



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Faculdade das Engenharias

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em todo o Envelope de Voo

Andreia Sofia Ribeiro da Silva

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Aeronáutica

(Ciclo de Estudo Integrado)

Orientador: Prof. Doutor Kouamana Bousson

Covilhã, Junho de 2014

Resumo

Os veículos aéreos têm por sua característica uma dinâmica de voo não linear, mas observa-se que esta dinâmica pode ser aproximada de modo linear em torno de determinados pontos de referência, tendo em conta que os sistemas de controlo têm como garantia um bom funcionamento e um bom desempenho do sistema/modelo a ser aplicado. O conteúdo desta dissertação consiste na aplicação de novos métodos de estimação, através da simplificação de vários cálculos e de várias fórmulas, em que por sinal eram bastante extensas. Com a simplificação de algumas fórmulas aplicadas, foram concebidas algumas condições de voo distintas, com o objetivo de observar o comportamento da aeronave, e verificar a linearização do sistema. Com a continuação do processo, foi aplicada a estimação de parâmetros intervalares, de forma a garantir os requisitos de estabilidade robusta e obtendo um bom funcionamento de todas as derivadas de estado e de controlo. Um método fundamental na aplicação da estimação intervalar (Branch and Bound - BB) consistiu na minimização e na maximização das derivadas de estabilidade, garantindo que o seu fator de segurança seja apropriado e que cada derivada de estabilidade ou de estado varie dentro dos seus limites intervalares.

Os resultados robustos efetuados foram bastante aceitáveis e desta forma cumpriram todos os requisitos, satisfazendo o comportamento da aeronave.

Palavras-chave

Envelope de voo, derivadas de estabilidade e de estado, estimação intervalar, controlo de voo, Aproximação não linear.

Abstract

The aircraft has for its characteristic dynamics nonlinear flight, but it is noted that this dynamic can be linearly approximated around certain landmarks, taking into account that the control systems are guaranteed a good run and a good systems performance/model to be applied. The content of this thesis was the application of new methods of estimation, through the simplification of various calculations and various formulas, in which by the way were quite extensive. With the simplifying some formulas applied, some distinct flight conditions were designed with the purpose of observing the behavior of the aircraft and verify linearization of the system. With the continuation of the process, has been applied to interval estimation of parameters in the order to insure the requirements of robust stability and obtaining a proper functioning of all derivatives of state and control. A key method in the application of interval estimation (Branch and Bound - BB) was the minimization and maximization of the derived stability, ensuring your safety factor is appropriate. By applying the data interval estimation, the flight envelope can be encompassed in those derived from stability. The robust results were made quite acceptable and thus fulfilled all the requirements, satisfying the behavior of the aircraft.

Keywords

Flight envelope, stability and state derived, interval estimation, flight control, nonlinear approximation.

Índice

| | |
|---|----|
| Lista de Figuras | 8 |
| Lista de Tabelas | 10 |
| Lista de Acrónimos | 14 |
| Capítulo 1 - Introdução | 18 |
| 1.1. Identificação de sistemas dinâmicos e estimação de parâmetros | 19 |
| 1.1.1. Sistema geral | 20 |
| 1.1.2. Sistema linear | 21 |
| 1.1.3. Sistema não linear | 22 |
| 1.2. Controlabilidade | 24 |
| 1.2.1. Controlabilidade de estado do sistema | 24 |
| 1.2.2. Controlabilidade da saída de um sistema | 24 |
| 1.3. Observabilidade | 24 |
| 1.4. Vantagens e limitações da identificação de sistemas | 25 |
| 1.5. Objetivos do trabalho | 26 |
| Capítulo 2 - Envelope de voo | 28 |
| 2.1. Restrições da velocidade de perda | 29 |
| Capítulo 3 - Modelação da estimação | 32 |
| 3.1 Procedimento | 32 |
| Capítulo 4 - Conhecimento/Estimação das derivadas de estabilidade e de controlo | 40 |
| 4.1. Conhecimento das derivadas de estabilidade | 40 |
| 4.1.1. Coeficiente de sustentação, C_L | 40 |
| 4.1.2. Coeficiente de resistência aerodinâmica, C_D | 41 |
| 4.1.3. Coeficiente da força lateral ou transversal, C_y | 41 |
| 4.1.4. Coeficiente do momento de arfagem, C_m | 42 |
| 4.1.5. Coeficiente do momento de guinada, C_n | 42 |
| 4.1.6. Coeficiente do momento de rolamento, C_l | 43 |
| 4.2. Estimação das derivadas de estado | 43 |
| 4.2.1. Derivadas do ângulo de ataque | 44 |
| 4.2.2. Derivadas da velocidade transversal | 48 |
| 4.2.3. Derivadas da taxa de arfagem | 51 |
| 4.2.4. Derivadas das derivadas do ângulo de ataque | 53 |
| 4.2.5. Derivadas do ângulo de derrapagem | 55 |
| 4.2.6. Derivadas da taxa de rolamento | 60 |
| 4.2.7. Derivadas da taxa de guinada | 63 |
| 4.3. Derivadas de controlo | 67 |
| 4.3.1. Derivadas do controlo longitudinal | 67 |
| 4.3.2. Derivadas do controlo lateral | 71 |
| 4.3.3. Derivadas do controlo direcional | 74 |
| Conclusão | 78 |
| Bibliografia | 80 |

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| | |
|--|----|
| Anexo A - Resultados finais intervalares das derivadas de estabilidade e de controlo | 82 |
| Anexos B - Resultado de todas as derivadas de estabilidade e de controlo | 86 |
| Interval Estimation of Stability and Control Derivatives in the Full Flight Envelope | 88 |

Lista de Figuras

| | |
|--|-----------|
| Figura 1.1 - Diagrama de blocos do conceito de estimação do estado. | Página 19 |
| Figura 1.2 - Comportamento do sistema linear. | Página 22 |
| Figura 2.1 - Representação do envelope de voo. | Página 28 |
| Figura 3.1 - Resultados finais do $C_{m\alpha}$ em função de todas as condições de voo, com a vertente do envelope de voo. | Página 34 |
| Figura 4.1 - Definições das localizações do centro aerodinâmico dimensional e não dimensional. | Página 53 |
| Figura 4.2 - Fator de corda do flap. | Página 67 |
| Figura 4.3 - Correção empírica de eficiência da sustentação para deflexões dos flaps elevados. | Página 73 |
| Figura B.1 - Resultado de todas as derivadas de estabilidade. | Página 86 |

Lista de Tabelas

| | |
|--|-----------|
| Tabela 3.1 - Condições iniciais do envelope de voo. | Página 35 |
| Tabela 3.2 - Valores aleatórios da matriz c . | Página 36 |
| Tabela 3.3 - Resultados finais do $C_{m\alpha}$. | Página 37 |
| Tabela 4.1 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque. | Página 45 |
| Tabela 4.2 - Cálculos efetuados do coeficiente de resistência aerodinâmica em função do ângulo de ataque. | Página 46 |
| Tabela 4.3 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque. | Página 48 |
| Tabela 4.4 - Cálculos efetuados do coeficiente de resistência aerodinâmica em função da velocidade transversal. | Página 49 |
| Tabela 4.5 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da velocidade transversal. | Página 49 |
| Tabela 4.6 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da velocidade transversal. | Página 50 |
| Tabela 4.7 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da taxa de arfagem. | Página 51 |
| Tabela 4.8 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da taxa de arfagem. | Página 52 |
| Tabela 4.9 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da derivada do ângulo de ataque. | Página 54 |
| Tabela 4.10 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da derivada do ângulo de ataque. | Página 54 |
| Tabela 4.11 - Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função do ângulo de derrapagem. | Página 56 |
| Tabela 4.12 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função do ângulo de derrapagem. | Página 58 |
| Tabela 4.13 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem. | Página 59 |
| Tabela 4.14 - Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da taxa de rolamento. | Página 60 |

Tabela 4.15 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de rolamento. Página 61

Tabela 4.16 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento. Página 63

Tabela 4.17 - Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da taxa de guinada. Página 63

Tabela 4.18 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de guinada. Página 65

Tabela 4.19 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de guinada. Página 66

Tabela 4.20 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da deflexão dos flaps. Página 68

Tabela 4.21 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da incidência do estabilizador. Página 69

Tabela 4.22 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da incidência do estabilizador. Página 69

Tabela 4.23 - Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da deflexão do elevator. Página 70

Tabela 4.24 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do elevator. Página 71

Tabela 4.25 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão dos ailerons. Página 72

Tabela 4.26 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão dos ailerons. Página 73

Tabela 4.27 - Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da deflexão do rudder. Página 74

Tabela 4.28 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão do rudder. Página 74

Tabela 4.29 - Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão do rudder. Página 75

Tabela A.1 - Valores intervalares das derivadas em função do ângulo de ataque e da velocidade transversal. Página 82

Tabela A.2 - Valores intervalares das derivadas em função da taxa de arfagem e das derivadas do ângulo de ataque. Página 83

Tabela A.3 - Valores intervalares das derivadas em função do ângulo de derrapagem e da taxa de rolamento. Página **83**

Tabela A.4 - Valores intervalares das derivadas em função da taxa de guinada, da deflexão dos flaps e da incidência do estabilizador. Página **84**

Tabela A.5 - Valores intervalares das derivadas em função da deflexão do elevador, da deflexão dos ailerons e da deflexão do rudder. Página **85**

Lista de Acrónimos

| | |
|---------------|---|
| SISO | Simple Input Simple Output |
| SIMO | Simple Input Multiple Output |
| MISO | Multiple Input Simple Output |
| MIMO | Multiple Input Multiple Output |
| NACA | Comité Consultório de Aeronáutica |
| LPV | Parâmetros Variáveis Lineares |
| PSE | Erro Quadrático Previsto |
| LQR | Linear Quadratic Regulator |
| AFCS | Automatic Flight Control Systems |
| CFD | Computacional Fluid Dynamics |
| BB | Branch-and-Bound |
| CG | Centro Gravítico |
| AC | Centro Aerodinâmico |
| g | Aceleração gravítica (em metros por segundo) |
| m | Massa da aeronave (em quilogramas) |
| ρ | Densidade do ar (em quilogramas por metro ao cubo) |
| α | Ângulo de ataque (em graus) |
| α_{eq} | Ângulo de ataque de equilíbrio (em graus) |
| β | Ângulo de derrapagem (em graus) |
| ε | Ângulo de Downwash (em graus) |
| ψ | Ângulo de guinada (em graus) |
| θ | Ângulo de arfagem (em graus) |
| Φ | Ângulo de rolamento (em graus) |
| M | Número de Mach |
| V | Velocidade da aeronave (em metros por segundo) |
| Q | Pressão dinâmica (em newton por metro ao quadrado) |
| S | Área alar (em metros ao quadrado) |
| S_w | Área alar da asa da aeronave (em metros ao quadrado) |
| S_t | Área alar da cauda da aeronave (em metros ao quadrado) |
| S_H | Área alar da plataforma do estabilizador horizontal (em metros ao quadrado) |
| A | Razão de aspeto |
| A_{eff} | Razão de aspeto geométrica efetiva |
| b | Envergadura da aeronave (em metros) |
| b_w | Envergadura da asa da aeronave (em metros) |
| b_t | Envergadura da cauda da aeronave (em metros) |
| c | Corde de envergadura da asa da aeronave (em metros) |

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| | |
|---------------------|---|
| d | Diâmetro da fuselagem (em metros) |
| t | Espessura da cauda ou da asa (em metros) |
| Γ | Diedro geométrico (em graus) |
| C_L | Coeficiente de sustentação |
| CL_0 | Coeficiente de sustentação nulo |
| CL_α | Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque |
| $CL_{\dot{\alpha}}$ | Coeficiente de sustentação em função da derivada do ângulo de ataque |
| CL_q | Coeficiente de sustentação em função da taxa de arfagem |
| CL_{δ_e} | Coeficiente de sustentação em função da deflexão do elevador |
| C_D | Coeficiente de resistência aerodinâmica |
| CD_0 | Coeficiente de resistência aerodinâmica nulo em função da viscosidade do escoamento (Polar de resistência aerodinâmica) |
| CD_α | Coeficiente de resistência aerodinâmica em função do ângulo de ataque |
| $CD_{\dot{\alpha}}$ | Coeficiente de resistência aerodinâmica em função da derivada do ângulo de ataque |
| CD_q | Coeficiente de resistência aerodinâmica em função da taxa de arfagem |
| CD_{δ_e} | Coeficiente de resistência aerodinâmica em função da deflexão do elevador |
| C_y | Coeficiente da força lateral |
| Cy_B | Coeficiente da força lateral em função do ângulo de derrapagem |
| Cy_{δ_a} | Coeficiente da força lateral em função da deflexão do ângulo dos ailerons |
| Cy_{δ_r} | Coeficiente da força lateral em função da deflexão do rudder |
| C_m | Coeficiente do momento de arfagem |
| Cm_0 | Coeficiente do momento de arfagem nulo |
| Cm_α | Coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque |
| $Cm_{\dot{\alpha}}$ | Coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do ângulo de ataque |
| Cm_q | Coeficiente do momento de arfagem em função da taxa de arfagem |
| Cm_{δ_e} | Coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do elevador |
| C_n | Coeficiente do momento de guinada |
| Cn_B | Coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem |
| Cn_p | Coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento |
| Cn_r | Coeficiente do momento de guinada em função da taxa de guinada |
| Cn_{δ_a} | Coeficiente do momento de guinada em função da deflexão dos ailerons |
| Cn_{δ_r} | Coeficiente do momento de guinada em função da deflexão do rudder |
| C_l | Coeficiente do momento de rolamento |
| Cl_B | Coeficiente do momento de rolamento de função do ângulo de derrapagem |
| Cl_p | Coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de rolamento |
| Cl_r | Coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de guinada |
| Cl_{δ_a} | Coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão dos ailerons |
| Cl_{δ_r} | Coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão do rudder |

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| | |
|------------------|---|
| q | Taxa de arfagem (em graus por segundo) |
| p | Taxa de rolamento (em graus por segundo) |
| r | Taxa de guinada (em graus por segundo) |
| δ_e | Deflexão do elevador (em graus) |
| δ_r | Deflexão do rudder (em graus) |
| δ_a | Deflexão dos ailerons (em graus) |
| v' | Velocidade de perda (em metros por segundo) |
| $n_{\text{máx}}$ | Fator de carga máximo |
| CP | Centro de Pressões |
| x_1 | Velocidade da aeronave |
| x_2 | Altitude |
| x_3 | Número de Mach |
| x_4 | Pressão dinâmica |
| x_5 | Coefficiente de sustentação |
| x_6 | Coefficiente de resistência aerodinâmica |
| M | Matriz da função box (caixa) |

Capítulo 1 - Introdução

O controlo de voo de uma aeronave requer um modelo prévio da dinâmica de voo da aeronave em que o conhecimento dos parâmetros aerodinâmicos é fundamental.

Na teoria do controlo clássico, a análise era feita no domínio da frequência, permitindo apenas um bom estudo sobre o comportamento dos sistemas SISO (uma única entrada e uma única saída). Mas, na teoria do controlo moderno, utiliza-se uma representação em espaço de estados, no domínio do tempo, em que a representação permitiu o avanço do desenvolvimento de sistemas MIMO (múltiplas entradas e múltiplas saídas). Ambos os sistemas lineares e não lineares podem ser representados no espaço de estados, mas no entanto, os sistemas não lineares necessitam por vezes de ser linearizados, resultando num sistema linear, o que melhor traduz num comportamento do sistema não linear inicial na vizinhança dos pontos de equilíbrio.

Ao linearizar um sistema não linear, temos que ter em atenção à perda de qualquer tipo de informação sobre o sistema real em função do sistema original. Para que a perda seja minimizada, é necessário ter algum conhecimento sobre o mesmo e da aplicação de um método linear mais adequado [1].

Na maioria das aplicações de controlo e em previsão da dinâmica de sistemas dinâmicos, pode vir a acontecer que as medidas das variáveis de estado, ou de algumas delas, não estejam disponíveis, devido à falta de sensores apropriados ou ao custo relativamente elevado em alguns sensores. No controlo de um sistema para o qual as variáveis de estado não são medidas, é necessário que haja um modo de permitir estimar as mesmas, uma vez que o controlo atua de uma forma calculada em função do vetor de estado.

Uma vez que os estados não se encontram totalmente disponíveis ao projetar o controlo em si mesmo, é necessário que o mesmo tenha que ser estimado [2].

Um dos conceitos principais para a apresentação deste trabalho é a representação das técnicas de identificação de sistemas, em que estas permitem obter modelos matemáticos a partir de dados coletivos no sistema de interesse, ou seja, existem diversas formas de estimar parâmetros de qualidade esperada, tais como, sistemas lineares, sistemas não lineares, de parâmetros constantes ou parâmetros variantes em função do tempo [3].

No entanto, apesar das suas diferenças, boa parte desses métodos de estimação de parâmetros pode ser vista como um processo de otimização, no qual os parâmetros são ajustados de forma a minimizar uma função de erro, em que depende dos dados e dos parâmetros. A estimação de parâmetros é feita através da sincronização entre o modelo e o sistema a ser identificado, em

que é fundamental a implementação e a utilização de um algoritmo, dependendo sempre do tipo de sistema [4].

A terminologia “estimar o estado do sistema” em engenharia do controlo significa “determinar de modo consistente os valores do estado do sistema”. A consistência na determinação destes valores consiste no fundamento dos valores do estado a serem estimados, permitindo assim prever a saída do sistema com um erro mínimo ao longo do tempo. A estimação de parâmetros é uma parte essencial da identificação de sistemas.

As derivadas de estabilidade podem ser abordadas de 3 modos, a estimação/cálculo/determinação, CFD (Computational Fluid Dynamics) e a obtenção dos resultados do túnel de vento ou em voo.

1.1. Identificação de sistemas dinâmicos e estimação de parâmetros

A estimação dos parâmetros têm como função determinar valores adequados para os parâmetros que compõem o modelo, tendo em conta o desconhecimento dos parâmetros em função do sistema original, e com base nas informações resultantes da estrutura do modelo. Para determinar os valores dos parâmetros desconhecidos é necessário excitar uma entrada apropriada, em que a entrada e a resposta real do sistema são medidos. O procedimento de estimação consiste em projetar e implementar um controlador, em que o vetor é sincronizado pelo próprio modelo com o sistema original.

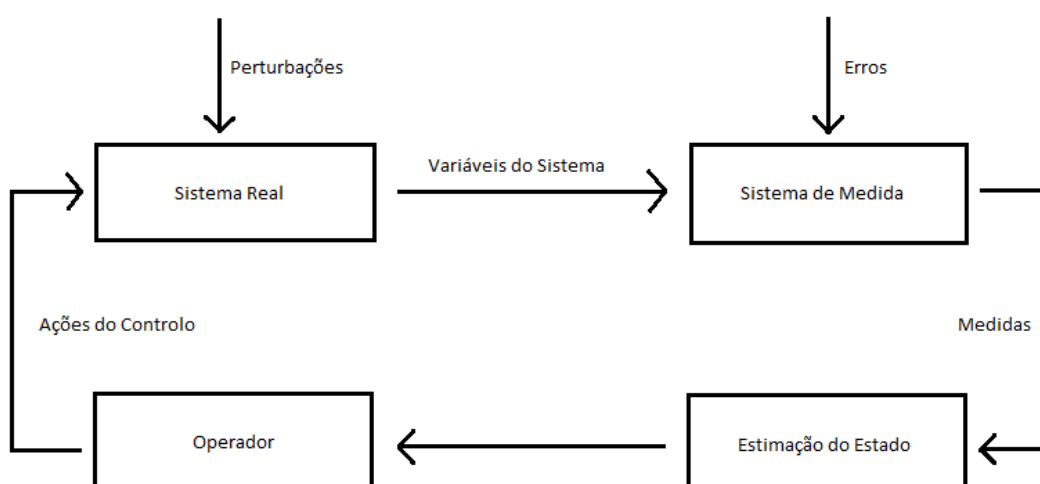


Figura 1.1: Diagrama de blocos do conceito de estimação de estado.

As manobras em voo de teste são projetadas para excitar a resposta dinâmica da aeronave, com base na informação à priori de forma a reproduzir dados aerodinâmicos de modelagem. Por exemplo, se a amplitude de entrada do sistema é muito baixa, os dados terão um teor de informação baixo, o que leva o modelo do parâmetro a estimativas imprecisas. Mas por outro lado, se a amplitude de entrada é demasiado elevada, o movimento da aeronave pode andar muito longe da condição de teste ou excitar as condições de não-linearidade, e pode invalidar a suposição da modelação feita para a projeção da manobra como uma análise de dados [5].

Quando o modelo linear global pode ser identificado de uma forma paramétrica usando termos analíticos simples, é possível formular parâmetros variáveis (LPV) com modelos lineares que são globalmente válidos. As derivadas parciais dos modelos analíticos dizem respeito às variáveis independentes proporcionando as variações dos parâmetros do modelo linear global para os modelos LPV [6].

Um sistema pode ser entendido como uma combinação de componentes onde interagem e desempenham uma determinada função, constituídos por variáveis dependentes do tempo, e caracterizados como sistemas dinâmicos. Os sistemas dinâmicos podem ser classificados em dois grupos básicos: sistemas lineares e sistemas não lineares.

A primeira etapa da análise de um sistema dinâmico consiste na sua modelagem matemática, modelando matematicamente um sistema significativo de forma a obter uma representação análoga que descreve as características e as propriedades principais observadas no sistema [3].

1.1.1. Sistema geral

O sistema geral de um sistema controlado é dado por,

$$\dot{x} = f(t, x, u) + \eta(t, x, u) \quad (1.1)$$

$$y = h(t, x, u) + \xi(t, x, u) \quad (1.2)$$

Onde, $x \in \mathfrak{R}^n$, vetor de estado, $u \in \mathfrak{R}^m$, vetor de controlo, $y \in \mathfrak{R}^r$, vetor de saída. Existindo assim duas funções tais que, $f: \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^n$ e $h: \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m \rightarrow \mathfrak{R}^r$.

As funções η e ξ expressam geralmente as incertezas do modelo e as medições, respetivamente, em que as mesmas são estocásticas, ou seja, são funções aleatórias.

A função (1.1) é denominada pela equação de estado do sistema e a equação (1.2) é denominada pela equação de observação ou equação de saída do sistema, respetivamente, em que esta é modelada pelas variáveis de medida.

O controlo do sistema pode ser representado sob a forma de diagrama de blocos. A principal informação é linearizar o sistema não linear em torno das condições de referência, obtendo um estado de equilíbrio, projetando um controlador para um sistema linear e aplicando o mesmo controlador introduzindo num sistema com a existência das devidas perturbações. Desta forma, tentamos controlá-lo e estabilizá-lo em torno do seu estado de equilíbrio inicial o mais rápido possível.

1.1.2. Sistema linear

Um sistema é considerado linear quando se aplica o princípio da sobre posição, ou seja, a resposta de um sistema linear ao ser excitado simultaneamente por diferentes entradas é igual à soma das respostas desse sistema para cada entrada considerada individualmente [3].

Desta forma, o sistema do modelo linearizado pode ser seguido por,

$$\dot{\bar{x}} = A \bar{x} + B \bar{u} \quad (1.3)$$

$$y = C \bar{x} + D \bar{u} \quad (1.4)$$

Onde, $\bar{x} = x - x_e$ e $\bar{u} = u - u_e$, em que x_e é o estado de equilíbrio e u_e é o controlo de equilíbrio, respetivamente.

A matriz A é uma matriz Jacobiana de f relativamente ao vetor de estado (x) para $x = x_e$ e $u = u_e$. A matriz B é uma matriz Jacobiana de f relativamente ao vetor de controlo (u) para $x = x_e$ e $u = u_e$. A matriz C é uma matriz Jacobiana de h relativamente ao vetor de estado (x) para $x = x_e$ e $u = u_e$. A matriz D é uma matriz Jacobiana de h relativamente ao vetor de controlo (u) para $x = x_e$ e $u = u_e$.

De uma forma mais adequada é possível ter em conta o seguinte sistema,

$$\dot{x} = f(x, u) = \begin{pmatrix} f_1(x, u) \\ f_n(x, u) \\ \vdots \\ f_h(x, u) \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^n \quad (1.5)$$

Em que a matriz de estado A é representada por,

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_i} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_i} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_i}{\partial x_1} & \frac{\partial f_i}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_i}{\partial x_i} & \cdots & \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_i} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{pmatrix}_{(x_e, u_c, e)} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ f_n \end{matrix} \quad (1.6)$$

E a matriz de controlo B é representada por,

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_j} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_j} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial u_r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_i}{\partial u_1} & \frac{\partial f_i}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_i}{\partial u_j} & \cdots & \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_j} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{pmatrix}_{(x_e, u_c, e)} \begin{matrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_i \\ \vdots \\ f_n \end{matrix} \quad (1.7)$$

Ou seja, é possível observar o seguinte comportamento do sistema linear,

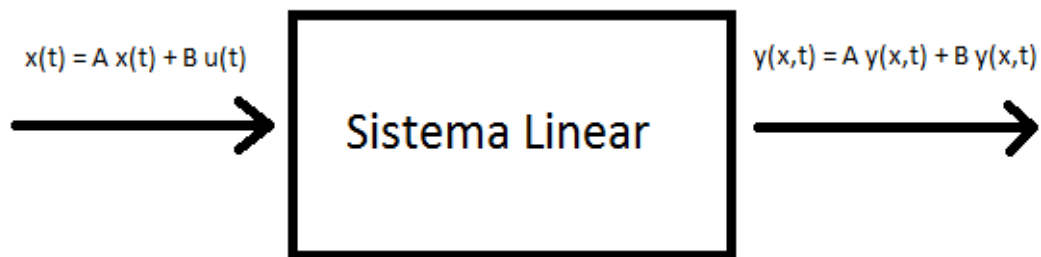


Figura 1.2: Comportamento do sistema linear.

1.1.3. Sistema não linear

Os modelos de otimização são concebidos através da minimização do erro entre a trajetória produzida pelo modelo e pelo sistema original gerado. No entanto, esses problemas de otimização podem tornar-se bastantes complexos, onde poderão ocorrer problemas dos mínimos quadrados. O processo de estimação permite a estimação de um parâmetro desconhecido do sistema original, em que o sistema de controlo não linear permite entradas escalares.

A principal ideia do controlo é a linearização via realimentação do sistema, dado como,

$$\dot{x} = h(x, u) \quad (1.8)$$

Onde o sistema é transformado por via da mudança de coordenadas, teremos,

$$\dot{\tilde{x}} = A \tilde{x} + B \tilde{u} \quad (1.9)$$

E, $\tilde{x} = \phi(x)$ é o vetor de estado não linearizado e $\tilde{u} = \psi(x, u)$ é o vetor de controlo não linearizado [7].

O sistema transformado é próprio do sistema original, mas em outro sistema de coordenadas. As transformações em (1.9) são irreversíveis e diferenciáveis por definição.

Uma função $\phi: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}^n$, é um difeomorfismo se e só se ela é suave, e a sua inversa existe e é suave.

O difeomorfismo funciona como uma mudança de coordenadas para um sistema dinâmico não linear. Um difeomorfismo não necessita de estar definido em todo o conjunto \mathfrak{R}^n de vetores de números reais, mas é comum ter difeomorfismos válidos somente em uma região aberta Ω de \mathfrak{R}^n . Todos os difeomorfismos são chamados locais e válidos em todo o espaço global.

A mudança de coordenadas em (1.9) transforma trajetórias do sistema original, em que permite resolver o problema do espaço do controlo, usando a teoria de sistemas lineares e usando as transformações inversas para voltar ao espaço inicial.

No contexto geral, existe a restrição da suavidade sobre as funções e diz-se que uma função é suave quando ela é infinitamente derivável (C^∞). No entanto, em muitos casos, essa restrição pode ser relaxada para apenas um certo número de derivadas contínuas, ou seja, C^q , com q número inteiro suficientemente grande.

Este método de transformação de coordenadas tem uma grande vantagem de garantir que o modelo obtido reproduza o comportamento temporal do sistema original, sem a necessidade da solução de problemas de otimização complexos [1].

1.2. Controlabilidade

1.2.1. Controlabilidade de estado do sistema

Um sistema é de estado controlável se seguir o sistema inicial, de forma a atingir um sistema de estado qualquer mas dentro de um prazo finito.

No caso de um sistema linearizado, possível ter a conceção da característica por Kalman, em que esta representa a matriz de controlabilidade de estado,

$$\Delta = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (1.10)$$

O sistema é controlável se a característica da matriz de controlabilidade for igual a n , tendo em conta que, $\text{carat}(\Delta) = n$, n sendo a dimensão do espaço de estados [7].

1.2.2. Controlabilidade da saída de um sistema

Um sistema é de saída controlável se se guiar através da saída deste sistema para dentro de um prazo finito de qualquer valor previamente imposto, ou seja, se for possível conduzir o sistema de uma observação qualquer, y_i , para uma outra qualquer, y_f , dentro do espaço de observações com um prazo finito.

No caso de um sistema linearizado, é possível conceber a matriz de controlabilidade de observação, onde,

$$\Gamma = [CB \ CAB \ CA^2B \ \dots \ CA^{n-1}B \ D] \quad (1.11)$$

O sistema é de observação controlável se a característica da matriz de controlabilidade de saída observável for igual a m , tendo em conta que, $\text{carat}(\Gamma) = m$, m sendo a dimensão do espaço de saídas.

1.3. Observabilidade

A condição necessária e suficiente para poder estimar os valores das variáveis de estado não medidas é que o sistema seja observável. Se assim não for, então haverá variáveis de estado do sistema que não poderão ser estimadas. O interesse da observabilidade é garantir que a equação do estado permita a estimação com base nos valores do vetor de saída do sistema.

Se assumirmos que as incertezas no modelo e as medidas da saída de um determinado sistema são desprezíveis, então a estimação dos estados deste sistema chama-se observação. Portanto, o algoritmo permite estimar o estado de um sistema com incertezas desprezíveis no modelo e nas medidas da saída chama-se observador. De facto, a terminologia estimadora de estado está dedicada para sistemas cujas incertezas no modelo e as medidas da saída não podem ser desprezadas.

Um sistema é observável se os valores do vetor de observação nos tempos, $t', t' + \Delta t, \dots, t' + n\Delta t$, permitirem uma estimativa fiável do vetor de estado no tempo t' .

No caso de um sistema linearizado, é possível obter a caracterização por Kalman, em que a matriz de observabilidade é representada por,

$$\theta = [C \ CA \ CA^2 \ \dots \ CA^{n-1}]^T \quad (1.12)$$

O sistema é observável se a característica da matriz de observabilidade for igual a n , em que, $\text{carat}(\theta) = n$ [7].

1.4. Vantagens e limitações da identificação de sistemas

O problema de identificação do sistema pode ser dividido em dois subconjuntos principais: determinísticos (isto é, sem perturbações nem incertezas) e não-determinísticos (ou seja, com perturbações e/ou incertezas). Existem duas classes de técnicas de identificação de sistemas não-determinísticos: a técnica do filtro de Kalman (ou, o filtro de Kalman estendido) e a técnica da máxima verossimilhança.

O filtro de Kalman é um método matemático criado por Rudolf Kalman ([engenheiro matemático americano, nasceu em Budapeste em 19 de Maio de 1930](#)), em que o seu propósito foi a utilização de medidas realizadas ao longo do tempo (tendo em conta as incertezas e as perturbações) e gerando resultados que tendam a aproximar-se dos valores reais de grandes grandezas medidas e dos valores associados.

O filtro de Kalman é um algoritmo necessário para a obtenção das interferências exatas sob um sistema dinâmico linear, em que o espaço de estado de estados das variáveis não observadas é contínuo, de todas as variáveis observadas e não observadas.

A primeira limitação do sistema é a impossibilidade de obter medições perfeitas da resposta de qualquer sistema real, onde os erros inerentes e evitáveis dos sensores são normalmente incluídos como ruído de medição no modelo dinâmico. Desta forma, torna-se impossível identificar exatamente os valores dos parâmetros desconhecidos, em vez disso, os valores

devem ser estimados por alguns critérios estatísticos. A teoria de estimação na presença do ruído de medição é relativamente simples para um sistema com as observações em tempo discreto, necessitando apenas da probabilidade de base. Além disto, a aplicação do filtro de kalman assume que as incertezas/perturbações obedecem a uma distribuição Gaussiana, o que não é verificado.

A segunda limitação de sistemas reais é a presença do ruído de estado, em que o estado de ruído é a excitação aleatória do sistema a partir de fontes não mensuráveis, como por exemplo, a falta de estabilidade da aeronave provocada pelo controlo da turbulência atmosférica. Desta forma, se o ruído do estado está presente e a medição do ruído é negligenciada, os resultados da análise são demasiado complexos, tornando assim a necessidade da implementação de um algoritmo de regressão linear ou não linear consoante a situação [8].

Finalmente, a terceira limitação para sistemas reais é a modelação, em que esta é caracterizada pelo melhor valor do vetor do parâmetro desconhecido e descrito corretamente pelo modelo dinâmico. Os sistemas físicos são raramente descritos pelos modelos dinâmicos simples em que a questão do erro da modelagem surge, onde a abordagem mais comum é ser ignorada, em que qualquer erro de modelação é tratado de uma forma simples como ruído de estado ou ruído de medição. As estatísticas de ruído podem ser então ajustadas de forma a incluir a contribuição do erro de modelagem. Este procedimento não é rigorosamente justificável, mas combinados com um modelo cuidadosamente escolhido, é provável que a melhor abordagem esteja disponível.

Uma vantagem atual de abordagem é o favoritismo da estimativa de parâmetros, em que o objetivo é minimizar o erro, no sentido dos mínimos quadrados, entre a resposta do modelo e a resposta real medida, onde as estimativas resultantes do erro mínimo são a melhor estimativa.

1.5. Objetivos do trabalho

Os objetivos presentes neste trabalho consistem na identificação de parâmetros da dinâmica de voo em relação ao desenvolvimento experimental e à análise de resultados obtidos, implementando em tempo real. Deste modo, opta-se pela estimação analítica das derivadas de estabilidade e de controlo de uma dada aeronave com base na definição geométrica e aerodinâmica. No entanto, devido às incertezas estes parâmetros são estimados de modo intervalar para todo o domínio de voo, com fatores de segurança aplicados aos valores nominais calculados.

No próximo capítulo 2 trata-se da representação e da elaboração do envelope de voo em função da altitude e da velocidade, tendo em conta as várias velocidades de voo, tais como a velocidade de voo, a velocidade voluntária e entre outras.

No capítulo 3 trata-se do processo de modelação de estimação tendo em conta os estimadores pontuais e intervalares, em que é necessário o estudo do cálculo intervalar e da minimização do sistema. Através deste desenvolvimento, obteve-se o método (BB) em função dos cálculos intervalares (máximo e mínimo) para cada derivada de estabilidade e de controle.

No capítulo 4 foram conhecidas todas as derivadas de estado e de controle através da elaboração de três livros fundamentais, minimizando assim as equações que anteriormente eram bastante extensas para equações mais simplificadas e com os mesmos resultados. E desta forma, foi concebido o cálculo dos resultados obtidos em função das condições de voo de uma dada aeronave.

Capítulo 2 - Envelope de voo

O envelope de voo é uma representação do domínio viável de uma aeronave em dada condição de voo em função da velocidade e da altitude.

Em regra geral, representa-se o envelope de voo por um domínio em duas dimensões, em que as derivadas de estabilidade referentes às variáveis envolvidas, são a altitude e a velocidade.

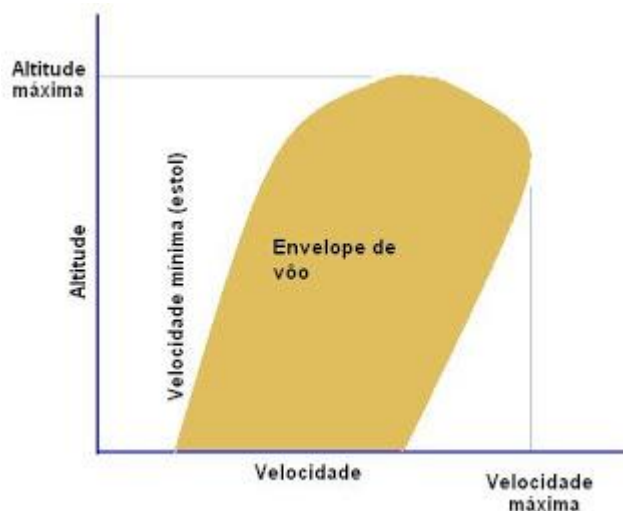


Figura 2.1: Representação do envelope de Voo.

O envelope de voo pode ser obtido através das curvas de tração ou pela potência considerando-se pela variação de cada condição de voo, em que a interseção das curvas de tração e potência fornecem os valores mínimos e máximos da aeronave. As velocidades, máxima e mínima, limitam a definição do envelope de voo da aeronave.

Um fator muito importante é que a velocidade mínima não seja inferior à velocidade de perda, ou seja, é fundamental que a aeronave voe a uma velocidade mínima igual à velocidade de perda.

O teto máximo da aeronave depende do seu peso, isto é quanto maior for o peso, menor será o teto máximo.

É necessário observar que conforme a altitude aumenta, ocorre uma redução da densidade do ar em relação à redução da tração e da potência, e portanto, a diferença entre as velocidades máximas e mínimas de aeronave também serão menores, até que em uma determinada altitude ocorre a verificação de $v_{min} = v_{max}$ mantendo o voo constante e nivelado.

Na análise da influência da altitude na variação das curvas de tração ou potência, o teto absoluto é definido pelo ponto de tangência entre a potência requerida e a potência disponível.

O que determina o teto máximo operacional é a relação entre vários fatores que na verdade irão determinar o teto absoluto da aeronave, ou seja, representa a altitude máxima acima do nível médio do mar na qual uma aeronave poderá ser capaz de manter o voo horizontal sobre condições padrão do ar.

Um dos pormenores muito importantes é quando mais subimos na atmosfera, mais rarefeito torna-se o ar e isso resulta na perda da sustentação e da potência do motor, em vista disso, a aeronave atinge a sua altitude máxima baseada em características da potência e da sustentação.

2.1. Restrições da velocidade de perda

Existe uma velocidade mínima de ar necessária para criar sustentação em que nos permite fazer com que a aeronave voe e a baixo desse limite, a aeronave entra em perda, ou seja, entra em perda de sustentação. Esta situação é diretamente relacionada com o ângulo de ou com a inclinação da asa em volta.

Desta forma, a velocidade de perda é representada por,

$$v_p = \sqrt{\frac{2w}{\rho S C_{L_{máx}}}} \quad (2.1)$$

Uma outra velocidade é representada pelo traço do envelope de voo em função do ponto de manobra da aeronave, pois esta varia com a altitude e define o limite estrutural da aeronave.

Como o fator da carga máximo é fixo para o projeto em desenvolvimento novamente, é possível perceber que a variação da densidade do ar, com o aumento da velocidade de perda, influencia decisivamente a capacidade estrutural da aeronave.

Para a análise do gráfico é possível observar que o envelope de voo da aeronave é limitado pelas extremidades, ou seja, pela velocidade de perda e pela velocidade do ponto de manobra.

$$v' = \sqrt{\frac{2w}{\rho S C_{L_{máx}}}} \cdot \sqrt{n_{máx}} \quad (2.2)$$

O fator de carga máximo é frequentemente dado pelo valor de 1.2.

Existem 5 tipos de perda da aeronave:

A perda em si mesma, onde numa volta, sem perder altura, o fator de carga é superior a 1 grama, com a sustentação a tender a aumentar, de forma a compensar a força centrífuga. A perda surge quando o escoamento se desloca da asa, causando um aumento muito acentuado na sustentação.

A perda voluntária pode ser provocada através do aumento voluntário do ângulo de ataque. À medida que aumentamos α , o centro de pressões, CP, move-se na direção do bordo de ataque. No entanto, quando a asa atinge a perda do CP, deslocando-se para o bordo de fuga, existe a tendência natural da asa picar, após entrar em perda. Para sair da perda é necessário picar a asa para que esta ganhe velocidade novamente, e para que tal aconteça, terá que haver alguma experiência da parte do piloto.

A perda estática aumenta gradualmente o ângulo de ataque.

A perda dinâmica é referente às asas com velocidade, seguida do aumento repentino de α .

E por fim, a perda assimétrica, em que só um dos lados entra em perda, fazendo que a asa rode para o lado em que está em perda, este caso é o mais frequente.

Capítulo 3 - Modelação da estimação

A estimação é um processo que consiste no uso de dados da amostra (dados amostrais) de forma a estimar valores de parâmetros desconhecidos, tais como a média, a incerteza, a margem de segurança, etc.

Os dois métodos clássicos mais utilizados de estimação são, as estimativas pontuais e as intervalares.

Neste momento é necessário definir dois conceitos, ao primeiro, chamamos de estimadores a quantidade calculada em função dos elementos da amostra, onde será usada no processo de estimação do parâmetro desejado. O estimador é uma estatística, e portanto, é uma variável aleatória caracterizada por uma distribuição de probabilidade e pelos seus respetivos parâmetros próprios. E ao segundo, chamamos de estimativa a cada valor particular assumido por um estimador.

Ao primeiro, temos um intervalo de valores em torno do parâmetro amostral, no qual julgamos, como um risco conhecido do erro, em que a esse intervalo denominamos de intervalo de confiança.

3.1 Procedimento

A análise de intervalos têm por objetivo responder à questão da exatidão e da eficiência que aparece na prática da Computação Científica. As técnicas intervalares manipulam dados e parâmetros iniciais como intervalos, como o indicativo do erro máximo presente nestes valores antes que os mesmos sejam introduzidos no computador.

Os algoritmos intervalares, ao contrário dos algoritmos pontuais mostram que a resposta exata está contida dentro de um intervalo, por esse motivo é que os algoritmos intervalares têm como resultado final um intervalo. Os resultados intervalares trazem consigo a segurança da sua qualidade e também o grau da sua incerteza. O grau de incerteza é obtido pelo diâmetro, em que a partir do diâmetro de um intervalo pode-se visualizar a influência do erro de uma dada entrada do resultado final obtido [9].

Para uma melhor solução, escolhemos o valor dos β 's em forma intervalar, aplicando um caso real através de uma função gaussiana, como por exemplo, o coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque, interpretado como o máximo e mínimo de cada variação flutuante e robusta,

$$\beta_1 = \min\{0.8 C_{m_\alpha}^{\min}, 1.2 C_{m_\alpha}^{\min}\} \quad (3.4)$$

Os valores mencionados como intervalos da função dos β 's representam uma discrepância de desvio máximo de 20 por cento em função de um método analítico, aplicado para todas as derivadas, onde 80 por cento do valor de 0.8 e 120 por cento de 1.2 são as variações das incertezas, respetivamente.

O mínimo intervalar do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque é obtido por,

$$\beta_1 = -0.0154.$$

$$\beta_2 = \max\{0.8 C_{m_\alpha}^{\max}, 1.2 C_{m_\alpha}^{\max}\} \quad (3.5)$$

E o máximo intervalar de C_{m_α} é representado por,

$$\beta_2 = -0.0098.$$

Desta forma, podemos visualizar a seguinte representação intervalar,

$$C_{m_\alpha} \in [\beta_1, \beta_2] \quad (3.6)$$

Com,

$$C_{m_\alpha} \in [-0.0154, -0.0098].$$

Com a aplicação de um caso real, como por exemplo, o caso do C_{m_α} , podemos obter uma solução muito importante e simples, obtendo todos os resultados do coeficiente, utilizando apenas 6 valores considerados em função do envelope de voo inserido dentro dos limites intervalares.

Consequentemente, é possível obter a representação do envelope de voo em elaboração do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque, como um simples exemplo,

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

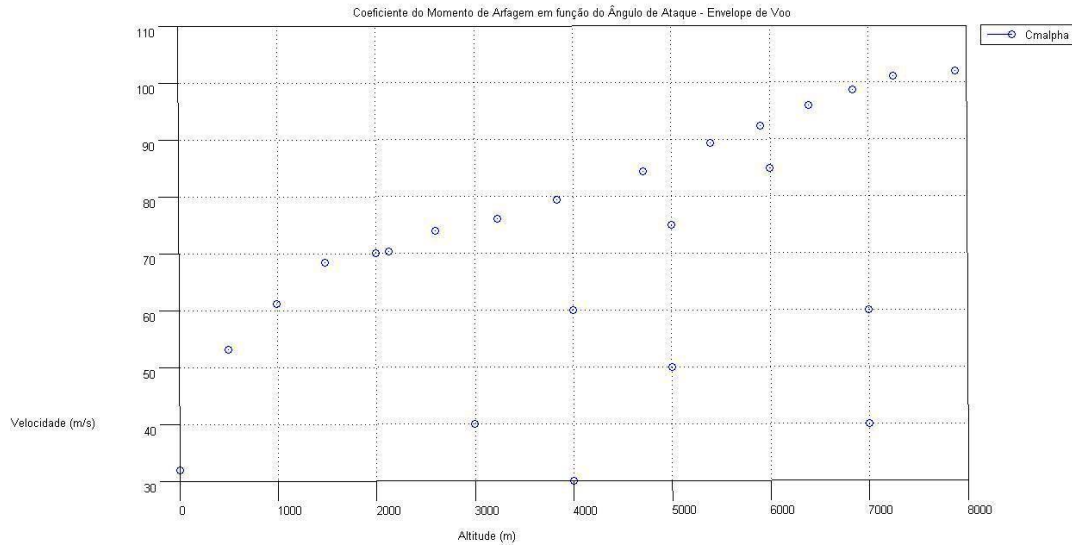


Figura 3.1: Resultados finais do $C_{m\alpha}$ em função de todas as condições de voo, com a vertente do envelope de voo.

Os resultados apresentados na Figura 3.1 são a representação das condições do envelope de voo, garantindo a sua robustez.

As 6 condições impostas constituem apenas num único sistema,

$$x \in \mathfrak{R}^6 \Rightarrow x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

Com,

x_1 : Velocidade de aeronave (m/s).

x_2 : Altitude da aeronave (m).

x_3 : Número de Mach.

x_4 : Pressão dinâmica (N/m^2).

x_5 : Coeficiente de sustentação, C_L .

x_6 : Coeficiente de resistência aerodinâmica, C_D .

Os valores mencionados no capítulo 4 dos coeficientes são os mesmos, mas a representação sistema é diferente.

| Caso | Velocidade | Altitude | Mach | Pressão Dinâmica | C_L | C_D |
|---|------------|-----------|--------|------------------|--------|--------|
| Condições de voo em torno do envelope de voo | | | | | | |
| 1 | 31.9444 | 0.0000 | 0.0940 | 625.0228 | 1.5874 | 0.1474 |
| 2 | 53.1503 | 494.9761 | 0.1563 | 1649.5400 | 0.6014 | 0.0356 |
| 3 | 61.0579 | 988.4665 | 0.1796 | 2074.4736 | 0.4783 | 0.0287 |
| 4 | 68.3768 | 1478.9898 | 0.2011 | 2478.5835 | 0.4003 | 0.0251 |
| 5 | 70.3769 | 2125.8621 | 0.2070 | 2461.1087 | 0.4031 | 0.0252 |
| 6 | 73.9398 | 2603.7595 | 0.2175 | 2588.0769 | 0.3834 | 0.0244 |
| 7 | 76.1376 | 3228.5533 | 0.2240 | 2573.5567 | 0.3855 | 0.0245 |
| 8 | 79.3592 | 3836.1215 | 0.2334 | 2624.2368 | 0.3781 | 0.0242 |
| 9 | 84.3977 | 4708.1138 | 0.2482 | 2705.4003 | 0.3667 | 0.0238 |
| 10 | 89.3766 | 5392.0478 | 0.2629 | 2817.3023 | 0.3522 | 0.0232 |
| 11 | 92.3795 | 5907.0995 | 0.2717 | 2843.9703 | 0.3489 | 0.0231 |
| 12 | 96.0900 | 6390.6343 | 0.2826 | 2915.5590 | 0.3403 | 0.0228 |
| 13 | 98.7927 | 6840.0722 | 0.2906 | 2929.4620 | 0.3387 | 0.0227 |
| 14 | 101.1330 | 7253.0155 | 0.2975 | 2628.5417 | 0.3388 | 0.0227 |
| 15 | 102.0122 | 7881.3395 | 0.3001 | 2771.1167 | 0.3580 | 0.0234 |
| Condições de voo dentro do envelope de voo | | | | | | |
| 16 | 30.0000 | 4000.0000 | 0.0882 | 368.5997 | 2.6917 | 0.3923 |
| 17 | 40.0000 | 7000.0000 | 0.1177 | 471.5808 | 2.1039 | 0.2462 |
| 18 | 40.0000 | 3000.0000 | 0.1176 | 272.2852 | 1.3642 | 0.1133 |
| 19 | 50.0000 | 5000.0000 | 0.1471 | 920.1178 | 1.0783 | 0.0771 |
| 20 | 60.0000 | 7000.0000 | 0.1765 | 1061.0569 | 0.9351 | 0.0621 |
| 21 | 60.0000 | 4000.0000 | 0.1765 | 1474.3989 | 0.6729 | 0.0403 |
| 22 | 70.0000 | 2000.0000 | 0.2059 | 2465.8734 | 0.0252 | 0.0252 |
| 23 | 75.0000 | 5000.0000 | 0.2206 | 2070.2651 | 0.4792 | 0.0287 |
| 24 | 85.0000 | 6000.0000 | 0.2500 | 2383.0706 | 0.4163 | 0.0259 |
| 25 | 95.0000 | 3000.0000 | 0.2794 | 4102.3433 | 0.2419 | 0.0198 |

Tabela 3.1: Condições iniciais do envelope de voo.

Nota-se que no capítulo 4 foram referidas 26 condições de voo distintas, mas neste caso temos apenas 25 casos de voo, isto significa que tivemos que eliminar 1 condições de voo porque a mesma não atingia a velocidade mínima da aeronave, ou seja, a velocidade de perda era superior à velocidade mínima da aeronave, em que a qualquer momento poderia causar problemas na estabilidade e causando a perda da aeronave. E consequentemente os pontos iniciais da velocidade/altitude encontram-se no limiar da curva do envelope de voo (do caso 1 a 15) e os pontos finais estão localizados dentro do envelope de voo (do caso 16 a 25).

O valor que foi retirado apresentava um valor de $C_{m\alpha} = 0.0229$ e como é natural a aeronave tornou-se estaticamente instável ao longo do percurso/tempo. Esta condição aplicava-se a todas as derivadas de estado e de controlo do caso referente.

O conceito fundamental destes valores é o desenvolvimento da seguinte expressão,

$$C_{m\alpha}(x) = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_7x_1^2 + \dots + c_{12}x_6^2$$

$$\Leftrightarrow c_{m_\alpha}(x) = [1 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_6] \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Onde a função é aplicada para todas as derivadas de estabilidade, de estado e de controlo, ou seja, no envelope de voo podemos representar a derivada do momento de arfagem em várias condições de voo, por exemplo.

O interesse principal é a verificação da velocidade e da altitude em função da apresentação dos resultados em torno de todo o envelope de voo.

As outras derivadas de estado e de controlo são também caracterizadas pela equação (3.9) e a representação é semelhante ao desenvolvimento do coeficiente do momento de arfagem.

Construindo uma matriz essencial M, teremos,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & x_1(1) & \dots & x_6^2(1) \\ 1 & x_1(2) & \dots & x_6^2(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_1(25) & \dots & x_6^2(25) \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Onde a matriz M é constituída por 13 colunas e 25 linhas em função das condições de voo.

A matriz c é representada por,

$$c = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{12} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Os coeficientes da matriz c são valores calculados de uma forma computacional e são aleatórios. Com os cálculos do coeficiente do momento de arfagem, podemos obter os seguintes resultados:

| c's | |
|----------|--------------|
| c_0 | -0.0123 |
| c_1 | 0.0025 |
| c_2 | 4.7401e-007 |
| c_3 | -0.8738 |
| c_4 | 1.5338e-006 |
| c_5 | 0.0890 |
| c_6 | 0.0014 |
| c_7 | 8.6995e-006 |
| c_8 | -1.2442e-010 |
| c_9 | -0.9660 |
| c_{10} | -5.9292e-011 |
| c_{11} | -0.0632 |

| | |
|----------|---------|
| c_{12} | -0.0007 |
|----------|---------|

Tabela 3.2: Valores aleatórios da matriz c .

E a matriz y é representada por,

$$y = \begin{pmatrix} C_{m_\alpha}(1) \\ C_{m_\alpha}(2) \\ \vdots \\ C_{m_\alpha}(3) \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Com a expressão (3.9) podemos obter todas as soluções anteriores, constituindo apenas numa única solução,

$$c = (M^T M)^{-1} M^T y \quad (3.13)$$

Podendo assim obter o resultado total de todas as soluções, através da seguinte função,

$$Mc = y \quad (3.14)$$

Em que o seu resultado total do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque é:

| Condições de Voo | Coefficiente intervalar do momento de arfagem em função do ângulo de ataque |
|------------------|---|
| 1 | 0.0283 |
| 2 | 0.0036 |
| 3 | 0.0009 |
| 4 | -0.0006 |
| 5 | -0.0006 |
| 6 | -0.0010 |
| 7 | -0.0012 |
| 8 | -0.0016 |
| 9 | -0.0023 |
| 10 | -0.0031 |
| 11 | -0.0036 |
| 12 | -0.0042 |
| 13 | -0.0048 |
| 14 | -0.0053 |
| 15 | -0.0059 |
| 16 | 0.0567 |
| 17 | 0.0384 |
| 18 | 0.0226 |
| 19 | 0.0141 |
| 20 | 0.0083 |
| 21 | 0.0048 |
| 22 | 0.0006 |
| 23 | -0.0003 |
| 24 | -0.0025 |

| | |
|----|---------|
| 25 | -0.0032 |
|----|---------|

Tabela 3.3: Resultados finais do coeficiente $C_{m\alpha}$.

Capítulo 4 - Conhecimento/Estimação das derivadas de estabilidade e de controlo

4.1. Conhecimento das derivadas de estabilidade

O fundamento direto das derivadas de estado consiste em determinar e resumir, ou melhor, simplificar as derivadas de estabilidade, de forma a obter todos os cálculos específicos.

4.1.1. Coeficiente de sustentação, C_L

A força aerodinâmica de uma aeronave é perpendicular ao vento relativo. A sustentação surge em virtude do diferencial da pressão entre o intradorso e o extradorso do perfil aerodinâmico.

O coeficiente de sustentação é um coeficiente adimensional que se relaciona com a sustentação/pressão de aceleração do próprio corpo e com a pressão dinâmica do fluxo do fluido. Um ponto vital da sustentação é também a área de referência associado ao corpo.

A sustentação do corpo é geralmente considerada como um perfil aerodinâmico (perfil da asa), frequentemente utilizada nas características aerodinâmicas, assim como num fator bidimensional. A sustentação é em função da densidade do ar, do coeficiente de sustentação, da área da asa e da velocidade influenciada.

Desta forma, a mesma pode ser representada por,

$$C_L = \frac{L}{\left(\frac{1}{2}\right)\rho V^2 S} = \frac{2L}{\rho V^2 S} = \frac{L}{qS} = \frac{2W}{\rho S V^2} \quad (4.1)$$

O coeficiente de sustentação máximo é determinado pela geometria da asa da aeronave e o coeficiente de sustentação mínimo é determinado pelo número de Mach divergente. Sendo assim, este é diretamente proporcional ao peso através da carga alar, e inversamente proporcional à velocidade e à densidade do ar ao nível do mar.

Um aspeto a considerar é, quanto maior for a velocidade de voo, menor será o coeficiente de sustentação, mas para que tal aconteça, é necessário que o peso e a altitude da aeronave permaneçam constantes. Em que,

$$C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha + \frac{\bar{c}}{2V} (C_{L_\alpha} \dot{\alpha} + C_{L_q} q) + C_{L_{\delta_e}} \delta_e \quad (4.2)$$

Onde,

$$C_L = C_L(\alpha, \delta_e, q, V, \dot{\alpha}).$$

4.1.2. Coeficiente de resistência aerodinâmica, C_D

A resistência aerodinâmica provoca a resistência ao movimento de um corpo, ou seja, impõe o avanço ao corpo, atuando na direção do escoamento livre.

Num fluido dinâmico, o coeficiente da força de resistência aerodinâmica é um coeficiente adimensional quantitativo e é usado para quantificar a resistência ao arrasto, onde o corpo é absorvido pelo fluido. Sendo assim, o coeficiente da força de resistência aerodinâmica é mais baixo que o coeficiente de sustentação, tornando-se a resistência mais aerodinâmica.

O coeficiente de resistência aerodinâmica é sempre associado à área de superfície particular.

Existem três tipos de resistência aerodinâmica: a resistência aerodinâmica de atrito, a resistência aerodinâmica de forma e a resistência aerodinâmica induzida.

Desta forma, a mesma pode ser obtida através da seguinte expressão,

$$C_D = \frac{2D}{\rho V^2 A} = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi e A} \quad (4.3)$$

Em que o coeficiente da resistência aerodinâmica é definido totalmente por,

$$C_D = C_{D0} + C_{D\alpha} \alpha + \frac{\bar{c}}{2V} (C_{D\alpha} \dot{\alpha} + C_{Dq} q) + C_{D\delta_e} \delta_e \quad (4.4)$$

Com,

$$C_D = C_D(\alpha, \delta_e, q, V, \dot{\alpha}).$$

4.1.3. Coeficiente da força lateral ou transversal, C_y

Em termos característicos da dinâmica, a força lateral resulta no movimento de derrapagem e é geralmente obtido pela empenagem vertical, oposta ao movimento de derrapagem, ou seja, quando $C_y \leq 0$. Para aeronaves de fuselagem delgadas e para valores elevados do ângulo de derrapagem, as forças podem ter auxílio de direção.

$$Y = QSC_y = \frac{\rho VS}{2m} C_y \quad (4.5)$$

O coeficiente da força lateral pode ser definido totalmente por,

$$C_y = C_{y\beta}\beta + C_{y\delta_a}\delta_a + C_{y\delta_r}\delta_r \quad (4.6)$$

Com,

$$C_y = C_y(\beta, \delta_a, \delta_r).$$

4.1.4. Coeficiente do momento de arfagem, C_m

Em termos aerodinâmicos, o momento de arfagem no perfil aerodinâmico é o momento produzido pela força aerodinâmica e aplicado no centro aerodinâmico. O momento de arfagem na asa da aeronave é uma parte total do movimento, em que é necessário efetuar um balanço com o movimento de sustentação, tendo em conta o estabilizador horizontal.

Desta forma, o coeficiente do momento de arfagem é uma parte fundamental no estudo da estabilidade estática longitudinal aplicada na aeronave. Onde este pode ser obtido através da seguinte expressão,

$$C_m = \frac{M}{qSc} \quad (4.7)$$

O coeficiente do momento de arfagem é adimensional e é geralmente negativo, e possui a totalidade de todas as suas componentes,

$$C_m = C_{m_0} + C_{m_\alpha}\alpha + \frac{\bar{c}}{2V}(C_{m_\alpha}\dot{\alpha} + C_{m_q}q) + C_{m_{\delta_e}}\delta_e \quad (4.8)$$

Com,

$$C_m = C_m(\alpha, \delta_e, q, V, \dot{\alpha}).$$

4.1.5. Coeficiente do momento de guinada, C_n

O momento de guinada é o momento em torno do eixo z do corpo e é positivo quando o nariz da aeronave se move para a direita. A grande contribuição do momento de guinada é a cauda vertical, em que o coeficiente do momento de guinada pode ser expresso por,

$$C_n = \frac{N}{qSb} \quad (4.9)$$

O mesmo pode ser definido totalmente pela seguinte expressão,

$$C_n = C_{n\beta}\beta + \frac{b}{2V}(C_{np}p + C_{nr}r) + C_{n\delta_a}\delta_a + C_{n\delta_r}\delta_r \quad (4.10)$$

Com,

$$C_n = C_n(\beta, \delta_a, \delta_r, V).$$

4.1.6. Coeficiente do momento de rolamento, C_l

O coeficiente do momento de rolamento é caracterizado pelo ângulo de derrapagem, onde o ângulo de derrapagem é positivo e gera incidência na empenagem das asas, podendo causar um movimento de rolamento positivo ou negativo. Para qualquer ângulo de derrapagem, de asas diferentes do diedro a zero graus, este provoca o rolamento e tende a retomar a aeronave para asas horizontais.

O ângulo de rolamento de equilíbrio é conhecido como o nível das asas ou como o ângulo de inclinação nula. Desta forma, o coeficiente do momento de rolamento pode ser conhecido como,

$$C_l = \frac{L}{\frac{1}{2} \rho V^2 S b} \quad (4.11)$$

Com a expressão completa teremos,

$$C_l = C_{l\beta}\beta + \frac{b}{2V}(C_{lp}p + C_{lr}r) + C_{l\delta_a}\delta_a + C_{l\delta_r}\delta_r \quad (4.12)$$

Com,

$$C_l = C_l(\beta, \delta_a, \delta_r, V).$$

4.2. Estimação das derivadas de estado

As derivadas de estabilidade são concebidas para números de Mach baixos e em modo subsónico. Existem diversos problemas de estabilidade do controlo, envolvendo particularmente as velocidades baixas de voo, em que o coeficiente de resistência aerodinâmica com o ângulo de ataque é desprezável.

4.2.1. Derivadas do ângulo de ataque

$C_{L\alpha}$ - Coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque

O coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque, $C_{L\alpha}$, é frequentemente relativo ao declive da curva de sustentação e é sempre positivo para valores do ângulo de ataque abaixo dos valores da velocidade de perda. Para a maioria das aeronaves convencionais, verificou-se que na verdade a asa contribui 85-60 por cento do valor de $C_{m\alpha}$ [10].

Para uma aeronave convencional de cauda posterior, as derivadas podem ser estimadas pelos seguintes componentes [12],

$$C_{L\alpha} = C_{L\alpha_{WB}} + C_{L\alpha_H} \eta_H \frac{S_H}{S} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \quad (4.13)$$

O termo, $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, é a variação do ângulo de downwash em função da variação do ângulo de ataque e é uma derivada adimensional.

$$C_{L\alpha_{WB}} = k_{WB} C_{L\alpha_W} \quad (4.14)$$

Com,

$$k_{WB} = 1 - 0.25 \left(\frac{d}{b}\right)^2 + 0.025 \left(\frac{d}{b}\right) \quad (4.15)$$

Se a relação da área da asa, b , for relacionada com o diâmetro da fuselagem, d , então a largura pode torna-se numa estimacão razoável.

Os valores de $C_{L\alpha_W}$ e $C_{L\alpha_w}$ podem ser obtidos através da seguinte expressão,

$$C_{L\alpha_w} = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{\frac{A^2 \beta^2}{k^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_c}{\beta^2} \frac{z}{2}\right) + 4}} \quad (\text{em radianos}^{-1}) \quad (4.16)$$

Em que o fator k é a relação média atual da asa, representando o declive da curva de sustentação $C_{L\alpha_{WB}}$ com 2π . Em que é necessário mencionar o ângulo de derrapagem, através da seguinte fórmula,

$$\beta = \sqrt{1 - M^2} \quad (4.17)$$

A relação da pressão dinâmica da cauda horizontal pode ser assumida pela diferença intervalar, $0.90 < \eta_H < 1.0$, e a relação do downwash da cauda horizontal, $\frac{d\varepsilon}{d\alpha}$, pode ser seguida por,

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right|_M = \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial d\alpha} \right|_{M=0} \frac{C_{L\alpha_w}|_M}{C_{L\alpha_w}|_{M=0}} \quad (4.18)$$

Assim como para o gradiente de downwash para velocidades baixas, $\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \right|_{M=0}$,

$$\left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial d\alpha} \right|_{M=0} = 4.44 [K_A K_\lambda K_H] \sqrt{\cos \Lambda \frac{c}{4}}^{1.19} \quad (4.19)$$

Onde, conseqüentemente,

$$K_A = \frac{1}{A} - \frac{1}{1 + A^{1.7}} \quad (4.20)$$

$$K_\lambda = \frac{10 - 3\lambda}{7} \quad (4.21)$$

$$K_H = \frac{1 - \frac{h_H}{b}}{\sqrt[3]{\frac{2l_H}{b}}} \quad (4.22)$$

Os valores de h_H e de l_H são obtidos diretamente da geometria da aeronave, e são dados em metros.

A fim de determinar a derivada de estado, $C_{L\alpha}$, foi possível calcular 26 casos para a mesma, em diversas condições de voo, mais especificamente, a altitude e a velocidade de voo, em torno do envelope de voo. Desta forma, teremos:

| Caso | $C_{L\alpha}$ | | |
|------|---------------|----|--------|
| 1 | 0.1485 | 14 | 0.1536 |
| 2 | 0.1494 | 15 | 0.1537 |
| 3 | 0.1499 | 16 | 0.1481 |
| 4 | 0.1505 | 17 | 0.1484 |
| 5 | 0.1506 | 18 | 0.1488 |
| 6 | 0.1509 | 19 | 0.1488 |
| 7 | 0.1511 | 20 | 0.1493 |
| 8 | 0.1514 | 21 | 0.1499 |
| 9 | 0.1518 | 22 | 0.1499 |
| 10 | 0.1523 | 23 | 0.1506 |
| 11 | 0.1526 | 24 | 0.1510 |
| 12 | 0.1530 | 25 | 0.1519 |
| 13 | 0.1535 | 26 | 0.1529 |

Tabela 4.1: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função do ângulo de ataque.

Consequentemente, conseguimos verificar que os valores de $C_{L\alpha}$ são todos positivos, onde a variação do tipo de perfil não é muito acentuada.

$C_{D\alpha}$ - Coeficiente de resistência aerodinâmica em função do ângulo de ataque

Para o caso de, $C_{D\alpha}$, é possível determinar a seguinte expressão de uma forma diferencial [13],

$$C_{D\alpha} = \frac{\partial \bar{C}_{D0}}{\partial \alpha} + \frac{2C_L C_{L\alpha}}{\pi A e} \quad (4.23)$$

O termo, $\frac{\partial \bar{C}_{D0}}{\partial \alpha}$, representa a mudança do perfil da resistência aerodinâmica com o ângulo de ataque, em que a contribuição é frequentemente muito baixa. Os propósitos da análise do design são concebidos para que o valor nulo seja atingido, ou seja,

$$\frac{\partial \bar{C}_{D0}}{\partial \alpha} = 0$$

A expressão (4.23) depende do declive da curva de sustentação, em que C_L é a variação de α considerado. O fator de eficiência de Oswald, pode ser obtido através da seguinte função,

$$e = 1.78 (1 - 0.045 A^{0.68}) - 0.64 \quad (4.24)$$

A fim de descobrir a derivada de estado, $C_{D\alpha}$, é necessário mencionar que existiram 26 situações de voo diferentes calculadas, onde:

| Caso | $C_{D\alpha}$ | | |
|------|---------------|----|--------|
| 1 | 0.0244 | 14 | 0.0054 |
| 2 | 0.0093 | 15 | 0.0057 |
| 3 | 0.0074 | 16 | 0.0757 |
| 4 | 0.0062 | 17 | 0.0414 |
| 5 | 0.0063 | 18 | 0.0325 |
| 6 | 0.0056 | 19 | 0.0210 |
| 7 | 0.0060 | 20 | 0.0167 |
| 8 | 0.0059 | 21 | 0.0145 |
| 9 | 0.0058 | 22 | 0.0105 |
| 10 | 0.0055 | 23 | 0.0063 |
| 11 | 0.0055 | 24 | 0.0075 |
| 12 | 0.0054 | 25 | 0.0066 |
| 13 | 0.0054 | 26 | 0.0038 |

Tabela 4.2: Cálculos efetuados do coeficiente de resistência aerodinâmica em função do ângulo de ataque.

Paralelamente é possível verificar que os valores do coeficiente de resistência aerodinâmica em função do ângulo de ataque são mais baixos que os coeficientes de sustentação em função do ângulo de ataque, e também que os mesmos são todos positivos. Desta forma, podemos tornar $C_{D\alpha}$ mais aerodinâmico.

$C_{m\alpha}$ - Coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque

O coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque é muito afetado pelas distorções da elasticidade da asa, da cauda e da fuselagem. Mas ambos, os sinais e a magnitude de $C_{m\alpha}$, são afetados pela localização do CG da aeronave. O $C_{m\alpha}$ é proporcional da distância, X_{ac} , entre o CG e o AC.

Se X_{ac} for zero, então $C_{m\alpha}$ é nulo também. Se $X_{ac} < 0$, $C_{m\alpha}$ é negativo então a aeronave torna-se estaticamente estável.

Se o CG for atrás do AC, então $X_{ac} > 0$ e $C_{m\alpha}$ é positivo, tornando-se assim a aeronave estaticamente instável [11].

A função principal desta derivada é obtida através da seguinte fórmula,

$$C_{m\alpha} = a(h - h_{nwb}) - a_t \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) + \frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha} \quad (4.25)$$

Onde, o ângulo de downwash é a representação da velocidade do escoamento incidente sobre a asa e a velocidade do escoamento incide sobre o estabilizador horizontal.

$$h_{nwb} = h_n + \frac{a_t}{a} \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial C_{mp}}{\partial \alpha} \quad (4.26)$$

O ponto neutro define-se como um controlo fixo com a posição do CG para o qual a aeronave está em estabilidade neutra, com a devida arfagem, em que a posição do CG é dada no qual $C_{m\alpha} = 0$. Esta variável pode ser expressa por,

$$h_n = h_{acwb} + \bar{V}_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \quad (4.27)$$

O coeficiente do volume de cauda pode ser expresso como,

$$\bar{V}_H = \frac{S_H l_H}{S \bar{c}} \quad (4.28)$$

E,

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (4.29)$$

O meio da corda pode ser obtido através da seguinte equação,

$$\bar{c} = \frac{S}{b} \quad (4.30)$$

A fim de determinar a derivada de estado, $C_{m\alpha}$, tivemos que considerar alguns casos de voo, ou seja, tivemos que considerar 26 condições de voo, podendo assim comparar os valores representados a seguir:

| Caso | $C_{m\alpha}$ | | |
|------|---------------|----|---------|
| 1 | -0.0128 | 14 | -0.0122 |
| 2 | -0.0127 | 15 | -0.0122 |
| 3 | -0.0127 | 16 | -0.0129 |
| 4 | -0.0126 | 17 | -0.0128 |
| 5 | -0.0126 | 18 | -0.0128 |
| 6 | -0.0126 | 19 | -0.0128 |
| 7 | -0.0125 | 20 | -0.0127 |
| 8 | -0.0125 | 21 | -0.0127 |
| 9 | -0.0125 | 22 | -0.0127 |
| 10 | -0.0124 | 23 | -0.0126 |
| 11 | -0.0123 | 24 | -0.0125 |
| 12 | -0.0123 | 25 | -0.0124 |
| 13 | -0.0122 | 26 | -0.0123 |

Tabela 4.3: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque.

Desta forma, podemos provar que os valores do coeficiente do momento de arfagem em função do ângulo de ataque são todos negativos, tornando assim a aeronave estaticamente estável, onde o CG é à frente do AC, com $X_{ac} < 0$.

4.2.2. Derivadas da velocidade transversal

C_{D_v} - Coeficiente de resistência aerodinâmica em função da velocidade transversal

Ao alcance dos números baixos subsônicos de Mach as derivadas são frequentemente desprezáveis, mas apenas para $M < 0.4$. Caso contrário, a polar da resistência aerodinâmica é avaliada pelos números de Mach superiores e realizada computacionalmente, onde C_{D_v} é a relação entre dois parâmetros.

$$C_{D_v} = M \frac{\partial C_D}{\partial M} \quad (4.31)$$

Onde M é o número de Mach do estado estável em condições de voo, considerando as perturbações da aeronave.

A fim de descobrir os resultados da derivada de estado, C_{D_v} , é necessário mencionar que os cálculos foram referentes a 26 condições de voo, onde:

| Caso | C_{D_v} | | |
|------|-----------|----|--------|
| 1 | 0.1474 | 14 | 0.0227 |
| 2 | 0.0356 | 15 | 0.0234 |
| 3 | 0.0287 | 16 | 1.2759 |
| 4 | 0.0251 | 17 | 0.3923 |
| 5 | 0.0252 | 18 | 0.2462 |
| 6 | 0.0244 | 19 | 0.1133 |
| 7 | 0.0245 | 20 | 0.0771 |
| 8 | 0.0242 | 21 | 0.0621 |
| 9 | 0.0238 | 22 | 0.0403 |
| 10 | 0.0232 | 23 | 0.0252 |
| 11 | 0.0231 | 24 | 0.0287 |
| 12 | 0.0228 | 25 | 0.0258 |
| 13 | 0.0227 | 26 | 0.0198 |

Tabela 4.4: Cálculos efetuados do coeficiente de resistência aerodinâmica em função da velocidade transversal.

Desta forma, pode-se verificar que os valores do coeficiente de resistência aerodinâmica em função da velocidade transversal são pequenos, onde as condições de voo foram cumpridas. O único valor do coeficiente de resistência aerodinâmica que é mais salientado é o caso 16, pois a velocidade é pequena, e conseqüentemente esse será o seu valor mais elevado, será o seu máximo, em relação a todos os outros.

C_{L_v} - Coeficiente de sustentação em função da velocidade transversal

A variação do coeficiente de sustentação em função da velocidade traduz-se numa equação sob a forma computacional, onde C_{L_v} tem que ser inferior a $M \leq 0.8$ [12].

$$C_{L_v} = \frac{M^2}{1 - M^2} C_L \quad (4.32)$$

Para o conhecimento dos cálculos da derivada de estado, C_{L_v} , é necessário referir que a derivada é em função do coeficiente de sustentação e do número de Mach. Desta forma, teremos:

| Caso | C_{L_v} | | |
|------|-----------|----|--------|
| 1 | 0.1505 | 14 | 0.1106 |
| 2 | 0.0964 | 15 | 0.1181 |

| | | | |
|----|--------|----|--------|
| 3 | 0.0888 | 16 | 0.2909 |
| 4 | 0.0839 | 17 | 0.2394 |
| 5 | 0.0872 | 18 | 0.2510 |
| 6 | 0.0875 | 19 | 0.1627 |
| 7 | 0.0909 | 20 | 0.1621 |
| 8 | 0.0933 | 21 | 0.1703 |
| 9 | 0.0970 | 22 | 0.1226 |
| 10 | 0.0994 | 23 | 0.0865 |
| 11 | 0.1023 | 24 | 0.1111 |
| 12 | 0.1045 | 25 | 0.1110 |
| 13 | 0.1075 | 26 | 0.0733 |

Tabela 4.5: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da velocidade transversal.

Paralelamente é possível mencionar que os valores do coeficiente de sustentação em função da velocidade transversal são baixos, ou seja, os mesmos são bastante aceitáveis em relação às condições de voo mencionadas.

C_{m_v} - Coeficiente do momento de arfagem em função de velocidade transversal

A derivada, C_{m_v} , surge fisicamente na mudança de, C_{m_0} , para o centro aerodinâmico através do número de Mach.

$$C_{m_v} = -C_L \frac{\partial \bar{X}_{acw}}{\partial M} \quad (4.33)$$

Onde a variação de, $\frac{\partial \bar{X}_{acw}}{\partial M}$, pode ser determinada pela pilotagem, \bar{X}_{acw} , para número de Mach adjacentes com os números de Mach estáveis.

A fim de determinar os valores do coeficiente do momento de arfagem em função da velocidade transversal, tivemos que considerar diversas condições de voo:

| Caso | C_{m_v} | | |
|------|-----------|----|----------|
| 1 | -6.8301 | 14 | -0.4604 |
| 2 | -1.5554 | 15 | -0.4824 |
| 3 | -1.0766 | 16 | -33.8731 |
| 4 | -0.8047 | 17 | -12.3323 |
| 5 | -0.7873 | 18 | -7.2294 |
| 6 | -0.7126 | 19 | -4.6876 |
| 7 | -0.6960 | 20 | -2.9642 |
| 8 | -0.6548 | 21 | -2.1421 |
| 9 | -0.5973 | 22 | -1.5415 |
| 10 | -0.5416 | 23 | -0.7900 |
| 11 | -0.5191 | 24 | 0.3722 |
| 12 | -0.4868 | 25 | -0.6733 |
| 13 | -0.4712 | 26 | -0.3500 |

Tabela 4.6: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da velocidade transversal.

Nota-se, através dos cálculos efetuados, que os valores são bastantes dispersos e negativos.

Os valores negativos implicam que a aeronave se encontra numa situação estaticamente estável, mas as condições de voo, neste caso, são bastantes revelantes. Onde o valor mais negativo é referente à condição de voo 16, visto que a velocidade é pequena e o número de Mach é bastante baixo. Este valor não pode ser aceitável, pois a velocidade da aeronave não consegue atingir a velocidade de perda, e desta forma, a aeronave torna-se estaticamente instável, podendo entrar em perda.

4.2.3. Derivadas da taxa de arfagem

C_{L_q} - Coeficiente de resistência aerodinâmica em função da taxa de arfagem

A derivada, C_{L_q} , pode ser representada numa simples equação, tornando-se assim em valores muito pequenas pelas próprias características.

$$C_{L_q} = 2 \eta \frac{dC_{L_t}}{d\alpha_t} \quad (4.34)$$

Para o conhecimento dos cálculos da derivada de estado, C_{L_q} , é necessário o conhecimento da variação dos mesmos. Desta forma, teremos:

| Caso | C_{L_q} | | |
|------|-----------|----|--------|
| 1 | 0.3680 | 14 | 0.3767 |
| 2 | 0.3696 | 15 | 0.3768 |
| 3 | 0.3704 | 16 | 0.3672 |
| 4 | 0.3713 | 17 | 0.3678 |
| 5 | 0.3715 | 18 | 0.3685 |
| 6 | 0.3720 | 19 | 0.3685 |
| 7 | 0.3723 | 20 | 0.3693 |
| 8 | 0.3728 | 21 | 0.3703 |
| 9 | 0.3736 | 22 | 0.3703 |
| 10 | 0.3744 | 23 | 0.3715 |
| 11 | 0.3750 | 24 | 0.3722 |
| 12 | 0.3757 | 25 | 0.3737 |
| 13 | 0.3765 | 26 | 0.3755 |

Tabela 4.7: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da taxa de arfagem.

Consequentemente podemos verificar que os valores do coeficiente de sustentação em função da taxa de arfagem não variam muito com as condições de voo mencionadas e são todos positivos ao longo do tempo.

C_{m_q} - Coeficiente do momento de arfagem em função da taxa de arfagem

Para aeronaves conventuais, M_q , contribui substancialmente para uma parte do amortecimento em relação ao movimento do período curto. O amortecimento vem principalmente da mudança do ângulo de ataque em função da cauda e é proporcionalmente ao comprimento da cauda, l_t [10].

A derivada, C_{m_q} , pode ser mencionada pela função (4.33) em que a mesma é relacionada.

$$C_{m_q} = -\frac{l_t}{\bar{c}} C_{L_q} \quad (4.35)$$

A fim da determinação dos cálculos da derivada de estado, C_{m_q} , temos que respeitar as condição de voo ao longo da trajetória da aeronave.

| Caso | C_{m_q} | | |
|------|-----------|----|---------|
| 1 | -1.0603 | 14 | -1.1002 |
| 2 | -1.0678 | 15 | -1.1011 |
| 3 | -1.0716 | 16 | -1.0273 |
| 4 | -1.0756 | 17 | -1.0598 |
| 5 | -1.0768 | 18 | -1.0627 |
| 6 | -1.0790 | 19 | -1.0627 |
| 7 | -1.0805 | 20 | -1.0664 |
| 8 | -1.0826 | 21 | -1.0710 |
| 9 | -1.0861 | 22 | -1.0711 |
| 10 | -1.0901 | 23 | -1.0766 |
| 11 | -1.0926 | 24 | -1.0797 |
| 12 | -1.0957 | 25 | -1.0867 |
| 13 | -1.0997 | 26 | -1.0948 |

Tabela 4.8: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da taxa de arfagem.

Desta forma, pode-se ver que os valores do coeficiente do momento de arfagem em função da taxa de arfagem são todos negativos, tendo em conta o amortecimento, e também não variam muito ao longo do comportamento da aeronave.

4.2.4. Derivadas das derivadas do ângulo de ataque

$C_{L\dot{\alpha}}$ - Coeficiente de sustentação em função da derivada do ângulo de ataque

A derivada, $C_{D\dot{\alpha}}$, é a contribuição da soma de duas componentes essencial, tais com:

$$C_{L\dot{\alpha}} = C_{L\dot{\alpha}_w} + C_{L\dot{\alpha}_H} \quad (4.36)$$

Em que a contribuição da fuselagem é geralmente pequena, e a contribuição da asa, sem fórmulas explícitas, pode ser obtida por:

$$C_{L\dot{\alpha}_w} = 1.5 \left(\frac{X_{ac_w}}{C_r} \right) C_{L\alpha_w} + 3 C_L (g) \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.37)$$

A variável, X_{ac_w} , é aerodinamicamente adimensional e pode ser visualizada através da seguinte ilustração:

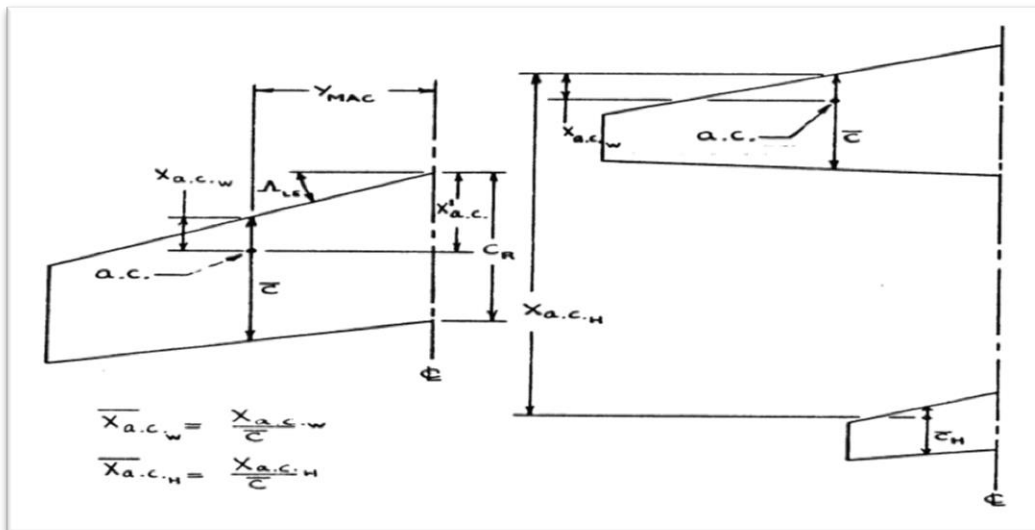


Figura 4.1: Definições das localizações do centro aerodinâmico dimensional e não-dimensional.

O termo, $C_L (g)$, é a correção do coeficiente de sustentação.

Para a contribuição da cauda horizontal conseguimos obter a seguinte expressão,

$$C_{L\dot{\alpha}_H} = 2 C_{L\alpha_H} \eta_H \bar{V}_H \frac{\partial \epsilon}{\partial \alpha} \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.37)$$

Para o cálculo da derivada de estado, $C_{L\dot{\alpha}}$, teremos:

| Caso | $C_{L\dot{\alpha}}$ | | |
|------|---------------------|----|--------|
| 1 | 0.9649 | 14 | 0.9658 |
| 2 | 0.9650 | 15 | 0.9658 |
| 3 | 0.9655 | 16 | 0.9648 |
| 4 | 0.9652 | 17 | 0.9648 |
| 5 | 0.9652 | 18 | 0.9649 |
| 6 | 0.9653 | 19 | 0.9649 |
| 7 | 0.9653 | 20 | 0.9650 |
| 8 | 0.9654 | 21 | 0.9651 |
| 9 | 0.9654 | 22 | 0.9651 |
| 10 | 0.9655 | 23 | 0.9652 |
| 11 | 0.9656 | 24 | 0.9653 |
| 12 | 0.9657 | 25 | 0.9655 |
| 13 | 0.9658 | 26 | 0.9656 |

Tabela 4.9: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da derivada do ângulo de ataque.

Verifica-se que os valores do coeficiente não variam muito e são todos positivos.

$C_{m\dot{\alpha}}$ - Coeficiente do momento de arfagem em função da derivada do ângulo de ataque

A derivada, $C_{m\dot{\alpha}}$, é determinada pela soma de duas variáveis,

$$C_{m\dot{\alpha}} = C_{m\dot{\alpha}_w} + C_{m\dot{\alpha}_H} \quad (4.39)$$

Para configurações superiores da aeronave conventual, a contribuição da asa é frequentemente baixa, ou seja, e poderá não ser considerada. A contribuição da fuselagem é geralmente muito pequena, e por isso, também não é representada [13].

Com a contribuição da causa horizontal, teremos,

$$C_{m\dot{\alpha}} = C_{m\dot{\alpha}_H} = -2 C_{L\alpha_H} \eta_H \frac{X_H}{\bar{c}} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha} \quad (\text{em radianos}^{-1}) \quad (4.40)$$

A fim de determinar os cálculos da derivada de estabilidade, $C_{m\dot{\alpha}}$, é necessário referir que existiram 26 casos em várias condições de voo, e para tal, teremos:

| Caso | $C_{m\dot{\alpha}}$ | | |
|------|---------------------|----|----------|
| 1 | -0.0743 | 14 | -0.07747 |
| 2 | -0.0750 | 15 | -0.0775 |
| 3 | -0.0752 | 16 | -0.0741 |
| 4 | -0.0755 | 17 | -0.0743 |
| 5 | -0.0756 | 18 | -0.0745 |
| 6 | -0.0758 | 19 | -0.0745 |
| 7 | -0.0759 | 20 | -0.0748 |

| | | | |
|----|---------|----|---------|
| 8 | -0.0761 | 21 | -0.0752 |
| 9 | -0.0764 | 22 | -0.0752 |
| 10 | -0.0767 | 23 | -0.0756 |
| 11 | -0.0769 | 24 | -0.0759 |
| 12 | -0.0771 | 25 | -0.0764 |
| 13 | -0.0774 | 26 | -0.0770 |

Tabela 4.10: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da derivada do ângulo de ataque.

Paralelamente podemos verificar que os valores do coeficiente do momento de arfagem em função da derivada do ângulo de ataque são todos negativos, transmitindo assim uma componente de estabilidade estática verificada. Além disso, podemos verificar que os valores do coeficiente de estado não variam muito ao longo do tempo.

4.2.5. Derivadas do ângulo de derrapagem

$C_{y\beta}$ - Coeficiente da força lateral em função do ângulo de derrapagem

O coeficiente da força lateral, em função do ângulo de derrapagem, é característico pela fuselagem, em que o β é positivo. Onde o vento relativo incide na asa, na fuselagem e na empenagem vertical, a força lateral torna-se negativa.

Para o caso da força lateral em função do ângulo de derrapagem, é possível determinar a seguinte função,

$$C_{y\beta} = \eta_v \frac{S_v}{S} C_{L\alpha} \left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) \quad (4.41)$$

Onde,

$$\eta_v = \frac{Q_v}{Q} \quad (4.42)$$

O termo, $\left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right)$, pode ser obtido através da seguinte função,

$$\left(1 + \frac{\partial\sigma}{\partial\beta}\right) * \eta_v = 0.724 + 3.06 * \frac{\left(\frac{S_v}{S}\right)}{1 + \cos\Lambda_c} + 0.4 \left(\frac{Z_w}{d}\right) + 0.009 A \quad (4.43)$$

Em que, $\frac{Z_w}{d}$, é a distância vertical entre o ponto inicial do quarto da corda até à linha do centro da fuselagem, em função do ângulo de derrapagem positivo.

Para o cálculo da derivada de estado, $C_{y\beta}$, foram calculadas diversas condições de voo ao longo do voo.

| Caso | $C_{y\beta}$ | | |
|------|--------------|----|---------|
| 1 | -1.6123 | 14 | -1.6145 |
| 2 | -1.6127 | 15 | -1.6146 |
| 3 | -1.6129 | 16 | -1.6121 |
| 4 | -1.6131 | 17 | -1.6122 |
| 5 | -1.6132 | 18 | -1.6124 |
| 6 | -1.6133 | 19 | -1.6124 |
| 7 | -1.6134 | 20 | -1.6126 |
| 8 | -1.6135 | 21 | -1.6129 |
| 9 | -1.6137 | 22 | -1.6129 |
| 10 | -1.6140 | 23 | -1.6132 |
| 11 | -1.6140 | 24 | -1.6134 |
| 12 | -1.6142 | 25 | -1.6138 |
| 13 | -1.6145 | 26 | -1.6142 |

Tabela 4.11: Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função do ângulo de derrapagem.

Consequentemente podemos verificar que o ângulo de derrapagem é positivo, em que o vento relativo incide nas componentes principais da aeronave (asa, fuselagem e na empenagem vertical), tornando-se assim o coeficiente da força lateral negativo.

$C_{l\beta}$ - Coeficiente do momento de rolamento em função do ângulo de derrapagem

A mudança do valor do coeficiente do momento de rolamento em função do ângulo de derrapagem, $C_{l\beta}$, é chamada pelo diedro efetivo. Esta derivada é muito importante no conceito do estudo da estabilidade lateral e de controlo, onde os seus recursos do amortecimento são, o rolamento holandês e o rolamento em modo espiral.

Estes afetam as capacidades das manobras da aeronave, em que em particular o controlo lateral excede a velocidade de perda com a única ação do rudder [11].

A derivada do coeficiente do momento de rolamento pode ser somada pelos três componentes, não menos importantes como a relação corpo-asa, a cauda horizontal e a cauda vertical. E para tal, teremos [13],

$$C_{l\beta} = C_{l\beta_{WB}} + C_{l\beta_H} + C_{l\beta_V} \quad (4.44)$$

A contribuição da asa-corpo pode-se traduzir por,

$$C_{l\beta_{WB}} = 57.3 \left[C_{l_{WB}} \left(\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_{\Lambda_c} K_{M\Lambda} K_f + \left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_A \right) + \Gamma_w \left(\frac{C_{l\beta}}{\Gamma} K_{M\Gamma} + \frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} \right) + (\Delta C_{l\beta})_{Z_w} + \theta \tan \Lambda_c \frac{\left(\frac{\Delta C_{l\beta}}{\theta \tan \Lambda_c} \right)}{\frac{1}{4}} \right] \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.45)$$

Onde,

$C_{L_{wb}} \approx C_L$ - O coeficiente de sustentação é equivalente ao estado do estabilizador da aeronave, como o mesmo valor.

$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_{\Lambda_c}$ - Contribuição do diedro da asa.

$K_{M\Lambda}$ - Correção da compressibilidade.

K_f - Fator de correção da fuselagem.

$\left(\frac{C_{l\beta}}{C_l} \right)_A$ - Contribuição da razão de aspeto.

Γ_w - Ângulo do diedro geométrico da asa, no sentido positivo.

$\frac{C_{l\beta}}{\Gamma}$ - Efeito do diedro da asa.

$K_{M\Gamma}$ - Correção de compressibilidade do diedro.

$\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma}$ - Efeito do corpo induzido, onde é dado pela seguinte expressão:

$$\frac{\Delta C_{l\beta}}{\Gamma} = -0.005\sqrt{A} \left(\frac{d^2}{b} \right) \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.46)$$

$(\Delta C_{l\beta})_{Z_w}$ - Efeito do corpo induzido sobre o peso da asa, e pode ser obtido por,

$$(\Delta C_{l\beta})_{Z_w} = -\frac{1.2\sqrt{A}}{57.3} \left(\frac{Z_w}{b} \right) \left(\frac{2d}{b} \right) \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.47)$$

Para a contribuição da cauda horizontal, $C_{l\beta_H}$, a variável pode ser dada por,

$$C_{l\beta_H} = C_{l\beta_{HB}} \frac{S_H b_H}{S_b} \quad (4.48)$$

E para a contribuição da cauda vertical, $C_{l\beta_V}$, é possível obter a seguinte função,

$$C_{l\beta_V} = C_{y\beta_V} \left(\frac{Z_V \cos \alpha - l_V \sin \alpha}{b} \right) \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.49)$$

Para o calculo da derivada de estado, $C_{l\beta}$, podemos observar os seguintes resultados:

| Caso | $C_{l\beta}$ | | |
|------|--------------|----|----------|
| 1 | -20.2041 | 14 | -20.0637 |
| 2 | -20.0938 | 15 | -20.0658 |
| 3 | -20.0799 | 16 | -20.5774 |
| 4 | -20.0711 | 17 | -20.3274 |
| 5 | -20.0714 | 18 | -20.2617 |
| 6 | -20.0691 | 19 | -20.1791 |
| 7 | -20.0694 | 20 | -20.1471 |
| 8 | -20.0685 | 21 | -20.1310 |
| 9 | -20.0671 | 22 | -20.1017 |
| 10 | -20.0654 | 23 | -20.0713 |
| 11 | -20.0650 | 24 | -20.0798 |
| 12 | -20.0639 | 25 | -20.0726 |
| 13 | -20.0636 | 26 | -20.0530 |

Tabela 4.12: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função do ângulo de derrapagem.

Em que os valores do coeficiente do momento de rolamento em função do ângulo de derrapagem são todos negativos e não variam muito ao longo do tempo de voo.

As capacidades da manobra da aeronave não foram muito alteradas.

$C_{n\beta}$ - Coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem

A mudança do coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem, $C_{n\beta}$, é referida pela estabilidade direcional dependendo da área do estabilizador vertical.

A contribuição aerodinâmica de $C_{n\beta}$ é positiva no estabilizador vertical, mas a sua contribuição do corpo da aeronave é negativa [10].

Para uma aeronave conventual, a derivada do coeficiente do momento de guinada pode ser a soma de três componentes fundamentais,

$$C_{n\beta} = C_{n\beta_W} + C_{n\beta_B} + C_{n\beta_V} \quad (4.50)$$

A contribuição da asa é frequentemente muito baixa, excepto quando os ângulos de ataque forem elevados, e nesse caso, é necessário efetuar o cálculo e obter uma função.

A contribuição do corpo (fuselagem), com o efeito de interferência da aeronave, inclui a asa do corpo e pode ser estimada pela seguinte função,

$$C_{n\beta_B} = -57.3 K_N K_{Rl} \frac{S_{B_s} l_B}{S b} \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.51)$$

Onde K_N é um fator empírico para os efeitos do corpo com asa-corpo, e K_{Rl} é o fator do número de Reynolds para a fuselagem.

A contribuição da cauda vertical pode ser estimada pela seguinte expressão,

$$C_{n\beta_V} = -C_{y\beta_V} \left(\frac{l_V \cos\alpha + Z_V \sin\alpha}{b} \right) \text{ (em radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.52)$$

Se a localização atual do centro aerodinâmico da cauda vertical for conhecida, a definição de l_V pode ser modificada adequadamente.

A fim de determinar a derivada de estado, $C_{n\beta}$, foram calculados 26 casos diferentes da aeronave:

| Caso | $C_{n\beta}$ | | |
|------|--------------|----|---------|
| 1 | -1.2248 | 14 | -1.2243 |
| 2 | -1.2247 | 15 | -1.2243 |
| 3 | -1.2247 | 16 | -1.2249 |
| 4 | -1.2246 | 17 | -1.2248 |
| 5 | -1.2246 | 18 | -1.2249 |
| 6 | -1.2246 | 19 | -1.2248 |
| 7 | -1.2245 | 20 | -1.2247 |
| 8 | -1.2245 | 21 | -1.2247 |
| 9 | -1.2245 | 22 | -1.2247 |
| 10 | -1.2244 | 23 | -1.2246 |
| 11 | -1.2244 | 24 | -1.2246 |
| 12 | -1.2243 | 25 | -1.2245 |
| 13 | -1.2243 | 26 | -1.2244 |

Tabela 4.13: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem.

Desta forma, podemos verificar que todos os valores do coeficiente do momento de guinada em função do ângulo de derrapagem são negativos, em que a contribuição aerodinâmica de $C_{n\beta}$ é positiva no estabilizador vertical, mas a sua contribuição do corpo da aeronave é negativa.

4.2.6. Derivadas da taxa de rolamento

C_{y_p} - Coeficiente da força lateral em função da taxa de rolamento

O coeficiente da força lateral, em função da taxa de rolamento, resulta na velocidade de rotação e da cauda da aeronave. A velocidade de rotação, p , cria um ângulo de ataque efetivo na empenagem horizontal e produz uma força lateral. A convenção do coeficiente da força lateral pode ser positiva ou negativa.

Com este fundamento é possível estimar a seguinte derivada de estabilidade,

$$C_{y_p} = C_L \frac{A + \cos \Lambda}{A + 4 \cos \Lambda} \tan \Lambda \quad (4.53)$$

Para o cálculo da derivada de estado, C_{y_p} , teremos 26 casos de voo diferentes:

| Caso | C_{y_p} | | |
|------|-----------|----|---------|
| 1 | -0.0499 | 14 | -0.0520 |
| 2 | -0.0503 | 15 | -0.0520 |
| 3 | -0.0505 | 16 | -0.0498 |
| 4 | -0.0507 | 17 | -0.0499 |
| 5 | -0.0508 | 18 | -0.0500 |
| 6 | -0.0509 | 19 | -0.0500 |
| 7 | -0.0510 | 20 | -0.0502 |
| 8 | -0.0511 | 21 | -0.0505 |
| 9 | -0.0512 | 22 | -0.0505 |
| 10 | -0.0515 | 23 | -0.0508 |
| 11 | -0.0516 | 24 | -0.0509 |
| 12 | -0.0518 | 25 | -0.0513 |
| 13 | -0.0520 | 26 | -0.0517 |

Tabela 4.14: Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da taxa de rolamento.

Paralelamente aos resultados podemos verificar que a velocidade de rotação, p , cria um ângulo de ataque efetivo na empenagem horizontal e produz uma força lateral, o que neste caso é negativa.

Nota-se também que os valores do coeficiente da força lateral em função da taxa de rolamento são muito constantes, ou seja, dependendo dos tipos de condições de voo, eles não variam muito ao longo do tempo.

C_{l_p} - Coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de rolamento

O coeficiente do momento de rolamento é chamado pela derivada de amortecimento do rolamento, e a mudança do momento do rolamento é devida à variação da velocidade longitudinal. O momento é negativo quando C_{l_p} é negativo.

Consequentemente, podemos deduzir a seguinte expressão,

$$C_{l_p} = -\frac{C_{L\alpha}}{12} \frac{1 + 3\lambda}{1 + \lambda} \quad (4.54)$$

A fim de determinar os cálculos da derivada de estado, C_{l_p} , foram efetuadas 26 condições de voo da aeronave:

| Caso | C_{l_p} | | |
|------|-----------|----|---------|
| 1 | -0.0113 | 14 | -0.0114 |
| 2 | -0.0113 | 15 | -0.0114 |
| 3 | -0.0113 | 16 | -0.0113 |
| 4 | -0.0113 | 17 | -0.0113 |
| 5 | -0.0113 | 18 | -0.0113 |
| 6 | -0.0113 | 19 | -0.0113 |
| 7 | -0.0113 | 20 | -0.0113 |
| 8 | -0.0113 | 21 | -0.0113 |
| 9 | -0.0114 | 22 | -0.0113 |
| 10 | -0.0114 | 23 | -0.0113 |
| 11 | -0.0114 | 24 | -0.0113 |
| 12 | -0.0114 | 25 | -0.0114 |
| 13 | -0.0114 | 26 | -0.0114 |

Tabela 4.15: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de rolamento.

Consequentemente podemos verificar que a mudança do momento de rolamento é devida à variação da velocidade longitudinal, onde o momento é negativo quando C_{l_p} é negativo.

Como referido anteriormente, os valores do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de rolamento não variam muito ao longo do tempo de voo da aeronave.

C_{n_p} - Coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento

A mudança do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento, C_{n_p} , é frequentemente negativa.

A derivada do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento, é seguida por duas componentes elementares,

$$C_{n_p} = C_{n_{p_w}} + C_{n_{p_v}} \quad (4.55)$$

A contribuição da asa pode ser expressa por,

$$C_{n_{p_w}} = -C_{l_{p_w}} \tan \alpha - \left[-C_{l_p} \tan \alpha - \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M} C_L \right] + \left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\theta} \right) \theta + \left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right) \alpha_{\delta_f} \delta_f \quad (4.56)$$

Onde,

$\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M}$ - Declive do momento de guinada devido à taxa de rolamento ser nula pela condição nula da sustentação, e é dado por,

$$\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M} = \left(\frac{A + 4 \cos \Lambda_{\frac{c}{4}}}{AB + 4 \cos \Lambda_{\frac{c}{4}}} \right) \left[\frac{AB + \frac{1}{2} \left(AB + \cos \Lambda_{\frac{c}{4}} \tan^2 \Lambda_{\frac{c}{4}} \right)}{A + \frac{1}{2} \left(A + \cos \Lambda_{\frac{c}{4}} \tan^2 \Lambda_{\frac{c}{4}} \right)} \right] \left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M=0} \quad (4.57)$$

$\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M=0}$ - Declive do momento de guinada para valores baixos de velocidade, e é obtido por,

$$\left(\frac{C_{n_p}}{C_L} \right)_{C_L=0;M=0} = -\frac{1}{6} \frac{A + 6 \left(A + \cos \Lambda_{\frac{c}{4}} \right) \left(\frac{\bar{x}}{\bar{c}} \frac{\tan \Lambda_{\frac{c}{4}}}{A} + \frac{\tan^2 \Lambda_{\frac{c}{4}}}{12} \right)}{A + 4 \cos \Lambda_{\frac{c}{4}}} \text{ (radianos}^{-1}\text{)} \quad (4.58)$$

$\left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\theta} \right)$ - Efeito linear das duas asas.

$\left(\frac{\Delta C_{n_p}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right)$ - Efeito da deflexão da simetria dos flaps.

α_{δ_f} - Parâmetro do efeito da sustentação em forma bidimensional.

Para a contribuição da cauda vertical, podemos estimar a seguinte expressão,

$$C_{n_{p_v}} = -\frac{2}{b} (l_v \cos \alpha + Z_v \sin \alpha) \left(\frac{Z_v \cos \alpha - l_v \sin \alpha}{b} \right) C_{y_{\beta_v}} \quad (4.59)$$

Para determinar os cálculos da derivada de estado, C_{n_p} , é possível observar os seguintes casos de voo:

| Caso | C_{np} | | |
|------|----------|----|---------|
| 1 | -0.5206 | 14 | -0.1299 |
| 2 | -0.2118 | 15 | -0.1360 |
| 3 | -0.1733 | 16 | -1.5672 |
| 4 | -0.1489 | 17 | -0.8665 |
| 5 | -0.1498 | 18 | -0.6824 |
| 6 | -0.1436 | 19 | -0.4507 |
| 7 | -0.1443 | 20 | -0.3612 |
| 8 | -0.1420 | 21 | -0.3164 |
| 9 | -0.1385 | 22 | -0.2342 |
| 10 | -0.1340 | 23 | -0.1495 |
| 11 | -0.1330 | 24 | -0.1737 |
| 12 | -0.1303 | 25 | -0.1541 |
| 13 | -0.1299 | 26 | -0.0995 |

Tabela 4.16: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento.

Desta forma, podemos ver que todos os valores do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de rolamento são negativos.

4.2.7. Derivadas da taxa de guinada

C_{y_r} - Coeficiente da força lateral em função da taxa de guinada

O coeficiente da força lateral, em função da taxa de guinada, resulta na mudança de velocidade de guinada, e como a fuselagem sofre uma guinada positiva, a força lateral efetiva positiva desenvolve-se pela empenagem vertical. Desta forma, a mesma pode ser representada por,

$$C_{y_r} = 2 \frac{S_v l_v}{S b} C_{L \alpha_v} \eta_v \quad (4.60)$$

A fim de determinar a derivada de estado, C_{y_r} , é necessário mencionar que foram verificados 26 casos de voo diferentes. Em que é possível verificar a seguinte tabela:

| Caso | C_{y_r} | | |
|------|-----------|----|--------|
| 1 | 0.0257 | 14 | 0.0268 |
| 2 | 0.0259 | 15 | 0.0268 |
| 3 | 0.0260 | 16 | 0.0256 |
| 4 | 0.0261 | 17 | 0.0257 |
| 5 | 0.0262 | 18 | 0.0258 |
| 6 | 0.0262 | 19 | 0.0258 |
| 7 | 0.0263 | 20 | 0.0259 |
| 8 | 0.0263 | 21 | 0.0260 |
| 9 | 0.0264 | 22 | 0.0260 |

| | | | |
|----|--------|----|--------|
| 10 | 0.0265 | 23 | 0.0262 |
| 11 | 0.0266 | 24 | 0.0262 |
| 12 | 0.0267 | 25 | 0.0264 |
| 13 | 0.0268 | 26 | 0.0267 |

Tabela 4.17: Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da taxa de guinada.

O coeficiente da força lateral em função da taxa de guinada resulta na mudança da velocidade de guinada, onde a força lateral estende-se pela empenagem vertical, e desta forma, os valores do coeficiente são positivos com a contribuição da guinada positiva.

C_{l_r} - Coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de guinada

A mudança do coeficiente do momento de rolamento em função da velocidade de guinada, C_{l_r} , é considerada pelo efeito em modo espiral, mas não altera muito o modo do rolamento holandês.

Para uma boa estabilidade em espiral, C_{l_r} , deve ser positivo, mas o tão pequeno possível. A maior contribuição do fator, C_{l_r} , é a força de sustentação vinda da asa, mas no estabilizador vertical, é localizado acima ou abaixo do eixo OX, o que o torna substancialmente na contribuição de C_{l_r} .

Ser positivo ou negativo depende apenas da geometria do estabilizador vertical [10].

A derivada do coeficiente do momento de rolamento pode ser fundamentada através da seguinte fórmula,

$$C_{l_r} = C_{l_{r_w}} + C_{l_{r_v}} \quad (4.61)$$

Com a contribuição da derivada de estabilidade da asa, podemos obter a seguinte função,

$$C_{l_{r_w}} = C_L \left(\frac{C_{l_r}}{C_L} \right)_{C_L=0} + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma} \right) \Gamma + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\theta} \right) \theta + \left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\alpha_{\delta_f} \delta_f} \right) \alpha_{\delta_f} \delta_f \quad (\text{em radianos}^{-1}) \quad (4.62)$$

Onde,

$\left(\frac{C_{l_r}}{C_L} \right)_{C_L=0}$ - Declive do momento de rolamento devido à taxa de guinada em condições de sustentação nula, e dada por,

$$\left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0} = \frac{1 + \frac{A(1-B^2)}{2B(AB+2\cos\Lambda_{c/4})} + \frac{AB+2\cos\Lambda_{c/4}}{AB+4\cos\Lambda_{c/4}} \frac{\tan^2\Lambda_{c/4}}{8}}{1 + \frac{AB+2\cos\Lambda_{c/4}}{AB+4\cos\Lambda_{c/4}} \frac{\tan^2\Lambda_{c/4}}{8}} \left(\frac{C_{l_r}}{C_L}\right)_{C_L=0;M=0} \quad (4.63)$$

$\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma}\right)$ - Incerteza das duas asas, e pode ser obtido por,

$$\left(\frac{\Delta C_{l_r}}{\Gamma}\right) = \frac{1}{12} \frac{\pi A \sin\Lambda_{c/4}}{A + 4\cos\Lambda_{c/4}} \text{ (radianos}^{-2}\text{)} \quad (4.64)$$

Para a contribuição da cauda vertical, a expressão pode ser utilizada como,

$$C_{l_{rV}} = -\frac{2}{b} (l_V \cos\alpha + Z_V \sin\alpha) \left(\frac{Z_V \cos\alpha - l_V \sin\alpha}{b}\right) C_{y\beta_V} \quad (4.65)$$

A fim de determinar a derivada de estado, C_{l_r} , é importante referir que foram elaborados 26 casos de voo diferente.

| Caso | C_{l_r} | | |
|------|-----------|----|--------|
| 1 | 0.3529 | 14 | 0.3015 |
| 2 | 0.3126 | 15 | 0.3023 |
| 3 | 0.3075 | 16 | 0.4891 |
| 4 | 0.3043 | 17 | 0.3979 |
| 5 | 0.3044 | 18 | 0.3739 |
| 6 | 0.3036 | 19 | 0.3437 |
| 7 | 0.3036 | 20 | 0.3320 |
| 8 | 0.3033 | 21 | 0.3261 |
| 9 | 0.3028 | 22 | 0.3154 |
| 10 | 0.3022 | 23 | 0.3044 |
| 11 | 0.3020 | 24 | 0.3075 |
| 12 | 0.3016 | 25 | 0.3048 |
| 13 | 0.3015 | 26 | 0.2976 |

Tabela 4.18: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de guinada.

Consequentemente podemos verificar que os valores do coeficiente do momento de rolamento em função da taxa de guinada são todos positivos, e isso significa que o modo de rolamento holandês não foi muito alterado.

De outro modo, podemos considerar como certo também que existe uma boa estabilidade em espiral, pois C_{l_r} é positivo e por ser o mais pequeno possível.

C_{n_r} - Coeficiente do momento de guinada em função da taxa de guinada

O coeficiente do momento de guinada é chamado pela derivada de amortecimento de guinada, em que a mudança do momento de guinada é relativa à variação da velocidade lateral. E neste caso, é possível obter a seguinte expressão,

$$C_{n_r} = -2 a_v \eta_v \bar{V}_v \frac{l_v}{b} \quad (4.66)$$

Em que,

$$\bar{V}_v = \frac{S_v l_v}{S b_v} \quad (4.67)$$

$$a_v = \frac{2\pi A_v}{2 + \sqrt{\frac{A_{eff}^2 (1 - M^2)}{K^2} \frac{\left(1 + \left(\tan^2 \Lambda_c\right)\right)}{1 - M^2}} + 4}} \quad (4.68)$$

Para a determinação da derivada de estado, C_{n_r} , podemos verificar os resultados da tabela seguinte:

| Caso | C_{n_r} | | |
|------|-----------|----|---------|
| 1 | -0.1366 | 14 | -0.0166 |
| 2 | -0.0287 | 15 | -0.0173 |
| 3 | -0.0221 | 16 | -1.2253 |
| 4 | -0.0187 | 17 | -0.3729 |
| 5 | -0.0188 | 18 | -0.2319 |
| 6 | -0.0181 | 19 | -0.1037 |
| 7 | -0.0182 | 20 | -0.0688 |
| 8 | -0.0179 | 21 | -0.0544 |
| 9 | -0.0175 | 22 | -0.0333 |
| 10 | -0.0170 | 23 | -0.0188 |
| 11 | -0.0169 | 24 | -0.0222 |
| 12 | -0.0166 | 25 | -0.0194 |
| 13 | -0.0165 | 26 | -0.0137 |

Tabela 4.19: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de guinada.

Neste caso, nota-se que os valores do coeficiente do momento de guinada em função da taxa de guinada são todos negativos. Um pormenor a ter em atenção é o caso do valor 16, em que o valor é bastante salientado em relação aos outros, isso significa que a velocidade mínima da aeronave não chega a cumprir os requisitos da velocidade de perda, ou seja, a velocidade mínima é mais baixa que a velocidade de perda. Consequentemente, a aeronave poderá não estar no seu estado de equilíbrio natural, e poderá perder o controlo dos comandos.

4.3. Derivadas de controlo

4.3.1. Derivadas do controlo longitudinal

As derivadas de C_D , $C_{D\delta_f}$, C_{Di_H} , $C_{D\delta_e}$, não estão presentes neste contexto, mas isso não significa que as derivadas sejam desprezíveis.

$C_{L\delta_f}$ - Coeficiente de sustentação em função da deflexão dos flaps

Com a derivada do coeficiente de sustentação é conhecida a seguinte equação,

$$C_{L\delta_f} = C_{l\delta_f} \left(\frac{C_{L\alpha}|_M}{C_{l\alpha}|_M} \right) \left(\frac{(\alpha_\delta)_{C_L}}{(\alpha_\delta)_{C_l}} \right) K_b \quad (4.69)$$

Onde,

$\frac{(\alpha_\delta)_{C_L}}{(\alpha_\delta)_{C_l}}$ - Razão entre a eficácia do parâmetro do flap em 3 dimensões e a eficácia do parâmetro do flap em 2 dimensões.

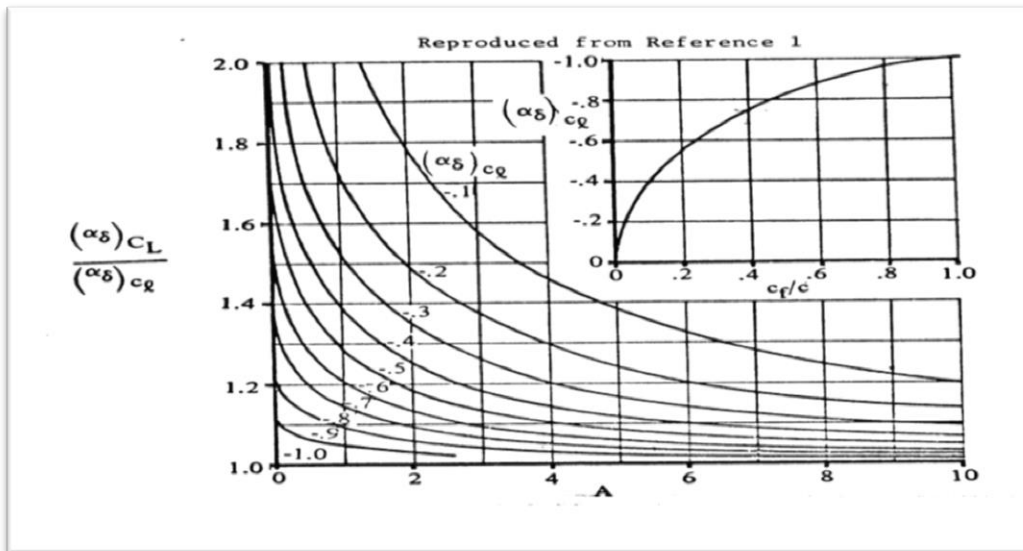


Figura 4.2: Fator da corda do flap.

$C_{L\alpha}|_M$ - Elevação da curva de inclinação de sustentação.

$C_{l_{\alpha}|M}$ - Seção da curva de inclinação para a correção dos números de Mach, e que é calculada pela seguinte expressão,

$$C_{l_{\alpha}|M} = \frac{C_{l_{\alpha}}}{\sqrt{1 - M^2}} \quad (4.70)$$

K_b - Fator de alcance do flap.

$C_{l_{\delta_f}}$ - Variação da sustentação através da deflexão do flap.

Para a determinação dos resultados adquiridos da derivada de controlo, $C_{L_{\delta_f}}$, é possível verificar a seguinte tabela:

| Caso | $C_{L_{\delta_f}}$ | | |
|------|--------------------|----|--------|
| 1 | 0.0187 | 14 | 0.0193 |
| 2 | 0.0188 | 15 | 0.0193 |
| 3 | 0.0189 | 16 | 0.0187 |
| 4 | 0.0189 | 17 | 0.0187 |
| 5 | 0.0190 | 18 | 0.0187 |
| 6 | 0.0190 | 19 | 0.0187 |
| 7 | 0.0190 | 20 | 0.0188 |
| 8 | 0.0190 | 21 | 0.0189 |
| 9 | 0.0191 | 22 | 0.0189 |
| 10 | 0.0192 | 23 | 0.0190 |
| 11 | 0.0192 | 24 | 0.0190 |
| 12 | 0.0192 | 25 | 0.0191 |
| 13 | 0.0193 | 26 | 0.0192 |

Tabela 4.20: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da deflexão dos flaps.

Nota-se que os resultados do coeficiente de sustentação em função da deflexão dos flaps não variam muito ao longo do tempo, ou seja, os valores representados possuem praticamente o mesmo valor e são todos positivos.

$C_{L_{i_H}}$ - Coeficiente de sustentação em função da incidência do estabilizador

A derivada do coeficiente de sustentação pode ser determinada por,

$$C_{L_{i_H}} = C_{L_{\alpha_H}} \frac{S_H}{S} \quad (4.71)$$

Onde $C_{L_{\alpha_H}}$ é o declive da curva de sustentação do estabilizador.

A fim de determinar os resultados obtidos da derivada de controlo, $C_{L_{i_H}}$, é necessário referir que existem 26 casos de voo diferentes, podendo ser avaliados pela tabela seguinte:

| Caso | $C_{L_{i_H}}$ | | |
|------|---------------|----|--------|
| 1 | 0.0376 | 14 | 0.0392 |
| 2 | 0.0379 | 15 | 0.0393 |
| 3 | 0.0381 | 16 | 0.0375 |
| 4 | 0.0382 | 17 | 0.0376 |
| 5 | 0.0383 | 18 | 0.0377 |
| 6 | 0.0384 | 19 | 0.0377 |
| 7 | 0.0384 | 20 | 0.0379 |
| 8 | 0.0385 | 21 | 0.0381 |
| 9 | 0.0387 | 22 | 0.0381 |
| 10 | 0.0388 | 23 | 0.0383 |
| 11 | 0.0389 | 24 | 0.0384 |
| 12 | 0.0390 | 25 | 0.0387 |
| 13 | 0.0392 | 26 | 0.0390 |

Tabela 4.21: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da incidência do estabilizador.

Consequentemente, o coeficiente de sustentação em função da incidência do estabilizador são bastantes baixos e positivos, em que os cálculos quase permanecem com o mesmo valor.

$C_{m_{i_H}}$ - Coeficiente do momento de arfagem em função da incidência do estabilizador

A derivada do coeficiente do momento de arfagem pode ser estimada pela seguinte equação,

$$C_{m_{i_H}} = -C_{L_{\alpha_H}} \bar{V}_H \quad (4.72)$$

Para a obtenção dos resultados da derivada de controlo, $C_{m_{i_H}}$, teremos que mencionar que existem 26 casos de voo diferentes.

| Caso | $C_{m_{i_H}}$ | | |
|------|---------------|----|---------|
| 1 | -0.1395 | 14 | -0.1454 |
| 2 | -0.1406 | 15 | -0.1455 |
| 3 | -0.1411 | 16 | -0.1390 |
| 4 | -0.1417 | 17 | -0.1394 |
| 5 | -0.1419 | 18 | -0.1398 |
| 6 | -0.1422 | 19 | -0.1398 |
| 7 | -0.1424 | 20 | -0.1404 |
| 8 | -0.1426 | 21 | -0.1410 |
| 9 | -0.1437 | 22 | -0.1410 |
| 10 | -0.1439 | 23 | -0.1419 |
| 11 | -0.1442 | 24 | -0.1423 |
| 12 | -0.1447 | 25 | -0.1434 |
| 13 | -0.1456 | 26 | -0.1446 |

Tabela 4.22: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da incidência do estabilizador.

Como é natural, o coeficiente do momento de arfagem em função da incidência do estabilizador possui valores negativos, garantindo assim a estabilidade estável da aeronave.

$C_{L\delta_e}$ - Coeficiente de sustentação em função da deflexão do elevador

A derivada do coeficiente de sustentação pode ser determinada por,

$$C_{L\delta_e} = C_{L\delta_f} \frac{S_H}{S} \quad (4.73)$$

A fim de determinar a derivada de controlo, $C_{L\delta_e}$, podemos visualizar a tabela seguinte:

| Caso | $C_{L\delta_e}$ | | |
|------|-----------------|----|--------|
| 1 | 0.0053 | 14 | 0.0054 |
| 2 | 0.0053 | 15 | 0.0054 |
| 3 | 0.0053 | 16 | 0.0053 |
| 4 | 0.0053 | 17 | 0.0053 |
| 5 | 0.0053 | 18 | 0.0053 |
| 6 | 0.0054 | 19 | 0.0053 |
| 7 | 0.0054 | 20 | 0.0053 |
| 8 | 0.0054 | 21 | 0.0053 |
| 9 | 0.0054 | 22 | 0.0053 |
| 10 | 0.0054 | 23 | 0.0053 |
| 11 | 0.0054 | 24 | 0.0054 |
| 12 | 0.0054 | 25 | 0.0054 |
| 13 | 0.0054 | 26 | 0.0054 |

Tabela 4.23: Cálculos efetuados do coeficiente de sustentação em função da deflexão do elevador.

Onde, os valores do coeficiente de sustentação em função da deflexão do elevador possuem valores bastantes baixos e positivos, em que os mesmos não variam muito ao longo do trajeto da aeronave.

$C_{m\delta_e}$ - Coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do elevador

O $C_{m\delta_e}$ é um termo de eficácia do controlo do elevador, em que o mesmo é muito importante para o design da aeronave e para o desempenho de AFSC.

Quando o elevador é localizado atrás do CG (a sua normal localização), $C_{m\delta_e}$ é negativo. Estes valores são determinados principalmente pela sustentação máxima da asa e também pelo alcance do CG durante o voo [10].

A derivada do coeficiente do momento de arfagem pode ser obtida pela seguinte função,

$$C_{m\delta_e} = -C_{L\delta_f} \bar{V}_H \quad (4.74)$$

Para o cálculo dos valores da derivada de controlo, $C_{m\delta_e}$, teremos a seguinte tabela:

| Caso | $C_{m\delta_e}$ | | |
|------|-----------------|----|---------|
| 1 | -0.0152 | 14 | -0.0157 |
| 2 | -0.0153 | 15 | -0.0157 |
| 3 | -0.0153 | 16 | -0.0152 |
| 4 | -0.0154 | 17 | -0.0152 |
| 5 | -0.0154 | 18 | -0.0152 |
| 6 | -0.0154 | 19 | -0.0152 |
| 7 | -0.0155 | 20 | -0.0153 |
| 8 | -0.0155 | 21 | -0.0153 |
| 9 | -0.0155 | 22 | -0.0153 |
| 10 | -0.0156 | 23 | -0.0154 |
| 11 | -0.0156 | 24 | -0.0154 |
| 12 | -0.0156 | 25 | -0.0155 |
| 13 | -0.0157 | 26 | -0.0156 |

Tabela 4.24: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do elevador.

Como é considerado normal, o coeficiente do momento de arfagem em função da deflexão do elevador é negativo, desta forma, o elevador está localizado atrás do CG, em que os valores do coeficiente são determinados principalmente pela sustentação máxima da aeronave.

4.3.2. Derivadas do controlo lateral

$C_{y\delta_a}$ - Coeficiente da força lateral em função da deflexão dos ailerons

A derivada do coeficiente da força lateral é frequentemente nula, ou seja, possui um valor muito baixo em que é desprezável.

$C_{l\delta_a}$ - Coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão dos ailerons

A derivada do coeficiente do momento de rolamento tem o efeito da deflexão diferencial do controlo, onde $C_{l\delta_a}$ é considerado para cada valor de cada derivada do controlo. O coeficiente total do momento de arfagem, para a deflexão diferencial do controlo, é obtido através da seguinte função,

$$C_l = \left[\left(\frac{C_{l\delta}}{2} \right)_L + \left(\frac{C_{l\delta}}{2} \right)_R \right] (\delta_L - \delta_R) \quad (4.75)$$

Onde a deflexão dos ailerons é positiva com a cauda traseira em modo baixo, calculada por,

$$\delta_a = \frac{1}{2} (\delta_L - \delta_R) \quad (4.76)$$

E com o mesmo processo, é possível obter a seguinte expressão,

$$C_{l\delta_a} = (C_{l\delta_L} + C_{l\delta_R}) \quad (4.77)$$

O coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão dos ailerons neste caso, possui apenas um único valor, visto que todos os outros casos de voo são iguais. Desta forma, o valor de todos os resultados do coeficiente é igual a $C_{l\delta_a} = 0.1274$, como se mostra na tabela seguinte:

| Caso | $C_{l\delta_a}$ | | |
|------|-----------------|----|--------|
| 1 | 0.1274 | 14 | 0.1274 |
| 2 | 0.1274 | 15 | 0.1274 |
| 3 | 0.1274 | 16 | 0.1274 |
| 4 | 0.1274 | 17 | 0.1274 |
| 5 | 0.1274 | 18 | 0.1274 |
| 6 | 0.1274 | 19 | 0.1274 |
| 7 | 0.1274 | 20 | 0.1274 |
| 8 | 0.1274 | 21 | 0.1274 |
| 9 | 0.1274 | 22 | 0.1274 |
| 10 | 0.1274 | 23 | 0.1274 |
| 11 | 0.1274 | 24 | 0.1274 |
| 12 | 0.1274 | 25 | 0.1274 |
| 13 | 0.1274 | 26 | 0.1274 |

Tabela 4.25: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão dos ailerons.

$C_{n\delta_a}$ - Coeficiente do momento de guinada em função da deflexão dos ailerons

A derivada do coeficiente do momento de guinada pode ser resolvida computacionalmente, através da seguinte equação,

$$C_{n\delta_a} = K' C_L C_{L\delta_a} \quad (4.78)$$

Onde K' é calculado através do seguinte gráfico:

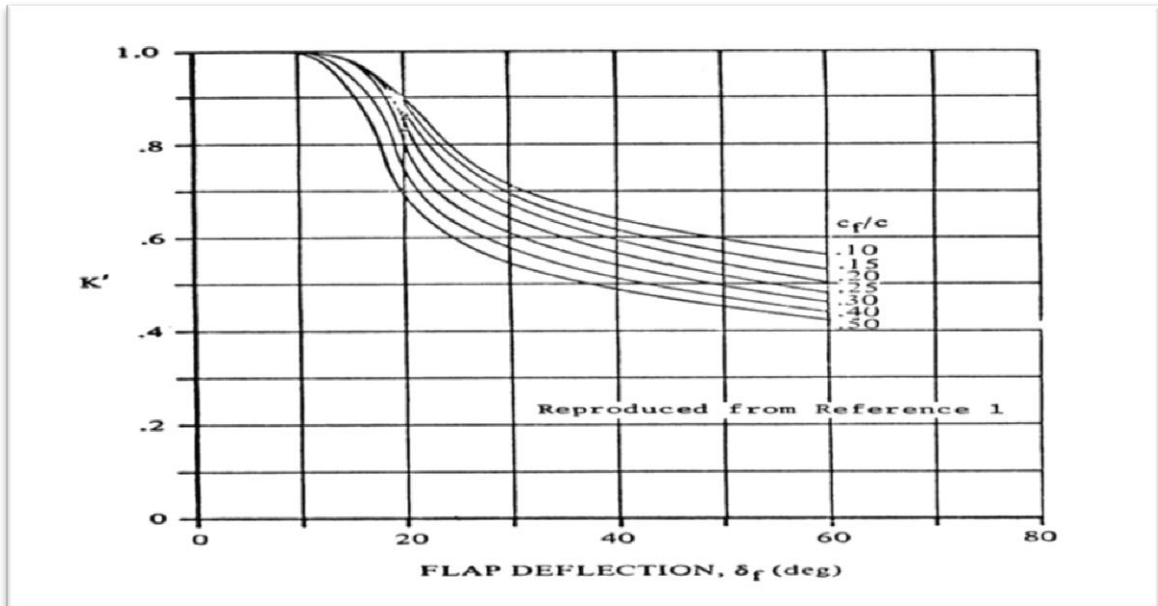


Figura 4.3: Correção empírica de eficiência da sustentação para deflexões dos flaps elevados.

Para a determinação da derivada de controle, $C_{n\delta_a}$, é necessário fundamentar que existem 26 caso de voo distintos, de forma a obter várias condições de voo.

| Caso | $C_{n\delta_a}$ | | |
|------|-----------------|----|--------|
| 1 | 0.0043 | 14 | 0.0009 |
| 2 | 0.0016 | 15 | 0.0010 |
| 3 | 0.0013 | 16 | 0.0134 |
| 4 | 0.0011 | 17 | 0.0073 |
| 5 | 0.0011 | 18 | 0.0057 |
| 6 | 0.0010 | 19 | 0.0037 |
| 7 | 0.0011 | 20 | 0.0029 |
| 8 | 0.0010 | 21 | 0.0025 |
| 9 | 0.0010 | 22 | 0.0018 |
| 10 | 0.0010 | 23 | 0.0011 |
| 11 | 0.0010 | 24 | 0.0013 |
| 12 | 0.0009 | 25 | 0.0011 |
| 13 | 0.0009 | 26 | 0.0007 |

Tabela 4.26: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão dos ailerons.

Desta forma, podemos verificar que os valores do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão dos ailerons são todos positivos e os valores são baixos.

4.3.3. Derivadas do controlo direcional

$C_{y_{\delta_r}}$ - Coeficiente da força lateral em função da deflexão do rudder

A derivada do coeficiente da força lateral pode ser determinada por,

$$C_{y_{\delta_r}} = C_{L\alpha_V} \left(\frac{(\alpha_{\delta})_{C_L}}{(\alpha_{\delta})_{C_l}} \right) K' K_b \frac{S_V}{S} \quad (4.79)$$

A fim de determinar a derivada de controlo, $C_{y_{\delta_r}}$, é possível observar a tabela seguinte:

| Caso | $C_{y_{\delta_r}}$ | | |
|------|--------------------|----|-------------|
| 1 | 4.6047e-005 | 14 | 4.9510e-005 |
| 2 | 4.6687e-005 | 15 | 4.9584e-005 |
| 3 | 4.7014e-005 | 16 | 4.5787e-005 |
| 4 | 4.7362e-005 | 17 | 4.6005e-005 |
| 5 | 4.7465e-005 | 18 | 4.6251e-005 |
| 6 | 4.7656e-005 | 19 | 4.6251e-005 |
| 7 | 4.7780e-005 | 20 | 4.6570e-005 |
| 8 | 4.7970e-005 | 21 | 4.6968e-005 |
| 9 | 4.8271e-005 | 22 | 4.6967e-005 |
| 10 | 4.8620e-005 | 23 | 4.7445e-005 |
| 11 | 4.8834e-005 | 24 | 4.7716e-005 |
| 12 | 4.9111e-005 | 25 | 4.8324e-005 |
| 13 | 4.9461e-005 | 26 | 4.9033e-005 |

Tabela 4.27: Cálculos efetuados do coeficiente da força lateral em função da deflexão do rudder.

Consequentemente podemos visualizar que os valores do coeficiente da força lateral em função da deflexão do rudder são todos positivos e possuem valores bastante baixos.

$C_{l_{\delta_r}}$ - Coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão do rudder

A derivada do coeficiente do momento de rolamento é obtida através da seguinte função,

$$C_{l_{\delta_r}} = C_{y_{\delta_r}} \left(\frac{Z_V \cos\alpha - l_V \sin\alpha}{b} \right) \quad (4.80)$$

Para o cálculo da derivada de controlo, $C_{l_{\delta_r}}$, é necessário referir que foram obtidos 26 condições de voo distintas.

| Caso | $C_{l_{\delta_r}}$ | | |
|------|--------------------|----|--------------|
| 1 | -1.8720e-005 | 14 | -2.0128e-005 |
| 2 | -1.8980e-005 | 15 | -2.0157e-005 |

| | | | |
|----|--------------|----|--------------|
| 3 | -1.9113e-005 | 16 | -1.8614e-005 |
| 4 | -1.9254e-005 | 17 | -1.8703e-005 |
| 5 | -1.9296e-005 | 18 | -1.8802e-005 |
| 6 | -1.9374e-005 | 19 | -1.8802e-005 |
| 7 | -1.9424e-005 | 20 | -1.8932e-005 |
| 8 | -1.9501e-005 | 21 | -1.9094e-005 |
| 9 | -1.9624e-005 | 22 | -1.9094e-005 |
| 10 | -1.9766e-005 | 23 | -1.9288e-005 |
| 11 | -1.9853e-005 | 24 | -1.9398e-005 |
| 12 | -1.9966e-005 | 25 | -1.9645e-005 |
| 13 | -2.0107e-005 | 26 | -1.9934e-005 |

Tabela 4.28: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão do rudder.

Desta forma, pode-se visualizar que os valores do coeficiente do momento de rolamento em função da deflexão do rudder são todos negativos e os seus valores são bastante pequenos, em que praticamente os mesmo podem considerar-se como nulos.

$C_{n\delta_r}$ - Coeficiente do momento de guinada em função da deflexão do rudder

A derivada do coeficiente do momento de guinada pode ser obtida pela seguinte equação,

$$C_{n\delta_r} = -C_{y\delta_r} \frac{Z_V \cos \alpha + l_V \sin \alpha}{b} \quad (4.81)$$

Para a determinação da derivada de controlo, $C_{n\delta_r}$, podemos visualizar os seguintes resultados da tabela:

| Caso | $C_{n\delta_r}$ | | |
|------|-----------------|----|--------------|
| 1 | -2.1051e-005 | 14 | -2.2635e-005 |
| 2 | -2.1344e-005 | 15 | -2.2668e-005 |
| 3 | -2.1493e-005 | 16 | -2.0932e-005 |
| 4 | -2.1652e-005 | 17 | -2.1032e-005 |
| 5 | -2.1699e-005 | 18 | -2.1144e-005 |
| 6 | -2.1787e-005 | 19 | -2.1144e-005 |
| 7 | -2.1844e-005 | 20 | -2.1290e-005 |
| 8 | -2.1930e-005 | 21 | -2.1472e-005 |
| 9 | -2.2068e-005 | 22 | -2.1472e-005 |
| 10 | -2.2228e-005 | 23 | -2.1690e-005 |
| 11 | -2.2326e-005 | 24 | -2.1814e-005 |
| 12 | -2.2452e-005 | 25 | -2.2092e-005 |
| 13 | -2.2612e-005 | 26 | -2.2416e-005 |

Tabela 4.29: Cálculos efetuados do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão do rudder.

Consequentemente, podemos mencionar que os valores do coeficiente do momento de guinada em função da deflexão do rudder são relativamente pequenos e que são todos negativos.

Conclusão

Com o desenvolvimento de todo o processo de estimação, esta dissertação consistiu na simplificação e na redução dos cálculos das derivadas de estabilidade e de controlo, com o objetivo de obter resultados finais semelhantes aos resultados iniciais (resumindo os 3 livros fundamentais elaborados durante toda a dissertação, em que esses resultados iniciais traduziram em demasiadas fórmulas, e desta forma foi possível simplificá-las. Consistiu também na escolha da inserção do método das derivadas de estabilidade e de controlo em forma intervalar, tendo em conta os valores máximos e mínimos, de forma a conseguir obter diretamente uma solução de uma derivada apenas através das seis componentes principais.

Os métodos utilizados nesta dissertação consistiram no cálculo direto das derivadas de estabilidade e de controlo, através das diversas condições de voo e no cálculo das funções intervalares, com os seis parâmetros fundamentais referentes à função principal de uma dada derivada.

Verifica-se que os valores intervalares das derivadas de estabilidade finais abrangeram os valores reais. Com a conclusão destes cálculos, foram utilizadas as mesmas condições de voo, mas com representações de estimação dos parâmetros intervalares, do máximo e o mínimo de cada derivada de estabilidade ou de controlo, garantindo a robustez dentro dos limites da derivada.

Optámos por escolher a solução intervalar de modo a garantir um fator de segurança mais eficiente, tendo em conta as perturbações, o ruído e entre todos os fatores ambientais influenciados incluídos. Os cálculos dos valores intervalares das derivadas já são representação de todos os fatores incorporados anteriormente.

Por outro lado, todos os cálculos das derivadas de estabilidade e de controlo cumpriram todos os requisitos, garantindo assim um bom desempenho e funcionamento da aeronave.

Um pormenor muito importante, e não esquecido, é que essas derivadas de estabilidade foram referentes e calculas através de 26 casos/condições de voo em torno do envelope de voo, garantindo que as condições do envelope de voo são bem-sucedidas e inseridas dentro do próprio envelope de voo.

Um possível futuro trabalho que pode ser aplicado é a otimização das derivadas de estimação intervalares, aplicando-se também para diversas aeronaves, englobando a sua linearização. Assim como a validação no âmbito de Controlo Robusto de Voo e também a validação em tempo real de voo.

Bibliografia

- [1] Quintiães, M. S. S., “Método de linearização ótima para o controlo de sistemas de aeronaves”, Dissertação de Mestrado em Engenharia Aeronáutica, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2008.
- [2] Novaes, C. E. B., “Métodos de estimação de derivadas via cálculo operacional e aplicações a problemas de controlo”, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.
- [3] Antunes, F., “Uma nova abordagem para a representação e identificação de classes de sistemas dinâmicos não lineares”, Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2007.
- [4] Freitas, U. S., Macau, E. E. N., “Estimação de parâmetros em sistemas não lineares usando controlo geométrico”, *Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada*, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2006.
- [5] Morelli, E. A., “In-Flight Systems Identification”, *NAS 1.2; 7037/SUPPL 384; NASA/SP-1998.7037/SUPPL384*, 1998.
- [6] Morelli, E. A., “Global Nonlinear Parametric Modeling with application to F-16 Aerodynamics”, *American Control Conference (ACC)*, 1998, Vol. 2, pp. 997-1001.
- [7] Bousson, K., Apontamentos da Disciplina de Dinâmica e Controlo de Voo, Curso de Engenharia Aeronáutica, Departamento de Ciências Aeroespaciais, UBI, 2013.
- [8] Morelli, E. A., “Flight Test Validation of Optimal Input Design and Comparison to Conventional Inputs”, *AIAA Conference on Atmosphere Flight*, 1997, Paper N° AIAA 97-3711.
- [9] Santos, A. V., Dimuro, G. P., “Uma Aplicação da Matemática Intervalar aos Métodos Ocultos de Markov”, Grupo de Matemática e Fundamentos da Computação, Escola de Informática da Universidade Católica de Pelotas, 2000.
- [10] McLean, D., “Automatic Flight Control Systems”, Prentice Hall International (UK), 1990.
- [11] Caughey, A. D., “Introduction to Aircraft Stability and Control”, Course Notes for M&AE 5070, Ithaca, New York, 2011.

[12] Roskam, J., “**Methods for Estimating Stability and Control Derivatives for Conventional Subsonic Airplanes**”, Department of Aerospace Engineering, University of Kansas, Lawrence, Kansas, 1973.

Anexo A - Resultados finais intervalares das derivadas de estabilidade e de controlo

Os valores representados de seguida são os valores referentes às derivadas de estabilidade e de controlo em função dos cálculos intervalares, em que é possível comparar os mesmos com os resultados obtidos do capítulo 4.

| Condição de Voo | $C_{L\alpha}$ | $C_{D\alpha}$ | $C_{m\alpha}$ | C_{Dv} | C_{Lv} | C_{mv} |
|-----------------|---------------|---------------|---------------|----------|----------|----------|
| 1 | -0.3362 | -0.0418 | 0.0283 | -0.3649 | -0.3290 | 10.7697 |
| 2 | -0.0426 | -0.0192 | 0.0036 | -0.1872 | -0.1049 | 5.9904 |
| 3 | -0.0099 | -0.0178 | 0.0009 | -0.1715 | -0.0854 | 5.7960 |
| 4 | 0.0097 | -0.0174 | -0.0006 | -0.1641 | -0.0757 | 5.5319 |
| 5 | 0.0096 | -0.0174 | -0.0006 | -0.1646 | -0.0733 | 5.7051 |
| 6 | 0.0156 | -0.0172 | -0.0010 | -0.1616 | -0.0686 | 5.5929 |
| 7 | 0.0176 | -0.0168 | -0.0012 | -0.1587 | -0.0632 | 5.6114 |
| 8 | 0.0229 | -0.0161 | -0.0016 | -0.1532 | -0.0557 | 5.4605 |
| 9 | 0.0324 | -0.0147 | -0.0023 | -0.1422 | -0.0424 | 5.0933 |
| 10 | 0.0427 | -0.0133 | -0.0031 | -0.1305 | -0.0296 | 4.6164 |
| 11 | 0.0495 | -0.0121 | -0.0036 | -0.1210 | -0.0190 | 4.2856 |
| 12 | 0.0578 | -0.0108 | -0.0042 | -0.1104 | -0.0079 | 3.8511 |
| 13 | 0.0646 | -0.0094 | -0.0048 | -0.1002 | 0.0032 | 3.4956 |
| 14 | 0.0710 | -0.0081 | -0.0053 | -0.0901 | 0.0141 | 3.1591 |
| 15 | 0.0775 | -0.0059 | -0.0059 | -0.0749 | 0.0319 | 2.8273 |
| 16 | -0.6716 | -0.0726 | 0.0567 | -0.4979 | -0.5761 | 18.2168 |
| 17 | -0.4567 | -0.0505 | 0.0384 | -0.4031 | -0.3456 | 15.1051 |
| 18 | -0.2687 | -0.0373 | 0.0226 | -0.3386 | -0.2555 | 10.8554 |
| 19 | -0.1677 | -0.0277 | 0.0141 | -0.2674 | -0.1559 | 8.9041 |
| 20 | -0.0989 | -0.0194 | 0.0083 | -0.2018 | -0.0757 | 6.9677 |
| 21 | -0.0557 | -0.0199 | 0.0048 | -0.1967 | -0.0915 | 6.9832 |
| 22 | 0.0096 | -0.0174 | -0.0006 | -0.1646 | -0.0739 | 5.6765 |
| 23 | 0.0069 | -0.0151 | -0.0003 | -0.1516 | -0.0462 | 5.8166 |
| 24 | 0.0345 | -0.0122 | -0.0025 | -0.1262 | -0.0202 | 4.8948 |
| 25 | 0.0462 | -0.0169 | -0.0032 | -0.1478 | -0.0648 | 5.2660 |

Tabela A.1: Valores intervalares das derivadas em função do ângulo de ataque e da velocidade transversal.

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| Condição de Voo | C_{Lq} | C_{mq} | $C_{L\dot{\alpha}}$ | $C_{m\dot{\alpha}}$ |
|-----------------|----------|----------|---------------------|---------------------|
| 1 | -0.8300 | 2.4032 | -2.1597 | 0.1687 |
| 2 | -0.1052 | 0.3043 | -0.2741 | 0.0214 |
| 3 | -0.0248 | 0.0703 | -0.0668 | 0.0049 |
| 4 | 0.0233 | -0.0704 | 0.0561 | -0.0050 |
| 5 | 0.0227 | -0.0692 | 0.0542 | -0.0049 |
| 6 | 0.0374 | -0.1124 | 0.0911 | -0.0080 |
| 7 | 0.0422 | -0.1266 | 0.1030 | -0.0090 |
| 8 | 0.0551 | -0.1647 | 0.1357 | -0.0117 |
| 9 | 0.0784 | -0.2332 | 0.1949 | -0.0165 |
| 10 | 0.1034 | -0.3068 | 0.2585 | -0.0217 |
| 11 | 0.1201 | -0.3555 | 0.3010 | -0.0251 |
| 12 | 0.1403 | -0.4149 | 0.3523 | -0.0293 |
| 13 | 0.1571 | -0.4640 | 0.3952 | -0.0328 |
| 14 | 0.1729 | -0.5101 | 0.4357 | -0.0360 |
| 15 | 0.1889 | -0.5562 | 0.4780 | -0.0393 |
| 16 | -1.6587 | 4.7997 | -4.3207 | 0.3369 |
| 17 | -1.1277 | 3.2645 | -2.9352 | 0.2292 |
| 18 | -0.6635 | 1.9207 | -1.7270 | 0.1348 |
| 19 | -0.4141 | 1.1987 | -1.0778 | 0.0842 |
| 20 | -0.2441 | 0.7067 | -0.6356 | 0.0496 |
| 21 | -0.1377 | 0.3979 | -0.3606 | 0.0279 |
| 22 | 0.0227 | -0.0692 | 0.0543 | -0.0049 |
| 23 | 0.0160 | -0.0499 | 0.0363 | -0.0036 |
| 24 | 0.0838 | -0.2481 | 0.2099 | -0.0175 |
| 25 | 0.1112 | -0.3323 | 0.2744 | -0.0236 |

Tabela A.2: Valores intervalares das derivadas em função da taxa de arfagem e das derivadas do ângulo de ataque.

| Condição de Voo | $C_{y\beta}$ | $C_{l\beta}$ | $C_{n\beta}$ | C_{yp} | C_{lp} | C_{np} |
|-----------------|--------------|--------------|--------------|----------|----------|----------|
| 1 | 3.6094 | 45.1147 | 2.7403 | 0.1133 | 0.0254 | 0.9016 |
| 2 | 0.4583 | 5.8298 | 0.3480 | 0.0143 | 0.0032 | 0.3970 |
| 3 | 0.1117 | 1.5188 | 0.0850 | 0.0033 | 0.0008 | 0.3647 |
| 4 | -0.0939 | -1.0336 | -0.0708 | -0.0034 | -0.0007 | 0.3524 |
| 5 | -0.0907 | -0.9923 | -0.0683 | -0.0033 | -0.0006 | 0.3535 |
| 6 | -0.1524 | -1.7593 | -0.1151 | -0.0053 | -0.0011 | 0.3475 |
| 7 | -0.1723 | -2.0087 | -0.1301 | -0.0060 | -0.0012 | 0.3393 |
| 8 | -0.2270 | -2.6911 | -0.1716 | -0.0078 | -0.0016 | 0.3251 |
| 9 | -0.3261 | -3.9292 | -0.2467 | -0.0111 | -0.0023 | 0.2962 |

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| | | | | | | |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 10 | -0.4324 | -5.2574 | -0.3272 | 0.0146 | -0.0030 | 0.2661 |
| 11 | -0.5034 | -6.1466 | -0.3810 | -0.0169 | -0.0035 | 0.2403 |
| 12 | -0.5893 | -7.2205 | -0.4461 | -0.0197 | -0.0041 | 0.2125 |
| 13 | -0.6610 | -8.1190 | -0.5004 | -0.0220 | -0.0047 | 0.1844 |
| 14 | -0.7286 | -8.9674 | -0.5517 | -0.0242 | -0.0051 | 0.1565 |
| 15 | -0.7993 | -9.8613 | -0.6054 | -0.0263 | -0.0056 | 0.1117 |
| 16 | 7.2207 | 90.1787 | 5.4825 | 0.2262 | 0.0508 | 1.5777 |
| 17 | 4.9054 | 61.2702 | 3.7244 | 0.1539 | 0.0345 | 1.0979 |
| 18 | 2.8860 | 36.1019 | 2.1911 | 0.0905 | 0.0203 | 0.8004 |
| 19 | 1.8013 | 22.5649 | 1.3676 | 0.0565 | 0.0127 | 0.5906 |
| 20 | 1.0621 | 13.3280 | 0.8064 | 0.0333 | 0.0075 | 0.4105 |
| 21 | 0.6026 | 7.6293 | 0.4577 | 0.0187 | 0.0042 | 0.4151 |
| 22 | -0.0909 | -0.9949 | -0.0685 | -0.0033 | -0.0006 | 0.3537 |
| 23 | -0.0608 | -0.6377 | -0.0456 | -0.0024 | -0.0004 | 0.3090 |
| 24 | -0.3510 | -4.2575 | -0.2656 | -0.0118 | -0.0025 | 0.2460 |
| 25 | -0.4591 | -5.5563 | -0.3470 | -0.0158 | -0.0032 | 0.3393 |

Tabela A.3: Valores intervalares das derivadas em função do ângulo de derrapagem e da taxa de rolamento.

| Condição de Voo | C_{y_r} | C_{l_r} | C_{n_r} | $C_{L_{\delta f}}$ | $C_{L_{i_H}}$ | $C_{m_{i_H}}$ |
|-----------------|-----------|-----------|-----------|--------------------|---------------|---------------|
| 1 | -0.0584 | -0.7549 | 0.3395 | -0.0423 | -0.0854 | 0.3166 |
| 2 | -0.0074 | -0.1326 | 0.1790 | -0.0054 | -0.0108 | 0.0401 |
| 3 | -0.0017 | -0.0673 | 0.1650 | -0.0012 | -0.0025 | 0.0092 |
| 4 | 0.0017 | -0.0295 | 0.1585 | 0.0012 | 0.0025 | -0.0094 |
| 5 | 0.0017 | -0.0302 | 0.1591 | 0.0012 | 0.0025 | -0.0093 |
| 6 | 0.0028 | -0.0186 | 0.1563 | 0.0020 | 0.0040 | -0.0150 |
| 7 | 0.0031 | -0.0140 | 0.1536 | 0.0022 | 0.0046 | -0.0169 |
| 8 | 0.0040 | -0.0025 | 0.1485 | 0.0029 | 0.0059 | -0.0219 |
| 9 | 0.0057 | 0.0187 | 0.1382 | 0.0041 | 0.0084 | -0.0310 |
| 10 | 0.0075 | 0.0413 | 0.1273 | 0.0054 | 0.0110 | -0.0407 |
| 11 | 0.0087 | 0.0572 | 0.1183 | 0.0062 | 0.0127 | -0.0472 |
| 12 | 0.0101 | 0.0759 | 0.1084 | 0.0072 | 0.0148 | -0.0550 |
| 13 | 0.0113 | 0.0922 | 0.0988 | 0.0081 | 0.0166 | -0.0615 |
| 14 | 0.0125 | 0.1077 | 0.0892 | 0.0089 | 0.0182 | -0.0676 |
| 15 | 0.0136 | 0.1261 | 0.0748 | 0.0097 | 0.0199 | -0.0736 |
| 16 | -0.1166 | -1.4810 | 0.4555 | -0.0846 | -0.1706 | 0.6322 |
| 17 | -0.0793 | -1.0094 | 0.3721 | -0.0575 | -0.1160 | 0.4300 |
| 18 | -0.0467 | -0.6140 | 0.3168 | -0.0338 | -0.0683 | 0.2530 |
| 19 | -0.0291 | -0.3951 | 0.2518 | -0.0211 | -0.0426 | 0.1579 |

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controlo em Todo o Envelope de Voo

| | | | | | | |
|----|---------|---------|--------|---------|---------|---------|
| 20 | -0.0172 | -0.2411 | 0.1910 | -0.0124 | -0.0251 | 0.0931 |
| 21 | -0.0097 | -0.1605 | 0.1876 | -0.0070 | -0.0141 | 0.0524 |
| 22 | 0.0017 | -0.0302 | 0.1591 | 0.0012 | 0.0025 | -0.0093 |
| 23 | 0.0012 | -0.0297 | 0.1464 | 0.0009 | 0.0018 | -0.0067 |
| 24 | 0.0060 | 0.0296 | 0.1229 | 0.0043 | 0.0089 | -0.0329 |
| 25 | 0.0081 | 0.0363 | 0.1439 | 0.0058 | 0.0119 | -0.0442 |

Tabela A.4: Valores intervalares das derivadas em função da taxa de guinada, da deflexão dos flaps e da incidência do estabilizador.

| Condição de Voo | $C_{L\delta_e}$ | $C_{m\delta_e}$ | $C_{n\delta_a}$ | $C_{y\delta_r}$ | $C_{l\delta_r}$ | $C_{n\delta_r}$ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | -0.0119 | 0.0344 | -0.0074 | -0.0001 | 4.2960e-005 | 4.8311e-005 |
| 2 | -0.0015 | 0.0044 | -0.0034 | -1.3351e-005 | 5.4275e-006 | 6.1036e-006 |
| 3 | -0.0004 | 0.0010 | -0.0032 | -2.9225e-006 | 1.1881e-006 | 1.33601e-006 |
| 4 | 0.0003 | -0.0010 | -0.0031 | 3.4317e-006 | -1.3951e-006 | -1.5689e-006 |
| 5 | 0.0003 | -0.0010 | -0.0031 | 3.4288e-006 | -1.3939e-006 | -1.5676e-006 |
| 6 | 0.0005 | -0.0016 | -0.0030 | 5.4135e-006 | -2.2007e-006 | -2.4749e-006 |
| 7 | 0.0006 | -0.0018 | -0.0030 | 6.0850e-006 | -2.4738e-006 | -2.7819e-006 |
| 8 | 0.0008 | -0.0023 | -0.0029 | 7.8291e-006 | -3.1828e-006 | -3.5792e-006 |
| 9 | 0.0011 | -0.0033 | -0.0026 | 1.0957e-005 | -4.4543e-006 | -5.0091e-006 |
| 10 | 0.0015 | -0.0044 | -0.0024 | 1.4319e-005 | -5.8212e-006 | -6.5463e-006 |
| 11 | 0.0017 | -0.0051 | -0.0022 | 1.6532e-005 | -6.7209e-006 | -7.5581e-006 |
| 12 | 0.0020 | -0.0059 | -0.0019 | 1.9242e-005 | -7.8225e-006 | -8.7969e-006 |
| 13 | 0.0023 | -0.0066 | -0.0017 | 2.1464e-005 | -8.7257e-006 | -9.8126e-006 |
| 14 | 0.0025 | -0.0073 | -0.0015 | 2.3544e-005 | -9.5714e-006 | -1.0764e-005 |
| 15 | 0.0027 | -0.0079 | -0.0011 | 2.5533e-005 | -1.03803e-005 | -1.1673e-005 |
| 16 | -0.0238 | 0.0687 | -0.0128 | -0.0002 | 8.5658e-005 | 9.6328e-005 |
| 17 | -0.0162 | 0.0467 | -0.0089 | -0.0001 | 5.8328e-005 | 6.5593e-005 |
| 18 | -0.0095 | 0.0275 | -0.0066 | -8.4419e-005 | 3.4319e-005 | 3.8594e-005 |
| 19 | -0.0060 | 0.0172 | -0.0049 | -5.2692e-005 | 2.1421e-005 | 2.4089e-005 |
| 20 | -0.0035 | 0.0101 | -0.0034 | -3.1061e-005 | 1.2628e-005 | 1.4200e-005 |
| 21 | -0.0020 | 0.0057 | -0.0035 | -1.7355e-005 | 7.0552e-006 | 7.9340e-006 |
| 22 | 0.0003 | -0.0010 | -0.0031 | 3.4183e-006 | -1.3897e-006 | -1.5628e-006 |
| 23 | 0.0002 | -0.0007 | -0.0027 | 2.6001e-006 | -1.0571e-006 | -1.1887e-006 |
| 24 | 0.0012 | -0.0035 | -0.0022 | 1.1537e-005 | -4.690e-006 | -5.2744e-006 |
| 25 | 0.0016 | -0.0047 | -0.0030 | 1.5788e-005 | -6.418e-006 | -7.2177e-006 |

Tabela A.5: Valores intervalares das derivadas em função da deflexão do elevador, da deflexão dos ailerons e da deflexão do rudder.

Anexos B - Resultado de todas as derivadas de estabilidade e de controlo

Com os resultados obtidos anteriormente do anexo A, é possível visualizar a representação de todas das derivadas de estado.

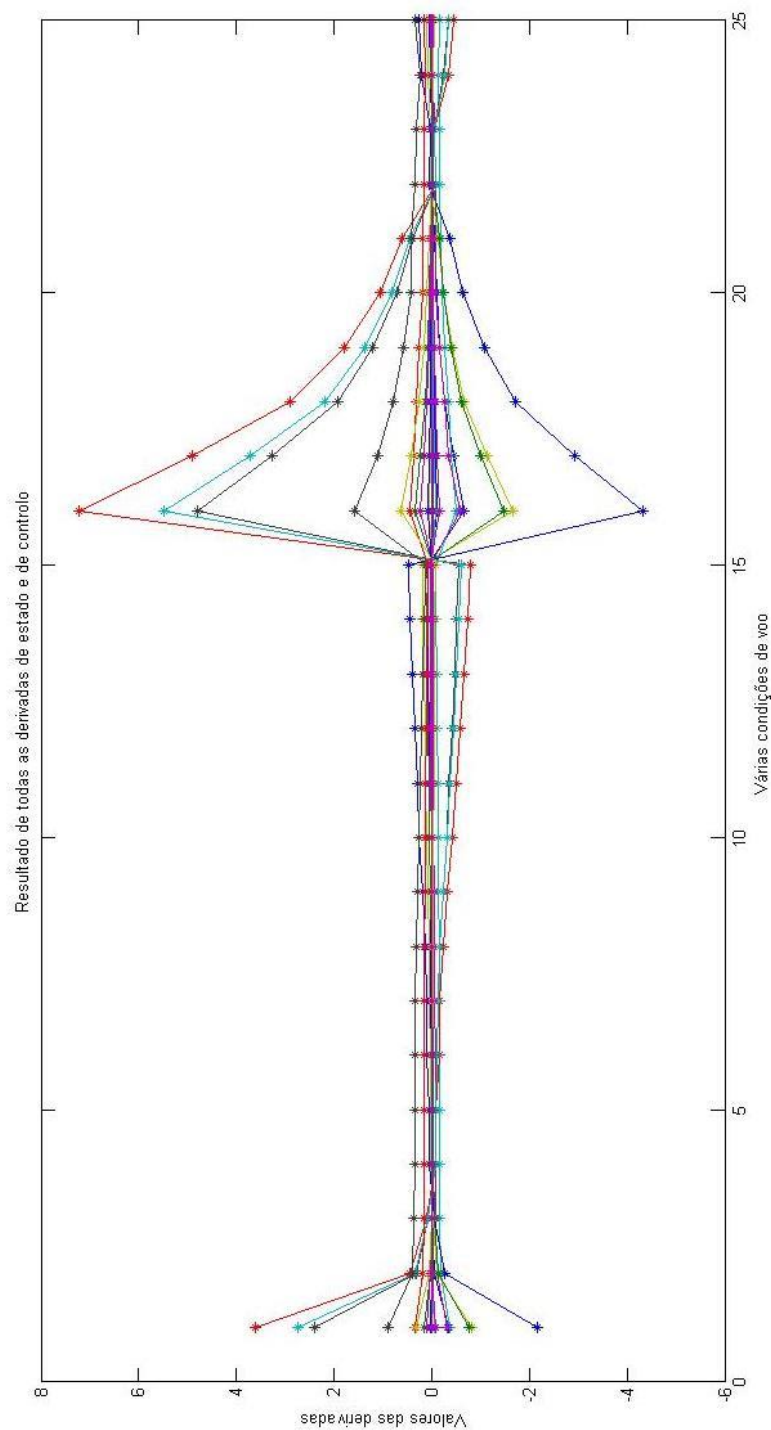


Figura B.1: Resultado de todas as derivadas de estabilidade.

Interval Estimation of Stability and Control Derivatives in the Full Flight Envelope

¹Silva R. S. Andreia, ²K. Bousson

Abstract: The aircraft has for its characteristic dynamics nonlinear flight, but it is observed that their tendency is to exploit linear systems, taking into account that the control systems are guaranteed a good run and a good systems performance/model to be applied. The content of this thesis was the application of new methods of estimation, through the simplification of various calculations and various formulas, in which by the way were quite extensive. With the simplifying some formulas applied, some distinct flight conditions were designed with the purpose of observing the behavior of the aircraft and verify linearization of the system. With the continuation of the process, has been applied to interval estimation of parameters in the order to insure the requirements of robust stability and obtaining a proper functioning of all derivatives of state and control. A key method in the application of interval estimation (BB) was the minimization and maximization of the derived stability, ensuring your safety factor is appropriate. By applying the data interval estimation, the flight envelope can be encompassed in those derived from stability.

Keywords: Flight envelope, stability and state derived, interval estimation, flight control, modeling estimation.

I. Introduction

The interval estimation is the process that consists of the use of sample data to estimate values of unknown parameters, who we call estimated each particular value assumed by an estimator. The interval algorithms, point algorithms as opposed to show that the exact answer is contained within a range for that reason is that the interval. The interval results bring with them the security of their quality and the degree of their uncertainty.

The flight envelope is obtained through the curves of traction or power considering the

variation in each condition, in which the intersection curves and traction power supply minimum and maximum values of the aircraft. The speed, maximum and minimum limits defining the flight envelope of the aircraft.

II. Methods

1.1. Global Minimizer

The problem optimization is defined by $\bar{x} \in X^0$ and $X^0 \subset \mathfrak{R}^n$, such that $f(\bar{x}) \leq f(x)$ for all $x \in X^0$, with,

$$\min_{x \in X^0} f(x) \quad (I.I)$$

The point \bar{x} is called global minimizer of f in X^0 . In many problems of optimization,

found a solution is enough but in other problems have a necessity found a global minimizer.

Consider the problem of global minimum of a function $f: X^0 \rightarrow \mathfrak{R}$, where $f \in C^2$ and $X^0 \subset \mathfrak{R}^n$ is defined by a set of constraints, and $X^0 = \{x \in \mathfrak{R} | l_i \leq x_i \leq u_i, \text{ to } i = 1, 2, \dots, n\}$, is called by box frequency in \mathfrak{R}^n . Actually if f is coercive, namely, if $f(x) = \infty$ when $\|x\| \rightarrow \infty$, then it is possible found a box $X^0 \subset \mathfrak{R}^n$ containing all global minimizers of f .

1.II. Branch-and-Bound

In the Branch-and-Bound method (BB) the variable region X^0 is successively partitioned into smaller sub-regions (branching) X^i , giving sub-problems,

$$P_i : \min_{x \in X_i} f(x) \quad (I.II)$$

The best solutions between the global solutions of sub-problems P_i are also the global solution in (I.I). That way, the next step is resolve the sub-problems in (I.II).

For each sub-problems P_i are determined lower limiters and higher limiters, who we denote by $\beta(X^i)$ and $\alpha(X^i)$, respectively. In the other way, we have,

$$\beta = \min_{i \in I} \beta(X^i) \text{ and} \\ \alpha = \min_{i \in I} \alpha(X^i) \quad (I.III)$$

Where I is the set of indices about subproblems, P_i , that have not been processed. Then, we select some or all sub-problems, each of which is again partitioned into smaller sub-problems.

A practical stopping criterion is $\alpha - \beta < \varepsilon$, because $\beta \leq \min_{x \in X^0} f(x) \leq \alpha$.

Furthermore, is given for each sub-problem, P_k , we will $\beta(X^k) > \bar{f}$, where \bar{f} is the smallest objective function value so

far, so P_k can be discarded, as the global minimum can't be achieved in such a sub-problem. In this sense, the algorithm BB is stopped when no more sub-problems to be processed.

1.III. Estimation of Derivatives Stability and Control

The direct fundament derived from the state is to determine and summarize, or better, to simplify the stability derivatives in order to get all the specific values/calculations. And that way, we have an example as C_{m_α} , represented in the next equation,

$$C_{m_\alpha} = a(h - h_{n_{wb}}) - a_t \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \\ + \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (I.IV)$$

The downwash angle, $\frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}$, is the representation of the velocity incident flow around the wing and the flow velocity falls inside on the horizontal stabilizer.

The neutral point is defined as a fixed control the position of the CG to which the aircraft is stable, with appropriate pitch. This variable can be expressed by,

$$h_{n_{wb}} = h_n + \frac{a_t}{a} \bar{V}_H \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \\ - \frac{1}{\alpha} \frac{\partial C_{m_p}}{\partial \alpha} \quad (I.V)$$

And her variable,

$$h_n = h_{ac_{wb}} + \bar{V}_H \frac{a_t}{a} \left(1 - \frac{\partial \varepsilon}{\partial \alpha}\right) \quad (I.VI)$$

The coefficient of tail volume is expressed by,

$$\bar{V}_H = \frac{S_H l_H}{S \bar{c}} \quad (I.VII)$$

With the sound velocity,

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (I.VIII)$$

The rope middle can be obtained by the next expression,

$$\bar{c} = \frac{S}{b} \quad (I.IX)$$

The pitching moment coefficient depending on the attack angle is very affected by elasticity distortions of wing, tail and fuselage. But both, the signals and magnitude of C_{m_α} , has affected by CG localization aircraft. The C_{m_α} is proportional of distance, X_{ac} , in the middle CG and AC.

III. Equations and Matrix

For example, we will be considering a particular case, as the Pitching moment coefficient depending on the attack angle, in the formula is translated into,

$$\begin{aligned} C_{m_\alpha}(x) &= c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_6x_6 + c_7x_1^2 + \dots \\ &+ c_{12}x_6^2 \quad \Leftrightarrow C_{m_\alpha}(x) \\ &= [1 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_6 \ x_1^2 \ x_6^2] \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{11} \\ c_{12} \end{bmatrix} \quad (IV.I) \end{aligned}$$

The function (IV.I) is applied to all derived stability (state and control), in the other world the flight envelope can be represented by the derivate of the pitching moment in various flight conditions.

The expression represented in (IV.I) can be applied for all derivate, with different c's and different contrition's.

The box matrix is represented by,

$$M = \begin{bmatrix} 1 & x_1(1) & \dots & x_6^2(1) \\ 1 & x_1(2) & \dots & x_6^2(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_1(25) & \dots & x_6^2(25) \end{bmatrix} \quad (IV.II)$$

Where, matrix M is composed for 13 columns and 25 lines in function of flight conditions.

And the matrix c is represented by,

$$c = \begin{pmatrix} c_0 \\ c_1 \\ \vdots \\ c_{12} \end{pmatrix} \quad (IV.III)$$

Coefficients of the matrix c values are calculated in a computational form and are random.

The matrix y is obtained by,

$$y = \begin{pmatrix} C_{m_\alpha}(1) \\ C_{m_\alpha}(2) \\ \vdots \\ C_{m_\alpha}(3) \end{pmatrix} \quad (IV.IV)$$

With the expression (IV.I) we can obtained all the previous solutions, providing only a single solution,

$$c = (M^T M)^{-1} M^T y \quad (IV.V)$$

With,

$$Mc = y \quad (IV.VI)$$

For a better solution, the value chosen in the interval β 's, applying a real case, for example, the pitching moment coefficient,

$$\beta_1 = \min\{0.8 C_{m_\alpha}^{\min}, 1.2 C_{m_\alpha}^{\min}\} \quad (IV.VII)$$

And,

$$\beta_2 = \max\{0.8 C_{m_\alpha}^{\max}, 1.2 C_{m_\alpha}^{\max}\} \quad (IV.VIII)$$

Where,

$$C_{m_\alpha} \in [\beta_1, \beta_2] \quad (IV.IX)$$

These values have a discrepancy of one maximum deviation of twenty percent due to an analytical method applied to all derivatives, where 80 percent of the value of 0.8 and 120 percent of 1.2 are variations of uncertainties, respectively.

IV. Tables and Figures

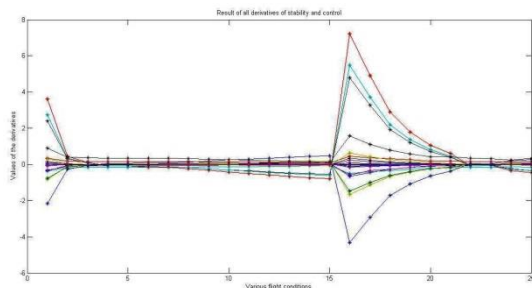
In many conditions, we choose the pitching moment coefficient depending on the attack angle as total result, depending of box matrix, eg,

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controle em Todo o Envelope de Voo

| Case | C_m |
|------|---------|
| 1 | 0.0283 |
| 2 | 0.0036 |
| 3 | 0.0009 |
| 4 | -0.0006 |
| 5 | -0.0006 |
| 6 | -0.0010 |
| 7 | -0.0012 |
| 8 | -0.0016 |
| 9 | -0.0023 |
| 10 | -0.0031 |
| 11 | -0.0036 |
| 12 | -0.0042 |
| 13 | -0.0048 |
| 14 | -0.0053 |
| 15 | -0.0059 |
| 16 | 0.0567 |
| 17 | 0.0384 |
| 18 | 0.0226 |
| 19 | 0.0141 |
| 20 | 0.0083 |
| 21 | 0.0048 |
| 22 | 0.0006 |
| 23 | -0.0003 |
| 24 | -0.0025 |
| 25 | -0.0032 |

| | | | |
|----|----------|-----------|--------|
| 4 | 68.3768 | 1478.9898 | 0.2011 |
| 5 | 70.3769 | 2125.8621 | 0.2070 |
| 6 | 73.9398 | 2603.7595 | 0.2175 |
| 7 | 76.1377 | 3228.5534 | 0.2240 |
| 8 | 79.3593 | 3836.1215 | 0.2334 |
| 9 | 84.3977 | 4708.1138 | 0.2482 |
| 10 | 89.3766 | 5392.0478 | 0.2629 |
| 11 | 92.3795 | 5907.0995 | 0.2717 |
| 12 | 96.0901 | 6390.6343 | 0.2826 |
| 13 | 98.7927 | 6840.0722 | 0.2906 |
| 14 | 101.1330 | 7253.0155 | 0.2975 |
| 15 | 102.0122 | 7881.3398 | 0.3001 |
| 16 | 30.0000 | 4000.0000 | 0.0882 |
| 17 | 40.0000 | 7000.0000 | 0.1176 |
| 18 | 40.0000 | 3000.0000 | 0.1176 |
| 19 | 50.0000 | 5000.0000 | 0.1471 |
| 20 | 60.0000 | 7000.0000 | 0.1765 |
| 21 | 60.0000 | 4000.0000 | 0.1765 |
| 22 | 70.0000 | 2000.0000 | 0.2059 |
| 23 | 75.0000 | 5000.0000 | 0.2206 |
| 24 | 85.0000 | 6000.0000 | 0.2500 |
| 25 | 95.0000 | 3000.0000 | 0.2794 |

The result of all derivatives is represented in the next figure,



There are many conditions of flight, where the initial points of their speed/altitude are on the threshold of the flight envelope curve (case one to fifteen) and the ending points are located within the flight envelope (case sixteen to twenty-five).

| Case | Dynamic Pressure | C_L | C_D |
|------|------------------|--------|--------|
| 1 | 625.0228 | 1.5874 | 0.1474 |
| 2 | 1649.5399 | 0.6015 | 0.0356 |
| 3 | 2074.4736 | 0.4783 | 0.0287 |
| 4 | 2478.5835 | 0.4003 | 0.0251 |
| 5 | 2461.1087 | 0.4031 | 0.0252 |
| 6 | 2588.0769 | 0.3834 | 0.0244 |
| 7 | 2573.5567 | 0.3855 | 0.0245 |
| 8 | 2624.2368 | 0.3781 | 0.0242 |
| 9 | 2705.4003 | 0.3667 | 0.0238 |
| 10 | 2817.3023 | 0.3522 | 0.0232 |
| 11 | 2843.9703 | 0.3489 | 0.0231 |
| 12 | 2915.5590 | 0.3403 | 0.0228 |
| 13 | 2929.4620 | 0.3387 | 0.0227 |
| 14 | 2628.5417 | 0.3388 | 0.0227 |
| 15 | 2771.1167 | 0.3580 | 0.0234 |
| 16 | 368.5997 | 2.6917 | 0.3923 |
| 17 | 471.5808 | 2.1039 | 0.2462 |
| 18 | 727.2852 | 1.3642 | 0.1133 |
| 19 | 920.1178 | 1.0783 | 0.0771 |
| 20 | 1061.0569 | 0.9351 | 0.0622 |
| 21 | 1474.3989 | 0.6729 | 0.0403 |
| 22 | 2465.8734 | 0.0252 | 0.0252 |
| 23 | 2070.2651 | 0.4792 | 0.0287 |
| 24 | 2383.0706 | 0.4163 | 0.0258 |
| 25 | 4102.3433 | 0.2419 | 0.0198 |

| Case | Velocity | Altitude | Mach |
|------|----------|----------|--------|
| 1 | 31.9444 | 0.0000 | 0.0940 |
| 2 | 53.1503 | 494.9761 | 0.1563 |
| 3 | 61.0579 | 988.4665 | 0.1796 |

There are 13 values of c matrix and they are referred for 26 cases of flight, on various derivatives.

Estimação Intervalar das Derivadas de Estabilidade e de Controle em Todo o Envelope de Voo

| c's | $C_{L\alpha}$ | $C_{D\alpha}$ | $C_{m\alpha}$ |
|----------|---------------|---------------|---------------|
| c_0 | 0.1509 | 0.0013 | -0.0123 |
| c_1 | 0.0229 | -0.0392 | 0.0025 |
| c_2 | -5.24e-006 | -1.70e-006 | 4.74e-007 |
| c_3 | -7.6082 | 13.3963 | -0.8738 |
| c_4 | -1.90e-005 | -9.92e-006 | 1.53e-006 |
| c_5 | 0.5498 | -1.3190 | 0.0891 |
| c_6 | 0.0105 | 0.0079 | 0.0014 |
| c_7 | 6.59e-005 | 0.0001 | 8.70e-006 |
| c_8 | 1.42e-009 | 2.95e-010 | -1.24e-010 |
| c_9 | -7.8456 | -11.7704 | -0.9660 |
| c_{10} | 1.00e-009 | 7.65e-010 | -5.93e-011 |
| c_{11} | -0.8601 | 1.2903 | -0.0632 |
| c_{12} | -0.0062 | -0.0061 | -0.0007 |

| | | | |
|----------|------------|------------|------------|
| c_9 | 4.8324 | 0.9391 | -34.2002 |
| c_{10} | -5.18e-010 | -9.42e-009 | -1.22e-007 |
| c_{11} | 0.5063 | 2.5086 | 27.4930 |
| c_{12} | 0.0038 | 0.0028 | -0.0011 |

| c's | C_{Dv} | C_{Lv} | C_{mv} |
|----------|------------|------------|------------|
| c_0 | -4.36e-010 | 0.2802 | 10.5199 |
| c_1 | 0.0026 | 0.0937 | -186.6701 |
| c_2 | -1.50e-005 | 5.52e-006 | 0.0013 |
| c_3 | 0.1082 | -33.3082 | 63346.4065 |
| c_4 | -0.0001 | -1.49e-006 | 0.0074 |
| c_5 | -0.2194 | 3.0444 | -5627.1897 |
| c_6 | 1.0000 | 0.4996 | 63.21327 |
| c_7 | -3.33e-006 | -0.0002 | -0.69137 |
| c_8 | 2.21e-009 | 2.42e-009 | -9.05e-008 |
| c_9 | -0.4787 | 22.6440 | 80036.3964 |
| c_{10} | 9.44e-009 | 7.28e-010 | -1.10e-006 |
| c_{11} | -0.1186 | -3.3895 | 5626.3649 |
| c_{12} | 9.30e-010 | -0.4276 | -74.1350 |

| c's | $C_{n\beta}$ | C_{yp} | C_{lp} |
|----------|--------------|------------|------------|
| c_0 | -1.2245 | -0.0510 | -0.0113 |
| c_1 | -0.0096 | -0.0092 | -0.0002 |
| c_2 | 4.38e-005 | 1.75e-006 | 4.05e-007 |
| c_3 | 1.6179 | 3.0822 | 0.0526 |
| c_4 | 0.0002 | 6.40e-006 | 1.40e-006 |
| c_5 | 0.9080 | -0.2316 | 0.0051 |
| c_6 | 0.0011 | -0.0043 | -4.45e-005 |
| c_7 | 4.68e-005 | -2.71e-005 | 7.16e-008 |
| c_8 | -1.18e-008 | -4.77e-010 | -1.09e-010 |
| c_9 | -2.8598 | 3.2003 | 0.0149 |
| c_{10} | -7.10e-009 | -3.47e-010 | -6.64e-011 |
| c_{11} | 1.6144 | 0.3362 | 0.0183 |
| c_{12} | -0.0007 | 0.0025 | 2.60e-005 |

| c's | C_{Lq} | C_{mq} | $C_{L\dot{\alpha}}$ |
|----------|------------|------------|---------------------|
| c_0 | 0.3725 | -1.0802 | 0.9663 |
| c_1 | 0.0403 | -0.1785 | 0.0067 |
| c_2 | -1.30e-005 | 3.73e-005 | -3.44e-005 |
| c_3 | -13.2202 | 59.3589 | -1.0240 |
| c_4 | -4.64e-005 | 0.0001 | -0.0001 |
| c_5 | 0.8612 | -4.3744 | -0.6299 |
| c_6 | 0.0182 | -0.0830 | -0.0063 |
| c_7 | 0.0001 | -0.0005 | -0.0003 |
| c_8 | 3.53e-009 | -1.01e-008 | 9.29e-009 |
| c_9 | -13.1400 | 61.4223 | 29.8993 |
| c_{10} | 2.38e-009 | -7.27e-009 | 5.36e-009 |
| c_{11} | -1.6268 | 6.5933 | -1.3576 |
| c_{12} | -0.0106 | 0.0488 | 0.0064 |

| c's | C_{np} | C_{yr} | C_{lr} |
|----------|------------|------------|------------|
| c_0 | -0.0236 | 0.0263 | 0.2879 |
| c_1 | -0.0080 | 0.0048 | 0.0017 |
| c_2 | 3.58e-005 | -9.04e-007 | -1.49e-005 |
| c_3 | 0.8989 | -1.5889 | 0.0443 |
| c_4 | 0.0002 | -3.30e-006 | -6.10e-005 |
| c_5 | 0.2685 | 0.1194 | -0.2942 |
| c_6 | -0.0010 | 0.0022 | -0.0009 |
| c_7 | 1.88e-006 | 1.40e-005 | -1.63e-005 |
| c_8 | -6.20e-009 | 2.46e-010 | 3.56e-009 |
| c_9 | 1.2554 | -1.6498 | 1.0937 |
| c_{10} | -1.55e-008 | 1.79e-010 | 3.66e-009 |
| c_{11} | 0.3388 | -0.1733 | -0.3717 |
| c_{12} | 0.0006 | -0.0013 | 0.0005 |

| c's | $C_{m\dot{\alpha}}$ | $C_{y\beta}$ | $C_{l\beta}$ |
|-------|---------------------|--------------|--------------|
| c_0 | -0.0760 | -1.6134 | -20.0263 |
| c_1 | -0.0139 | -0.0252 | -0.1914 |
| c_2 | 2.61e-006 | 5.77e-005 | 0.0007 |
| c_3 | 4.6518 | 6.4071 | 37.7610 |
| c_4 | 9.53e-006 | 0.0002 | 0.0025 |
| c_5 | -0.3504 | 0.8144 | 13.9572 |
| c_6 | -0.0066 | -0.0048 | 0.0019 |
| c_7 | -4.09e-005 | 2.05e-005 | 0.0007 |
| c_8 | -7.11e-010 | -1.55e-008 | -1.95e-007 |

| c's | C_{nr} | $C_{L\delta_f}$ | C_{Li_H} |
|----------|------------|-----------------|------------|
| c_0 | 0.0055 | 0.0190 | 0.0385 |
| c_1 | -0.0035 | 0.0027 | 0.0071 |
| c_2 | 1.43e-005 | -6.61e-007 | -1.32e-006 |
| c_3 | 0.2474 | -0.9002 | -2.3553 |
| c_4 | 0.0001 | -2.38e-006 | -4.83e-006 |
| c_5 | 0.1755 | 0.0640 | 0.1774 |
| c_6 | -0.9652 | 0.0012 | 0.0033 |
| c_7 | -4.55e-007 | 7.75e-006 | 2.07e-005 |
| c_8 | -2.08e-009 | 1.79e-010 | 3.60e-010 |
| c_9 | 0.8698 | -0.9258 | -2.4468 |
| c_{10} | -9.08e-009 | 1.25e-010 | 2.62e-010 |
| c_{11} | 0.1392 | -0.1031 | -0.2563 |
| c_{12} | 0.0003 | -0.0007 | -0.0019 |

| c's | C_{mi_H} | $C_{L\delta_e}$ | $C_{m\delta_e}$ |
|-------|------------|-----------------|-----------------|
| c_0 | -0.1425 | 0.0054 | -0.0154 |
| c_1 | -0.0265 | 0.0007 | -0.0022 |
| c_2 | 4.90e-006 | -1.86e-007 | 5.37e-007 |

| | | | |
|----------|------------|------------|------------|
| c_3 | 8.8264 | -0.2474 | 0.7316 |
| c_4 | 1.79e-005 | -6.71e-007 | 1.94e-006 |
| c_5 | -0.6661 | 0.0174 | -0.0521 |
| c_6 | -0.0125 | 0.0003 | -0.0010 |
| c_7 | -7.80e-005 | 2.24e-006 | -6.23e-006 |
| c_8 | -1.33e-009 | 5.05e-011 | -1.46e-010 |
| c_9 | 9.2090 | -0.2670 | 0.7524 |
| c_{10} | -9.75e-010 | 3.54e-011 | -1.02e-010 |
| c_{11} | 0.9585 | -0.0284 | 0.0838 |
| c_{12} | 0.0073 | -0.0002 | 0.0006 |

| $c's$ | $C_{n\delta_a}$ | $C_{y\delta_r}$ | $C_{l\delta_r}$ |
|----------|-----------------|-----------------|-----------------|
| c_0 | -2.48e-012 | 4.80e-005 | -1.95e-005 |
| c_1 | 4.94e-005 | 1.51e-005 | -6.13e-006 |
| c_2 | -3.05e-007 | -1.59e-009 | 6.46e-010 |
| c_3 | -0.0013 | -0.0051 | 0.0021 |
| c_4 | -1.71e-006 | -6.07e-009 | 2.47e-009 |
| c_5 | -0.0027 | 0.0004 | -0.0002 |
| c_6 | 9.19e-012 | 7.33e-006 | -2.99e-006 |
| c_7 | -6.86e-008 | 4.63e-008 | -1.88e-008 |
| c_8 | 5.22e-011 | 4.38e-013 | -1.78e-013 |
| c_9 | -0.0045 | 0.0054 | 0.0022 |
| c_{10} | 1.34e-010 | 3.62e-013 | -1.47e-013 |
| c_{11} | -0.0021 | -0.0005 | 0.0002 |
| c_{12} | -3.20e-011 | -4.19e-006 | 1.719e-006 |

| $c's$ | $C_{n\delta_r}$ |
|----------|-----------------|
| c_0 | -2.19e-005 |
| c_1 | -6.89e-006 |
| c_2 | 7.27e-010 |
| c_3 | 0.0023 |
| c_4 | 2.77e-009 |
| c_5 | -0.0002 |
| c_6 | -3.37e-006 |
| c_7 | -2.11e-008 |
| c_8 | -2.00e-013 |
| c_9 | 0.0025 |
| c_{10} | -1.65e-013 |
| c_{11} | 0.0002 |
| c_{12} | 1.93e-006 |

The values of twenty-five flight conditions were be directed imported for a estimation interval of confidence, representing the other particular way in the functions obtained earlier.

Conclusion

With the development of all estimation process, this thesis consist in simplify and

reduce the finals results of state derivatives and control, with the objective obtain finals results simulants of the initial results, hence the formulas is simplified. This work consisted in choosing the method of inserting the derived state and control interval, taking into account the maximum and minimum values in order to get directly to obtain final solution of derived only through six major components, represented by the function x .

It is found that the values of the derivatives of final stability were not far away from the initial values, with only a difference of decimals. It also appears that all the calculations of the state and control derivatives and met all the requirements, thus ensuring a good performance and operation of the aircraft.

Upon completion of these calculations, the same flight conditions were used, but in different representations, that is, these were used to estimate the parameters interval, taking into account the maximum and minimum of a givens state or derivative control, as guarantee the safety factor, varying only within the limits of the derivative.

The interval control method (BB) was applied to all derivatives of stability but used on small scales in order to ensure that the formula used can be applied to all derivatives of status or control considering the conditions around the flight envelope. Thus, this method can be applied to large scale as a function of the control.

V. Appendix

Nomenclature

$x_1: V$ Aircraft velocity (m/s)
 $x_2: h$ Aircraft altitude (m)
 $x_3: M$ Mach number
 $x_4: Q$ Dynamic pressure (N/m²)
 $x_5: C_L$ Lift coefficient
 $x_6: C_D$ Drag coefficient
 $x: M$ Function of Box Matrix
 $C_{L\alpha}$ Lift coefficient depending on the attack angle
 C_{Lv} Lift coefficient depending on the transverse velocity
 C_{Lq} Lift coefficient depending on the pitch rate
 $C_{L\dot{\alpha}}$ Lift coefficient derived as a function of attack angle
 $C_{L\delta_f}$ Lift coefficient as a function of flaps deflection
 C_{Li_H} Lift coefficient as a function of stabilizer incidence
 $C_{L\delta_e}$ Lift coefficient as a function of elevator deflection
 $C_{D\alpha}$ Drag coefficient depending on the attack angle
 C_{Dv} Drag coefficient depending on the transverse velocity
 $C_{m\alpha}$ Pitching moment coefficient depending on the attack angle
 C_{mv} Pitching moment coefficient depending on the transverse velocity
 C_{mq} Pitching moment coefficient depending on the pitch rate
 $C_{m\dot{\alpha}}$ Pitching moment coefficient derived as a function of attack angle
 C_{mi_H} Pitching moment coefficient as a function of stabilizer incidence
 $C_{m\delta_e}$ Pitching moment coefficient as a function of elevator deflection

$C_{y\beta}$ Lateral force coefficient depending on the sideslip angle
 C_{yp} Lateral force coefficient depending on the roll rate
 C_{yr} Lateral force coefficient depending on the yaw rate
 $C_{y\delta_r}$ Lateral force coefficient as a function of rudder deflection
 $C_{l\beta}$ Rolling moment coefficient depending on the sideslip angle
 C_{lp} Rolling moment coefficient depending on the roll rate
 C_{lr} Rolling moment coefficient depending on the yaw rate
 $C_{l\delta_e}$ Rolling moment coefficient as a function of rudder deflection
 $C_{n\beta}$ Yawing moment coefficient depending on the sideslip angle
 C_{np} Yawing moment coefficient depending on the roll rate
 C_{nr} Yawing moment coefficient depending on the yaw rate
 $C_{n\delta_a}$ Yawing moment coefficient as a function of ailerons deflection
 $C_{n\delta_r}$ Yawing moment coefficient as a function of rudder deflection

References

[1] Santos, A. V., Dimuro, G. P., “An Application of Interval Mathematics Methods for Hidden Markov”, Group Foundation of Mathematics and Computation, Catholic University of Pelotas, 2000.
 [2] Gonçalves, S. D., Gomes-Ruggiero, A. M., “Interval Techniques in Global

Optimization”, Department of Applied Mathematics, IMECC, UNICAMP, 13083-970 Campinas, SP, Brasil, 2009.

Author’s Information

¹ Andreia Sofia Ribeiro da Silva



Andreia Silva born on 08-September-1990 in Portugal. Went degree in aeronautical engineering on University of Beira Interior, Portugal, and

had a research grant in Lotka-Volterra project. She worked in Manuel Julio Restaurant, for 7 years.

² First author affiliation