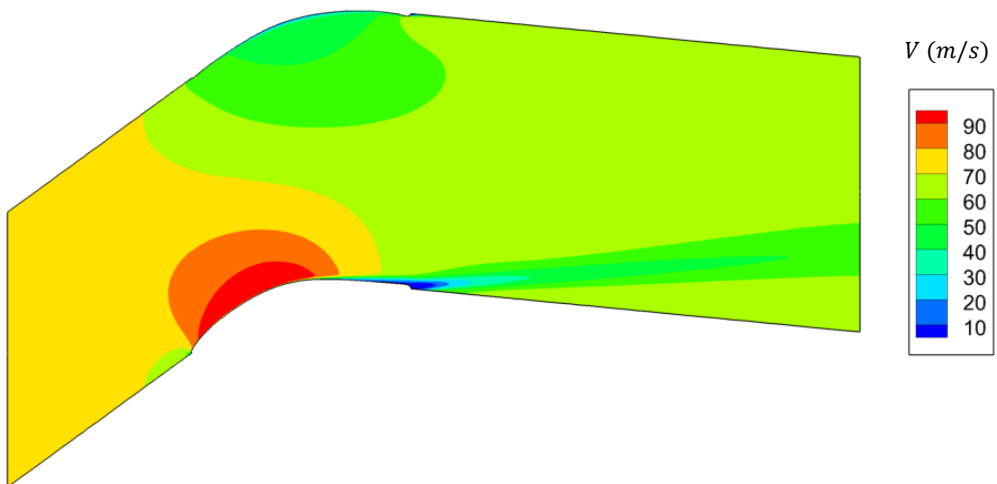


Figura 5.11. Isolinhas de velocidade para um número de Reynolds de 640.000 e ângulo de entrada do escoamento de 36°, utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST.

A partir da análise das isolinhas de pressão estática, torna-se aparente que a baixa pressão na superfície superior das pás, próxima do bordo de fuga, "perturba" o escoamento em torno desta extremidade na superfície inferior. Por outro lado, nas isolinhas de velocidade, a característica mais notória é a separação do escoamento a partir do bordo de fuga das pás, para um ângulo de entrada do escoamento de projecto de  $36^\circ$  (ângulo de incidência nulo). Esta região de separação do escoamento parece ainda ser um pouco mais pronunciada no modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. Desta forma, nas figuras 5.12 e 5.13 apresentam-se detalhes do escoamento próximo do bordo de fuga das pás, para os modelos  $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST, respectivamente, considerando um número de Reynolds de 640.000 e um ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$ .

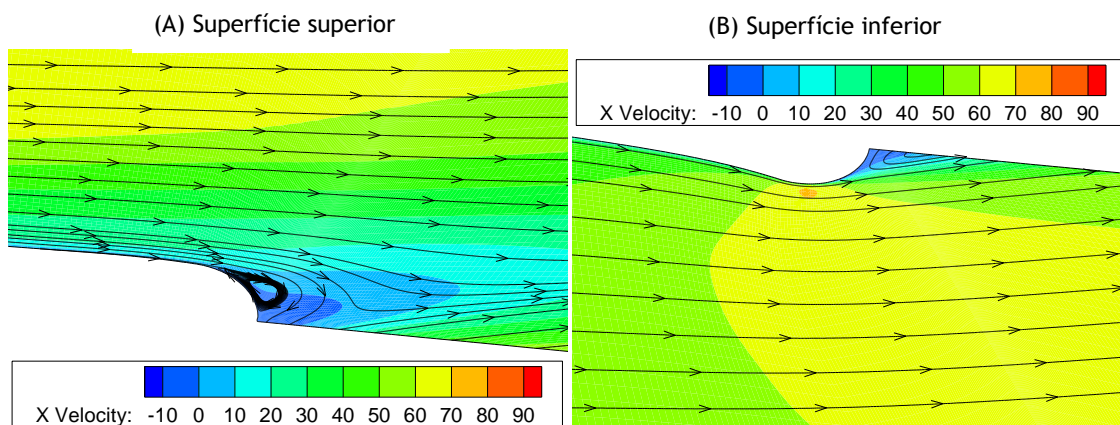


Figura 5.12. Detalhe da separação do escoamento no bordo de fuga das pás, para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG.

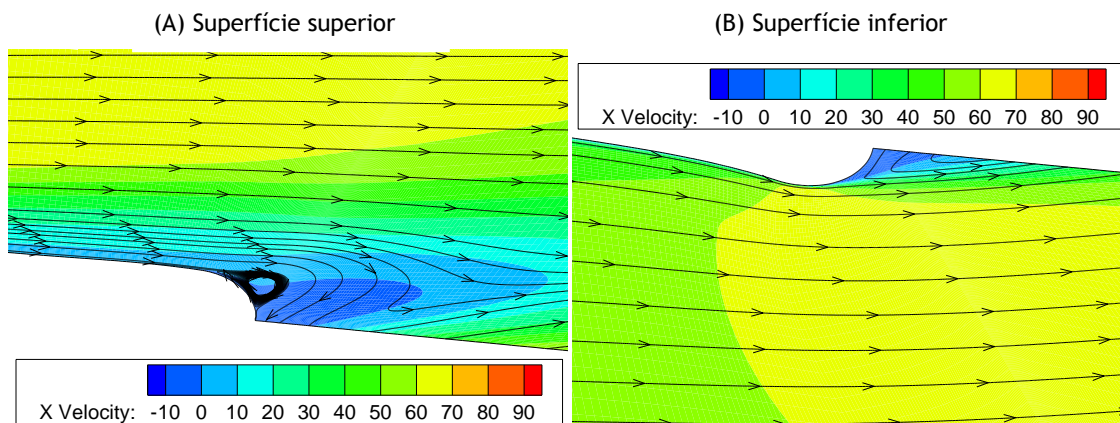


Figura 5.13. Detalhe da separação do escoamento no bordo de fuga das pás, para o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST.

Pela análise destas isolinhas de velocidade axial é possível confirmar que, efectivamente, a separação do escoamento no bordo de fuga das pás é ligeiramente mais intensa para o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. Para ambos os modelos de turbulência, verifica-se igualmente que esta região de separação, iniciada na extremidade superior do bordo de fuga, vai afectar o escoamento na correspondente extremidade inferior.

Deste modo, pode-se considerar que a fraca distribuição do coeficiente de pressão estática junto ao bordo de fuga deve-se, em parte, ao facto do escoamento estar a ser perturbado, ou até mesmo "contaminado", pela separação do escoamento no bordo de fuga, na extremidade superior das pás.

Por último, de assinalar que no presente trabalho apenas é conhecido o número de Reynolds e o ângulo do escoamento à entrada da cascata. Uma vez que os valores da pressão, tanto à entrada como à saída da cascata, utilizados no estudo experimental de Hobson et al. [Ref. 30] são desconhecidos, foram impostas condições de fronteira que permitissem determinar estes valores. Deste modo, torna-se muito pouco provável que os valores determinados pelo FLUENT para a pressão coincidam com os valores experimentais, o que poderá explicar os desvios verificados na distribuição do coeficiente de pressão estática. Por este motivo, e uma vez que as curvas numéricas se aproximam qualitativamente da curva experimental, é possível considerar que a validação do modelo numérico foi parcialmente conseguida.

### **5.3. Análise de desempenho da cascata de pás S67B**

Nesta parte do trabalho é finalmente investigada a influência do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento sobre o desempenho da cascata de pás S67B. Para realizar este estudo, é necessário considerar uma série de parâmetros que permitem avaliar o desempenho de uma cascata de pás. Estes englobam o coeficiente de pressão estática, os coeficientes aerodinâmicos de sustentação e de resistência ao avanço, a deflexão, o coeficiente de perdas de pressão de estagnação e, por último, o factor de difusão. Todos estes parâmetros foram expostos no capítulo 2.

Torna-se pertinente lembrar que, para o presente trabalho, foram considerados três números de Reynolds para o escoamento de entrada na cascata, baseados na corda das pás e na velocidade de entrada: 640.000, 380.000 e 210.000. O ângulo de entrada do escoamento foi variado em torno do seu valor de projecto de 36°, correspondendo este a um ângulo de incidência de 0°.

#### **5.3.1. Distribuição do coeficiente de pressão estática**

A análise de desempenho da cascata de pás S67B é iniciada a partir do estudo da distribuição do coeficiente de pressão estática, nas superfícies superior e inferior das pás. As figuras 5.14, 5.15 e 5.16 apresentam esta distribuição para três valores do ângulo de entrada do escoamento (36°, 40° e 44°), utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. A distribuição do coeficiente de pressão estática, obtida a partir do modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, é apresentada nas figuras 5.17, 5.18 e 5.19, novamente para três valores do ângulo de entrada do escoamento (36°, 38° e 40°).

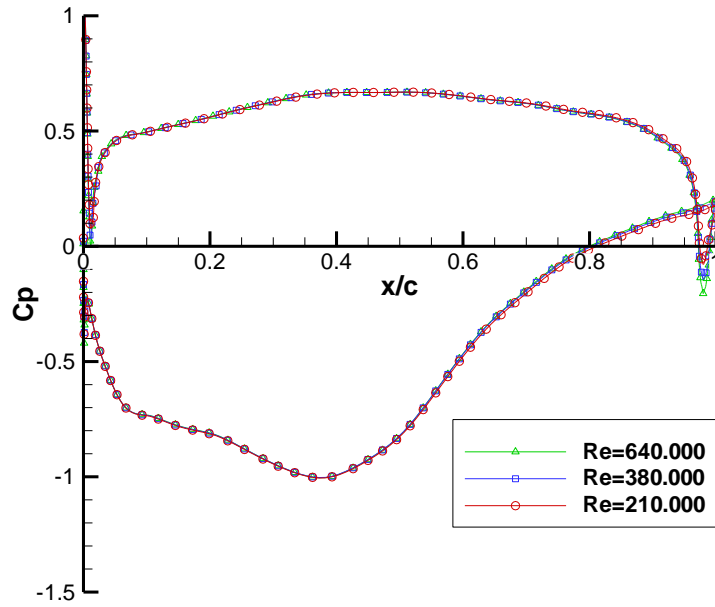


Figura 5.14. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de 36° (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

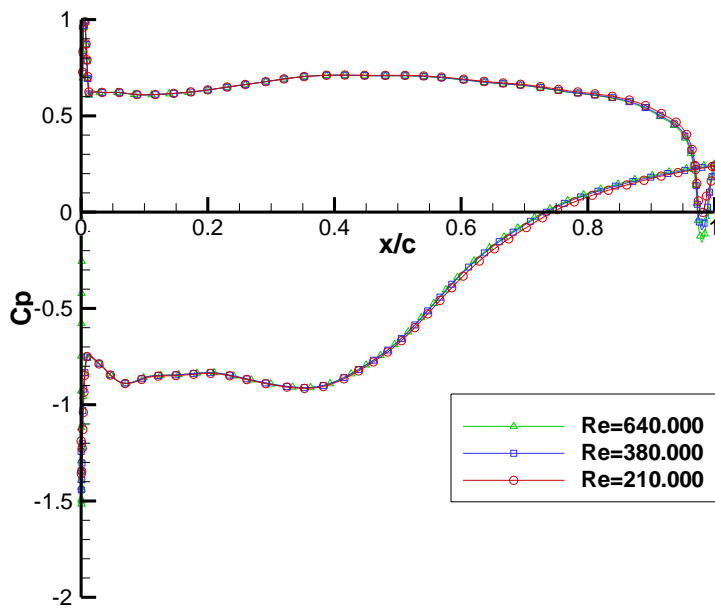


Figura 5.15. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de 40° (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

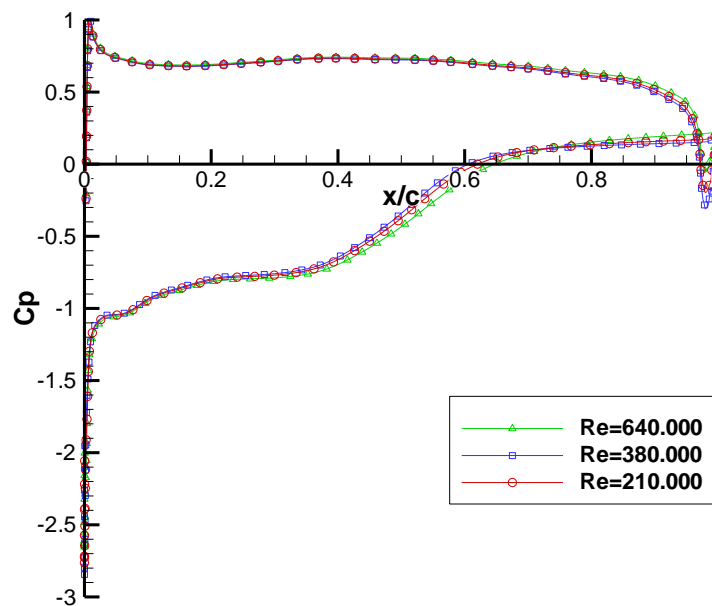


Figura 5.16. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de  $44^\circ$  (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

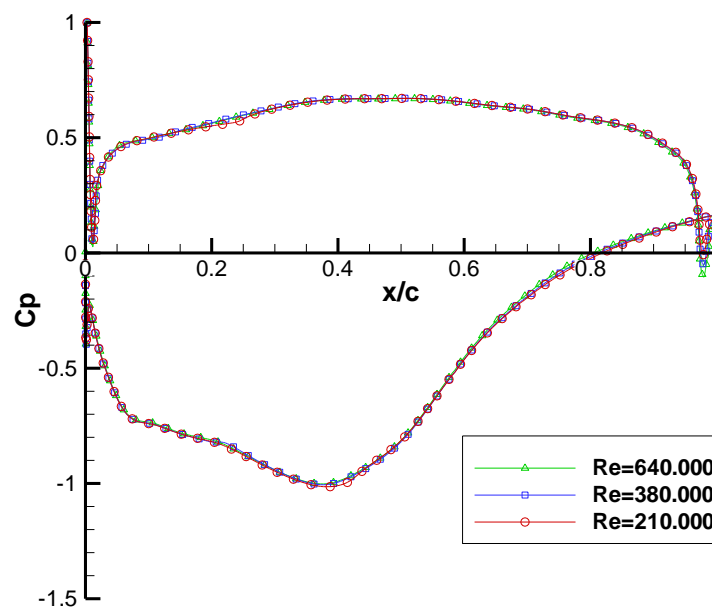


Figura 5.17. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$  (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

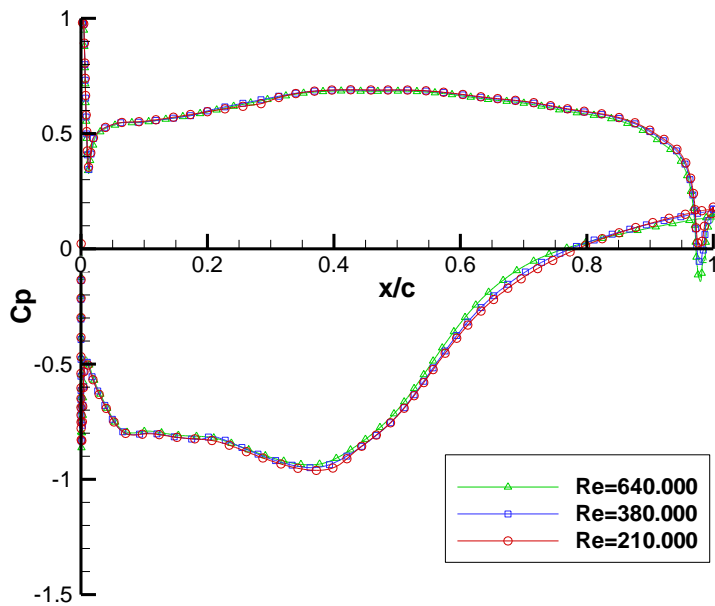


Figura 5.18. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de  $38^\circ$  (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

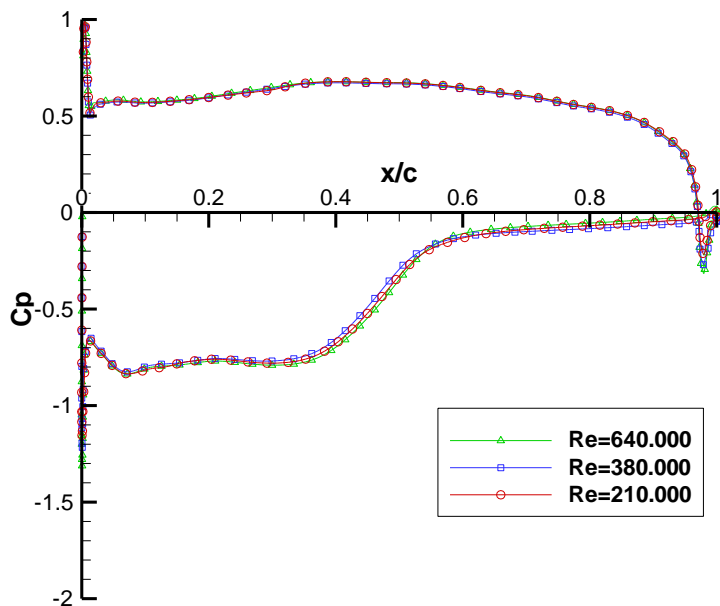


Figura 5.19. Distribuição do coeficiente de pressão estática nas superfícies superior e inferior das pás, para os três números de Reynolds considerados e ângulo de entrada do escoamento de  $40^\circ$  (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

Estas seis figuras parecem indicar que a influência do número de Reynolds sobre a distribuição do coeficiente de pressão estática não é significativa. Para além disso, verifica-se igualmente que o efeito da variação deste adimensional sobre o processo de difusão, na superfície superior das pás, é praticamente reduzido. Para o ângulo de entrada na cascata de  $36^\circ$ , é possível detectar a existência de separação do escoamento a partir do bordo de fuga das pás, para os três números de Reynolds estudados, e em ambos os modelos de turbulência considerados. A região de escoamento separado, na superfície superior das pás, tende a

aumentar em tamanho e intensidade, avançando em direção ao bordo de ataque das pás à medida que o ângulo de entrada do escoamento é aumentado. Para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, esta região de separação abrange cerca de 40% da superfície superior das pás, apenas a partir do ângulo de entrada de  $44^\circ$ . No entanto, no modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, esta região de separação é atingida um pouco mais cedo, para um ângulo de entrada do escoamento inferior ( $40^\circ$ ).

De registrar que, em todas as simulações numéricas realizadas, não se conseguiu capturar uma bolha de separação a cerca de 50% da corda das pás. Esta pode ser claramente observada nos resultados experimentais obtidos por Hobson et al. [Ref. 30], para os dois números de Reynolds mais baixos e para um ângulo de entrada do escoamento de  $38^\circ$ .

### 5.3.2. Coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço

A figura 5.20 representa a variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, à entrada da cascata, para três valores do número de Reynolds e utilizando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. Observa-se claramente da figura que o coeficiente de sustentação aumenta com a diminuição do número de Reynolds, sendo esta variação cada vez mais acentuada à medida que o ângulo de incidência aumenta. No entanto, não se pode considerar que a variação do número de Reynolds conduza a variações significativas do coeficiente de sustentação, uma vez que estas nunca ultrapassam os 6%. Este coeficiente aerodinâmico atinge ainda o seu valor máximo para um ângulo de incidência de cerca de  $6^\circ$ , correspondendo ao ângulo de entrada do escoamento de  $42^\circ$ . Aumentando o ângulo de incidência a partir deste valor, o coeficiente de sustentação diminui, antevendo a entrada da cascata na situação de perda aerodinâmica.

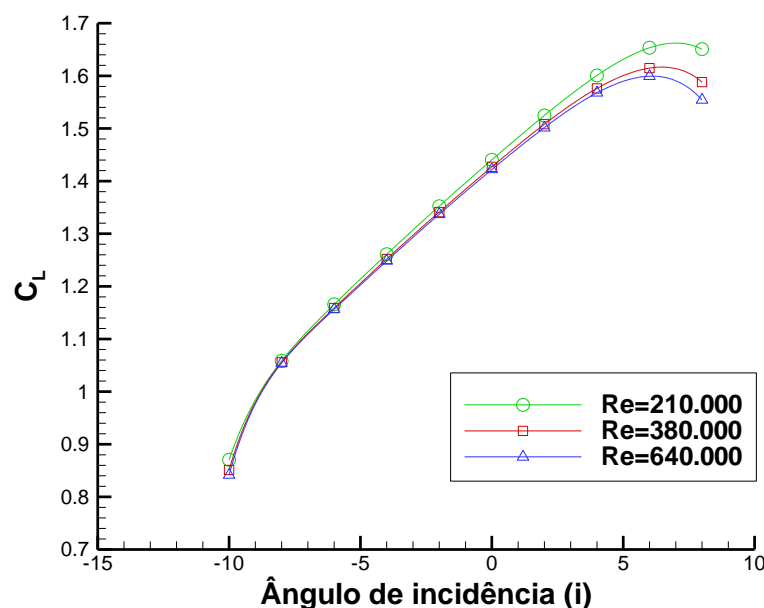


Figura 5.20. Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

A variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência, para três valores do número de Reynolds e aplicando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, é mostrada na figura 5.21. É possível verificar na figura que a variação do número de Reynolds envolve alterações importantes sobre o coeficiente de resistência ao avanço da cascata. Deste modo, a diminuição do número de Reynolds do escoamento provoca um aumento deste coeficiente de resistência, até um ângulo de incidência de cerca de  $7^\circ$ . Este aumento chega a atingir os 15% para um ângulo de incidência de  $-6^\circ$ , onde este coeficiente atinge o seu valor mínimo. Para ângulos de incidência superiores a  $7^\circ$ , um aumento do número de Reynolds vai proporcionar um aumento do coeficiente de perdas, até ao momento em que a cascata atinge a condição de perda aerodinâmica.

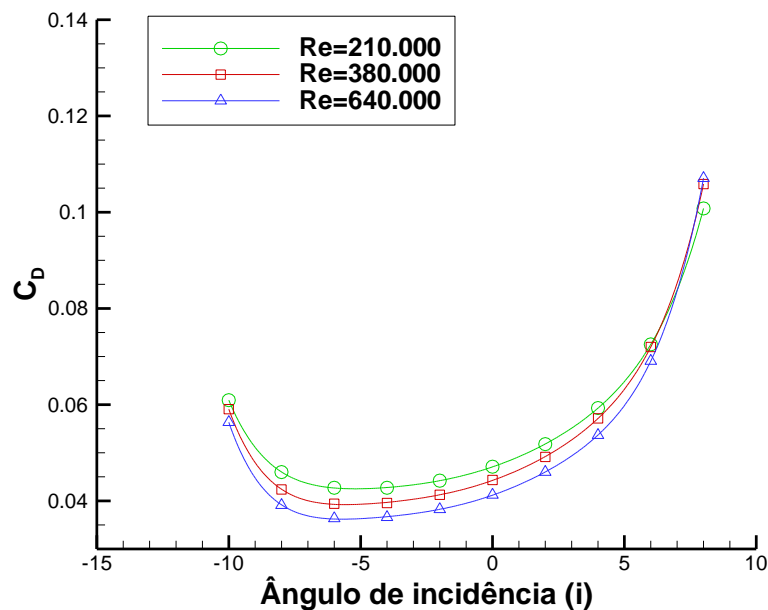


Figura 5.21. Variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

Na figura 5.22 encontra-se a variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, para três valores do número de Reynolds, e utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. A partir da figura, é possível verificar que o coeficiente de sustentação máximo produzido pela cascata, para uma incidência de  $2^\circ$ , é aumentado à medida que o número de Reynolds diminui, embora a variação deste parâmetro não conduza a alterações significantes deste coeficiente. De facto, para o ângulo de incidência de  $2^\circ$  (ângulo de entrada do escoamento de  $38^\circ$ ), o coeficiente de sustentação não varia mais do que 3%. Aumentando o ângulo de incidência a partir deste valor, o coeficiente de sustentação inicia uma descida acentuada, traduzindo que a cascata atinge a condição de *stall*. A influência do número de Reynolds sobre este coeficiente aerodinâmico toma a direcção oposta para ângulos de incidência abaixo de  $-4^\circ$ , isto é, o coeficiente de sustentação apresenta valores superiores à medida que o número de Reynolds aumenta. Por exemplo, para uma incidência de  $-6^\circ$ , o coeficiente de sustentação, calculado para o maior número de Reynolds, é cerca de 4% superior ao registado para um número de Reynolds de 210.000.

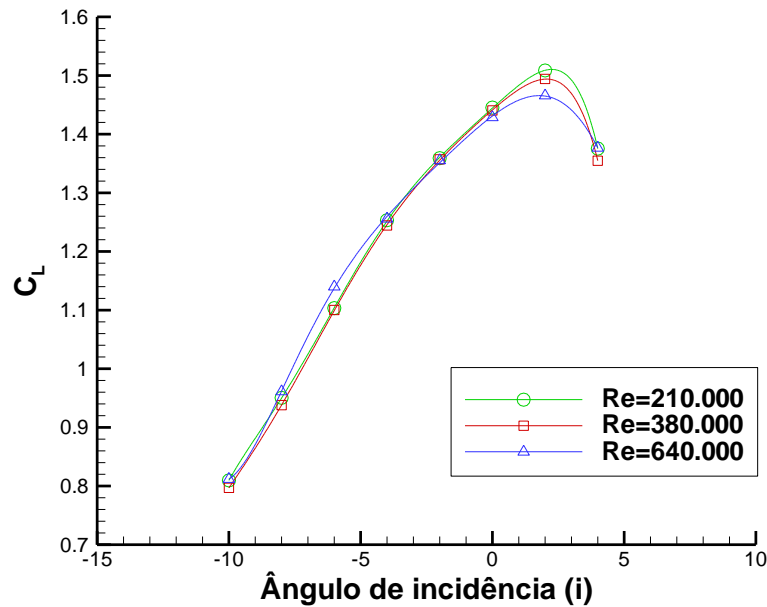


Figura 5.22. Variação do coeficiente de sustentação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

A figura 5.23 apresenta a variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência do escoamento, à entrada da cascata, para três valores do número de Reynolds, considerando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. Observa-se que a variação do número de Reynolds provoca alterações bastante acentuadas no coeficiente de resistência ao avanço da cascata, tal como tinha sido noticiado para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. O seu valor mínimo é atingido para um ângulo de incidência próximo dos  $-2^\circ$ , correspondendo a um ângulo de entrada do escoamento de  $34^\circ$ . Abaixo deste ângulo, ou seja, para a esquerda do gráfico, um aumento do número de Reynolds para 640.000 irá proporcionar uma redução substancial do coeficiente de resistência. Relativamente ao número de Reynolds de 380.000, esta diferença é avaliada em cerca de 16%, para um ângulo de incidência próximo dos  $-6^\circ$ . Para incidências positivas até cerca de  $3^\circ$ , um incremento do número de Reynolds vai transmitir um aumento do coeficiente de resistência ao avanço, até que a cascata atinja a condição de perda aerodinâmica.

Torna-se, desta forma, importante assinalar que o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST antecipa uma separação pronunciada do escoamento, na superfície superior das pás, para ângulos de incidência acima dos  $2^\circ$ , juntamente com um aumento dramático do coeficiente de resistência ao avanço. Como consequência directa, a carga aerodinâmica sobre as pás é negativamente influenciada. Tal tinha sido anteriormente constatado a partir da análise das distribuições do coeficiente de pressão estática, para os três valores do número de Reynolds considerados no presente trabalho. No modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, esta separação pronunciada, na superfície superior das pás, apenas condiciona o funcionamento da cascata S67B para ângulos de incidência superiores a  $7^\circ$ . Apesar das diferenças provocadas pelos modelos de turbulência na variação destes coeficientes aerodinâmicos, verifica-se em ambos

que o coeficiente de sustentação máximo ocorre para baixos números de Reynolds. Por outro lado, o valor mínimo do coeficiente de resistência ao avanço surge para números de Reynolds mais elevados.

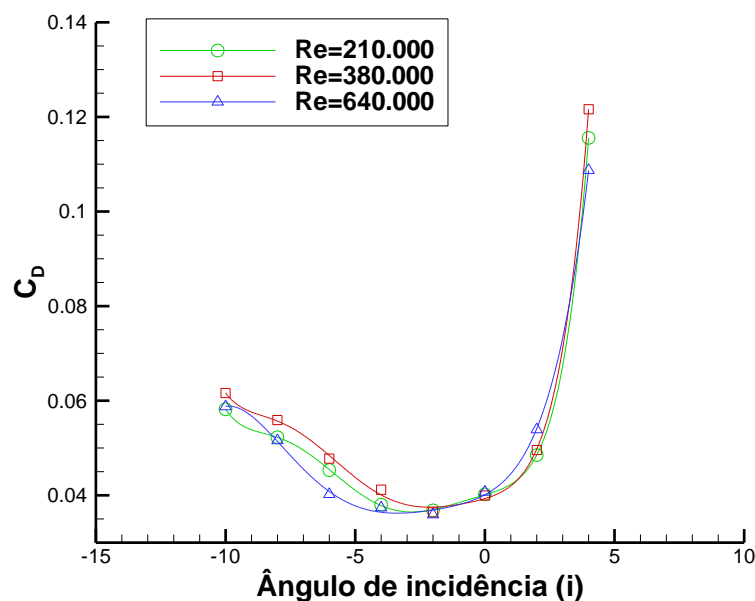


Figura 5.23. Variação do coeficiente de resistência ao avanço com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

### 5.3.3. Deflexão e coeficiente de perdas aerodinâmicas

A variação da deflexão produzida pela cascata S67B em função do ângulo de incidência do escoamento, para os números de Reynolds 640.000, 380.000 e 210.000, considerando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, é apresentada na figura 5.24. Observando qualitativamente as curvas desta figura, constata-se que estas se aproximam das variações obtidas para o coeficiente de sustentação. Tal não constitui estranheza alguma, uma vez que este coeficiente aerodinâmico é fortemente dependente dos ângulos de entrada e saída do escoamento na cascata, logo da deflexão produzida por esta. Desta forma, e em sintonia com o que foi comentado para o coeficiente de sustentação utilizando o modelo  $k - \epsilon$  RNG, observa-se que a deflexão aumenta com a diminuição do número de Reynolds do escoamento. Esta variação é cada vez maior à medida que o ângulo de incidência aumenta, atingindo os 4% de desvio para uma incidência de 6°. Para este ângulo de incidência, a carga aerodinâmica sobre as pás da cascata S67B é máxima, uma vez que a deflexão produzida por estas atinge igualmente o seu valor máximo. Para o número de Reynolds mais baixo considerado, o valor da deflexão máxima é cerca de 36°. Este valor decresce para aproximadamente os 34,5°, quando o número de Reynolds sobe para 640.000. Aumentando o ângulo de incidência do escoamento a partir dos 6°, a deflexão experimenta uma queda repentina, demonstrando a incapacidade da cascata em deflectir o escoamento de entrada. Nesta situação, os efeitos de separação tornam-se de tal forma pronunciados, que a cascata acaba por entrar na condição de perda aerodinâmica.

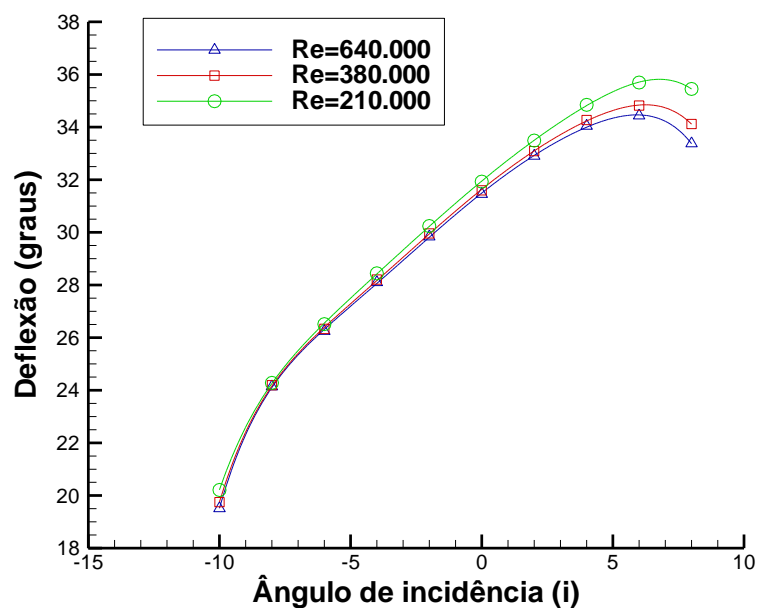


Figura 5.24. Variação da deflexão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

A figura 5.25 representa a variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados no trabalho, e adoptando o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. Uma analogia idêntica à descrita anteriormente entre o coeficiente de sustentação e a deflexão pode ser aqui aplicada ao coeficiente de perdas, mas desta vez em relação ao coeficiente de resistência ao avanço. De facto, este último coeficiente aerodinâmico é proporcional ao coeficiente de perdas de pressão de estagnação da cascata. Assim, um aumento do número de Reynolds do escoamento de entrada conduz à diminuição do coeficiente de perdas da cascata. Esta diminuição é consideravelmente pronunciada, chegando mesmo a atingir os 13% para um ângulo de incidência de  $-2^\circ$ , no momento em que este coeficiente atinge o seu valor mínimo. Para o número de Reynolds de 640.000, o coeficiente de perdas mínimo aproxima-se dos 0,022. Ao diminuir o número de Reynolds para 210.000, este coeficiente sobe para os 0,025. Ambos são inferiores a 0,029, sendo este valor de referência o coeficiente de perdas da cascata S67B, determinado experimentalmente por Gelder et al. [Ref. 29], em condições de projecto (ângulo de incidência nulo e número de Reynolds de 640.000). A diferença entre estes valores seria de esperar, pelo simples facto do presente trabalho apenas considerar os efeitos bidimensionais do escoamento em torno da cascata S67B, desprezando os efeitos deste ao longo da envergadura das pás.

Um pormenor interessante a registar das variações do coeficiente de perdas da figura 5.25, tem a ver com o facto de estas permanecerem praticamente constantes para uma gama de ângulos de incidência entre  $-4^\circ$  e  $-2^\circ$ , aumentando rapidamente quando a incidência se afasta desta gama por valores excessivamente positivos ou negativos, até a cascata atingir a condição de *stall*. Tal como Cumpsty e Greitzer [Ref. 7] prevêm, para uma cascata de pás de

compressor axial bidimensional, apenas alguns graus separam a situação correspondente às perdas mínimas da situação de perda nas pás. Esta afirmação é confirmada na figura 5.25, uma vez que somente 5° separam a gama de incidências correspondente às perdas mínimas da situação de perda negativa, e cerca de 9° afastam esta gama da perda positiva.

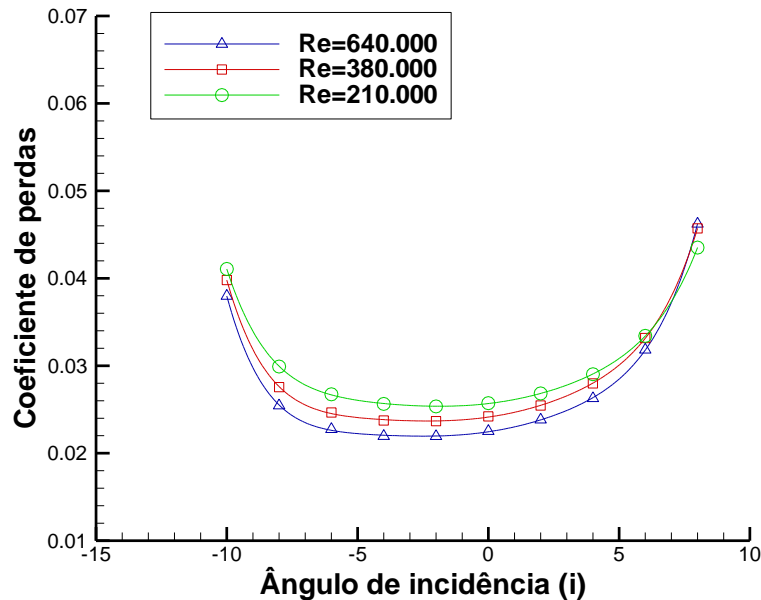


Figura 5.25. Variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

A variação da deflexão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados e utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, apresenta-se na figura 5.26. Tal como acontece com o coeficiente de sustentação, a máxima deflexão produzida pela cascata é aumentada à medida que o número de Reynolds diminui. Esta acontece para um ângulo de incidência de 2°, assumindo valores entre 33°, para um número de Reynolds de 210.000, e 32°, quando o número de Reynolds atinge os 640.000 (cerca de 3% de desvio). Desta forma, é possível constatar que a variação deste adimensional não conduz a alterações expressivas da deflexão. Seguidamente, aumentando o ângulo de incidência a partir dos 2°, observa-se que a deflexão inicia um descida pronunciada, encontrando-se a cascata rapidamente na região da perda aerodinâmica positiva. Para ângulos de incidência inferiores a -4°, um aumento do número de Reynolds provoca igualmente uma subida da deflexão produzida pela cascata. Nesta região, a maior variação da deflexão verifica-se para um ângulo de incidência de -6°, rondando os 3,5%.

A figura 5.27 representa a variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados no presente trabalho, e utilizando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST. Estas curvas são bastante semelhantes do ponto de vista qualitativo às variações obtidas para o coeficiente de resistência ao avanço, utilizando o mesmo modelo de turbulência. Idêntica analogia foi igualmente encontrada para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, uma vez que este coeficiente aerodinâmico é proporcional ao coeficiente de perdas de pressão de

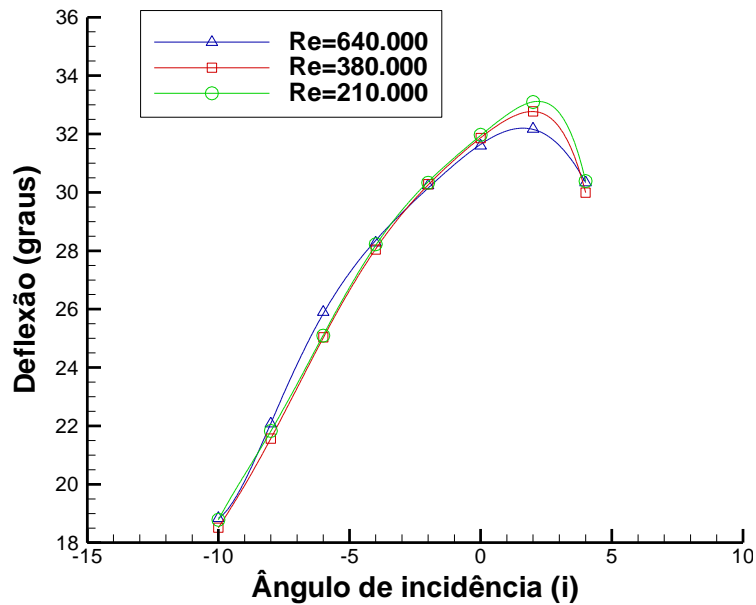


Figura 5.26. Variação da deflexão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

estagnação da cascata, como referido anteriormente. Desta forma, observa-se na figura 5.27 que o coeficiente de perdas de pressão de estagnação da cascata é, de modo geral, bastante sensível à variação do número de Reynolds. O seu valor mínimo é atingido para um ângulo de incidência próximo dos  $-2^\circ$ , correspondendo a um ângulo de entrada do escoamento de  $34^\circ$ . Aqui, o coeficiente de perdas varia muito pouco, entre os 0,0205, para um número de Reynolds de 640.000, e os 0,0211, para um número de Reynolds de 210.000 (cerca de 3% de diferença). Estes valores estão um pouco aquém do valor de referência de 0,029, determinado experimentalmente por Gelder et al. [Ref. 29]. Como referido anteriormente para o modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, a diferença entre estes valores seria de esperar, uma vez que os efeitos do escoamento ao longo da envergadura das pás são desprezados. Para ângulos de incidência inferiores a  $-2^\circ$ , ou seja, para incidências cada vez mais negativas, um aumento do número de Reynolds para 640.000 irá proporcionar uma diminuição acentuada do coeficiente de perdas de pressão de estagnação. Em relação ao número de Reynolds de 380.000, esta diferença chega mesmo a atingir os 16%, para o ângulo de incidência de  $-6^\circ$ . Considerando agora ângulos de incidência positivos até cerca de  $3^\circ$ , um aumento do número de Reynolds vai significar um acréscimo do coeficiente de perdas. A partir do momento em que este coeficiente "explode", a cascata atinge a condição de perda aerodinâmica, consequência directa da intensa região de escoamento separado, verificada na superfície superior das pás.

Na figura 5.27 é ainda possível registar que os valores dos coeficientes de perdas de pressão de estagnação encontram-se muito próximos, para uma gama de ângulos de incidência entre  $-2^\circ$  e  $0^\circ$ . A partir do momento em que a incidência se afasta destes valores, por valores positivos ou por valores negativos, o coeficiente de perdas aumenta rapidamente, conduzindo a cascata à condição de perda aerodinâmica. Tal como Cumpsty e Greitzer [Ref.

7] prevêem, para uma cascata de pás de compressor axial bidimensional, apenas alguns graus separam a situação correspondente às perdas mínimas da situação de perda nas pás. Esta afirmação é novamente comprovada na figura 5.27, uma vez que apenas pouco mais de 3° separam a gama de incidências correspondente às perdas mínimas da situação de perda positiva, e aproximadamente 8° afastam esta gama da perda negativa.

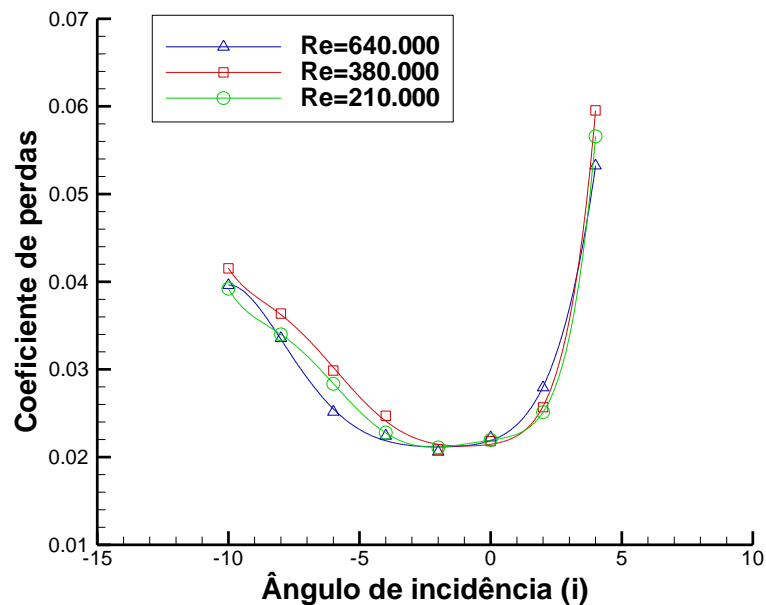


Figura 5.27. Variação do coeficiente de perdas de pressão de estagnação com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

Como anteriormente verificado para as distribuições dos coeficientes de pressão estática, de sustentação e de resistência ao avanço, o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST permite antecipar uma separação pronunciada do escoamento, na superfície superior das pás, para ângulos de incidência superiores a 2°. Esta separação provoca um aumento pronunciado do coeficiente de perdas de pressão de estagnação, influenciando negativamente a deflexão do escoamento produzida pela cascata S67B. No modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, separação semelhante na superfície superior das pás apenas condiciona o funcionamento da cascata para ângulos de incidência superiores a 7°. Apesar das diferenças provocadas pelos modelos de turbulência na variação destes dois parâmetros de desempenho, verifica-se em ambos que a deflexão máxima ocorre para baixos números de Reynolds. Por outro lado, o valor mínimo do coeficiente de perdas de pressão de estagnação ocorre para números de Reynolds mais elevados.

#### 5.3.4. Factor de difusão

O factor de difusão é mais um parâmetro aerodinâmico que permite avaliar o desempenho de uma cascata de pás de compressor. Como referido no segundo capítulo do presente trabalho, este factor permite quantificar o processo de difusão do escoamento na superfície superior das pás. A figura 5.28 mostra a variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds investigados, utilizando o

modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG. Nesta figura observa-se que o factor de difusão assume valores cada vez mais elevados à medida que o ângulo de incidência do escoamento aumenta, até atingir o valor máximo para uma incidência a rondar os  $7^\circ$ , imediatamente antes da cascata atingir a condição de perda aerodinâmica. Relativamente à influência do número de Reynolds, constata-se que uma diminuição deste adimensional conduz a um aumento do factor de difusão. Esta diferença é ainda cada vez mais pronunciada à medida que o ângulo de incidência aumenta, chegando a atingir variações de cerca de 3,5%, para um ângulo de incidência de  $8^\circ$ .

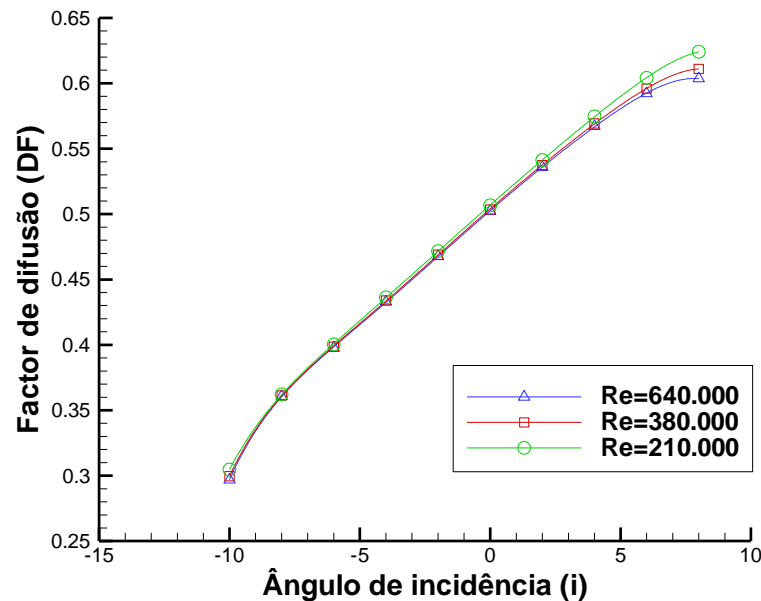


Figura 5.28. Variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG).

A variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados e adoptando o modelo de turbulência  $k - \omega$  SST, apresenta-se na figura 5.29. Nesta figura é possível presenciar que a máxima difusão do escoamento ocorre para um ângulo de incidência de cerca de  $3^\circ$ , imediatamente antes de a cascata atingir a condição de *stall*. Para incidências acima dos  $-2^\circ$ , uma diminuição do número de Reynolds geralmente melhora a difusão na superfície superior das pás. Contrariamente, para ângulos de incidência negativos abaixo dos  $-2^\circ$ , um aumento do número de Reynolds implica valores superiores do coeficiente de difusão.

Em condições de projecto, isto é, para um ângulo de incidência de  $0^\circ$ , o factor de difusão calculado a partir dos dois modelos de turbulência ronda os 0,506. Este valor é bastante plausível, uma vez que, para uma cascata sujeita a uma carga aerodinâmica moderada, o factor de difusão andarà à volta dos 0,45 [Ref. 12]. No presente trabalho, este factor de difusão de 0,45 é atingido apenas para um ângulo de incidência a rondar os  $-3^\circ$ . No modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, o factor de difusão atinge um máximo de 0,62, para um número de Reynolds de 210.000. No modelo  $k - \omega$  SST, o factor de difusão máximo fica próximo dos 0,55, para o mesmo número de Reynolds. Estes dois valores estão próximos do

valor limite de 0,6 sugerido por Cumpsty e Greitzer [Ref. 7], a partir do qual as perdas de uma cascata de pás aumentam consideravelmente, conduzindo a cascata para a situação de perda aerodinâmica.

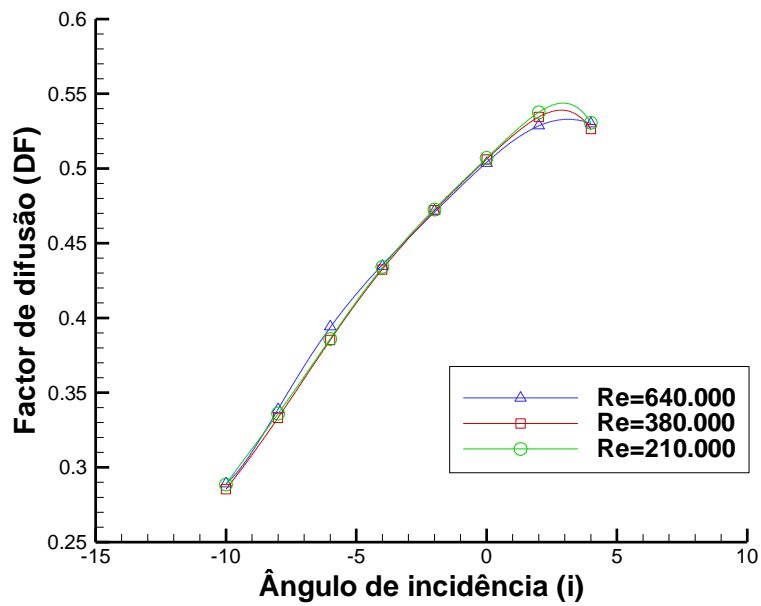


Figura 5.29. Variação do factor de difusão com o ângulo de incidência do escoamento, para os três números de Reynolds considerados (modelo de turbulência  $k - \omega$  SST).

## 6. Conclusões

O escoamento ao longo da cascata de pás de estator de compressor axial S67B foi investigado, a partir da utilização do código comercial FLUENT, com o objectivo de avaliar o desempenho aerodinâmico desta cascata, constituída por pás de segunda geração, de difusão controlada. Este estudo numérico baseou-se na análise de uma série de parâmetros indicadores das condições de funcionamento da cascata de pás S67B, considerando a influência do número de Reynolds e do ângulo de entrada do escoamento na cascata. Todos os cálculos numéricos foram realizados em condições de escoamento permanente, para os números de Reynolds 640.000, 380.000 e 210.000, e assumindo diferentes valores do ângulo de incidência, em torno do seu valor nulo de projecto. Para a modelação do escoamento viscoso, foram adoptados os modelos de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, com a opção *enhanced wall treatment*, e  $k - \omega$  SST, utilizando *Low-Re Corrections*.

Os resultados obtidos para estes dois modelos de turbulência, e para a modelação do escoamento invíscido, foram comparados com dados experimentais retirados da literatura, em termos da distribuição do coeficiente de pressão estática, em condições de projecto (ângulo de entrada do escoamento de  $36^\circ$  e número de Reynolds de 640.000). As previsões numéricas apresentam uma correlação aceitável com os resultados experimentais, excepto nos últimos 60% da superfície superior das pás. A distribuição do coeficiente de pressão próxima do bordo de fuga das pás, na superfície inferior, não está igualmente bem prevista. No entanto, verificou-se que qualitativamente as previsões numéricas se aproximam dos resultados experimentais, podendo-se considerar que a validação do modelo numérico foi em parte conseguida; isto tendo em conta que no presente trabalho apenas era conhecido o número de Reynolds e o ângulo de entrada do escoamento na cascata. De modo a que a validação completa do modelo numérico seja alcançada, recomenda-se modelar o escoamento a partir de todas as condições utilizadas nos ensaios experimentais, nomeadamente definindo os valores da pressão e das propriedades da turbulência, à entrada e à saída da cascata.

A perda aerodinâmica, vulgarmente designada por *stall*, é uma condição bastante difícil de prever em compressores. É comumente aceite que esta ocorra quando o coeficiente de perdas de pressão de estagnação atinge o dobro do seu valor mínimo. Tal foi verificado no presente trabalho, para ambos os modelos de turbulência. Os resultados numéricos mostraram igualmente que a variação do número de Reynolds à entrada afecta os parâmetros de desempenho da cascata. Contudo, as presentes simulações não revelaram uma influência significativa do número de Reynolds sobre a distribuição do coeficiente de pressão estática. A bolha de separação prevista por Hobson et al. [Ref. 30], formada na superfície superior das pás a cerca de 50% da corda, para os dois números de Reynolds mais baixos e

ângulos de entrada do escoamento entre 36° e 38°, não foi detectada. No entanto, foi encontrada uma região de separação na extremidade superior do bordo de fuga das pás da cascata S67B, que perturba o escoamento na correspondente extremidade inferior.

Os coeficientes de sustentação e de resistência ao avanço, a deflexão, as perdas de pressão de estagnação, e o factor de difusão, foram analisados para ângulos de incidência do escoamento entre -10° e 8°. O modelo de turbulência  $k - \omega$  SST antecipa uma separação pronunciada do escoamento, na superfície superior das pás, para ângulos de incidência superiores a 2°. Esta região de separação provoca um aumento pronunciado dos coeficientes de resistência ao avanço e de perdas de pressão de estagnação, influenciando negativamente o coeficiente de sustentação e a deflexão produzida pela cascata S67B. No modelo de turbulência  $k - \epsilon$  RNG, semelhante zona de separação na superfície superior das pás apenas condiciona o desempenho da cascata S67B para ângulos de incidência superiores a 7°. Os valores máximos obtidos para o coeficiente de sustentação e para a deflexão diminuem à medida que o número de Reynolds aumenta. Por outro lado, o valor mínimo dos coeficientes de resistência ao avanço e de perdas de pressão de estagnação ocorre para números de Reynolds mais elevados. Em ambos os modelos de turbulência, as perdas mínimas surgem para um ângulo de incidência de -2°, valor ligeiramente inferior ao de projecto. Em condições de projecto, isto é, para um ângulo de incidência de 0°, o factor de difusão calculado a partir dos dois modelos de turbulência não excede os 0,51, como esperado. No modelo  $k - \epsilon$  RNG, a difusão máxima ocorre para um ângulo de incidência a rondar os 7°, imediatamente antes da cascata atingir a condição de perda aerodinâmica. No modelo  $k - \omega$  SST, o factor de difusão máximo surge para um ângulo de incidência de cerca de 3°. De registar ainda que, em condições normais de funcionamento, uma diminuição do número de Reynolds geralmente influencia positivamente a difusão.

Numa cascata de pás de compressor em condições normais de operação, é importante garantir que as perdas de pressão de estagnação não são acentuadas. De facto, o aumento da pressão estática no estator do compressor torna o escoamento mais difícil de ser controlado, limitando a deflexão que porventura possa ser alcançada. Para a cascata S67B, a variação da deflexão adianta que o ângulo de saída do escoamento sofre uma variação bastante reduzida à medida que o ângulo de incidência é alterado, nas referidas condições de funcionamento. Uma outra indicação acerca das limitações desta cascata consiste na faixa bastante estreita de ângulos de incidência, para a qual as perdas de pressão são reduzidas. Quando o ângulo de incidência se afasta desta gama, as perdas começam a aumentar rapidamente, resultado da separação pronunciada da camada limite, verificada na superfície superior das pás. Como consequência, constata-se uma rápida redução da quantidade de deflexão de escoamento produzida pela cascata, sendo atingida a condição de perda aerodinâmica.

A análise invíscida aparenta ser um método relativamente robusto para obter estimativas acerca da distribuição do coeficiente de pressão estática ao longo das pás, com

excepção da zona do bordo de fuga. Relativamente aos resultados numéricos obtidos com os dois modelos de turbulência, verificou-se que estes, de um modo geral, se encontravam bastante próximos, embora as necessidades em termos de recursos computacionais tenham sido claramente distintas. É igualmente notório que os esforços computacionais dependem do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento, definidos à entrada da cascata. Por um lado, para baixos números de Reynolds, e por outro, para elevados ângulos de incidência, os tempos de cálculo computacional aumentam substancialmente, principalmente devido às grandes instabilidades do escoamento quando sujeito a uma destas condições.

Os dados experimentais recolhidos para a cascata S67B constituíram, de facto, um desafio motivador para a modelação do escoamento viscoso. Na verdade, estes permitiram investigar a capacidade destes dois modelos de turbulência ( $k - \epsilon$  RNG e  $k - \omega$  SST) em prever a influência do número de Reynolds, e do ângulo de incidência, sobre o comportamento da camada limite do escoamento, na superfície superior das pás da cascata S67B.

Uma vez que no presente trabalho foram assumidas uma série de simplificações, é possível enumerar algumas recomendações a adoptar em trabalhos posteriores. Em primeiro lugar, sugere-se modelar o escoamento em torno da cascata de pás S67B, utilizando formulações totalmente implícitas e explícitas. Os resultados obtidos poderão ser comparados com os resultados apresentados na presente dissertação, permitindo avaliar as vantagens e limitações destas abordagens sobre a previsão das condições de funcionamento da cascata. Em segundo lugar, recomenda-se vivamente simular todas estas condições numa cascata de pás S67B tridimensional, de modo a que os efeitos do escoamento ao longo da envergadura das pás possam ser considerados. Este estudo permitiria assim avaliar a influência destes efeitos tridimensionais sobre os parâmetros de desempenho considerados no presente trabalho, mais concretamente sobre as perdas de pressão de estagnação da cascata. Por último, seria deveras interessante modelar o escoamento sobre o estágio 67B, constituído pelo estator S67B e pelo rotor 67. Tal possibilitaria investigar a influência do número de Reynolds e do ângulo de incidência do escoamento sobre as condições de funcionamento deste estágio de compressor axial.



## Referências bibliográficas

- [1] H.I.H. Saravanamuttoo, G.F.C. Rogers, H. Cohen e P.V. Straznicky, *Gas Turbine Theory*, Prentice Hall, 6th Edition, (2009).
- [2] N. Cumpsty, *Jet Propulsion: A Simple Guide to the Aerodynamic and Thermodynamic Design and Performance of Jet Engines*, Cambridge University Press, 2nd Edition, (2009).
- [3] K. Huenecke, *Jet Engines: Fundamentals of Theory, Design and Operation*, Motorbooks International, 1st Edition, (2003).
- [4] Rolls-Royce, *The Jet Engine*, Rolls-Royce plc., 5th Edition, (1996).
- [5] B. Lakshminarayana, *Fluid Dynamics and Heat Transfer of Turbomachinery*, John Wiley & Sons, 1st Edition (1996).
- [6] A.C. Mendes, *Fundamentos de Projecto e Análise do Desempenho de Turbomáquinas*, Serviços Gráficos da Universidade da Beira Interior, (1999).
- [7] N.A. Cumpsty e E.M. Greitzer, *Ideas and Methods of Turbomachinery Aerodynamics: A Historical View*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, No. 1, pp. 15-26, (2004).
- [8] H.G. Rhoden, *Effect of Reynolds Number on the Flow of Air through a Cascade of Compressor Blades*, British ARC R & M 2919, (1956).
- [9] J.H. Horlock, R. Shaw, D. Pollard e A. Lewkowicz, *Reynolds Number Effects in Cascades and Axial Flow Compressors*, ASME Trans., Series A, Journal of Engineering for Power, Vol. 86, pp. 236-242, (1964).
- [10] J.C. Emery, L.J. Herrig, J.R. Erwin e A.R. Felix, *Systematic Two-Dimensional Cascade Tests of NACA 65 Series Compressor Blades at Low Speeds*, NACA Report 1368, (1958).
- [11] A.R. Howell, *The Present Basis of Axial Flow Compressor Design, Part I, Cascade Theory and Performance*, British ARC R & M 2095, (1942).
- [12] S.L. Dixon e C.A. Hall, *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, Butterworth-Heinemann, 6th Edition, (2010).
- [13] A.J. Wennerstrom, *Highly Loaded Axial Flow Compressors: History and Current Developments*, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 112, pp. 567-578, (1990).
- [14] B. Song, *Experimental and Numerical Investigations of Optimized High-Turning Supercritical Compressor Blades*, Ph.D. Dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Virginia, USA, (2003).

- [15] D.E. Hobbs e H.D. Weingold, *Development of Controlled Diffusion Airfoils for Multistage Compressor Application*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 271-278, (1984).
- [16] R.F. Behlke, *The Development of a Second Generation of Controlled Diffusion Airfoils for Multistage Compressors*, Journal of Turbomachinery, Vol. 108, pp. 32-41, (1986).
- [17] F. Bauer, P.R. Garabedian e D. Korn, *Supercritical Wing Sections*, Vols. I, II and III, New York Springer-Verlag, (1972, 1975, 1977).
- [18] J.M. Sanz, *Design of Supercritical Cascades with High Solidity*, AIAA Journal, Vol. 21, No. 9, pp. 1289-1293, (1983).
- [19] D.V. Grove, *Experimental and Numerical Investigation of Second Generation, Controlled-Diffusion, Compressor Blades in Cascade*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, USA, (1997).
- [20] W. Steinert, B. Eisenberg e H. Starcken, *Design and Testing of a Controlled Diffusion Airfoil Cascade for Industrial Axial Flow Compressor Application*, Journal of Turbomachinery, Vol. 113, pp. 583-590, (1991).
- [21] W. Steinert e H. Starcken, *Off-Design Transition and Separation Behavior of a CDA Cascade*, Journal of Turbomachinery, Vol. 118, pp. 204-210, (1996).
- [22] R. Dunker, H. Rechter, H. Starcken e H. Weyer, *Redesign and Performance Analysis of a Transonic Axial Compressor Stator and Equivalent Plane Cascades With Subsonic Controlled Diffusion Blades*, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, Vol. 106, pp. 279-287, (1984).
- [23] N.L. Sanger, *The Use of Optimization Techniques to Design Controlled-Diffusion Compressor Blading*, Journal of Engineering for Power, Vol. 105, pp. 256-264, (1983).
- [24] N.L. Sanger e R.P. Shreeve, *Comparison of Calculated and Experimental Cascade Performance for Controlled-Diffusion Compressor Stator Blading*, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 108, pp. 42-50, (1986).
- [25] Y. Elazar e R.P. Shreeve, *Viscous Flow in a Controlled Diffusion Compressor Cascade with Increasing Incidence*, ASME Journal of Turbomachinery, Vol. 112, pp. 256-265, (1990).
- [26] G.V. Hobson e R.P. Shreeve, *Inlet Turbulence Distortion and Viscous Flow Development in a Controlled-Diffusion Compressor Cascade at Very High Incidence*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 3, pp. 397-404, (1993).
- [27] G.V. Hobson, *A Navier-Stokes Analysis of a Controlled-Diffusion Compressor Cascade at Increasing Inlet Flow Angles*, International Journal of Turbo and Jet Engines, Vol. 12, Issue 3, pp. 161-172, (1995).

- [28] G.V. Hobson, B.E. Wakefield e W.B. Roberts, *Turbulence Amplification with Incidence at the Leading Edge of a Compressor Cascade*, Vol. 5, No. 2, pp. 89-98, (1999).
- [29] T.F. Gelder, J.F. Schmidt, K.L. Suder e M.D. Hathaway, *Design and Performance of Controlled-Diffusion Stator Compared with Original Double-Circular-Arc Stator*, NASA TP 2852, (1989).
- [30] G.V. Hobson, D.J. Hansen, D.G. Schnorenberg e D.V. Grove, *Effect of Reynolds Number on Separation Bubbles on Controlled-Diffusion Compressor Blades in Cascade*, Journal of Propulsion and Power, Vol. 40, No. 1, pp. 154-162, (2001).
- [31] D.J. Hansen, *Investigation of Second Generation Controlled-Diffusion Compressor Blades in Cascade*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, USA, (1995).
- [32] D.G. Schnorenberg, *Investigation of the Effect of Reynolds Number on Laminar Separation Bubbles on Controlled-Diffusion Compressor Blades in Cascade*, Master's Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey, USA, (1996).
- [33] C.R. Maliska, *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*, LTC, 2ª Edição, (2004).
- [34] H.K. Versteeg e W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*, Prentice Hall, 2nd Edition, (2007).
- [35] *Introduction to FLUENT, Training Manual*, ANSYS Inc., Release 12.0, 1st Edition, (2009).
- [36] *GAMBIT 2.2 Documentation*, Fluent Incorporated, (2004).
- [37] S. Lieblein, *Loss and Stall Analysis of Compressor Cascades*, ASME Trans., Journal of Basic Engineering, Series D, Vol. 81, (1959).
- [38] S. Lieblein, F.C. Schwenk e R.L. Broderick, *Diffusion Factor for Estimating Losses and Limiting Blade Loadings in Axial-Flow-Compressor Blade Elements*, NACA R.M. E53 D01, (1953).
- [39] L.A. Oliveira e A.G. Lopes, *Mecânica dos Fluidos*, ETEP, 2ª Edição, (2006).
- [40] J.D. Anderson, *Fundamentals of Aerodynamics*, McGraw-Hill, 4th Edition, (2006).
- [41] *FLUENT 6.2 Documentation*, Fluent Incorporated, (2005).
- [42] P. Bradshaw, *Turbulence Modeling With Application to Turbomachinery*, Progress in Aerospace Sciences, Vol. 32, pp. 575-624, (1996).
- [43] D.C. Wilcox, *Turbulence Modeling for CFD*, DCW Industries, 1st Edition, (1994).
- [44] V. Yakhot, S. Thangam, T.B. Gatski, S.A. Orszag e C.G. Speziale, *Development of Turbulence Models for Shear Flows by a Double Expansion Technique*, Physics of Fluids A. Vol. 4, No. 7, pp. 1510-1520, (1992).

- [45] B.E. Launder e D.B. Spalding, *Lectures in Mathematical Models of Turbulence*, Academic Press, (1972).
- [46] F.R. Menter, *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications*, AIAA Journal, Vol. 32, No. 8, pp. 1598-1605, (1994).
- [47] B.E. Launder e D.B. Spalding, *The Numerical Computation of Turbulent Flows*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 3, Issue 2, pp. 269-289, (1974).
- [48] C. Berbente, I.C. Andrei, N.M. Ene, F. Frunzulica e E. Korody, *Special Topics on Map Meshing in Turbomachinery*, Periodica Polytechnica Ser. Transport Engineering, Vol. 34, No. 1-2, pp. 59-68, (2006).
- [49] J. Tu, G.H. Yeoh e C. Liu, *Computational Fluid Dynamics: A Practical Approach*, Butterworth-Heinemann, 1st Edition, (2008).

# Anexos

## Anexo A1. Coordenadas das pás S67B a metade da envergadura

Tabela A1. Coordenadas do bordo de ataque das pás S67B, a metade da envergadura.

Bordo de Ataque			
$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)
0.4221	1.6596	0.1270	0.2870
0.3454	1.5824	0.1956	0.2108
0.2794	1.5062	0.2921	0.1346
0.2210	1.4300	0.3531	0.0991
0.1702	1.3538	0.4293	0.0660
0.1270	1.2776	0.5055	0.0381
0.0889	1.2014	0.5817	0.0178
0.0559	1.1252	0.6579	0.0025
0.0279	1.0490	0.7341	-0.0025
0.0076	0.9728	0.8103	-0.0051
-0.0051	0.8966	0.8865	-0.0025
-0.0127	0.8204	0.9627	0.0000
-0.0152	0.7442	1.0389	0.0127
-0.0152	0.7391	1.1151	0.0279
-0.0127	0.6680	1.1913	0.0457
-0.0051	0.5918	1.2675	0.0711
0.0102	0.5156	1.3437	0.0991
0.0381	0.4394	1.4199	0.1321
0.0762	0.3632	1.4880	0.1666

Tabela A2. Coordenadas da superfície superior das pás S67B, a metade da envergadura.

Superfície Superior							
$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)
0.4221	1.6596	24.4399	15.3830	63.5654	22.4993	101.8351	12.6704
0.7466	1.9804	25.6833	15.8350	64.9057	22.4186	103.0593	12.2301
1.0712	2.2930	26.9267	16.2726	66.2461	22.3138	104.2835	11.7911
1.3957	2.5977	28.1700	16.6967	67.5864	22.1843	105.5077	11.3519
1.7202	2.8950	29.4134	17.1081	68.9268	22.0292	106.7319	10.9113
2.0448	3.1850	30.6568	17.5077	70.2671	21.8481	107.9562	10.4680
2.3693	3.4682	31.9316	17.9059	71.5759	21.6457	108.9738	10.0967
2.8953	3.9135	33.2064	18.2919	72.8847	21.4189	109.9914	9.7226
3.4214	4.3429	34.4812	18.6653	74.1935	21.1691	111.0091	9.3460
3.9474	4.7579	35.7560	19.0255	75.5023	20.8976	112.0267	8.9668
4.4734	5.1599	37.0308	19.3718	76.8111	20.6055	113.0444	8.5851
4.9995	5.5503	38.3056	19.7037	78.1199	20.2942	114.0620	8.2011
5.5255	5.9304	39.6119	20.0282	79.3932	19.9741	114.8767	7.8922
6.2765	6.4574	40.9182	20.3364	80.6665	19.6386	115.6915	7.5826
7.0276	6.9667	42.2245	20.6277	81.9398	19.2894	116.5062	7.2734
7.7786	7.4587	43.5307	20.9017	83.2130	18.9281	117.3210	6.9654
8.5297	7.9337	44.8370	21.1577	84.4863	18.5564	118.1357	6.6594
9.2807	8.3922	46.1433	21.3953	85.7596	18.1759	118.9505	6.3565
10.0317	8.8345	47.4763	21.6180	87.0079	17.7956	119.5655	6.1300
11.0113	9.3880	48.8092	21.8200	88.2561	17.4077	120.1806	5.9042
11.9910	9.9173	50.1422	22.0006	89.5044	17.0114	120.7957	5.6775
12.9706	10.4250	51.4752	22.1587	90.7527	16.6061	121.4108	5.4485
13.9503	10.9137	52.8081	22.2936	92.0010	16.1909	122.0259	5.2154
14.9299	11.3861	54.1411	22.4043	93.2493	15.7652	122.6410	4.9770
15.9096	11.8448	55.4884	22.4910	94.4762	15.3362	123.0433	4.8173
17.1240	12.3975	56.8358	22.5527	95.7031	14.8987	123.4456	4.6541
18.3385	12.9336	58.1831	22.5896	96.9301	14.4552	123.8480	4.4871
19.5530	13.4531	59.5304	22.6023	98.1570	14.0081	124.2503	4.3159
20.7675	13.9565	60.8777	22.5911	99.3840	13.5599	124.6526	4.1398
21.9820	14.4440	62.2250	22.5566	100.6109	13.1131	125.0549	3.9587
23.1965	14.9158						

Tabela A3. Coordenadas da superfície inferior das pás S67B, a metade da envergadura.

Superfície Inferior							
$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)
1.4880	0.1666	26.4377	9.4608	63.3872	15.8060	100.9356	9.9861
1.8720	0.3536	27.6606	9.8278	64.6357	15.8072	102.1671	9.6248
2.2560	0.5397	28.8835	10.1886	65.8842	15.7957	103.3985	9.2538
2.6399	0.7247	30.1064	10.5426	67.1327	15.7704	104.6300	8.8712
3.0239	0.9086	31.3293	10.8891	68.3811	15.7302	105.8614	8.4753
3.4079	1.0910	32.5522	11.2275	69.6296	15.6742	107.0929	8.0641
3.7919	1.2721	33.7771	11.5580	70.8828	15.6010	108.0961	7.7168
4.3747	1.5438	35.0021	11.8797	72.1360	15.5113	109.0993	7.3577
4.9574	1.8115	36.2270	12.1926	73.3891	15.4055	110.1025	6.9862
5.5402	2.0747	37.4520	12.4966	74.6423	15.2840	111.1057	6.6019
6.1230	2.3330	38.6769	12.7917	75.8955	15.1474	112.1089	6.2042
6.7058	2.5860	39.9019	13.0778	77.1486	14.9963	113.1121	5.7926
7.2885	2.8332	41.1350	13.3564	78.4059	14.8307	113.8930	5.4623
8.0720	3.1562	42.3682	13.6245	79.6632	14.6519	114.6740	5.1240
8.8555	3.4694	43.6014	13.8804	80.9205	14.4611	115.4549	4.7782
9.6390	3.7742	44.8346	14.1228	82.1778	14.2594	116.2359	4.4257
10.4225	4.0722	46.0678	14.3502	83.4351	14.0479	117.0168	4.0671
11.2059	4.3647	47.3010	14.5611	84.6923	13.8275	117.7978	3.7031
11.9894	4.6531	48.5350	14.7545	85.9486	13.5993	118.3669	3.4345
12.9862	5.0158	49.7689	14.9302	87.2049	13.3621	118.9361	3.1614
13.9829	5.3741	51.0028	15.0884	88.4612	13.1147	119.5052	2.8820
14.9797	5.7279	52.2368	15.2293	89.7175	12.8558	120.0744	2.5944
15.9764	6.0769	53.4707	15.3532	90.9738	12.5843	120.6435	2.2968
16.9731	6.4211	54.7047	15.4603	92.2300	12.2988	121.2127	1.9871
17.9699	6.7604	55.9437	15.5514	93.4757	12.0012	121.5757	1.7825
19.1774	7.1646	57.1827	15.6268	94.7214	11.6900	121.9386	1.5718
20.3848	7.5617	58.4217	15.6877	95.9671	11.3669	122.3016	1.3544
21.5923	7.9522	59.6607	15.7350	97.2128	11.0331	122.6646	1.1299
22.7998	8.3365	60.8997	15.7698	98.4585	10.6901	123.0276	0.8979
24.0073	8.7149	62.1387	15.7932	99.7041	10.3395	123.3906	0.6577
25.2148	9.0881						

Tabela A4. Coordenadas do bordo de fuga das pás S67B, a metade da envergadura.

Bordo de Fuga			
$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)	$\xi$ (mm)	$\eta$ (mm)
125.0549	3.9587	127.0533	1.0617
125.2271	3.8811	127.0025	0.9855
125.3795	3.8049	126.9898	0.9093
125.5217	3.7287	126.9467	0.8331
125.6487	3.6525	126.8984	0.7569
125.7681	3.5763	126.8400	0.6807
125.8799	3.5001	126.7714	0.6045
125.9815	3.4239	126.6927	0.5283
126.0805	3.3477	126.5961	0.4521
126.1720	3.2715	126.4768	0.3759
126.2583	3.1953	126.3752	0.3200
126.3396	3.1191	126.2990	0.2819
126.4133	3.0429	126.2228	0.2489
126.4844	2.9667	126.1466	0.2210
126.5504	2.8905	125.9942	0.1702
126.6114	2.8143	125.7656	0.1194
126.6673	2.7381	125.3084	0.0838
126.7231	2.6619	125.0798	0.0914
126.7714	2.5857	124.9274	0.1067
126.8197	2.5095	124.6988	0.1448
126.8628	2.4333	124.5464	0.1803
126.9035	2.3571	124.3940	0.2210
126.9390	2.2809	124.2416	0.2667
126.9721	2.2047	124.0892	0.3200
127.0025	2.1285	124.0130	0.3505
127.0279	2.0523	123.9368	0.3810
127.0508	1.9761	123.8606	0.4140
127.0711	1.8999	123.7844	0.4470
127.0864	1.8237	123.7082	0.4826
127.1118	1.6713	123.6320	0.5232
127.1245	1.4808	123.5558	0.5613
127.1118	1.2903	123.4796	0.6045
127.0787	1.1379	123.3906	0.6577

## Trabalhos publicados

- [1] N.F.C. Vinha e A.C. Mendes, *Computational Analysis of the Flow About a Compressor Stator Cascade for Gas Turbine Engines*, Congress on Numerical Methods in Engineering, 15 pp., eds. A. Tadeu et al., APMTAC/SEMNI, Coimbra, 14-17 de Junho, (2011).
  
- [2] N.F.C. Vinha e A.C. Mendes, *Performance Assessment of the Controlled-Diffusion S67B Compressor Cascade Considering the Influence of Reynolds Number*, Aceite para publicação em International Conference on Engineering UBI 2011, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 28-30 de Novembro, (2011).