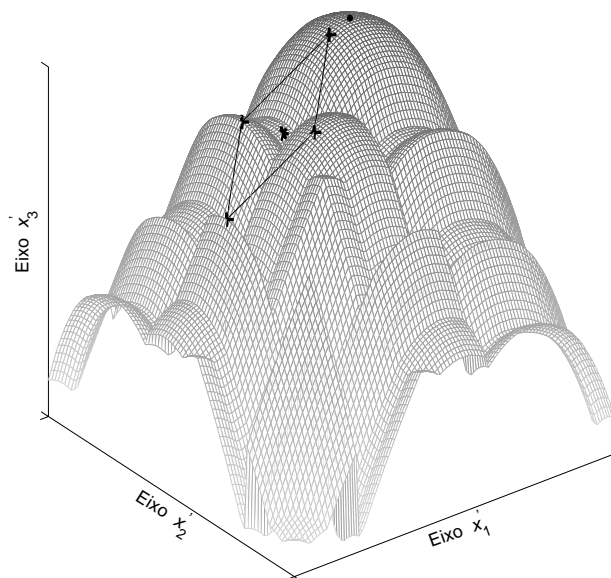




UNIVERSIDADE da BEIRA INTERIOR

SISTEMAS DE DECISÃO ÓPTIMA EM COORDENAÇÃO HIDROTÉRMICA PARA PLANEAMENTO OPERACIONAL



SÍLVIO JOSÉ PINTO SIMÕES MARIANO
(MESTRE)

DISSERTAÇÃO PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR
EM ENGENHARIA ELECTROTÉCNICA

Orientador: Professor Doutor Luís António Fialho Marcelino Ferreira

Co-orientador: Professor Doutor José António Menezes Felipe de Souza

DEZEMBRO 2000

Tese realizada sob orientação de
Professor Doutor Eng.º Luís António Fialho Marcelino Ferreira

e sob co-orientação de

Professor Doutor Eng.º José António Menezes Felipe de Souza

Respectivamente, Professor Associado com Agregação do Departamento de Engenharia
Electrotécnica e de Computadores do

Instituto Superior Técnico

e Professor Associado do Departamento de Engenharia Electromecânica da
Universidade da Beira Interior

À Rosário, Marta e Mafalda

Resumo

A tese incide sobre o problema de afectação óptima de unidades e sobre os aspectos algorítmicos da sua solução, evoluindo no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico. Para sistemas de energia eléctrica reais, o problema de afectação óptima de unidades assume grande dimensão e complexidade, que impossibilitam a sua resolução de forma directa, sendo aqui abordado recorrendo à relaxação Lagrangeana. A utilização da relaxação Lagrangeana permite resolver este problema de forma indirecta, exibindo contudo algumas dificuldades na obtenção de uma solução óptima e fazível — é aqui conduzida de forma original uma análise ilustrada que evidencia quer as dificuldades deste problema ser abordado de forma directa, quer as limitações algorítmicas na obtenção da sua solução óptima utilizando relaxação Lagrangeana. Neste seguimento, é proposto um novo algoritmo que permite encontrar de forma automática a solução do problema relaxado. Evoluindo no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico, aponta-se a estreita similaridade entre a interpretação económica destas técnicas de optimização e o mercado de energia eléctrica desregulado. Apresenta-se uma análise para diferentes cenários de mercado (regulado, desregulado e coexistência de ambos), verificando os seus comportamentos e reflectindo sobre a sua bondade. Por último, procurou-se satisfazer as exigências de optimização da exploração, no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico, de novas empresas produtoras de energia eléctrica — problema de optimização de uma central hidroeléctrica inserida num mercado desregulado.

Palavras chave

Sistema de Energia Eléctrica

Planeamento da Operação

Optimização Aplicada

Afectação Óptima de Unidades

Relaxação Lagrangeana

Actualização dos Multiplicadores de Lagrange

Mercados de Energia Eléctrica

Reestruturação do Sector Eléctrico

Abstract

This thesis is on optimal resource scheduling in power systems and its algorithmic aspects in view of recent developments in utility deregulation and restructuring. For real power systems, the optimal resource scheduling tends to be a problem of huge dimension and complexity and to reach the solution directly is conceptually impossible. The application of Lagrangian relaxation makes it possible to obtain the solution indirectly, but still presents great difficulties to reach the optimal feasible solution. An original and illustrated analysis is here presented. The analysis clearly illustrates the difficulties in obtaining the problem solution directly, as well as some algorithmic limitations of Lagrangian relaxation techniques to solve the problem indirectly. Thus a new algorithm is proposed in order to automatically achieve the relaxed solution. In view of recent developments in utility deregulation and restructuring, it is pointed out the striking similarity between the pool operation principles and the optimization procedure by Lagrangian relaxation. For different electric power business scenarios (fully regulated, fully deregulated and a mixture of them), a comparative analysis is made based on numerical results, in order to conclude about their behavior and merit. Finally, the business optimization requirements are formulated and the optimal response computed for a hydro power producer in a deregulated market.

Keywords

Power Systems
Power Production Planning
Applied Optimization
Optimal Resource Scheduling
Lagrangian Relaxation
Lagrangian Multipliers Updating
Electric Power Business
Restructuring of the Electric Power Industry

Agradecimentos

Desejo expressar o meu maior agradecimento ao Professor Doutor Luís Marcelino Ferreira, Professor Associado com Agregação, responsável como orientador científico. O zelo com que conduziu a minha formação científica e orientou este trabalho de investigação só pode ser entendido pela forma apaixonada como encara a Engenharia e pela sua experiência e profundo conhecimento. Expresso também o meu reconhecimento pelo espírito crítico e construtivo que me incutiu no decorrer deste trabalho de investigação, marcante na minha forma de encarar a investigação científica.

Acresce ainda salientar quer a convivência amiga com que sempre trabalhamos, ao longo destes anos, quer, por vezes com prejuízo para o seu próprio conforto, a forma como me acolheu no seu gabinete e disponibilizou os seus meios de trabalho pessoais.

Ao Professor Doutor José António Menezes Felipe de Souza, Professor Associado, responsável como co-orientador, na nossa universidade, desejo expressar o meu reconhecimento pela confiança que depositou no sucesso da investigação e pelo apoio institucional sempre prestado. Desejo ainda expressar a minha gratidão pela forma amiga como sempre me incentivou durante este trabalho de investigação, o que também contribuiu para o sucesso do mesmo.

Ao presidente do Departamento de Engenharia Electromecânica, Professor Doutor Carlos Manuel Pereira Cabrita, Professor Associado com Agregação, desejo expressar o meu reconhecimento pela forma amigável como exerceu o seu apoio institucional e pelo empenho sempre posto na disponibilização dos meios necessários para a realização deste trabalho de investigação.

A todos os docentes do Departamento de Engenharia Electromecânica, desejo expressar o meu agradecimento pelo apoio e incentivo sempre demonstrado.

Aos Docentes da Secção de Energia do Instituto Superior Técnico, na pessoa do seu coordenador Professor Doutor José Pedro Sucena Paiva, Professor Catedrático, desejo expressar a minha gratidão pela forma como me acolheram na secção, como se ainda dela fizesse parte.

Ao Professor Doutor Victor Mendes desejo expressar o meu agradecimento pelo apoio e empenho sempre demonstrados, com especial relevo na fase inicial deste trabalho de investigação, durante as muitas horas de estudo do código PRODIS, bem como na fase final de escrita, em discussões que contribuíram para aumentar a clareza do texto.

Aos colegas e amigos, investigadores do Centro de Energia Eléctrica do Instituto Superior Técnico, Professor Doutor Pedro Carvalho, Engenheiro Samuel Grave e Engenheiro Francisco Reis, desejo expressar o meu agradecimento pelo apoio sempre demonstrado.

Índice

1	Introdução	1
1.1	Enquadramento	2
1.2	Motivação	13
1.3	Organização do texto	15
1.4	Notação	18
2	Formulação do Problema	23
2.1	Introdução	24
2.2	Formulação	24
3	Relaxação Lagrangeana	36
3.1	Características genéricas do problema	37
3.2	Problema primal — Ilustração	38
3.3	Função de Lagrange	44
3.3.1	Interpretação dos multiplicadores de Lagrange ...	47

3.4	O problema dual de Lagrange	48
3.5	Ilustração da função dual de Lagrange.	53
3.6	Salto de dualidade	62
3.7	Conclusões	75
4	Actualização dos Multiplicadores de Lagrange	76
4.1	Introdução	77
4.2	Métodos de subgradiente	78
4.3	Algoritmo proposto	83
4.4	Resultados numéricos	87
4.5	Conclusões	103
5	Reestruturação do Mercado de Energia	
	Eléctrica — Bases Teóricas	104
5.1	Introdução	105
5.2	Interpretação económica da função dual de Lagrange . . .	106
5.3	Métodos computacionais	117
5.4	Modelos usados pela indústria	119
5.5	Análise crítica e proposta	121
5.6	Resultados numéricos	123
5.7	Conclusões	135
6	Reestruturação do Mercado de Energia	
	Eléctrica — Um Produtor Não Vinculado	136
6.1	Introdução	137
6.2	Formulação do problema	138
6.3	Afectação de unidades em centrais hídricas	141
	6.3.1 Formulação do problema	142
	6.3.2 Exemplo ilustrativo	146

6.4	Ilustração do problema (\mathcal{J}) no contexto da reestruturação	151
6.5	Conclusões	155
7	Conclusão	156
7.1	Conclusões principais	157
7.2	Direcções de investigação	163
	Referências Bibliográficas	166

Lista de Figuras e Tabela

Fig. 3.1	Gráfico correspondente à solução do problema primal em \mathcal{D}	41
Fig. 3.2	Gráfico correspondente à solução do problema primal em \mathcal{d}^2	43
Fig. 3.3	Gráfico correspondente à solução do problema dual do problema primal cuja solução foi assinalada na Fig. 3.1.	56
Fig. 3.4	Gráfico correspondente à solução do problema dual do problema primal cuja solução foi assinalada na Fig. 3.2	58
Fig. 3.5	Representação gráfica de linhas de contorno da função dual representada na Fig. 3.4.	60
Fig. 3.6	Gráfico correspondente à solução do problema primal, em \mathcal{D} , para ilustração geométrica do significado de salto de dualidade e da relação entre a solução do problema primal e a solução do problema dual de Lagrange	65

Fig. 3.7	Gráfico correspondente à solução do problema primal, em d^2 , para ilustração geométrica do significado de salto de dualidade e da relação entre a solução do problema primal e a solução do problema dual de Lagrange	70
Fig. 3.8	Representação gráfica da função de custo ótimo, em d^2 , no referencial $x_1' x_2' x_3'$	73
Fig. 3.9	Representação gráfica de linhas de contorno da função de custo ótimo no referencial $x_1' x_2' x_3'$	74
<hr/>		
Fig. 4.1	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a <i>Fórmula 1</i> (Caso_1) . . .	91
Fig. 4.2	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.1	91
Fig. 4.3	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a <i>Fórmula 2</i> (Caso_1) . . .	92
Fig. 4.4	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.3	92
Fig. 4.5	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando o <i>Algoritmo Adaptativo</i> (Caso_1)	93

Fig. 4.6	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.5	93
Fig. 4.7	Solução em termos do problema primal (Caso_1)	95
Fig. 4.8	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a <i>Fórmula 1</i> (Caso_2) para os mesmos valores de parâmetros do Caso_1	98
Fig. 4.9	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.8	98
Fig. 4.10	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a <i>Fórmula 2</i> (Caso_2) para os mesmos valores dos parâmetros do Caso_1	99
Fig. 4.11	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.10	99
Fig. 4.12	Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando o <i>Algoritmo Adaptativo</i> (Caso_2) para os mesmos valores de α_1 e de α_2 do Caso_1	100
Fig. 4.13	Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\ g(p_\lambda)\ /K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.12	100

Fig. 4.14	Solução em termos do problema primal (Caso_2)	101
Fig. 4.15	Horas de não fazibilidade após despacho económico das unidades térmicas (Caso_2)	102
<hr/>		
Fig. 5.1	Ilustração geométrica do comportamento de um recurso num pseudo mercado	114
Fig. 5.2	Processo de comunicação para resolver o problema dual de Lagrange	118
Fig. 5.3	Perfil de carga	125
Fig. 5.4	Custos primais e preços duais ao longo de uma semana	128
Fig. 5.5	Custos primais e preços duais ao longo de uma semana (caso particular onde os custos de arranque, indicados na Tab. 5.1, são aumentados)	130
Fig. 5.6	Custos primais e preços duais em função da carga	131
Fig. 5.7	Perfil de carga com duas partições	132
Fig. 5.8	Custos primais para os contratos bilaterais e preços duais para a carga remanescente	133
Fig. 5.9	Comparação de preços	134
<hr/>		

Fig. 6.1	Curvas características de uma das unidades da central	148
Fig. 6.2	Curvas características da central a queda constante	149
Fig. 6.3	Curvas características da central a potência constante e respectiva afectação óptima de unidades	150
Fig. 6.4	Perfil óptimo de exploração	153
Fig. 6.5	Função de custo mínimo e função de desvio	154
<hr/>		
Tab. 5.1	Parâmetros das unidades.	124

CAPÍTULO

1

Introdução

Neste capítulo é apresentada uma introdução ao problema de afectação de unidades, em sistemas hidrotérmicos de energia eléctrica, tendo em vista a reestruturação do sector eléctrico. Apresenta-se uma revisão bibliográfica aos métodos de programação matemática aplicados à resolução deste problema, evidenciando a complexidade do problema e justificando a preponderância da aplicação das técnicas de optimização dual na sua resolução. Esboçam-se as ideias fundamentais que motivaram a abordagem deste tema e apontam-se as tarefas principais a concretizar e que caracterizam o âmbito da tese.

1.1 Enquadramento

O problema habitualmente designado por planeamento operacional é um problema real com que as empresas produtoras de energia eléctrica se deparam todos os dias. Este problema abarca diversas funções, contribuindo todas com a finalidade de disponibilizar potência para fornecimento de energia eléctrica às instalações consumidoras.

Um sistema de produção de energia eléctrica é um sistema de produção complexo e de grande dimensão. Este sistema contém diversas centrais de produção de energia eléctrica cuja operação está interligada com a operação de todas as outras centrais pelo consumo total — demanda de energia — e pelas reservas de capacidade. Também a operação de centrais hídricas está interligada com a operação de outras centrais hídricas localizadas na mesma cascata. Uma forma de determinar uma produção de energia eficiente é fazer o planeamento da operação em avanço. Faz-se notar que existe um custo de operação associado à produção térmica (ciclo combinado, turbinas a gás, fuelóleo) em oposição com as centrais hídricas.

A produção em centrais térmicas, para além da sua própria dinâmica, é condicionada pelas potências mínima e máxima que cada unidade consegue gerar, embora possa também ser restrita na energia que entrega, ao longo de um período predefinido, que pode resultar de limitações nas quantidades de combustível disponibilizadas. A produção em centrais hídricas é condicionada pelas potências mínima e máxima que cada unidade consegue gerar, pela energia primária disponível e pela complexidade da dinâmica associada quer aos reservatórios, quer às cascatas.

O planeamento da operação pode compreender um horizonte de horas, enquanto o mais longo período pode ser de várias décadas. No horizonte temporal mais

longo (anos) o planeamento centra-se na construção de novas centrais eléctricas, na modernização ou substituição de outras e na manutenção, por forma a satisfazer o consumo crescente ao longo dos anos. No essencial este planeamento consiste em minimizar o investimento esperado e os custos operacionais directamente ligados com a segurança do serviço.

Ainda no horizonte temporal longo (meses) o planeamento centra-se na manutenção e nos contratos de transacção de energia, por forma a minimizar o custo de operação, tendo em conta restrições que envolvem a segurança do serviço.

No horizonte temporal mais curto (curto prazo — tipicamente um período de uma semana) o planeamento pode ser apresentado da seguinte forma: de entre um conjunto de recursos disponíveis num sistema de energia eléctrica, minimizar o custo de operação esperado para um período de afectação predefinido, por forma a satisfazer os requisitos de geração e de capacidade em cada hora, observando restrições cumulativas de um ou mais recursos durante o período de afectação, bem como as restrições físicas e operacionais de cada recurso — afectação óptima de unidades. Um recurso pode ser uma unidade, uma central, ou mesmo diversas centrais.

O problema de afectação de unidades, quer pela diversidade de recursos existentes, quer pela dimensão do próprio sistema, apresenta algumas características que conduzem a um problema de programação matemática de excessivo porte e de difícil resolução. É um problema que envolve milhares de decisões de natureza discreta e contínua, onde todas as unidades disponíveis para produzir energia são consideradas, e a combinação óptima das unidades que vão operar é então determinada.

Ainda no horizonte temporal mais curto (minutos) o planeamento consiste na determinação do trânsito óptimo de potências por forma a minimizar o custo de operação em cada instante.

Nesta tese focaremos o planeamento da operação de curto prazo.

O Sector Eléctrico Nacional (SEN) tem sofrido, nos últimos anos, evoluções no sentido de introduzir concorrência neste sector, que tradicionalmente era considerado como um monopólio natural. De facto, é hoje largamente reconhecido (com mérito ou não) a bondade do mercado no sector eléctrico. Em Portugal, como em outros países, evoluiu-se de uma empresa pública monopolista e verticalmente integrada para a coexistência de várias empresas nas diversas áreas do mercado de energia eléctrica. Mesmo tratando-se de empresas privadas, estas funcionavam numa área geográfica bem definida, assegurando igualmente a produção, o transporte e a distribuição de energia. As razões invocadas para manter estas empresas, quer as nacionalizadas, quer as privadas, como empresas monopolistas eram alicerçadas no carácter estratégico e na natureza do serviço público de abastecimento de energia eléctrica. Com a introdução de concorrência neste sector através da sua liberalização, cujo principal objectivo, entre outros, é baixar o preço ao consumidor, assistiu-se também em Portugal à sua reestruturação. Assim, estabeleceu-se legislação que veio alterar a forma orgânica do sector eléctrico, garantido o acesso às redes por terceiros, e possibilitando a concorrência a nível da produção. Também a Electricidade de Portugal (EDP) foi reestruturada, havendo agora uma clara separação entre produção, transporte e distribuição de energia. Deste modo, a evolução do SEN resultou na criação do Sistema Eléctrico Não Vinculado (SENV) coexistindo com o Sistema Eléctrico Público (SEP) e sendo ambos regulados por uma entidade independente — Entidade Reguladora do Sector Eléctrico (ERSE). Esta entidade desempenha papel

fundamental neste complexo quadro da coexistência entre os dois sistemas referidos, com lógicas diferenciadas, regulando as actividades de produção, transporte e distribuição de energia eléctrica no âmbito do SEP e as relações comerciais entre o SEP e o SENV [1,2].

Em particular, no que concerne à produção de energia eléctrica no ano de 1999, a percentagem do total da produção, conforme a origem da energia primária, tem a seguinte distribuição: 69.77% de produção de origem térmica (fuelóleo, carvão, gás natural e gasóleo), 16.64% de produção de origem hídrica (fio de água e albufeira) e 13.32% de produção em regime especial (cogeração, mini-hídrica e eólica). Note-se que estamos perante um sistema hidrotérmico, reforçado ainda pelo facto de que no SEN e em termos do total de potência instalada, a percentagem de potência de origem térmica é ainda menor [2].

A grande diversidade de recursos dificulta o planeamento operacional, obrigando à coordenação hidrotérmica, incluindo agora a reestruturação do sector eléctrico, que levanta novos problemas e invoca novas formas de planeamento da operação articuladas com os diversos modelos de mercado de energia eléctrica existentes ou em construção.

Programação Matemática — Métodos de solução

Desde as primeiras preocupações com a afectação óptima de unidades, já na década de sessenta, que a principal dificuldade assenta na investigação de uma computação exequível aplicada à resolução deste problema. Em [3,4] encontra-se uma descrição detalhada sobre o estado da arte até finais da década de oitenta. Assim, optámos por centrar a nossa revisão bibliográfica a partir de finais dessa década, mencionando apenas referências com data posterior ou que então surgiram. É ainda no final dessa década que surge a publicação [5], onde

se propõe uma computação exequível na resolução do problema de afectação óptima de unidades. Estas três publicações constituem os alicerces deste enquadramento.

A afectação óptima de unidades num sistema de energia eléctrica, compreende a afectação de recursos hídricos e recursos térmicos. Historicamente, e muitas vezes ainda por políticas operacionais, os recursos hídricos e os recursos térmicos são optimizados separadamente. Na revisão bibliográfica vamos assumir essa separação. Na tese (Capítulo 2 e Capítulo 4), os recursos hídricos e recursos térmicos são afectados e coordenados simultaneamente.

Afectação óptima de unidades térmicas

O problema de afectação óptima de unidades térmicas é um problema de grande dimensão e complexidade que envolve na sua resolução programação inteira mista de larga escala. Apesar da evolução tecnológica, que aumentou de forma extraordinária a capacidade de cálculo dos computadores, não é ainda hoje possível encontrar um método que resolva de forma cabal este problema. Mesmo para problemas de pequena dimensão, quando consideradas as características dinâmicas das unidades, pode não ser possível atingir uma solução exacta.

Contudo, muitos métodos tem sido desenvolvidos na procura duma solução do problema — a melhor solução que se consiga encontrar. Os métodos de optimização desenvolvidos até finais da década de oitenta eram métodos baseados em [3,4]: processos heurísticos, programação dinâmica, relaxação Lagrangeana e decomposição de Benders.

A partir de então verifica-se a coexistência de investigação nestes mesmos métodos, diferindo entre eles quer pela diferente formulação, quer pela diferente abordagem e verifica-se o surgimento de outros métodos.

Em [6,7] é ainda proposta uma abordagem baseada em processos heurísticos, para resolução do problema de afectação de unidades térmicas. Na essência, ambas as publicações recorrem à elaboração de uma lista de recursos por ordem de mérito. A diferença em relação a anteriores publicações, que recorrem ao mesmo método, reside na tentativa de, em [6], serem consideradas restrições que influenciam a optimalidade, tais como custos de arranque variáveis e restrições de tempo mínimo ligado e tempo mínimo desligado e de, em [7], a lista de recursos por ordem de mérito ser conseguida com base em regras inferidas, com a finalidade de adaptar uma afectação existente na base de dados — afectando unidades quando a demanda não é satisfeita e desafectando unidades quando exista geração em excesso. Esta abordagem heurística, como base para a resolução deste problema, encontra inúmeras deficiências, que advêm principalmente do carácter dinâmico do problema, tendo sido abandonada. Contudo, esta abordagem é ainda utilizada quando existe necessidade de refinar uma solução não exacta mas já próxima da solução óptima, ou como suporte a outros métodos.

A abordagem do problema recorrendo à programação dinâmica é, em conjunto com os processos heurísticos, uma das primeiras metodologias utilizadas na resolução do problema de afectação de unidades térmicas. A utilização da programação dinâmica na resolução deste problema permite obter, com exactidão, a sua solução. Contudo, tal só é possível para problemas de dimensão reduzida devido à natureza enumerativa deste método: a programação dinâmica sofre do elevado tempo de execução e requer grande capacidade de memória. Estas dificuldades evoluem de forma exponencial com a dimensão do

problema, e cedo atingem níveis que tornam impossível a sua computação. Assim, porque uma das características do problema de afectação de unidades é o da sua grande dimensão, esta abordagem não é utilizada para resolver o problema como um todo, mas sim para resolver o problema em conjunto com outras metodologias. Nas referências [8,9] é proposto que o problema da afectação de unidades térmicas seja resolvido recorrendo à programação dinâmica e, para obviar à dificuldade da sua grande dimensão, é primeiro elaborada uma lista de recursos por ordem de mérito. Em cada estado, a começar pela primeira unidade da lista de recursos, as unidades são afectadas temporariamente até que o valor da demanda seja satisfeito. Assume-se este passo como uma afectação temporária de I unidades. Uma janela de procura é então colocada por cima da lista de recursos, cujo limite inferior seja m unidades abaixo da última unidade I . Em adição, essa janela inclui ainda n unidades acima da última unidade I . Estas unidades são, em regra, unidades destinadas somente a suprir picos momentâneos ou situações de emergência, devido ao seu reduzido rendimento e à não existência de restrições dinâmicas. Para que esta janela tenha uma dimensão adequada à obtenção de uma solução óptima, pela enumeração completa de todas as combinações dentro dela, a sua dimensão seria ainda uma objecção à computação. Em consequência, esta janela tem que ser seleccionada garantindo que a sua dimensão permita a computação exequível do problema. Este facto acarreta custos inevitáveis no que concerne à obtenção da solução óptima.

A diferença entre estas referências reside na forma de determinar a dimensão da janela. Enquanto que em [8] a dimensão da janela é igual para todos os estados, em [9] essa dimensão pode variar de estado para estado, conforme exista ou não semelhança de carga com a hora anterior. Esta última forma de dimensionar a

janela não conduz a melhores soluções, mas proporciona uma maior rapidez de execução.

Vários autores usaram ainda outros métodos para resolver o problema de afectação de unidades térmicas, entre estes métodos alguns mais clássicos tais como “branch-and-bound”, decomposição de Benders e o recurso à programação não linear inteira mista, encontram-se citados em [3]. Mais recentemente, em [10], é feita uma abordagem que combina as características da programação lógica com restrições com o método de “branch-and-bound”. A ideia base é, numa primeira fase, utilizar a programação lógica com restrições por forma diminuir o espaço de procura e, numa segunda fase, efectuar despacho económico das unidades afectadas em cada estado para obter o valor objectivo, seguido da aplicação do método “branch-and-bound”. Contudo, a solução encontrada é uma solução subóptima devido, tal como na programação dinâmica, à grande dimensão do problema. Assim, quer devido à não obtenção de uma solução óptima, ou mesmo subóptima, quer devido à dificuldade de inclusão de todas as restrições intrínsecas ao problema, por forma a possibilitar a sua computação, estes métodos não granjearam muita atenção dos investigadores nesta última década. No entanto, outros métodos sobrevieram na tentativa de resolução deste problema [11-16]. Estes métodos são baseados em redes neuronais e algoritmos genéticos e, tal como concluem os autores das referências citadas, apresentam uma abordagem a este problema interessante e prometedora. Importa aqui realçar que estes métodos enfrentam também a dificuldade de encontrar uma solução óptima e apresentam elevados tempos de execução.

De entre todos os métodos aplicados à resolução deste problema, o que encontrou uma maior adesão, quer devido à sua exequibilidade, quer devido aos bons resultados a que conduz, foi o método baseado em técnicas de optimização

dual de Lagrange, normalmente apelidado de relaxação Lagrangeana. Existem muitas publicações que propõem a resolução do problema de afectação de unidades recorrendo a essa técnica. A referência [5] é uma referência base à utilização dessa técnica de optimização na resolução deste problema. A partir de então a maioria dos investigadores tem vindo a contribuir com sucessivos refinamentos e aperfeiçoamentos dessa metodologia, com maior ou menor sucesso. De facto, podemos afirmar que a maior parte do esforço de investigação tem incidido no melhoramento da solução do problema obtida por este método, que é uma solução subóptima e por vezes não fazível — principal desvantagem. Claro que, existem vantagens importantes que determinam o mérito deste método que no essencial advêm da decomposição do problema, possibilitando a posterior aplicação dos métodos de optimização mais adequados, em termos de programação matemática, à resolução dos diversos subproblemas resultantes dessa mesma decomposição. As referências [17-29] (treze referências) são dedicadas a refinar soluções encontradas pelo método da relaxação Lagrangeana, incluindo a utilização de outros métodos aplicados ao refinamento da solução. Outras usam a função de Lagrange aumentada também na tentativa de encontrar uma melhor solução [30-32]. Contudo, se o problema dual de Lagrange for resolvido de forma satisfatória, então a solução do problema de afectação melhora de forma significativa; este facto tem despertado grande interesse por parte dos investigadores [29, 33-37], mas persiste ainda uma grande dificuldade porque a resolução deste problema depende do processo de tentativa e erro, tornando a sua resolução morosa e dependente da perícia do utilizador.

Afectação óptima de unidades hídricas

Tal como na afectação de unidades térmicas, foi também a programação dinâmica o primeiro método a ser aplicado na resolução do problema de afectação de unidades hídricas [3]. A programação dinâmica exhibe algumas vantagens porque consegue tratar problemas não convexos, não lineares, mesmo que estes tenham características discretas. Contudo, também aqui a dimensão do problema, para uma cascata com mais de dois aproveitamentos hidroeléctricos, tende a ser tão grande que torna o problema impraticável sem a aplicação de heurísticas. Para a afectação de unidades hídricas que envolvam cascatas e que, desta forma, conduzam a problemas de grande dimensão, esta abordagem deixou de ser objecto de investigação, mas permanece ainda quando se trate de resolver problemas ou subproblemas cuja dimensão não constitua impedimento à sua resolução [23]. Outros métodos, tais como programação linear e programação não linear, foram apontados como alternativos à programação dinâmica [3]. No entanto, são os métodos de programação linear em redes que despertam maior interesse na maioria dos investigadores [5,21,22,26,27,33,38], pelo facto de uma cascata ter uma estrutura em rede, fazendo com que seja natural a utilização destes métodos. Estes métodos acomodam ainda facilmente restrições complicadas, tais como a equação de balanço da água, limites mínimos e máximos dos conteúdos nos reservatórios, fluxos de água nos canais e de descarga, fluxo de água para turbinar, tempos de trânsito entre reservatórios, fluxos mínimos de água no rio, e outras restrições. No que concerne à função objectivo, estes métodos foram desenhados para suportar funções objectivo lineares, mas podem facilmente acomodar funções convexas, lineares por troços, que representam as curvas características de caudal turbinado versus potência gerada. Em adição, estes algoritmos proporcionam códigos extremamente eficientes e robustos, que são comer-

cializados e se encontram à disposição dos utilizadores. Contudo, estes métodos têm uma inconveniência que resulta do facto de, em muitos aproveitamentos hidroeléctricos, a potência gerada ser função não só do caudal turbinado mas também da queda; este facto encontra-se analisado em [39,40]. Como conclusão, os autores das referências citadas afirmam que as soluções obtidas, quando se trate de problemas de grande dimensão, requerem ou a aplicação de heurísticas para garantir factibilidade [39], ou que a sua resolução obrigue à inclusão de técnicas inferidas [40], comprometendo inevitavelmente a optimalidade da solução.

Outros métodos baseados em algoritmos genéticos e em redes neuronais surgiram mais recentemente na procura de melhores soluções em [40-42], onde os autores afirmam, com base nos resultados obtidos, que estes métodos se apresentam como prometedores na resolução deste problema (se bem que a comparação de resultados seja feita com métodos de desempenho inferior aos dos métodos baseados em programação linear em redes).

É curioso verificar que a publicação [8] surge quase em simultâneo com a publicação [5], e a publicação [9] surge ainda três anos depois, pelo que à data (passada uma década) não poderíamos afirmar, com base na aceitação pela comunidade científica, sobre o maior ou menor mérito das diferentes abordagens para resolução do problema de afectação. Passado uma década é claro verificar que a relaxação Lagrangeana sobressaiu como abordagem científica ao problema de afectação de unidades, incluindo a sua interpretação económica, tal como descrita em [5], que acabou por conduzir à liberalização do mercado de energia eléctrica com funcionamento em “*Pool*”.

1.2 Motivação

A motivação para abordar o tema de sistemas de decisão óptima em coordenação hidrotérmica para planeamento operacional assenta sobre dois argumentos. O primeiro dos argumentos consiste no facto do planeamento operacional representar uma actividade importante para as empresas produtoras de energia eléctrica, não apenas no que concerne à necessidade de recursos humanos altamente especializados, mas acima de tudo pelo valor económico que pode acrescentar quando resolvido de forma óptima. O segundo argumento consiste no facto de actualmente o sector de energia eléctrica se encontrar em profunda reestruturação, fazendo com que o problema do planeamento operacional assuma novas exigências e obrigando a questionar sobre a menor ou maior eficácia dos diversos modelos de mercado de energia eléctrica já existentes.

Está cada vez mais associada a ideia de que os sistemas de decisão óptima em coordenação hidrotérmica para planeamento operacional podem representar volumosas poupanças, cuja dependência destas é difícil justificar recorrendo tão somente à criatividade de engenheiros de planeamento operacional, auxiliados por meios computacionais não dirigidos. Assim, o primeiro argumento é concludente quanto à necessidade de existirem meios computacionais poderosos que auxiliem e suportem as decisões dos engenheiros, no intuito da optimização da exploração de todos os recursos. É neste sentido que procurámos acrescentar saber por forma a melhorar e a tornar mais fácil a utilização de um produto capaz de conduzir e de suportar as decisões para planeamento operacional.

O segundo argumento é decisivo quanto (1) à caracterização dos modelos existentes ou propostos para a reestruturação do mercado de energia eléctrica, no sentido de analisar o seu desempenho no que concerne à optimização das

decisões para planeamento operacional (repensar a reestruturação recuando às suas bases teóricas), bem como no que concerne aos benefícios que daí possam vir a resultar para os consumidores e (2) dar respostas aos novos desafios que a reestruturação do sector eléctrico veio trazer às empresas produtoras de energia eléctrica; é neste sentido que podem aparecer empresas produtoras, por exemplo apenas com uma central, inseridas num mercado de energia eléctrica — estas empresas têm que proceder à exploração óptima e suportar as suas decisões de exploração em programas computacionais que permitam a sua optimização.

A tese incide sobre a interpretação das técnicas de optimização dual de Lagrange e sobre os aspectos algorítmicos da sua solução, evoluindo no contexto da reestruturação do sector eléctrico. A tese faz a apresentação das contribuições originais consideradas mais significativas para o sucesso das seguintes tarefas:

- T1 ilustrar a interpretação geométrica das técnicas de optimização dual de Lagrange, quando aplicadas ao problema de afectação óptima de unidades;
- T2 contribuir para a resolução do problema de afectação óptima de unidades, propondo um novo algoritmo para a actualização do valor do passo;
- T3 apontar e compreender as bases teóricas da desregulação do mercado de energia eléctrica, em analogia com as técnicas de optimização dual de Lagrange, quando aplicadas ao problema de afectação óptima de unidades, concluindo sobre a bondade da desregulação com base em resultados numéricos de simulação;

T4 dar resposta às exigências de optimização da exploração, no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico, de empresas produtoras de energia eléctrica.

Os aspectos que se prendem com (1) a descrição dos modelos matemáticos dos vários subproblemas que resultam da decomposição do problema principal, e com (2) as generalidades sobre algoritmos de optimização aplicada, tais como programação dinâmica e programação linear em redes, saem fora do âmbito da tese. Quer a descrição dos modelos por nós aplicados ou utilizados, que são hoje largamente aceites pela comunidade científica, quer os aspectos de generalidade associados à computação das técnicas de optimização, utilizadas na resolução dos diversos subproblemas, encontram-se largamente difundidas em literatura especializada — uma introdução genérica destes modelos e a estas técnicas, no âmbito da tese, não enriqueceria a informação compreendida nas publicações referenciadas no texto.

1.3 Organização do texto

O texto da tese está organizado em sete capítulos. O Capítulo 2 é destinado à formulação do problema. Os Capítulos 3, Capítulo 4, Capítulo 5 e Capítulo 6 são destinados à descrição de aspectos de solução do problema e respectiva ilustração, evoluindo no sentido da reestruturação do sector eléctrico. O Capítulo 7 conclui a tese. A seguir apresenta-se uma descrição mais detalhada do conteúdo de cada capítulo.

No Capítulo 2 é descrito e enunciado o problema de afectação óptima de unidades dum sistema hidrotérmico de energia eléctrica, no curto prazo. A formulação do problema conduz a um problema de optimização matemática, onde é encontrada uma função objectivo que envolve o custo de operação durante o período de afectação, e onde são apontadas as diversas restrições impostas pelo sistema a satisfazer no problema de optimização.

No Capítulo 3 faz-se uma análise do problema de afectação óptima de unidades recorrendo a exemplos ilustrativos. Esta análise é conduzida de forma original e tem por objectivo concluir do porquê deste problema ser abordado no contexto da relaxação Lagrangeana e, por comparação de resultados ilustrados, permitir enunciar as principais vantagens relacionadas com a solução do problema neste contexto, bem como das suas principais dificuldades.

No capítulo 4 é feita uma revisão aos métodos de subgradiente para resolução do problema de afectação óptima de unidades, no contexto da relaxação Lagrangeana. Estes métodos recorrem a procedimentos, baseados em métodos heurísticos, que utilizam o processo de tentativa e erro na determinação de parâmetros que definem o valor do passo. Para evitar o recurso a este processo é proposto um novo algoritmo para determinar o valor do passo. Apresentam-se resultados numéricos, para as diferentes abordagens utilizadas na actualização do valor do passo, de problemas reais de afectação óptima de unidades dum sistema de energia eléctrica e, por comparação entre resultados, conclui-se sobre o desempenho do novo algoritmo proposto.

No capítulo 5 é feita a interpretação económica das técnicas de optimização dual de Lagrange e, com base nesta interpretação, mostra-se que estas técnicas constituem as bases teóricas da desregulação do mercado de energia eléctrica. Neste seguimento, faz-se uma análise crítica e uma proposta sobre os mercados desregulados. Apresentam-se resultados numéricos que permitem retirar conclusões sobre a bondade (quer em termos do fornecedor, quer em termos do consumidor) dos diferentes modelos de mercado considerados, nomeadamente do modelo representativo do mercado regulado, do modelo representativo do mercado desregulado e do modelo onde coexista o mercado desregulado com contratos bilaterais.

No capítulo 6 é analisado o comportamento de um produtor não vinculado (um produtor com uma central hidroeléctrica como recurso de exploração) inserido num pseudo mercado de energia eléctrica. Neste novo cenário de operação, em que a exploração obedece a critérios diferentes dos correntemente utilizados, faz-se o enquadramento deste novo problema seguido da sua formulação e descrição. Dentro deste problema surge ainda o problema de afectação de unidades em centrais hídricas. Este problema é também formulado e resolvido de forma óptima, obtendo-se curvas características para a central. Apresentam-se resultados numéricos, com base num problema real, que ilustram a forma óptima de exploração da central no novo contexto da reestruturação do mercado de energia eléctrica.

No capítulo 7 enunciam-se as conclusões principais e apontam-se direcções em que pode ser desenvolvido trabalho de investigação de interesse relevante, no sentido de melhorar ou propor novos algoritmos de solução do problema de afectação óptima de unidades, quer em ambiente regulado quer em ambiente desregulado.

1.4 Notação

As expressões, figuras e tabelas são identificadas com referência ao capítulo em que são apresentadas, e são numeradas de forma sequencial no capítulo respectivo. A identificação de problemas é representada por letras maiúsculas manuscritas entre parênteses. A identificação de expressões é representada entre parênteses curvos (), e a identificação das referências bibliográficas é representada entre parênteses rectos []. Alguns parágrafos são identificados por letras maiúsculas sugestivas ao tópico em causa, correspondendo a sua numeração apenas ao tópico apresentado.

Apresenta-se a seguir uma lista abreviada de definições dos símbolos utilizados no decorrer do texto. Não constituiu preocupação que esta lista fosse exaustiva no que respeita aos símbolos utilizados, já que os mesmos são sempre definidos aquando da sua introdução ao longo do texto. Esta omissão é em particular notória para os casos onde os problemas foram reformulados por conveniência matemática e que, por isso, os mesmos símbolos podem ter significados distintos.

Lista de funções

- C_{ik} : função de custo associada com a afectação do recurso i na hora k
- R_{mi} : função de contribuição de capacidade associada com o recurso i para a reserva de capacidade do sistema tipo- m
- H_{ni} : função que descreve a contribuição do recurso i para a restrição cumulativa tipo- n
- A_{ik} : função associada a cada recurso, e respectivo modelo, para o recurso i na hora k
- P_{ik} : função de despacho
- c : função de custo óptimo
- \mathcal{L} : função de Lagrange
- q : função dual de Lagrange
- f_k : função de custo (função de penalização ou de proveito conforme o cumprimento do contrato em cada hora k)
- f : função determinante do caudal requerido para a geração de um valor de potência, para um determinado valor de queda útil
- q_{ji} : função determinante do caudal utilizado pela unidade j na curva i

Lista de conjuntos

- \mathcal{H}_n : conjunto de todas os recursos com restrições cumulativas tipo- n
- \mathcal{U}_{ik} : universo das variáveis de controlo (decisões) admissíveis para o recurso i na hora k
- \mathcal{D} : conjunto dos valores admissíveis da demanda
- \mathcal{U}_k : universo de fazibilidade das unidades de uma central hídrica e do seu reservatório

\mathcal{S}_j : conjunto de reservatórios a montante do reservatório j

\mathcal{S}_i^r : conjunto de reservatórios na cascata i

Lista de escalares e vectores

K : número total de horas

I : número de recursos

x_{ik} : estado do recurso i na hora k

p_{ik} : potência entregue pelo recurso i na hora k

u_{ik} : variável de controlo (decisão) para o recurso i na hora k

D_k : demanda (ou carga) esperada na hora k

R_{mk}^{req} : reserva de capacidade do sistema tipo- m na hora k

M : número do tipo de reservas consideradas

H_n^{req} : limite inferior da restrição cumulativa tipo- n

N : número de restrições cumulativas

X_i^0 : estado inicial do recurso i

X_i^K : estado final do recurso i

v_{jk} : volume de água contida no reservatório j no final da hora k

W_{jk} : afluência ao reservatório j na hora k

q_{jk} : caudal turbinado proveniente do reservatório j na hora k

τ_{lj}^p : tempo que o fluxo de água turbinada demora desde o reservatório l até ao reservatório j , em termos do número de estádios (número de horas)

s_{jk} : descarregamento de água do reservatório j na hora k

Y_{jk} : demanda de água para irrigação ao reservatório j na hora k

- τ_{lj}^s : tempo que o fluxo de água descarregada demora desde o reservatório l até ao reservatório j , em termos do número de estádios (número de horas)
- x_{ik}^r : vector do volume de água contida nos reservatórios na hora k para todos os reservatórios da cascata i
- x_{ik}^s : vector do volume de água descarregada ainda em trânsito (ainda não recebida pelos reservatórios) na hora k
- x_{ik}^p : vector do volume de água turbinada ainda em trânsito na hora k
- u_{ik}^p : vector do volume de água turbinada por todas as turbinas da cascata i na hora k
- u_{ik}^s : vector do volume de água descarregada por todos os canais de descarregamento da cascata i na hora k
- g : vector do subgradiente da função dual
- d : vector da demanda (ou carga) definido por $d = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_k]'$
- c^* : solução do problema primal
- λ : vector das variáveis duais associadas à restrição de carga
- μ : vector das variáveis duais associadas às restrição de capacidade
- γ : vector das variáveis duais associadas às restrição cumulativas
- q^* : solução do problema dual de Lagrange
- ξ : salto de dualidade
- s : escalar positivo que define o valor do passo
- δ_k : desvio de potência em relação ao contratado em cada hora k ,
- t_{jk} : tarifa do tipo j na hora k
- P_N : potência nominal duma central
- q_{ji} : caudal turbinado em $(m^3 s^{-1})$ pela unidade j na curva i

h_i : altura de queda correspondente à curva i

p_{ji}^{\min} : potência mínima da unidade j na curva i

p_{ji}^{\max} : potência máxima da unidade j na curva i

p_j^{\min} : potência mínima da unidade j (qualquer que seja a curva i)

p_j^{\max} : potência máxima da unidade j (qualquer que seja a curva i)

q_{ji}^{\min} : caudal mínimo da unidade j na curva i

q_{ji}^{\max} : caudal máximo da unidade j na curva i

Lista de símbolos identificadores de problemas

(\mathcal{P}) Problema primal (afecção óptima de unidades)

(\mathcal{L}) Problema de optimização (minimização) da função de Lagrange

(\mathcal{D}) Problema dual de Lagrange

(\mathcal{J}) Problema de optimização da exploração de uma central hídrica no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico

(\mathcal{K}) Problema de afectação de unidades em centrais hídricas

CAPÍTULO

2

Formulação do Problema

Neste capítulo é descrito, com propósito de enquadramento, o modelo matemático para o problema de coordenação hidrotérmico no curto prazo. Evidenciam-se as restrições associadas a este problema e descrevem-se quer as diferentes categorias dos modelos, mais comumente utilizadas, conforme o tipo de recurso, quer o modelo da função de custo (função objectivo) adequada à resolução deste problema de optimização.

2.1 Introdução

Como referido no capítulo anterior, a formulação do problema de afectação óptima de unidades tem aqui objectivos de enquadramento; as ideias que servem de base a esta formulação encontram-se descritas, de forma detalhada e rigorosa, nas referências [4,5]. Ao longo deste capítulo segue-se de perto a formulação proposta na referência [5] que, ainda hoje, constitui um pilar na investigação e resolução deste problema, tendo servido de base a numerosas publicações a ela subsequentes.

O problema atrás designado por afectação óptima de unidades pode ser entendido como sendo a tarefa de estabelecer um mapa de operações factíveis, de cada unidade disponível num sistema de energia eléctrica, ao menor custo, para um período de tempo predefinido, horizonte temporal, por forma a satisfazer o diagrama de carga esperado e outras condições impostas pelo sistema. Tipicamente, o horizonte temporal considerado é de um a sete dias, e o mapa de operações é estabelecido com periodicidade de uma hora. Este problema é tratado como sendo determinístico e sempre que seja necessário incluir grandezas estocásticas, tais como o diagrama de carga e as afluências aos reservatórios, são usados os seus valores esperados.

2.2 Formulação

O problema de afectação óptima de unidades pode ser formulado como a seguir. Dado um conjunto de recursos, minimizar o custo de operação num horizonte temporal predefinido, sujeito a (1) geração requerida pela demanda prevista em cada hora, (2) capacidade requerida pelos critérios de operação em cada hora, (3) restrições cumulativas de um ou mais recursos durante o horizonte temporal

predefinido e (4) restrições físicas e de operação associadas a cada um dos recursos disponíveis.

Deste modo, este problema (\mathcal{P}) pode ser escrito em termos matemáticos da seguinte forma

$$(\mathcal{P}) \quad \underset{u}{\text{Min}} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}) \quad (2.1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I p_{ik} = D_k \quad k=1, \dots, K \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^I R_{mi}(x_{ik}, p_{ik}) \geq R_{mk}^{req} \quad m=1, \dots, M \text{ e } k=1, \dots, K \quad (2.3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{I}_n} H_{ni}(x_{ik}, p_{ik}, u_{ik}) \geq H_n^{req} \quad n=1, \dots, N \quad (2.4)$$

em que

$$(x_{ik}, p_{ik}) = A_{ik}(x_{i,k-1}, u_{ik}) \quad i=1, \dots, I \text{ e } k=1, \dots, K \quad (2.5)$$

com

$$u_{ik} \in \mathcal{U}_{ik} \quad x_{i0} = X_i^0 \quad x_{ik} = X_i^K \quad (2.6)$$

$$i=1, \dots, I \text{ e } k=1, \dots, K$$

Nesta formulação os símbolos têm o seguinte significado:

K : número total de horas

I : número de recursos

C_{ik} : função de custo associada com a afectação do recurso i na hora k

x_{ik} : estado do recurso i na hora k

p_{ik} : potência entregue pelo recurso i na hora k

u_{ik} : variável de controlo (decisão) para o recurso i na hora k

D_k : demanda esperada na hora k

R_{mi} : função de contribuição de capacidade associada com o recurso i para a reserva de capacidade do sistema tipo- m

R_{mk}^{req} : reserva de capacidade do sistema tipo- m na hora k

M : número do tipo de reservas consideradas

\mathcal{H}_n : conjunto de todas os recursos com restrições cumulativas tipo- n

H_{ni} : função que descreve a contribuição do recurso i para a restrição cumulativa tipo- n

H_n^{req} : limite inferior da restrição cumulativa tipo- n

N : número de restrições cumulativas

A_{ik} : função de estado associada a cada recurso i na hora k

\mathcal{U}_{ik} : universo das variáveis de controlo (decisões) admissíveis para o recurso i na hora k

X_i^0 : estado inicial do recurso i

X_i^K : estado final do recurso i

As expressões de (2.1) a (2.6) são interpretadas da seguinte forma:

- A expressão (2.1) representa o custo de operação total para todos os recursos em todas as horas do período de afectação predefinido. O duplo somatório, o primeiro realizado sobre o horizonte temporal predefinido e o segundo sobre todas as unidades,

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}),$$

é formado pela adição de termos independentes e representa a função de custo total — função objectivo. A função objectivo permite avaliar o desempenho de cada decisão admissível e é uma função separável e não decrescente relativamente a cada um dos seus termos.

A função de custo $C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik})$ representa o custo associado com a afectação da unidade i na hora k . Esta função é uma medida que avalia a decisão tomada em cada estado, ou seja, há um custo de operação associado à transição de estado (de $x_{i,k-1}$ para x_{ik}), que entrega a potência p_{ik} , determinado pela acção do controlo u_{ik} , para cada unidade i na hora k (em geral, para um determinado recurso, o custo de operação depende quer do estado na hora anterior quer do estado correspondente à hora de decisão). Esta função de custo já inclui os seguintes custos operacionais: (1) custos de combustível resultantes da geração, do arranque ou da transição entre diferentes patamares de geração e de reserva girante, (2) custos de manutenção associados à disponibilidade para geração e (3) custos de penalização aos quais, por razões algorítmicas, se pretenda fazer corresponder restrições difíceis de considerar no modelo matemático. Por exemplo, pode-se relaxar uma restrição de tempo mínimo desligado fazendo aumentar o custo de arranque (como penalização), introduzindo-o na respectiva função de custo. Pode também ser adicionado um custo de penalização à função de custo para substituir restrições associadas ao estado final da afectação de cada recurso, tais como restrições nos volumes dos reservatórios e de caudais a turbinar.

- A expressão (2.2) representa a geração requerida pelo sistema em cada hora (diagrama de carga esperado), e é uma restrição colectiva porque todos os recursos são chamados a contribuir para a satisfação dessa restrição.
- A expressão (2.3) representa todas as restrições de capacidade do sistema para cada hora. Estas restrições são também restrições colectivas porque todos os recursos são chamados a contribuir para a satisfação dessa restrição, ou, por impossibilidade de contribuição de um qualquer recurso para as restrições de capacidade, um seu subconjunto. São em regra considerados dois tipos de reserva ($M=2$): (1) reserva girante e (2) reserva operacional ou estática. A reserva girante é comumente definida como sendo a diferença entre o somatório, sobre todos os recursos, da capacidade ainda disponível e o somatório da capacidade afectada, em cada hora. A reserva operacional ou estática é comumente definida como sendo a diferença entre o somatório, sobre todos os recursos, da capacidade não afectada e o somatório da capacidade que possa ser afectada nos 10 minutos seguintes à solicitação de afectação, em cada hora. A capacidade é então definida como sendo a reserva mais a geração. Claro que, e porque (2.3) representa um somatório sobre todos os recursos, se um recurso não contribuir para a reserva de capacidade então o termo da função correspondente à contribuição desse recurso será nulo.
- A expressão (2.4) representa todas as restrições cumulativas. Estas restrições podem ser impostas sobre um determinado grupo de unidades durante o período de afectação — são restrições colectivas ao subconjunto dos recursos a elas ligados, e têm carácter cumulativo durante o período de

afecção predefinido. Limitações nas quantidades de combustível disponibilizadas é um exemplo de uma restrição deste género que, em regra, resulta de um determinado número de unidades térmicas (por exemplo uma central térmica) não poder exceder em consumo um limite máximo de combustível especificado e/ou um número de arranques máximo especificado, para o período de afectação predefinido. Em particular, esta restrição pode ser para um conjunto singular de uma unidade.

- A expressão (2.5) representa a equação de estado para cada recurso. Esta equação permite obter o estado de cada recurso x_{ik} e a sua contribuição para satisfazer a demanda p_{ik} , qualquer que seja a decisão u_{ik} em cada hora. A função de despacho P_{ik} faz a correspondência que associa à variável de controlo u_{ik} e de estado x_{ik} resultante, o valor da variável p_{ik} em todo o seu domínio: $p_{ik} = P_{ik}(x_{ik}, u_{ik})$. Esta equação de estado pode ser variante no tempo por forma a englobar o carácter dinâmico de alguns recursos, imposto por restrições de estado variantes no tempo. Os diversos tipos de recursos podem ser agrupados por categorias, conforme as suas restrições particulares, que descrevem o seu comportamento. Deste modo, tal como referido anteriormente, as diferentes categorias de recursos serão afectadas utilizando os métodos de optimização mais adequados (explorando as características particulares de cada categoria), em termos de programação matemática, por forma a obter a máxima eficiência computacional. De seguida vamos identificar algumas categorias, se bem que outras poderão ser igualmente contempladas pela equação de estado (2.5), mais comumente utilizadas.

Categoria 1. O comportamento dos recursos inseridos nesta categoria é caracterizado pelo facto de não existir qualquer restrição à transição de estado entre a hora $k-1$ e a hora k . Neste caso não existem quaisquer restrições de carácter dinâmico (o comportamento do recurso não depende de decisões tomadas em horas anteriores) e os recursos são completamente controláveis qualquer que seja o seu estado. Os recursos dentro desta categoria são caracterizados por terem unidades com custo de arranque constante, tempo de arranque muito curto (tempos de arranque menores que uma hora) e pela inexistência de quaisquer outras restrições, com excepção das que resultem dos limites técnicos de operação de cada unidade. São exemplo de unidades que se inserem nesta categoria as turbinas a gás (com tempos de arranque na ordem dos 5 minutos).

Categoria 2. Os recursos inseridos nesta categoria são caracterizados por terem custos de arranque dependentes do estado em que se encontrem e pela existência de restrições de carácter dinâmico durante o período de afectação. Uma vez ligada ou desligada, a unidade tem que permanecer, respectivamente, afectada ou desafectada por períodos mínimos, ou seja, existem restrições à transição de estado entre a hora $k-1$ e a hora k . Também o custo de arranque varia com o tempo a partir do qual a unidade foi desafectada. A caracterização dos recursos desta categoria obriga então a uma maior diferenciação entre estados porque (1) existem transições entre estados com custos diferentes, (2) o recurso está restringido pelo tempo mínimo desligado e (3) o recurso está restringido pelo tempo mínimo ligado; o número de estados a diferenciar depende de (1), (2) e (3). Estamos perante recursos em que as decisões tomadas em horas anteriores influenciam as decisões a tomar posteriormente — existe memória. As centrais térmicas com turbinas a vapor, devido às restrições

termodinâmicas e de operação, são o exemplo de unidades que se inserem nesta categoria de recursos.

Categoria 3. Nesta categoria são modelados os recursos cujo consumo de combustível seja restrito. Como exemplo de recursos que se inserem nesta categoria apontam-se os seguintes: centrais térmicas que possuam um valor preestabelecido para a quantidade de combustível a consumir durante o período de afectação e as centrais hídricas de bombagem que, para além das suas restrições operacionais, são também restringidas no volume de água bombada durante o período de afectação. Para definir este tipo de recursos é ampliado o espaço de estado, introduzindo uma nova variável de estado que caracteriza a quantidade de combustível/água utilizada ou disponível em cada hora k , impondo como condição de estado um valor final na última hora que conduza à satisfação do valor preestabelecido para a quantidade de combustível/água a consumir.

Categoria 4. Nesta categoria inserem-se os recursos hídricos — cascatas de aproveitamentos hidroeléctricos. O volume de água contido num determinado reservatório depende quer das afluências naturais a esse reservatório, quer das afluências que resultem de volumes de água disponíveis para esse reservatório, turbinados por unidades ou descarregados por reservatórios, que existam a montante. Assim, as afluências são interdependentes por força da natureza física de cada cascata (localização física das centrais hídricas nas cascatas que contêm reservatórios interligados por segmentos do rio) e, como consequência, os volumes de água contidos nos reservatórios são igualmente interdependentes. Esta interdependência entre os volumes contidos nos reservatórios obriga à utilização de restrições sobre uma estrutura em rede

de fluxos, sendo esta uma determinada cascata do sistema — nesta categoria cada cascata no seu conjunto é analisada como um só recurso, e as unidades são afectadas com base no caudal a turbinar em cada central hídrica. Deste modo, a afectação de unidades em cada central constitui um subproblema de optimização, devido à interdependência de operação entre estas unidades. Uma vez que estas interdependências não são restrições na rede de fluxos, é levada a cabo uma optimização própria por forma a encontrar, dado o caudal a turbinar e no conjunto de todas as unidades, o valor máximo de potência que cada central hídrica entrega, quaisquer que sejam as condições operacionais que cada central possa impor.

As equações que descrevem uma cascata (rede de fluxos de água) são as equações de balanço de água; uma vez tomadas quaisquer decisões envolvendo uma determinada unidade, estas vão influenciar, naquela hora ou nas seguintes, as decisões posteriores quer nesta mesma unidade quer em outras a jusante desta. Considere-se uma determinada cascata como sendo o recurso i ; as equações de balanço de água para este recurso são dadas por:

$$v_{jk} = v_{j,k-1} + W_{jk} + \sum_{l \in \mathcal{J}_j} \left(q_{l,k-\tau_{lj}^p} + s_{l,k-\tau_{lj}^s} \right) - q_{jk} - s_{jk} - Y_{jk} \quad (2.7)$$

$$\forall j \in \mathcal{J}_i^r$$

onde

v_{jk} : volume de água contida no reservatório j no final da hora k

W_{jk} : afluência ao reservatório j na hora k

q_{jk} : caudal turbinado proveniente do reservatório j na hora k

- \mathcal{S}_j : conjunto de reservatórios a montante do reservatório j
- τ_{lj}^p : tempo que o fluxo de água turbinada demora desde o reservatório l até ao reservatório j , em termos do número de estádios (número de horas)
- s_{jk} : descarregamento de água do reservatório j na hora k
- Y_{jk} : demanda de água para irrigação ao reservatório j na hora k
- τ_{lj}^s : tempo que o fluxo de água descarregada demora desde o reservatório l até ao reservatório j , em termos do número de estádios (número de horas)
- \mathcal{S}_i^r : conjunto de reservatórios na cascata i

Assume-se que não existem quaisquer restrições dinâmicas associadas às unidades hídricas (a avocação desta assunção resulta da flexibilidade de operação das unidades hídricas). Deste modo, as equações (2.7) podem ser reescritas na forma matricial (2.5) como se segue

$$x_{ik} = A_i x_{i,k-1} + B_i u_{ik} + E_{ik} \quad (2.8)$$

Nesta equação, A_i e B_i dependem somente da estrutura física da cascata, E_{ik} considera as afluências horárias aos reservatórios e os vectores x_{ik} e u_{ik} podem ser subdivididos da seguinte forma

$$x_{ik} = \begin{bmatrix} x_{ik}^r \\ - \\ x_{ik}^s \\ - \\ x_{ik}^p \end{bmatrix} \quad u_{ik} = \begin{bmatrix} x_{ik}^p \\ - \\ u_{ik}^s \end{bmatrix}$$

onde

x_{ik}^r : vector do volume contido nos reservatórios na hora k para todos os reservatórios da cascata i

x_{ik}^s : vector do volume de água descarregada ainda em trânsito (ainda não recebida pelos reservatórios) na hora k

x_{ik}^p : vector do volume de água turbinada ainda em trânsito na hora k

u_{ik}^p : vector do volume de água turbinada por todas as turbinas da cascata i na hora k

u_{ik}^s : vector do volume de água descarregada por todos os canais de descarregamento da cascata i na hora k

Esta formulação permite ainda englobar desvios de fluxos de água para outros usos, bem como estabelecer as condições finais do vector de estado.

Em termos da relaxação Lagrangeana, tal como veremos no capítulo seguinte, o problema (\mathcal{P}) é definido como *problema primal*. Embora a função objectivo seja uma função separável em recursos e horas, este problema, pela sua formulação e devido às restrições colectivas, não permite essa separabilidade, fazendo com que o problema de minimização seja de grande complexidade. Ou seja, em termos do problema de optimização, conclui-se que o valor óptimo global não pode ser obtido pela soma dos diversos valores óptimos resultantes da optimização em separado de cada recurso. Também no que concerne ao horizonte temporal, a separação é igualmente inviável pela dinâmica que alguns recursos exibem. Assim, estamos perante um problema de dimensão descomodada, para o qual uma abordagem directa, tal como referido no capítulo anterior, não é, ainda hoje, exequível.

No capítulo seguinte evidenciaremos, de forma original, as dificuldades associadas à resolução de forma directa do problema primal, concluindo da necessidade da aplicação dum método que conduza à separabilidade do problema e das dificuldades e desvantagens a ele associadas.

CAPÍTULO

3

Relaxação Lagrangeana

Neste capítulo é resolvido o problema primal para dois exemplos simplificados e de pequena dimensão, e salienta-se a dificuldade de resolução do problema primal de maior dimensão e sem simplificações. Para contornar essa dificuldade recorre-se à relaxação Lagrangeana que, conjuntamente com técnicas de optimização dual, permite resolver o problema primal de forma indirecta. Esta resolução provém do enfraquecimento do problema primal, o que se pode traduzir na obtenção de soluções diferentes. É feita a interpretação geométrica da resolução do problema dual, para os dois exemplos considerados. Para estes exemplos, ilustram-se ainda ambas as soluções e as relações existentes entre si, concluindo-se acerca das vantagens e desvantagens da resolução do problema primal de forma indirecta, utilizando relaxação Lagrangeana.

3.1 Características genéricas do problema

A tarefa de afectação de unidades foi enunciada no capítulo anterior como sendo: estabelecer um mapa de operações factíveis, de cada recurso disponível num sistema de energia eléctrica, ao menor custo, para um período de tempo predefinido, por forma a satisfazer o diagrama de carga esperado e outras condições impostas pelo sistema. Este problema foi formulado como em (\mathcal{P}) , e a sua solução designada de afectação óptima. A formulação deste problema é aqui repetida por comodidade.

$$(\mathcal{P}) \quad \underset{u}{\text{Min}} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}) \quad (3.1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I p_{ik} = D_k \quad k=1, \dots, K \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^I R_{mi}(x_{ik}, p_{ik}) \geq R_{mk}^{req} \quad m=1, \dots, M \text{ e } k=1, \dots, K \quad (3.3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{J}_n} H_{ni}(x_{ik}, p_{ik}, u_{ik}) \geq H_n^{req} \quad n=1, \dots, N \quad (3.4)$$

em que

$$(x_{ik}, p_{ik}) = A_{ik}(x_{i,k-1}, u_{ik}) \quad i=1, \dots, I \text{ e } k=1, \dots, K \quad (3.5)$$

com

$$\begin{aligned} u_{ik} \in \mathcal{U}_{ik} & \quad x_{i0} = X_i^0 & \quad x_{ik} = X_i^K \\ i=1, \dots, I & \text{ e } k=1, \dots, K \end{aligned} \quad (3.6)$$

O problema acima enunciado, designado de problema primal, é de difícil resolução recorrendo a técnicas convencionais de optimização não linear. É um problema de grande complexidade e envolve programação inteira mista de larga escala. Exige tipicamente requisitos de computação que aumentam de forma exponencial com o número de recursos e com o número de estádios considerados no horizonte temporal. Os métodos, que hoje são adoptados, para resolver este problema são baseados na resolução do problema dual, em vez de resolver o problema primal de forma directa.

Para sistemas de pequena dimensão é possível encontrar uma solução para o problema primal. Só com a solução do problema primal se pode compreender (1) a complexidade da função de custo do problema primal e (2) as limitações e vantagens da utilização da relaxação Lagrangeana na resolução deste problema. De seguida vamos caracterizar a solução do problema primal, recorrendo a ilustrações, e resolver o mesmo problema recorrendo à relaxação Lagrangeana. Desta forma, pretendemos deixar claro as vantagens e limitações que advêm da utilização desta técnica de optimização — realçar as suas qualidades e compreender as suas limitações.

3.2 Problema primal — Ilustração

Por simplicidade e com o objectivo de tornar mais perceptível a ilustração do problema, pondo em evidência o que interessa apreender sob o ponto de vista qualitativo, vamos considerar como única condição imposta pelo sistema, para os exemplos considerados, o diagrama de carga. A solução do problema primal (solução óptima do problema enunciado em (\mathcal{P})) conduz à afectação óptima de todos os recursos observando as restrições — diagrama de carga — e é

conseguida recorrendo à optimização sequencial discreta — programação dinâmica.

Considerem-se três recursos ($I=3$), em que cada um dos recursos é caracterizado por (1) uma função de custo quadrática, (2) por um custo de arranque e (3) pela restrição de potência mínima e de potência máxima que cada um dos recursos consegue entregar.

Neste contexto, o número de configurações possíveis, para a afectação de unidades, será de 2^I . Se a modelação do recurso for de maior complexidade, por exemplo considerando o tempo mínimo desligado e o tempo mínimo ligado, o número de configurações aumenta de forma exponencial.

O conjunto \mathcal{D} dos valores possíveis para a demanda resulta da seguinte condição:

$$\mathcal{D} \in \{0\} \cup \mathcal{d} \tag{3.7}$$

em que

$$\mathcal{d} = [p_1^{\min} \ p_1^{\max}] \cup \dots \cup [p_I^{\min} \ , p_I^{\max}] \cup \left[\sum_{i=1}^2 p_i^{\min} \ , \sum_{i=1}^2 p_i^{\max} \right] \cup \dots \cup \left[\sum_{i=1}^I p_i^{\min} \ , \sum_{i=1}^I p_i^{\max} \right]$$

Esta condição obriga a que o nível de procura esteja dentro dos limites de operação de pelo menos uma das configurações possíveis para a afectação de unidades. É claro que, no conjunto das decisões admissíveis, algumas configurações para afectação de unidade são impossíveis.

Para cada uma das configurações possíveis é necessário determinar o nível óptimo de produção para cada unidade. De todas as configurações possíveis é então escolhida a que tiver o menor custo de operação.

Em particular, e para as ilustrações que se seguem, considere-se a seguinte função de custo óptimo

$$c : \Omega^m \rightarrow \Re \text{ com } \begin{cases} m = 1 & \text{se } K = 1 \\ m = 2 & \text{se } K = 2 \end{cases} \quad (3.8)$$

Esta função de custo óptimo representa a solução do problema (\mathcal{P}) em que: (1) só existe uma restrição (restrição de satisfação de carga) e (2) o horizonte temporal é limitado a uma ou a duas horas, ou seja $\Omega \equiv \mathcal{D}$ se $K = 1$ e $\Omega \equiv \mathcal{D}^2$ se $K = 2$. Nestes casos existe a possibilidade de representar a função de custo óptimo c na forma gráfica. Se aumentarmos o horizonte temporal deixa de ser possível a sua representação gráfica.

Vamos começar por ilustrar o exemplo em que $\Omega \equiv \mathcal{D}$ e de seguida será ilustrado o exemplo em que $\Omega \equiv \mathcal{D}^2$.

A. Horizonte temporal de uma hora

Neste exemplo a função de custo óptimo, que resulta da resolução do problema primal (\mathcal{P}), é uma função $c : \Omega \rightarrow \Re$ com $d \in \Omega \equiv \mathcal{D}$. Para cada valor de carga d considerado obtém-se um valor para a função de custo óptimo. Esse valor é obtido pela escolha, de entre as configurações possíveis, da configuração de menor custo — afectação óptima de unidades.

Neste exemplo, o espaço de decisão tem uma dimensão. É um problema de fácil ilustração e compreensão. Para cada restrição de carga existe uma afectação óptima de unidades. As unidades têm que entregar, numa hora, um valor de potência, d_1 , ao menor custo, c^* , Fig. 3.1.

Da ilustração da solução do problema primal, para o exemplo considerado, podemos concluir que: a função de custo óptimo c , solução do problema de afectação de unidades em \mathcal{D} , é mal comportada sob o ponto de vista da optimização matemática; é uma função não contínua e não convexa. Contudo, para subconjuntos do conjunto das decisões admissíveis \mathcal{D} , verifica-se que a função pode ser bem comportada — este facto resulta principalmente de não existir dinâmica.

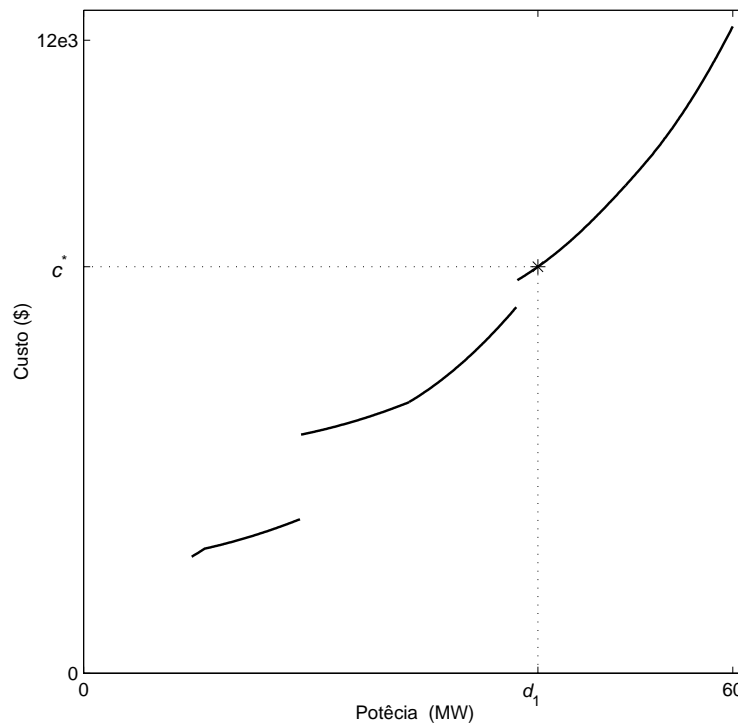


Fig. 3.1 Gráfico correspondente à solução do problema primal em \mathcal{D} — função de custo óptimo. Na figura é assinalado com ‘*’ o ponto correspondente ao custo óptimo c^* , para um problema de afectação de unidades num horizonte temporal de uma hora, com a restrição de carga d_1 .

B. Horizonte temporal de duas horas

Este exemplo é semelhante ao anterior, mas para um espaço de decisão com duas dimensões. Ou seja, a função de custo óptimo, que resulta da resolução do problema primal (\mathcal{P}), é uma função $c : \Omega^2 \rightarrow \mathfrak{R}$ com $d \in \Omega^2 \equiv \mathcal{D}^2$.

Para cada restrição de carga, isto é para cada valor de carga d_1 , na hora um, e de d_2 , na hora dois, obtém-se um valor para a função de custo óptimo, ao qual corresponde uma afectação óptima de unidades. Este exemplo apresenta já uma maior dificuldade de ilustração e compreensão. As unidades têm que entregar, em cada uma das duas horas, um valor de potência, d_1 e d_2 , respectivamente para a hora um e para a hora dois, ao menor custo c^* , Fig. 3.2.

Da ilustração da solução do problema primal, para este exemplo, podemos concluir que a função de custo óptimo é mal comportada sob o ponto de vista da optimização matemática; é uma função não contínua e não convexa. É também evidente que o comportamento da função de custo óptimo tende a piorar com o aumento da dimensão do espaço de decisão. A introdução das restrições de tempo mínimo ligado e de tempo mínimo desligado, para além de contribuírem para o aumento de dimensão do problema, introduzem ainda maior dinâmica no problema.

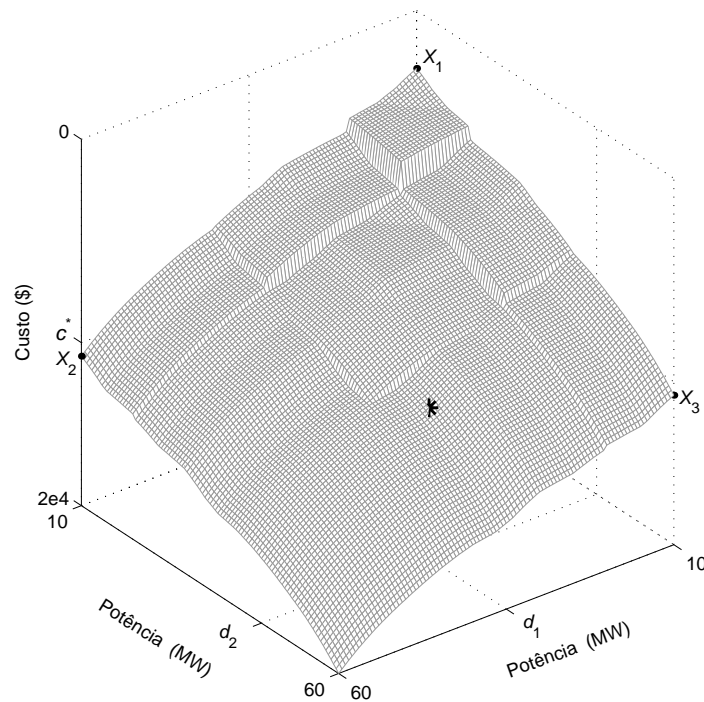


Fig. 3.2 Gráfico correspondente à solução do problema primal em d^2 . Na figura é assinalado com '*' o ponto correspondente ao custo óptimo c^* , para um problema de afectação de unidades num horizonte temporal de duas horas, com restrição de carga d_1 e d_2 , respectivamente para a hora um e para a hora dois. Os pontos X_1 , X_2 e X_3 assinalados pelo sinal '•' serão oportunamente usados na definição de um novo referencial.

Fica claro que o problema de afectação de unidades é um problema não linear que envolve decisões discretas. Qualquer tentativa para resolver o problema primal, utilizando os recursos computacionais actuais, é difícil pelo tempo computacional requerido devido à dimensão dos sistemas reais. Para obviar a este problema é aplicada a relaxação Lagrangeana.

3.3 Função de Lagrange

A. Motivação

A otimização com base na metodologia designada de relaxação Lagrangeana, tem sido aplicada a sistemas de energia eléctrica na coordenação hidrotérmica e na afectação de unidades térmicas desde 1976 [43]. Tal como referido em §1, muitos investigadores contribuíram com complementos e com sucessivos aperfeiçoamentos da metodologia básica. Uma revisão clara e compreensiva da literatura sobre este assunto pode ser encontrada em [3-5,11,44].

A vantagem mais relevante que resulta da utilização da relaxação Lagrangeana reside na decomposição do problema. A afectação de cada recurso é feita de forma óptima, mas independente de qualquer outra afectação — cada recurso passa a constituir uma entidade única e é otimizado individualmente. A otimização de um recurso é facilmente alcançável utilizando programação dinâmica.

Esta vantagem é conseguida à custa da, como o próprio nome indica, relaxação das restrições. As restrições que ligavam os recursos entre si são relaxadas, como por exemplo a restrição de igualdade entre a produção e a demanda, e o problema é resolvido existindo a possibilidade de violação das restrições. Contudo, as restrições relaxadas não são completamente ignoradas. Para compensar o enfraquecimento do problema (\mathcal{P}), a violação das restrições é linearmente penalizada na função de Lagrange, recorrendo a multiplicadores de Lagrange, por forma a desencorajar a violação das restrições. Ou seja, as restrições são relaxadas, mas é adicionado um termo à função de Lagrange que constitui um custo associado à violação de cada restrição.

B. Formulação

A função de Lagrange (simbolicamente representada por \mathcal{L}) surge assim da deslocação das restrições para a função objectivo do problema (\mathcal{P}). Deste modo, a função de Lagrange, que resulta do problema (\mathcal{P}), tal como formulado em (3.1), pela relaxação das restrições, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}, \lambda, \mu, \gamma) &= \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}) \\
&+ \sum_{k=1}^K \lambda_k \left(D_k - \sum_{i=1}^I p_{ik} \right) \\
&+ \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \mu_{mk} \left(R_{mk}^{req} - \sum_{i=1}^I R_{mi}(x_{ik}, p_{ik}) \right) \\
&+ \sum_{n=1}^N \gamma_n \left(H_n^{req} - \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{H}_n} H_{ni}(x_{ik}, p_{ik}, u_{ik}) \right) \quad (3.9)
\end{aligned}$$

Onde λ , μ e γ são os multiplicadores de Lagrange associados respectivamente à restrição de carga dada pela expressão (3.2), às restrições de capacidade dadas pela expressão (3.3) e às restrições cumulativas dadas pela expressão (3.4). Aos vectores dos multiplicadores de Lagrange dá-se também o nome de vectores das variáveis duais. Os termos adicionais da expressão (3.9) correspondem à relaxação das restrições referidas, estando cada uma das restrições associadas a um vector de variáveis duais. Como se depreende, qualquer restrição é facilmente formalizada em termos matemáticos na função de Lagrange.

A afectação de unidades requer agora que a função de Lagrange seja minimizada, sujeita às restrições locais. O problema de minimização da função de Lagrange é formulado como em (\mathcal{L}) .

$$(\mathcal{L}) \quad \underset{u}{\text{Min}} \mathcal{L} (x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}, \lambda, \mu, \gamma) \quad (3.10)$$

com

$$\mu \geq 0, \gamma \geq 0$$

sujeito a

$$(x_{ik}, p_{ik}) = A_{ik} (x_{i,k-1}, u_{ik})$$

$$u_{ik} \in \mathcal{U}_{ik} \quad x_{i0} = X_i^0 \quad x_{ik} = X_i^k$$

$$i = 1, \dots, I \quad k = 1, \dots, K$$

As restrições de desigualdade vêm o seu multiplicador restrito no sinal (maior ou igual a zero), enquanto que as restrições de igualdade não são restritas no sinal.

A relaxação Lagrangeana permite obter uma solução para o problema de afectação de unidades relaxando as restrições que ligam os recursos entre si e resolve o problema penalizando a violação das mesmas. A relaxação Lagrangeana avoca a optimização dual para encontrar a solução do problema (\mathcal{L}) , como veremos na secção seguinte.

3.3.1 Interpretação dos multiplicadores de Lagrange

O problema original (\mathcal{P}) consiste na minimização da função objectivo expressa em (3.1) que é uma função de custo e, por isso, com dimensão de um custo, (\$). Por coerência dimensional com o primeiro termo da função de Lagrange (\mathcal{L}) (função de custo — função objectivo), os multiplicadores de Lagrange exprimem-se em unidades de custo por unidade dos parâmetros da respectiva restrição associada.

Se a cada restrição ligarmos o conceito de produção, podemos dar uma interpretação económica aos multiplicadores de Lagrange. Suponha-se que o nível de produção associado a uma determinada restrição está em defeito e o seu multiplicador de Lagrange é positivo, então o termo adicionado à função objectivo (\mathcal{L}) é positivo. Deste modo, e atendendo às unidades dos multiplicadores de Lagrange, os multiplicadores de Lagrange são também nomeados de *preços sombra* — existe um custo definido pelo preço sombra. A interpretação que daqui resulta é a seguinte: se a produção está em defeito e o valor da função objectivo aumenta, então é possível inferir uma compra ideada da quantidade em defeito num pseudo mercado, em que o custo unitário é fixado pelo preço sombra. De forma idêntica, se se considerar que há excesso de produção (o termo adicionado à função objectivo (\mathcal{L}) do problema (\mathcal{P}) é negativo) o valor da função objectivo diminui, então é possível inferir uma venda ideada da quantidade em excesso num pseudo mercado, em que o custo unitário é fixado pelo preço sombra.

Esta interpretação assiste a algumas definições e estratégias de mercado como veremos adiante.

3.4 O problema dual de Lagrange

Dado um problema de optimização, existe um outro problema associado com o primeiro. O problema original é nomeado de *problema primal* e o segundo, associado ao primeiro, é nomeado de *problema dual de Lagrange*. Mediante certas condições de convexidade, a solução do problema primal e a solução do problema dual têm o mesmo valor, isto é, a função objectivo do problema primal tem o mesmo valor óptimo da função objectivo do problema dual, sendo possível resolver o problema primal de forma indirecta por resolução do problema dual.

A. Motivação

Como referido nas secções anteriores deste capítulo, o problema primal (\mathcal{P}) é não convexo e não linear e é de difícil resolução. A formulação do problema dual de Lagrange conduziu a diversos algoritmos de resolução de problemas lineares de grande dimensão, bem como de resolução de problemas não convexos e não lineares como o problema (\mathcal{P}) [45-47]. A grande vantagem que resulta da aplicação da técnica de optimização dual de Lagrange advém da optimização de uma função côncava sobre um conjunto convexo, isto é, há variáveis do problema que são limitadas inferiormente.

B. Formulação

A função dual de Lagrange é definida como se segue:

$$q(\lambda, \mu, \gamma) = \underset{u}{\text{Min}} \mathcal{L}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}, \lambda, \mu, \gamma) \quad (3.11)$$

sujeito a

$$(x_{ik}, p_{ik}) = A_{ik}(x_{i,k-1}, u_{ik})$$

$$u_{ik} \in \mathcal{U}_{ik} \quad x_{i0} = X_i^0 \quad x_{ik} = X_i^k$$

$$i=1, \dots, I \quad k=1, \dots, K$$

A função dual de Lagrange (3.11) exhibe algumas propriedades que interessa realçar [43,45,46]: (1) é uma função côncava e (2) é uma função subdiferenciável.

Uma vez que a função dual de Lagrange é uma função côncava, um ótimo local é também o ótimo global da função. Como será visto à frente, os subgradientes da função dual de Lagrange desempenham um papel importante na maximização da função dual — o vector dos desvios ligados às restrições, que é facilmente obtido, é um subgradiente g , da função dual de Lagrange, num determinado ponto definido pelos valores dos multiplicadores de Lagrange [43,45,46].

O subgradiente g , da função dual de Lagrange, pode ser representado na seguinte forma:

$$g = \begin{bmatrix} \dots \\ D_k - \sum_{i=1}^I p_{ik} \\ \dots \\ \hline \dots \\ R_{mk}^{req} - \sum_{i=1}^I R_{mi}(x_{ik}, p_{ik}) \\ \dots \\ \hline \dots \\ H_n^{req} - \sum_{k=1}^K \sum_{i \in \mathcal{I}_n} H_{ni}(x_{ik}, p_{ik}, u_{ik}) \\ \dots \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

O problema dual de Lagrange associado ao problema (\mathcal{P}) e ao enfraquecimento deste como no problema (\mathcal{L}) , é formulado como se segue:

$$(\mathcal{L}) \quad \text{Max } q(\lambda, \mu, \gamma) \quad (3.13)$$

sujeito a

$$\mu \geq 0, \gamma \geq 0$$

O problema dual de Lagrange consiste na maximização de um mínimo (3.11).

A função dual q pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 q(\lambda, \mu, \gamma) = & \sum_{i=1}^I q_i(\lambda, \mu, \gamma) \\
 & + \sum_{k=1}^K \lambda_k D_k \\
 & + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \mu_{mk} R_{mk}^{req} \\
 & + \sum_{n=1}^N \gamma_n H_n^{req}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

em que

$$\begin{aligned}
 q_i(\lambda, \mu, \gamma) = & \text{Min}_{u_i} \sum_{k=1}^K \left(C_{ik}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}) \right. \\
 & - \lambda_k p_{ik} \\
 & - \sum_{m=1}^M \mu_{mk} R_{mi}(x_{ik}, p_{ik}) \\
 & \left. - \sum_{n=1}^N \gamma_n H_{ni}(x_{i,k-1}, p_{ik}, u_{ik}) \right)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

sujeito a

$$(x_{ik}, p_{ik}) = A_{ik}(x_{i,k-1}, u_{ik})$$

$$u_{ik} \in \mathcal{U}_{ik} \quad x_{i0} = X_i^0 \quad x_{ik} = X_i^k$$

$$k = 1, \dots, K$$

A solução do problema (2) representa um esforço pequeno quando comparado com o esforço necessário à solução do problema primal (P). Façamos notar algumas diferenças importantes:

- D1 no problema (P) a afectação dos recursos é feita conjuntamente de forma óptima para todos os recursos, enquanto que no problema (2), pela decomposição, cada recurso passa a constituir uma entidade única e é optimizado individualmente;
- D2 a função objectivo do problema (P) é uma função não convexa e não contínua, enquanto que no problema (2) a função objectivo é uma função côncava;
- D3 o problema primal (P) não é igual ao problema dual (2). Quando resolvemos o problema dual estamos a resolver um problema diferente. Ou seja, todas as formulações feitas para chegar ao problema dual foram feitas à custa do enfraquecimento do problema primal. De facto, como já referido, só mediante certas condições de convexidade, referentes ao problema primal, o problema primal e o problema dual têm o mesmo valor no ponto óptimo, para a função objectivo — nessas condições, a solução que é obtida por resolução do problema dual é a mesma solução que seria obtida por resolução directa do problema primal.

Dado o exposto acima, a resolução do problema dual (2) pode parecer uma tarefa acessível. Contudo, outras complexidades aparecem porque (1) a função dual não é necessariamente diferenciável em alguns pontos, isto é, pode não ter gradiente em alguns pontos (não é suave e apresenta arestas), e porque (2) não é

dada por uma expressão analítica fácil de computar, uma vez que a função dual de Lagrange só pode ser computada após a minimização de todos os subproblemas indicados em (3.15). A resolução do problema dual será tratada à frente.

Porque o problema primal é diferente do problema dual é necessário assinalar a relação entre ambos os problemas. Esta relação resulta no facto de a solução do problema dual (valor óptimo para a função dual), em regra, conduzir a uma afectação de unidades que não satisfaz as restrições, que entretanto foram relaxadas. Ou seja, é necessário analisar toda a informação que é dada pela solução do problema dual. Nomeadamente, é necessário responder às seguintes questões:

- (1) Qual é a afectação de unidades que resulta da solução do problema dual?
- (2) É esta afectação de unidades, em termos do problema primal, uma afectação óptima?
- (3) É uma solução subóptima em termos do problema primal — é possível satisfazer as restrições?

Para responder a estas questões, vamos ilustrar de seguida a função dual para os mesmos exemplos considerados em §3.2.

3.5 Ilustração da função dual de Lagrange

Como já foi referido na secção anterior, a resolução do problema dual de Lagrange (2) é uma tarefa difícil e será tratada à frente. Contudo, o cômputo do valor da função dual num ponto pode sempre ser obtido, bastando para isso

proceder à otimização de todos os subproblemas indicados em (3.15).

Em particular, e para as ilustrações que se seguem, usando os mesmos exemplos considerados em §3.2, a função dual é a seguinte:

$$q: \Theta^m \rightarrow \Re \text{ com } \begin{cases} m = 1 & \text{se } K = 1 \\ m = 2 & \text{se } K = 2 \end{cases} \quad (3.16)$$

Esta função dual corresponde a um problema primal em que: (1) só existe uma restrição (restrição de satisfação de carga — o multiplicador de Lagrange associado a esta restrição não é restrito no sinal, pelo que $\Theta \equiv \Re$) e (2) o horizonte temporal é limitado a uma ou a duas horas. Neste caso, existe a possibilidade de calcular o valor da função dual na proximidade do seu máximo e representá-la na forma gráfica. Se aumentarmos o horizonte temporal, ou o número de restrições do problema primal, deixa de ser possível representar de forma gráfica a função dual. Contudo, a representação gráfica da função dual, para uma ou duas dimensões do espaço de decisão, permite inferir do seu comportamento para problemas de dimensão superior.

A. Horizonte temporal de uma hora

Considere-se o problema primal apresentado em §3.2 para $K = 1$. A função dual, que resulta do enfraquecimento do problema primal, é representada na Fig. 3.3. Esta figura foi obtida para um subconjunto de valores de $\lambda \in \Theta \equiv \Re$. Para cada valor de λ considerado obtém-se um valor para a função dual. A Fig. 3.3 mostra que a função dual é uma função côncava e subdiferenciável, isto é, diferenciável em quase toda a parte, em que $\lambda^* \in \Re$ é o valor do multiplicador de Lagrange que conduz à solução do problema dual, ou seja,

$$q^*(\lambda^*) = \underset{\lambda \in \mathfrak{R}}{\text{Max}} q(\lambda) \quad (3.17)$$

Neste exemplo, e porque estamos a considerar apenas a restrição da carga, um subgradiente (ver (3.12)) é dado por:

$$g = d_1 - \sum_{i=1}^I p_i \quad (3.18)$$

Uma vez encontrada a solução do problema dual (2), ou seja, obtido o valor de $q^*(\lambda^*)$, surge a seguinte pergunta: qual é o gradiente ao qual corresponde o valor máximo da função dual? A função dual não é diferenciável no seu ponto máximo, isto é, a função não tem gradiente nesse ponto. Já em termos de resultados numéricos, podemos afirmar que ao ponto máximo da função dual correspondem dois subgradientes, tal como se mostra a seguir.

Considere-se:

- (1) o valor óptimo do problema dual (2), $q^*(\lambda^*)$ — valor da função dual para λ^* ;
- (2) o valor da função dual para $(\lambda^* - \varepsilon)$ ou seja $q(\lambda^* - \varepsilon)$ (ε é uma variação infinitesimal de λ), ao qual corresponde o gradiente g_1 ;
- (3) o valor da função dual para $(\lambda^* + \varepsilon)$ ou seja $q(\lambda^* + \varepsilon)$, ao qual corresponde o gradiente g_2 .

Em termos numéricos é válida a seguinte igualdade:

$$q(\lambda^* - \varepsilon) = q(\lambda^* + \varepsilon) = q^*(\lambda^*) \quad \varepsilon \rightarrow 0$$

Por conseguinte, podemos afirmar que no valor óptimo do problema dual (2) identificamos dois subgradientes diferentes, g_1 e g_2 . A existência de dois

subgradientes diferentes leva à conclusão de que (ver (3.18)) existem duas possibilidades de afectação de unidades para a mesma demanda d_1 — dois

valores distintos para $\sum_{i=1}^I p_i$.

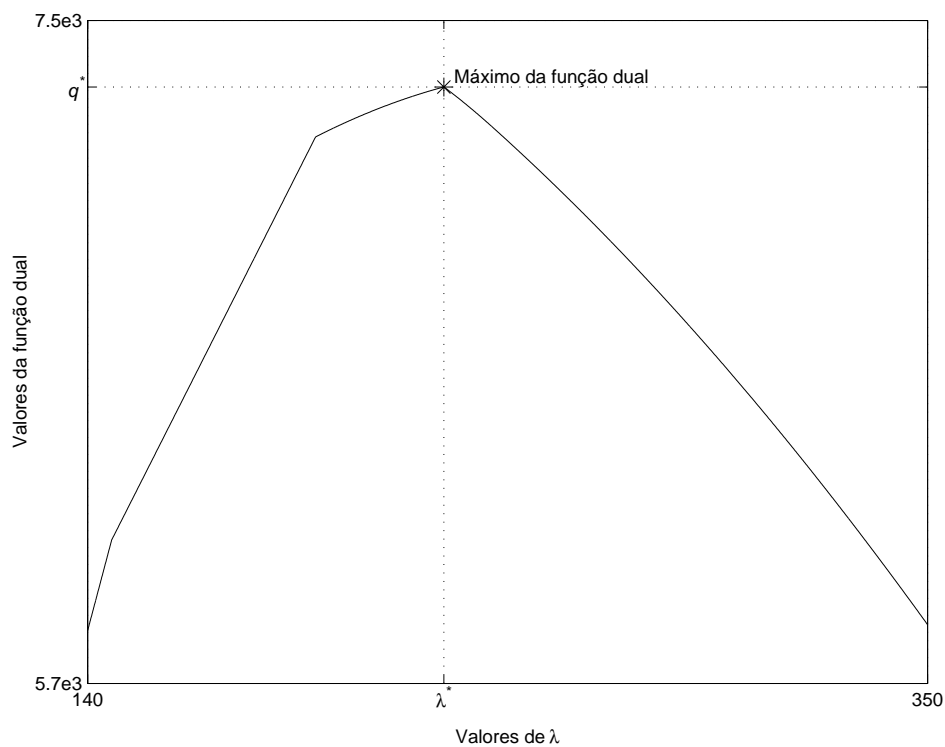


Fig. 3.3 Gráfico correspondente à solução do problema dual do problema primal cuja solução foi assinalada na Fig. 3.1. Na figura encontra-se assinalado o valor óptimo da função dual — valor máximo da função, q^* , que é obtido para o valor de λ^* .

Em conclusão e em resposta às questões formuladas na secção anterior, podemos afirmar o seguinte:

- (1) ao ponto óptimo do problema dual (\mathcal{Q}) correspondem duas soluções distintas em termos de afectação de unidades;
- (2) o facto de existirem duas soluções distintas com diferentes valores objectivo do problema primal (\mathcal{P}) para a afectação de unidades, tal como em (1), leva a concluir que a solução óptima do problema dual não corresponde à solução óptima do problema primal. O custo óptimo do problema dual, q^* na Fig. 3.3, é inferior ao custo óptimo do problema primal, c^* na Fig. 3.1, ou seja $q^* < c^*$ — a solução do problema primal é diferente da solução do problema dual;
- (3) a solução do problema dual é uma solução subóptima em termos do problema primal — subóptima no sentido em que minimiza um custo determinado pela função de Lagrange, mas não satisfaz a restrição de carga. Nomeadamente, temos, em termos do problema primal, uma solução à qual irá corresponder uma produção em excesso e temos uma outra solução à qual irá corresponder uma produção em defeito.

B. Horizonte temporal de duas horas

Considere-se o problema primal definido em §3.2 para $K = 2$. A função dual, que resulta do enfraquecimento do problema primal, é representada na Fig. 3.4 (esta figura foi obtida para um subconjunto de valores de $\lambda \in \Theta \equiv \mathbb{R}^2$). O vector dos multiplicadores de Lagrange tem duas componentes — $\lambda = [\lambda_1 \quad \lambda_2]'$. Para cada valor das componentes do vector dos multiplicadores de Lagrange, λ_1 e

λ_2 consideradas, obtém-se um valor para a função dual. A Fig. 3.4 mostra que a função dual é uma função côncava e subdiferenciável, em que $\lambda \in \mathbb{R}^2$ e é o vector que contém os valores dos multiplicadores de Lagrange que conduzem à solução do problema dual, ou seja,

$$q^*(\lambda^*) = \underset{\lambda \in \mathbb{R}^2}{\text{Max}} q(\lambda)$$

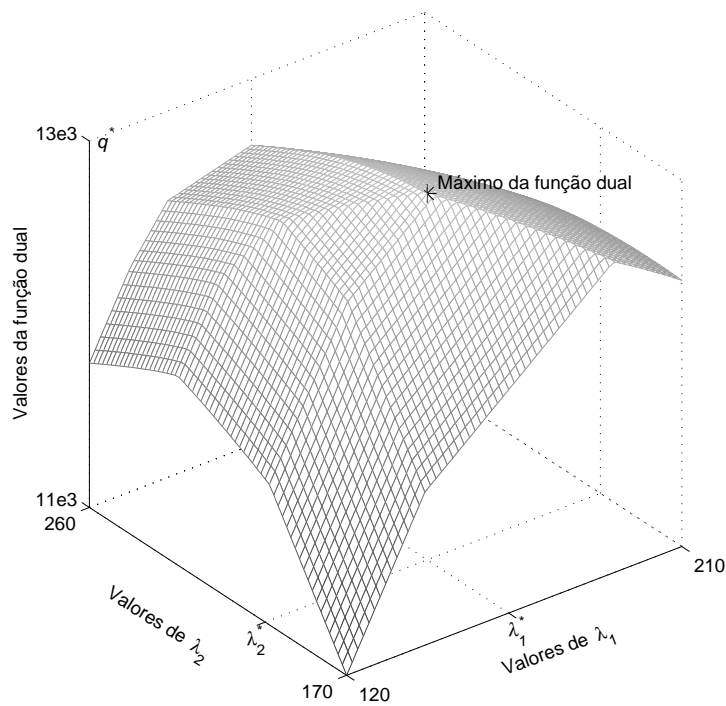


Fig. 3.4 Gráfico correspondente à solução do problema dual do problema primal cuja solução foi assinalada na Fig. 3.2. Na figura encontra-se assinalado o valor óptimo da função dual — valor máximo da função, q^* , que é obtido para os valores de λ_1^* e λ_2^* .

Neste exemplo, e porque estamos a considerar apenas a restrição da carga, um subgradiente (ver (3.12)) é dado por:

$$g = \begin{bmatrix} d_1 - \sum_{i=1}^I p_{i1} \\ d_2 - \sum_{i=1}^I p_{i2} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Uma vez encontrada a solução do problema dual (2), ou seja, obtido o valor de $q^*(\lambda^*)$, surge de novo a seguinte pergunta: qual é o gradiente ao qual corresponde o valor máximo da função dual? Tal como no caso anterior, também neste caso a função dual não é diferenciável no seu ponto máximo, isto é, a função não tem gradiente nesse ponto. Já em termos de resultados numéricos, podemos afirmar que ao ponto máximo da função dual correspondem quatro subgradientes — e aqui reside a grande diferença em relação ao caso anterior, onde existia apenas um multiplicador de Lagrange e, por isso, a variação deste multiplicador definia apenas uma direcção. Neste caso, e note-se que só aumentámos uma dimensão ao espaço de decisão do problema, existem infinitas direcções definidas pelas várias combinações possíveis das componentes do vector dos multiplicadores de Lagrange. Assim, em termos teóricos, e para o mesmo valor óptimo do problema dual (2), poderíamos ter infinitos subgradientes. Tal não acontece, como veremos na secção seguinte, devido à natureza da optimização do problema primal através da optimização do seu problema dual de Lagrange.

A existência de quatro subgradientes diferentes leva à conclusão de que (ver (3.19)) existem quatro possibilidades de afectação de unidades para a mesma demanda d_1 e d_2 — quatro pares de valores distintos para

$$\left(\sum_{i=1}^I p_{i1}, \sum_{i=1}^I p_{i2} \right).$$

A Fig. 3.5 mostra a representação gráfica de linhas de contorno da função dual, na qual se distinguem as quatro diferentes faces que se juntam no seu ponto máximo, sendo que a cada uma dessas faces corresponde um subgradiente.

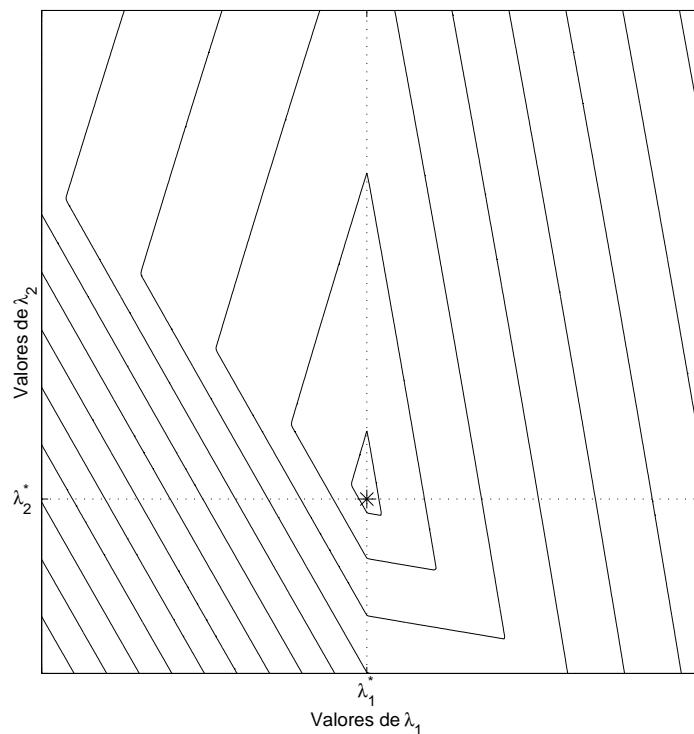


Fig. 3.5 Representação gráfica de linhas de contorno da função dual representada na Fig. 3.4. Na figura encontra-se assinalado o valor ótimo da função dual — valor máximo da função, q^* , que é obtido para os valores de λ_1^* e λ_2^* . Note-se que a cada face da função dual corresponde um subgradiente — ou seja existem quatro faces que se juntam no ponto ótimo.

Em conclusão e em resposta às questões formuladas na secção anterior, podemos agora afirmar, para este exemplo, o seguinte:

- (1) ao ponto óptimo do problema dual (\mathcal{Q}) correspondem quatro soluções distintas em termos de afectação de unidades;
- (2) o facto de existirem quatro soluções distintas com diferentes valores objectivo do problema primal (\mathcal{P}) para a afectação de unidades, tal como em (1), leva a concluir que a solução óptima do problema dual não corresponde à solução óptima do problema primal. O custo óptimo do problema dual, q^* na Fig. 3.4, é inferior ao custo óptimo do problema primal, c^* na Fig. 3.2, ou seja $q^* < c^*$ — a solução do problema primal é diferente da solução do problema dual;
- (3) a solução do problema dual é uma solução subóptima em termos do problema primal — subóptima no sentido em que minimiza um custo determinado pela função de Lagrange, mas não satisfaz a restrição de carga. Nomeadamente, temos, em termos do problema primal, quatro soluções distintas às quais irão corresponder uma produção em defeito para d_1 e d_2 em duas dessas soluções, uma produção em defeito para d_1 e em excesso para d_2 e uma produção em excesso para d_1 e d_2 .

Note-se que, quer no exemplo apresentado em A. quer neste exemplo, foi concluído que, não sendo o valor óptimo do problema dual (\mathcal{Q}) o mesmo do problema primal (\mathcal{P}), existem várias afectações óptimas — sobre o ponto de vista do problema dual.

Importa agora analisar: (1) a razão pela qual aparecem várias soluções não óptimas em termos do problema primal, determinadas pela resolução do problema dual, para a afectação de unidades e acomodar essas soluções na solução do problema primal; e (2) investigar a relação entre o problema primal e o problema dual de Lagrange, verificando em que condições o valor da solução do problema dual de Lagrange é igual ao valor da solução do problema primal.

3.6 Salto de dualidade

O conceito de *salto de dualidade* está directamente ligado com a relação entre o valor da solução do problema primal e o valor da solução do problema dual de Lagrange. Assim, por definição, o salto de dualidade é a diferença entre estes dois valores. Ou seja,

$$\xi = c^* - q^* \quad (3.20)$$

em que,

ξ : salto de dualidade

c^* : valor da solução do problema primal (\mathcal{P})

q^* : valor da solução problema dual de Lagrange (\mathcal{Q})

Podemos desde já afirmar que o valor da solução do problema primal é maior ou igual ao valor da solução do problema dual de Lagrange [45,46]. Ou seja,

$$c^* \geq q^*$$

Pelo exposto, conclui-se que o salto de dualidade será uma medida da distância entre o valor da solução do problema primal (\mathcal{P}) e o valor da solução do problema dual (\mathcal{Q}). Se a desigualdade prevalecer então existe salto de dualidade — que devido às características do problema primal quase sempre acontece.

De seguida, vamos ilustrar o significado geométrico de (1) salto de dualidade e (2) da solução óptima do problema dual de Lagrange e das soluções não óptimas a este associadas, em termos do problema primal, para os exemplos que temos vindo a considerar.

A. Horizonte temporal de uma hora

Considere-se o problema primal e a função de custo óptimo $c : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$, com $\Omega \equiv \mathcal{D}$, que resulta da sua solução no domínio \mathcal{D} para uma hora, tal como definido em §3.2. Faça-se passar pelo ponto, cuja ordenada é definida pelo valor da solução óptima do problema primal c^* e cuja abcissa é definida pela carga d_1 a satisfazer, uma recta r_1 perpendicular ao eixo da demanda (eixo das abcissas), como mostra a Fig. 3.6. Nesta figura, a recta de suporte r_2 , que intersecta a recta vertical r_1 , é maximizante. Ou seja, o ponto de intersecção entre as rectas r_1 e r_2 corresponde ao máximo da função dual q^* , e o declive da recta r_2 é dado pelo valor do multiplicador de Lagrange λ^* , que maximiza a função dual.

A recta de suporte r_2 , com declive λ^* , é também definida por dois pontos pertencentes à solução óptima do problema primal que aqui designaremos por pontos de suporte. Os pontos de suporte da recta, pontos definidos por

$P^A(d_1^{sA}, c^{sA})$ e $P^B(d_1^{sB}, c^{sB})$, correspondem às duas afectações de unidades, em termos do problema primal, definidas pelo máximo da função dual, tal como se fez notar em §3.5.

A interpretação geométrica para a existência dos dois pontos de suporte é a seguinte: dado um valor de carga a satisfazer, ao qual corresponde um valor óptimo primal, a recta r_2 maximiza o problema dual de Lagrange quando for uma recta tangente inferior a esse ponto; como não consegue ser tangente a esse ponto assenta nos pontos que a suportam, Fig. 3.6.

A interpretação geométrica para a solução do problema dual de Lagrange resulta da intersecção das rectas r_1 e r_2 , uma vez que r_2 não consegue ser tangente no ponto óptimo primal. Como a recta r_2 não consegue ser tangente no ponto óptimo primal então existe salto de dualidade. O salto de dualidade foi definido (3.20) como sendo a diferença entre o valor da solução do problema primal e o valor da solução do problema dual de Lagrange. A sua interpretação geométrica corresponde à distância, medida sobre a recta vertical r_1 , entre o valor óptimo do problema primal, c^* , e o valor óptimo do problema dual de Lagrange, q^* — segmento de recta a traço grosso da Fig. 3.6.

Porque algumas variáveis do problema primal são inteiras, comprometendo as propriedades de convexidade, a solução do problema dual de Lagrange é diferente da solução do problema primal. No entanto, para este exemplo simplificado, é possível inferir que se o problema fosse resolvido para uma restrição de carga de valor superior a d_1^{sB} , a recta r_2 seria tangente a esse ponto — o valor óptimo do problema primal seria igual ao valor óptimo do problema dual de Lagrange. Neste caso, a resolução do problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}) seria equivalente à resolução do problema primal (\mathcal{P}).

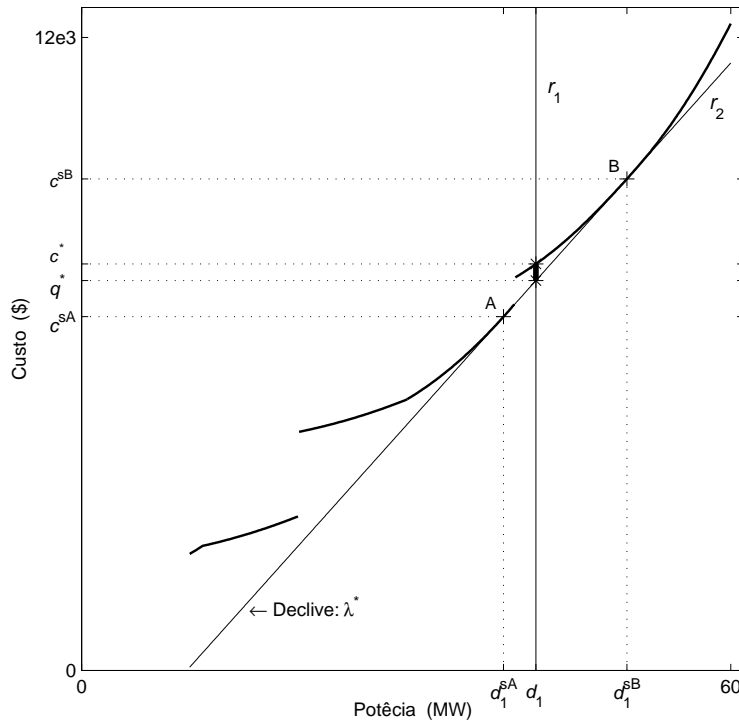


Fig. 3.6 Gráfico correspondente à solução do problema primal, em \mathcal{D} , para ilustração geométrica do significado de salto de dualidade e da relação entre a solução do problema primal e a solução do problema dual de Lagrange. Na figura são marcados, sobre a solução do problema primal em todo o domínio \mathcal{D} , os seguintes pontos: (1) o valor ótimo do problema primal com coordenadas $c^*(d_1, c^*)$, (2) o valor ótimo do problema dual, com coordenadas $q^*(d_1, q^*)$ — este ponto corresponde à intersecção entre a recta r_1 e a recta r_2 , (3) o custo e a demanda correspondentes à solução do problema dual em termos de afectação de unidades — pontos A e B definidos pelas coordenadas $P^A(d_1^{SA}, c^{SA})$ e $P^B(d_1^{SB}, c^{SB})$.

Para problemas de larga escala, como já referido, não é possível obter um valor ótimo para o problema primal; assim, não é exequível obter o valor para o salto de dualidade. Alguns autores definem salto de dualidade como sendo a diferença entre o custo obtido para uma afectação ótima fazível, que resulte de

uma solução do problema dual de Lagrange, e o valor óptimo dessa mesma solução. Para nós tal interpretação é excessiva. No nosso entender, e de acordo com a nossa experiência computacional, para problemas de larga escala nem sempre é possível obter uma afectação fazível que resulte da solução do problema dual de Lagrange. É possível obter uma solução fazível, mas esta não resulta da solução do problema dual de Lagrange. Se a esta solução corresponder um custo, que designaremos de c^{admi} , este será sempre um majorante do custo óptimo primal. Assim, é possível definir uma medida da proximidade desta afectação relativamente à solução do problema primal como:

$$\xi < c^{admi} - q^*, \quad c^{sB} \text{ é um exemplo de } c^{admi} \quad (3.21)$$

Mesmo que a c^{admi} correspondesse uma solução óptima do problema dual de Lagrange, a medida de proximidade definida em (3.21) é ambígua em termos de salto de dualidade, uma vez que não se sabe quão perto da solução do problema primal está a solução do problema dual de Lagrange.

B. Horizonte temporal de duas horas

Considere-se o problema primal e a função de custo óptimo $c : \Omega \rightarrow \mathfrak{R}$, com $\Omega \equiv \mathcal{D}^2$, que resulta da sua solução no domínio \mathcal{D} para duas horas, tal como definido em §3.2. A diferença deste exemplo em relação ao anterior resulta do aumento do horizonte temporal de uma para duas horas. Importa apresentar este exemplo porque, permitindo ainda a ilustração, resulta numa maior complexidade, quer do problema primal, quer do problema dual de Lagrange associado. Assim, pretende-se a interpretação geométrica para a solução do

problema primal e do problema dual de Lagrange associado e, a partir daí, generalizar para problemas de maior dimensão.

Faça-se passar pelo valor da solução do problema primal — custo óptimo c^* para satisfazer a carga d_1 na hora um e a carga d_2 na hora dois — uma recta r perpendicular ao plano definido pelos eixos da demanda (eixo das abcissas para a demanda na hora um e eixo das ordenadas para a demanda na hora dois), como mostra a Fig. 3.7. Nesta figura já não existe recta de suporte mas sim um plano de suporte definido pelos pontos A, B, C e D, e que designaremos por plano p . Este plano, que intersecta a recta vertical r , é maximizante. Ou seja, o ponto de intersecção entre a recta r e o plano p corresponde ao máximo da função dual, q^* . O plano p pode ser definido por dois vectores directores e um ponto a ele pertencente. Quer os vectores directores do plano p , quer o ponto pertencente ao plano p , são definidos pela solução do problema dual de Lagrange.

O declive da recta, que resulta da intersecção do plano p com o plano definido pelo eixo das abcissas x_1 (demanda na hora um) e pelo eixo das cotas x_3 (valores da função de custo c), é determinado pelo valor do multiplicador de Lagrange associado à restrição de carga na hora um. O declive da recta, que resulta da intersecção do plano p com o plano definido pelo eixo das ordenadas x_2 (demanda na hora dois) e pelo eixo das cotas x_3 , é determinado pelo valor do multiplicador de Lagrange associado à restrição de carga na hora dois. Assim, dois vectores directores do plano p são os seguintes:

$$u^1 = [1 \quad 0 \quad \lambda_1]$$

$$u^2 = [0 \quad 1 \quad \lambda_2]$$

Para que possamos definir o plano p é ainda necessário identificar um ponto a ele pertencente. É possível inferir que esse ponto P resulta do ótimo do problema dual de Lagrange, e é definido pelas seguintes coordenadas:

$$P(d_1, d_2, q^*(\lambda_1^*, \lambda_2^*))$$

Desta forma, é possível representar o plano pela seguinte equação

$$a x = b$$

em que

$$a = [-\lambda_1 \quad -\lambda_2 \quad 1]$$

$$x = [d_1 \quad d_2 \quad c]'$$

$$b = q^*(\lambda_1^*, \lambda_2^*) - \lambda_1 d_1 - \lambda_2 d_2$$

O plano p pode também ser definido por três pontos a ele pertencentes. Deste modo, o plano p pode também ser definido por três pontos pertencentes à solução ótima do problema dual, que aqui designaremos por pontos de suporte. Os pontos de suporte do plano p , para este exemplo, são três de entre os pontos $P^A(d_1^{sA}, d_2^{sA}, c^{sA})$, $P^B(d_1^{sB}, d_2^{sB}, c^{sB})$, $P^C(d_1^{sC}, d_2^{sC}, c^{sC})$ e $P^D(d_1^{sD}, d_2^{sD}, c^{sD})$, e correspondem às quatro afectações de unidades, em termos do problema primal, definidas pelo máximo da função dual, tal como se fez notar em §3.5. As quatro soluções obtidas advêm da simetria da função de custo ótimo e resultam das simplificações consideradas.

A interpretação geométrica para a existência de no mínimo três pontos de suporte é a seguinte: dado um valor de carga a satisfazer, ao qual corresponde um valor ótimo primal, o plano p maximiza o problema dual de Lagrange quando for um plano tangente inferior a esse ponto; como não consegue ser

tangente a esse ponto assenta nos pontos que o suportam, Fig. 3.7. Generalizando para um espaço n -dimensional, existirá um hiperplano que assenta em n pontos desse espaço. Ou seja, existem n afectações diferentes que correspondem à solução do problema dual de Lagrange.

Se o plano p não conseguir ser tangente ao ponto óptimo primal então existe salto de dualidade. A interpretação geométrica do salto de dualidade, definido como sendo a diferença entre o valor da solução do problema primal e o valor da solução do problema dual de Lagrange em (3.20), corresponde neste exemplo à distância, medida sobre a recta r perpendicular ao plano definido pelos eixos das abcissas e das ordenadas, entre o valor óptimo do problema primal, c^* , e o valor óptimo do problema dual de Lagrange, q^* — segmento de recta a traço grosso da Fig. 3.7.

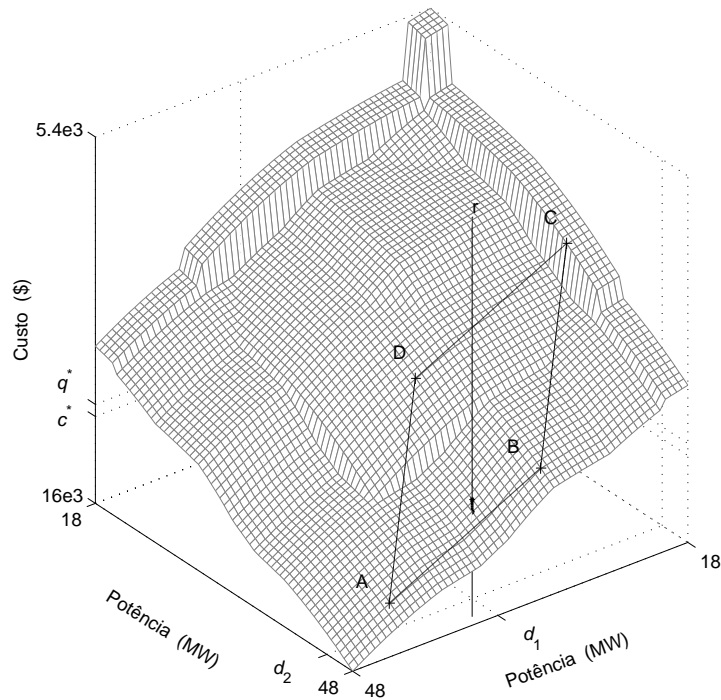


Fig. 3.7 Gráfico correspondente à solução do problema primal, em \mathcal{d}^2 , para ilustração geométrica do significado de salto de dualidade e da relação entre a solução do problema primal e a solução do problema dual de Lagrange. Note-se que esta figura tem os eixos invertidos para facilitar a visualização do gráfico. Na figura são marcados, sobre a solução do problema primal, os seguintes pontos: (1) valor óptimo do problema primal, com coordenadas $c^*(d_1, d_2, c^*)$, (2) valor óptimo do problema dual, com coordenadas $q^*(d_1, d_2, q^*)$ — este ponto corresponde à intersecção entre o plano p , plano definido por três de entre os pontos A, B, C e D, e a recta r perpendicular ao plano definido pelos eixos das abcissas e das ordenadas e (3) o custo e a demanda correspondentes à solução do problema dual em termos de afectação de unidades — pontos A, B, C e D de coordenadas $P^A(d_1^{sA}, d_2^{sA}, c^{sA})$, $P^B(d_1^{sB}, d_2^{sB}, c^{sB})$, $P^C(d_1^{sC}, d_2^{sC}, c^{sC})$ e $P^D(d_1^{sD}, d_2^{sD}, c^{sD})$.

Com o objectivo de melhor ilustrar a função de custo óptimo, para este exemplo de maior complexidade, fez-se uma mudança de referencial. Assim, considere-se que o eixo x'_1 do novo referencial passa a ser definido pelos pontos X_1 e X_2 representados em §3.2, na Fig. 3.2, e que o eixo x'_2 passa a ser definido pelo ponto X_1 e pelo ponto X_3 da mesma figura que, dada a simetria do problema, tem a mesma cota do ponto X_2 ; o eixo x'_3 passa pelo ponto X_1 e é normal aos eixos x'_1 e x'_2 . A representação da função de custo óptimo, neste referencial, é ilustrada na Fig. 3.8.

Como já referimos, algumas variáveis do problema primal são inteiras comprometendo as propriedades de convexidade da função de custo óptimo — a Fig. 3.8 põe em evidência a natureza não convexa dessa função, mesmo para um problema com as simplificações consideradas e de dimensão reduzida.

Se atendermos à interpretação geométrica dada à solução do problema dual de Lagrange verificamos, por observação da Fig. 3.8, que a sua solução conduz, com algumas excepções, a uma solução diferente da do problema primal — existe salto de dualidade. Note-se o seguinte:

- N1 o plano que resulta da solução do problema dual de Lagrange assenta nos pontos assinaladas pelo sinal '+' e não consegue ser tangente ao ponto assinalado pelo sinal '*', ao qual corresponde a solução do problema primal;
- N2 as excepções encontram-se num subdomínio da função de custo óptimo, para o qual a solução do problema dual de Lagrange seria igual à solução do problema primal. Este subdomínio corresponde aos valores de maior custo para a função de custo óptimo, que resulta de todas as unidades estarem afectadas; como todas as unidades são necessárias para satisfazer

a carga deixam de existir decisões discretas, fazendo com que a função de custo óptimo seja convexa. Assim, é possível inferir que se o problema fosse resolvido para uma restrição de carga que pertencesse a esse subdomínio, por exemplo se a carga correspondesse ao ponto assinalado com '•', então o valor óptimo do problema primal seria igual ao valor óptimo do problema dual de Lagrange. Neste caso, a resolução do problema dual de Lagrange (\mathcal{D}) seria equivalente à resolução do problema primal (\mathcal{P}).

A Fig. 3.9 ilustra também a função de custo óptimo, mas através de linhas de contorno. Esta ilustração evidencia a descontinuidade da função de custo óptimo, que resulta de se terem considerado custos de arranque. Para além disso, observe-se a irregularidade, função não convexa e não contínua, na função de custo óptimo, originando salto de dualidade. A simetria diagonal da figura revela que não existe dinâmica no exemplo considerado, porque não foram considerados tempo mínimo ligado e tempo mínimo desligado e porque o horizonte temporal é somente de duas horas.

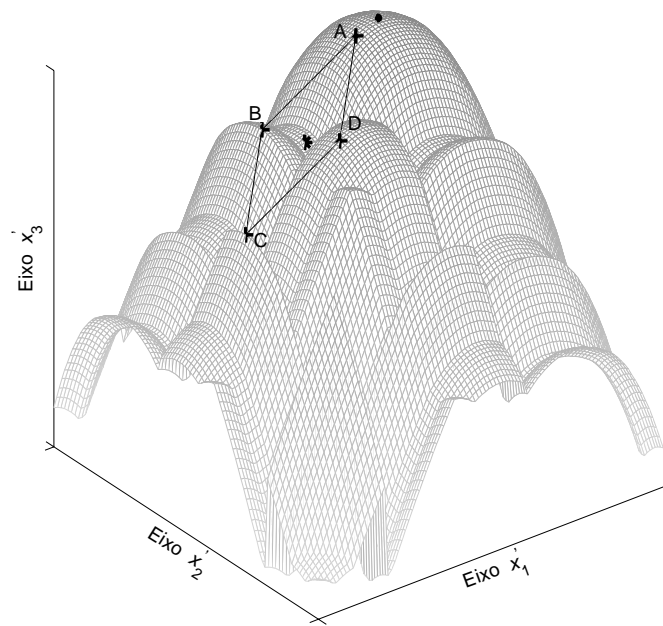


Fig. 3.8 Representação gráfica da função de custo óptimo, em \mathcal{L}^2 , no referencial x_1, x_2, x_3 . Os pontos A, B, C e D, assinalados com o sinal '+', correspondem às quatro soluções, em termos de afectação de unidades, do problema dual de Lagrange. O ponto assinalado com o sinal '*' corresponde à solução óptima do problema primal. O ponto assinalado com '•' foi escolhido para ilustrar um valor de carga, para o qual a solução do problema dual de Lagrange é igual à solução do problema primal.

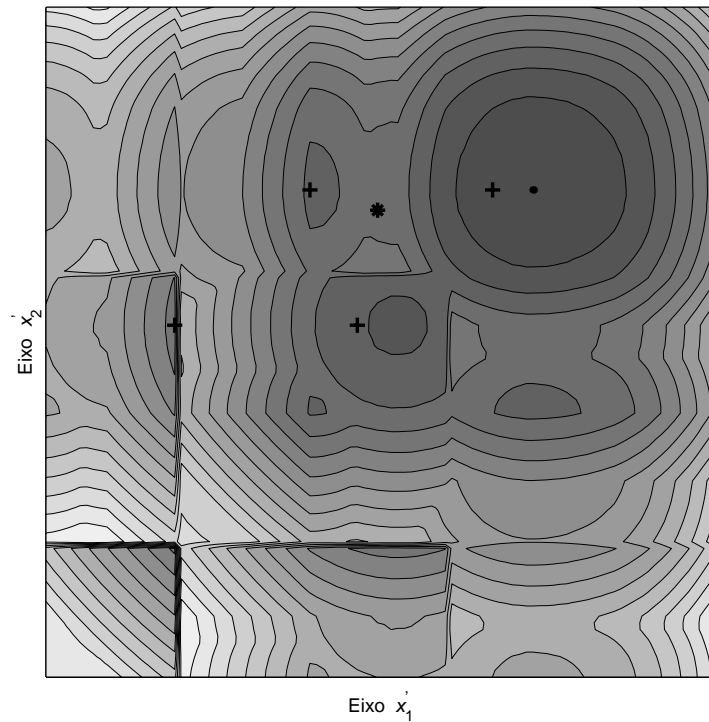


Fig. 3.9 Representação gráfica de linhas de contorno da função de custo ótimo no referencial x_1, x_2, x_3 . Os pontos assinalados com o sinal '+' correspondem às quatro soluções, em termos de afectação de unidades, do problema dual de Lagrange. O ponto assinalado com o sinal '*' corresponde à solução ótima do problema primal. O ponto assinalado com '.' foi escolhido para ilustrar um valor de carga, para o qual a solução do problema dual de Lagrange é igual à solução do problema primal.

3.7 Conclusões

A relaxação Lagrangeana permite, através da resolução do problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}), resolver o problema primal (\mathcal{P}) de forma indirecta. A solução do problema dual de Lagrange é conseguida porque esta permite a decomposição do problema primal — cada recurso passa a constituir uma entidade única e é optimizado individualmente. Contudo, e uma vez que o faz relaxando as restrições, não existe a garantia de que a solução do problema dual de Lagrange seja igual à solução do problema primal. Para problemas de larga escala, como são os problemas reais de afectação de unidades, existe sempre salto de dualidade. Nestas condições, se conseguirmos encontrar o valor óptimo para o problema dual de Lagrange num horizonte temporal de K horas, então existem pelo menos $(K+1)$ soluções subóptimas em termos de afectação de unidades. Mesmo assim, para estes problemas, não é fácil encontrar o valor óptimo do problema dual de Lagrange e identificar as soluções subóptimas que surgiriam. Normalmente, converge-se para um valor na vizinhança do óptimo do problema dual de Lagrange, ao qual corresponde uma determinada afectação de unidades, como veremos no capítulo seguinte.

CAPÍTULO

4

Actualização dos Multiplicadores de Lagrange

Neste capítulo é feita uma revisão aos métodos de subgradiente para resolução do problema de afectação de unidades usando as técnicas de relaxação Lagrangeana. Estes métodos actualizam os multiplicadores de Lagrange segundo a direcção do subgradiente e de forma proporcional à violação das restrições correspondentes, existindo vários procedimentos para determinar o valor do passo. Estes procedimentos são baseados em heurísticas que utilizam o processo de tentativa e erro na determinação dos parâmetros das fórmulas clássicas de actualização do valor do passo. Para evitar o recurso a este processo é proposto um novo algoritmo para determinar o valor do passo. Posteriormente, o problema de afectação de unidades é resolvido para ilustrar o método proposto e, por comparação com as fórmulas clássicas, concluir sobre o superior desempenho deste método.

4.1 Introdução

Todos os métodos de afectação de unidades que utilizem as técnicas da relaxação Lagrangeana têm uma importante parte em comum. Essa parte em comum é a que diz respeito à actualização dos multiplicadores de Lagrange. Como visto no capítulo anterior, a obtenção do valor óptimo da função dual de Lagrange está relacionado de perto com a escolha dos valores destes multiplicadores — desta escolha depende quão próximo estamos da solução do problema dual e, por isso, quão próximo estamos da melhor solução em termos do problema primal. Existem vários métodos para a actualização destes multiplicadores [4,5,29,33-37].

De todos os métodos usados na resolução deste problema, são os métodos de subgradiente, nomeadamente no que concerne ao nosso problema, que apresentam os melhores resultados. Conjuntamente com esta vantagem, estes métodos prevaleceram quer (1) pela sua simplicidade, quer (2) pelo facto de que o vector dos desvios ligados às restrições, que é um subgradiente da função dual de Lagrange, ser facilmente computado.

Os métodos de subgradiente actualizam o valor dos multiplicadores segundo a direcção do subgradiente e de forma proporcional à violação das restrições correspondentes, existindo contudo vários procedimentos para determinar o valor do passo e que se encontram propostos na literatura [4,5,46]. Estes procedimentos são baseados em heurísticas e foram discutidos e testados em [4,5], que desde essa data servem de referência às publicações sobre este assunto. Contudo, esses métodos obrigam não só a operadores altamente especializados, como também a um procedimento moroso porque assentam no processo de tentativa e erro e, desta forma, os resultados estão condicionados de forma inevitável ao utilizador.

Neste capítulo, para além de uma revisão dos métodos referidos em [4,5], que servirão para comparação, iremos propor um novo algoritmo que evita o processo de tentativa e erro e torna automática a actualização dos multiplicadores pelo método de subgradiente.

4.2 Métodos de subgradiente

Do capítulo anterior, sabemos que a resolução do problema dual (\mathcal{Q}) consiste na determinação de um vector de variáveis duais $\lambda^* \in \Lambda$, para o qual o valor da função dual de Lagrange $q^*(\lambda^*)$ seja o valor óptimo. Por conveniência, o problema dual (\mathcal{Q}) é reformulando da seguinte forma:

$$(\mathcal{Q}) \quad \text{Max } q(\lambda) \tag{4.1}$$

sujeito a $\lambda \in \Lambda$

em que

$$q(\lambda) = \min_{p \in P} \mathcal{L}(p, \lambda) = \min_{p \in P} \{C(p) + \lambda'g(p)\}$$

e o conjunto dos valores admissíveis Λ é dado por

$$\Lambda = \{\lambda : \lambda_k \in \mathfrak{R}, \text{ com } k = 1, 2 \dots K \text{ e } q(\lambda) \in \mathfrak{R}\}$$

Para qualquer valor de $\lambda \in \Lambda$, é possível calcular um vector p_λ que minimiza $\mathcal{L}(p, \lambda)$ em $p \in P$, levando a que $g(p_\lambda)$ seja um subgradiente de q no ponto λ .

Em particular, no que se refere ao nosso problema, a obtenção do valor óptimo da função dual de Lagrange, caso não houvesse salto de dualidade, deveria conduzir a uma norma do vector dos desvios nula (por exemplo para a restrição de carga seria

$$D_k = \sum_{i=1}^I p_{ik} \quad \text{com } k = 1, 2, \dots, K),$$

e deste modo seria imediato obter uma afectação de unidades óptima. Como veremos à frente tal não acontece e, por vezes, a solução obtida pode não ser uma solução factível. De qualquer forma, é a norma do vector dos desvios que nos dará uma medida de excelência da afectação óptima de unidades. Quanto menor for essa norma melhor será do ponto de vista de afectação de unidades.

O método de subgradiente [4,5] gera uma sequência de valores da função dual, utilizando um único subgradiente em cada iteração. De todas as formas do método de subgradiente, a mais simples e também a mais usada é dada por

$$\lambda^{v+1} = \left[\lambda^v + s^v \frac{g^v}{\|g^v\|} \right]^+ \quad (4.2)$$

em que

g^v : é o subgradiente $g(p_{\lambda^v})$,

$[\cdot]^+$: designa a projecção no conjunto dos valores admissíveis Λ ,

s^v : é um escalar positivo que define o valor do passo.

A iteração $\nu + 1$ pode não melhorar o valor da função dual (caminhar no sentido do valor óptimo da função dual), qualquer que seja o valor do passo; isto é, em algumas iterações ν podemos obter

$$q\left(\left[\lambda^\nu + s^\nu \frac{\mathbf{g}^\nu}{\|\mathbf{g}^\nu\|}\right]^+\right) < q(\lambda^\nu), \quad \forall s > 0$$

Contudo, se o valor do passo for suficientemente pequeno, a distância entre o ponto obtido na corrente iteração e a solução óptima é reduzida.

A proposição que se segue proporciona uma estimativa do intervalo para o valor do passo [4,46]:

P4.1 Se λ^ν não conduz ao valor óptimo da função dual então, para λ^* correspondente ao valor óptimo da função dual, é válida a seguinte relação,

$$\|\lambda^{\nu+1} - \lambda^*\| < \|\lambda^\nu - \lambda^*\|, \quad (4.3)$$

para todos os valores do passo no intervalo

$$0 < s^\nu < \frac{2(q(\lambda^*) - q(\lambda^\nu))}{\|\mathbf{g}^\nu\|} \quad (4.4)$$

A proposição P4.1 sugere o uso da seguinte fórmula para o valor do passo

$$s^\nu = \frac{(q(\lambda^*) - q(\lambda^\nu))}{\|\mathbf{g}^\nu\|}, \quad (4.6)$$

que selecciona o valor do passo no meio do intervalo da desigualdade (4.4). Contudo, o uso desta fórmula requer o conhecimento do valor óptimo da função dual $q(\lambda^*)$, que é exactamente o valor que se pretende obter. Na prática, é

necessária a utilização de heurísticas para determinar o valor do passo. De entre as heurísticas, as mais usadas e as que melhor se adaptam ao nosso problema, quer pela sua simplicidade de implementação, quer por serem aquelas que apresentam melhores resultados, resultam da regra de diminuição do valor do passo. Assim, considere-se o caso em que o valor do passo s^v diminui até atingir o valor zero, mas satisfaz $\sum_{v=1}^{\infty} s^v = \infty$, isto é, o método pode “viajar” quão longe quanto possível (até ao infinito) por forma a convergir para o valor óptimo da função dual.

A proposição que se segue garante a convergência do método [4,46]:

P4.2 Assumindo que o valor do passo s^v satisfaz

$$s^v > 0, \quad \lim_{v \rightarrow \infty} s^v = 0, \quad \sum_{v=1}^{\infty} s^v = \infty$$

então, para a sequência de todos os valores $\{\lambda^v\}$ gerados pelo método, temos

$$\lim_{v \rightarrow \infty} \text{Max } q(\lambda^v) = q^* \quad (4.7)$$

Da análise atrás exposta conclui-se que é possível, com heurísticas que definam o valor do passo de forma apropriada, atingir o valor máximo da função dual. Contudo, esta análise não conduz a um procedimento finito, nem tão pouco nos diz qual deve ser o valor inicial do passo e o seu decréscimo até zero. Este é um processo baseado em heurísticas que obrigam a uma constante intervenção, por tentativa e erro, para que tenhamos uma evolução do passo a diminuir até zero, mas que conduza ao valor óptimo da função dual. Para comparação com uma nova heurística que a seguir iremos propor, vamos utilizar as seguintes fórmulas de actualização do valor do passo, que têm sido também as mais

utilizadas na resolução do nosso problema, em que o valor do passo para o incremento das variáveis duais é calculado em cada iteração ν :

$$\text{Fórmula 1: } s^\nu = \frac{a_1}{1 + \nu \times a_2} \quad (4.8)$$

$$\text{Fórmula 2: } s^\nu = \frac{a_1}{1 + (\nu)^{a_2}} \quad (4.9)$$

em que

a_1 e a_2 são parâmetros do processo heurístico

Este processo heurístico obriga à determinação do valor dos seus parâmetros por tentativa e erro, revelando-se um processo moroso e fortemente dependente da sabedoria e experiência do utilizador.

A utilização de um passo inicial pequeno, para ambas as fórmulas, pode impedir que se atinja um valor próximo do valor máximo da função dual num número razoável de iterações. Pelo contrário, a utilização de um passo inicial grande pode levar o método a oscilar de forma errática na fase inicial, originando uma convergência deficiente. Em consequência, embora o valor obtido esteja estabilizado pode ainda ser melhorado com o aumento do número de iterações. Este facto é bastante mais acentuado na *Fórmula 1* do que na *Fórmula 2*, uma vez que a segunda fórmula ($a_2 > 1$) pode obrigar a uma mais rápida diminuição no valor do passo, exigindo contudo mais trabalho na determinação de a_2 .

A selecção dos valores a atribuir aos parâmetros a_1 e a_2 é uma tarefa difícil e morosa, influenciando sempre os resultados obtidos. A selecção destes parâmetros poderia ser facilitada se tivéssemos um bom valor inicial para o vector das variáveis duais λ^0 , isto é, se $q(\lambda^0)$ fosse um valor já próximo da solução do problema dual.

Na secção seguinte, vamos propor um novo algoritmo para a actualização do valor do passo que evita a selecção de quaisquer parâmetros.

4.3 Algoritmo proposto

O algoritmo que iremos propor tem como motivação fazer com que o procedimento para a actualização dos multiplicadores de Lagrange seja um processo heurístico e automático. Ou seja, pretende-se evitar a selecção de quaisquer parâmetros no sentido de evitar a forte dependência dos processos anteriores da sabedoria e experiência do utilizador, necessárias para o sucesso do método de subgradiente, não influenciando os resultados obtidos.

O algoritmo de maximização da função dual, com base no método de subgradiente conjuntamente com o novo processo heurístico e automático para determinação do valor do passo, é apresentado de seguida e é denominado de *Algoritmo Adaptativo*.

Algoritmo Adaptativo

- (1) Escolher um valor inicial para o vector das variáveis duais λ^0 e fazer $s^0 = 1$.

Computar o valor da função dual $q^0(\lambda^0)$ e do subgradiente $g^0(p_{\lambda^0})$.

- (2) Actualizar o valor dos multiplicadores de Lagrange segundo a equação (4.2), ou seja,

$$\lambda^{\nu} = \left[\lambda^{\nu-1} + s^{\nu-1} \frac{\mathbf{g}^{\nu-1}}{\|\mathbf{g}^{\nu-1}\|} \right]^+$$

- (3) Determinar o valor do passo.

Caso $q^{\nu}(\lambda^{\nu}) > q^{\nu-1}(\lambda^{\nu-1})$ então

$$\alpha \in \mathcal{V}_{\delta}^+(1)$$

caso contrário

$$\alpha \in \mathcal{V}_{\delta}^-(1)$$

em que

$$\mathcal{V}_{\delta}^+(1) = \{\alpha_1 : 1 < \alpha < 1 + \delta\}$$

$$\mathcal{V}_{\delta}^-(1) = \{\alpha_2 : 1 - \delta < \alpha < 1\}$$

e o valor do passo é dado por

$$s^{\nu} = \alpha s^{\nu-1}$$

- (4) Computar o valor da função dual $q^{\nu}(\lambda^{\nu})$ e o valor do subgradiente $\mathbf{g}^{\nu}(p_{\lambda^{\nu}})$.

Se o critério de paragem for satisfeito, então terminar.

- (5) Fazer $\nu = \nu + 1$ e voltar ao ponto (2).

Algumas observações, em comparação com os processos que descrevemos na secção anterior, são agora pertinentes em relação ao algoritmo que acabamos de expor.

Em (1) a escolha do valor inicial das variáveis duais não é importante para o desempenho do novo algoritmo. Esta escolha tem apenas influência na rapidez do processo de convergência, não influenciando os resultados. Ao contrário, nos processos de actualização usando quer a *Fórmula 1* (4.8), quer a *Fórmula 2* (4.9), este valor deve ser um valor já próximo do valor óptimo (este valor é, em regra, obtido após algumas corridas ou por heurísticas baseadas na eficiência dos grupos) — o comportamento, para os mesmos valores dos parâmetros das fórmulas referidas, pode variar conforme o valor inicial escolhido para os multiplicadores de Lagrange, influenciando os resultados obtidos. O desempenho do novo algoritmo não depende do valor inicial das variáveis duais, o que constitui uma vantagem no novo contexto da reestruturação. Esta vantagem não era tão evidente antes do início da reestruturação, onde as curvas de custo dos recursos, que se pretendem ver afectados, correspondem ao custo de produção e são mantidas inalteradas, pelo que o valor inicial, uma vez obtido, pode ser mantido. Recentemente, com a reestruturação do sector eléctrico, em que as curvas de custo dos recursos podem não corresponder somente ao custo de produção, mas também obedecer a estratégias económicas, o comportamento em termos de eficiência de cada recurso pode ser alterado significativamente e, desta forma, também o serão os valores dos multiplicadores de Lagrange. Neste caso, em que muitas vezes existem mudanças que obedecem a estratégias económicas, esta vantagem revela-se uma importante mais valia.

Em (2) é usado o método de subgradiente, tal como se explicou na secção anterior.

Em (3) encontra-se a parte original deste algoritmo que diz respeito ao processo de actualização do valor do passo. A ideia é fazer uma actualização dinâmica e adaptada ao valor da função dual: se este valor melhora então o passo deve ser aumentado, pelo contrário se este valor não melhora então o passo deve ser diminuído. Esta ideia resulta do facto de, se o valor do passo for suficientemente pequeno, a distância entre o ponto obtido na corrente iteração e a solução óptima é reduzida. Contudo, para evitar que um valor do passo demasiado grande possa piorar de tal forma que aumente a distância entre o novo ponto e a solução óptima, este valor deve ser aumentado de forma suave; esta exigência não é tão premente quando diminuimos o valor do passo. Este é também um processo heurístico que, de acordo com a nossa experiência e em todos os casos por nós testados, quaisquer que sejam os valores de $\alpha_1 \in [1.01, 1.05]$ e de $\alpha_2 \in [0.83, 0.95]$, permite atingir convergência, apenas com diferenças no número necessário de iterações para convergir. Em termos de desempenho, este método de actualização do valor passo é superior aos métodos que utilizam quer a *Fórmula 1* (4.8) quer a *Fórmula 2* (4.9).

Em (4) é computado o valor da função dual $q^v(\lambda^v)$, o valor do subgradiente $g^v(p_{\lambda^v})$ e é avaliado o critério de paragem. O critério de paragem mais utilizado é, em regra, o de terminar a execução após um determinado número de iterações previamente especificado. Foi também este o critério usado neste algoritmo. Contudo, outros critérios poderiam ter sido usados, tais como critérios baseados em valores mínimos a atingir pelo valor da norma do subgradiente, ou em regras de não melhoramento do valor dessa norma. A

opção pela especificação do número de iterações prende-se pela facilidade de implementação e porque, em comparação com alguns anos atrás, em que o mesmo programa de afectação de unidades tinha um tempo de execução na ordem dos 30 minutos para cerca de 50 iterações, o tempo de execução (devido à evolução dos computadores) é agora da ordem dos 3 minutos para cerca de 300 iterações. O facto de podermos ir mais longe no número de iterações permite que o método “viaje” de forma mais suave até que o valor do passo convirja para zero.

4.4 Resultados numéricos

O propósito desta secção é mostrar o comportamento do método de subgradiente, onde a actualização do valor do passo é feita segundo o *Algoritmo Adaptativo* proposto em §4.3, por comparação com os métodos clássicos, onde a actualização do valor do passo é feita recorrendo às fórmulas (4.8) e (4.9), como em §4.2. Para isso foram considerados dois casos: um caso (Caso_1) em que os dados são referentes a uma situação antes do início da reestruturação do sector eléctrico, onde as curvas de custo das unidades resultavam dos custos de produção, e um outro caso (Caso_2) mais actual (com a reestruturação do sector eléctrico em curso), onde as curvas de custo de muitas das unidades não só resultam dos custos de produção mas também de estratégias económicas. A diferença entre estes dois casos encontra-se também nas características do sistema: o Caso_2 tem uma demanda em que a potência de ponta é superior em 45% à potência de ponta da demanda do Caso_1; é assim um caso de maior dimensão, com novas centrais hídricas e térmicas. A opção na escolha destes dois casos resulta da diferença entre ambos, quer no que diz respeito à dimensão

e características do sistema, quer às estratégias económicas que levaram a alterações nas curvas de custo. Assim, pretende-se validar o algoritmo proposto, já que os parâmetros especificados, conforme os métodos aqui considerados, para o Caso_1 são mantidos para o Caso_2.

Como já foi referido, a afectação de unidades (problema primal) correspondente à solução do problema dual de Lagrange não conduz, em regra, a uma solução factível. Contudo, necessitamos de uma “medida” que nos forneça informação suficiente sobre a possibilidade de obter, por um procedimento posterior, uma solução factível em termos do problema primal. Essa “medida” será a norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$. Quanto menor for este valor mais próximo estaremos de uma boa solução — um valor da norma média na ordem de 0.5% do valor da potência máxima do diagrama de carga conduz, em regra, a uma boa solução para o problema primal.

O valor $\max q(\lambda)$, assinalado nas figuras que se seguem, é interpretado como o melhor valor conseguido de entre os três valores obtidos com os diferentes procedimentos utilizados na actualização do valor do passo, para a solução do problema dual. Na prática o que se obtém é um valor na vizinhança do valor máximo da função dual.

A. Caso_1

A Fig. 4.1 e a Fig. 4.2 ilustram o comportamento do método de subgradiente utilizando a *Fórmula 1*, a Fig. 4.3 e a Fig. 4.4 utilizando a *Fórmula 2* e a Fig. 4.5 e a Fig. 4.6 utilizando o novo *Algoritmo Adaptativo*, para a actualização do valor do passo.

Por comparação entre as Fig. 4.1, Fig. 4.3 e Fig. 4.5, verificamos que, uma vez que se conseguiu atingir sempre o mesmo valor máximo para a função dual $\max q(\lambda)$, a diferença, no que respeita à obtenção desse valor máximo, reside no número de iterações necessárias à convergência. Note-se que no caso dos processos heurísticos utilizando quer a *Fórmula 1*, quer a *Fórmula 2*, podemos obter convergência em mais ou menos iterações, conforme a escolha dos diferentes valores dos parâmetros do processo. A utilização de um passo inicial mais pequeno, para ambas as fórmulas, fez aumentar o número de iterações até se obter convergência, linhas a tracejado da Fig. 4.1 e da Fig. 4.3. A utilização de um passo inicial um pouco maior levou o método a oscilar, sem contudo comprometer a convergência, linhas a cheio da Fig. 4.1 e da Fig. 4.3. Em relação ao novo algoritmo proposto, o número de iterações necessárias à convergência, Fig. 4.5, é semelhante aos casos representados pelas linhas a tracejado da Fig. 4.1 e da Fig. 4.3, não havendo possibilidade de o diminuir. Contudo, em termos de tempo de execução este facto não é relevante — qualquer que seja o processo de actualização do valor do passo, o tempo de execução é da ordem dos 3 minutos.

No que diz respeito ao valor mínimo obtido da norma média do subgradiente, e em consequência na obtenção de uma boa solução em termos do problema primal, todos os processos conduzem a resultados semelhantes, com valores da norma média de 23MW pelo processo de actualização usando quer a *Fórmula 1* quer a *Fórmula 2*, Fig. 4.2 e Fig. 4.4, e de 21MW pelo processo de actualização usando o *Algoritmo Adaptativo*, Fig. 4.6. Estes valores da norma média representam 0.53% da potência máxima do diagrama de carga que, como já referido, conduz em regra a uma boa solução para o problema primal.

Note-se que, por observação da Fig. 4.1, Fig. 4.3 e Fig. 4.5, uma vez atingido o valor máximo da função dual ou na sua vizinhança, verifica-se que o valor da

norma média do subgradiente ainda não atingiu o valor mínimo e continua a oscilar entre vários valores nas iterações seguintes. Este facto deve-se, como já referido, a que variações pequenas nas variáveis duais possam causar grandes variações nas soluções em termos do problema primal. Recorde-se que em §3.7 foi afirmado que ao valor máximo da função dual correspondem pelo menos $(K+1)$ soluções subóptimas em termos de afectação de unidades. Assim, conclui-se que mesmo obtendo o valor máximo da função dual podemos não terminar na melhor solução em termos do problema primal.

Em relação ao *Algoritmo Adaptativo*, a evolução da função dual cresce à medida que o valor do passo aumenta, tal como mostra a Fig. 4.5, até que se atinge um valor já na vizinhança do valor máximo. A partir desse valor da função dual, o valor do passo decresce até zero, mas tendo um ligeiro aumento sempre que o valor da função dual na corrente iteração seja maior que o correspondente valor na iteração anterior.

Utilizando a *Fórmula 1* ou a *Fórmula 2* obtemos sempre uma evolução do valor do passo decrescente, conforme os valores dos parâmetros considerados. A evolução da função dual está também condicionada pela escolha dos parâmetros, nomeadamente no que respeita ao valor inicial do passo (por forma a que nas primeiras iterações o valor da função dual seja já um valor na vizinhança do valor máximo) e que depois, já com valores de passo pequenos, esse valor seja melhorado. Claro que, encontrar estes valores de parâmetros, pelo processo de tentativa e erro, é moroso e dependente da sabedoria e experiência do utilizador. Ao contrário, o *Algoritmo Adaptativo* adapta o valor do passo de forma dinâmica à evolução da função dual, aumentando este valor sempre que haja possibilidade de melhorar o valor da função dual, e diminuindo-o se não existir melhoria.

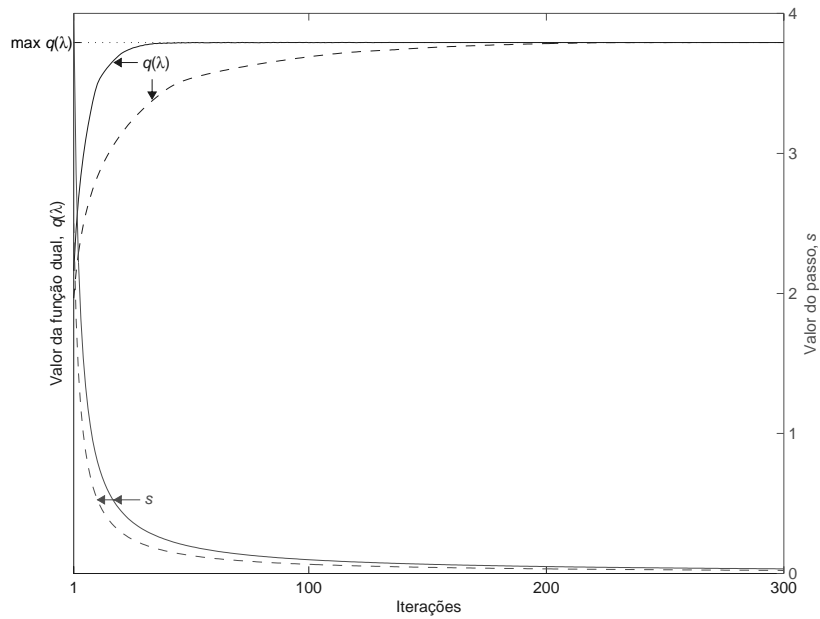


Fig. 4.1 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a *Fórmula 1* (Caso_1) com os seguintes valores dos parâmetros: linha a traço contínuo, $a_1 = 20$, $a_2 = 2$ e linha a tracejado, $a_1 = 10$, $a_2 = 1.5$.

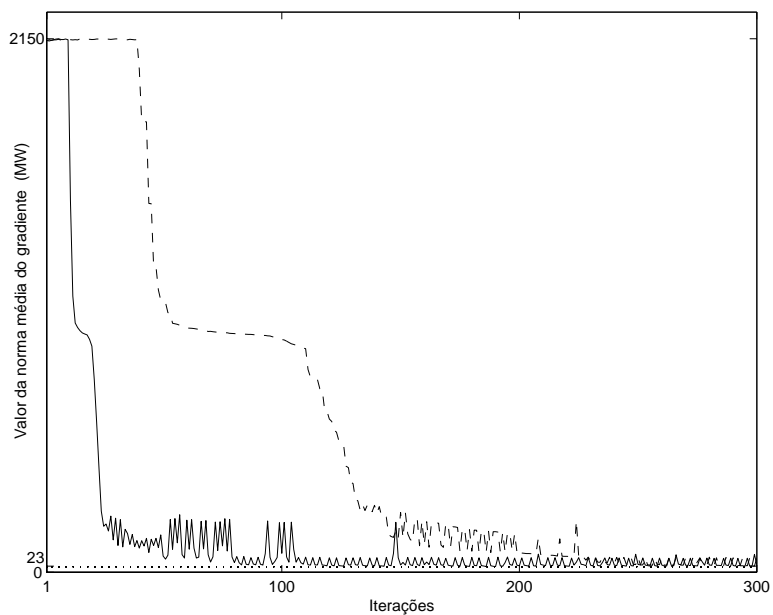


Fig. 4.2 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.1.

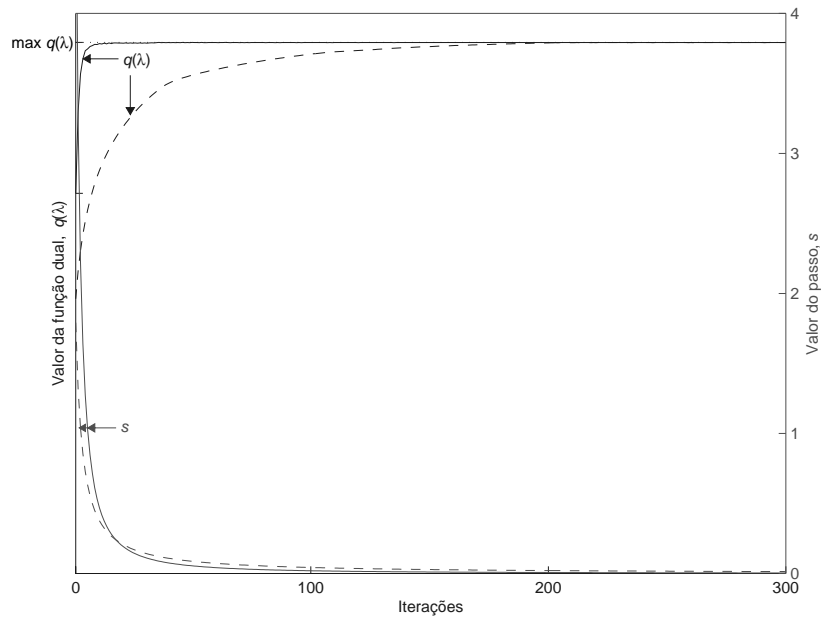


Fig. 4.3 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a *Fórmula 2* (Caso_1) com os seguintes valores dos parâmetros: linha a traço contínuo, $a_1 = 20$, $a_2 = 1.5$ e linha a tracejado, $a_1 = 5.5$, $a_2 = 1.05$.

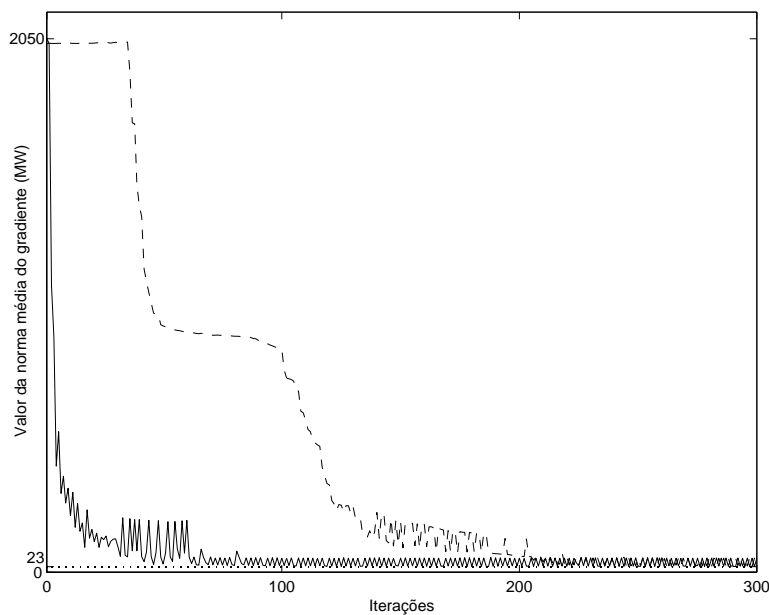


Fig. 4.4 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.3.

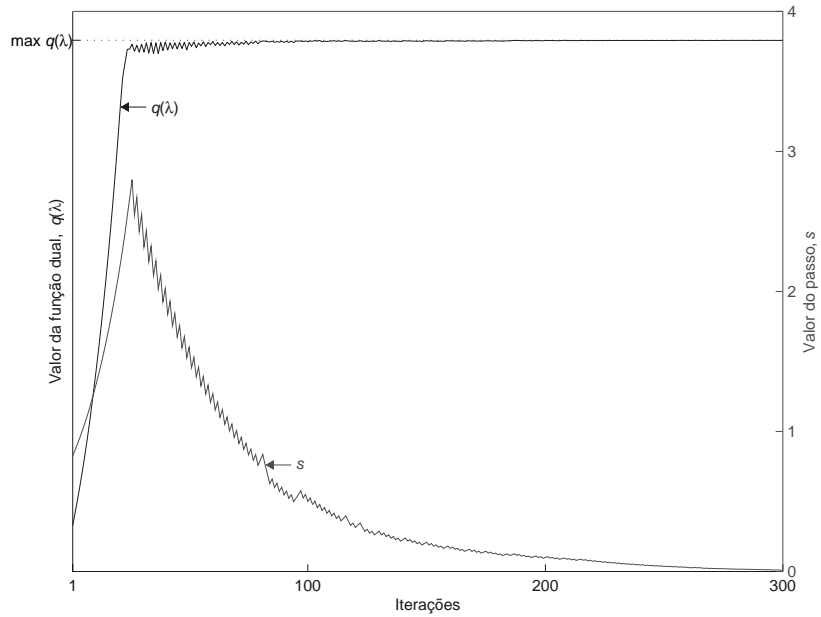


Fig. 4.5 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando o *Algoritmo Adaptativo (Caso_1)* com $\alpha_1 = 1.05$ e $\alpha_2 = 1.1$.

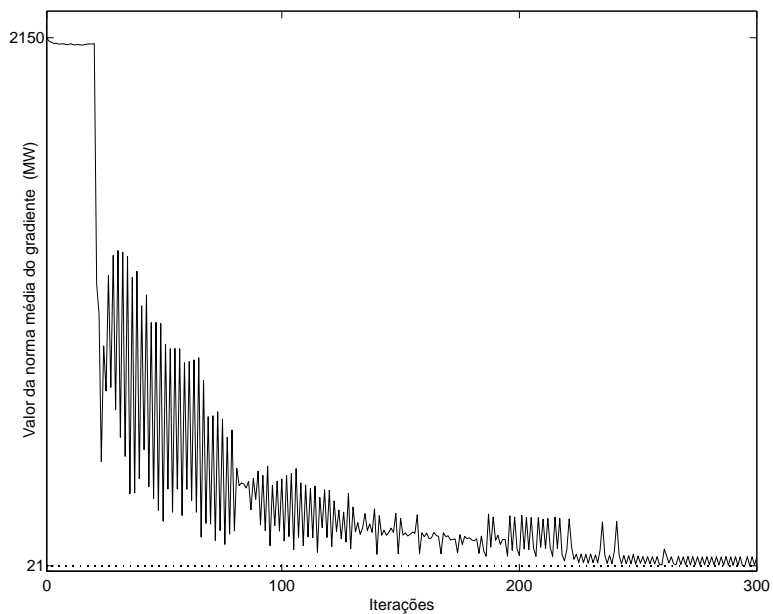


Fig. 4.6 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.5.

A Fig. 4.7 representa a solução em termos do problema primal, correspondente à solução do problema dual, para o menor valor da norma média do subgradiente. Esta solução foi obtida utilizando o *Algoritmo Adaptativo* para a actualização do valor do passo. Como é fácil inferir, pelos valores da norma média do subgradiente para os restantes procedimentos de actualização do valor do passo (Fig. 4.2 e Fig. 4.4), todas as soluções primais seriam semelhantes, pelo que se dispensa a sua apresentação. O algoritmo usado na resolução do problema primal, baseado na relaxação Lagrangeana, tal como vimos no capítulo anterior, não conduz a uma solução óptima. A solução obtida é óptima não para o problema primal, mas sim para o seu dual — existe salto de dualidade. Ou seja, podemos afirmar que os resultados são óptimos para o perfil de geração obtido (linha a cheio da Fig. 4.7), mas esse perfil não coincide com o perfil de carga dado (linha a tracejado quase coincidente com a linha a cheio da Fig. 4.7). Após a resolução do problema dual, vários métodos têm sido usados para procurar fazibilidade [5,25,27]. Contudo, se a resolução do problema dual tiver sucesso (se conseguirmos obter o valor máximo da função dual) então podemos obter, em termos do problema primal, também uma boa solução. De facto, nalguns casos, basta realizar despacho económico das unidades térmicas para obter uma estratégia factível ou, em regra, muito próxima da factibilidade (não factível em algumas horas). No caso em análise, o despacho económico das unidades térmicas consegue garantir factibilidade (o perfil de geração obtido coincide com o perfil de carga dado). Ao contrário, no caso que iremos apresentar de seguida não conseguimos garantir factibilidade em todas horas do período de afectação, sendo no entanto obtida uma solução próxima da factibilidade.

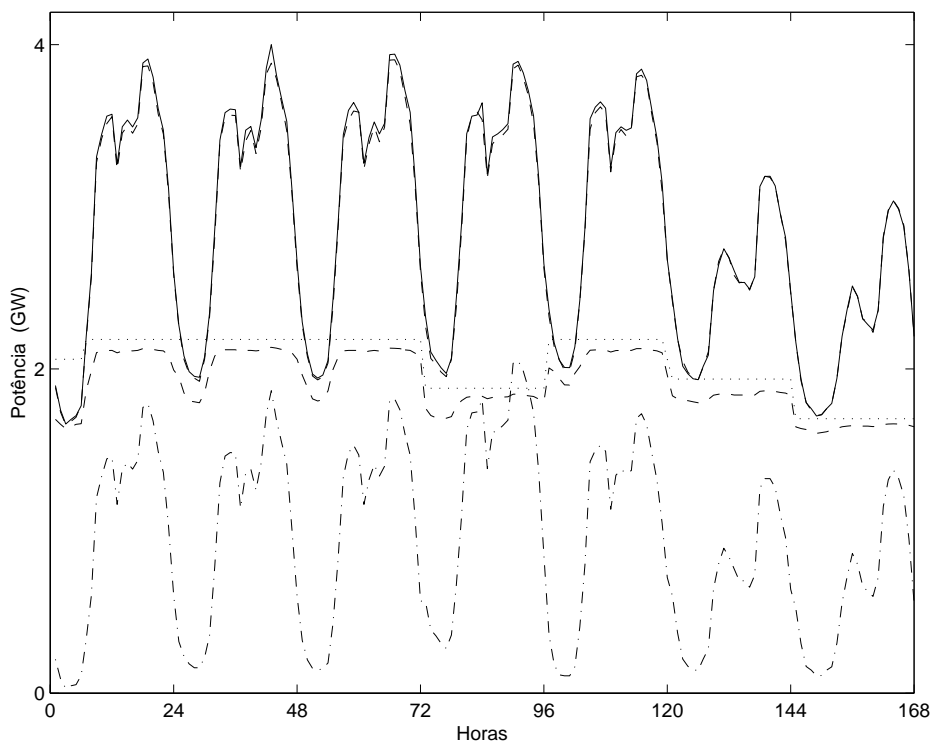


Fig. 4.7 Solução em termos do problema primal (Caso_1). Linha a cheio e linha a tracejado quase coincidentes: representam respectivamente o perfil de geração obtido e o perfil de carga. Linha a tracejado: perfil de geração obtido para as unidades térmicas. Linha a pontilhado: capacidade máxima de geração das unidades térmicas afectadas. Linha a traço e ponto: perfil de geração obtido para as unidades hídricas.

B. Caso_2

Este caso serve o propósito de mostrar a validade do *Algoritmo Adaptativo*. Os parâmetros necessários à *Fórmula 1* (4.8), à *Fórmula 2* (4.9) e ao *Algoritmo Adaptativo* são iguais aos especificados no Caso_1, por forma a podermos comparar o desempenho entre estes diferentes métodos de actualização do valor do passo. Porque os parâmetros não foram ajustados para este caso, o valor máximo da função dual, utilizando quer a *Fórmula 1* quer a *Fórmula 2*, não foi atingido: (1) as linhas a traço contínuo da Fig. 4.8 e da Fig. 4.10, que representam a evolução ao longo das iterações do valor da função dual para os valores de parâmetros correspondentes, mostram que o valor da função dual é ligeiramente inferior (0.7 % inferior) ao valor obtido utilizando o *Algoritmo Adaptativo*, Fig. 4.12 e (2) as linhas a tracejado da Fig. 4.8 e da Fig. 4.10, que representam a evolução ao longo das iterações do valor da função dual para os valores de parâmetros correspondentes, mostram que ainda não existe convergência para o valor máximo da função dual. Se em (1) o valor máximo da função dual é semelhante qualquer que seja o processo de actualização dos multiplicadores de Lagrange, já em (2) este valor encontra-se longe da convergência, pelo que deixa antever que o valor mínimo da norma média do subgradiente será muito elevado, linhas a tracejado da Fig. 4.9 e da Fig. 4.11, comprometendo de forma inevitável a solução em termos do problema primal. Embora em (1) tenhamos um valor da função dual semelhante ao seu valor máximo (obtido utilizando o *Algoritmo Adaptativo*, Fig. 4.12), também o valor mínimo da norma média do subgradiente assume um valor elevado, 318MW na Fig. 4.9 e 317MW na Fig. 4.11, ou seja, estes valores são cerca de 5.4% da potência máxima do diagrama de carga, comprometendo também de forma inevitável a solução em termos do problema primal.

O valor mínimo da norma média do subgradiente obtido utilizando o *Algoritmo Adaptativo* é de 38MW, Fig. 4.13 — 0.64% da potência máxima do diagrama de carga. Este valor é ligeiramente superior ao valor obtido no caso anterior e, sendo porém uma boa solução, acarreta já dificuldades na obtenção de uma solução factível em termos do problema primal. Note-se, por comparação entre a Fig. 4.7 e a Fig. 4.14, que neste caso o perfil de geração obtido afasta-se mais do perfil de carga, não sendo o despacho económico das unidades térmicas suficiente para que a solução, em termos do problema primal, seja uma solução factível.

O *Algoritmo Adaptativo* actualiza o valor do passo de forma dinâmica e adaptada ao valor da função dual, ou seja, como referido atrás, se o valor da função dual melhora então o passo deve ser aumentado, pelo contrário se este valor não melhora então o passo deve ser diminuído. Note-se que a evolução do valor do passo ao longo das primeiras iterações, Fig. 4.5 (Caso_1) e Fig. 4.12 (Caso_2), mostra que este valor é sempre crescente até que o valor da função dual se aproxime do seu valor máximo. Nas iterações seguintes o valor do passo evolui de forma dinâmica e adaptada ao valor da função dual (aprende ao longo das iterações), permitindo obter convergência em ambos os casos, quer para o valor máximo da função dual, quer para valores de norma média que conduzem a uma boa solução primal.

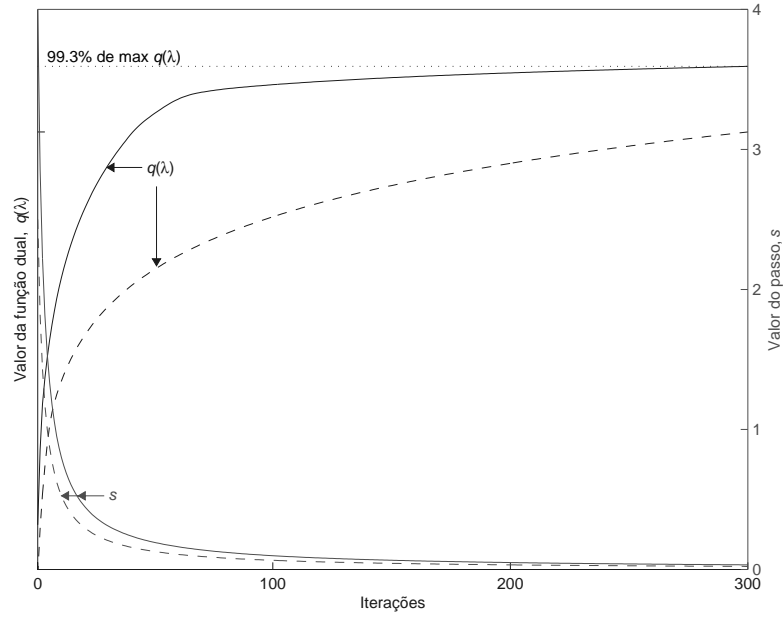


Fig. 4.8 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a *Fórmula 1* (Caso_2) para os mesmos valores de parâmetros do Caso_1: linha a traço contínuo, $a_1 = 20$, $a_2 = 2$ e linha a tracejado, $a_1 = 10$, $a_2 = 1.5$.

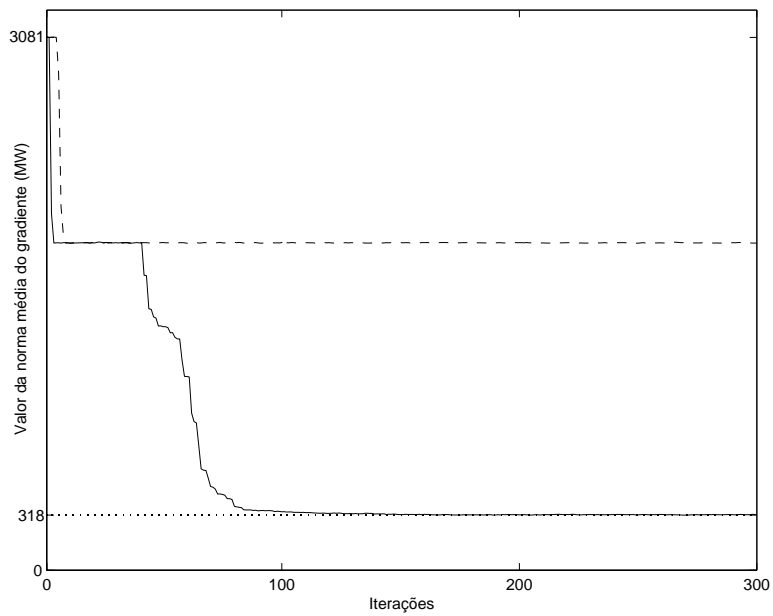


Fig. 4.9 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.8.

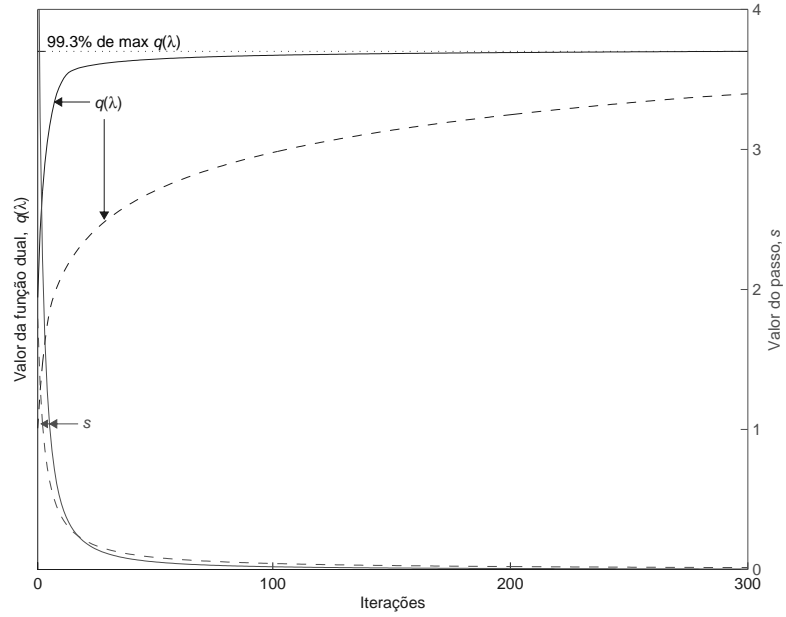


Fig. 4.10 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando a *Fórmula 2* (Caso_2) para os mesmos valores dos parâmetros do Caso_1: linha a traço contínuo, $a_1 = 20$, $a_2 = 1.5$ e linha a tracejado, $a_1 = 5.5$, $a_2 = 1.05$.

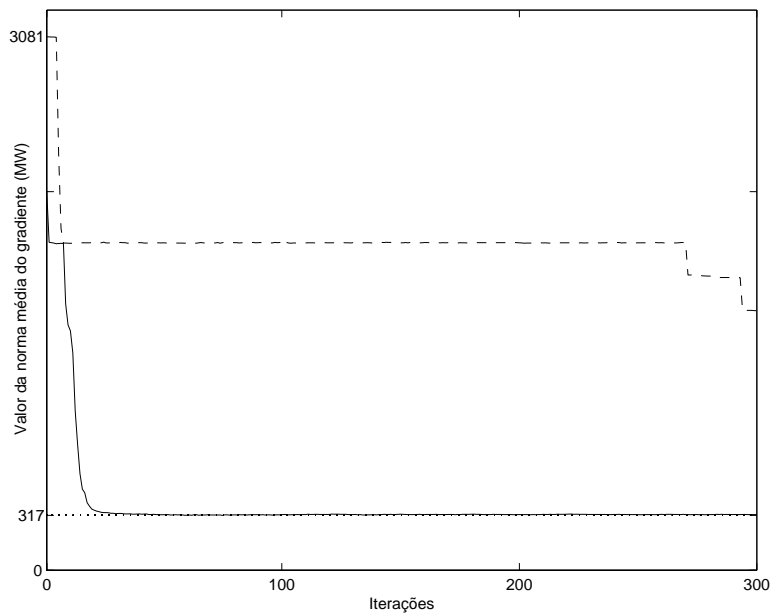


Fig. 4.11 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do subgradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.10.

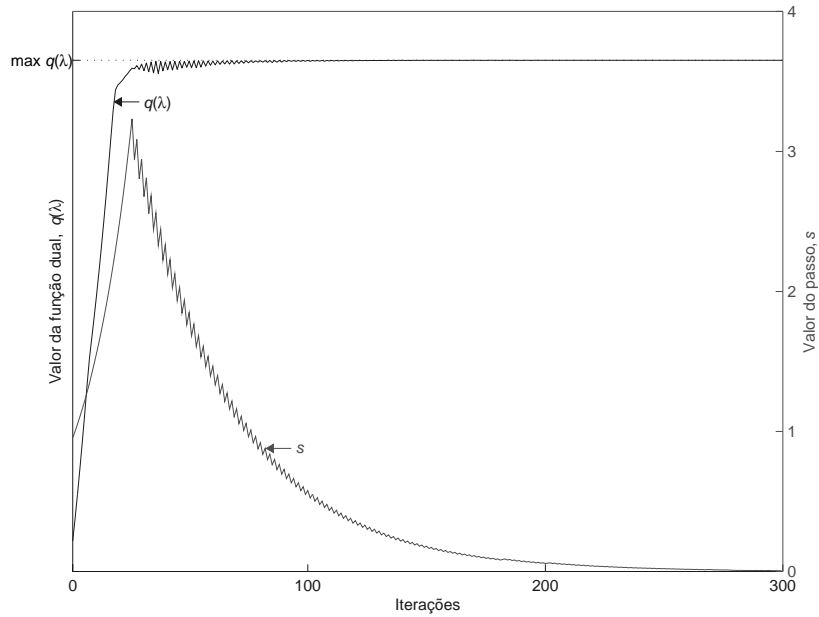


Fig. 4.12 Evolução ao longo das iterações do valor da função dual $q(\lambda)$ e do respectivo valor do passo, utilizando o *Algoritmo Adaptativo (Caso_2)* para os mesmos valores de α_1 e de α_2 do Caso_1: $\alpha_1 = 1.05$ e $\alpha_2 = 1.1$.

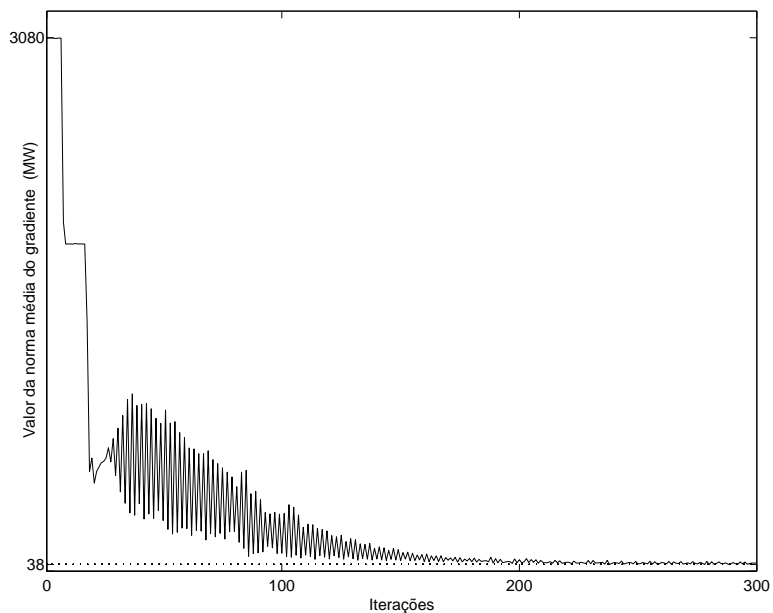


Fig. 4.13 Evolução ao longo das iterações do valor da norma média do gradiente $\|g(p_\lambda)\|/K$, correspondente aos valores da função dual representados na Fig. 4.12.

A Fig. 4.15 ilustra o desvio entre o perfil de carga e o perfil de geração obtido. Esta figura mostra que a solução, após despacho económico, não é factível para algumas horas, sendo que apenas na hora 149 o desvio atinge 1% do valor da potência máxima do diagrama de carga, enquanto que nas restantes horas de não factibilidade o desvio é inferior a 0.5% da mesma potência. Também o valor da norma média reduziu de 0.64% para 0.01% do valor da potência máxima do diagrama de carga.

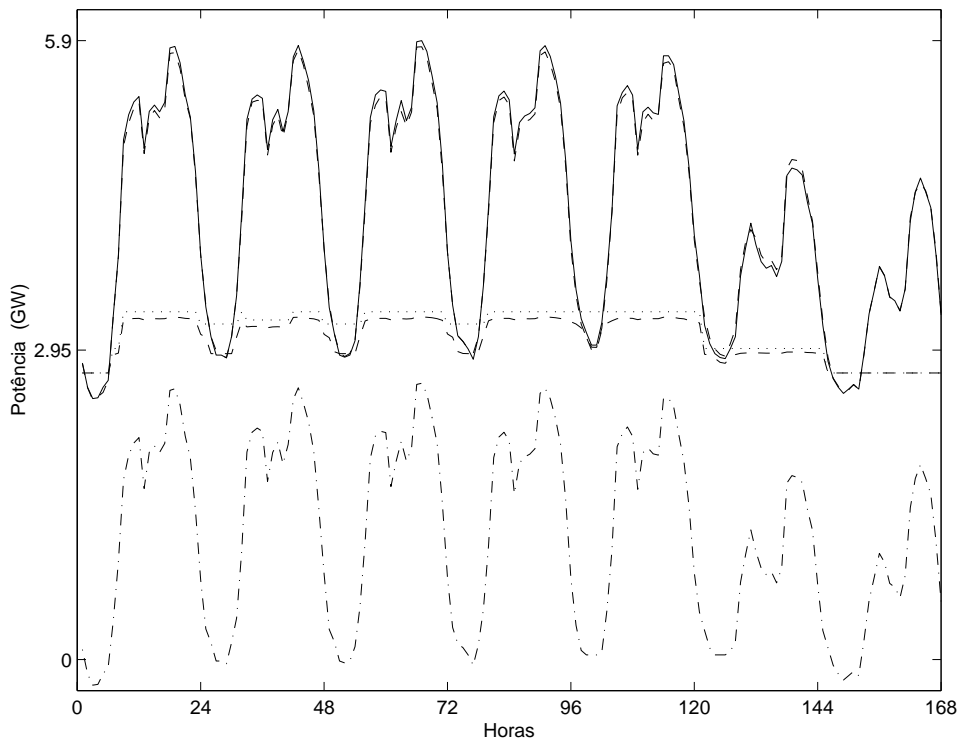


Fig. 4.14 Solução em termos do problema primal (Caso_2). Linha a cheio e linha a tracejado quase coincidentes: representam respectivamente o perfil de geração obtido e o perfil de carga. Linha a tracejado: perfil de geração obtido para as unidades térmicas. Linha a pontado: capacidade máxima de geração das unidades térmicas afectadas. Linha a traço e ponto: perfil de geração obtido para as unidades hídricas.

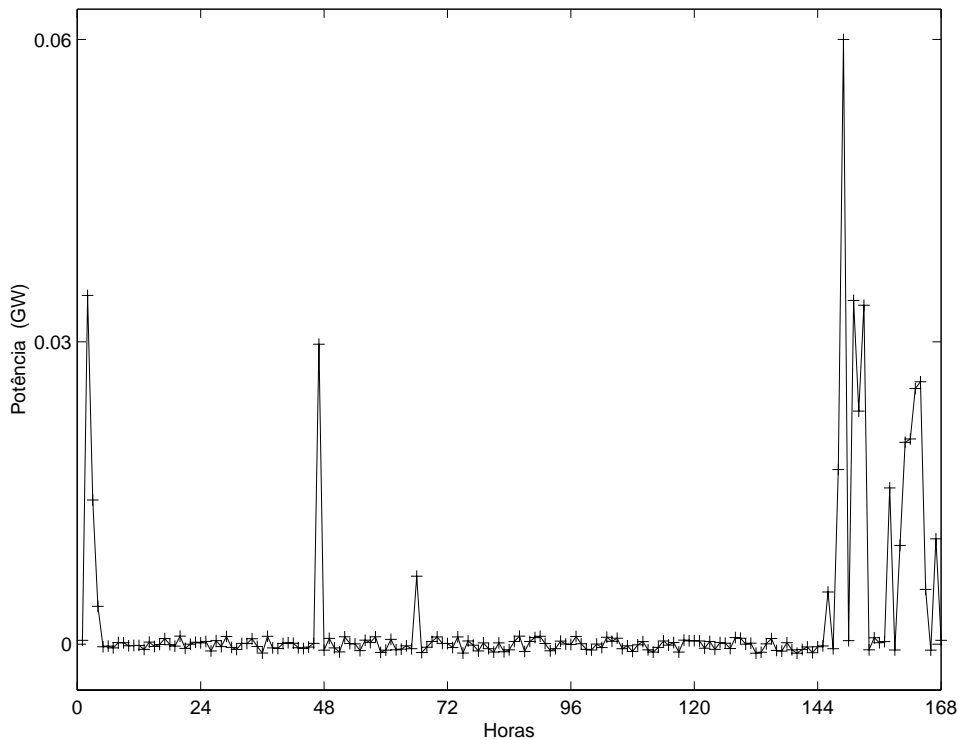


Fig. 4.15 Horas de não-fazibilidade após despacho económico das unidades térmicas (Caso_2).

Se atendermos a que o diagrama de carga é um diagrama de carga esperado, e que por vezes existem diferenças significativas na previsão de dados, nomeadamente no que respeita às afluências esperadas, então conclui-se que a solução em termos do problema primal, utilizando o *Algoritmo Adaptativo* na solução do problema dual, conduz a resultados excelentes. Usando as fórmulas clássicas seria necessário fazer ajustamentos, por tentativa e erro, dos valores dos seus parâmetros para cada caso de per si considerado, para obter uma solução semelhante à conseguida utilizando o *Algoritmo Adaptativo*, que não exige qualquer ajustamento de parâmetros.

4.5 Conclusões

Neste capítulo foi feita uma revisão aos métodos de subgradiente para resolução do problema de afectação de unidades usando as técnicas de relaxação Lagrangeana. Estes métodos actualizam os multiplicadores de Lagrange segundo a direcção do subgradiente e de forma proporcional à violação das restrições correspondentes, existindo vários procedimentos para determinar o valor do passo. Foram focadas duas fórmulas clássicas e foi proposto um novo algoritmo, denominado de *Algoritmo Adaptativo*, para determinar o valor do passo.

As fórmulas clássicas têm vindo a ser as mais utilizadas, quer pela sua simplicidade, quer por conduzirem a bons resultados. A grande desvantagem da sua utilização surge da necessidade de recorrer ao processo de tentativa e erro na selecção de parâmetros, fazendo com que esta seja uma tarefa morosa e dependente da sabedoria e experiência do utilizador.

O *Algoritmo Adaptativo* evita o recurso ao processo de tentativa e erro na selecção de quaisquer parâmetros. Exibe assim uma grande vantagem relativamente aos processos clássicos.

A comparação entre os resultados obtidos, pela aplicação dos diferentes métodos de actualização do valor do passo, mostrou que o *Algoritmo Adaptativo* consegue obter, independentemente do sistema de energia eléctrica considerado, soluções factíveis ou quase factíveis em termos do problema primal. As fórmulas clássicas obrigam a fazer ajustamentos, por tentativa e erro, dos valores dos seus parâmetros para cada caso de per si considerado, para obter uma solução semelhante à conseguida utilizando o *Algoritmo Adaptativo*, que não exige qualquer ajustamento de parâmetros e apresenta superior desempenho.

CAPÍTULO

5

Reestruturação do Mercado de Energia Eléctrica — Bases Teóricas

Neste capítulo é feita a interpretação económica das técnicas de optimização utilizando relaxação Lagrangeana. Com base nesta interpretação mostramos que estas técnicas constituem as bases teóricas da reestruturação do mercado de energia eléctrica. Apresentam-se resultados numéricos que ilustram os modelos dos mercados de energia eléctrica. Estes resultados indicam que os modelos baseados na teoria do custo marginal não são os melhores para o consumidor. Pelo contrário, estes resultados indicam que os modelos baseados nos mercados regulados apresentam um melhor desempenho — conduzem a bons resultados para o fornecedor e baixo custo para o consumidor. A co-existência de uma “Pool” não corrompe o papel de contratos bilaterais. A carga remanescente, que corresponde a pequenos consumidores (consumidores domésticos) e em parte a grandes consumidores, tem que ser satisfeita através da “Pool”.

5.1 Introdução

Na última década, o sector eléctrico tem vindo a sofrer uma profunda transformação em todo o mundo. A introdução de concorrência na geração de energia eléctrica, conjuntamente com a possibilidade dos consumidores poderem escolher a companhia fornecedora de energia, são os dois factores mais característicos deste processo de desregulação. Assim, a desregulação do mercado de energia eléctrica requer livre acesso às redes de transporte e distribuição, e tem múltiplos objectivos, o primeiro dos quais é baixar o preço ao consumidor.

Vários modelos para reestruturar o mercado de energia eléctrica estão em prática e outros tem sido propostos. Estes modelos podem ser classificados em três categorias: (1) modelos baseados no mercado regulado, (2) modelos baseados na teoria dos custos marginais e (3) modelos baseados na mistura da teoria dos custos marginais com contratos bilaterais.

Os fundamentos da desregulação assentam na interpretação económica da técnica de optimização com restrições, designada de relaxação Lagrangeana, onde por enfraquecimento do problema primal se obtém a sua decomposição num conjunto de subproblemas de optimização, tal como mostrámos em §3. A interpretação económica desta técnica de optimização constitui as bases teóricas da desregulação. Podemos citar, em inglês, o seguinte excerto da ref. [5]:

“Under this interpretation, the master problem sets prices for commodities such as system generation, system spinning reserve and operating capacity, and area generation and capacity. The cost minimization subproblems become profit maximization subproblems, so that each resource maximizes its revenues given the current prices set by the master problem or ‘coordinator’. The coordinator

plays the role of a market in a market-driven economy. The market, if possible, converges to an equilibrium.” [5].

Neste capítulo propomo-nos (1) reexaminar esta interpretação tendo em consideração os recentes desenvolvimentos na desregulação e reestruturação do mercado de energia eléctrica [48-60] e (2) fazer uma comparação, no que respeita aos custos, entre três diferentes cenários:

Cenário 1. mercado regulado;

Cenário 2. mercado competitivo, mercado completamente desregulado com despacho centralizado — em inglês “*Pool*”;

Cenário 3. mercado desregulado mas com um grande volume de contratos bilaterais e uma “*Pool*” para a carga remanescente.

5.2 Interpretação económica da função dual de Lagrange

Recentemente, com o advento da desregulação e reestruturação do mercado de energia eléctrica, foram feitas propostas para delinear regras para que o mercado funcione em “*Pool*” — implementação de ofertas e remates [48-60]. Estas linhas de orientação são baseadas em conceitos das técnicas de optimização utilizando relaxação Lagrangeana. O problema primal (\mathcal{P}) é resolvido, recorrendo à relaxação Lagrangeana, como em §3. Por simplicidade e com o objectivo de tornar mais perceptível a interpretação económica da resolução do problema, recorrendo às técnicas de optimização dual de Lagrange, é aqui feita uma reformulação simplificada do problema primal (\mathcal{P}) e do problema dual de Lagrange (\mathcal{D}).

$$(\mathcal{P}) \quad \text{Min} \quad \sum_{i=1}^I C_i(p_i) \quad (5.1)$$

sujeito a

$$\sum_{i=1}^I p_i = d$$

$$p_i \in \mathbf{P}_i$$

onde

$$p_i = [p_{i1} \quad p_{i2} \quad \cdots \quad p_{ik} \quad \cdots \quad p_{iK}]'$$

$$d = [d_1 \quad d_2 \quad \cdots \quad d_k \quad \cdots \quad d_K]'$$

Nesta formulação simplificada os símbolos têm o seguinte significado:

p_{ik} : potência entregue pelo recurso i na hora k

d_k : potência de carga na hora k

C_i : custo de operação do recurso i durante todo o período de afectação, incluindo custos de arranque e custos de rampa

I : número de recursos

K : número de horas

\mathbf{P}_i : universo de fazibilidade dos recursos; inclui as restrições de operação, tais como limites nas potências entregues, limites de rampa, tempo mínimo ligado e tempo mínimo desligado

Considere-se agora o problema dual de Lagrange (2) que resulta de (P)

$$(2) \quad \text{Max } q(\lambda) \quad (5.2)$$

com a função dual de Lagrange dada por

$$q(\lambda) = \lambda' d - \sum_{i=1}^I q_i(\lambda)$$

em que

$$q_i(\lambda) = \max \{ \lambda' p_i - C_i(p_i) \}$$

sujeito a

$$p_i \in P_i$$

e λ é o vector dos multiplicadores de Lagrange (ou vector dual).

Um subgradiente g da função q é

$$g = d - \sum_{i=1}^I p_i \quad (5.3)$$

O valor de q é máximo quando a carga pedida d coincidir com a potência entregue pelo conjunto dos recursos.

Da reformulação do problema dual de Lagrange (2), ressalta de imediato que cada recurso maximiza o seu próprio proveito, dados os preços λ especificados. Ou seja, como referido em §3, a afectação de cada recurso é feita de forma óptima mas independente de qualquer outra afectação — cada recurso passa a constituir uma entidade única e é optimizado individualmente. Assim, vamos começar por considerar um recurso e , à luz do problema dual de Lagrange, analisar o seu comportamento económico num pseudo mercado.

Posteriormente, essa análise será estendida ao comportamento de vários recursos num pseudo mercado.

A. Comportamento económico de um recurso num pseudo mercado

Considere-se que um determinado recurso vê um preço sombra (multiplicador de Lagrange λ) num pseudo mercado. A pergunta que se coloca é a seguinte: qual é o comportamento desse recurso quando a sua energia é valorizada ao preço unitário λ ?

A resposta a esta pergunta é conseguida pela resolução do problema dual de Lagrange (2). Assim, com o objectivo de encontrar a função dual de Lagrange é primeiro necessário resolver o subproblema dado por

$$q_1(\lambda) = \max \{ \lambda p - C(p) \} \quad (5.4)$$

sujeito a

$$p \in P$$

A interpretação económica dada a $q_1(\lambda)$ é a seguinte: num pseudo mercado o recurso vende a sua produção p ao preço λ , com o custo de produção $C(p)$; ou seja, o recurso maximiza o seu próprio proveito dado o preço λ especificado — consegue um lucro se o valor de $q_1(\lambda)$ for positivo e obtém prejuízo se $q_1(\lambda)$ for negativo. Em termos económicos é imediato inferir que o recurso só entra em produção se existir a possibilidade de obter lucro. Ou seja, se se verificar a seguinte condição

$$\lambda p \geq C(p) \quad (5.5)$$

É claro que o recurso é limitado na potência que consegue produzir, pelo que p tem que satisfazer essa restrição. Assim, o recurso entra em produção se se verificar a condição (5.5) e o valor do nível de produção é obtido de (5.4) — o recurso maximiza o seu proveito.

Com efeito, assumindo que o recurso tem uma estrutura de custos quadráticos, é possível provar que à condição (5.5) corresponde uma outra condição, que impõe que o recurso opere no ponto de máxima eficiência ou acima deste. Para isso, considere-se a seguinte estrutura de custos para um determinado recurso:

$$C(p) = \alpha + \beta p + \frac{\gamma}{2} p^2 \quad (5.6)$$

Atendendo a que a eficiência do recurso é definida como sendo

$$\eta = \frac{p}{C(p)} \quad (5.7)$$

o ponto de máxima eficiência do recurso é obtido fazendo

$$\frac{\partial \eta}{\partial p} = 0 \quad (5.8)$$

Resolvendo a equação (5.8), obtém-se o valor da potência que determina o ponto de máxima eficiência. Ou seja, o valor de potência para que o recurso opere na sua máxima eficiência é dado por:

$$p^{ef} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\gamma}} \quad (5.9)$$

Encontrado o valor de potência para o qual o recurso opera na sua máxima eficiência, é agora necessário averiguar para que valor de λ o recurso arranca (produz um determinado nível de potência que será absorvida pelo pseudo mercado), que designaremos de λ^{arr} . Deste modo, pretendemos determinar o

valor de potência quando o recurso entra em operação, e compará-lo com o valor de potência que determina o ponto de máxima eficiência. A determinação de λ^{arr} é conseguida atendendo à condição (5.5) e resolvendo o subproblema:

$$\max \{ \lambda p - C(p) \} \quad (5.10)$$

Deste modo, foi obtido o seguinte valor para λ^{arr} :

$$\lambda^{arr} = \beta + \sqrt{2\alpha\gamma} \quad (5.11)$$

Atendendo ainda à resolução do subproblema (5.10) e à equação (5.11), determina-se o valor da potência correspondente ao valor de λ^{arr} . Este valor é dado por:

$$p = \frac{\lambda^{arr} - \beta}{\gamma} = \sqrt{\frac{2\alpha}{\gamma}} = p^{ef} \quad (5.12)$$

De (5.12) é imediato concluir que o recurso arranca no ponto de máxima eficiência. Assim, é agora possível inferir a seguinte afirmação:

A5.1 Um determinado recurso só está interessado em produzir num pseudo mercado se e só se o preço λ , pelo qual é valorizada a sua produção, for igual ou superior ao valor do preço para o qual o recurso consegue obter proveito, ou seja para $\lambda \geq \lambda^{arr}$ — o recurso opera no ponto de máxima eficiência ou acima deste; neste caso verifica-se sempre a condição (5.5).

No caso em análise, em que apenas existe um recurso num pseudo mercado, o valor máximo da função dual de Lagrange corresponde ao valor do custo de produção quando se verifique a condição de $d = p$, ou seja a produção é igual à demanda — o subgradiente é nulo. A condição de subgradiente nulo é difícil de conseguir porque, mesmo para o problema simplificado onde existam condições de convexidade, o recurso só arranca no ponto de máxima eficiência ou acima deste — qualquer demanda inferior ao ponto de máxima eficiência origina um défice de produção.

Quando o problema é visto pelo lado da exploração dum recurso, e atendendo apenas à sua racionalidade económica, não existe qualquer incentivo para que este contribua para a redução do subgradiente — não é necessário conhecer o valor da demanda para que se possa otimizar a operação desse recurso. De facto, esta é a grande diferença já apontada em §3: enquanto que no problema primal (\mathcal{P}) o pseudo mercado é obrigado a convergir para o ponto de equilíbrio — o recurso tem que satisfazer a demanda e por isso pode-se considerar que este opera num mercado regulado; o mesmo já não sucede no problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}) em que o pseudo mercado pode não convergir para o ponto de equilíbrio — o recurso pode não satisfazer a demanda e por isso pode-se considerar que este opera num mercado desregulado.

No mercado desregulado, a informação do preço da energia, pelo qual é valorizada a produção dum recurso, é o bastante para desenhar uma estratégia óptima para operar esse recurso. Na resolução do problema dual de Lagrange os recursos são otimizados como entidades únicas e assim, com base na resolução do problema (\mathcal{Q}), consegue-se ilustrar geometricamente a forma óptima de gerir a exploração dum recurso, inserido num mercado desregulado, em função do preço estipulado por esse mercado — o valor da produção e o

valor da função dual de Lagrange são apenas função do preço λ , Fig. 5.1. Assim, podemos agora enunciar os seguintes resultados:

- R1 um recurso, inserido num pseudo mercado regulado (problema primal (\mathcal{P})), tem que produzir por forma a satisfazer a demanda. Qualquer que seja o valor da demanda este é sempre satisfeito — existe flexibilidade na exploração do recurso;
- R2 um recurso, inserido num pseudo mercado desregulado (problema dual de Lagrange (\mathcal{D})), é gerido de forma óptima sem conhecer a demanda, estabelecendo o preço a partir do qual consegue produzir obtendo lucro — é claro que o recurso só contribui para satisfazer a demanda se o seu valor for superior a um determinado valor de produção imposto, (5.5);
- R3 se for o mercado a estabelecer o preço, um recurso, inserido num pseudo mercado desregulado, regula a sua produção de forma óptima obtendo lucro, ou não produz se o nível do preço não permitir obter lucro — neste caso o pseudo mercado pode influenciar a gestão do recurso por variação do preço λ .

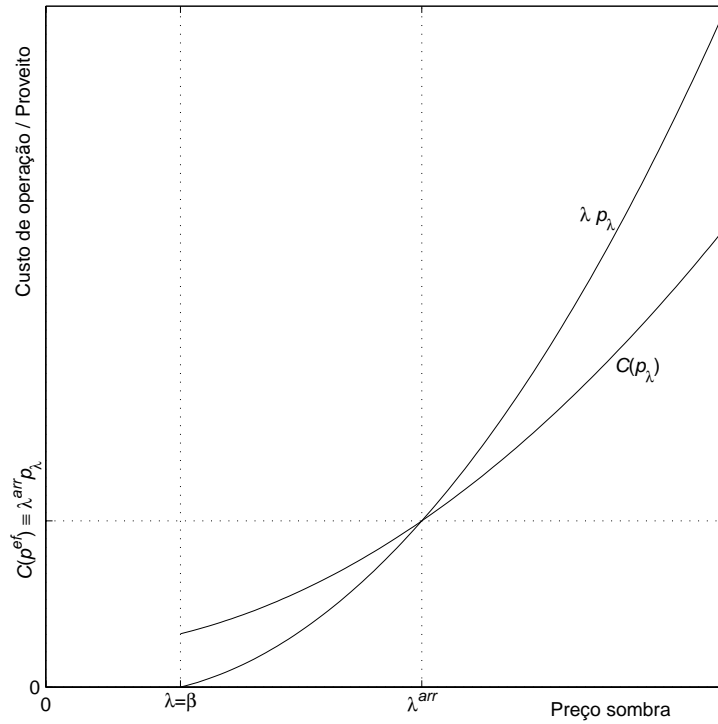


Fig. 5.1 Ilustração geométrica do comportamento de um recurso num pseudo mercado. Note-se que para valores do preço sombra $\lambda < \lambda^{arr}$ o recurso obtém proveito inferior ao custo de produção, $\lambda p_\lambda < C(p_\lambda)$, e por isso não está interessado em vender a sua energia num pseudo mercado. Ao contrário para valores do preço sombra $\lambda \geq \lambda^{arr}$ o recurso obtém um proveito igual ou superior ao custo de produção, $\lambda p_\lambda \geq C(p_\lambda)$, e por isso está interessado em vender a sua energia num pseudo mercado.

Para completar a interpretação económica da função dual de Lagrange, vamos de seguida generalizar os resultados aqui obtidos para o caso de existirem vários recursos num pseudo mercado.

B. Generalização para um conjunto de recursos num pseudo mercado

Por comparação com o mercado desregulado, interessa agora considerar que existem vários recursos a operar num pseudo mercado sem qualquer interdependência — produtores independentes. Desta forma, cada recurso otimiza o seu próprio proveito independentemente dos outros recursos, tal como acontece com o problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}) associado ao problema primal (\mathcal{P}). Assim, a generalização, para um conjunto de recursos, do comportamento económico de um recurso num pseudo mercado, é imediata.

A optimização de cada recurso é conseguida pela resolução de

$$q_i(\lambda) = \max \{ \lambda' p_i - C_i(p_i) \} \quad (5.13)$$

sujeito a

$$p_i \in P_i$$

Como vimos atrás, cada recurso começa a operar no seu ponto de máxima eficiência, ao qual corresponde o valor de λ_i^{arr} para o preço sombra. Conforme o valor do preço sombra λ , cada recurso maximiza o seu lucro (5.13) e obtém o perfil de potência que entrega. Ou seja, cada recurso começa a operar quando se verifique a condição $\lambda \geq \lambda_i^{arr}$ (se $\lambda = \lambda_i^{arr}$ o recurso começa a operar e a potência que entrega corresponde ao valor de máxima eficiência do recurso) — os recursos começam a operar por ordem de mérito.

Também aqui dificilmente a produção coincide com a demanda — o mercado pode não convergir para um ponto de equilíbrio. Note-se que quanto maior for o número de recursos menor será a diferença relativa entre o valor da demanda e o valor do total da produção.

Podemos agora enunciar os seguintes resultados do comportamento económico de um conjunto de recursos inseridos num pseudo mercado:

- R1 um conjunto de recursos, inseridos num pseudo mercado regulado (problema primal (\mathcal{P})), têm que produzir por forma a satisfazer a demanda. Os recursos são explorados conjuntamente de forma óptima, por forma a satisfazer a demanda ao menor custo. Ou seja, o lucro é visto para o conjunto de todos os recursos e não de forma individual para cada um deles;
- R2. um conjunto de recursos, inseridos num pseudo mercado desregulado (problema dual de Lagrange (\mathcal{Q})), gerem a sua exploração de forma óptima, mas independentemente dos outros recursos e sem necessidade de conhecer a demanda. Cada recurso consegue estabelecer o preço a partir do qual pode produzir obtendo lucro. Nenhum produtor contribui para satisfazer a demanda se não existir possibilidade de obter lucro — cada recurso começa a operar por ordem de mérito;
- R3 embora os recursos, inseridos num pseudo mercado desregulado, sejam diferentes e independentes entre si todos recebem pelo mesmo valor do preço sombra, λ , porque todos contribuem para satisfazer a mesma demanda;
- R4 se for o mercado a estabelecer o preço, os recursos, inseridos num pseudo mercado desregulado, regulam a sua produção de forma óptima obtendo lucro, ou não produzem se o nível do preço não permitir obter lucro — neste caso o pseudo mercado pode influenciar a gestão dos recursos por variação do preço λ .

5.3 Métodos computacionais

Como referimos em §3, o problema primal é de difícil resolução recorrendo a técnicas convencionais de optimização não linear. É um problema de grande complexidade e envolve programação inteira mista de larga escala. As soluções, que hoje são adoptadas, para resolver este problema são baseadas na resolução do problema dual, em vez de resolver o problema primal de forma directa. A escolha da resolução do problema dual apresenta muitas vantagens, a mais relevante das quais é a separabilidade da afectação dos recursos. A afectação de cada recurso é feita de forma óptima, mas independente de qualquer outra afectação — cada recurso passa a constituir uma entidade única e é optimizado individualmente. A optimização de um recurso de cada vez é facilmente alcançável, utilizando programação dinâmica. Esta optimização faz o cômputo de $q_i(\lambda)$. Uma vez que todos os recursos são afectados em separado, podemos computar o valor de $q(\lambda)$ e do seu subgradiente g .

Deste modo, é possível equiparar este método computacional a um processo onde existe um coordenador que trata a informação que recebe de todos os produtores. A tarefa deste coordenador consiste em usar os valores do subgradiente g para fazer a actualização dos valores de λ , por forma a obter um subgradiente cada vez mais pequeno, Fig. 5.2. Faz-se notar que o valor da função $q(\lambda)$ é muitas vezes negligenciado no processo. Faz-se ainda notar que, mesmo com condições muito especiais (condições de convexidade) em que o subgradiente poderia ser nulo, no problema de afectação de unidades tal não acontece — as suas componentes mudam de sinal sem que o subgradiente seja alguma vez nulo. De facto, como já referido, um dos grandes esforços de investigação tem sido o da redução do subgradiente quer (1) pela procura do melhor método para a actualização dos valores dos multiplicadores de

Lagrange, tal como fizemos em §4, para a obtenção da melhor solução dual, quer (2) pela implementação de heurísticas que permitam obter uma solução factível (subgradiente nulo).

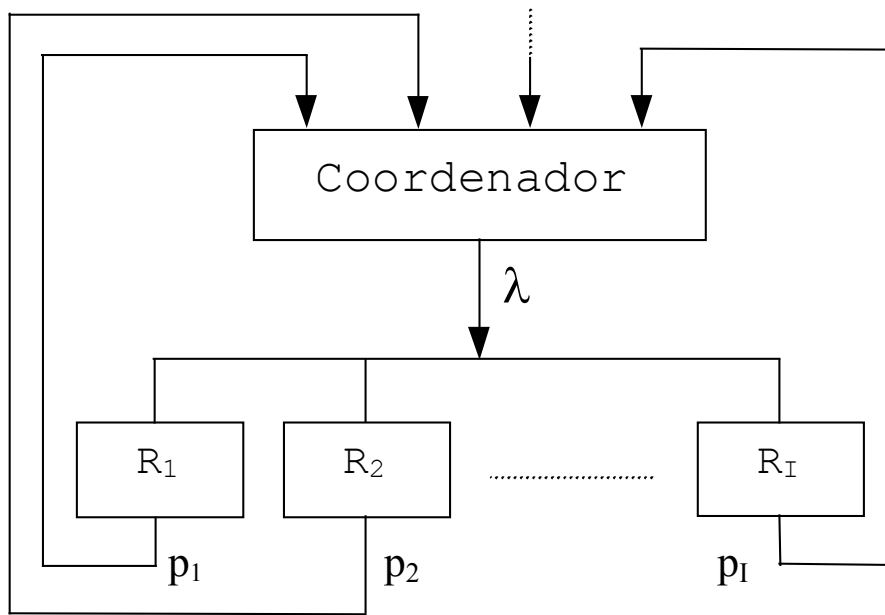


Fig. 5.2 Processo de comunicação para resolver o problema dual de Lagrange. O coordenador recebe informação do valor de potência entregue por cada recurso R_1, R_2, \dots, R_I e indica aos recursos o valor do preço de energia λ . Por sua vez, cada recurso indica ao coordenador o seu próprio perfil de potência que entrega.

Para problemas de pequena dimensão, o problema primal pode ser abordado directamente fazendo uso de técnicas de optimização clássicas, tais como “branch-and-bound” e programação dinâmica. Mais recentemente, como referido em §1, novas técnicas de optimização inteira, tais como algoritmos genéticos e computação evolucionária, bem como “simulated annealing”, têm sido aplicadas para resolver o problema primal [11,10,13].

5.4 Modelos usados pela indústria

Dois modelos para a afectação de unidades (e especificação do preço) estão a ser utilizados pela indústria: (1) afectação de unidades em ambiente regulado e (2) afectação de unidades em ambiente desregulado. No primeiro modelo o custo de produção, após a avaliação por uma comissão de regulação, é passado para o consumidor (a estes custos é adicionada uma quantidade de acordo com fórmulas mais ou menos complicadas para completar o processo de regulação). A forma como a empresa resolve o problema de afectação de unidades não é importante para esta análise — podemos assumir que a afectação de unidades é feita de forma óptima. Na realidade, o que é obtido é uma solução subóptima fazendo uso de programas que recorrem às técnicas de optimização dual de Lagrange, e/ou outros métodos já mencionados, conjuntamente com a experiência e o saber dos próprios despachantes.

Numa conjectura de mercado desregulado, e num cenário de reestruturação significativa do sector eléctrico, muitas regiões adoptaram, com maior ou menor extensão, o conceito de operação em “*Pool*” (onde se inclui o problema de afectação de unidades). A operação em “*Pool*” pode ser vista como sendo baseada em conceitos de optimização dual. Os produtores (ou unidades de geração) submetem ao coordenador de mercado as suas ofertas conjuntamente com as condições de operação. Usualmente uma oferta consiste de um preço a que corresponde uma determinada quantidade de potência, mas pode envolver outras condições de maior complexidade. O coordenador selecciona então as ofertas, começando pela mais barata, até satisfazer a carga prevista em cada hora (ou meia hora). Todos os produtores bem sucedidos nas suas ofertas contribuem para satisfazer a mesma carga e são, por isso, todos pagos pelo mesmo preço de energia — o preço de energia da última oferta seleccionada.

Algoritmo na “vida real”

A descrição que aqui acabámos de fazer mostra a estreita similaridade que existe entre os princípios da operação em “*Pool*” e os princípios do procedimento da optimização dual. As diferenças que existem são devidas principalmente à complexidade que este algoritmo na “vida real” apresenta. Para lidar com esta complexidade é necessário dispor de um sistema de informação de grande sofisticação com um tempo de avanço considerável (pelo menos um dia). Para decalcar o algoritmo de optimização dual, este algoritmo necessitaria de um sistema de informação ainda mais sofisticado, com os produtores a fazer um ajuste das suas próprias ofertas ao longo do processo iterativo de selecção.

Contudo, existe uma diferença conceptual: enquanto que na optimização dual a capacidade de geração afectada não é muitas vezes suficiente para satisfazer a carga, na “*Pool*” a capacidade de geração afectada tem que exceder a carga prevista. Os resultados computados a partir da optimização dual podem ser deixados tal como obtidos, ou podem ser manipulados através de heurísticas por forma a que se consiga satisfazer a carga (solução factível). Uma abordagem possível pode ser encontrada em [5]: “The optimization process will not in general find an equilibrium in which all constraints are satisfied with equality. Constraints will be either over-satisfied or under-satisfied (i.e. violated). In the feasibility phase, prices are increased until all requirements are equaled or exceeded. An economic dispatch is then performed to bring the market into an exact equilibrium by removing excess generation.”

Curiosamente, é este o raciocínio que está por detrás das regras de operação do mercado em “*Pool*”.

5.5 Análise crítica e proposta

Até agora temos reflectido acerca das virtudes e defeitos das técnicas de optimização para afectação de unidades e da sua relação com os mercados de energia eléctrica, mercado regulado e mercado desregulado. Agora gostaríamos de dar ênfase à seguinte afirmação:

A5.2 Os custos primais são menores do que os preços duais.

Em termos matemáticos esta afirmação traduz a verdade, isto é, os custos primais são menores ou iguais ao preço marginal para problemas de afectação de unidades estáticos. Para problemas dinâmicos, que é o caso da afectação de unidades em sistemas de energia eléctrica, o mesmo resultado mantém-se verdadeiro para valores médios. Este importante resultado será ilustrado na secção seguinte.

Assim, impõe-se a seguinte proposta:

P5.1 É necessária prudência em adoptar técnicas computacionais para implementar estruturas de mercado e, a partir daí, estabelecer critérios de reestruturação.

Uma vez que uma técnica computacional dê bons resultados (como algoritmo), não significa que a sua implementação “viva” resulte igualmente bem. No caso do problema de afectação de unidades, *o estabelecimento de preços baseados nos preços duais, em vez de serem baseados nos custos primais, não é favorável para os consumidores.*

Outro resultado importante, confirmado pelos nossos resultados de simulação, respeita à distorção dos preços duais quando comparados com os custos primais:

O estabelecimento dos preços baseados na optimização dual distorce o valor social da energia — os preços nos períodos de horas de cheio são muito maiores do que os actuais custos (custos primais), e no período de horas de vazio são muitas vezes mais baixos que os actuais custos.

Grandes produtores, que tipicamente são produtores eficientes, estabelecem um preço para a sua energia nos períodos de horas de vazio abaixo do seu actual custo de produção. No entanto, no período de horas de cheio, os produtores recuperam das suas perdas, uma vez que o preço de energia no período de horas de cheio é muito maior que os custos correspondentes. A distorção é a seguinte: *os preços nunca devem baixar abaixo do custo de produção!*

Em termos globais, os preços são sempre maiores nos períodos de horas de cheio e menores nos períodos de horas de vazio. Contudo, os preços num cenário regulado traduzem os custos de operação. Num cenário desregulado os preços não traduzem os custos de operação — os preços são exagerados — muito maiores que os custos de operação nos períodos de horas de cheio e muitas vezes abaixo (dos actuais custos de operação) no período de horas de vazio.

Os contratos bilaterais tendem a reduzir o efeito pernicioso dos preços duais. Os grandes consumidores vêm os seus custos de energia reduzidos, enquanto que os pequenos consumidores vêm que os seus custos de energia não são agravados [61,62].

5.6 Resultados numéricos

Os resultados numéricos que iremos apresentar têm propósito ilustrativo. Estes resultados dizem respeito ao sistema de energia eléctrica descrito na Tab. 5.1. Este sistema de energia eléctrica é de menor dimensão do que um sistema real, porque só assim é possível resolver o problema primal de forma directa, utilizando, para isso, programação dinâmica. No entanto, este sistema pretende reproduzir um sistema real mas de menor dimensão.

A correspondência à simulação numérica resulta das características do problema primal (\mathcal{P}) e do problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}). Assim, tal como temos vindo a considerar, a correspondência é a seguinte:

- (1) o cenário de mercado regulado corresponde à resolução do problema primal (\mathcal{P}),
- (2) o cenário de mercado desregulado corresponde à resolução do problema dual de Lagrange (\mathcal{Q}) e
- (3) o cenário de mercado desregulado com contratos bilaterais corresponde à solução do problema primal (\mathcal{P}), para a carga correspondente aos contratos bilaterais, sendo a carga remanescente satisfeita pela resolução do problema dual (\mathcal{Q}).

O perfil de carga considerado é mostrado na Fig. 5.3. Este perfil de carga foi obtido com base no diagrama de carga do sistema eléctrico nacional. Assim, foi feita uma redução na potência de ponta, para que as unidades consigam satisfazer a carga, mantendo todas as outras características do diagrama de

carga. Nomeadamente, a sua evolução ao longo da semana e as relações existentes entre os valores de potência das horas de cheio e das horas de vazio.

Tab. 5.1 Parâmetros das unidades (c_i^{arr} : custo de arranque da unidade i)

Unidade i	α_i	β_i	γ_i	p_i^{\min}	p_i^{\max}	c_i^{arr}
1	133.0	0.769	0.12500	27	40	390
2	133.0	0.769	0.12500	27	40	390
3	56.5	3.714	0.01900	37	118	312
4	68.5	3.658	0.02100	37	118	312
5	56.5	3.150	0.09040	37	118	312
6	84.1	3.018	0.01090	93	236	557
7	122.9	1.000	0.00300	109	298	668
8	84.2	2.650	0.00002	101	292	700
9	84.2	2.650	0.00002	101	292	700
10	84.2	2.850	0.00002	195	330	700
11	84.2	2.850	0.00002	195	330	700

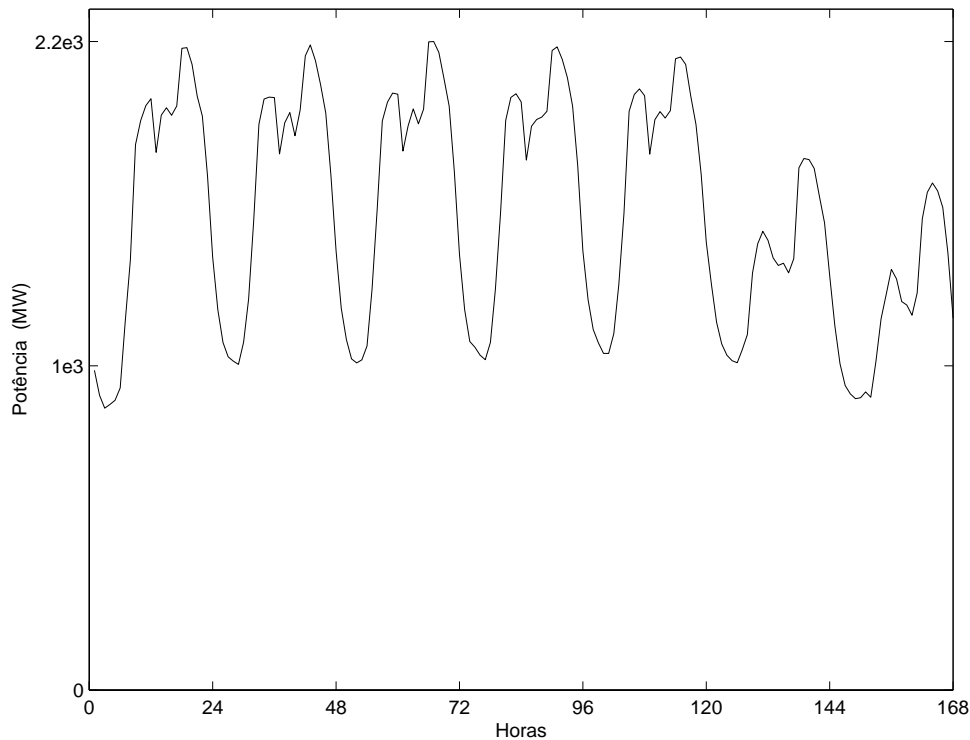


Fig. 5.3 Perfil de carga

Para que possamos concluir sobre o comportamento do mercado de energia eléctrica, em termos de preços de energia, vamos fazer uma comparação entre os custos/preços de energia para os vários cenários considerados. Primeiro vamos comparar os custos/preços de energia, obtidos por simulação, para o cenário de mercado regulado e para o cenário de mercado desregulado. Posteriormente, vamos simular para o cenário de mercado com contratos bilaterais, e comparar os custos/preços de energia entre todos os cenários considerados.

Deste modo, conhecendo o perfil de carga e caracterizado o sistema de energia eléctrica, é resolvido o problema de afectação óptima de unidades de duas

formas distintas: a) utilizando programação dinâmica (resolução de (\mathcal{P})) e b) utilizando relaxação Lagrangeana (resolução do problema (\mathcal{Q})).

Em a) obtemos a afectação óptima para todas as unidades e o custo óptimo total por resolução do problema (\mathcal{P}) . O algoritmo de resolução de (\mathcal{P}) permite ainda obter um custo de energia em cada hora. Contudo, esse custo de energia é distorcido porque o custo de arranque é contabilizado na hora em que a unidade arranca — nessa hora existiria uma distorção, uma vez que esse custo, em termos de energia, não pode ser imputado somente a essa hora, mas sim distribuído pelo período desde a hora em que a unidade arranca, até à hora em que a unidade é desligada. Assim, é exigida a determinação do custo de energia, após a resolução de (\mathcal{P}) , a partir da afectação óptima de unidades e do custo óptimo total. O procedimento, para o cálculo desse custo de energia, é conseguido com base no seguinte algoritmo:

Passo 1. a partir da afectação óptima determinar o custo de operação para cada hora k , de cada unidade i — este custo é obtido por substituição do valor da potência p_{ik} , afectada à unidade i na hora k , na curva de custo de operação da respectiva unidade;

Passo 2. a partir da afectação óptima determinar o custo que resulta do arranque de cada unidade i , em cada hora k — de cada vez que uma unidade arranca, determina-se o número de horas que esta se mantém ligada, e calcula-se o custo de arranque a imputar a cada hora, como sendo o custo de arranque da unidade dividido pelo número de horas em que a unidade se mantém ligada;

Passo 3. calcular o custo de energia em cada hora k — o custo de energia é obtido pela soma dos custos determinados nos *passos 1 e 2* em cada hora k , dividida pelo valor da carga nessa hora.

Em b) obtemos a afectação óptima para todas as unidades e o custo óptimo de exploração de todos os recursos por resolução do problema (2). O algoritmo de resolução de (2) permite ainda obter o preço dual λ_k em cada hora k . Neste cenário de mercado desregulado, este é o preço pelo qual a “Pool” paga a energia aos produtores. Assim, a comparação entre os custos de energia no cenário do mercado regulado (custos primais), e os custos de energia no cenário do mercado desregulado (preços duais), permite concluir acerca do desempenho de cada um dos mercados. Note-se contudo que a resolução do problema (P) satisfaz a restrição da carga, enquanto que a resolução do problema (2) não consegue satisfazer essa restrição — na “Pool” esta restrição tem que ser observada (o preço dual tenderia ainda a subir mais).

A Fig. 5.4 mostra duas curvas: uma para os custos primais, e outra para os preços duais. Ambas as quantidades estão expressas nas mesmas unidades, \$/MWh (\$ é uma quantidade simbólica). Observe-se que os custos primais são, de forma consistente, mais baixos que os preços duais, excepto para umas poucas horas, aquelas em que a carga é menor. O valor médio do custo primal é de 2.98 \$/MWh. O valor médio do preço dual é de 3.99 \$/MWh (o que representa um aumento de 34%).

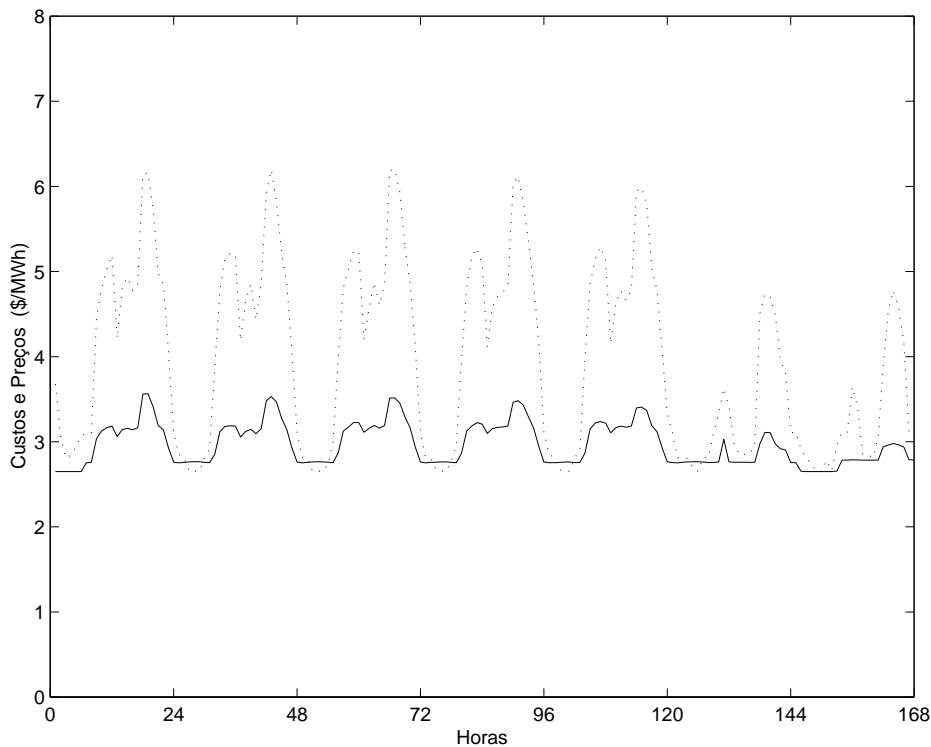


Fig. 5.4 Custos primais e preços duais ao longo de uma semana. Os custos primais são representados pela linha a traço cheio e os preços duais são representados pela linha a traço pontilhado. Note-se que os preços duais excedem os custos primais para a maioria das horas com excepção de algumas horas de vazio — horas de menor carga.

Em vários casos por nós simulados, encontrámos o mesmo comportamento. Os preços duais são maiores que o custos primais. Fica claro que o estabelecimento de preços baseados nos preços duais, em vez de serem baseados nos custos primais, não é favorável para o consumidor.

A Fig. 5.5 é um caso particular em que considerámos diferentes custos de arranque, para o sistema de energia eléctrica mostrado na Tab. 5.1. Neste caso, os preços duais atingem níveis de valores muito elevados e níveis de valores muito baixos. Como os custos de arranque foram aumentados há uma maior

tendência para não ligar e, uma vez ligado, para não desligar. Esta tendência está bem patente na Fig. 5.5 onde, por comparação com a Fig. 5.4, os preços duais na hora de cheio atingem valores muito maiores e nas horas de vazio atingem valores muito menores. Quanto aos custos primais, eles não diferem muito dos da Fig. 5.4, mas apresentam um comportamento que importa realçar. Nas horas de vazio os custos primais têm um ligeiro agravamento. Como se mantêm ligadas mais unidades, o valor de potência afectada diminui. Ou seja, as unidades passam a operar em pontos de menor eficiência e, por isso, o custo de energia é maior nessas horas. Nas horas de vazio, enquanto que os custos primais têm um ligeiro agravamento, os custos duais exibem uma tendência contrária de acentuado desagravamento. Fica claro que os preços nos períodos de horas de cheio são muito maiores do que os actuais custos, e no período de horas de vazio são muitas vezes bastante mais baixos que os actuais custos.

Em termos globais, os preços são sempre maiores nos períodos de horas de cheio e menores nos períodos de horas de vazio. Contudo, enquanto que o preço de energia num cenário regulado traduz os custos de operação, num cenário desregulado o preço da energia nos períodos de horas de vazio está abaixo do seu actual custo de produção e, no período de horas de cheio está muito acima do seu actual custo de produção.

Os resultados da Fig. 5.4 e da Fig. 5.5 podem também ser apresentados como função dos valores da carga, como se mostra na Fig. 5.6. Esta ilustração mostra, de forma evidente, que os preços duais exibem uma maior dependência com o valor da carga comparativamente com os custos primais. Nas horas de cheio, quando existe maior necessidade de consumo, os preços duais excedem largamente os custos primais, podendo atingir valores da ordem de 100% do custo primal. Por outro lado, em algumas horas de vazio, quando a necessidade

de consumo é menor, os preços duais podem atingir valores menores que 50% do custo primal.

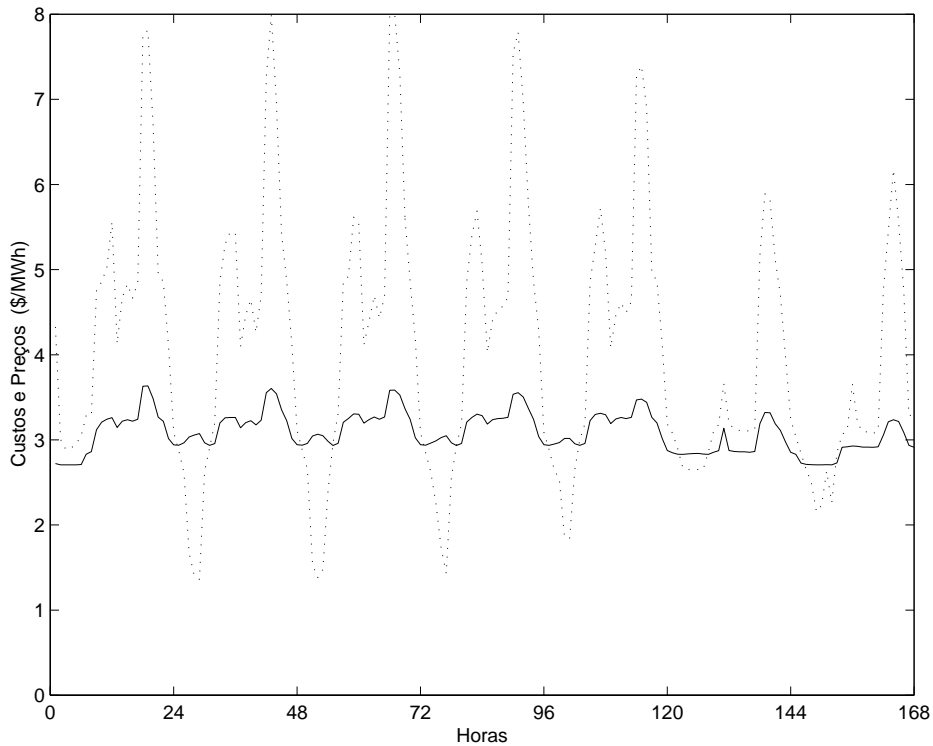


Fig. 5.5 Custos primais e preços duais ao longo de uma semana (caso particular onde os custos de arranque, indicados na Tab. 5.1, são aumentados). Os custos primais são representados pela linha a traço cheio e os preços duais são representados pela linha a traço ponteadado. Note-se que os preços duais excedem largamente os custos primais nas horas de cheio, e podem atingir valores menores que 50% do custo em algumas horas de vazio.

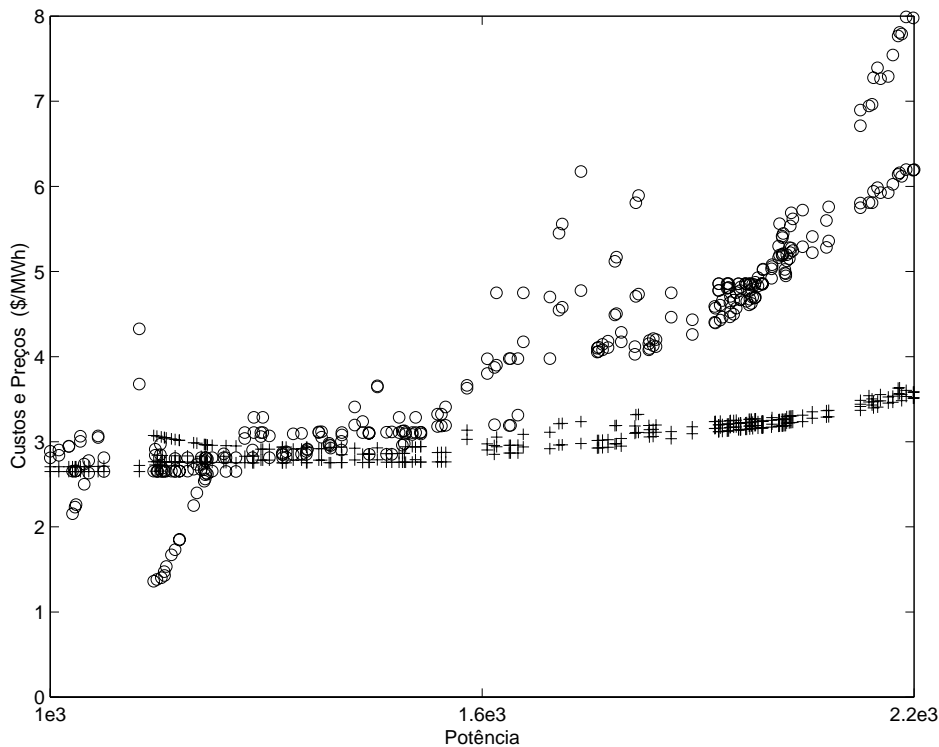


Fig. 5.6 Custos primais e preços duais em função da carga. Os custos primais são representados pelo sinal mais (+) e os preços duais são representados por um círculo (o). Estes pontos correspondem à mesma afectação que os da Fig. 5.4 e da Fig. 5.5. Note-se que os preços duais são muitas vezes maiores — por vezes muito maiores — do que os custos primais. Note-se ainda que os preços duais podem ser menores que os custos primais — por vezes muito menores.

Para ilustrar o papel dos contratos bilaterais considere-se a Fig. 5.7. Esta figura mostra duas partições do perfil de carga: uma parte corresponde aos contratos bilaterais (forma poligonal), e a outra parte corresponde à carga remanescente, a ser satisfeita pela “Pool”. A parte da carga dos contratos bilaterais é satisfeita por resolução do problema (\mathcal{P}) e a parte da carga remanescente é satisfeita por resolução do problema (\mathcal{Q}).

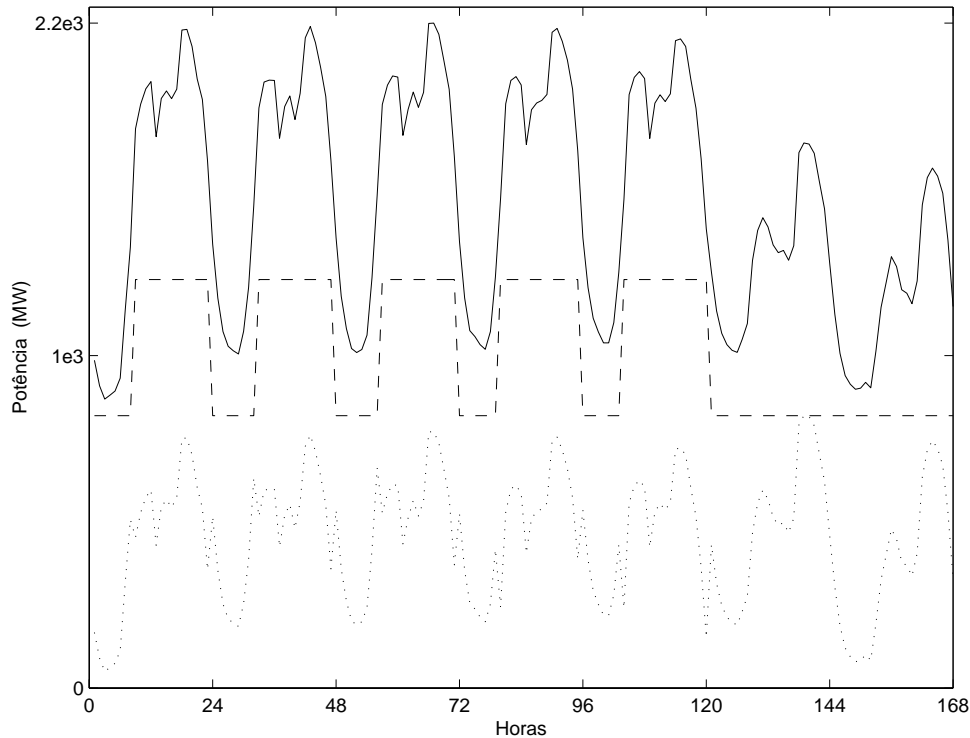


Fig. 5.7 Perfil de carga com duas partições. A linha a traço cheio representa a carga global. A linha a traço interrompido representa a carga correspondente a todos os contratos bilaterais. A linha a traço pontilhado representa a carga remanescente, a ser satisfeita pela “Pool”.

A Fig. 5.8 mostra os custos primais e os preços duais correspondentes à respectiva partição da Fig. 5.7. Mais uma vez, em média, os preços duais são superiores aos custos primais. No entanto, por comparação com a Fig. 5.4, verificamos que quer os custos primais, quer os preços duais não se encontram agravados. O valor médio do custo primal é de 2.9 \$/MWh e o valor médio do preço dual é de 3.4 \$/MWh.

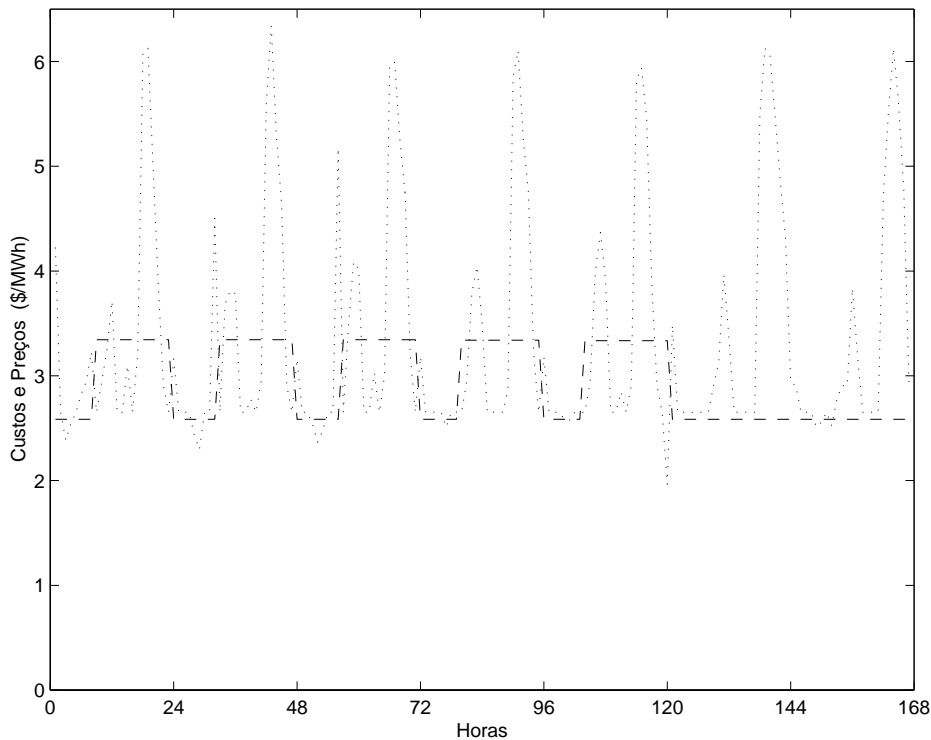


Fig. 5.8 Custos primais para os contratos bilaterais e preços duais para a carga remanescente. Os custos primais são representados pela linha a traço interrompido e os preços duais são representados pela linha a traço ponteadado.

Importa agora comparar o preço de energia entre os vários cenários de mercado considerados. A Fig. 5.9 mostra que a opção dos contratos bilaterais é eficaz em fazer baixar os custos globais (dos valores dos preços duais). O valor médio correspondente à linha a traço cheio é de 3.14 \$/MWh — um valor entre 3.99\$/MWh (valor médio do preço dual correspondente à linha a ponteadado) e 2.98\$/MWh (valor médio do custo primal correspondente à linha a tracejado). Embora os preços duais nas horas de cheio continuem bastante maiores que os custos primais, já não se verifica uma diferença tão acentuada entre ambos — essa diferença é agora aproximadamente metade da anterior.

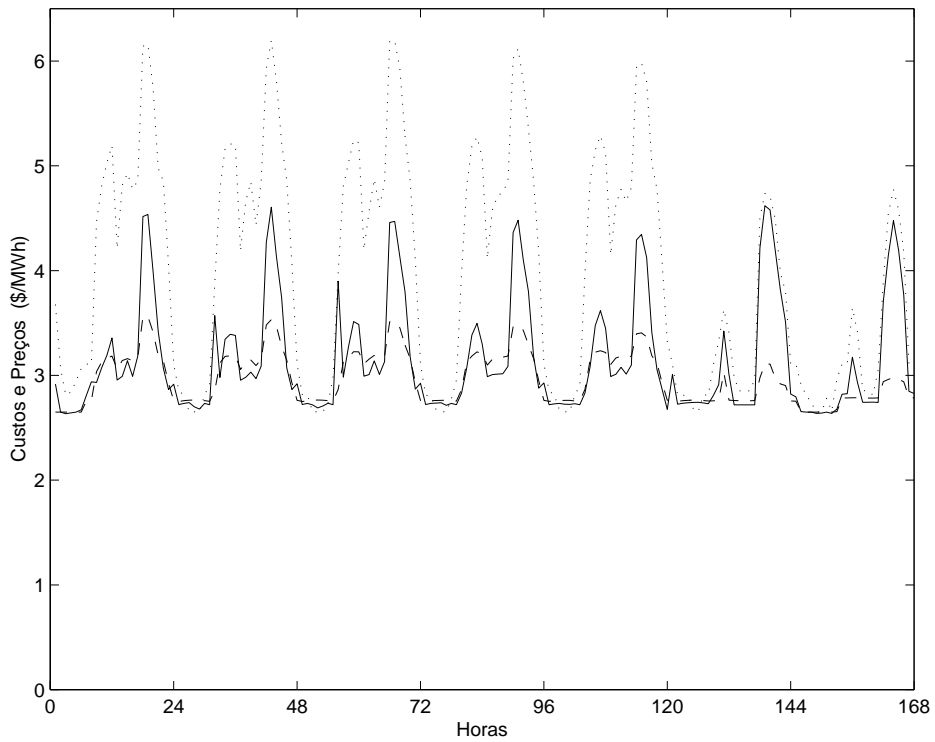


Fig. 5.9 Comparação de preços. Os preços da Fig. 5.4 são aqui repetidos: a linha a traço interrompido representa os custos primais e a linha a traço pontilhado representa os preços duais. A linha a traço cheio representa os preços para os contratos bilaterais em conjunto com a carga remanescente.

5.7 Conclusões

Neste capítulo foi analisado o problema da regulação versus desregulação tendo em vista as bases teóricas sustentadas pelos princípios da optimização dual de Lagrange. Esta análise permitiu concluir que a desregulação, baseada nos princípios da optimização dual (problema dual (\mathcal{Q})), conduz a custos de energia maiores para o consumidor, quando comparados com o sistema regulado (problema primal (\mathcal{P})). Os preços duais, quando comparados com os custos primais, tendem a ser baixos nos períodos de horas de vazio, mas sobem para valores muito maiores no período de horas de cheio. Deste modo, devemos reconhecer que o sistema regulado conduz a preços mais baixos para o consumidor, preços mais baixos que os obtidos num sistema desregulado baseado em princípios de preços duais.

Os contratos bilaterais constituem uma forma eficaz de atenuar o efeito penalizante no preço ao consumidor, quando a desregulação é baseada nos princípios da optimização dual de Lagrange. Os consumidores que tenham contratos bilaterais beneficiam de energia a custo menor quando comparado com a “Pool”. Os consumidores, cuja carga não seja satisfeita por contratos bilaterais, compram energia ao preço da “Pool”. Comparativamente com o mercado desregulado, a introdução de contratos bilaterais permite concluir que os grandes consumidores vêm os seus custos de energia reduzidos, enquanto que os pequenos consumidores vêm que os seus custos de energia não são agravados.

CAPÍTULO

6

Reestruturação do Mercado de Energia Eléctrica — Um Produtor Não Vinculado

Neste capítulo é analisado o comportamento de um produtor não vinculado (este produtor possui como recurso de exploração uma central hidroeléctrica) inserido num pseudo mercado de energia eléctrica. Esta análise começa pelo enquadramento do problema seguindo-se a sua formulação, descrição e resolução. Os resultados numéricos obtidos permitem (1) obter o perfil de exploração óptimo para um determinado contrato bilateral, (2) verificar como se faz a exploração óptima no novo contexto da reestruturação e (3) mostrar que a exploração de um recurso, neste novo enquadramento, obedece a critérios diferentes dos correntemente utilizados. Dentro deste problema surge ainda o problema de afectação de unidades em centrais hídricas. Este problema é também formulado e resolvido de forma óptima, obtendo-se curvas características para a central.

6.1 Introdução

A reestruturação do sector eléctrico em Portugal tem vindo a ser feita de forma faseada e, actualmente, assenta na coexistência de um Sistema Eléctrico de Serviço Público (SEP) e de um Sistema Eléctrico Independente (SEI). Dentro do SEI encontra-se o Sistema Eléctrico Não Vinculado (SENV). Integram o SENV os produtores não vinculados, os distribuidores não vinculados e os clientes não vinculados, sendo as relações comerciais estabelecidas livremente pelos seus intervenientes. No que respeita às relações comerciais entre o SEP e o SENV, estas encontram-se reguladas. No âmbito do SENV, o relacionamento comercial pode ser efectuado bilateralmente através de contratos bilaterais físicos, contratos de curta duração e contratos de garantia de abastecimento, ou através do sistema de ofertas [63]. Assim, a reestruturação do sector eléctrico introduziu concorrência na produção de energia eléctrica, bem como a possibilidade dos consumidores (clientes não vinculados) poderem escolher a companhia (produtores não vinculados) fornecedora de energia eléctrica. Neste novo enquadramento, problemas que antes não despertavam atenção assumem agora importância relevante na gestão de sistemas de energia eléctrica. Entre estes problemas encontra-se o de optimização da exploração de uma central hidroeléctrica. Este problema resulta da necessidade que um produtor não vinculado, responsável por uma central hidroeléctrica, tem na optimização da exploração dessa central. Neste capítulo, e à luz deste novo enquadramento, é engenhada a resolução deste novo problema. Nomeadamente, é feita a sua formulação e, posteriormente, a sua resolução com objectivos ilustrativos. Dentro deste problema surge ainda o problema de afectação de unidades em centrais hídricas, que assume também um papel importante e é aqui resolvido de forma óptima.

6.2 Formulação do problema

Um produtor não vinculado, que tenha estabelecido um contrato bilateral, deve colocar energia na rede (admite-se que existe viabilidade técnica para tal) que o cliente não vinculado irá consumir, por forma a cumprir o contrato. Esse contrato constitui, para o produtor não vinculado, o programa de exploração que, em regra, consta da potência que este se compromete a entregar na rede, em cada hora, durante um dia. Caso não cumpra o contrato (por defeito ou por excesso) incorre em custos ou proveitos associados aos desvios. Estes desvios resultam da diferença entre os valores contratados e os valores verificados na prática, e são calculados com base na potência nominal P_N , que o produtor tem instalada. No caso em apreço, um produtor não vinculado é responsável por uma central hidroeléctrica cuja exploração pretende gerir de forma óptima, pelo período de um dia (período de duração do contrato). Assim, o problema de optimização da exploração da central engloba o perfil de carga contratado, as penalizações para desvios de produção relativamente ao perfil contratado e as restrições próprias à central hídrica. A resolução deste problema permite obter o perfil óptimo de produção. Neste caso, o objectivo não é satisfazer de forma exacta o perfil de carga, mas sim minimizar custos e, se possível, obter benefícios na produção. Deste modo, a formulação do problema (\mathcal{J}) é a seguinte:

$$(\mathcal{J}) \quad \text{Min} \sum_{k=1}^K f_k(\delta_k) \quad (6.1)$$

sujeito a

$$\delta_k \in \mathcal{U}_k$$

Nesta formulação, os símbolos têm o seguinte significado:

f_k : função de custo (função de penalização ou de proveito conforme o cumprimento do contrato em cada hora k)

δ_k : desvio de potência em relação ao contratado em cada hora k

\mathcal{U}_k : universo de fazibilidade das unidades da central e do reservatório; inclui as restrições de operação, tais como limites de potência e as restrições de limites de cota (cota mínima, cota máxima e cota final)

A função objectivo do problema (\mathcal{J}) resulta de uma soma de funções, uma função para cada hora k , e cada função $f_k : \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}$ é definida da seguinte forma:

$$f_k(\delta_k) = \begin{cases} -\delta_k t_{3k} & \text{se } \delta_k < -\beta P_N \\ -\delta_k t_{2k} & \text{se } -\beta P_N \leq \delta_k < -\alpha P_N \\ -\delta_k t_{1k} & \text{se } -\alpha P_N \leq \delta_k \leq \alpha P_N \\ 0 & \text{se } \alpha P_N < \delta_k < \beta P_N \\ 0 & \text{se } \beta P_N < \delta_k \end{cases} \quad (6.2)$$

em que

$$\beta > \alpha \text{ para } \beta \in \mathfrak{R}^+ \text{ e } \alpha \in \mathfrak{R}^+ \quad (6.3)$$

e

$$\delta_k = \sum_{i=1}^I p_{ik} - D_k \quad (6.4)$$

onde

t_{jk} com $t \in \mathfrak{R}^+$ e $j = \{1,2,3\}$: tarifa tipo j na hora k

P_N : potência nominal da central

p_{ik} : potência entregue pela unidade i na hora k

D_k : potência de carga contratada na hora k

Como referido, a função objectivo é uma função de penalização ou de proveito conforme o cumprimento do contrato em cada hora k . A penalização ou proveito depende do desvio e é sempre linear. Os coeficientes angulares de cada penalização são dados por t_{jk} , e obedecem à seguinte relação: $t_{3k} > t_{2k} > t_{1k}$. Ou seja, para desvios menores do que $\alpha \times 100\%$ podemos obter proveito ou penalização conforme a tarifa t_{1k} ; para desvios negativos entre $\alpha \times 100\%$ e $\beta \times 100\%$ a penalização é maior (conforme a tarifa t_{2k}) e é ainda agravada para desvios negativos superiores a $\beta \times 100\%$ (conforme a tarifa t_{3k}); para desvios positivos acima de $\alpha \times 100\%$ não existe proveito nem penalização.

Como se verifica, cada uma das funções parcelares f_k é não linear, não convexa e não contínua. Estas propriedades da função f_k dificultam a resolução do problema (\mathcal{P}) e obrigam a uma optimização fora do domínio da programação não linear convencional. O método aqui usado para obviar esta dificuldade é um método de enumeração implícita, em que todas as possibilidades de decisão são testadas e as melhores decisões são então escolhidas. Assim, garante-se que os resultados são óptimos e que são globalmente óptimos. A desvantagem deste método advém do requisito de se trabalhar num espaço discretizado, exigindo mais memória e um mais longo tempo de execução. Para evitar que o tempo de execução torne a utilização deste método inviável, é exigido um rigor na implementação do algoritmo que assenta, no essencial, numa eficaz estrutura de dados. Desta forma, é possível

reduzir operações que, por serem repetitivas, conduzem a um agravamento significativo no tempo de execução.

Na resolução do problema (\mathcal{J}), é essencial conhecer, para cada nível de cota e para cada possível caudal a turbinar, a melhor combinação de unidades — qual é a combinação que corresponde ao máximo rendimento energético (para essa queda e esse caudal) e qual a potência afectada a cada unidade. Este problema é um problema de afectação de unidades em centrais hídricas e será abordado a seguir.

6.3 Afectação de unidades em centrais hídricas

Com o surgimento de produtores não vinculados, em que um produtor pode possuir apenas uma central hídrica, a afectação de unidades assume um papel importante e deve ser feita de forma óptima. A forma óptima de afectar as unidades resulta da minimização do caudal turbinado para a geração de um valor de potência, qualquer que seja a cota de montante e a cota de jusante. Deste modo, a central hídrica entrega a energia pedida a um custo mínimo — há uma maior rentabilização dos recursos.

Este problema pode ser de maior ou menor complexidade conforme as características das unidades e, muitas vezes, da existência de várias unidades diferentes na central. Cada unidade é caracterizada por uma relação de três variáveis: potência, caudal e queda. Essa relação é uma relação não linear e não convexa. Também por causa das características das unidades e principalmente por existirem várias unidades diferentes na central, não é possível utilizar optimização convencional para decidir quais são os geradores que devem ser utilizados com que caudal e a que nível de potência. Assim, torna-se necessário

enumerar as combinações de unidades e, em cada combinação, otimizar para o valor óptimo de produção de cada unidade, para decidir qual é a melhor combinação, para cada caudal e para cada queda. Uma dificuldade acrescida resulta da dependência não linear da queda em relação ao caudal turbinado — quanto maior for o caudal turbinado, maior será a perda de queda (menor será a queda útil) devido à elevação da cota de jusante. Este efeito conduz a uma perda de rendimento e, deste modo, a potência entregue pelas unidades diminui à medida que o caudal turbinado aumenta.

6.3.1 Formulação do problema

Enunciado

Dadas as restrições impostas, quer as que são individualizadas por unidade quer as ligadas às várias unidades, escolher uma decisão admissível para a afectação das unidades hídricas que seja a melhor do ponto de vista da racionalidade económica.

Este problema implica a caracterização, por um lado, das decisões admissíveis e, por outro lado, do mérito de cada uma dessas decisões; e implica ainda o estudo da estratégia para escolher a melhor decisão. Portanto, a sua formulação conduz a um problema de programação matemática, não linear, que a seguir se descreve.

Formulação matemática

Esta formulação diz respeito a uma central hídrica composta por N unidades. Como já referido, cada unidade é caracterizada por uma relação de três variáveis: potência, caudal e queda. Se nessa relação uma das variáveis for mantida constante — neste caso a queda — cada unidade j é caracterizada por um conjunto de curvas. O número de curvas I é tanto maior quanto maior forem os níveis de discretização considerados para a queda.

Cada curva i , da unidade j , com queda $h_i = c^{te}$ é da forma

$$q_{ji} = f(p_{ji}, h_i = c^{te}) \quad (6.5)$$

$$i = 1, \dots, I \quad \text{e} \quad j = 1, \dots, N$$

em que

q_{ji} : caudal turbinado em ($m^3 s^{-1}$) pela unidade j na curva i

p_{ji} : potência gerada em (MW) pela unidade j na curva i

h_i : altura de queda da curva i

A comparação do mérito das diversas decisões admissíveis é feita através de uma medida que caracteriza a bondade de cada decisão. Essa medida é obtida através de uma função — função objectivo. A função objectivo que melhor se ajusta a este problema é uma medida do caudal turbinado (o caudal turbinado representa o custo de operação). Assim, o problema de afectação de unidades hídricas pode ser colocado de uma forma expedita como se segue.

Dado um conjunto de unidades de uma central hídrica, minimizar o custo de operação sujeito a:

- (1) potência que a central tem que satisfazer — restrição correspondente ao conjunto das unidades
- (2) potências mínima e máxima que cada unidade consegue entregar — restrição individualizada por unidade
- (3) caudais mínimo e máximo que cada unidade consegue turbinar — restrição individualizada por unidade

O problema (\mathcal{K}) de afectação de unidades hídricas pode assim ser escrito em termos matemáticos na seguinte forma:

$$(\mathcal{K}) \quad \text{Min} \quad \left(\sum_{j=1}^N q_{ji}(p_{ji}, h_i, u_j) \right) \quad (6.6)$$

sujeito a

$$\sum_{j=1}^N p_j = P \quad (6.7)$$

$$p_{ji}^{\min} < p_{ji} < p_{ji}^{\max} \cap p_j^{\min} < p_j < p_j^{\max} \quad (6.8)$$

$$q_{ji}^{\min} < q_{ji} < q_{ji}^{\max} \quad (6.9)$$

onde

$$u_j \in \mathcal{U}_j \quad j = 1, \dots, N \quad (6.10)$$

Nesta formulação, os símbolos têm o seguinte significado:

N : número de unidades

q_{ji} , p_{ji} e h_i : símbolos já definidos em (6.5)

u_j : variável de decisão da unidade j

p_j : potência gerada em (MW) pela unidade j

P : total de potência gerada pela central

p_{ji}^{\min} e p_{ji}^{\max} : potências mínima e máxima da unidade j na curva i

p_j^{\min} e p_j^{\max} : potências mínima e máxima da unidade j (qualquer que seja a curva i)

q_{ji}^{\min} e q_{ji}^{\max} : caudais mínimo e máximo da unidade j na curva i

As expressões (6.6) a (6.10) são interpretadas da seguinte forma:

- a expressão (6.6) representa o valor total do caudal e indica que para um determinado valor de potência gerada P , para uma queda h_i , o caudal turbinado depende da afectação de unidades;
- a expressão (6.7) representa a potência que a central entrega com as unidades que se encontram afectadas;
- a expressão (6.8) resulta da intersecção das potências mínima e máxima que a unidade j consegue gerar na curva i , com as potências mínima e máxima que, qualquer que seja a curva i , a unidade j consegue gerar;

- a expressão (6.9) representa os caudais mínimo e máximo que a unidade j consegue turbinar na curva i ;
- a expressão (6.10) representa o universo de decisões admissíveis.

A resolução do problema (\mathcal{K}) permite obter, para cada valor de queda, o valor de potência que a central entrega e a sua afectação óptima pelas unidades disponíveis, com o menor caudal turbinado possível. Ou seja, a central passa também a ser caracterizada por uma relação de três variáveis: potência, caudal e queda. Esta relação é também não linear, não convexa e apresenta zonas críticas que correspondem à descontinuidade de funcionar versus não funcionar. De seguida vamos proceder à resolução deste problema para um exemplo ilustrativo.

6.3.2 Exemplo ilustrativo

Para ilustrar a resolução do problema de afectação de unidades, numa central hídrica, foi considerado um caso de uma central com seis unidades, sendo quatro delas idênticas e as restantes diferentes. Cada unidade é caracterizada por oito curvas $q_{ji} = f(p_{ji}, h_i = c^{te})$, tal como mostra a Fig. 6.1 para uma das unidades; sendo que todas as unidades são também caracterizadas pelo mesmo número de curvas e para a mesma discretização de queda. Assim, a central será também caracterizada por oito curvas — o mesmo número de curvas que caracterizam cada unidade, não considerando a elevação da cota de jusante conforme o caudal turbinado.

A Fig. 6.2 mostra as curvas características que, após a resolução do problema (\mathcal{K}), foram obtidas para a central. Para qualquer valor de potência, que a

central pode entregar, qualquer que seja o valor da queda, o valor do caudal turbinado é mínimo para a afectação de unidades obtida. Quando exista mais do que uma unidade diferente afectada, o nível de geração de cada uma é diferente — a Fig. 6.2 mostra valores totais de potência e caudal. Nesta figura não são visíveis as diferentes combinações entre unidades. Note-se que existe uma zona crítica, próxima da potência mínima que a central consegue entregar, que corresponde à descontinuidade de funcionar versus não funcionar. O aparecimento desta zona crítica resulta das diferentes características entre as diversas unidades. Nomeadamente as quatro unidades iguais, que têm valores de potência muito inferiores aos das outras unidades e têm menor eficiência, entram em funcionamento, na maior parte das vezes, devido às restrições de potência, expressão (6.8). Exceptuando esta zona crítica as curvas apresentam uma evolução suave e contínua — as diferentes combinações não acarretam, neste exemplo, descontinuidades.

Faz-se ainda notar que é possível, para um determinado caudal, obter o valor de potência para qualquer queda, com base nas curvas da Fig. 6.2. Estes valores são obtidos recorrendo ao gradiente da função $p = f(q, h)$.

O problema (\mathcal{H}), como já referido, resulta da escolha, de entre as decisões admissíveis, da afectação de unidades que seja a melhor do ponto de vista da racionalidade económica. Ou seja, a resolução do problema (\mathcal{H}) permite conhecer todos os valores de potência que a central consegue produzir, qualquer que seja o valor da queda (valor da cota de nível do reservatório) e com o menor caudal turbinado, e a correspondente afectação óptima de unidades. A Fig. 6.3 ilustra as diferentes combinações entre unidades quaisquer que sejam os valores das grandezas em jogo: potência, caudal e queda. A cada curva equivale um valor de potência e a cada cor equivale uma afectação de unidades diferente. Ao contrário da Fig. 6.2 esta figura põe em evidência as diferentes afectações

de unidades — podem existir até nove afectações diferentes a potência constante, até cinco afectações diferentes a caudal constante e até dez afectações diferentes a queda constante.

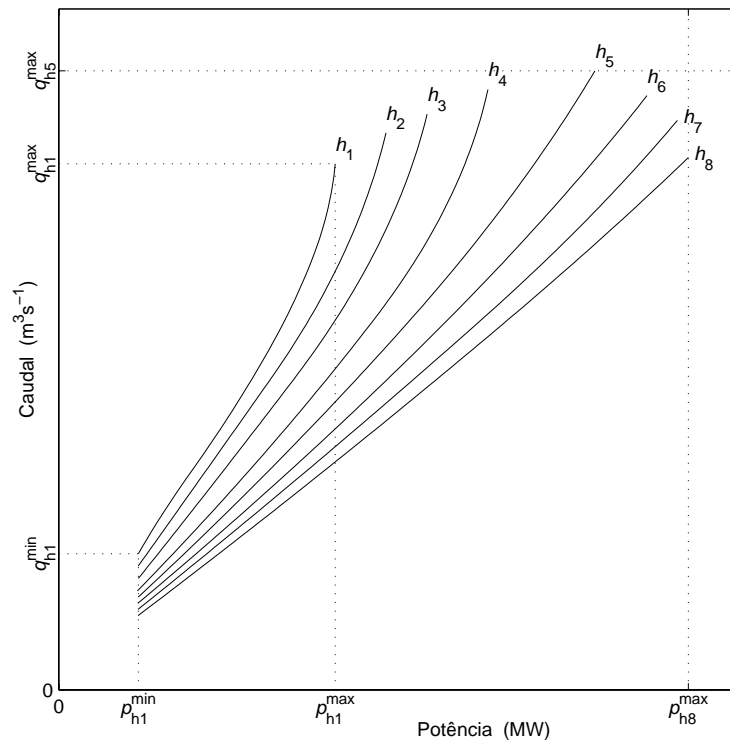


Fig. 6.1 Curvas características de uma das unidades da central. Esta unidade, bem como todas as outras, tem uma relação não linear e não convexa entre as grandezas em jogo: potência, caudal e queda. Cada unidade apresenta como restrição, e conforme o valor da queda (por cada curva), valores mínimos e máximos de potência e de caudal. Aos valores máximos de potência e de caudal, que a unidade consegue gerar, corresponde respectivamente o valor de queda representado por h_8 e o valor de queda representado por h_5 .

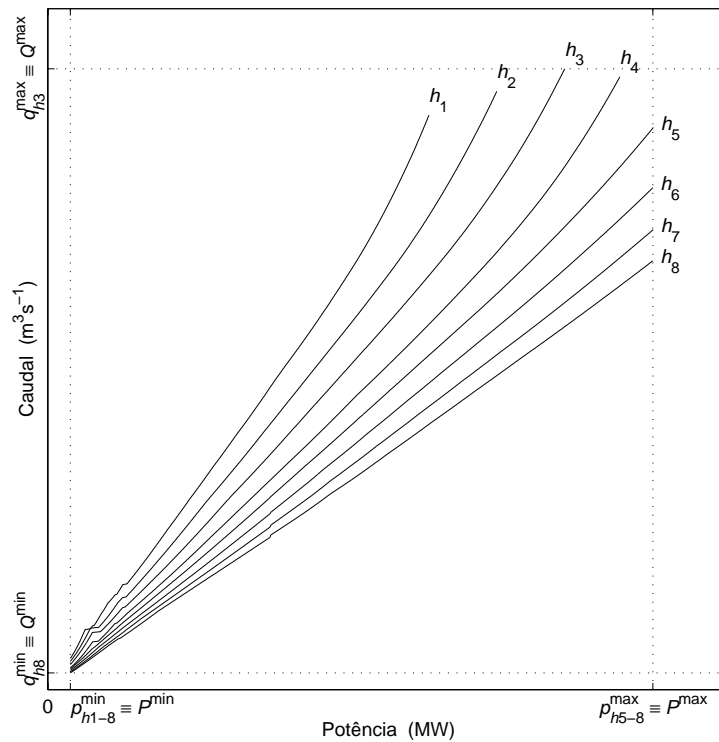


Fig. 6.2 Curvas características da central a queda constante. A cada valor de potência P , que a central produz, corresponde a restrição da expressão (6.7) e a cada valor de caudal Q , que a central turбина, corresponde a solução da expressão (6.6), para um valor de queda h_i . A cada valor de potência P , dado pela expressão (6.7), equivale uma afectação óptima de unidades. A esta afectação de unidades corresponde, quer um nível de potência diferente que cada unidade gera (excepto para as unidades iguais), quer combinações diferentes entre as diversas unidades. Note-se ainda uma zona crítica, junto da potência mínima, que advém da descontinuidade de funcionar versus não funcionar e resulta das diferentes características entre as diversas unidades.

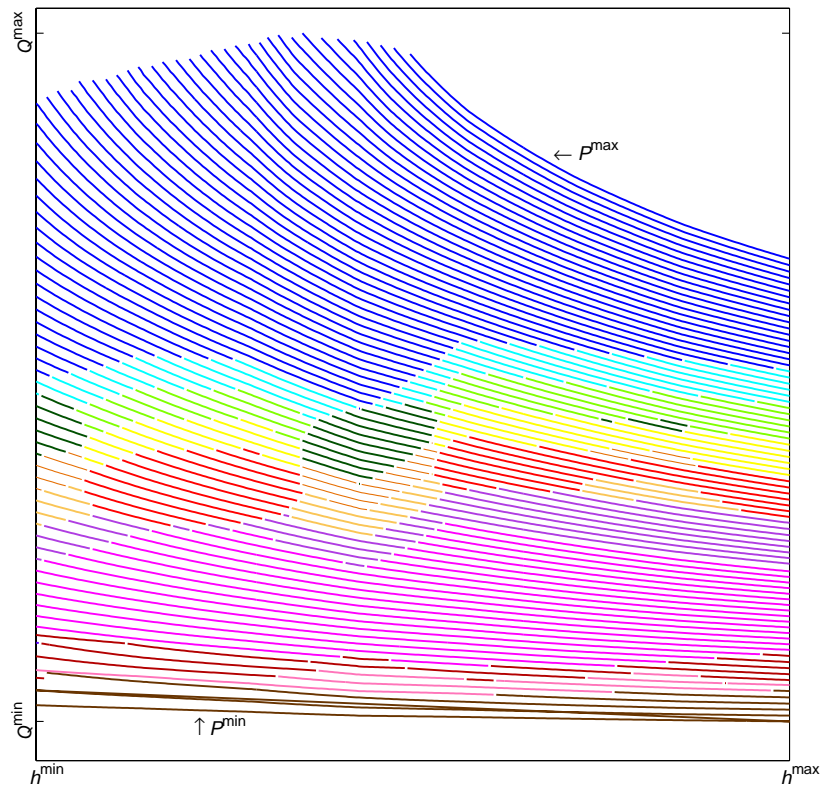


Fig. 6.3 Curvas características da central a potência constante e respectiva afectação óptima de unidades. Esta figura ilustra que, conforme a queda h , e para a mesma potência P , o valor do caudal Q diminui, sendo que podem existir várias afectações de unidades. Cada cor representa uma afectação de unidades diferente. Note-se que podem existir até nove afectações diferentes a potência constante, até cinco afectações diferentes a caudal constante e até dez afectações diferentes a queda constante.

6.4 Ilustração do problema (\mathcal{P}) no contexto da reestruturação

Apresentam-se os resultados numéricos da solução do problema (\mathcal{P}) relativos ao caso considerado em §6.3.2, onde se obtiveram os valores de potência que a central consegue produzir, qualquer que seja o valor da queda e com o menor caudal turbinado, e a correspondente afectação óptima de unidades.

Na resolução do problema (\mathcal{P}) o objectivo não é satisfazer de forma exacta o perfil de carga, mas sim minimizar custos e, se possível, obter benefícios na produção. Ou seja, com os dados que possuímos (caudal afluente ao reservatório em cada hora, cota inicial e cota final do reservatório) e observando todas as restrições do problema (tal como descritas na formulação do problema em §6.2), a pergunta que se pretende ver respondida é a seguinte: qual o perfil de exploração que permite atingir este objectivo?

A resolução do problema responde de forma óptima a esta pergunta, como ilustraremos de seguida.

Como referido em §6.2, a função objectivo do problema (\mathcal{P}) resulta de uma soma de funções, uma função para cada hora k , e é uma função descrita em termos de mais de uma expressão, conforme o valor dos parâmetros α e β . Neste exemplo ilustrativo foram considerados os seguintes valores para estes parâmetros: $\alpha = 0.05$ e $\beta = 0.15$.

A Fig. 6.4 mostra que a carga nunca é satisfeita de forma exacta. Pelo contrário existem diferenças acentuadas, sobretudo nas horas de vazio em que a produção é cerca de quatro vezes inferior à potência contratada. Nas horas de cheio e nas horas de ponta a produção é superior à potência contratada, com excepção de algumas poucas horas (horas de cheio). Note-se que, em termos de energia, a sua distribuição em relação ao total de energia do diagrama de carga contratado

é a seguinte: energia nas horas de vazio, 27.33%; energia nas horas de cheio, 49.02%; energia nas horas de ponta, 23.65%. Do total da energia contratada, com a distribuição referida, a central consegue satisfazer 92.11% dessa energia, com a seguinte distribuição: 5.73% da energia nas horas de vazio; 58.27% da energia nas horas de cheio; 36% da energia nas horas de ponta. É imediato concluir que a optimização da exploração não pretende satisfazer a carga, mas segue objectivos de minimização de custos e de obtenção de benefícios que resultam do contrato bilateral. Se fizermos a análise em termos da percentagem de cada tipo de tarifa horária, então esta conclusão é ainda mais apoiada. Ou seja, do total de energia contratada conforme a tarifa horária, a central satisfaz 22.31% da energia nas horas de vazio, 109.48% da energia em horas de cheio e 121.33% da energia em horas de ponta. Existe um excesso de produção nas horas de ponta e nas horas de cheio que visa obter proveito à custa de perdas nas horas de vazio.

A Fig. 6.5 mostra que, conforme o desvio, podemos incorrer num custo ou obter proveito. Obtemos proveito quando produzimos em excesso (sem ultrapassar o patamar de 5%) e incorremos em custos, conforme o desvio, quando produzimos em defeito. Como a energia nas horas de ponta e de cheio é mais valorizada, é também nessas horas que se procura obter proveito. Note-se que obtemos sempre proveito nas horas de ponta e também nas horas de cheio, com excepção de três horas. Note-se ainda que o desvio segue no limiar dos patamares conforme o contrato bilateral (parâmetros α e β) — estes patamares correspondem aos pontos de descontinuidade da função objectivo e representam um salto em termos de penalização ou proveito.

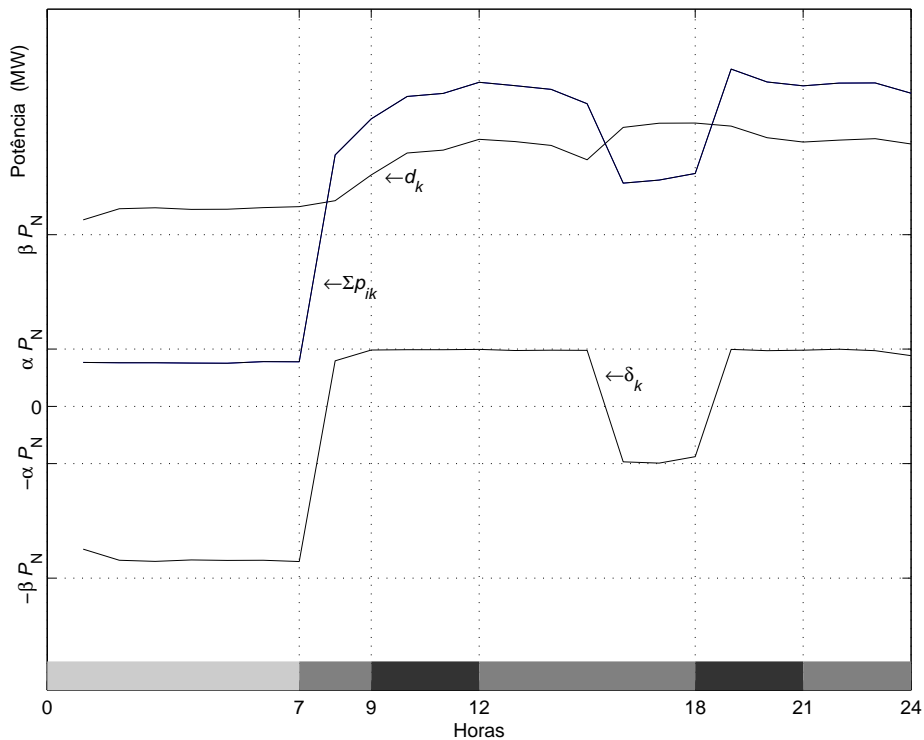


Fig. 6.4 Perfil óptimo de exploração. A barra com três tonalidades de cinza representa a tarifa horária: cinzento claro — tarifa nas horas de vazio, cinzento intermédio — tarifa nas horas de cheio e cinzento escuro — tarifa nas horas de ponta.

No que respeita a este exemplo, tal como ilustra a Fig. 6.5, foi preferível operar, em percentagem do desvio δ_k , no limiar do patamar de -15% nas horas de vazio, obrigando a operar, durante três horas, no limiar do patamar de -5% (nas horas de vazio o desvio não desceu abaixo de -15% e nas horas de cheio o desvio não desceu abaixo de -5%). A produção no limiar destes patamares resulta da existência de descontinuidades na função objectivo (saltos na penalização). Estes pontos de descontinuidade (pontos críticos) desempenham um papel fundamental na exploração económica desta central, justificando o

método de optimização aqui utilizado. A utilização de algoritmos de optimização baseados em programação não linear obrigariam a que a função objectivo fosse convexa e, assim, os resultados obtidos seriam ou muito limitados ou fora dos pontos de descontinuidade.

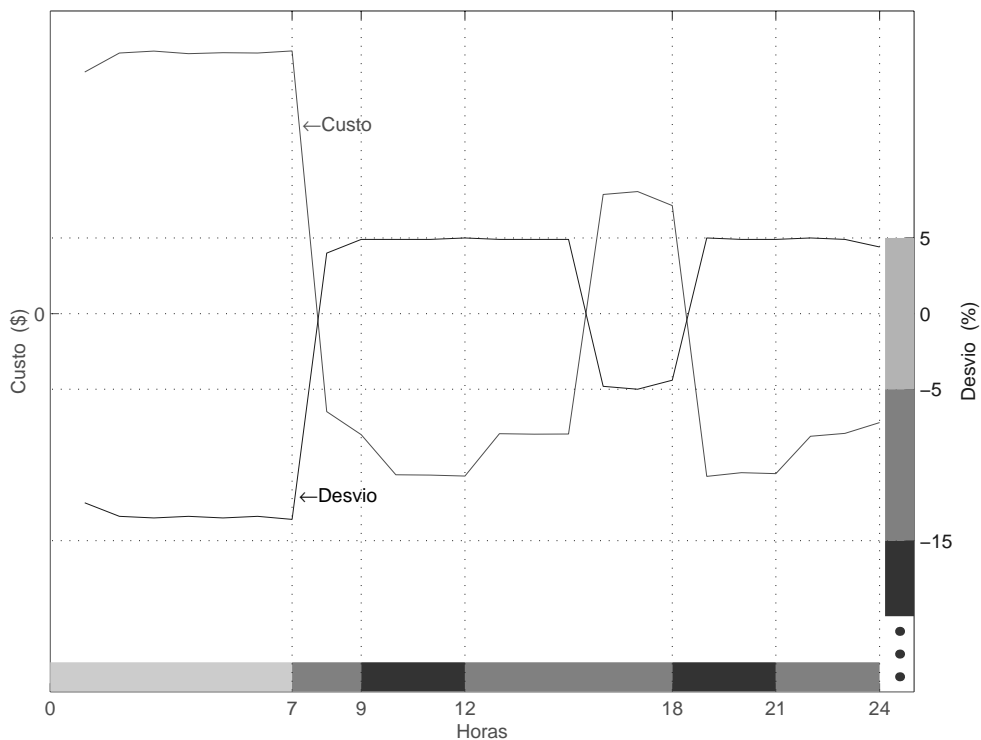


Fig. 6.5 Função de custo mínimo e função de desvio. As barras com três tonalidades de cinza representam: (1) no eixo dos xx a tarifa horária; cinzento claro — tarifa nas horas de vazio, cinzento intermédio — tarifa nas horas de cheio e cinzento escuro — tarifa nas horas de ponta e (2) no eixo dos yy tarifa conforme o desvio e para cada hora k ; cinzento claro — tarifa t_{1k} para desvios, em percentagem, no intervalo $[-5, 5]$, cinzento intermédio — tarifa t_{2k} para desvios, em percentagem, no intervalo $[-15, -5[$ e cinzento escuro — tarifa t_{3k} para desvios, em percentagem, no intervalo $]-\infty, -15[$. As tarifas, na hora k , obedecem à seguinte relação: $t_{3k} > t_{2k} > t_{1k}$.

6.5 Conclusões

Neste capítulo foi analisado o problema de optimização da exploração, de um produtor não vinculado, no contexto da reestruturação. À luz deste novo enquadramento foi engenhada a resolução deste problema. Nomeadamente, foi feita a sua formulação e a sua resolução com objectivos ilustrativos. Dentro deste problema foi ainda analisado o problema de afectação de unidades em centrais hídricas.

A resolução do problema de optimização da exploração, de um produtor não vinculado, no contexto da reestruturação, permitiu (1) obter o perfil de exploração óptimo para um determinado contrato bilateral, entre um produtor não vinculado e um cliente não vinculado, (2) verificar como se faz a exploração óptima no novo contexto da reestruturação, as novas exigências e os novos comportamentos e (3) mostrar que a exploração de um recurso, neste novo enquadramento, obedece a critérios diferentes dos correntemente utilizados, que acarreta alterações na forma de gerir a central, sempre difíceis de conseguir e implementar, por ser diferente da forma tradicional.

No que respeita ao problema de afectação de unidades em centrais hídricas, foi também engenhada a sua formulação e, posteriormente, este foi resolvido com propósitos ilustrativos. A resolução deste problema permitiu obter a afectação óptima de unidades. Desta forma, foram obtidas curvas características para a central, que correspondem ao máximo rendimento energético, e permitem conhecer todos os valores de potência que a central pode produzir, quais são as unidades que devem ser utilizadas, com que caudal e a que nível de potência. Estes resultados são indispensáveis na resolução do problema de optimização da exploração.

CAPÍTULO

7

Conclusão

Neste capítulo são apresentadas as principais conclusões do trabalho de investigação desenvolvido sobre o tema de sistemas de decisão óptima em coordenação hidrotérmica para planeamento operacional. Procede-se a uma síntese das tarefas efectuadas nos capítulos precedentes, destacando-se as contribuições e conclusões mais importantes. Apontam-se algumas direcções, que se crêem importantes, para futuro desenvolvimento de trabalho de investigação.

7.1 Conclusões principais

Nesta dissertação foi estruturado um conjunto de contribuições consideradas as mais significativas: (1) quer para a clara compreensão das dificuldades de resolução do problema primal, quer para a clara percepção das limitações da relaxação Lagrangeana na obtenção de uma solução, em termos do problema primal, para o problema de coordenação hidrotérmica, (2) para o desenvolvimento de um novo algoritmo aplicado na resolução do problema dual, perseguindo a melhor solução em termos do problema primal, (3) quer para a compreensão das bases teóricas que suportam a desregulação do mercado de energia eléctrica, quer para aperfeiçoar os novos mercados emergentes e (4) para a optimização da exploração de um produtor não vinculado no novo contexto da reestruturação.

Assim, e no encadeamento da tese, as contribuições referidas incidem sobre diversos aspectos do problema primal e da sua resolução recorrendo à relaxação Lagrangeana, bem como sobre os aspectos algorítmicos da sua solução, evoluindo no contexto da reestruturação do sector eléctrico. Neste sentido, optou-se por, de uma forma original, ilustrar a solução do problema primal (para exemplos de dimensão reduzida) observando a dificuldade da sua abordagem de forma directa, pela dimensão e complexidade reais que este problema exhibe. Para problemas reais a relaxação Lagrangeana constitui-se como um método de optimização poderoso na resolução, de forma indirecta, deste problema, mas o sucesso da sua aplicação e, por conseguinte, a qualidade da solução obtida está fortemente dependente do utilizador. Para compreender a complexidade e apontar as vantagens e desvantagens da aplicação desta técnica de optimização na resolução do problema primal, foi conduzida uma análise ilustrada (para os exemplos considerados antes para ilustrar a solução do

problema primal) da solução do problema dual que, conjuntamente com a análise ilustrada da solução do problema primal, conduziu também à interpretação geométrica quer da solução em termos do problema primal, quer da definição de salto de dualidade. Neste seguimento, foi proposto um novo algoritmo para a actualização do valor do passo, por forma a contribuir para a resolução de problemas reais de afectação óptima de unidades. Foi também conduzida uma análise da afectação óptima de unidades para diferentes modelos do mercado de energia eléctrica (modelos representativos de cenários para mercado regulado e para mercado desregulado), com o objectivo de indagar das bases teóricas da desregulação, em analogia com a interpretação económica das técnicas de optimização dual de Lagrange, permitindo ainda comparar o desempenho entre os diferentes cenários de mercado considerados, com base em resultados numéricos de simulação. Por último, procurou-se dar resposta às exigências de optimização da exploração no novo contexto da reestruturação do sector eléctrico, de novas empresas produtoras de energia eléctrica.

Deste modo e para concretizar cada uma das tarefas enunciadas em §1.2 algumas contribuições foram decisivas, das quais se destacam as seguintes:

- C1. Foi conduzida de forma original uma análise ilustrada sobre o problema de afectação óptima de unidades e da sua resolução, recorrendo à relaxação Lagrangeana. Esta análise almeja o objectivo de concluir quer do porquê deste problema ser abordado recorrendo à relaxação Lagrangeana, quer do porquê de a sua resolução não conduzir à solução óptima em termos do problema primal, enunciando, por comparação de resultados ilustrados, as principais vantagens relacionadas com a solução do problema neste

contexto, bem como das suas principais dificuldades. Enunciam-se de seguida as principais conclusões.

- A dimensão e complexidade reais do problema primal não permite a sua abordagem de forma directa.
- A relaxação Lagrangeana constitui um método de optimização poderoso aplicado à resolução do problema primal, porque permite a decomposição do problema — cada recurso passa a constituir uma entidade única e é optimizado individualmente.
- A resolução do problema dual não conduz a uma solução exacta em termos do problema primal — salto de dualidade. Se conseguirmos encontrar o valor óptimo para o problema dual de Lagrange num horizonte temporal de K horas, então existem pelo menos $(K+1)$ soluções subóptimas em termos de afectação de unidades.
- A clarificação, recorrendo a ilustrações, da definição de salto de dualidade, evidencia o porquê, para problemas de afectação óptima de unidades, da impossibilidade da optimização dual encontrar a solução óptima em termos do problema primal

C2. Foi proposto um novo algoritmo, *Algoritmo Adaptativo*, para determinar o valor do passo. Este algoritmo evita o recurso ao processo de tentativa e erro na selecção de quaisquer parâmetros na resolução do problema dual de Lagrange. Enunciam-se de seguida as principais conclusões.

- As fórmulas clássicas para determinar o valor do passo, porque dependem do processo de tentativa e erro na determinação dos seus parâmetros, seleccionados para cada caso de per si considerado, conduzem a que a solução do problema dual seja condicionada quer pelas características do sistema de energia eléctrica, quer pela perícia e experiência dos utilizadores.
- O Algoritmo proposto exhibe duas grandes vantagens relativamente aos métodos clássicos: (1) evita o trabalho repetitivo do utilizador, conduzindo a resultados que não dependem das suas escolhas e (2) o seu desempenho não depende de possíveis alterações nas características do sistema de energia eléctrica — vantagem importante no novo contexto da reestruturação, em que as curvas de custo de muitas das unidades não resultam somente dos custos de produção, mas também de estratégias económicas.
- A comparação entre os resultados obtidos, pela aplicação dos diferentes métodos de actualização do valor do passo, mostra que o *Algoritmo Adaptativo* consegue obter, independentemente do sistema de energia eléctrica considerado, soluções primais factíveis ou quase factíveis, exibindo desempenho superior relativamente aos métodos clássicos.

C3 Mostrou-se que a desregulação do mercado de energia eléctrica foi sustentada pelas bases teóricas dos princípios da optimização dual de Lagrange. Neste sentido foi analisado o problema da regulação versus desregulação, permitindo enunciar as conclusões que se seguem.

- A desregulação, baseada nos princípios da optimização dual (problema dual (\mathcal{Q})), conduz a custos de energia maiores para o consumidor, quando comparados com o sistema regulado (problema primal (\mathcal{P})) — devemos reconhecer que o sistema regulado conduz a preços mais baixos para o consumidor, preços mais baixos que os obtidos num sistema desregulado baseado em princípios de optimização dual de Lagrange.
- À luz da conclusão anterior, e atendendo à dinâmica, de realimentação positiva, na adopção de estruturas de mercado, conclui-se ser essencial a seguinte proposta: *é necessária prudência em adoptar técnicas computacionais para implementar estruturas de mercado e, a partir daí, estabelecer critérios de reestruturação.*
- Os contratos bilaterais constituem uma forma eficaz de atenuar o efeito penalizante no preço ao consumidor, quando a desregulação é baseada nos princípios da optimização dual de Lagrange. Comparativamente com o mercado desregulado, a introdução de contratos bilaterais permite concluir que os grandes consumidores vêm os seus custos de energia reduzidos, enquanto que os pequenos consumidores vêm que os seus custos de energia não são agravados.

C4. Foi enunciado e resolvido o problema de optimização da exploração (problema \mathcal{J}), de um produtor não vinculado, no contexto da reestruturação — determinação da resposta óptima de uma central hídrica inserida num mercado desregulado. A resolução deste problema obrigou ainda à afectação óptima de unidades em centrais hídricas (problema \mathcal{K}). Os resultados obtidos permitem enunciar as seguintes conclusões.

- O problema \mathcal{J} é de difícil resolução e obriga a uma optimização fora do domínio da programação não linear convencional. O método de optimização aqui usado, para obviar a essa dificuldade, garante que os resultados são óptimos e que são globalmente óptimos.
- A resolução do problema \mathcal{K} é indispensável para a resolução do problema \mathcal{J} — a resolução deste problema permite obter a afectação óptima de unidades, as curvas características para a central, que correspondem ao máximo rendimento energético, e permite conhecer todos os valores de potência que a central pode produzir, quais são as unidades que devem ser utilizadas, com que caudal e a que nível de potência.
- A resolução do problema de optimização da exploração, de um produtor não vinculado (problema \mathcal{J}), no contexto da reestruturação, permite (1) obter o perfil de exploração óptimo, para um determinado contrato bilateral entre um produtor não vinculando e um cliente não vinculado, (2) mostrar como se faz a exploração óptima no novo contexto da reestruturação, pondo em evidência as novas exigências e os novos comportamentos e (3) mostrar que a exploração de um

recurso, neste novo enquadramento, obedece a critérios diferentes dos correntemente utilizados, que acarreta alterações na forma de gerir a central, sempre difíceis de conseguir e implementar, por ser diferente da forma tradicional.

7.2 Direcções de investigação

É possível estabelecer um conjunto de direcções de investigação, quer no âmbito desta dissertação, uma vez que a mesma não esgota os assuntos nela abordados, quer no que concerne a novas perspectivas, que a própria tese deixa antever, para futura investigação. Assim, salientam-se as seguintes direcções de investigação:

DR1 Considerando que o algoritmo proposto nesta tese para a actualização do valor do passo permite encontrar a solução do problema dual, e partindo do pressuposto de que é importante melhorar esta solução, uma vez que esta não corresponde à solução do problema primal e, em alguns casos, não é uma solução factível, apresenta-se como interessante perseguir o desenvolvimento de novos algoritmos, que poderiam ou não envolver relaxação Lagrangeana, por forma a encontrar um método que conseguisse estabelecer, de forma óptima, uma solução factível para o problema de coordenação hidrotérmica de curto prazo. Esta tarefa não vem no sentido do desenvolvimento de outros estudos e algoritmos visando pós procedimentos de admissibilidade, que consideramos ser importantes mas que se encontram já bem desenvolvidos, mas sim no sentido de rever a abordagem ao problema de afectação óptima de unidades por forma a

obter soluções óptimas e factíveis (melhores do que as que se obteriam com o recurso à relaxação Lagrangeana), evitando estes procedimentos.

DR2 No seguimento do trabalho iniciado nesta tese que evidencia as deficiências que resultaram na adopção, influenciada por técnicas computacionais, de alguns critérios de reestruturação, e na perspectiva de melhorar a eficácia dos mercados de energia eléctrica, apresenta-se como interessante o desenvolvimento de outros algoritmos conducentes à implementação de novas estruturas de mercado. Apontou-se a introdução de contratos bilaterais como forma de atenuar o efeito pernicioso dos preços duais, e crê-se existir ainda espaço para outros estudos, que possam evitar critérios de reestruturação que ponham em risco o próprio mercado de energia eléctrica, bem como garantir que o consumidor será de alguma forma protegido, face aos diversos modelos de reestruturação possíveis.

DR3 Ainda na perspectiva dos novos mercados de energia eléctrica, e no que concerne à optimização da exploração, os algoritmos tradicionais, que em regra são baseados somente no custo de produção das unidades, utilizados na resolução do problema de afectação óptima de unidades, necessitam de modificação ou mesmo de substituição. Neste sentido foi tratada nesta tese a optimização da exploração dum central hidroeléctrica. Neste seguimento, a optimização da exploração em centrais hidroeléctricas pode ainda resultar num problema de coordenação entre a produção própria e possíveis contratos de aquisição de energia em “*Pool*” — esta linha de investigação afigura-se como sendo de grande importância, porquanto se pode beneficiar com a produção nas horas de ponta (comprando em “*Pool*” nas horas de vazio), possibilitando assim uma maior

rentabilização do recurso. Neste novo enquadramento, apresenta-se igualmente interessante estender a optimização da exploração também a centrais térmicas, que podem inclusive ser construídas com objectivos de venda de energia na “*Pool*”.

Referências Bibliográficas

- [1] Entidade Reguladora do Sector Eléctrico, “Caracterização do Sector Eléctrico — Portugal Continental 1999”, <http://www.erse.pt>.
- [2] Entidade Reguladora do Sector Eléctrico, “Caracterização do Sector Eléctrico — Portugal Continental 2000”, <http://www.erse.pt>.
- [3] A. I. Cohen, “Optimization-Based Methods for Operations Scheduling”, Proceedings of the IEEE, Vol. 75, No. 12, December 1987.
- [4] V. M. F. Mendes, “Planeamento da Gestão de Curto Prazo dos Recursos Produtores de um Sistema de Energia Eléctrica no Contexto da Operação”, Tese de Doutoramento, Instituto Superior Técnico, Fevereiro de 1994.
- [5] L.A.F.M. Ferreira, T. Andersson, C.F. Imparato, T.E. Miller, C.K. Pang, A. Svoboda, and A.F. Vojdani, “Short-Term Resource Scheduling in Multi-Area Hydrothermal Power Systems”, International Journal of Electric Power and Energy Systems, EPES-11, pp. 200-212, 1989.

- [6] Fred N. Lee, “Short-Term Thermal Unit Commitment — A New Method”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1988.
- [7] S. K. Tong, S. M. Shahidehpour, Z. Ouyang, “A Heuristic Short-Term Unit Commitment”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 3, August 1991.
- [8] Walter J. Hobbs, Gary Hermon, Stephen Warner, Gerald B. Sheblé, “An Enhanced Dynamic Programming Approach for Unit Commitment”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 3, August 1988.
- [9] Z. Ouyang, S. M. Shahidehpour, “An Intelligent Dynamic Programming for Unit Commitment Application”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 6, No. 3, August 1991.
- [10] Kun-Yuan Huang, Hong-Tzer Yang, Ching-Lien Huang, “A New Thermal Unit Commitment Approach Using Constraint Logic Programming”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 3, August 1998.
- [11] G. B. Sheblé, G. N. Fahd, “Unit Commitment Synopsis”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 9, No. 1, February 1994.
- [12] S.A. Kazarlis, A.G. Bakirtzis, V. Petridis, “A Genetic Algorithm Solution to the Unit Commitment Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 1, February 1996.
- [13] Tim T. Maifeld, Gerald B. Sheblé, “Genetic-Based Unit Commitment Algorithm”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 3, August 1996.

- [14] A. Rudolf, R. Bayrleithner, “A Genetic Algorithm Solution to the Unit Commitment Problem of a Hydro-Thermal Power System”, 13th PSCC in Trondheim, June 28 – July 2, 1999.
- [15] H. Sasaki, M. Watanabe, J. Kubokawa, N. Yorino, R. Yokoyama, “A Solution Method of Unit Commitment by Artificial Neural Networks”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 3, August 1992.
- [16] C. Wang, S. M. Shahidehpour, “Effects of Ramp-Rate Limits on Unit Commitment and Economic Dispatch”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, August 1993.
- [17] S. K. Tong, S. M. Shahidehpour, “An Innovative Approach to Generation Scheduling in Large-Scale Hydro-Thermal Power Systems With Fuel Constrained Units”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No. 2, May 1990.
- [18] Houzhong Yan, Peter B. Luh, Xiaohong Guan, Peter M. Rogan, “Scheduling of Hydrothermal Power Systems”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, August 1993.
- [19] C. Wang, S. M. Shahidehpour, “Power Generation Scheduling for Multi-Area Hydro-Thermal Systems with Tie Line Constraints, Cascaded Reservoirs and Uncertain Data”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, August 1993.
- [20] Xaiomin Bai, S.M. Shahidehpour, “Hydro-Thermal Scheduling by Tabu Search and Decomposition Method”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2, May 1996.

- [21] Slobodan Ruzic, Nikola Rajakovic, Aca Vuckovic, “A Flexible Approach to Short-Term Hydro-Thermal Coordination — Part 1: Problem Formulation and General Solution Procedure”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 3, August 1996.
- [22] Slobodan Ruzic, Nikola Rajakovic, Aca Vuckovic, “A Flexible Approach to Short-Term Hydro-Thermal Coordination — Part 2: Dual Problem Solution Procedure”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 3, August 1996.
- [23] Chao-an Li, Eric Hsu, Alva J. Svoboda, Chung-Li Tseng, Raymond B. Johnson, “Hydro Unit Commitment in Hydro-Thermal Optimization”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 2, May 1997.
- [24] Alva J. Svoboda, Chung-Li Tseng, Chao-an Li, Raymond B. Johnson, “Short-Term Resource Scheduling with Ramp Constraints”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997.
- [25] Chao-an Li, Raymond B. Johnson, Alva J. Svoboda, "A New Unit Commitment Method", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 1, February 1997.
- [26] Md. Sayeed Salam, Khalid Mohamed Nor, Abdul Razak Hamdan, “Hydrothermal Scheduling Based Lagrangian Relaxation Approach to Hydrothermal Coordination”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 1, February 1998.
- [27] Chao-an Li, Raymond B. Johnson, Alva J. Svoboda, Chung-Li Tseng, Eric Hsu, "A Robust Unit Commitment Algorithm for Hydro-Thermal Optimization", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 3, August 1998.

- [28] Samer Takriti, John R. Birge, “Using Integer Programming to Refine Lagrangian-Based Unit Commitment Solutions”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 1, February 2000.
- [29] Chuan-Ping Cheng, Chih-Wen Liu, Chun-Chang Liu, “Unit Commitment by Lagrangian Relaxation and Genetic Algorithms”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 2, May 2000.
- [30] J. Batut, A. Renaud, “Daily Generation Scheduling Optimization with Transmission Constraints: A New Class of Algorithms”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 3, August 1992.
- [31] S. J. Wang, S. M. Shahidehpour, D. S. Kirschen, S. Mokhtari, G. D. Irisarri, “Short-Term Generation Scheduling with Transmission and Environmental Constraints Using An Augmented Lagrangian Relaxation”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 3, August 1995.
- [32] Salem Al-Agtash, Renjeng Su, “Augmented Lagrangian Approach to Hydro-Thermal Scheduling”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 4, November 1998.
- [33] V.M.F. Mendes, L.A.F.M. Ferreira, P. Roldão, R. Pestana, "Optimal Short-Term Scheduling in Large Hydrothermal Power Systems", Power System Computer Conference — PSCC, 1993.
- [34] William L. Peterson, Steven R. Brammer, “A Capacity Based Lagrangian Relaxation Unit Commitment with Ramp Rate Constraints”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 10, No. 2, May 1995.

- [35] Peter B. Luh, Daoyuan Zhang, Robert N. Tomastik, “An Algorithm for Solving the Dual Problem of Hydrothermal Scheduling”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 2, May 1998.
- [36] Slobodan Ruzic, Nikola Rajakovic, “Optimal Distance Method for Lagrangian Multipliers Updating in Short-Term Hydro-Thermal Coordination”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 4, November 1998.
- [37] N. Jiménez Redondo, A. J. Conejo, “Short-Term Hydro-Thermal Coordination by Lagrangian Relaxation: Solution of the Dual Problem”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [38] Chao-an Li, Philip J. Jap, Dan L. Streiffert, “Implementation of Network Flow Programming to the Hydrothermal Coordination in an Energy Management System”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 8, No. 3, January 1993.
- [39] Ernan Ni, Xiaohong Guan, “Scheduling Hydrothermal Power Systems with Cascaded and Head-Dependent Reservoirs”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 3, August 1999.
- [40] S. O. Orero, M. R. Irving, “A Genetic Algorithm Modelling Framework and Solution Technique for Short Term Optimal Hydrothermal Scheduling”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 3, No. 2, May 1998.
- [41] R. Naresh, J. Sharma, “Hydro System Scheduling Using ANN Approach”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 1, February 2000.

- [42] Po-Hung Chen, Hong-Chan Chang, “Genetic Aided Scheduling of Hydraulically Coupled Plants in Hydro-Thermal Coordination”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 11, No. 2, May 1996.
- [43] J. A. Muckstadt, S. A. Koenig, “An Application of Lagrangean Relaxation to Scheduling in Power-Generation Systems”, Oper. Res. Vol. 25, No. 3, May/June 1977, pp. 387-403.
- [44] Allen J. Wood and Bruce F. Wollenberg, “Power Generation Operation and Control”, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1984.
- [45] Mokhtar S. Bazaraa, C.M. Shetty, “Nonlinear Programming — Theory and Algorithms”, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1979.
- [46] Ronald L. Rardin, “Optimization In Operations Research”, Prentice-Hall International, Inc., New Jersey, 1998.
- [47] Philip E. Gill, Walter Murray, Margaret H. Wright, “Practical Optimization”, Academic Press, INC, London, 1981.
- [48] S. Dekrajangpetch, G.B. Sheble’, A.J. Conejo, “Auction Implementation Problems Using Lagrangian Relaxation”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [49] J. Kumar, G. Sheble’, “Auction Market Simulator for Price Based Operation”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 1, February 1998.

- [50] D. Shirmohammadi, B. F. Wollenberg, A. Vojdani, P. Sandrin, M. Pereira, F. Rahimi, T. Schneider, B. Stott, “Transmission Dispatch and Congestion Management in the Emerging Energy Market Structures”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 4, November 1998.
- [51] D. Chattopadhyay, R. Ramanathan, “A New Approach to Evaluate Generation Capacity Bids”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 13, No. 4, February 1998.
- [52] User’s Guide to The “Pool” Rules, The Electricity “Pool” of England and Wales, London, 1996.
- [53] R.B. Johnson, S.S. Oren, A.J. Svoboda, “Equity and Efficiency of Unit Commitment in Competitive Electricity Markets”, Utilities Policy, Vol. 6, No. 1, 1997.
- [54] R.D. Christie, I. Wangenteen, “The Energy Market in Norway and Sweden: The Spot and Futures Markets”, IEEE Power Engineering Review, March 1998.
- [55] Olav B. Fosso, Anders Gjelsvik, Arne Haugstad, Birger Mo, Ivar Wangenteen, “Generation Scheduling in a Deregulated System. The Norwegian Case”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 14, No. 1, February 1999.
- [56] Pérez Arriaga, J.I., Meseguer, C., “Wholesale Marginal Prices in Competitive Generation Markets”, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 12, No. 2, May 1997.
- [57] Gómez y C. Vázquez, “The Spanish Day Ahead Energy Market”, Documento Interno del IIT, Octubre de 1998, <http://www.iit.upco.es/> .

- [58] Meadhbh E. Flynn, Michael P. Walsh, Mark J. O'Malley, "Efficient Use of Generator Resources in Emerging Electricity Markets", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 1, February 2000.
- [59] Elene Radinskaia, Francisco D. Galiana, "Generation Scheduling and the Switching Curve Law", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 2, May 2000.
- [60] J. M. Arroyo, A. J. Conejo, "Optimal Response of a Thermal Unit to an Electricity Spot Market", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 15, No. 3, August 2000.
- [61] L.A.F.M. Ferreira, S.J.P.S. Mariano, V.M.F. Mendes, "Production Scheduling: Regulation or Deregulation? — Back to a Theoretical Basis", Proceedings of the International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies 2000, London, 4-7 April 2000.
- [62] L.A.F.M. Ferreira, S.J.P.S. Mariano, V.M.F. Mendes, "Restructuring Models — A Comparison Based on Numerical Simulation Results", Proceedings of the IEEE PES 2000 Summer Meeting, Seattle-USA, 16-20 July 2000.
- [63] Entidade Reguladora do Sector Eléctrico, "Desenvolvimento do Sistema Eléctrico não Vinculado (SENV)", <http://www.erse.pt>, Dezembro de 2000.
- [64] S.J.P.Simões Mariano, L.A.F.Marcelino Ferreira, "Afectação de Unidades em Centrais Hídricas", Actas de las 7^{as} Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica, 4-6 Julho de 2001, Madrid.