



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura

Análise não Linear por Elementos Finitos de Vigas de Betão Armado à Torção

Micael Rodrigues Ferreira

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Civil

(ciclo de estudos integrado)

Orientador: Prof. Doutor Luís Filipe Almeida Bernardo

Coorientador: Prof. Doutor Ricardo Carrazedo

Covilhã, junho de 2016

Agradecimentos

O espaço limitado aos agradecimentos, certamente, não me permite agradecer a todas as pessoas que ao longo de todo o meu percurso acadêmico no Mestrado Integrado em Engenharia Civil me ajudaram de uma forma direta ou indireta, não só no cumprir dos meus objetivos mas também a realizar mais esta etapa da minha formação acadêmica. Assim, deixo desta forma algumas palavras, com um sincero e profundo sentimento de reconhecido agradecimento.

Ao meu orientador, Professor Doutor Luís Bernardo, pelo seu incentivo, disponibilidade e apoio prestado e sobretudo pela confiança depositada. Agradeço-lhe ainda, por todos os conhecimentos transmitidos ao longo de todo o percurso acadêmico, não só na área da engenharia civil mas também na área da física e da astronomia.

Ao Professor Doutor Ricardo Carrazedo, professor na Universidade de São Paulo, coorientador deste trabalho, agradeço não só a oportunidade e o privilégio de desenvolver este trabalho com os seus conhecimentos, que muito contribuíram para o enriquecimento da minha formação acadêmica e científica, mas também pela sua disponibilidade e igualmente pelo seu apoio na elaboração deste trabalho.

Tendo consciência que sozinho nada disto teria sido possível, aos meus pais dirijo um especial agradecimento, por sempre me incentivarem perante os desafios a fazer mais e melhor.

Por último, mas não menos importante, aos meus amigos (não mencionando nomes para não me esquecer de alguém, mas eles sabem quem são) por todo o apoio disponibilizado.

A todos eles, dedico todo este trabalho.

Resumo

Neste trabalho é analisado o comportamento de uma viga de betão armado (viga de referência A2 de Bernardo em 2003), com secção transversal retangular vazada, sujeita à torção pura até à rotura. Para tal é realizada uma análise não linear com elementos finitos, recorrendo ao software comercial ABAQUS. O estudo realizado tem como objetivo explicar não só a metodologia utilizada para a modelação da viga de referência A2 mas também interpretar toda a informação teórica necessária e subjacente à utilização do software ABAQUS para os propósitos deste trabalho. É executada uma análise para averiguar qual o melhor modelo de rotura para a caracterização do betão.

Com vista a descrever o comportamento da viga de referência sujeita à torção, foi necessário interpretar, para além de toda a informação relativa ao ensaio experimental realizado por Bernardo em 2003, também as fases antecedentes e subseqüentes relativas ao ensaio realizado. Assim, tendo por base este estudo, e para a definição do comportamento não linear do betão, numa primeira fase adotaram-se as leis constitutivas presentes no Eurocódigo 2, com ajustes aos modelos de rotura dos materiais assumidos pelo ABAQUS. Posteriormente adotou-se toda a informação característica para um betão similar ao utilizado na viga de referência, adequadamente caracterizado na bibliografia.

Com vista a descrever de forma simplificada todo o procedimento executado neste trabalho, é interpretado e descrito detalhadamente todo o processo teórico e apresentada a modelação da viga de referência A2. A modelação apresentada é descrita nas três fases essenciais à criação do modelo para simulação do problema, designadamente o pré-processamento, processamento e pós-processamento.

A partir das numerosas análises realizadas foi possível definir e calibrar um modelo que descreve bem o comportamento do betão, e aferir os parâmetros a calibrar no software para prever adequadamente o comportamento teórico global da viga de referência, designadamente através do traçado da curva do comportamento momento torsor - rotação ($T - \theta_m$).

De forma a validar as calibrações propostas para o modelo da viga A2, as previsões obtidas a partir da análise não linear com elementos finitos, no software ABAQUS, são comparadas com alguns resultados experimentais obtidos por Bernardo em 2003, presentes na literatura.

Palavras-chave

Viga, Betão Armado, torção, Elementos Finitos, Análise não linear, ABAQUS

Abstract

In this work the behavior of a reinforced concrete beam (reference beam A2 inform Bernardo in 2003) is analyzed), with rectangular cross-section hollow and subject to pure torsion until failure. For this, a non-linear finite element analysis, by using the commercial ABAQUS software, is carried out. This work aims to explain not only the methodology used to model the reference beam A2 but also to interpret all the necessary and underlying theoretical information to use ABAQUS for the purposes of this study. An analysis to determine what the best damage model for concrete is also performed.

In order to model the behavior of the reference beam A2 under torsion, it was necessary to interpret, in addition to all the experimental data presented by Bernardo in 2003, also the background and test setup for the performed test. Based on this information, to define the nonlinear behavior of concrete, it was initially adopted the constitutive laws from Eurocode 2, with some adjustments in order to be used in the failure model into ABAQUS. Later, reported appropriate information found in the literature for a similar concrete was also used.

In order to simply describe the entire procedure performed in this work, do model the reference beam, some theoretical informations is interpreted and presented in detail. The performed modelling is described for the three stages used, namely the pre-processing, processing and post-processing stage.

From several performed analyzes, it was possible to define and calibrate a numerical model that describes well the concrete behavior, and also to assess the parameters to calibrate the model to properly predict the full theoretical behavior of the reference beam, namely by computing the behavioral curve torsional moment - rotation ($T - \theta_m$).

In order to validate the calibrated model proposed for the beam A2, some predictions obtained from the non-linear finite element analysis performed in ABAQUS are also compared with some experimental results obtained by Bernardo in 2003.

Keywords

Beam, reinforced concrete, torsion, Finite Element Nonlinear analysis, ABAQUS

Índice

Capítulo 1 - Enquadramento do Tema	1
1.1. Introdução ao estudo da torção	1
1.1.1. Notas históricas	1
1.1.2. Distinção entre torção de compatibilidade e torção de equilíbrio	6
1.1.3. Distinção entre torção de <i>Saint Venant</i> e torção com Empenamento	7
1.1.4. Casos de estruturas sujeitas ao efeito torsional	9
1.1.5. Comportamento global de uma viga de betão armado sujeita à torção ...	14
1.2. Breve introdução à modelação com Elementos Finitos	17
1.3. Justificação do Tema	21
1.4. Objetivos do trabalho	22
1.5. Organização do documento	23
Capítulo 2 - Considerações gerais sobre a modelação por elementos finitos no ABAQUS ...	25
2.1. Introdução	25
2.2. Procedimento para definição e cálculo do modelo segundo o ABAQUS	25
2.3. Modelo numérico-Elementos finitos	27
2.3.1. Betão	28
2.3.2. Armaduras	29
2.4. Caracterização dos materiais	30
2.4.1. Caracterização do comportamento do betão	30
2.4.1.1. Comportamento do betão à tração	31
2.4.1.2. Comportamento do betão à compressão	34
2.4.1.3. Modelação do comportamento elástico do betão no ABAQUS	36
2.4.1.4. Modelação do comportamento não linear do betão no ABAQUS	37
2.4.2. Caracterização do comportamento do aço	49
2.4.2.1. Comportamento do aço à tração	49
2.4.2.2. Modelação do comportamento elástico do aço no ABAQUS	52
2.4.2.3. Modelação do comportamento plástico do aço no ABAQUS	53
2.5. Definição do tipo de análise	54
2.6. Definição de interações no modelo	55
2.7. Definição das condições de contorno do modelo	58
2.8. Processamento da análise para problemas não lineares	59
2.9. Visualização dos resultados	64
Capítulo 3 - Modelação da viga A2-Análise linear	67
3.1. Introdução	67
3.2. Caracterização da viga A2	67
3.3. Modelação da viga A2	78
3.3.1. Criação das componentes do modelo	80
3.3.2. Definição do tipo de elemento e criação da malha	84
3.3.3. Definição das propriedades das componentes desenhadas	88
3.3.3.1. Definição das propriedades das componentes desenhadas em betão	88
3.3.3.1.1. Definição do comportamento elástico do betão	88
3.3.3.1.2. Definição e atribuição das secções dos materiais de betão	89
3.3.3.2. Definição das propriedades das componentes desenhadas em aço de reforço	91
3.3.3.2.1. Definição do comportamento elástico do aço de reforço	91
3.3.3.2.2. Definição e atribuição das secções do aço de reforço	92

3.3.4. Associação das componentes	93
3.3.5. Configuração do tipo de análise	96
3.3.6. Definição das interações	97
3.3.7. Definição das condições de contorno	102
3.4. Processamento do modelo	104
3.5. Análise de resultados	105
Capítulo 4 - Modelação da viga A2-Análise não linear	109
4.1. Introdução	109
4.2. Modelação da viga A2 para a análise não linear	109
4.2.1. Criação das componentes	111
4.2.2. Definição do tipo de elemento e criação da malha	113
4.2.3. Definição das propriedades das componentes desenhadas	115
4.2.3.1. Definição das propriedades das componentes de betão	115
4.2.3.2. Definição das propriedades das componentes de aço	120
4.2.4. Associação de componentes	122
4.2.5. Configuração do tipo de análise	123
4.2.6. Definição das interações	123
4.2.7. Definição das condições de contorno	124
4.3. Processamento do modelo	126
4.4. Análise de resultados	126
Capítulo 5 - Análise complementar de resultados	135
5.1. Introdução	135
5.2. Betão	135
5.3. Armaduras de reforço	139
Capítulo 6 - Conclusões e recomendações para estudos futuros	143
6.1. Introdução	143
6.2. Conclusões	143
6.3. Trabalhos futuros	146
Referências Bibliográficas	147
Bibliografia Suplementar	151
ANEXOS	155
ANEXO I	157

Lista de Figuras

Figura 1.1- Vista geral da Ponte de <i>Waterloo</i> [37]	3
Figura 1.2- (a) Vista inferior da Ponte de <i>Waterloo</i> [38]; (b) secção transversal do caixão que forma uma das vigas [17]	3
Figura 1.3- Corte transversal do <i>Royal Festival Hall</i> [39]	4
Figura 1.4- Corte transversal da viga caixão triangular que suporta a laje em consola [17]	4
Figura 1.5- Fenda helicoidal numa viga em virtude da falta de armadura específica de torção [17]	5
Figura 1.6- Estrutura com efeito de torção de compatibilidade [20]	6
Figura 1.7- Estrutura com efeito de torção de equilíbrio [20]	7
Figura 1.8- (a) Torção circulatoria; (b) torção com empenamento [50]	7
Figura 1.9- Laje de cobertura em consola isolada [15]	9
Figura 1.10- Laje de cobertura (pala) em consola com continuidade [17]	9
Figura 1.11- Corte transversal de uma laje de cobertura (pala) em consola com continuidade	10
Figura 1.12- Vigas com desenvolvimento curvo [15]	10
Figura 1.13- (a) Fachada com viga com desenvolvimento curvo; (b) viga com desenvolvimento curvo na horizontal [11]	10
Figura 1.14- Viga com mudança de direção ao longo do eixo longitudinal [15]	11
Figura 1.15- Viga de suporte com carregamentos excêntricos [17]	11
Figura 1.16- Viga de suporte com carregamento excêntrico [17]	11
Figura 1.17- (a) Viga com dois apoios indiretos [15]; (b) viga com um apoio indireto [17]	12
Figura 1.18- (a) Viga de apoio de extremidade; (b) viga de apoio de continuidade [17]	12

Figura 1.19- Viga de extremidade onde apoia uma laje inclinada [17]	13
Figura 1.20- Efeito de uma carga excêntrica numa secção em caixão de um tabuleiro de uma ponte [11]	13
Figura 1.21- Ponte rodoviária Miguel Torga sobre o rio Douro inserida na A24 [36]	14
Figura 1.22- Curva típica $T- \theta$ para uma viga de betão armado sujeita à torção pura [50]	15
Figura 1.23- (a) Primeiros elementos finitos a serem utilizados (triângulos e tetraedros); (b) elementos finitos utilizados atualmente (quadriláteros e hexaedros) [40]	18
Figura 1.24-(a) Malha de elementos finitos e ações sobre a consola curta; (b) representação da deformada da consola sobre a configuração indeformada; (c) campo dos deslocamentos verticais da consola; (d) e campo das tensões normais segundo o eixo vertical [13]	20
Figura 2.1- Fluxograma do processo de cálculo segundo o ABAQUS	26
Figura 2.2- Vários tipos de elementos disponíveis em softwares de elementos finitos (adaptado de [45])	28
Figura 2.3- Geometria do elemento C3D8R [4]	28
Figura 2.4- Significado da sigla C3D8R (adaptado de [4])	29
Figura 2.5- Geometria do elemento T3D2 [4]	29
Figura 2.6- Significado da sigla T3D2 (adaptado de [4])	29
Figura 2.7- Representação do módulo de elasticidade secante [21]	31
Figura 2.8- a) Microfendilhação; (b) abertura de uma fenda principal [47]	31
Figura 2.9- Decomposição do alongamento total do betão [47]	32
Figura 2.10- Relação constitutiva para o betão à tração	33
Figura 2.11- Relação $\sigma - \varepsilon$ do betão para análise não linear [29]	35
Figura 2.12- (a) Relação $\sigma - \varepsilon$ para betões normais à compressão para distintas	

esbeltezas; (b) (a) Relação $\sigma - \varepsilon$ para betões de alta resistência à compressão para distintas esbeltezas [47].....	36
Figura 2.13- (a) Representação da área efetiva; (b) relação uniaxial tensão-extensão para o modelo de dano [14]	38
Figura 2.14- Definição do modelo <i>Concrete Damaged Plasticity</i> para caracterização do comportamento plástico do betão	39
Figura 2.15- Plano de tensões correspondente aos diferentes valores de K_c [3] ...	41
Figura 2.16- Comportamento do betão à compressão uniaxial [52]	43
Figura 2.17- Comportamento do betão à tração uniaxial [52]	44
Figura 2.18- Definição do modelo <i>Smearred Crack</i> para caracterização do comportamento plástico do betão	46
Figura 2.19- Comportamento uniaxial do betão segundo o ABAQUS (adaptado de [43])	47
Figura 2.20- Superfícies de rutura e falha no plano p-q (adaptado de [3])	48
Figura 2.21- Relações $\sigma - \varepsilon$ simplificada [29]	50
Figura 2.22 - Definição das propriedades elásticas para caracterização do comportamento elástico do aço	52
Figura 2.23 - Definição do modelo para a caracterização do comportamento plástico do aço	54
Figura 2.24- Restrição de acoplamento cinemático utilizado para transmitir a rotação a uma estrutura, sendo permitido o movimento radial (adaptado de [5])	57
Figura 2.25- Tolerância exterior para elementos embebidos (adaptado de [5]) ...	58
Figura 2.26- Convenção de deslocamento e rotações segundo o ABAQUS	59
Figura 2.27- Curva carga- deslocamento na análise de uma estrutura não linear (adaptado de [2])	60
Figura 2.28- (a) Simulação de força externa P; (b) forças internas atuantes num nó [2]	61

Figura 2.29- Primeira iteração com o incremento (adaptado de [2])	62
Figura 2.30- Segunda iteração com o incremento (adaptado de [2])	63
Figura 2.31 - Janela de seleção de dados para construção de gráficos em ABAQUS	65
Figura 3.1- Corte longitudinal da viga de referência A2 [17]	68
Figura 3.2- Corte transversal da viga de referência A2 [17]	68
Figura 3.3- (a) Corte transversal da viga A2 com referência ao posicionamento da armadura; (b) pormenorização da secção transversal da viga A2 [17]	68
Figura 3.4- Ensaio à compressão uniaxial de um provete de betão [17]	69
Figura 3.5- Ensaio à tração de um provete de aço [17]	70
Figura 3.6- Vista frontal do pórtico de ensaio com o dispositivo de ensaio da viga [17]	72
Figura 3.7- Máquina de torção concebida para o ensaio [17]	72
Figura 3.8- Desenho de dimensionamento geral da máquina de torção: (a) alçado posterior; (b) alçado frontal; (c) alçado lateral [17]	73
Figura 3.9- Desenho de dimensionamento geral do dispositivo de encastramento: (a) em planta; (b) alçado frontal [17]	74
Figura 3.10- Corte longitudinal do dispositivo de encastramento [17]	75
Figura 3.11- Dispositivo de encastramento de torção concebida para o ensaio [17]	75
Figura 3.12- (a) Localização das secções onde foram medidas as rotações; (b) transdutor de deslocamento; (c) instrumentação para medição das rotações no ensaio [17]	76
Figura 3.13- Esquema das secções onde foram colados extensómetros de resistência das armaduras [17]	76
Figura 3.14- (a) Viga no pórtico de ensaio; (b) fissuração da viga; (c) rotura da viga [17]	77

Figura 3.15- Diferença da deformação da viga: (a) antes do ensaio e (b) após o ensaio [17]	77
Figura 3.16- Curva experimental T- σ da viga A2 [17]	78
Figura 3.17- (a) Corte transversal da viga A2; (b) corte transversal da viga A2 simplificada	79
Figura 3.18- (a) Corte transversal da chapa metálica de extremidade; (b) corte transversal da zona de reforço da extremidade da viga; (c) corte transversal da zona corrente da viga	80
Figura 3.19- Corte longitudinal da viga A2	80
Figura 3.20- (a) Criação de uma componente; (b) Dados gerais da componente; (c) representação em plano da secção da zona corrente da viga	81
Figura 3.21 - (a) Mensagem e instruções exibidas na área de alerta; (b) definições de extrusão da componente	82
Figura 3.22 - (a) Representação tridimensional das chapas de aço; (b) zonas de reforço da viga; (c) zona corrente da viga	83
Figura 3.23- (a) Dados gerais do varão; (b) Desenvolvimento em plano de uma cinta; (c) mensagem e instruções exibidas na área de alerta	83
Figura 3.24- (a) Representação bidimensional de uma cinta; (b) representação bidimensional de um varão longitudinal	84
Figura 3.25- (a) Banco de dados do modelo; (b) definição do tipo de elemento finito	85
Figura 3.26- Definição do elemento finito C3D8R, utilizado na discretização dos elementos de betão e das chapas de aço	85
Figura 3.27- Definição do elemento finito T3D2, utilizado na discretização dos estribos e dos varões longitudinais	86
Figura 3.28- (a) e (b) Definição da geometria do elemento finito; (c) e (d) definição e validação da discretização do elemento; (e) geometria da malha para a secção corrente da viga	87
Figura 3.29- (a) Criação de um material; (b) definição do comportamento	

elástico do betão	89
Figura 3.30 - (a) Criação de uma nova secção; (b) definição do tipo da secção; (c) atribuição do material constituinte da secção	90
Figura 3.31 - (a) Atribuição da secção; (b) seleção da secção pretendida para a componente	90
Figura 3.32 - Definição do comportamento elásticos do aço de reforço	91
Figura 3.33 - (a) Criação e definição do tipo da secção de um varão Ø 10; (b) atribuição do material constituinte e da área transversal dessa secção	92
Figura 3.34 - Comandos mais relevantes do módulo <i>Assembly</i>	93
Figura 3.35 - Importação das componentes desenhadas para a área de trabalho ...	94
Figura 3.36 - Representação tridimensional da viga A2	95
Figura 3.37 - Representação tridimensional das armaduras de reforço da viga A2	95
Figura 3.38 - Representação tridimensional da viga A2 e respetivas armaduras de reforço	95
Figura 3.39 - (a) Criação de um <i>Step</i> ; (b) definição do tipo de análise para a simulação	96
Figura 3.40 - Definição dos incrementos do <i>Step</i> criado	97
Figura 3.41 - Criação de uma restrição no modelo	97
Figura 3.42 - (a) Criação da restrição de contacto; (b) definições da restrição	98
Figura 3.43 - (a) Criação da restrição de embebimento; (b) seleção dos elementos a incorporar; (c) seleção do elemento hospedeiro; (d) definições da restrição	99
Figura 3.44 - (a) Criação de um <i>Reference Point</i> ; (b) definição das suas coordenadas; (c) <i>Reference Point</i> no modelo	100
Figura 3.45 - (a) Criação da restrição de acoplagem; (b) seleção do ponto de domínio da acoplagem; (c) seleção da superfície de acoplagem; (d) definições da restrição	101

Figura 3.46 - (a) Ilustração de restrição de embebimento; (b) ilustração de contacto; (c) ilustração de acoplagem	102
Figura 3.47 - (a) Criação de deslocamentos e condições de apoio; (b) criação de forças	103
Figura 3.48 - (a) Criação de condição de apoio; (b) definição das restrições do modelo segundo a convenção adotada por ABAQUS	103
Figura 3.49 - (a) Criação da rotação imposta; (b) definição da intensidade e da orientação segundo a convenção adotada pelo ABAQUS	104
Figura 3.50 - (a) Criação de uma tarefa; (b) definição da tarefa	105
Figura 3.51 - (a) Acesso ao gestor de tarefas; (b) gestor de trabalhos presente no módulo <i>Job</i> de ABAQUS	105
Figura 3.52 - (a) Gestor de tarefas; (b) comando para criação de gráficos	106
Figura 3.53 - (a) Seleção da fonte para a análise; (b) seleção dos dados para o eixo dos yy	106
Figura 3.54 - Comparação da reta da análise linear do ABAQUS com a curva experimental do ensaio da viga A2	107
Figura 4.1- (a) Corte longitudinal da viga A2 para a análise não linear; (b) corte transversal C-C	110
Figura 4.2- (a) Comando <i>Partition Cell</i> ; (b) representação tridimensional do elemento de betão encurtado; (c) representação tridimensional da gaiola de reforço encurtada	111
Figura 4.3- (a) Representação dos pontos criados na secção longitudinal e transversal; (b) representação tridimensional final da componente de betão	112
Figura 4.4- (a) Desenho transversal com cotagem da malha de elementos finitos para o betão; (b) representação tridimensional dos elementos finitos da viga	113
Figura 4.5- (a) Desenho transversal com cotagem da nova malha de elementos finitos para o betão; (b) representação tridimensional da nova malha de elementos finitos	114

Figura 4.6- Representação tridimensional da malha de elementos finitos gerada na viga.....	114
Figura 4.7- Curva σ - ε para o betão de acordo com o EC2	115
Figura 4.8- Relação $\sigma_p - \varepsilon_p$ para o betão à compressão de acordo com o SCM ...	117
Figura 4.9- Curva $\sigma - \varepsilon$ do betão à compressão [42]	118
Figura 4.10- Curva $\sigma - \varepsilon$ do betão à tração [42]	118
Figura 4.11- Curva $\sigma_p - \varepsilon_p$ do betão à compressão [42]	119
Figura 4.12- Curva $\sigma_p - \varepsilon_p$ do betão à tração [42]	119
Figura 4.13- Curva σ - ε para varões de aço Ø8	120
Figura 4.14- Curva σ - ε para varões de aço Ø10	121
Figura 4.15- Curva σ - ε para varões de aço Ø12	121
Figura 4.16- (a) Relação σ - ε plástica para varões de aço Ø10; (b) colocação de dados no ABAQUS	122
Figura 4.17- Colocação das armaduras longitudinais e transversais na sua posição no interior da viga	122
Figura 4.18- Definição dos incrementos do Step criado para a análise não linear da viga A2	123
Figura 4.19- (a) Representação da limitação de embebimento dos varões; (b) representação da limitação de acoplagem de um RP a um plano interior da viga	124
Figura 4.20- (a) Travamento das translações U1 e U2 e da rotação UR3; (b) travamento da translação U3 num ponto de extremidade transversalmente à viga	125
Figura 4.21- (a) Definição da imposição da rotação no ABAQUS; (b) imposição da rotação no ponto RP2	125
Figura 4.22- Alteração das definições de processamento e definições gráficas na criação da tarefa	126
Figura 4.23- Comparação da curva $T - \theta_m$ da análise não linear do ABAQUS utilizando o SCM com a curva experimental da viga A2	127

Figura 4.24- Comparação da curva $T-\theta_m$ numérica utilizando o modelo CDP com a curva experimental da viga A2	127
Figura 4.25- Comparação da curva $T-\theta_m$ numérica utilizando o modelo CDP, após calibração de alguns parâmetros, com a curva experimental da viga A2	128
Figura 4.26- (a) Configuração indeformada da viga; (b) configuração deformada da viga ampliada a uma elevada escala; (c) configuração deformada da viga ampliada a escala real	129
Figura 4.27- (a) Tensões no betão da viga A2 instantes antes da rotura do betão à tração; (b) Esforço axial nas armaduras da viga A2 instantes antes da fendilhação	130
Figura 4.28- (a) Tensões no betão à rotura da viga A2; (b) tensões nas armaduras à rotura da viga A2	131
Figura 4.29- (a) Deslocamentos segundo U1; (b) deslocamentos segundo U2; (c) deslocamentos segundo U3	133
Figura 5.1- (a) Localização dos elementos finitos selecionados; (b) numeração dos elementos finitos selecionados	135
Figura 5.2- Relação $\sigma_c-\theta_m$ do primeiro invariante para os elementos finitos selecionados	136
Figura 5.3- Relação $\sigma_c-\theta_m$ do segundo invariante para os elementos finitos selecionados	136
Figura 5.4- Relação $\sigma_c-\theta_m$ do terceiro invariante para os elementos finitos selecionados	137
Figura 5.5- Relação $\sigma_{cp}^{\max}-\theta_m$	137
Figura 5.6- Relação $\sigma_{cp}^{\min}-\theta_m$	138
Figura 5.7- Localização dos elementos de barra selecionados	139
Figura 5.8- Relação $\sigma_{st}-\theta_m$ para uma cinta Ø8	140
Figura 5.9- Relação $\varepsilon_{st}-\theta_m$ para uma cinta Ø8	140

Figura 5.10- Relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal $\emptyset 10$	141
Figura 5.11- Relação $\varepsilon_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal $\emptyset 10$	141
Figura 5.12- Relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal de canto $\emptyset 12$	142
Figura 5.13- Relação $\varepsilon_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal de canto $\emptyset 12$	142

Lista de Tabelas

Tabela 2.1- Congruência de unidades em ABAQUS	27
Tabela 2.2- Parâmetros para caracterização do comportamento elástico do betão [17]	37
Tabela 2.3- Quadro C.1, representando as propriedades das armaduras [29]	51
Tabela 3.1- Características do betão utilizado na viga A2 [17]	69
Tabela 3.2- Características do aço de reforço utilizado na viga A2 [17]	70
Tabela 3.3- Áreas e taxas de armaduras para a viga A2 [17]	71
Tabela 3.4- Propriedades atribuídas às chapas de aço	91
Tabela 3.5- Áreas transversais dos varões de aço de reforço	92
Tabela 3.6- Resumo da atribuição das propriedades e secções a cada componente ...	93
Tabela 4.1- Valores utilizados para os parâmetros do <i>Failure Ratios</i>	117
Tabela 4.2- Valores utilizados para os parâmetros do <i>Tension Stiffening</i>	117
Tabela 4.3- Valores utilizados para os parâmetros do <i>Shear Retention</i>	117
Tabela 4.4- Parâmetros requeridos pelo modelo CDP para caracterização do comportamento não linear do betão	119
Tabela 4.5- Momento torsor de fissuração e respetiva rotação	133
Tabela 4.6- Momento torsor resistente (máximo) e respetiva rotação	134

Simbologia

Alfabeto Latino

- A - Área da secção transversal
- A_c - Área da secção limitada pelo perímetro exterior (incluindo a parte oca)
- A_{ef} - Área limitada pela linha média das paredes de uma secção oca/ área total efetiva da armadura longitudinal
- A_l - Área total de armadura longitudinal
- A_t - Área de um ramo da armadura transversal
- C_a - Correção do deslocamento
- C_b - Correção do deslocamento seguinte após iteração
- D_0^{el} - Rigidez elástica inicial do material
- D^{el} - Degradação da rigidez elástica
- E_s - Módulo de elasticidade secante do aço
- E_c - Módulo de elasticidade secante do betão
- G - Módulo de distorção do betão
- GJ^I - Rigidez elástica de torção em estado I (não fissurado)
- GJ^{II} - Rigidez elástica de torção em estado II (fissurado)
- I_a - Força interna ou força atuante num nó
- K_a - Tangente inicial à curva carga-deslocamento
- P - Carga

- R_a - Força residual ou força não balanceada
- R_b - Força residual após iteração
- T - Momento torsor
- T_{cr} - Momento torsor de fissuração
- U - Deslocamento
- UR - Rotação
- d - Variável escalar da degradação da rigidez
- d_c - Variável de dano uniaxial à compressão
- d_t - Variável de dano uniaxial à tração
- d_v - Variável de degradação da rigidez viscosa
- f_{ck} - Valor característico da resistência à compressão do betão
- f_{ctm} - Valor médio da resistência à tração do betão
- f_{lym} - Valor médio da tensão de cedência da armadura longitudinal
- f_{tym} - Valor médio da tensão de cedência da armadura transversal
- f_{yk} - Valor característico da tensão de cedência da armadura
- f_{tm} - Valor médio da tensão de rotura da armadura ordinária
- f_u - Tensão última
- $q(TM)$ - Invariante das tensões no meridiano das trações
- $q(CM)$ - Invariante das tensões no meridiano das compressões
- s - Espaçamento longitudinal entre cintas
- u - Perímetro da linha média das cintas

- u_0 - Deslocamento inicial (antes do carregamento)
- u_a - Deslocamento devido ao incremento do carregamento
- w - Abertura da fenda principal

Alfabeto Grego

- Δl - Alongamento total do provete
- Δl_{el} - Soma do alongamento elástico nas zonas não fendilhadas
- ΔP - Incremento de carga
- Δu_a - Incremento de deslocamento
- Δu_b - Incremento de deslocamento após nova iteração
- ε - Extensão
- ε_{c1} - Extensão correspondente à tensão máxima
- ε_{cu1} - Extensão correspondente à tensão última
- ε_{su} - Extensão última convencional da armadura ordinária
- ε_u - Extensão última
- ε_{ym} - Valor médio da primeira extensão de cedência
- $\varepsilon(\theta, f_i)$ - Excentricidade potencial de fluidez
- $\dot{\varepsilon}$ - Taxa de deformação total
- $\dot{\varepsilon}^{el}$ - Parcela elástica da taxa de deformação

- $\dot{\varepsilon}^{pl}$ - Parcela plástica da taxa de deformação
- \emptyset - Diâmetro
- μ - Parâmetro de regularização visco plástica
- θ - Ângulo de rotação por unidade de comprimento
- ρ_l - Taxa de armadura longitudinal de torção
- ρ_t - Taxa de armadura transversal de torção
- ρ_{tot} - Taxa total de armadura de torção
- σ - Tensão
- σ_{b0} - Tensão inicial de compressão equibiaxial
- σ_{c0} - Tensão inicial de compressão uniaxial
- σ_{c0} - Tensão inicial do betão à compressão
- $\sigma_{ct}(w)$ - Tensão de abertura de fendas
- σ^{\max} - Tensão principal máxima (positiva)
- σ^{\min} - Tensão principal mínima (negativa)
- σ_{t0} - Tensão máxima de rutura à tração
- ν - Coeficiente de *Poisson*
- $\psi(\theta, f_i)$ - Ângulo de dilatância

Lista de Acrónimos

ACI	- American Concrete Institute
BC	- Boundary Conditions
CDP	- Concrete Damaged Plasticity
CEB	- Comité Européen du Béton
CMP	- Classic Metal Plasticity
EC2	- Eurocódigo 2
EC3	- Eurocódigo 3
ELS	- Estado Limite de Serviço
ELU	- Estado Limite Último
EN	- European Norm
fib	- Fédération International du Béton
FIP	- Fédération International de la Précontrainte
LNEC	- Laboratório Nacional de Engenharia Civil
MC	- Model Code
MEF	- Método dos Elementos Finitos
PMP	- Porous Metal Plasticity
RP	- Reference Point
SCM	- Smeared Crack Model
SI	- Sistema Internacional

Capítulo 1-Enquadramento do tema

1.1. Introdução ao estudo da torção

1.1.1. Notas históricas

Logo no início do século XX, Mörsh (1904) realizou, os primeiros ensaios à torção em vigas de betão armado cilíndricas, maciças e ocas, com o intuito de estudar o seu comportamento à torção, tendo posteriormente em 1921 aprofundado o seu estudo [32]. Apesar da existência deste estudo precursor, durante muitas décadas do século passado, para o dimensionamento de estruturas em betão armado o efeito da torção era geralmente desprezado, pois era admitido que os esforços de torção eram “absorvidos” através de redistribuição interna de esforços e pela reserva de resistência que os fatores de segurança favoreciam.

Ainda assim, a literatura faz referência ao caso das estacas de betão armado pré-fabricado que eram cravadas por meio mecânico através não só da aplicação de uma força vertical mas também de um momento torsor determinado previamente, ou seja, através da aplicação simultânea de esforços de compressão e torção ao longo da estaca. Este tipo de estacas em betão armado pré-fabricadas disponham de uma armadura helicoidal. Esta armadura transversal de torção era quantificada tendo por base ensaios experimentais para garantir a resistência necessária aos esforços impostos durante o processo de cravação [46]. Como o valor e o sentido do momento torsor era conhecido previamente, na quantificação da armadura helicoidal através dos ensaios experimentais eram alteradas as variáveis, como a resistência e o tipo de solo, a profundidade de penetração da estaca, entre outros.

Na década de 60 do século passado, com o projeto e construção de estruturas em betão armado com geometria complexa e onde a torção assumia um papel importante enquanto esforço interno, a comunidade técnica deu conta da falta de documentação de apoio para o dimensionamento de peças em betão armado sujeitas a torção.

Foi em 1960 que o estudo de torção de vigas de betão armado despertou maior interesse, e desde então foram realizados inúmeros ensaios e trabalhos teóricos com o intuito de contrariar a escassa informação acerca do assunto até à data. Foi nos Estados Unidos que o *American Concrete Institute* (ACI) [8] que, depois da publicação de *Torsion of Structural Concrete SP-18*, em 1968, foi pioneiro no desenvolvimento do primeiro documento normativo, o ACI 318-71 [7], que incorporava cláusulas específicas para o dimensionamento de vigas à torção.

No decorrer da década de 70 do século passado, em países distintos começaram também a surgir diversas normas sobre o assunto. Uma das investigações mais relevantes sobre os procedimentos do dimensionamento à torção foi levado a cabo, durante um período de 5 anos, pelo *Comité Européen du Béton* (CEB), tendo conduzido à edição do código europeu MC 78 [22], o qual também já incorporava cláusulas para o dimensionamento de vigas à torção.

Entretanto, em resultado da evolução da arquitetura moderna que obrigava à conceção frequente de estruturas irregulares e ousadas, que obrigam a cálculos mais morosos, sentiu-se também a necessidade de otimizar os métodos de cálculo. Em resultado desta evolução, a par da evolução dos computadores, foram sendo criadas ferramentas auxiliares, tais como programas de cálculo automático, e deste modo o desprezo dos efeitos da torção, enquanto um dos esforços internos, deixou de se justificar. Deixou assim de ser necessário incorporar os efeitos torsionais nas elevadas reservas de segurança das estruturas garantidas pelos fatores de segurança então utilizados, cuja redução dos mesmos conduziu a estruturas mais económicas.

Foi em Londres que foram construídas as primeiras estruturas onde o efeito da torção foi reconhecido como desempenhando um papel importante, e por isso, foi explicitamente considerado no processo de dimensionamento; a Ponte de *Waterloo* e o *Royal Festival Hall*.

A Ponte de *Waterloo*, com início de construção em 1938 e inauguração em Dezembro de 1945, (Figuras 1.1, 1.2 (a) e (b)) é uma ponte rodoviária e pedestre que atravessa o rio Tâmissa. Esta estrutura é constituída por duas vigas em caixão nas extremidades do tabuleiro com três células cada, que formam o elemento principal do tabuleiro (Figura 1.2 (b)).

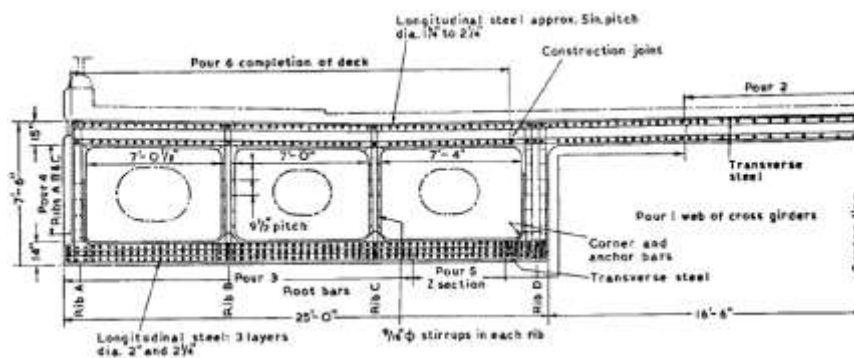
Em 1948, o principal autor do projeto da Ponte de *Waterloo*, John Cuerel, levando em conta a existência de cargas concentradas excêntricas que geravam elevados momentos torsões nas vigas em caixão, julgou ser necessário de incorporar os efeitos torsionais. Para tal, foram realizados ensaios experimentais com base em modelos reduzidos das vigas em caixão [27], com as mesmas características das que iriam ser utilizadas na construção da ponte, com o intuito de avaliar a capacidade resistente à torção das referidas vigas. Os ensaios serviram também para verificar se o fator de forma utilizado para o cálculo rigidez à torção de uma viga retangular oca ou com secção cheia era o mesmo que o fornecido pela teoria de *Saint Venant*. Os referidos ensaios forneceram resultados muito semelhantes aos previstos pela teoria. Além disso, foi também possível confirmar que a tensão tangencial máxima era atingida na parede de menor espessura da viga.



Figura 1.1- Vista geral da Ponte de Waterloo [37]



(a)



(b)

Figura 1.2- (a) Vista inferior da Ponte de Waterloo [38]; (b) secção transversal do caixão que forma uma das vigas [17]

O *Royal Festival Hall* constitui uma construção extremamente modernista para a década de 40, tendo sido projetada pelo arquiteto Hugh Casson. Com início da construção em 1948, foi inaugurado em 3 de maio de 1951. Foi neste mesmo ano que Measor e New,

responsáveis pela conceção e construção, cederam alguns pormenores do dimensionamento e conceção da “caixa de torção” constituída por uma viga triangular em caixão que suportava uma laje em consola, e em que o carregamento da laje provocava elevados momentos torsores necessários de serem considerados no dimensionamento (Figuras 1.3 e 1.4) [44].



Figura 1.3- Corte transversal do *Royal Festival Hall* [39]

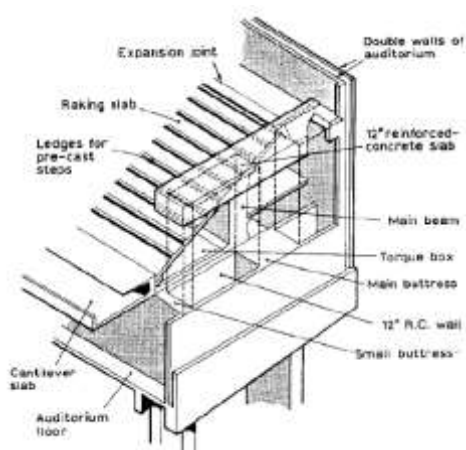


Figura 1.4- Corte transversal da viga caixão triangular que suporta a laje em consola [17]

A título exemplificativo acerca da consequência de não terem sido considerados os efeitos torsionais, a Figura 1.5 ilustra um caso documentado em 1964. Trata-se do caso da rotura de uma viga de um parque de estacionamento na Florida, que evidenciou claramente uma fenda helicoidal. A tipologia da fenda evidencia a falta de armadura para resistir à torção. Na bibliografia estão também referenciados outros casos, em que devido ao peso excessivo de algumas varandas em consola de edifícios, as vigas de apoio fissuraram com um padrão de fissuraram extensivamente com um padrão de fissuras por torção. [34]. Estes casos documentados contribuíram para sensibilizar a comunidade técnica sobre a importância de considerar os efeitos torsionais no dimensionamento de elementos de betão armado sujeitos a esforços de torção primários.



Figura 1.5- Fenda helicoidal numa viga em virtude da falta de armadura específica de torção [17]

A interação da torção com os outros esforços internos constitui um problema acrescido do dimensionamento de secções de betão armado. Para este caso geral, os documentos normativos orientam para o dimensionamento em separado para os vários esforços internos e no final indica para uma sobreposição das armaduras resultantes. Para complementar o processo de verificação, as normas remetem também para uma verificação adicional da interação entre os esforços, designadamente entre o esforço transversal e o momento torsor. No entanto, observa-se que em geral, os documentos normativos e no que se refere à torção, apenas expõem métodos de verificação direta para o Estado Limite Último de resistência à torção, não apresentando, por exemplo, disposições para a incorporação direta dos efeitos torsionais nos Estados Limites de Serviço, designadamente para a verificação dos níveis de tensões nos materiais e também da abertura de fendas. Tal observação mostra que os estudos sobre os efeitos torsionais em elementos de betão armado, em torção pura ou em situação de interação com outros esforços internos, deve prosseguir.

Refere-se ainda que, para além da problemática anteriormente referida e relacionada com o ainda tratamento insuficiente dos efeitos torsionais por parte das normas, a utilização de sistemas construtivos especiais, como a incorporação de pré-esforço longitudinal ou transversal, a utilização de novos materiais, como os betões de alta resistência e ultra alta resistência, betões com fibras ou com agregados leves, não sido convenientemente acompanhado por estudos direcionados e atualizações necessárias das normas, o que cria dificuldades adicionais para a conveniente incorporação dos efeitos torsionais no processo de dimensionamento de vigas de betão estrutural à torção.

1.1.2. Distinção entre torção de compatibilidade e torção de equilíbrio

Existem duas formas distintas de classificar o efeito responsável pela manifestação da torção nas estruturas, a torção de compatibilidade e a torção de equilíbrio. Para explicar esta distinção, tome-se por base os pórticos ilustrados nas Figuras 1.6 e 1.7.

No caso de um pórtico corrente de um edifício como o ilustrado na Figura 1.6 (a), sendo uma estrutura hiperestática com ligações monolíticas entre os elementos da estrutura, a torção gerada nas vigas é resultado da compatibilidade de deformações entre elementos. A não consideração explícita dos efeitos torsionais no processo de dimensionamento da estrutura não coloca em causa o equilíbrio da mesma, pois apesar da possível fissuração e consequente deformação da estrutura devido à redistribuição interna de esforços, esta preserva o equilíbrio e não colapsa. Nesta situação, a torção é designada por torção de compatibilidade, visto a torção desempenhar um efeito secundário, sendo possível desprezá-la no dimensionamento considerando para tal como nula (ou muito baixa) a rigidez de torção da viga. Contudo, mesmo optando por este procedimento simplificado, é necessário adotar as disposições construtivas necessárias, relativas por exemplo às quantidades mínimas e à disposição das armaduras, para o controlo da fissuração, como é prescrito por exemplo pelo Eurocódigo 2, EN 1992-1-1 [29]. A torção de compatibilidade pode ser desprezada no dimensionamento da estrutura, não só porque a estrutura não necessita de a considerar para manter o equilíbrio, mas principalmente porque se observa experimentalmente que, em estado fissurado, a rigidez de torção da viga sofre uma acentuada diminuição, e consequentemente os esforços de torção de compatibilidade reduzem drasticamente [50].

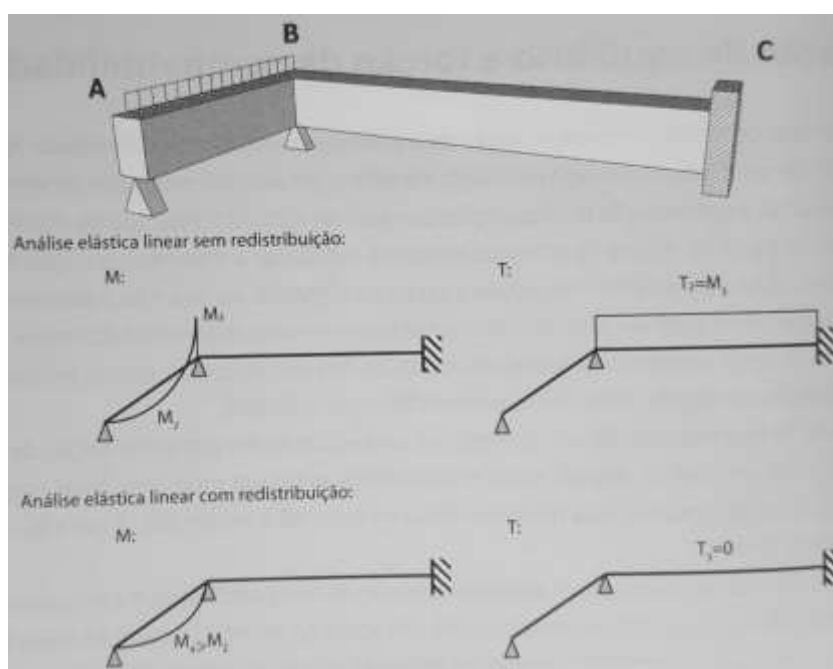


Figura 1.6- Estrutura com efeito de torção de compatibilidade [20]

Considera-se um caso de torção de equilíbrio quando, global ou parcialmente, o equilíbrio de uma estrutura, ou de parte dela, depende da rigidez de torção da viga de apoio. Neste caso não é possível desprezar o efeito dos esforços de torção no dimensionamento da viga sob pena da estabilidade da estrutura ser posta em causa. No caso da estrutura ilustrada na Figura 1.7, parte da estrutura torna-se instável se for desprezada a resistência de torção da viga de apoio.

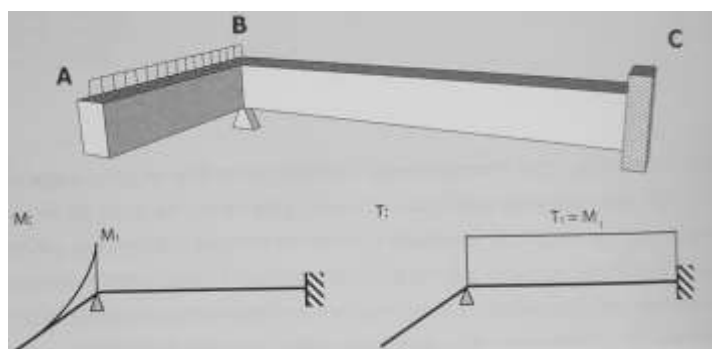


Figura 1.7- Estrutura com efeito de torção de equilíbrio [20]

1.1.3. Distinção entre torção de *Saint Venant* e torção com Empenamento

O mecanismo como uma viga absorve os esforços de torção é influenciado sobretudo pela geometria da secção transversal. Tal conduz a outra classificação dos efeitos de torção em função precisamente da geometria da secção da viga. Quando são aplicados momentos torsores numa secção cheia ou oca, estes momentos são resistidos através de um fluxo de tensões de corte (ou tangenciais) circulatorias ao longo da secção. Esta situação é denominada por Torção circulatoria ou Torção de *Saint Venant*, e encontra-se ilustrada na Figura 1.8 (a) para um elemento com secção retangular oca. Já em elementos com secção aberta, os esforços de torção são resistidos essencialmente por momentos fletores adicionais que se geram nas paredes do elemento. Esta situação é denominada por *Torção com empenamento* e encontra-se ilustrada na Figura 1.8 (b) para um elemento com secção em “U”.

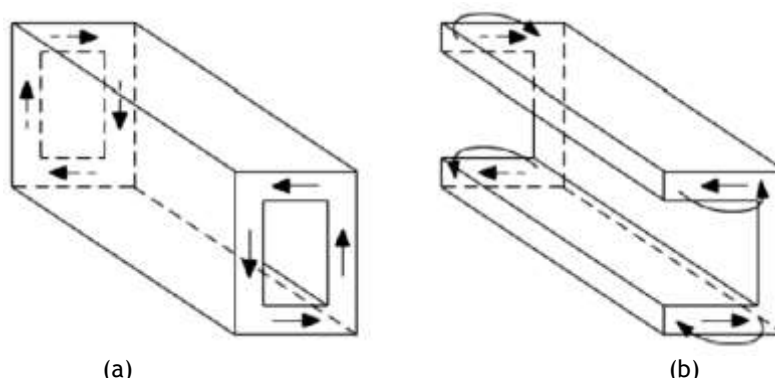


Figura 1.8- (a) Torção circulatoria; (b) torção com empenamento [50]

Quando numa secção atuam diferentes alongamentos longitudinais das fibras, a secção sofre empenamento. Esta situação pode ocorrer devido a restrições que restringem de forma não uniforme as deformações longitudinais, ou também devido à distribuição não homogénea do momento torsor, que pode ser variável ao longo do desenvolvimento da viga.

As secções circulares e secções que possuam determinadas propriedades simétricas de configuração são livres de empenamento. À exceção das secções referidas anteriormente, todas as restantes apresentam empenamento, sendo no entanto este muito reduzido nas secções retangulares cheias ou ocas quando não existem restrições ao empenamento, principalmente no estado fissurado. No que diz respeito à influência da espessura da secção quanto ao empenamento, refere-se que as secções que possuem paredes finas não sofrem tanto empenamento como as secções constituídas por paredes espessas [51]. O empenamento ocorre com maior ênfase em secções abertas constituídas por três paredes, como o caso de secções em “I” ou “U”, visto gerarem-se esforços de flexão secundários que não devem ser desprezados no dimensionamento. Já em secções com duas paredes, como o caso de secções em “L”, o empenamento gera apenas pequenos acréscimos de tensões que geralmente podem ser desprezados no cálculo, visto a resistência da viga não ficar comprometida pelo empenamento.

Nas secções retangulares cheias ou ocas (secções mais usuais para vigas de betão armado), e também em elementos que não estejam restringidos, os efeitos da *Torção de Saint Venant* são mais significativos que os efeitos de empenamento. Quando existem restrições ao empenamento geram-se tensões longitudinais de tração e compressão, e uma redução das tensões tangenciais, que com a passagem para o estado fissurado, origina uma redução significativa das tensões longitudinais devido à “libertação” proporcionada pelas fissuras. Visto que as vigas de betão armado correntes possuem secções retangulares cheias ou ocas, é admissível desprezarem-se os efeitos gerados pelas restrições, pois possuem um carácter benéfico ao aliviar as tensões longitudinais adicionais na secção [50].

Relativamente à *Torção de Saint Venant*, no caso de uma viga de betão armado de secção cheia ou oca, os momentos torsores só são resistidos através de um fluxo de tensões circulatorias enquanto a secção não estiver fissurada. Com a passagem para o estado fissurado os esforços de torção passam a ser resistidos por mecanismos adicionais, tal como o efeito de treliça espacial, o qual incorpora fortemente a influência das armaduras longitudinais e transversais.

Refere-se que os documentos normativos geralmente apenas apresentam disposições para o dimensionamento à torção de *Saint Venant*.

1.1.4. Casos de estruturas sujeitas ao efeito torsional

Quando no dimensionamento de algumas estruturas o esforço de torção assume um papel preponderante, como é o caso da torção de equilíbrio, a estrutura deve ser dotada de uma armadura específica para garantir a resistência necessária ao esforço torsional. Já no caso de o momento torsor evidenciar um papel secundário, como é o caso da torção de compatibilidade, os documentos normativos permitem desprezar os efeitos torsionais para os ELU, desde que sejam adotadas quantidades e disposições de armaduras longitudinais e transversais adequadas.

As Figuras 1.9, 1.10 e 1.11 apresentam situações de lajes de cobertura em consola apoiadas em vigas, com ou sem continuidade. Na situação ilustrada na primeira figura, os esforços de torção sobre a viga que sustenta a laje ostenta um papel significativo, visto tratar-se de uma situação de torção de equilíbrio em resultado da laje de cobertura não possuir continuidade.

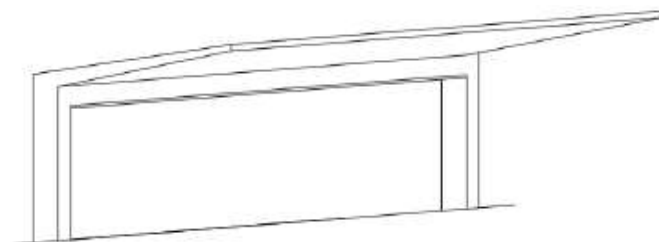


Figura 1.9- Laje de cobertura em consola isolada [15]

Nos casos ilustrados nas Figuras 1.10 e 1.11, uma vez que as lajes em consola possuem continuidade com a laje adjacente, a ação do esforço de torção sobre a viga é secundária, tratando-se de casos de torção de compatibilidade [17].



Figura 1.10- Laje de cobertura (pala) em consola com continuidade [17]

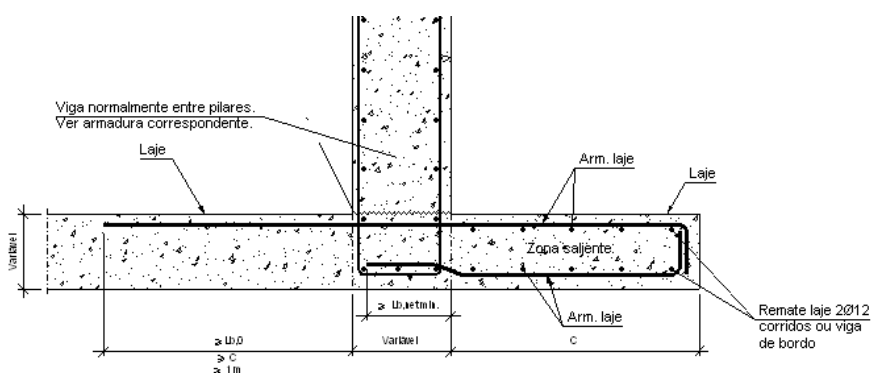


Figura 1.11- Corte transversal de uma laje de cobertura (pala) em consola com continuidade

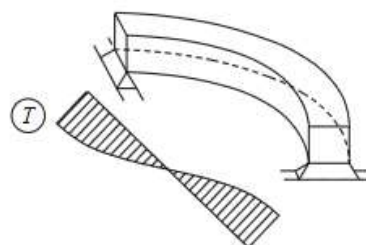
A torção surge também em vigas com desenvolvimento curvo (Figuras 1.12 e 1.13), situação cada vez mais corrente nas construções modernas, não obstante o carregamento ser aplicado de forma simétrica em relação à secção transversal, ao longo do eixo da viga. Em virtude da excentricidade do carregamento em relação ao eixo que une os apoios da viga, ao longo do eixo da mesma, em resultado das restrições nos apoios à rotação da viga, surgem momentos torsores. Nestes casos, trata-se de torção de equilíbrio.



Figura 1.12- Vigas com desenvolvimento curvo [15]



(a)



(b)

Figura 1.13- (a) Fachada com viga com desenvolvimento curvo; (b) viga com desenvolvimento curvo na horizontal [11]

Na Figura 1.14 é ilustrado outro caso similar aos apresentados anteriormente, tratando-se de uma viga que apresenta um desenvolvimento reto “quebrado” entre apoios (pilares). Novamente, em virtude da excentricidade do carregamento em relação ao eixo que une os apoios, surgem momentos torsões na viga.

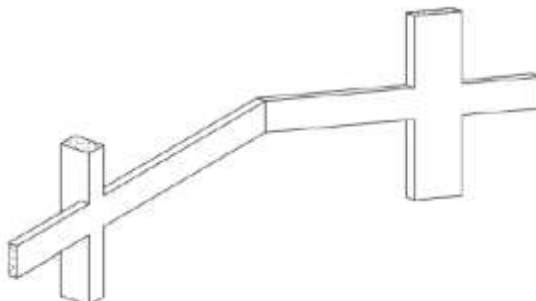


Figura 1.14- Viga com mudança de direção ao longo do eixo longitudinal [15]

As vigas pré-fabricadas, Figura 1.15, representam outro caso onde pode existir efeito de torção gerado por cargas excêntricas em relação ao eixo da viga. Tais cargas podem resultar do apoio de elementos secundários, transmitidas através das abas de um banzo inferior. Qualquer assimetria de carregamento, em relação à viga principal, resulta numa situação de torção de equilíbrio.

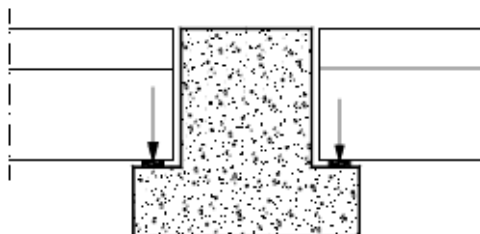


Figura 1.15- Viga de suporte com carregamentos excêntricos [17]

A Figura 1.16 representa um caso similar ao anterior, na qual se encontra representada uma parede de alvenaria apoiada excêntrica por meio de uma aba superior, cujo peso gera momento torsor na viga.



Figura 1.16- Viga de suporte com carregamento excêntrico [17]

As estruturas representadas seguidamente nas Figuras 1.17 (a) e (b), ilustram situações de vigas que possuem um ou até mesmo ambos apoios indiretos. Em virtude do carregamento da viga secundária (viga apoiada) que induz uma deformação por flexão, a viga principal (viga de apoio) fica sujeita à ação do momento torsor devido à sua rigidez de torção e à ligação monolítica existente com as vigas secundárias. Nestes casos, trata-se de torção de compatibilidade.

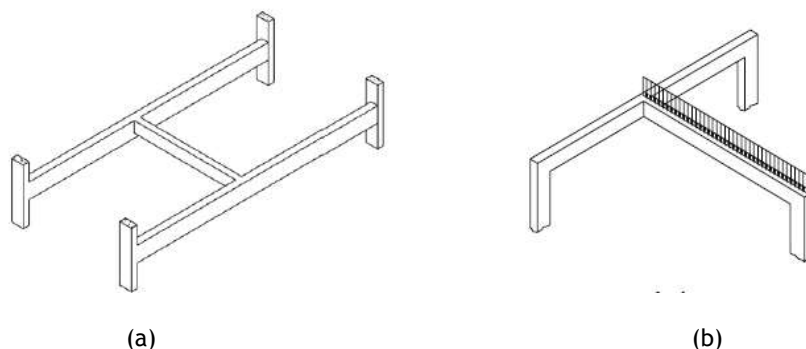


Figura 1.17- (a) Viga com dois apoios indiretos [15]; (b) viga com um apoio indireto [17]

Algumas das vigas de pavimento também ficam sujeitas a ações de momentos torsores. No caso representado na Figura 1.18 (a), a laje de pavimento, quando sujeita a ação de um carregamento uniforme, induz rotação na zona dos apoios. A viga de bordo que apoia a laje, em virtude da sua rigidez de torção e da ligação monolítica da viga com a laje de pavimento e com o pilar, fica sujeita a momentos torsores. Tal momento é responsável pelo aparecimento de momentos negativos na laje junto à viga de bordo. Já no caso da viga de continuidade, ilustrado na Figura 1.18 (b), se a laje tender a rodar sobre a viga em virtude de não existir simetria (assimetria de carregamento, vãos ou rigidezes) a viga ficará sujeita a momentos torsores, novamente em virtude da sua rigidez de torção e da sua ligação à laje e pilares. Este efeito gera um diferencial do momento fletor de continuidade da laje, à esquerda e à direita da viga de apoio. As situações ilustradas nas Figuras 1.18 (a) e 1.18 (b) correspondem a torção de compatibilidade.

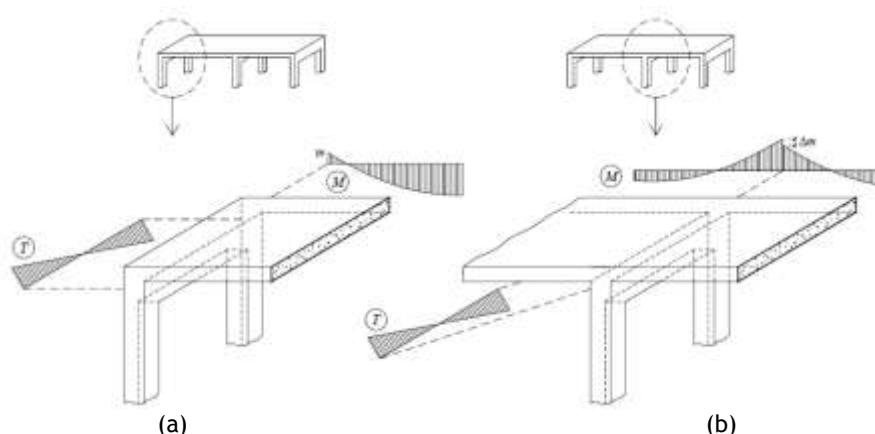


Figura 1.18- (a) Viga de apoio de extremidade; (b) viga de apoio de continuidade [17]

Os momentos torsores nas vigas de bordadura nem sempre são originados unicamente pela deformação da laje adjacente, como visualizado na Figura 1.18 (a). No caso de uma laje de cobertura inclinada, Figura 1.19, os momentos torsores originados nestas vigas, podem ser principalmente causados devido à “descarga” excêntrica da força axial distribuída proveniente da laje inclinada. Esta situação corresponde a torção de equilíbrio.

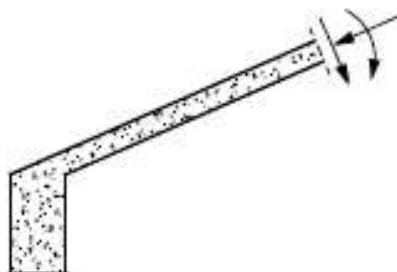


Figura 1.19- Viga de extremidade onde apoia uma laje inclinada [17]

No caso das pontes a torção assume em geral um papel primário, devido não só à geometria correntemente utilizada para o tabuleiro, mas também devido às elevadas ações concêntricas e excêntricas a que as vigas do tabuleiro estão sujeitas. Para a viga em caixão ilustrada na Figura 1.20, as ações excêntricas podem facilmente gerar elevados momentos torsores. Esta é uma situação de torção de equilíbrio.

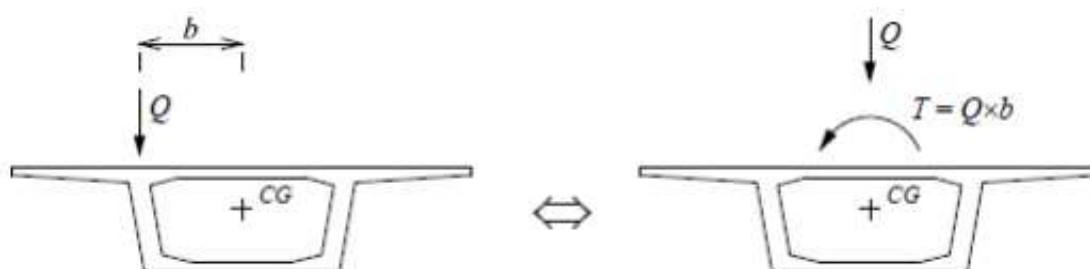


Figura 1.20- Efeito de uma carga excêntrica numa secção em caixão de um tabuleiro de uma ponte [11]

O efeito anteriormente descrito, gerador de momentos torsores, é agravado nas situações em que o tabuleiro possui um desenvolvimento curvo em planta, estando restringido ao nível dos apoios. Em 1998, foi construída a ponte rodoviária Miguel Torga sobre o rio Douro, que liga a Régua a Lamego (Figura 1.21). A ponte possui uma extensão de 900 metros e encontra-se inserida num traçado curvo com 600 metros de raio. Trata-se de uma situação onde o efeito da torção na viga em caixão torna-se importante. A construção da plataforma rodoviária com um único tabuleiro contínuo em caixão monocelular é uma solução adequado para absorver os efeitos torsionais, dada a sua grande rigidez à torção [17].



Figura 1.21- Ponte rodoviária Miguel Torga sobre o rio Douro inserida na A24 [36]

1.1.5. Comportamento global de uma viga de betão armado sujeita à torção

Conforme referido na Secção 1.1.1, ao longo das últimas décadas, tem-se vindo a estudar o comportamento das vigas de betão armado sujeitas a esforços de torção através da realização de amplas campanhas de ensaios experimentais. A partir dos resultados obtidos destes ensaios é possível, para as vigas correntes de betão estrutural, construir uma curva tipificada que relaciona o momento torsor (T), com a rotação transversal da secção (θ). Através desta curva, e para vigas com taxas de armaduras correntes, consegue-se visualizar as várias fases comportamentais da viga ao longo do historial de carga, até ao momento torsor de rotura. Como é possível visualizar na Figura 1.22, esta curva é caracterizada por três zonas distintas, zona 1, 2 e 3, que caracterizam diferentes fases de comportamento da viga sujeita à torção pura.

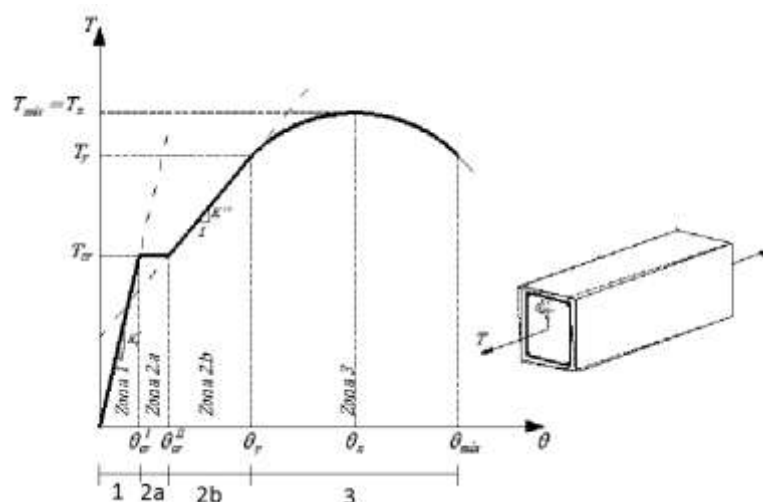


Figura 1.22-Curva típica $T-\theta$ para uma viga de betão armado sujeita à torção pura [50]

A primeira zona, zona 1, está compreendida entre o início do ensaio até ao momento torsor de fissuração (T_{cr}). Esta zona corresponde ao estado não fissurado (estado I) e é geralmente caracterizada de uma forma simplificada por uma reta com declive constante que representa a rigidez elástica à torção (G_j^I). Tal rigidez pode ser calculada recorrendo à Teoria de *Saint Venant* tendo por base um comportamento elástico linear. Através do estudo dos ensaios experimentais, verifica-se na realidade uma ligeira diminuição da rigidez pouco antes do momento torsor de fissuração ser atingido. As microfissuras que se desenvolvem no betão são as principais responsáveis pela ligeira diminuição da rigidez elástica à torção antes da fissuração efetiva. Visto que nesta fase as rotações transversais são bastantes pequenas, é aceitável desprezar a referida e ligeira não linearidade e considerar por simplificação uma reta até ao final do estado I. Nesta fase a armadura de torção praticamente não contribui para a rigidez da viga, contudo contribui para um pequeno acréscimo do momento torsor de fissuração, retardando o aparecimento da fissuração efetiva. Conforme observado por Bernardo em 2003 [17], o acréscimo do momento torsor de fissuração é diretamente proporcional à quantidade de armadura de torção.

O início da zona 2 ocorre com a fissuração efetiva da viga, ou seja, quando esta atinge o momento torsor de fissuração (T_{cr}). A zona 2 representa o estado fissurado (estado II). A zona 2 pode geralmente ser dividida em duas partes: as zonas 2a e 2b. Na zona 2a ocorre um aumento da rotação para um momento torsor aproximadamente constante, podendo esta zona ser caracterizada por uma reta de declive nulo. A zona 2b corresponde a uma fase em que as rotações aumentam com o momento torsor de uma forma praticamente proporcional, sendo por isso possível traduzir esta zona por uma reta cujo declive corresponde à rigidez de torção em estado fissurado (G_j^{II}). Este comportamento é válido até se atingir um determinado nível para o momento torsor. Segundo Bernardo em 2003 [17], quando se inicia a zona 2 e ocorre a fissuração, já não é possível descrever o comportamento

das vigas tendo por base a teoria de *Saint Venant*, visto que com a fissuração o material deixar de ser homogéneo, deixando de ser válida uma das hipóteses básicas da teórica da elasticidade. Além disso, na zona 2b as armaduras participam ativamente para a rigidez da viga, principalmente nas zonas fissuradas.

A explicação do aumento brusco da rotação na zona 2a constitui ainda um tema algo controverso para muitos autores, devido principalmente à observação de diferentes resultados obtidos na análise de secções vazadas e secções cheias. Em vigas com secção vazada a zona 2a é menos pronunciada, experimentalmente, constituindo uma zona de transição mais suave, particularmente em secções vazadas de parede fina para as quais a zona 2a é geralmente inexistente. Existe uma explicação possível para estas observações tendo por base uma comparação com vigas de secção cheia. Segundo Bernardo em 2003 [17] a diferença observada entre a transição do estado 1 para o estado 2, entre secções cheias e secções vazadas, diz respeito à maior capacidade de redistribuição transversal de tensões tangenciais imediatamente após a fissuração por parte das secções cheias, que aliado à diminuição da rigidez de torção devido à fissuração, provoca um brusco aumento da rotação com momento torsor constante até que as armaduras sejam efetivamente mobilizadas. Esta maior capacidade de redistribuição de tensões tangenciais nas secções cheias decorre pelo facto destas possuírem um núcleo central de betão. Nas secções vazadas, e em especial nas secções de paredes finas, se não existir uma espessura de parede suficiente, a redistribuição transversal das tensões tangenciais é limitada ou praticamente nula, obrigando a uma mobilização mais rápida das armaduras. Em consequência, a passagem da zona 1 para a zona 2b ocorre de forma mais rápida, ou quase imediata, podendo ainda assim existir uma zona 2a muito suave e mais difícil de ser observada experimentalmente.

Dado se observar um comportamento praticamente elástico-linear para viga fissurada na zona 2b, vários autores (Bernardo [17], Hsu [35]) verificaram que o modelo de treliça espacial com ângulo constante de 45° é bastante adequado para a caracterização da viga nesta zona, considerando-se um comportamento elástico-linear dos materiais. Este modelo é somente válido enquanto a viga apresentar um comportamento linear, o qual deixa de ser válido quando a viga entra na zona 3 da curva $T-\theta$, a partir de um determinado momento torsor a partir do qual a viga evidencia um comportamento marcadamente não linear, como constatado por Bernardo em 2003 [18] [19]. A perda de linearidade que caracteriza a zona 3 pode ser justificada em duas situações. A primeira ocorre devido à cedência de, pelo menos, uma das armaduras de torção (longitudinal ou transversal). A segunda, que geralmente ocorre em vigas com elevadas taxas de armadura de torção e com uma rotura tipicamente frágil, prende-se com o elevado nível de tensões instaladas no betão comprimido nas escoras, o qual responde de uma forma não linear ao incremento das deformações.

A rotura efetiva da viga marca o fim da zona 3. A rotura ocorre geralmente por esmagamento do betão comprimido nas escoras, com ou sem as armaduras em cedência, dependendo da taxa de armadura de torção da viga.

1.2. Breve introdução á modelação com Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos (MEF) apresenta atualmente um desenvolvimento que permite a sua aplicação em vários campos da engenharia. Para um engenheiro de estruturas, a utilização do MEF no estudo de um sólido de geometria arbitrária, sob a ação de esforços exteriores, permite a determinação do estado de tensões e de deformações desse mesmo sólido. Atualmente estes resultados são obtidos com o auxílio de softwares, uma ferramenta que veio facilitar o trabalho do engenheiro de estruturas, principalmente para o projeto de estruturas complexas. Uma utilização racional do MEF possibilita realizar uma sucessão de análises e modificações das características da estrutura em análise com o intuito de proceder à sua otimização, tanto a nível económico como a nível funcional.

O MEF é formulado e aplicado dependendo de simplificações associadas a cada tipo de problema. Assim, existem aspetos que são necessários levar em conta na fase que antecede a análise de uma estrutura, tais como a classificação quanto à geometria, modelo do material e tipo de análise. No que diz respeito à geometria, as estruturas podem ser classificadas como reticuladas, laminares ou sólidas. Estruturas que se desenvolvam para ambos os lados de uma superfície média, e apresentam uma espessura muito inferior às restantes dimensões são denominadas de estruturas laminares, que podem ser subdivididas em vários tipos. As estruturas laminares planas apresentam uma superfície media plana, como o caso de paredes, sujeitas a ações paralelas ao seu plano medio, e o caso de lajes, solicitadas por forças perpendiculares ao seu plano médio. Existe também o caso de cascas planas, estruturas laminares sujeitas a ambos os tipos de ações anteriormente referidas. Existem também cascas tridimensionais, estruturas em que a superfície média não é plana.

O tipo de análise é outro aspeto que se torna necessário levar em conta, tanto ao nível do tipo de ações que solicitam a estrutura, como o tipo de deformações que se pretende estudar na estrutura. Assim, no que se refere às ações sobre a estrutura, a análise pode ser classificada como dinâmica, se for necessário levar em conta os efeitos dinâmicos gerados por forças inerciais associadas às acelerações a que cada componente da estrutura fica sujeito, ou uma análise estática, nos casos em que se considera que as forças são aplicadas de uma forma suficientemente lenta e desprezando forças inerciais.

O MEF, na análise de meios contínuos, veio substituir a análise através dos sistemas de equações parciais derivadas da teoria da elasticidade. Um dos principais métodos que foi

utilizado como base para a formulação do MEF foi o método dos deslocamentos. Segundo Azevedo em 2003 [13], Ray Clough é autor da publicação mais antiga em que o MEF é aplicado, datando de 1960. Até então eram aplicadas outras técnicas que posteriormente vieram a ser incorporadas no MEF. Foi na década de 60 e início de 70 do século passado que o MEF evoluiu até ao formato que apresenta atualmente. A evolução do cálculo automático favoreceu o desenvolvimento do MEF, vindo assim facilitar a resolução de grandes sistemas de equações lineares.

De uma forma sucinta pode-se descrever o MEF como uma análise matemática, recorrendo à resolução de equações diferenciáveis com base em modelos numéricos, através da fragmentação de um meio contínuo em pequenos elementos, sem que as propriedades do meio original sejam alterada [26]. O MEF é baseado no conceito de discretização, o problema inicial é convertido na soma de diversos problemas pequenos, como se pode observar na equação (1.1) substituindo o integral sobre um domínio complexo (com volume V) por um somatório de integrais estendido a sub domínios de geometria mais simples (com volume V_i), a partir do integral do volume de uma função f [13].

$$\int_V f dV = \sum_{i=1}^n \int_{V_i} f dV \quad (1.1)$$

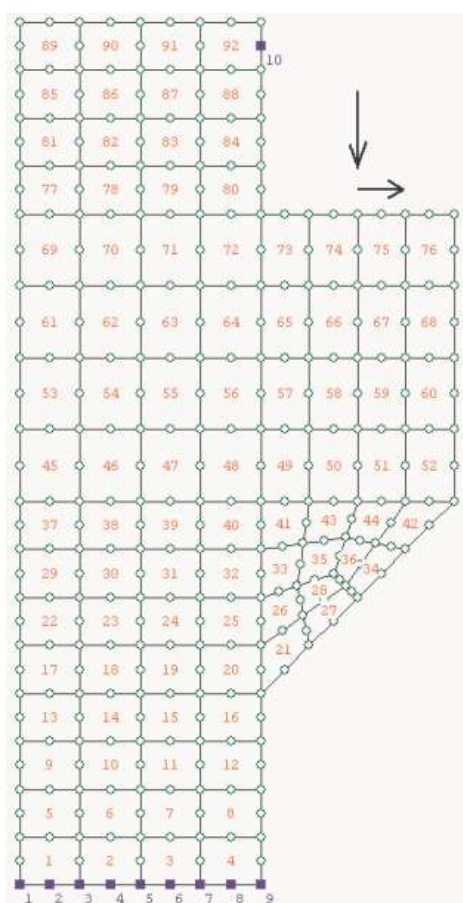
Uma das limitações do MEF relaciona-se com a geometria e o tipo de elementos finitos utilizado para a criação da malha. As informações entre elementos são transmitidas através dos nós, e a forma como cada nó se poderá deslocar no espaço é definida pelo número de graus de liberdade. Desta forma, inicialmente na fragmentação do meio original, os elementos finitos mais comuns eram os triângulos e os tetraedros, elementos mais flexíveis que apresentam melhor aproximação para geometrias complexas (Figura 1.23 (a)). Mais tarde estes deram lugar ao uso de quadriláteros e hexaedros, elementos com maior número de nós que permitem maior transmissão de informação entre elementos (Figura 1.23 (b)) [13].



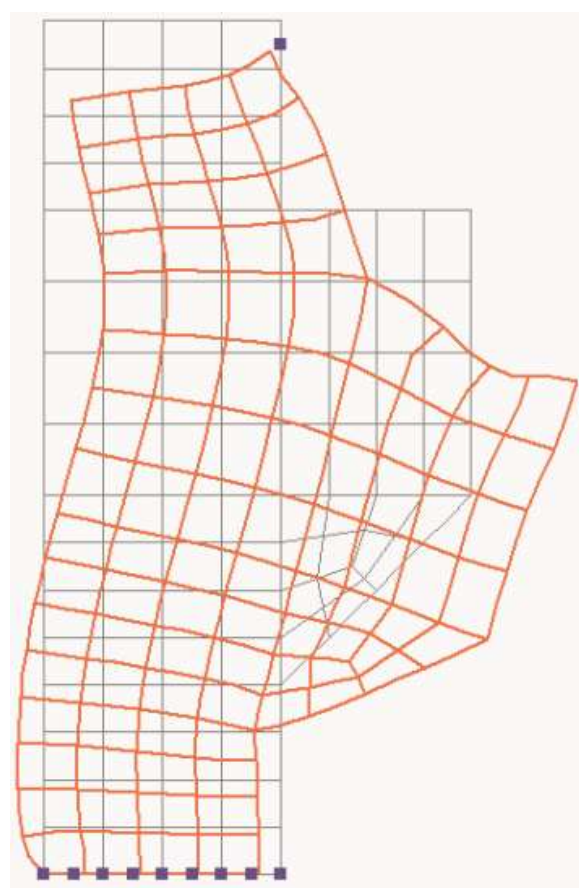
Figura 1.23-(a) primeiros elementos finitos a serem utilizados (triângulos e tetraedros); (b) elementos finitos utilizados atualmente (quadriláteros e hexaedros) [40]

Seguidamente é apresentado um exemplo da aplicação do MEF no estudo de uma consola curta de pequenas espessura, sujeita às ações de uma força vertical e uma força horizontal. Trata-se de um meio contínuo sujeito a um estado plano de tensões. Para a análise desta consola foram utilizados 92 elementos finitos quadriláteros, cada um deles definido por 8 nós. Na Figura 1.24 (a) encontram-se representadas as ações exteriores e a malha de elementos finitos utilizada para a discretização do modelo em problemas mais simples [13].

A grande maioria dos softwares de análises de estruturas através de elementos finitos permite visualizar as deformações da malha devido às ações exteriores, como representado na Figura 1.24 (b). Os deslocamentos apresentados estão multiplicados por um fator de ampliação para permitir uma melhor visualização. Por fim, na Figura 1.24 (c) e (d) estão representados o campo de deslocamentos verticais e o campo de tensões normais segundo o eixo vertical, respetivamente. Os resultados são apresentados numa codificação de cores, e com o auxílio de uma escala lateral definida tendo por base as cores atribuídas ao modelo, é possível saber a ordem de grandeza dos deslocamentos e tensões em cada ponto [13].



(a)



(b)

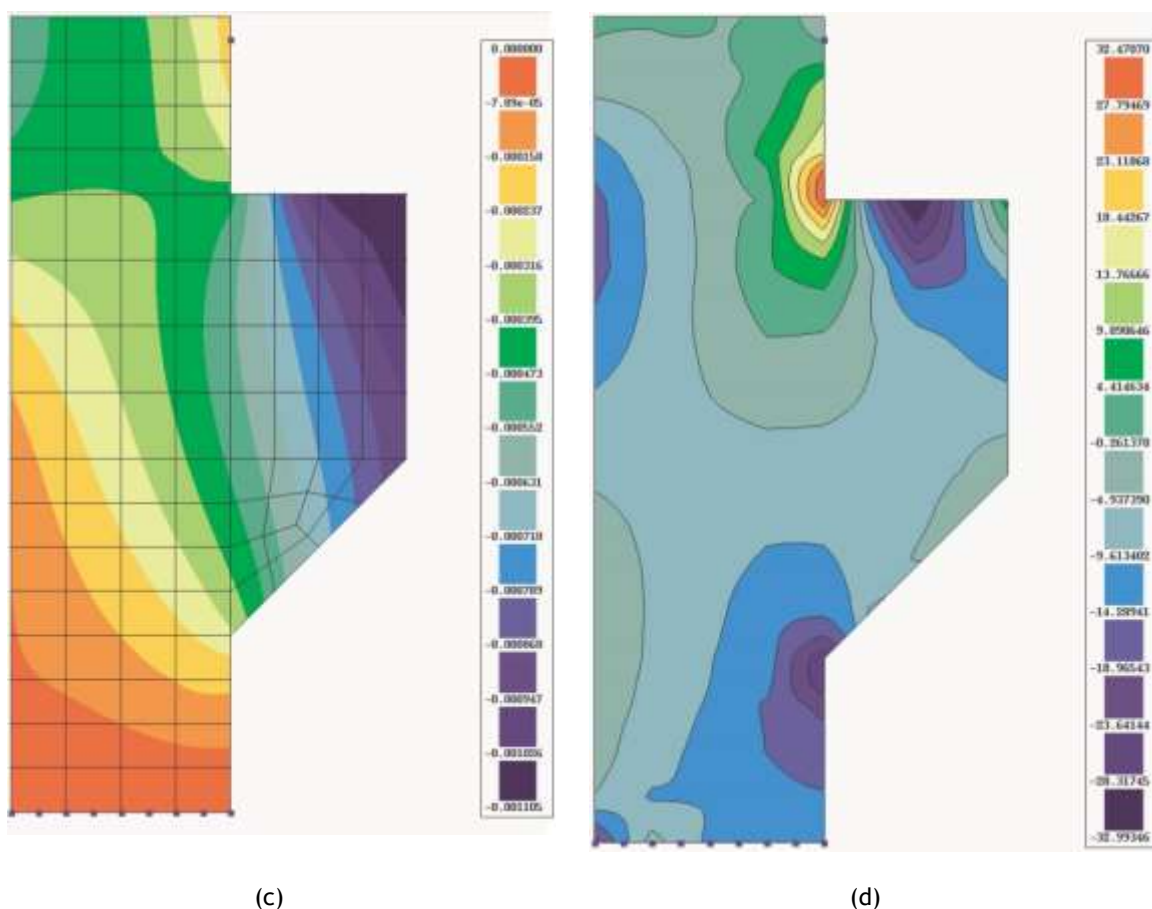


Figura 1.24-(a) Malha de elementos finitos e ações sobre a consola curta; (b) representação da deformada da consola sobre a configuração indeformada; (c) campo dos deslocamentos verticais da consola; (d) e campo das tensões normais segundo o eixo vertical [13]

Nos últimos anos foram desenvolvidos um grande número de trabalhos com o objetivo de melhorar a qualidade dos métodos de simulação numérica, em particular o Método dos Elementos Finitos. Atualmente, este método constitui a ferramenta mais utilizada para análises não lineares de estruturas. Contudo, vários modelos de elementos finitos já foram desenvolvidos em virtude da complexidade da modelação do comportamento dos materiais, devido não só à fissuração do betão e à cedência do aço, mas também devido à interação entre ambos os materiais. Embora seja um tema avançado e atual no meio técnico-científico, cada vez mais deve ser incentivado o desenvolvimento de modelos que combinem eficiência e uma precisão razoável com vista a simular de forma realista o comportamento de estruturas, incluindo danos [48].

1.3. Justificação do tema

Atualmente na construção o betão armado é o material mais utilizado, mesmo nas construções mais arrojadas que acompanham o desenvolvimento da arquitetura.

A análise do comportamento de uma estrutura não depende só da sua complexidade geométrica, mas também das leis constitutivas utilizadas para os materiais e da metodologia de análise adotada, opções estas que se refletem na precisão dos resultados obtidos. A análise elástico-linear é muito importante para estudar o comportamento das estruturas nas condições usais de serviço, e visto a sua simplicidade de aplicação é a mais utilizada. Nesta análise admite-se assim que o material possui uma relação linear entre tensões e deformações, ou seja uma linearidade física, e também entre deformações e deslocamentos, linearidade geométrica. Contudo, com a fissuração do betão, mesmo para níveis de carga reduzidos, ocorre a redução da rigidez da estrutura e uma consequente redistribuição das tensões internas. Tal implica que a estrutura passa a apresentar um comportamento não-linear físico mesmo nas condições de serviço [47]. O comportamento não-linear das estruturas de betão armado ocorre também e sobretudo no estado último comportamental, que começa ainda antes da rotura efetiva, quer devido à cedência das armaduras quer devido ao elevado nível de tensões a que os materiais se encontram solicitados, os quais passam de uma forma não diretamente proporcional em relação à solicitações.

Geralmente, para a verificação de uma estrutura para os estados limites de utilização, ou de serviço, são utilizados os resultados de uma análise elástico-linear. Tais resultados podem também ser utilizados para as verificações a realizar no âmbito dos estados limites últimos, de acordo com Teorema Estático da teoria da plasticidade. Contudo, em alguns casos a análise não linear é importante, visto que os resultados de uma mera análise elástico-linear não traduz muitas vezes o comportamento real de estruturas, como por exemplo estruturas muito esbeltas, estruturas danificadas ou solicitadas por ações complexas. No domínio do betão armado, uma análise elástico-linear também não é conveniente quando se pretende conhecer com rigor a real resistência das secções, em resultado do comportamento fortemente não linear dos materiais perto da rotura. Posto isto, para o dimensionamento de estruturas, existe hoje uma maior tendência para o desenvolvimento e utilização de métodos e programas que considerem a não linearidade das estruturas de betão armado [47].

O MEF é atualmente um do método mais utilizado para as análises não lineares de estruturas de betão armado, em virtude da evolução tecnológica das ferramentas computacionais e também da disponibilidade de vários programas que incorporam módulos de análises não lineares no âmbito do MEF. Embora hoje em dia já tenha sido desenvolvido e se

encontra disponível uma ampla biblioteca elementos finitos, as análises não lineares, entre outros, têm motivado a constante procura por novos modelos que conciliem a eficiência computacional a uma precisão coerente. Tal ocorre particularmente no domínio do betão estrutural tendo em conta a dificuldade existente em incorporar corretamente a influência das descontinuidades do material, particularmente devido à fissuração, bem como as leis constitutivas do betão e do aço e a interação entre os dois materiais [49].

Posto isto, tratando-se de um tema atual e devido à escassa literatura existente relacionada com a temática do presente trabalho, julgou-se ser importante realizar um estudo sobre a modelação por elementos finitos vigas de betão armado sujeitas à torção, incluindo análises não lineares. A modelação através do MEF de vigas de betão armado sujeitas à torção, apoiada pelos numerosos resultados experimentais disponíveis na literatura científica pode permitir, de uma forma rápida e económica, dispor de um modelo comportamental calibrado para o estudo do comportamento da viga em todas as suas fases comportamentais. Tal modelo poderá assim complementar resultados experimentais existentes, com vista a estudar a evolução das variáveis de estudo ao longo de intervalos mais pequenos, ou então servir de suporte para a conceção de novas campanhas experimentais.

1.4. Objetivos do trabalho

Com recurso ao software de elementos finitos ABAQUS, o trabalho apresentado tem como principais objetivos:

- A calibração de um modelo de elementos finitos para a obtenção de uma boa previsão da curva $T-\theta_m$ para uma viga em betão armado com secção transversal vazada sujeita à torção;

- Numa primeira fase, modelar a viga de referência (Viga A2 ensaiada por Bernardo em 2003) no ABAQUS para realização de uma análise linear. A viga A2, de betão armado, é caracterizada por uma secção quadrada vazada e com uma taxa de armadura de torção moderada, apresentando um rotura dúctil.

- Averiguar qual o melhor modelo de rotura para caracterização do comportamento não linear do betão;

- O estudo de toda a informação teórica subjacente à modelação a executar da viga A2 sujeita à torção;

- Modelar o comportamento do aço de reforço, embebido no betão, como um material elastoplástico com endurecimento isotrópico;
- Averiguar qual ou quais as simplificações necessárias a adotar no modelo, para a realização da análise não linear do modelo gerado para a viga A2;
- A verificação da aplicabilidade do modelo proposto por comparação do comportamento previsto com o observado experimentalmente por Bernardo em 2003;
- Executar uma análise detalhada do comportamento do betão para a análise não linear, através da obtenção das relações tensão no betão- rotação da viga ($\sigma_c - \theta_m$) para os três invariantes. Pretende-se realizar também uma análise ao comportamento do aço de reforço, através das relações extensão do aço- rotação da viga ($\epsilon_s - \theta_m$) e tensão no aço- rotação da viga ($\sigma_s - \theta_m$) para cada tipo de varão constituinte da gaiola de reforço da viga.

1.5. Organização do documento

Seguidamente apresenta-se a organização da dissertação, com uma descrição sucinta do conteúdo presente em cada capítulo.

No presente Capítulo 1, apresenta-se a temática da torção, destacando os aspetos que tornam este trabalho relevante e enquadrando-o no âmbito da prática da engenharia estrutural.

No Capítulo 2, apresenta-se toda a informação teórica e necessária referente ao método dos elementos finitos e ao software de cálculo de elementos finitos ABAQUS, tanto ao nível do método de resolução de problemas lineares e não lineares, como também dos modelos de rotura utilizados para descrever o comportamento de todos os materiais envolvidos na modelação da viga de betão armado.

No Capítulo 3, apresenta-se toda a informação necessária para a modelação da viga de referência A2, tanto ao nível dos materiais utilizados como das condições do ensaio realizado por Bernardo em 2003. A partir destes dados, são apresentadas as simplificações executadas a fim da construção do modelo para a simulação do ensaio em torção pura da viga de referência. Este capítulo descreve detalhadamente toda a metodologia utilizada para a análise linear da viga de referência A2 bem como os principais resultados obtidos.

No Capítulo 4 expõe-se a análise não linear realizada com a viga A2, apresentando as alterações que foram necessárias realizar ao modelo de elementos finitos de modo a

simplificá-lo, com o intuito de reduzir os erros de convergência durante a análise não linear. Neste capítulo são também expostas as diferenças na modelação da viga de referência perante a modelação realizada no Capítulo 3, tanto a nível geométrico como no que diz respeito à caracterização do comportamento não linear dos materiais. Este capítulo tem também como objetivo apresentar os critérios utilizados na calibração de alguns dos parâmetros de modo a aproximar a curva T- θ obtida através da simulação em ABAQUS da respetiva curva experimental da viga de referência. Este capítulo apresenta também todos os passos a realizar em ABAQUS, com o auxílio de imagens e de vídeos anexados a este trabalho, de modo a simplificar a compreensão do software utilizado na modelação de vigas de betão armado sujeitas à torção pura.

No Capítulo 5, tendo por base os resultados obtidos na análise não linear realizada no capítulo 4, são apresentadas as relações $\sigma_c - \theta_m$ para o betão, bem como as relações $\sigma_s - \theta_m$ e $\varepsilon_s - \theta_m$ para cada tipo de varão constituinte da gaiola de reforço da viga e referência (cintas, varões longitudinais nas paredes da zona vazada e varões longitudinais de canto).

Por fim, no Capítulo 6 resumem-se as conclusões principais do estudo efetuado e apresentam-se indicações e recomendações para futuros desenvolvimentos do trabalho.

De modo a auxiliar a leitura da dissertação, previamente ao texto, são apresentados o índice geral, a lista de figuras e de tabelas e a lista de simbologia e acrónimos. As referências bibliográficas e a bibliografia suplementar são enumeradas posteriormente à finalização do texto.

Capítulo 2 - Considerações gerais sobre a modelação por elementos finitos no ABAQUS

2.1. Introdução

Este capítulo contém alguma informação subjacente à utilização e funcionamento do software ABAQUS. Neste capítulo são também descritas as leis constitutivas utilizadas na caracterização do comportamento linear e não linear para cada material constituinte da viga em estudo, como também as características dos elementos finitos utilizados na modelação de cada material.

O comportamento de diversas estruturas complexas é algo que supera o alcance da mente humana. Assim, aplicando o método da discretização torna-se mais fácil a análise de estruturas complexas, estudando individualmente os elementos provenientes da subdivisão de um sistema complexo [53]. Desta forma, e no âmbito da temática em estudo, pode considerar-se como estrutura complexa uma viga de betão armado sujeita à torção, visto não só os materiais apresentarem um comportamento real não-linear e um estado evolutivo interno de tensões bastante complexo, mas também pelas deformações geradas no elemento a fim de equilibrar a ação externa.

2.2. Procedimento para definição e cálculo do modelo segundo o ABAQUS

Nas simulações executadas ao longo deste trabalho, é gerado um modelo de análise completa para o problema no ABAQUS. Assim, o procedimento de resolução do ABAQUS pode ser ilustrado através do fluxograma ilustrado na Figura 2.1, onde a ordem das tarefas pode eventualmente ser alterada por conveniência ou rotina do programador:

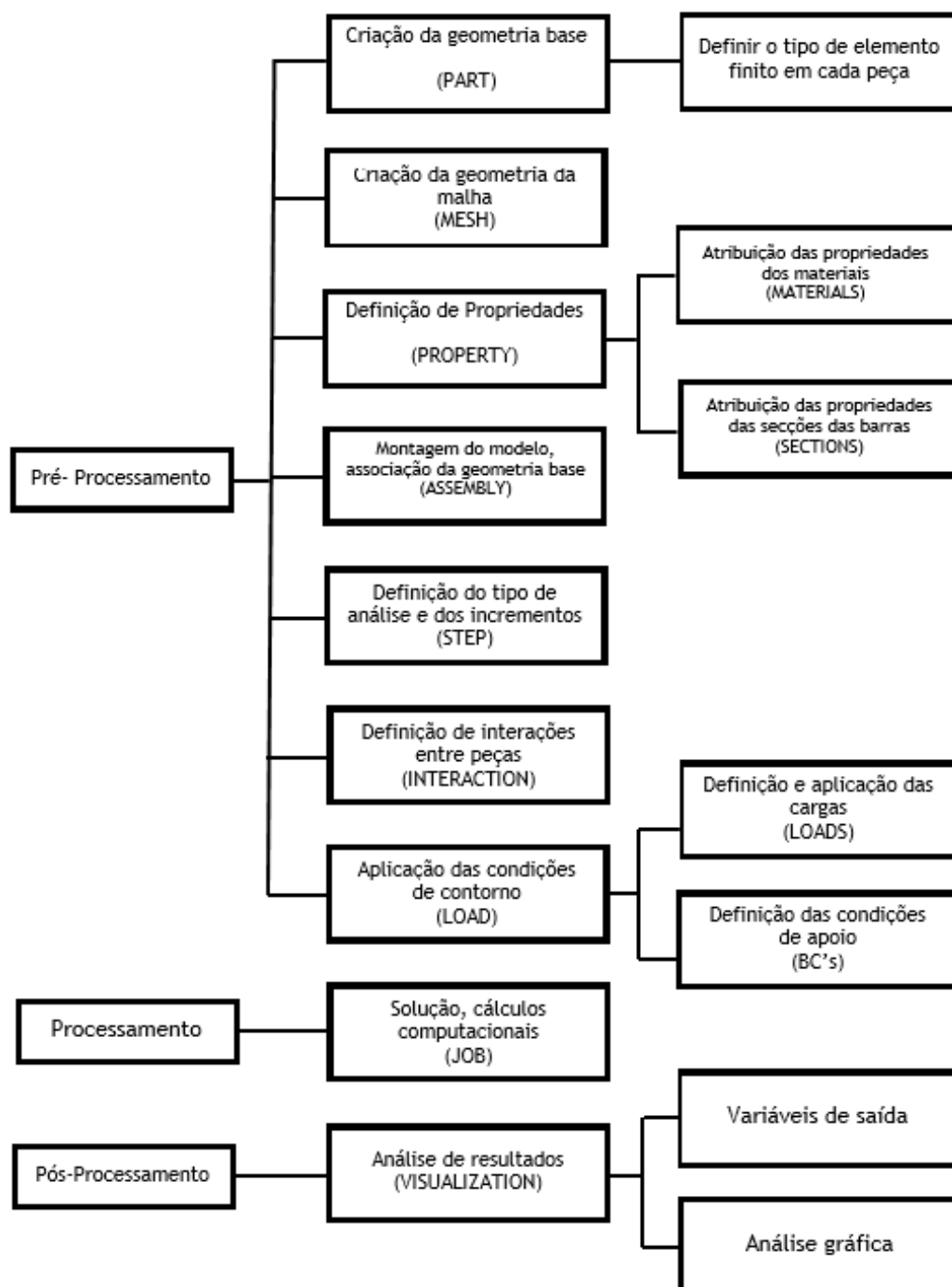


Figura 2.1- Fluxograma do processo de cálculo segundo o ABAQUS

A criação de um modelo de elementos finitos no ABAQUS encontra-se dividido em 3 fases. Numa primeira fase, o pré-processamento, o modelo é gerado tendo em conta as características geométricas e mecânicas dos materiais que o compõem. Em seguida, no processamento, são executados todos os cálculos computacionais, e por último, no pós-processamento, são obtidos e analisados resultados e gráficos. Nas secções seguintes, são detalhadas cada fase do processo de criação de modelos.

Antes de se analisar a criação de um modelo em ABAQUS, torna-se indispensável a definição de um sistema de unidades coerentes para a análise. ABAQUS não possui um sistema rígido de unidades, pelo que os dados de entrada devem ser especificados em unidades congruentes, tal como descrito na Tabela 2.1. No presente estudo foram utilizadas as unidades do sistema internacional, SI [1].

Tabela 2.1- Exemplos de unidades em ABAQUS

Grandeza	Unidade SI	Unidade SI (mm)	Unidades US (ft)	Unidades US (inch)
Comprimento	m	Mm	ft	in
Força	N	N	lbf	lbf
Massa	Kg	Tonelada (10 ³ Kg)	slug	lbf s ² /in
Tempo	s	S	s	s
Tensão	Pa (N/m ²)	MPa (N/mm ²)	lbf/ft ²	psi (lbf/in ²)
Energia	J	mJ (10 ⁻³ J)	ft lbf	in lbf
Densidade	Kg/m ³	Tonelada/mm ³	slug/ft ³	lbf s ² /in ⁴

2.3. Modelo numérico - Elementos finitos

Com o objetivo de simular o comportamento do betão, ao longo dos anos foram sendo propostas e otimizadas leis constitutivas. Contudo, nenhum modelo é capaz de retratar com rigor todos os aspetos do comportamento não linear do betão, devido sobretudo à complexidade do comportamento do betão fissurado sujeito a um estado multiaxial de tensões. Posto isto, em grande parte dos casos é necessário calibrar os modelos adotados para cada situação particular a ser analisada. Se possível, essa calibração deve ser baseada em resultados experimentais por forma a poder considerar válido o modelo.

Para aplicação do MEF, estão disponíveis vários tipos de elementos com o objetivo de discretizar o problema (Figura 2.2). No modelo, os elementos finitos estão interligados entre si em cada nó, e cada nó possui um certo número de graus de liberdade. As propriedades de cada tipo de elemento depende exclusivamente da formulação do elemento propriamente dito.

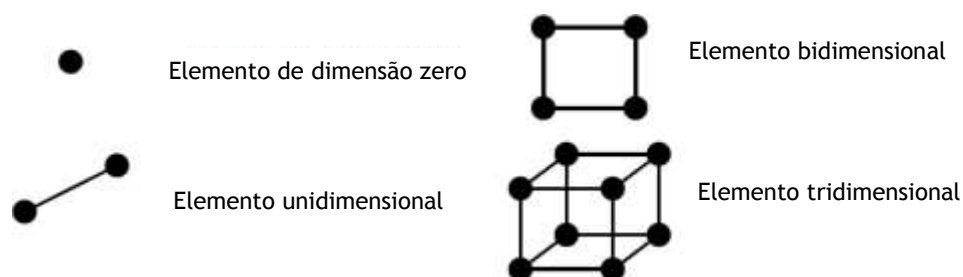


Figura 2.2 - Vários tipos de elementos disponíveis em softwares de elementos finitos (adaptado de [45])

Após a discretização do problema com os elementos finitos adequados, e definidas apropriadamente as condições de apoio é “construída” uma matriz de rigidez que leva em conta a participação de todos os elementos rígidos do modelo. Em seguida, para determinados deslocamentos o sistema de equações gerado é resolvido. Posteriormente, através da utilização de equações fundamentais da teoria da mecânica dos sólidos é possível calcular tensões e extensões no modelo.

2.3.1. Betão

No presente trabalho, a modelação de peças em betão foi executada através do elemento hexaédrico C3D8R, representado esquematicamente na Figura 2.3. É um elemento de geometria linear contínuo, sólido, constituído por 8 nós e por cada nó existem três graus de liberdade: translações segundo as direções X,Y e Z. De acordo com a bibliografia consultada, com estudos semelhantes aos realizados neste trabalho, para a modelação de peças de betão o elemento C3D8R é o mais utilizado [6] [10] [25].

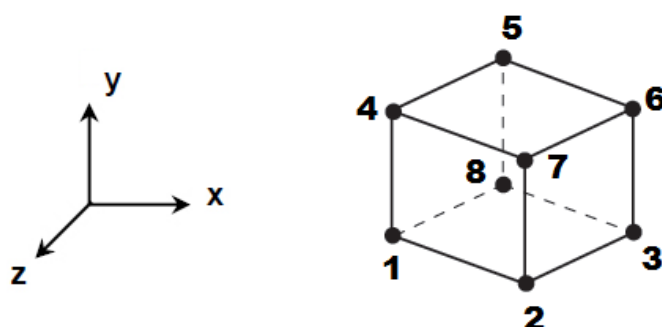


Figura 2.3- Geometria do elemento C3D8R [4]

A sigla que designa o elemento finito utilizado para modelar o betão tem o significado exposto na Figura 2.4.

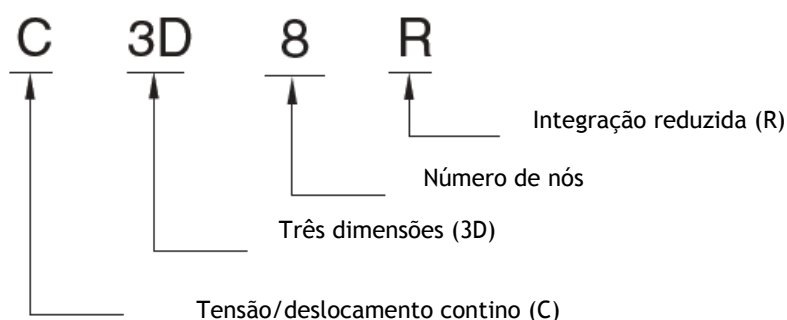


Figura 2.4- Significado da sigla C3D8R (adaptado de [4])

2.3.2. Armaduras

No que diz respeito à modelação das armaduras longitudinais e transversais utilizou-se o elemento T3D2, representado na Figura 2.5. É um elemento de geometria linear de barra reto, 3D, constituído por 2 nós e cada nó possui três graus de liberdade: translações segundo as direções X,Y e Z. O elemento finito T3D2 utilizado na modelação do aço de reforço é compatível com o elemento finito C3D8R utilizado na modelação do betão. De acordo com a bibliografia consultada, com estudos semelhantes aos realizados neste trabalho, para a modelação das armaduras o elemento T3D2 é o mais utilizado [6] [10] [25].

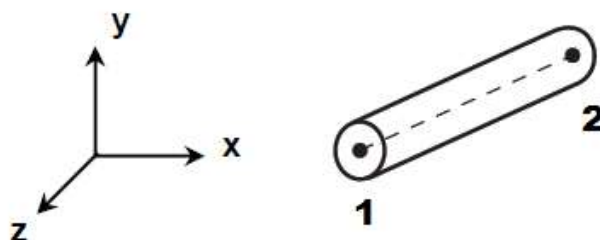


Figura 2.5- Geometria do elemento T3D2 [4]

A sigla do elemento finito utilizado para modelar as armaduras longitudinais e transversais possui o significado exposto na Figura 2.6.

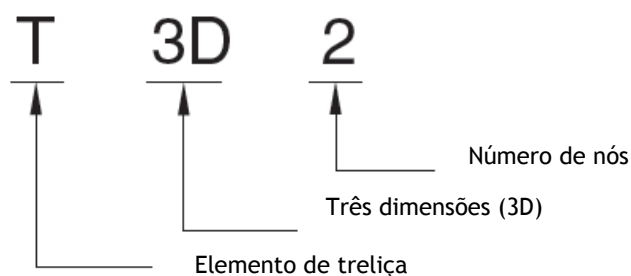


Figura 2.6- Significado da sigla T3D2 (adaptado de [4])

2.4. Caracterização dos materiais

Na presente secção é feita uma abordagem ao comportamento linear e não linear que o betão e o aço de reforço estrutural apresentam, sendo apresentadas as leis constitutivas dos materiais utilizadas no presente estudo. As formulações apresentadas são estabelecidas em termos de tensões médias (σ) - extensões médias (ϵ), tanto para o betão como para o aço das armaduras.

2.4.1. Caracterização do comportamento do betão

O betão é fruto da mistura de agregados (areia e agregados grossos), ligantes e água. Na maior parte dos casos contém também adições como as cinzas volantes, que no caso dos cimentos de tipo II já vêm incorporadas, e adjuvantes como os superplastificantes, que mantendo a trabalhabilidade desejada proporcionam uma redução do teor em água [12].

O betão é um material que responde de formas distintas quando sujeito a tensões de tração ou de compressão. O comportamento do betão solicitado por um estado de tensão uniaxial pode ser traduzido através da relação constitutiva $\sigma - \epsilon$, a qual é notoriamente distinta para a tração ou compressão. Quando o betão é sujeito a estados de tensão ou de deformação elevados, designadamente de compressão, apresenta um comportamento marcadamente não linear. Tal deve-se essencialmente à sua constituição que apresenta vários componentes com propriedades físicas, químicas e mecânicas distintas, tornando-o um material compósito.

Como estipulado no Eurocódigo 2 - EC2 [29], para baixos níveis de tensão, é possível assumir que o betão apresenta um comportamento elástico-linear. No que diz respeito ao comportamento à compressão, as tensões são limitadas a valores de cerca de 60% de f_{ck} (valor característico da resistência à compressão uniaxial). Para o betão à tração é possível assumir um comportamento elástico-linear até ser atingido o valor de f_{ctm} (valor médio da resistência uniaxial à tração). Assim, o módulo de elasticidade secante do betão, E_{cs} , é definido pela inclinação da reta que intercepta a origem e passa pelo ponto máximo da resistência à tração e pelo ponto cuja tensão de compressão é cerca de 40% do correspondente valor da tensão de rotura do betão, conforme ilustrado na Figura 2.7. Pode considerar-se que o módulo de elasticidade secante do betão à tração e à compressão são iguais. Os valores do módulo de elasticidade do betão utilizados nos modelos numéricos ao longo deste trabalho foram os correspondentes ao módulo de elasticidade secante definido no EC2.

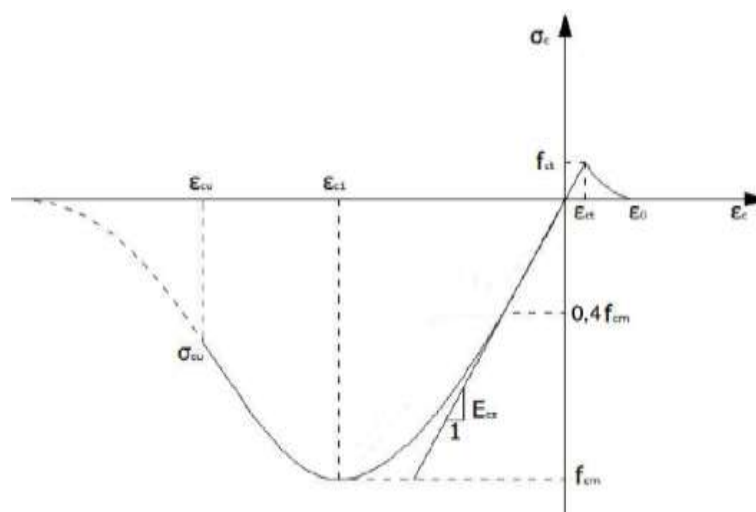


Figura 2.7- Representação do módulo de elasticidade secante [21]

Neste trabalho a relação constitutiva $\sigma - \epsilon$ para o betão, tanto à compressão como à tração, foi executada segundo os diagramas simplificados indicados no Eurocódigo 2, conforme apresentado seguidamente.

2.4.1.1. Comportamento do betão à tração

Quando submetido a estados de tensão ou deformação de tração, o betão apresenta um comportamento linear até valores próximos da tensão de rotura por tração e uma deformação sensivelmente uniforme ao longo do elemento. Contudo, ao longo do ensaio do betão à tração são geradas inúmeras microfendas, aproximadamente perpendiculares à tensão de tração, as quais produzem elevadas deformações locais no betão, conforme ilustrado na Figura 2.8 (a). A rotura local ocorre quando se origina uma fenda macroscópica, em resultado de uma microfenda alcançar uma tensão elevada (Figura 2.8 (b)). Nesta fase, as microfendas vizinhas à fenda macroscópica tendem a fechar-se, existindo um consequente aumento da deformação da fenda principal que tende a avançar rapidamente.

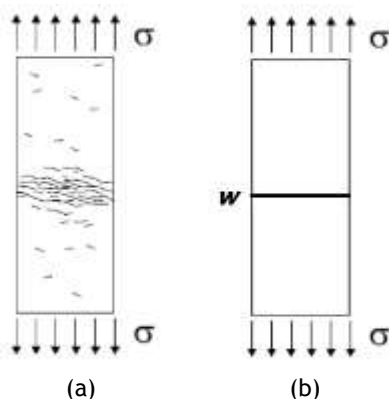


Figura 2.8- (a) Microfendilhação; (b) abertura de uma fenda principal [47]

Durante a formação da fenda principal, após a tensão de rotura do betão à tração ser atingida, ocorre um fenómeno denominado por amolecimento, que diz respeito à diminuição da tensão instalada no betão conjuntamente com um aumento da extensão do elemento (Figura 2.9 (a)).

Tendo por base o exposto anteriormente, o comportamento do betão à tração é geralmente dividido em duas parcelas distintas:

- Uma zona em que se admite um comportamento elástico linear do betão, ou seja, o betão não está fendilhado (Figura 2.9 (b));
- Uma zona em que se presume que ocorra toda a deformação não linear do betão, ou seja, o betão encontra-se fendilhado (Figura 2.9 (c)).

Como é possível observar na Figura 2.9 (a), no decorrer do ensaio o alongamento total do provete, Δl , corresponde à soma do alongamento elástico nas zonas não fendilhadas, Δl_{el} , com a abertura da fenda principal, w .

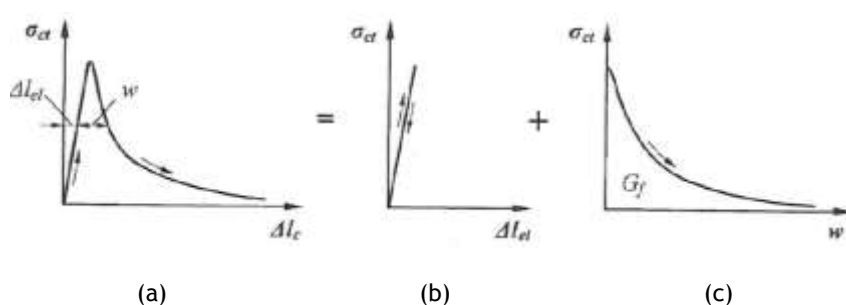


Figura 2.9- Decomposição do alongamento total do betão [47]

Outra característica, considerada por muitos autores como uma propriedade essencial do betão, é a energia de fratura G_f (em N/m) representada pela área limitada pela curva $\sigma_{ct}(w)$ na parte não linear, conforme ilustrado na Figura 2.9 (c), calculada de acordo com a equação (2.2). A energia de fratura do betão é descrita como a quantidade de energia necessária para produzir uma fenda de área unitária integralmente aberta. De acordo com Bažant em 2002 [14], em betões correntes, fatores como a resistência do betão, a dimensão máxima do agregado, a idade do betão e a razão água/cimento são condicionantes no valor da energia de fratura. O *Model Code for Concrete Structures 2010* (MC2010) [31] fornece equações simplificadas para o cálculo da energia de fratura tendo por base a resistência média à compressão do betão (equações (2.1) e (2.2)). Esta equação é em geral aplicada na ausência de dados experimentais para obter o valor experimental da energia de fratura.

Numa primeira fase deste estudo foi usada a energia de fratura do betão para caracterizar o seu comportamento à tração.

$$G_f = \int \sigma_{ct} dW \quad (2.1)$$

$$G_f = 73 f_{cm}^{0,18} \quad (2.2)$$

$$G_f = 73 \times 47,34^{0,18} = 146,17 N / m$$

Neste estudo, na caracterização do comportamento do betão à tração as análises realizadas tiveram por base o valor da energia de fratura. O comportamento elástico-linear do betão à tração foi elaborado tendo por base o diagrama $\sigma - \epsilon$ representado na Figura 2.10. Para tal, foi necessário calcular o valor de f_{ctm} .

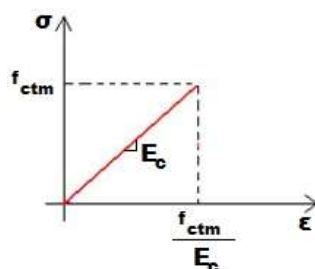


Figura 2.10- Relação constitutiva para o betão à tração

Para o cálculo do valor da resistência média à tração do betão, f_{ctm} , o Eurocódigo 2 [29] apresenta a equação (2.3), na qual o valor de f_{ctm} é obtido a partir do valor da resistência média à compressão do betão, f_{ck} .

$$f_{ctm} = 0,3 f_{ck}^{(2/3)} \quad (2.3)$$

$$f_{ctm} = 0,3 \times 39,34^{(2/3)} = 3,47 MPa$$

Em que,

- f_{ck} , é obtido através da equação (2.4) presente no Eurocódigo 2 [29]:

$$f_{ck} = f_{cm} - 8 \quad (2.4)$$

$$f_{ck} = 47,34 - 8 = 39,34 MPa$$

2.4.1.2. Comportamento do betão à compressão

Na presente secção faz-se uma abordagem ao comportamento não linear que o betão apresenta quando submetido a tensões compressão, designadamente através da relação constitutiva incorporada no Eurocódigo 2 (EC2) [29] e utilizada ao longo do presente trabalho para modelar o comportamento do betão.

Como referido anteriormente, o betão à compressão apresenta um comportamento elástico linear apenas até uma tensão de cerca de um terço da tensão de rotura à compressão. Nesta fase, as tensões de tração originadas no betão por efeitos de *Poisson* são inferiores à tensão de rotura do betão por tração. Contudo, as microfendas existentes no betão paralelas à tensão de compressão tendem a instabilizar cada vez mais, ao passo que as microfendas perpendiculares à tensão de compressão tendem a fechar-se.

A partir do momento em que o betão em compressão apresenta um comportamento inelástico ou não linear, a deformação imposta no betão não é mais totalmente recuperada na descarga, ocorrendo deformações plásticas permanentes no betão. Nesta fase, ocorrem microfendas paralelas à tensão de compressão que se propagam através da pasta de cimento devido às trações perpendiculares à tensão de compressão originadas pelo efeito de *Poisson*. Simultaneamente, mas perpendicularmente à tensão de compressão, dá-se o esmagamento das microfendas entre os agregados e a pasta de cimento [47].

Próximo da tensão de rotura por compressão, surgem na face exterior fendas macroscópicas provocadas pela propagação da microfendilhação. Quando a propagação das fendas leva à formação de um sistema instável de fendas atinge-se a tensão máxima resistida pelo betão à compressão, alcança-se o valor máximo da tensão. Posteriormente ocorre uma rápida degradação da integridade do betão, caracterizada por uma perda acentuada de resistência e um conseqüente aumento da deformação [47].

O comportamento do betão em compressão é geralmente caracterizado por uma curva parabólica até à rotura, a qual representa a parte ascendente da relação $\sigma - \epsilon$. Esta relação constitutiva para o betão à compressão é elaborada tendo por base ensaios de compressão uniaxial. Um dos primeiros autores a apresentar uma relação constitutiva para o betão à compressão, baseada em ensaios experimentais, foi Hognestad em 1952 [33]. Contudo, em elementos sujeitos a ação de tensões de corte, como o caso de vigas sujeitas ao esforço transversal ou à torção, esta relação constitutiva não pode ser aplicada na sua formulação inicial.

Para o caso de análises estruturais não lineares, o Eurocódigo 2 [29] apresenta uma relação $\sigma - \epsilon$ ilustrada na Figura 2.11 e dada pela seguinte equação:

$$\frac{\sigma_c}{f_{cm}} = \frac{k\eta - \eta^2}{1 + (k - 2)\eta} \quad (2.5)$$

Em que,

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \quad (2.6);$$

- ϵ_{c1} , é a extensão correspondente à tensão máxima;

- ϵ_{cu1} , é a extensão correspondente à tensão última;

- f_{cm} , é a tensão máxima de compressão (valor médio);

$$k = 1,05 E_{cm} \frac{|\epsilon_{c1}|}{f_c}; \quad (2.7)$$

- E_{cm} , é o módulo de elasticidade secante do betão.

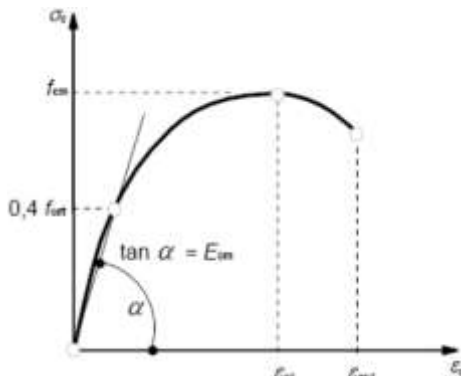


Figura 2.11- Relação $\sigma - \epsilon$ do betão para análise não linear [29]

O valor da extensão correspondente à tensão máxima, ϵ_{c1} , é calculada a partir da equação (2.8) também presente no Eurocódigo 2.

$$\epsilon_{c1}(\%) = 0,7 f_{cm}^{0.31} < 2,8 \quad (2.8)$$

A geometria do provete, mais especificamente a sua esbelteza, é um aspeto que é necessário ter em conta, visto as curvas de compressão uniaxial $\sigma - \epsilon$ diferirem em ensaios de cilindros com distintas relações altura/diâmetro (H/D) (Figura 2.12). Desta forma, verifica-se

que nos problemas que envolvem o comportamento do betão à compressão existe um efeito de escala, em que a deformação média do betão após o pico de tensão depende da esbelteza do provete. Posto isto, verifica-se que existe um efeito de escala no comportamento do betão à compressão [47].

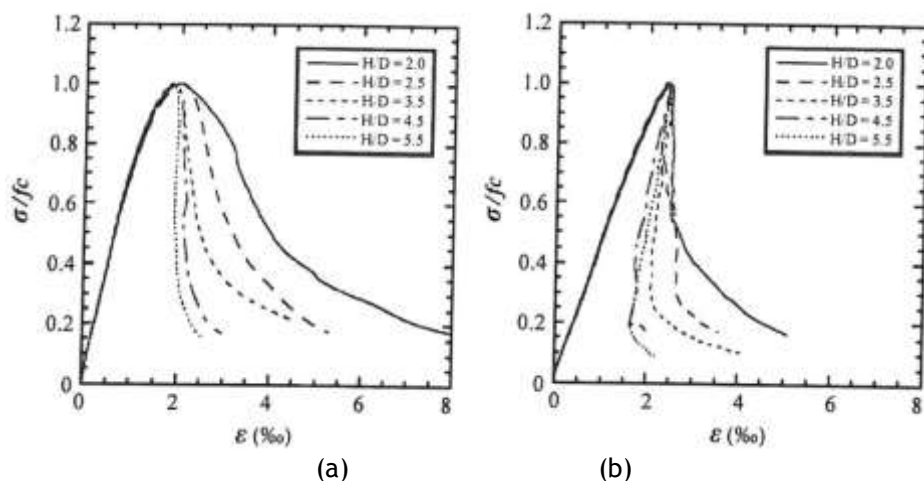


Figura 2.12- (a) Relação $\sigma - \varepsilon$ para betões normais à compressão para distintas esbeltezas; (b) Relação $\sigma - \varepsilon$ para betões de alta resistência à compressão para distintas esbeltezas [47]

2.4.1.3. Modelação do comportamento elástico do betão no ABAQUS

Como referido anteriormente, até ser atingida a tensão de fratura (ou de fendilhação) do betão, é assumido que este apresenta um comportamento elástico-linear. Deste modo é essencial definir o módulo de elasticidade do betão, E_c , assim como o coeficiente de *Poisson*, ν .

Neste estudo, segundo Bernardo em 2003, o coeficiente de *Poisson* do betão para a fase não fendilhada foi assumido igual a 0,2 e, o módulo de elasticidade do betão foi calculado através da cláusula 2.1.4.2 do *Model Code 1990*, através da equação (2.9): [17] [24]

$$E_c = E_{c0} a_E \left[(f_{ck} + \Delta f) / 10 \right]^{(1/3)} \quad (2.9)$$

$$E_c = 21,5 \times 1 \times \left[(39,34 + 8) / 10 \right]^{(1/3)} = 36,1 \text{ GPa}$$

Em que,

$$E_{c0} = 21,5 \text{ GPa};$$

$$a_E = 1;$$

$$f_{ck} = 39,34 \text{ Mpa};$$

$$\Delta f = 8 \text{ Mpa}.$$

As propriedades elásticas do betão requeridas pelo ABAQUS estão apresentadas na Tabela 2.2, assim como o valor da densidade do betão que também é requerida. Nesta análise foi assumido que o material é isotrópico. Nesta etapa de avaliação dos parâmetros elásticos não são tidos em conta a existência de tensões resistentes para o material (f_{ck} ou f_{ctm}).

Tabela 2.2- Parâmetros para caracterização do comportamento elástico do betão [17]

Módulo de Elasticidade- E (Gpa)	Coefficiente de Poisson- ν (-)
36,1	0,2

2.4.1.4. Modelação do comportamento não linear do betão no ABAQUS

Nas últimas décadas, foram desenvolvidos inúmeros modelos constitutivos na tentativa de caracterizar o comportamento não linear do betão, incluindo modelos constitutivos que levam em conta a fissuração devido à tração e o esmagamento devido à compressão. De entre os modelos de dano contínuo desenvolvidos ao longo dos anos, o modelo de dano isotrópico é atualmente o mais utilizado na modelação do comportamento de estruturas de betão armado [14]. Fisicamente pode-se interpretar o conceito de dano como uma degradação das propriedades do material, que se traduz através da diminuição da área da secção por onde as tensões são transmitidas, ou seja, com a evolução do dano a secção efetiva diminui. Daí a necessidade do conceito de secção ou tensão efetiva para a utilização dos modelos de danos. Como ilustrado seguidamente na Figura 2.13, a tensão efectiva é a tensão existente no material não danificado (secção efetiva A_{eff}) [14].

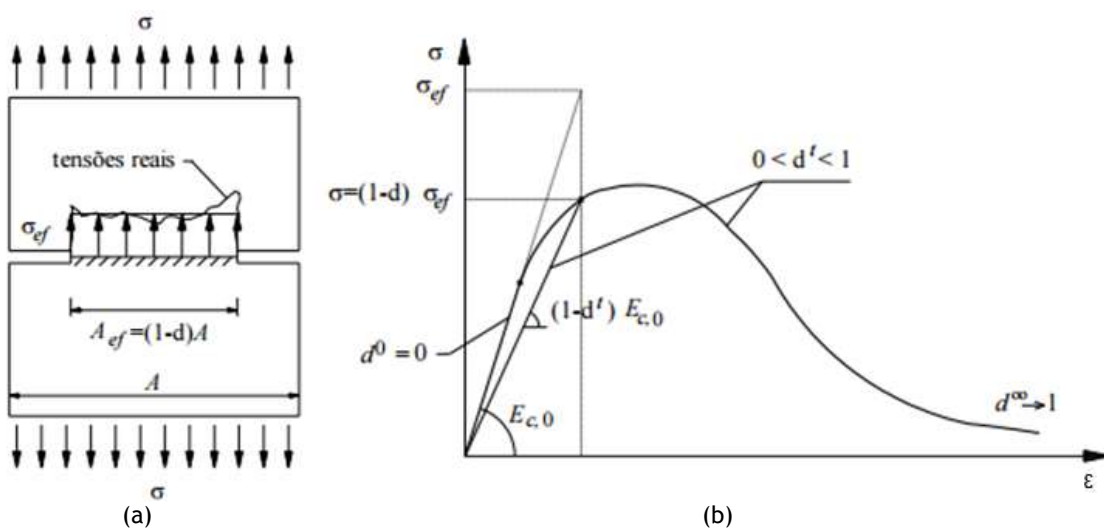


Figura 2.13- (a) representação da área efetiva; (b) relação uniaxial tensão- extensão para o modelo de dano [14]

Basicamente, existem três aspetos que devem estar contidos no modelo de dano contínuo:

- Um conjunto de variáveis que caracterizem o dano;
- Estabelecimento da tensão efetiva ou da lei constitutiva tendo por base as características de dano;
- Estabelecimento das leis que traduzem a evolução do dano.

No ABAQUS existem duas aproximações mais relevantes que caracterizam o comportamento não linear do betão: *Smeared Crack Model* (o “modelo de fenda média”) e o *Plastic Damage Model* (o “modelo de dano plástico”). O modelo de dano plástico é o modelo mais utilizado visto possuir maior capacidade de convergência comparativamente ao modelo de fenda média devido à maior simplicidade e robustez dos algoritmos numéricos associados, o que torna mais atrativo a utilização deste modelo em análises de estruturas mais complexas [14].

Numa primeira fase, para o comportamento não-linear do betão foi utilizado o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) (Figura 2.14). No ABAQUS, o modelo de fenda média para o betão utiliza o conceito de dano isotrópico em combinação com tração isotrópica e compressão plástica para representar o comportamento inelástico do betão. Este modelo assume um paradigma de dano contínuo para o betão, tendo base a plasticidade. Assim, este modelo de dano plástico é assumido para qualificar a resposta do betão à compressão e à tração uniaxial, como visualizado nas Figuras 2.16 e 2.17 respetivamente. O CDP assume os

dois mecanismos de rutura do betão, a fissuração à tração e o esmagamento à compressão. A propagação das fissuras é modelada tendo por base um mecanismo de dano contínuo, *Stiffness Degradation* (“degradação da rigidez”).

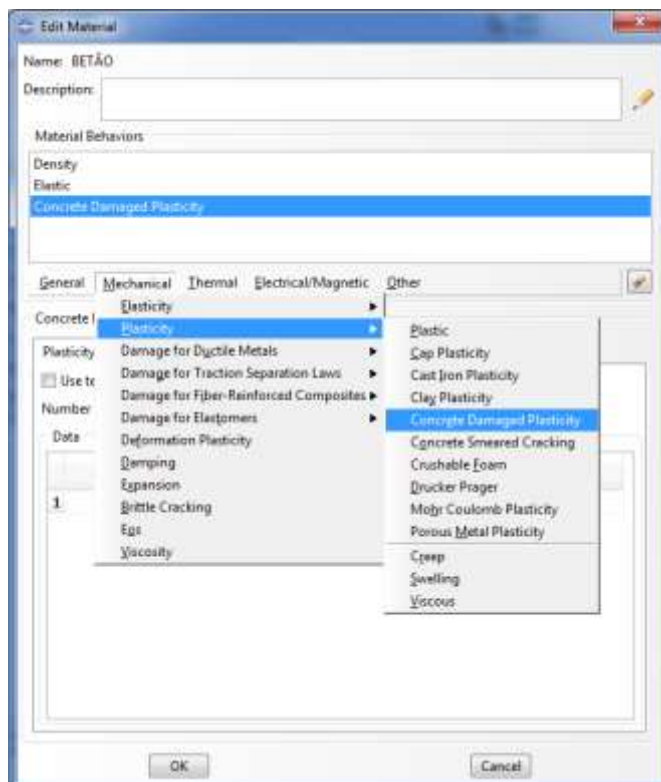


Figura 2.14- Definição do modelo *Concrete Damaged Plasticity* para caracterização do comportamento plástico do betão

O dano em materiais como o betão pode ser definido através da dissipação da energia de fratura necessária para gerar microfissuras, calculada tendo por base a área da curva $\sigma_{ct}(w)$ como exposto anteriormente na secção 2.3.1.1. Este modelo foi criado para aplicações em que o betão é submetido a carregamentos monotónicos, cíclicos ou dinâmicos com níveis baixos de confinamento. A formulação que sustenta o modelo encontra-se seguidamente resumida [52].

No CDP é assumida uma decomposição adicional da taxa de deformação, segundo a equação (2.10).

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}^{el} + \dot{\epsilon}^{pl} \quad (2.10)$$

Onde:

- $\dot{\epsilon}$, representa a taxa de deformação total;

- $\dot{\varepsilon}^{el}$, representa a parcela elástica da taxa de deformação;

- $\dot{\varepsilon}^{pl}$, representa a parcela plástica da taxa de deformação.

Assim, as relações tensão-extensão que caracterizam a resposta do betão são regidas por escalares elásticos que levam em conta o dano no betão, de acordo com a equação (2.11).

$$\sigma = (1-d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) \quad (2.11)$$

Onde:

- D_0^{el} , representa a rigidez elástica inicial do material;

- D^{el} , representa a degradação da rigidez elástica;

- d , representa a variável escalar da degradação da rigidez.

A resposta da degradação do betão é descrita por duas variáveis de dano uniaxiais independentes entre si, d_c e d_t , sendo determinadas em função das deformações plásticas, da temperatura e da área, como especificado nas equações (2.12) e (2.13).

$$d_t = d_t(\varepsilon_t^{pl}, \theta, f_i); (0 \leq d_t \leq 1) \quad (2.12)$$

$$d_c = d_c(\varepsilon_c^{pl}, \theta, f_i); (0 \leq d_c \leq 1) \quad (2.13)$$

Estas variáveis de degradação uniaxiais aumentam as funções das tensões equivalentes plásticas. Posto isto, as variáveis de dano uniaxiais podem tomar valores entre 0, para materiais plásticos, e 1 para materiais totalmente danificados.

Para caracterização do comportamento do betão segundo o modelo de dano plástico, para além do módulo de elasticidade E e do coeficiente de *Poisson*, ν , são também requeridos parâmetros de dano plástico e a descrição do comportamento à compressão e à tração. Os parâmetros de dano plástico são os seguintes:

- Ângulo de Dilatância, $\psi(\theta, f_i)$ - Valor calculado no plano tensão de pressão equivalente (p) - tensão desviatoria equivalente (q) a elevadas pressões de

confinamento. Tendo por base estudos anteriores onde foram utilizados betões similares ao caracterizado no presente trabalho, foi adotado de 38° para o ângulo de dilatância [42].

- Excentricidade, $\varepsilon(\theta, f_i)$ - Este parâmetro define a razão no qual a função se aproxima da assíntota, o potencial de fluxo tende para uma linha reta à medida que a excentricidade tende para zero. Para o presente estudo foi adotado o valor de 1 para este parâmetro [42].

- O rácio entre a tensão inicial de compressão equibiaxial e a tensão inicial de compressão uniaxial, $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$. Foi assumido um valor por defeito de 1,16 [3].

- O rácio K_c do segundo invariante de tensões no meridiano das trações, $q(TM)$, e o meridiano das compressões, $q(CM)$, para qualquer valor do invariante de pressões P , de tal modo que a tensão máxima principal é negativa $\sigma^{\max} < 0$, como ilustrado na Figura 2.15, devendo obedecer à condição: $0,5 < K_c \leq 1,0$. Foi assumido um valor por defeito de 0,666 [3].

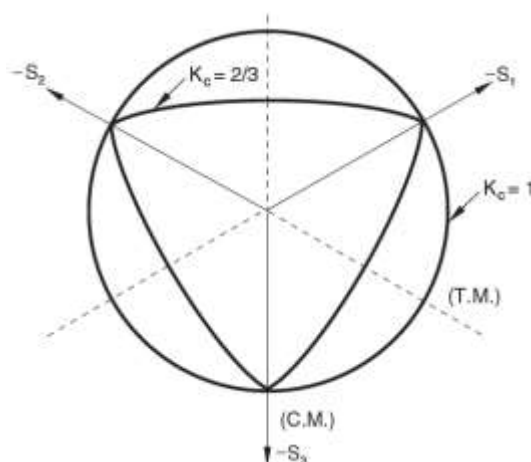


Figura 2.15- Plano de tensões correspondente aos diferentes valores de K_c [3]

- Parâmetro de regularização visco plástica, μ - Os modelos que representam o comportamento dos materiais levam em conta o comportamento gerado pelo *Softening effect* e a degradação gerada pelo *Stiffening effect*, responsáveis em muitos casos por dificuldades de convergência neste tipo de análises. Um procedimento para contornar estas dificuldades de convergência é a utilização de um parâmetro de regularização visco plástica. O modelo CDP, no ABAQUS, pode ser regularizado usando o parâmetro de regularização visco plástica, “forçando” as tensões a estarem fora da superfície de cedência. O ABAQUS utiliza uma

generalização da regularização criada por Duvaut-Lions em 1972, segundo a qual o tensor da deformação visco plástica, $\dot{\varepsilon}_v^{pl}$, é definido pela equação (2.14) [28].

$$\dot{\varepsilon}_v^{pl} = \frac{1}{\mu}(\dot{\varepsilon}^{pl} - \dot{\varepsilon}_v^{pl}) \quad (2.14)$$

Onde μ é o parâmetro da viscosidade que representa o tempo de relaxação visco plástica, ou seja, a deformação plástica quantificada no modelo de estrutura não viscosa.

Do mesmo modo, uma variável de degradação da rigidez viscosa para o sistema, d_v , é definida pela equação (2.15).

$$\dot{d}_v = \frac{1}{\mu}(d - d_v) \quad (2.15)$$

Onde d representa a variável de degradação quantificada no modelo de estrutura não viscosa. Assim, a relação tensão-extensão do modelo visco plástico é dada pela equação (2.16).

$$\sigma = (1 - d_v)D_v^{el} : (\varepsilon - \varepsilon_v^{pl}) \quad (2.16)$$

Na maior parte das análises este parâmetro de viscosidade ajuda a melhorar a taxa de convergência do modelo no regime de amolecimento, sem comprometer os resultados da análise. No estudo realizado, e numa primeira fase, este valor foi adotado como sendo igual a zero. Contudo, devido aos problemas de convergência observados, tal valor foi sendo calibrado tendo-se adotado o valor de 1^{-5} .

Outro aspeto importante a ter em conta neste modelo, como ilustrado na Figura 2.16, no caso do betão sob compressão uniaxial, relaciona-se com o facto de este apresentar uma resposta linear até ser atingido o valor da tensão máxima na zona elástica, σ_{c0} . Seguidamente é atingida a tensão última, σ_{cu} . Após ser atingida a tensão σ_{cu} , a resposta do betão é caracterizada pelo amolecimento da extensão (ramo descendente da relação σ - ε)

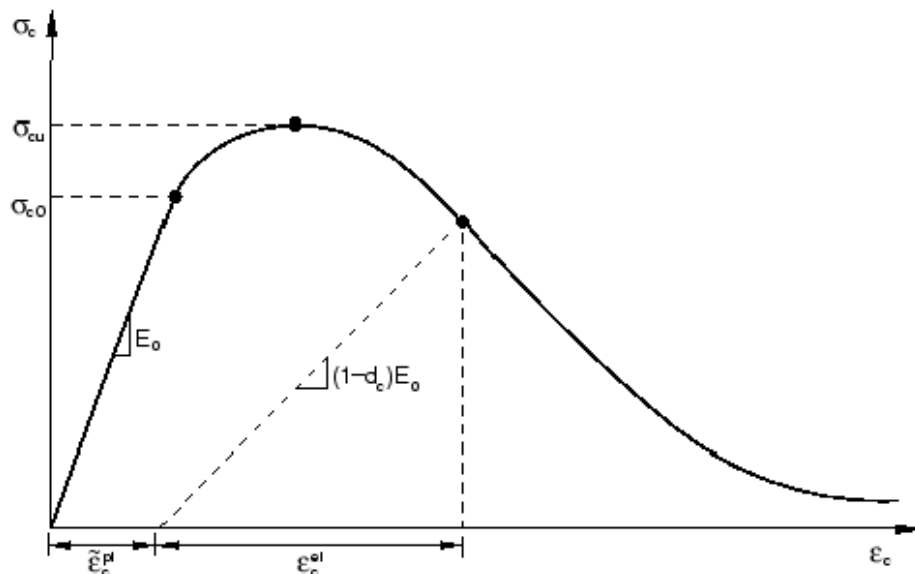


Figura 2.16- Comportamento do betão à compressão uniaxial [52]

Um processo semelhante é usado para modelar o comportamento do betão sujeito à tração uniaxial. Numa primeira fase a resposta tensão extensão é elástica linear até ser atingido o valor máximo da tensão de rotura à tração σ_{t0} . Este valor é calculado pelo ABAQUS quando a tensão de fissuração é alcançada, assumindo que as relações uniaxiais σ - ε podem ser convertidas em relações σ - ε plásticas. Esta conversão é realizada automaticamente em função dos dados da tensão fornecida pelo utilizador e em relação a parâmetros de deformação inelástica, de acordo com as equações (2.17) e (2.18) [3].

$$\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_c^{pl}, \dot{\varepsilon}_c^{pl}, \theta, f_i) \quad (2.17)$$

$$\sigma_t = \sigma_t(\varepsilon_t^{pl}, \dot{\varepsilon}_t^{pl}, \theta, f_i) \quad (2.18)$$

Onde,

ε_c^{pl} , representa a deformação plástica de compressão equivalente;

ε_t^{pl} , representa a deformação plástica de tração equivalente;

$\dot{\varepsilon}_c^{pl}$, representa a taxa de deformação plástica de compressão equivalente;

$\dot{\varepsilon}_t^{pl}$, representa a taxa de deformação plástica de tração equivalente;

- θ , representa a temperatura;
- f_i , representa outras variáveis pré-definidas.

A tensão de rotura à tração, σ_{t0} , corresponde à fissuração do betão. Após ser atingida esta tensão a resposta do betão à tração uniaxial é caracterizada por uma extensão suavizada, amolecimento. Esta relação está representada na Figura 2.17. Este efeito de suavização na resposta do betão induz-lhe tensões localizadas, e sob uma carga uniaxial é linear e de valor inferior ao da tensão inicial do betão à compressão, σ_{c0} , representado acima na Figura 2.16 [52].

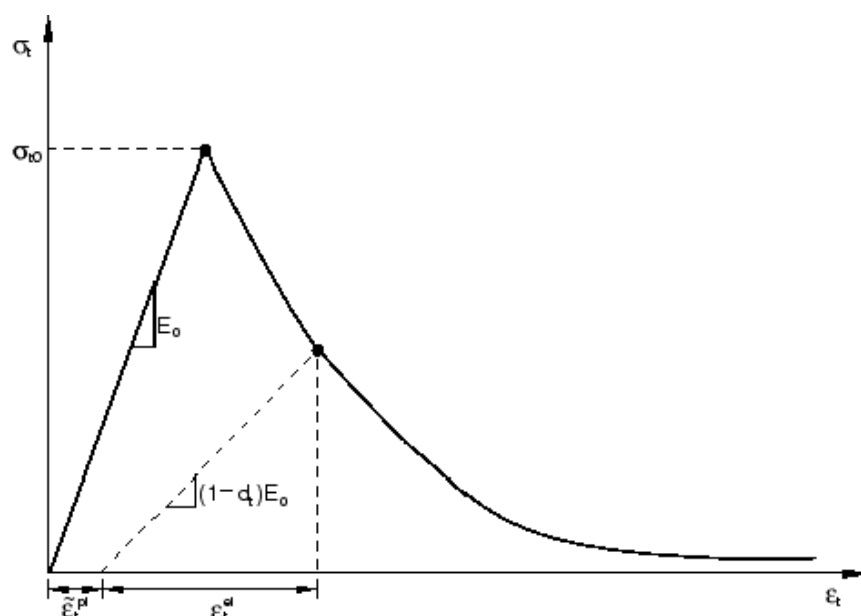


Figura 2.17- Comportamento do betão à tração uniaxial [52]

Sendo E_0 o módulo de rigidez elástica inicial do betão sem danos, as relações tensão-extensão do betão em compressão ou tração uniaxial são definidas através das equações (2.19) e (2.20).

$$\sigma_c = (1 - d_c)E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{pl}) \quad (2.19)$$

$$\sigma_t = (1 - d_t)E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{pl}) \quad (2.20)$$

Como referido no primeiro parágrafo da presente secção, as fissuras no betão, quando sujeito a carregamentos uniaxiais, propagam-se na direção transversal à direção das tensões. Desta forma, a propagação das fissuras pode causar uma redução da área de carga disponível,

a área efetiva A_{eff} representada na Figura 2.13 (a), e consequentemente conduz a um aumento da tensão efetiva. O efeito é menos acentuado sob cargas de compressão desde que a propagação das fissuras se dê na direção paralela à direção do carregamento. Todavia, com o aumento do esmagamento do betão, a área efetiva responsável pela transmissão de carga também é consideravelmente reduzida. As tensões efetivas uniaxiais de compressão e de tração determinam o tamanho da superfície de cedência e são calculadas através das equações (2.21) e (2.22).

$$\bar{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1-d_c)} = E_0(\varepsilon_c - \varepsilon_c^{.pl}) \quad (2.21)$$

$$\bar{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1-d_t)} = E_0(\varepsilon_t - \varepsilon_t^{.pl}) \quad (2.22)$$

Como referido anteriormente, numa primeira fase o comportamento não linear do betão foi simulado no ABAQUS através do modelo CDP, no entanto, após várias tentativas de calibração do modelo tanto ao nível da energia de fratura, como da relação tensão extensão do betão à tração e do parâmetro da viscosidade, este modelo foi excluído. A razão principal deveu-se ao facto de não se conseguir calibrar o modelo para a fase última comportamental da viga à torção simulada.

Outro modelo disponível no ABAQUS que representa de forma aproximada o comportamento pós fissuração do betão é o *Smearred Crack Model* (SCM) (Figura 2.18). Este modelo é adequado para análises em que o betão esteja sujeito essencialmente a incrementos de deformações monotónicas sob baixas tensões de confinamento. As propriedades elásticas definem o comportamento elástico e o modelo SCM descreve a parte irreversível do material após fissuração.

O SCM constitui um modelo geral para modelar o comportamento do betão em todos os tipos de estruturas, incluindo vigas, treliças, cascas e sólidos. Este modelo pode ser usado com varões de reforço para modelar o comportamento de uma estrutura de betão armado.

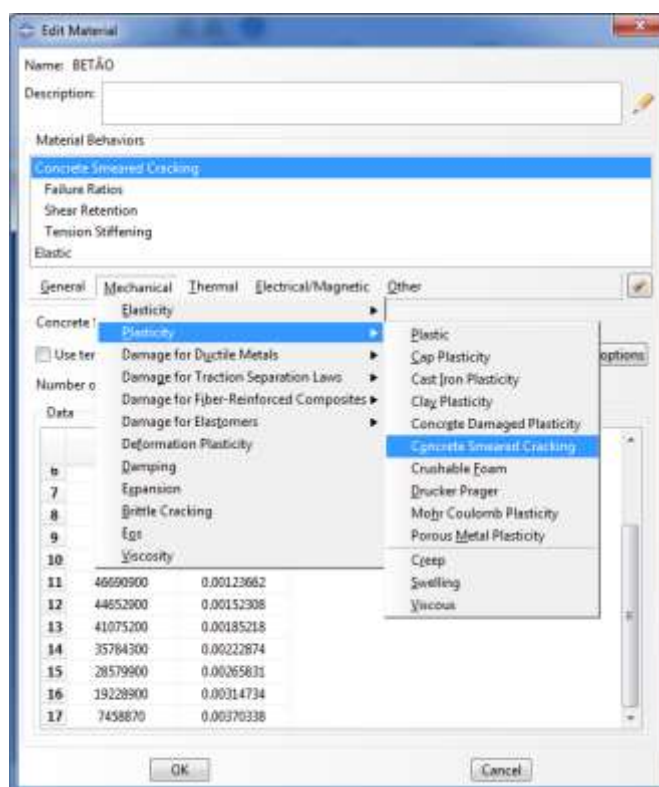


Figura 2.18- Definição do modelo *Smeared Crack Model* para caracterização do comportamento não linear do betão

O SCM modela a fissuração e a resposta à compressão do betão em comportamento uniaxial, conforme ilustrado na Figura 2.19. Visto que o modelo assume inicialmente a aplicação de uma tensão monotónica, a resposta do material durante a descarga/recarga é elástica. No entanto o modelo inclui uma compensação plástica. Desta forma, à medida que a tensão aumenta ocorrem deformações inelásticas que não são recuperáveis, a resposta do material amolece (*Softening effect*). Após o amolecimento do betão é atingida uma tensão máxima a partir da qual o material não pode resistir a qualquer aumento de tensão. Se a carga for removida em algum ponto após a ocorrência de deformações inelásticas, a resposta em descarga é mais macia do que a resposta elástica inicial, ou seja, o comportamento elástico sofreu danos. O SCM ignora este efeito pelo facto de assumir um incremento de deformação monotónica. Apesar disso, a perda de rigidez elástica é levada em conta devido à fissuração.

Quando um provete de betão é tracionado uniaxialmente, este responde elasticamente até uma tensão característica entre 7 a 10 por cento da tensão resistente de compressão do provete. Rapidamente formam-se microfissuras e a perda de rigidez associada é assumida pelo modelo como um dano. O modelo assume também que não há deformações permanentes associadas à fissuração.

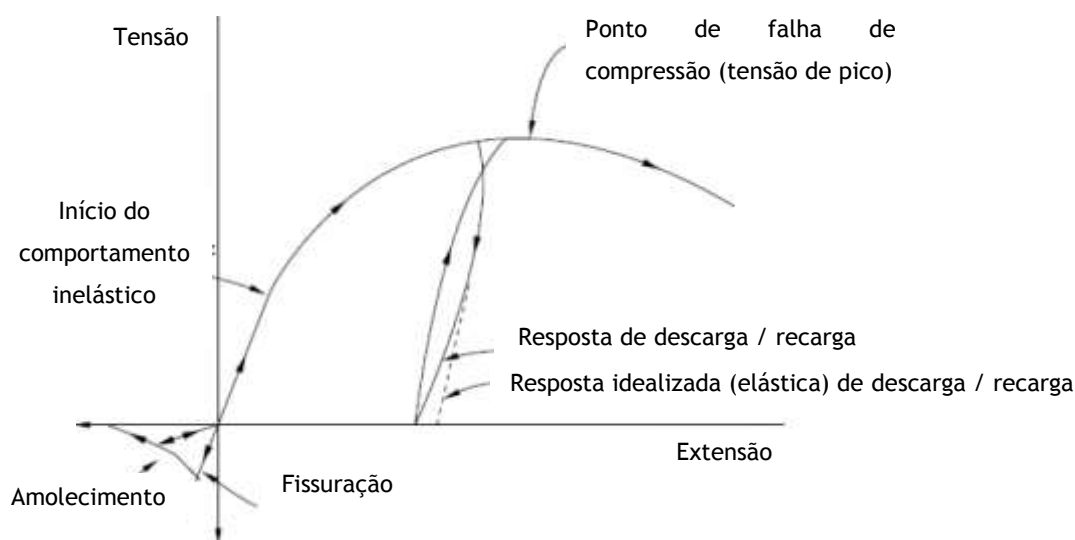


Figura 2.19- Comportamento uniaxial do betão segundo o ABAQUS (adaptado de [43])

A fissuração e o comportamento anisotrópico pós fissuração regem este modelo, e a cada ponto de integração do modelo de elementos finitos são realizados, de forma independente, cálculos constitutivos em que a tensão e a rigidez são influenciadas pela fissuração.

Para detetar o início da fissuração, o SCM utiliza o Critério de Rankine, ou seja, a fissura forma-se na direção normal à tensão principal máxima de tração quando a tensão atinge a superfície de rotura, sendo esta definida através da relação linear entre a tensão de pressão equivalente, p , e a tensão desviatória equivalente de Von Misses, como ilustrado na Figura 2.20. Visto que a fissura se gera num ponto, o ABAQUS armazena a orientação da fissura para cálculos subsequentes. O modelo admite que no mesmo ponto possa surgir uma nova fissura, contudo apenas se pode formar na direção ortogonal à direção da fissura existente, e dependendo do estado de tensão a que o ponto de integração está sujeito, tração ou compressão, as fissuras podem abrir e fechar, mas permanecem para todos os cálculos subsequentes. Desta forma, não podem ocorrer mais do que três fissuras em qualquer ponto, em particular duas no caso de um estado plano de tensão e uma no caso de um estado de tensão uniaxial. Após a deteção de uma fissura é usado um modelo de elasticidade danificada.

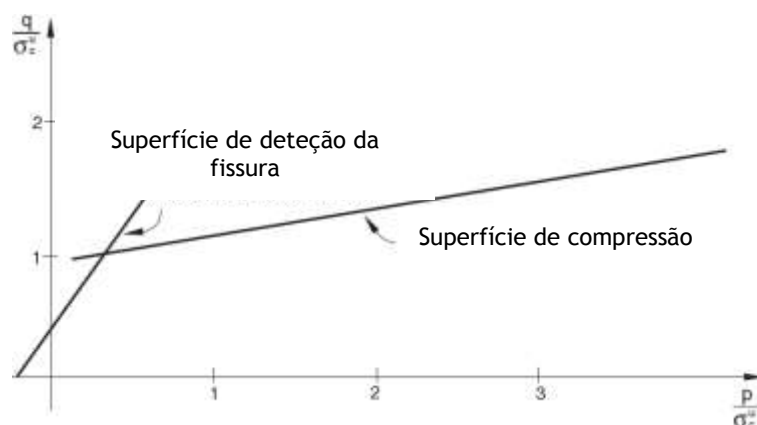


Figura 2.20- Superfícies de rutura e falha no plano p-q (adaptado de [3])

Após a iniciação da fissuração, a transferência de carga através das fissuras dá-se por meio dos varões de aço, modelada de acordo com a tensão de endurecimento. Esta tensão define a resposta tensão - extensão após fissuração a um nível de tensão definido. Este modelo do ABAQUS também leva em conta a mudança no módulo de distorção do betão, influenciando o comportamento ao corte pós-fissuração.

A fim de utilizar o SCM na caracterização do comportamento do betão, são necessários alguns comandos.

O primeiro comando a fixar para o comportamento pós fissuração neste modelo é denominado de *Concrete*. Este comando define o comportamento tensão-extensão do betão em compressão uniaxial fora da zona elástica linear, requerendo assim a relação tensão - extensão do betão à compressão uniaxial em regime plástico.

Seguidamente é necessário estabelecer os *Failure Ratios* (“rácios” na rotura), definindo assim a forma da superfície de rotura para o modelo de betão através de:

- *Failure Ratio 1*- É o quociente entre a tensão máxima de compressão biaxial e a tensão máxima de compressão uniaxial. Neste trabalho, foi adotado o valor de referência igual a 1,16 [25].

- *Failure Ratio 2*- Valor absoluto do quociente entre a tensão máxima de tração uniaxial e a tensão máxima de compressão uniaxial. Este valor foi inicialmente calculado tendo por base os valores de f_{ctm} e f_{ck} , tendo-se inicialmente adotado o valor de 0,0733 e posteriormente calibrado para 0,035.

- *Failure Ratio 3*- É a razão entre a magnitude de uma componente principal da deformação plástica para a tensão máxima de compressão biaxial e a deformação plástica para a tensão máxima de compressão uniaxial. Foi adotado o valor de referência de 1,28 [25].

- *Failure Ratio* 4- É a relação entre a tensão principal de tração até a fissuração, em estado plano, quando a outra tensão principal é no valor de compressão final à tração, até à tensão de fendilharão sob tensão uniaxial. Adotado o valor padrão existente de 0,337 [25].

Posteriormente é necessário fixar o *Tension Stiffening* (“tensão de enrijecimento”). Este comando especifica a fração restante de tensão, a relação entre a tensão restante e a tensão no início da fissuração, e a extensão de fissuração. Assim, na primeira linha a relação entre a tensão restante e a tensão no início da fissuração é 1, indicando que a tensão está ainda toda disponível, e a extensão de fissuração é 0, indicando que a fissuração ainda não começou. Na segunda linha a relação entre a tensão restante e a tensão no início da fissuração é 0, visto a tensão já não estar disponível, e a extensão de fissuração é 1, indicando que foi atingida toda a fissuração. [25].

Por fim, um dos comandos mais influentes na resposta do modelo é o *Shear Retention* (“retenção de corte”). É um fator de retenção do comportamento ao corte que permitir estabelecer a redução da rigidez de corte do betão à medida que a fissura se propaga. O primeiro valor é 1 e o segundo valor é um número elevado para grande retenção, adotado 10000 [25].

2.4.2. Caracterização do comportamento do aço

O aço é uma liga metálica constituída por ferro e carbono, normalmente entre 0,2 e 1,5% de carbono para armaduras ordinárias. Dependendo das propriedades pretendidas pode englobar também manganés, crómio, níquel, molibdénio, cobre, tungsténio, cobalto ou silício. A resistência e a deformabilidade do aço são influenciadas em grande parte pelo teor do elemento carbono [12].

O comportamento do aço é muito mais simples comparativamente ao do betão. A caracterização do comportamento do aço é igualmente realizada tendo por base a relação constitutiva $\sigma - \epsilon$. Neste trabalho a relação constitutiva do aço à tração foi definida tendo por base o diagrama linear simplificado indicado no Eurocódigo 2 [29].

2.4.2.1. Comportamento do aço à tração

O comportamento do aço à tração, de um modo geral, é similar independentemente do modelo adotado. Assim, até que a tensão de cedência por tração seja atingida, o aço

apresenta um comportamento elástico-linear. O módulo de elasticidade, E_s , equivale à constante de proporcionalidade da reta que representa o comportamento linear do aço até à tensão de cedência. Na ausência de ensaios experimentais ou de valores fornecidos pelo fabricante do aço, o valor do módulo de elasticidade para o aço de armaduras ordinárias pode ser considerado aproximadamente 200 GPa. Da mesma forma, o coeficiente de *Poisson* pode ser considerado igual a 0,3.

Da mesma maneira como para o betão a relação constitutiva $\sigma - \epsilon$ para o aço à tração, e de acordo com o Eurocódigo 2 [29], é representada pelos diagramas simplificados ilustrados na Figura 2.21. Nesta figura $\sigma - \epsilon$, existem dois diagramas distintos, em A está representado o diagrama característico e em B o diagrama de cálculo com vista à verificação da segurança na rotura, o qual pode ou não ter em conta o endurecimento no patamar cedência

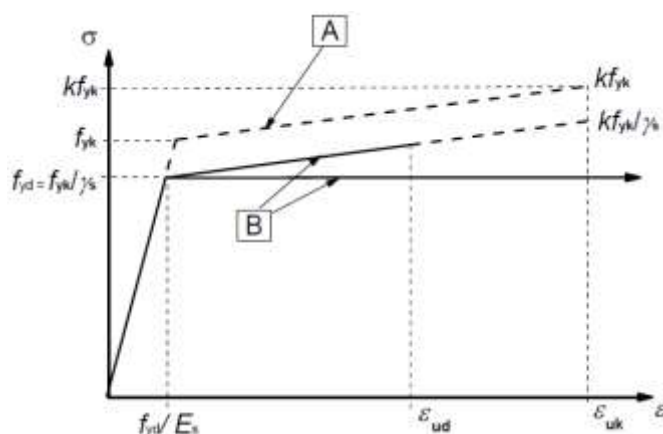


Figura 2.21- Relações $\sigma - \epsilon$ simplificada [29]

Onde:

ϵ_{ud} - Valor da extensão última. Este valor está especificado no Anexo Nacional, visto depender de país para país. O valor recomenda pelo EC2 é $\epsilon_{ud} = 0.9 \epsilon_{uk}$;

ϵ_{uk} - Valor característica da extensão última, correspondente à tensão máxima ou de rotura;

f_{yk} - Valor da tensão de cedência;

K - Valor do rácio (Equação 2.23) entre a resistência à tração, f_t , e a tensão de cedência, f_{yk} , podendo ser definido em função do tipo de aço segundo valores apresentados no Anexo Nacional, pela classe da ductilidade do aço.

$$K = \frac{f_t}{f_{yk}} \quad (2.23)$$

A ductilidade é outra característica que permite classificar os aços utilizados no reforço de secções de betão. Esta propriedade é caracterizada como a capacidade da dissipação da energia por deformações plásticas até à rotura, e pode ser determinada, por unidade de volume, através do integral da função $\sigma_s(\epsilon_s)$ desde o fim da zona elástica até à rotura. Tal integral representa a área limitada pela curva $\sigma - \epsilon$ na zona referida. Assim, pode-se concluir que quanto maior for o valor da referida área, mais elevada é a ductilidade do aço. O Eurocódigo 2 [29], com o intuito de simplificação de alguns coeficientes, define três classes de aços distintas, classes A, B e C que diferem ao nível da ductilidade. A classe A representa os aços de menor ductilidade, apresentando menor deformação até a rotura, e os aços de classe C são os de maior ductilidade, exibindo maior deformação até à rotura. As características são apresentadas na Tabela 2.3.

Tabela 2.3 - Quadro C.1, representando as propriedades das armaduras [29]

Forma do produto		Varões e fios			Redes electrossoldadas			Requisito ou valor do quantilho (%)
Classe		A	B	C	A	B	C	-
Valor característico da tensão de cedência f_{yk} ou $f_{0,2k}$ (MPa)		400 a 600						5,0
Valor mínimo de $K=(f_t / f_y)_k$		$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	$\geq 1,05$	$\geq 1,08$	$\geq 1,15$ $< 1,35$	10,0
Valor característico da extensão à tensão máxima, ϵ_{uk} (‰)		$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	$\geq 2,5$	$\geq 5,0$	$\geq 7,5$	10,0
Aptidão à dobragem		Ensaio de dobragem/desdobragem			-			
Resistência ao corte		-			0,3 A f_{yk} (A é a área do fio)			Mínimo
Tolerância máxima da massa nominal (varão ou fio isolado) (%)	Dimensão nominal do varão (mm) ≤ 8 > 8	$\pm 6,0$ $\pm 4,5$						5,0

2.4.2.2. Modelação do comportamento elástico do aço no ABAQUS

De forma similar ao betão, a definição do comportamento do aço de reforço é também dividido em 2 fases; comportamento elástico-linear e comportamento plástico. Na definição da resposta elástica de um metal, o ABAQUS permite o uso de uma lei linear de elasticidade ou um modelo de equações de estado. O meio mais comum é a definição de uma lei linear de elasticidade onde podem ser definidas propriedades elásticas como a isotropia ou a anisotropia, bem como propriedades elásticas que dependem da temperatura ou da área da secção de aço. É importante salientar que em materiais que possuam elevadas deformações elásticas o modelo de elasticidade linear não deve ser utilizado.

Para as armaduras, e para a definição do comportamento elástico linear, são requeridos o módulo de elasticidade, E_s , e o coeficiente de *Poisson*, ν , como visualizado na Figura 2.22.

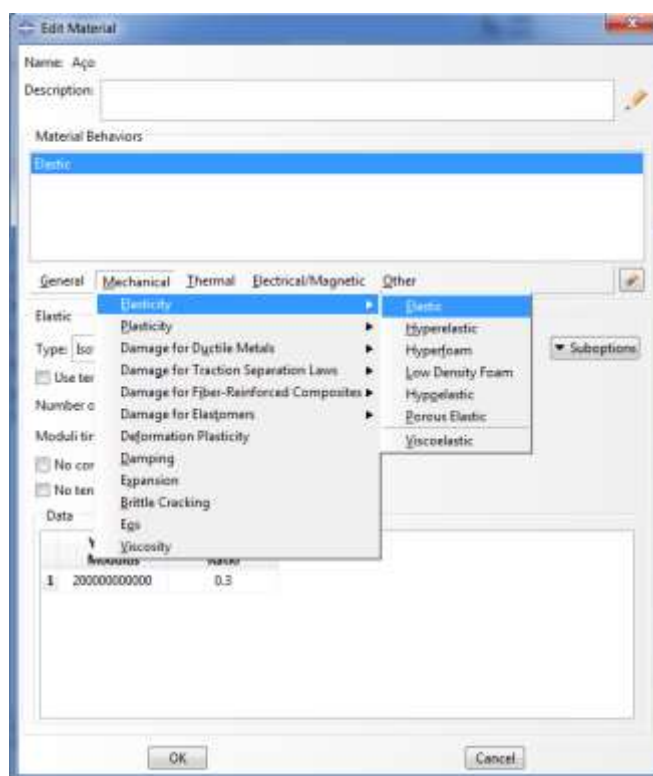


Figura 2.22 - Definição das propriedades elásticas para caracterização do comportamento elástico do aço

2.4.2.3. Modelação do Comportamento plástico do aço no ABAQUS

O comportamento plástico do aço de reforço, no ABAQUS, pode ser definido de acordo com vários modelos. No modelo *Classic Metal Plasticity* - CMP (“Plasticidade clássica de metais”), são incluídos modelos para metais sujeitos a carregamentos cíclicos, modelos de falha dinâmica, entre outros. O ABAQUS incorpora também um modelo para definir o comportamento plástico de metais com características porosas, o *Porous Metal Plasticity* - PMP (“Plasticidade de metais porosos”). Para definir o comportamento do aço, o ABAQUS permite a combinação dos vários modelos existentes.

O CMP possibilita o uso das superfícies de cedência de Von Mises para materiais isotrópicos ou a superfície de cedência de Hill para materiais que exibam um comportamento anisotrópico. Ambas as superfícies de cedência, Von Mises e Hill, assumem que a cedência do material é independente do estado de tensão equivalente. O modelo usa a teoria da plasticidade perfeita com um comportamento endurecido isotrópico e pode ser utilizado em qualquer análise que utilize elementos cujos graus de liberdade são deslocamentos. A este modelo plástico deve estar associado o modelo elástico linear do material.

Outra função existente no modelo CMP é a definição do endurecimento do material. Pode-se definir um endurecimento isotrópico, cinemático Johnson-Cook, um endurecimento definido pelo utilizador ou mesmo uma combinação dos anteriores. O termo endurecimento isotrópico significa que a superfície de cedência altera de forma uniforme em todas as direções das tensões, aumentando ou diminuindo com as deformações plásticas. O ABAQUS fornece um modelo de endurecimento isotrópico para os casos que envolvam enormes deformações plásticas, ou em casos em que a deformação plástica em cada ponto ocorre essencialmente na mesma direção durante todo o ensaio.

No presente estudo, o comportamento do aço foi definido através do modelo CMP, tendo sido também, por defeito, adotado um comportamento isotrópico para o material (Figura 2.23). Desta forma, o modelo de caracterização do comportamento plástico do aço de reforço apenas requer a tensão de cedência, f_y , o módulo de elasticidade, E_s , e a tensão última, f_u , assim como a correspondente extensão última, ϵ_u . Como foi referido anteriormente, o CMP utiliza a superfície de cedência de Von Mises na modelação do comportamento plástico de metais isotrópicos. Após a tensão de cedência ser atingida, as definições padrão de plasticidade do metal regem as propriedades do elemento. Este modelo é basicamente definido pela relação σ - ϵ plástica, onde o valor inicial da tensão corresponde à tensão máxima na qual a deformação plástica é zero, igual ao valor limite da tensão elástica. Opcionalmente, é ainda possível associar variáveis de temperatura e/ou de área equivalente. Esta relação deve ser especificada usando intervalos iguais na deformação plástica, caso

contrário o ABAQUS regulariza a relação de modo a criar intervalos iguais. Todavia, o ABAQUS emite um erro caso não seja possível regularizar a relação dentro de um número razoável de intervalos.

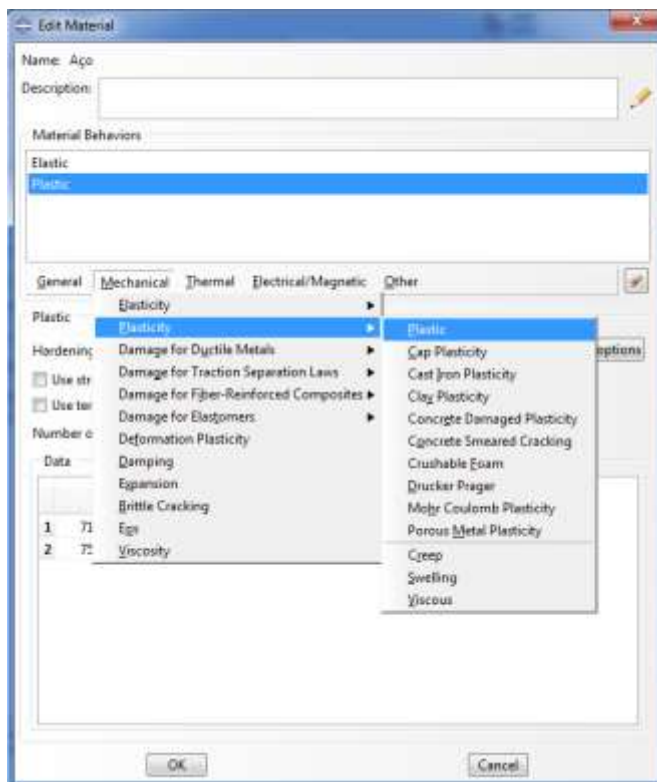


Figura 2.23 - Definição do modelo para a caracterização do comportamento plástico do aço

2.5. Definição do tipo de análise

Para executar uma simulação no ABAQUS, é necessário criar e definir um passo ou incremento, *Step*, que o software vai utilizar para dividir o período total do tempo em intervalos (etapas de incrementos). Deste modo a análise consiste em duas etapas gerais, designadamente:

- Um passo inicial, *Initial Step*, gerado automaticamente com a criação do modelo, a partir do qual são definidas as condições de apoio;
- Um passo de análise, adotado em função do tipo de análise (estática, dinâmica, entre outras), a partir do qual são definidas imposições de cargas ou deslocamentos.

No que diz respeito aos passos de análise, para a maior parte dos *Steps* existentes no ABAQUS como o caso de um passo geral, *Static Step*, é necessário definir as seguintes opções:

- Tempo de incrementação. Por defeito o ABAQUS escolhe um tempo de incrementação automático e começa a incrementação tendo por base o valor do incremento inicial. O tamanho dos incrementos de tempo subsequentes são ajustados tendo por base a rapidez com que a solução converge. Contudo este valor pode ser ajustado e definido pelo utilizador.

- Número máximo de incrementos. Pode-se limitar o número máximo de incrementos numa etapa, sendo que, por defeito, o número máximo de incrementos é de 100. Contudo este valor pode ser ajustado pelo utilizador.

- Tamanho inicial do incremento. É a partir deste valor que o ABAQUS começa a incrementação da análise.

- Tamanho mínimo do incremento. É um valor comparativo utilizado pelo ABAQUS numa análise em que necessita realizar um incremento menor para a solução convergir. Quando o valor do incremento é menor que este valor, a análise é terminada reportando um erro para o utilizador. Por definição este valor é 10^{-5} , contudo o mesmo pode ser ajustado pelo utilizador.

- Tamanho máximo do incremento. É o valor máximo utilizado pelo ABAQUS para o tamanho do incremento durante a análise. Este valor pode ser especificado pelo utilizador, caso contrário o ABAQUS define este valor em função do período de tempo total da análise.

Em cada passo, *Step*, podem ser definidos diferentes carregamentos, condições de apoio e procedimentos de análises. O ABAQUS fornece uma ferramenta, *Step Manager*, para criar, editar e manipular as etapas associadas à análise.

2.6. Definição de interações no modelo

O ABAQUS disponibiliza um módulo para definir e gerir interações no modelo. As interações definem ações ou dependências entre 2 ou mais corpos ou regiões, e ações com o ambiente circundante.

A partir das interações disponíveis no módulo do ABAQUS, podem-se gerar:

- Interações mecânicas e térmicas entre regiões de um modelo, ou entre a região de um modelo e o seu ambiente circundante;
- Restrições na análise em regiões de um modelo;
- Conexões entre dois pontos de um modelo ou entre o modelo e um ponto exterior;
- Inércia sobre regiões do modelo, como por exemplo pontos de massa, inércia de rotação e potência de calor;
- Fissuras sobre regiões do modelo;
- Molas e amortecedores entre dois pontos de um modelo ou entre um ponto do modelo e um ponto exterior.

Para o modelo utilizado no presente trabalho no ABAQUS, e de entre as disponíveis, as restrições utilizadas foram as seguintes:

- *Contact interations* (“interações de contato”) - Descreve o contacto entre diferentes áreas, superfícies rígidas ou deformáveis, numa única superfície.
- *Coupling* (“acoplamento”) - É uma restrição de acoplamento, ou seja, permite restringir o movimento de uma superfície no movimento de um único ponto.
- *Embedded regions* (“regiões embebidas”) - Esta interação permite embeber uma região do modelo dentro de outra região ou dentro de todo o modelo.

Numa primeira fase do presente estudo, a viga A2 foi modelada definindo, para além da zona corrente, zonas de reforço e chapas de aço com elevado módulo de elasticidade, para a constituição de zonas de interação entre carregamentos/apoios pontuais e o modelo de betão armado. Assim, a limitação de contacto foi definida na ligação entre as superfícies de reforço e as chapas de aço, e entre as zonas de reforço e a zona corrente da viga. Contudo, posteriormente as interações de contacto foram evitadas visto originarem problemas adicionais desnecessários.

Foram também definidos *Kinematic Coupling's* (“acoplamento cinemáticos”) nas duas extremidades da viga. Deste modo o plano da extremidade da peça acompanha o movimento de um ponto de referência criado exteriormente à peça. As restrições de acoplamento cinemático são úteis nos casos em que um grande número de nós são limitados ao movimento de um único nó. Na Figura 2.24, está representado um movimento de rotação para um modelo sem restrições de movimentos radiais.

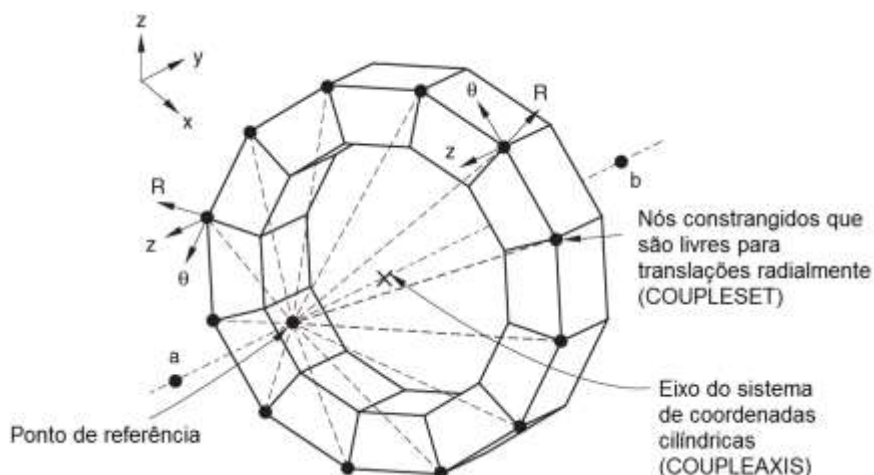


Figura 2.24 - Restrição de acoplamento cinemático utilizado para transmitir a rotação a uma estrutura, sendo permitido o movimento radial (adaptado de [5])

Para definir o contacto dos varões de aço e o betão foi definida a interação *Embedded regions* (“regiões embebidas”). A técnica de embebimento é usada para especificar que um elemento ou grupo de elementos estão incorporados em elementos de acolhimento. Deste modo, o ABAQUS procura relações geométricas entre os nós dos elementos incorporados e os nós do elemento acolhedor, ou seja, quando o nó de um elemento incorporado se situa dentro de um elemento acolhedor os graus de liberdade de translação desse nó são eliminados, tornando-o num “nó embebido”. Os graus de translação do “nó embebido” são limitados aos valores interpolados dos correspondentes graus de liberdade do elemento de acolhimento. Elementos embebidos são autorizados a ter graus de liberdade rotacionais, mas estas rotações não são constrangidas pela incorporação.

Para definir o quão longe um nó pode ser acolhido, é definida uma tolerância. O modelo assume que os nós embebidos devem-se situar dentro de uma distância calculada através da multiplicação do tamanho médio dos elementos acolhedores por 0,05, valor por definição. Contudo este valor pode ser alterado pelo utilizador.

A tolerância exterior para os elementos embebidos nos elementos acolhedores é ilustrado na região a sombreado da Figura 2.25.

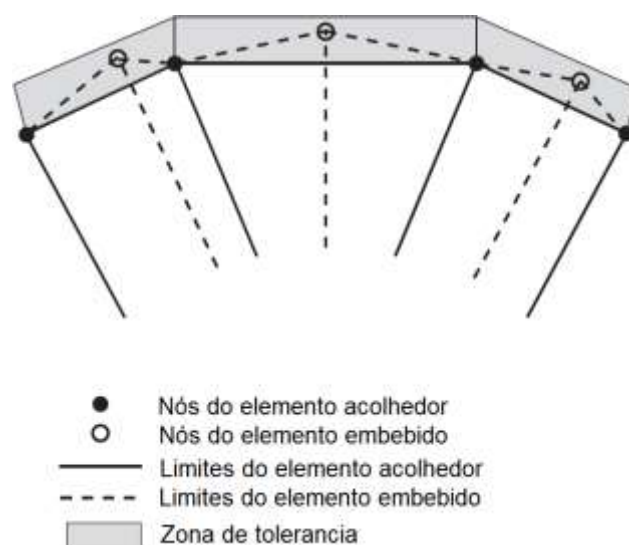


Figura 2.25. - Tolerância exterior para elementos embecidos (adaptado de [5])

2.7. Definição das condições de contorno do modelo

As condições de contorno do modelo tais como cargas, forças, temperaturas iniciais, deslocamentos e condições de fronteira, são definidas nesta etapa através do módulo *Load*. A criação destas condições de contorno é dependente da etapa anterior, criação de um *Step*, visto a definição do *Step* associado ditar quando estas se tornam ativas.

Cada tipo de condição de contorno pode ser definida em separado. Desta forma, este módulo possui um gestor que auxilia à criação e edição das condições associadas ao modelo. Assim o módulo *Load* permite definir:

- Imposição de deslocamentos, forças, rotações e momentos segundo o eixo pretendido;
- Criação das condições de fronteira, ou condições de apoio. Deste modo é possível definir a sua ligação a um ponto exterior através de restrições de deslocamentos ou rotações.

A convenção que o ABAQUS utiliza para especificar a orientação de deslocamentos e rotações encontra-se ilustrada na Figura 2.26.

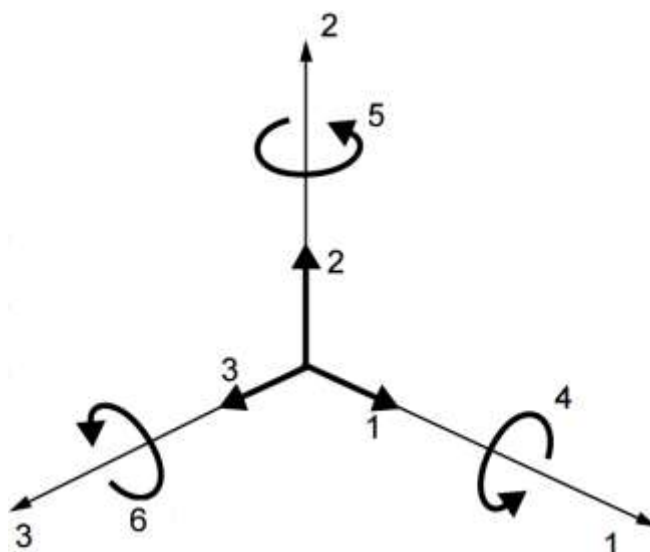


Figura 2.26- Convenção de deslocamento e rotações segundo o ABAQUS

Aplicando a convenção ilustrada na figura anterior ao referencial global do modelo criado neste estudo, refere-se que:

- 1, corresponde às translações segundo a direção X (U1);
- 2, corresponde às translações segundo a direção Y (U2);
- 3, corresponde às translações segundo a direção Z (U3);
- 4, corresponde às rotações em torno da direção X (UR1);
- 5, corresponde às rotações em torno da direção Y (UR2);
- 6, corresponde às rotações em torno da direção Z (UR3).

2.8. Processamento da análise para problemas não lineares

Grande parte dos materiais utilizados em estruturas de engenharia civil apresentam um comportamento elastoplástico ou não linear, pelo que uma análise não linear é requerida para simular o comportamento real das estruturas. Uma análise linear é válida quando um material respeita a Lei de Hooke, apresentando um comportamento elástico linear, sem fissuração, e quando as deformações e os deslocamentos apresentados são pequenos. Por outro lado, uma análise não linear torna-se relevante quando o material apresenta um comportamento plástico, ou com fissuração, e quando os deslocamentos e as deformações aumentam. De um modo geral, numa análise não linear é necessário levar em conta não só a

não linearidade geométrica, em virtude dos grandes deslocamentos, mas também a não linearidade física, em consequência do comportamento mecânico do material.

Um exemplo de uma curva carga (P) - deslocamento (u) na análise de uma estrutura não linear encontra-se ilustrada na Figura 2.27.

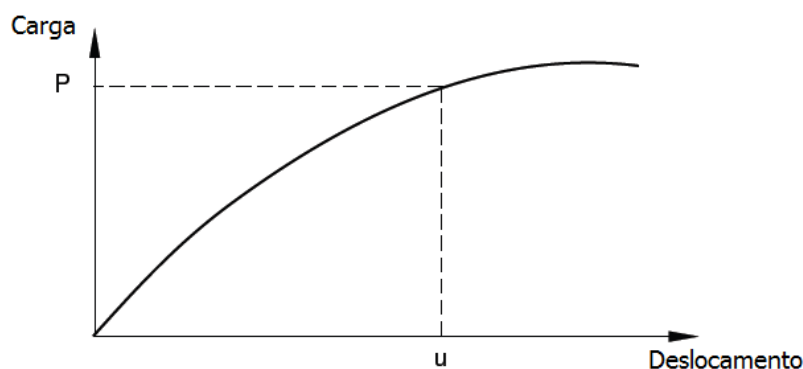


Figura 2.27- Curva $P - u$ na análise de uma estrutura não linear (adaptado de [2])

Ao contrário de uma análise linear, a solução para uma análise não linear não pode ser calculada através da resolução de simples sistemas de equações lineares. A solução é obtida especificando uma carga em função do tempo e o tempo total de incrementação para a resposta não linear. Assim, o ABAQUS divide a simulação em tempos de incrementos e tenta encontrar a configuração de equilíbrio aproximada no final de cada incremento. Através do método de Newton-Raphson, executa várias iterações para determinar uma solução para cada incremento de tempo.

Na definição de uma análise, é atribuído um histórico de tempo para a simulação. Desta forma, numa análise não linear o histórico de tempo definido é dividido em incrementos de tempo. O ABAQUS, para além dos limites máximos e mínimos de incrementos, requer ao utilizador um incremento inicial que, ao longo da análise, vai ajustando e escolhendo automaticamente o valor do incremento seguinte. No final de cada incremento a estrutura está cada vez mais próxima do equilíbrio, estando disponíveis para o utilizador os resultados no final de cada incremento. Para cada incremento de tempo, e na tentativa de encontrar uma solução em equilíbrio, podem ser calculadas várias iterações. Assim, se no final de cada iteração se o modelo não estiver em equilíbrio, o ABAQUS realiza outra iteração. Caso se verifique que, durante o processo, as iterações divergem subsequentemente afastando-se do equilíbrio, o processo iterativo é encerrado e é executado um incremento de tempo menor na tentativa de encontrar uma solução próxima do equilíbrio.

A solução para um problema de não linearidade geométrica é obtida tendo por base a configuração inicial da estrutura e para cada incremento de carga são determinados deslocamento, tensões e esforços. Este processo iterativo é fundamental, em virtude da não

linearidade da resposta por parte do material, através da aplicação de incrementos de carga com o intuito de definir o caminho de equilíbrio da modelo (Figuras 2.29 e 2.30).

O processo iterativo funciona com base na equação do equilíbrio, a qual estabelece que a força resultante em cada nó deve ser zero. Assim, deve existir um equilíbrio entre a força externa, P , e a força interna, I , para o corpo estar em equilíbrio, como descrito na equação (2.24). As cargas internas que atuam sobre um nó são causadas por tensões nos elementos que estão ligados a esse nó (Figura 2.28). Desta forma, em cada passo da busca pela solução, o processo iterativo, por cada incremento de força aplicada, calcula os respetivos deslocamentos com base na equação do equilíbrio.

$$P - I = 0 \quad (2.24)$$

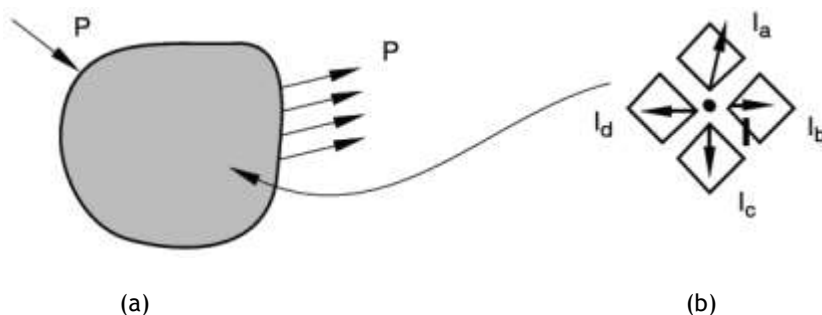


Figura 2.28- (a) Simulação de força externa P ; (b) forças internas atuantes num nó [2]

Analisando a Figura 2.28 (a), a força interna, I , relaciona a tensão sofrida no elemento e transmitida ao nó pertencente a esse elemento. A Figura 2.28 (b) ilustra a decomposição da força atuante no nó do elemento em quatro parcelas I_a , I_b , I_c e I_d .

Como ilustrado na Figura 2.29, a resposta não linear de uma estrutura sujeita a um pequeno incremento de carga, ΔP , é determinado tendo por base a tangente, com declive K_0 , da curva $P - u$ no ponto de deslocamento u_0 , permitindo calcular o valor da correção do deslocamento, C_a . Este valor é calculado utilizando o valor da deformação do ponto correspondente à interceção do incremento de carga, ΔP , com a tangente, de declive K_0 , à curva $P - u$ (ponto a da figura 2.29).

Após isto, o ABAQUS para além de calcular o valor das forças internas, I_a , numa configuração mais atualizada da estrutura, calcula também o valor da força residual, R_a , correspondendo esta à diferença entre a carga total aplicada, P , e as forças internas nessa

configuração, I_a , como estabelecido na equação (2.25). Numa análise não linear o valor da força residual, R_a , nunca pode ser zero [2].

$$R_a = P - I_a \quad (2.25)$$

Onde:

- R_a , é a força residual ou força não balanceada;
- P , é a força externa ilustrada na Figura 2.28;
- I_a , é a força interna ou força atuante num nó.

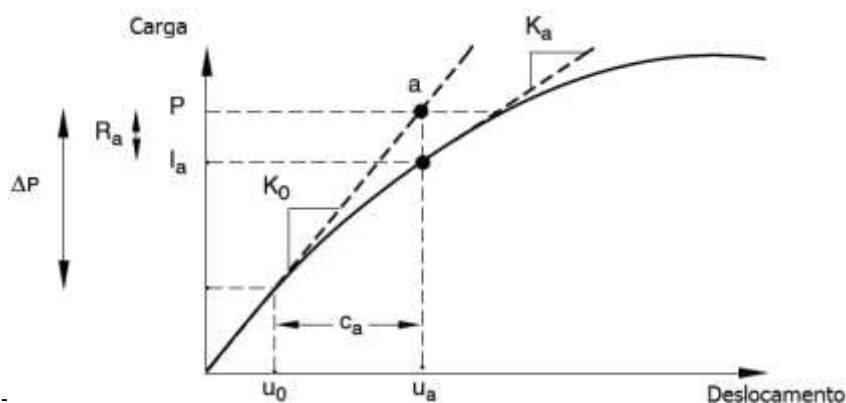


Figura 2.29- Primeira iteração com o incremento (adaptado de [2])

No ABAQUS, após ser calculado o valor da força residual, este é comparado com o valor de tolerância, por defeito, de 0,5 % da força média na estrutura. O valor de tolerância pode ser alterado, dependendo das especificações dos critérios de convergência para problemas não lineares. Se o valor da força residual for inferior ao valor de tolerância, o ABAQUS aceita a solução, admitindo que P e I_a estão em equilíbrio e u_0 é uma configuração de equilíbrio válida para a estrutura sob a carga aplicada.

No entanto, para que ocorra convergência, é necessário validar um novo critério de convergência comparando o valor da correção do deslocamento, C_a , com o valor do incremento do deslocamento, Δu_a , determinado com base na equação (2.26).

$$\Delta u_a = u_a - u_0 \quad (2.26)$$

Onde:

- u_a e u_0 , são os deslocamentos devido ao incremento do carregamento;
- Δu_a , é o incremento de deslocamento.

Posto isto, o valor da correção do deslocamento é comparado com o valor do incremento de deslocamento e é realizada uma nova iteração caso o valor da correção do deslocamento seja superior a 1 % do valor do incremento de deslocamento. Quando ambos os critérios estiverem satisfeitos há convergência do modelo, caso contrário é realizada uma nova iteração para que a equação da força residual seguinte, R_b , e o valor da correção do deslocamento seguinte, C_b , cumpram os critérios de convergência até que o modelo se encontre em equilíbrio (Figura 2.30).

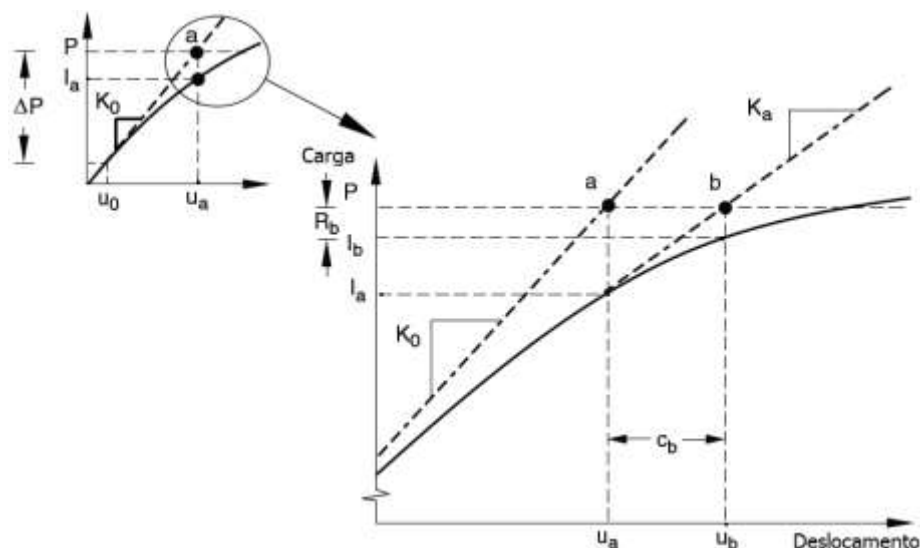


Figura 2.30- Segunda iteração com o incremento (adaptado de [2])

Numa primeira fase, o ABAQUS, através de uma configuração mais avançada da estrutura, correspondente a um deslocamento u_a , calcula uma nova rigidez da estrutura através de uma nova tangente, de declive K_a , à curva P - u. O novo valor da rigidez da estrutura, K_a , conjuntamente com o valor da força residual, R_a , determinam a correção do deslocamento da segunda iteração, C_b , que tende a colocar o modelo mais perto do equilíbrio, reduzindo o valor da força residual. Tal encontra-se ilustrado através do ponto b da Figura 2.30. A nova força residual, R_b , é calculada adotando o valor das forças internas da nova configuração da estrutura. Novamente, os dois critérios de convergência são verificados. A força residual mais elevada em qualquer grau de liberdade do modelo, R, é comparada com o valor de tolerância da força residual e a correção para o deslocamento da segunda iteração,

C_b , é também comparada com o valor do incremento de deslocamento da segunda iteração, Δu_b .

O número de iterações que o ABAQUS realiza para que o modelo convirja depende do grau de não-linearidade do sistema. Por defeito, o ABAQUS define um número máximo de iterações igual a 16. Ao fim deste número de iterações, caso o modelo não convirja, o incremento inicial é abandonado e é executado um novo incremento com $1/4$ do tamanho do incremento anterior. Contudo, o ABAQUS interrompe a análise caso este procedimento seja repetido mais do que 5 vezes seguidas. Ao invés, caso o modelo convirja em menos de 5 iterações, automaticamente o tamanho do incremento é aumentado em 50%.

Em suma, este tipo de procedimentos numéricos iterativos, como o método de Newton-Raphson utilizado na resolução de problemas não lineares, consistem na realização de um determinado número de iterações, para um mesmo incremento de força ΔP ou de deslocamento C_a , até que ambas as condições de convergências sejam validadas, tendo por base a lei constitutiva e a curva de resposta estabelecida. Numa análise não linear, o ABAQUS, para cada iteração, calcula a matriz de rigidez do modelo e soluciona assim o sistema de equações. Tal procedimento traduz-se, em cada iteração, num esforço computacional similar ao de uma análise linear [2].

2.9. Visualização dos resultados

Por fim, a visualização de resultados permite ao utilizador ter acesso, para além das deformações e tensões na estrutura, também a outros dados relacionados com os pós processamento da análise. Através do módulo *Visualization* podem ser construídos diversos gráficos de resultados, geralmente, em função do tempo no eixo dos xx. Para a construção de gráficos no ABAQUS, encontra-se disponível uma vasta panóplia de opções para o eixo dos yy como, carga num ponto, momento num ponto, deformações, forças de reação, momentos de reação, tensões, deslocamentos espaciais e rotações espaciais, como ilustrado seguidamente na Figura 2.31.

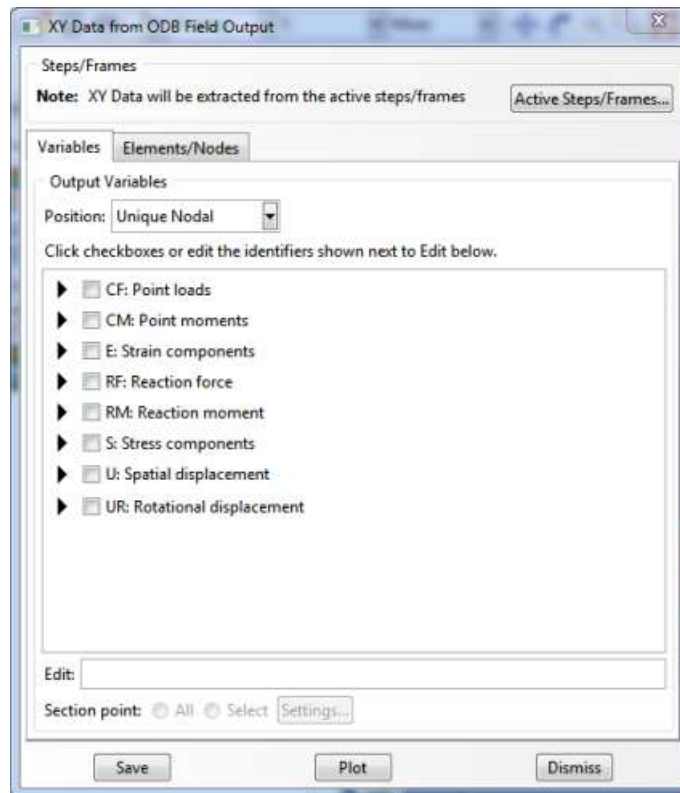


Figura 2.31 - Janela de seleção de dados para construção de gráficos em ABAQUS

Capítulo 3 - Modelação da viga A2- Análise linear

3.1. Introdução

Numa primeira fase, após a implementação do modelo da viga A2 no ABAQUS, foi realizada uma análise linear e elástica da mesma, com o objetivo de validar os pressupostos considerados para a modelação e detetar eventuais incongruências.

Neste capítulo são apresentadas as características reais e a metodologia utilizada para a modelação e análise linear da viga A2 no programa ABAQUS, bem como alguns conceitos para a solução de problemas lineares tendo em conta particularidades assumidas pelo programa. No final são apresentados os resultados obtidos da análise linear da viga A2.

3.2. Caracterização da Viga A2

Para este trabalho tomou-se por base a viga A2 ensaiada por Bernardo em 2003 [17], caracterizada por uma secção quadrada vazada com uma taxa de armadura de torção moderada, compatível com um comportamento dúctil à torção (de acordo com o observado por Bernardo em 2003), e com as armaduras longitudinais e transversais equilibradas.

A escolha de uma viga de referência com secção vazada prendeu-se com o facto deste tipo de secções serem correntemente adotadas em estruturas sujeitas a elevados momentos torsores, como por exemplo em tabuleiros de pontes

No que diz respeito às características geométricas da viga de referência A2, esta possui cerca de 6,5 m de comprimento total, como pode ser observado na Figura 3.1 que apresenta um corte longitudinal da viga. Esta viga de referência possui uma secção quadrada vazada com uma dimensão exterior de 60 cm e uma espessura média de 10 cm (Figura 3.2).

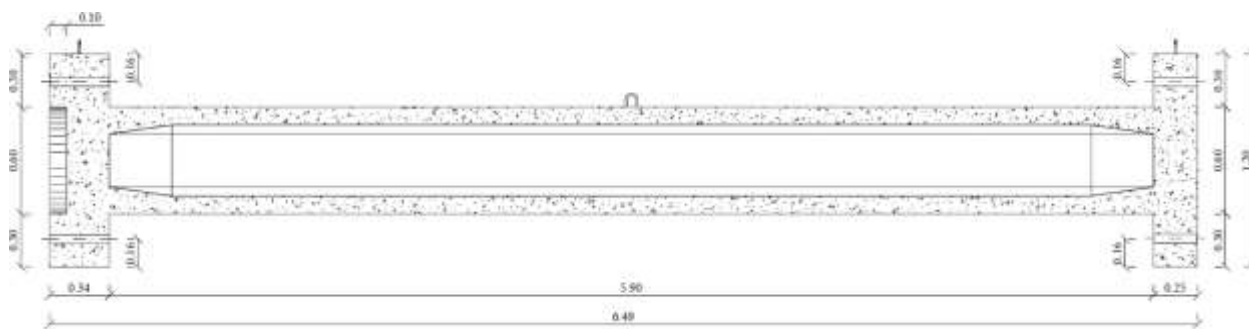


Figura 3.1- Corte longitudinal da viga de referência A2 [17]

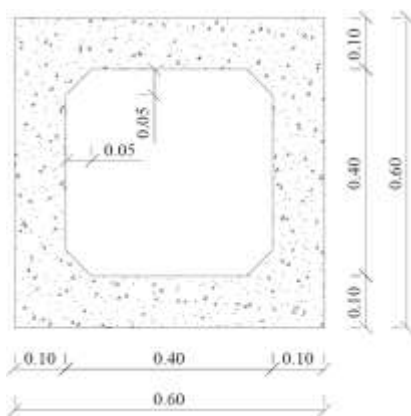


Figura 3.2- Corte transversal da viga de referência A2 [17]

Na viga A2, as armaduras possuem um recobrimento real que variou entre 3 a 3.5 cm. A Figura 3.3 (a) mostra a pormenorização das armaduras da viga, onde X_1 é igual 54 cm e Y_1 é igual a 53 cm, representando estes parâmetros as distâncias entre os eixos dos ramos da cinta para cada direção. É constituída por 12 varões longitudinais $\varnothing 10$ distribuídos pelas 4 faces, e possui 1 varão $\varnothing 12$ a cada canto. A armadura transversal é constituída por cintas $\varnothing 8$ espaçadas a 8 centímetros, como podemos observar na Figura 3.3 (b).

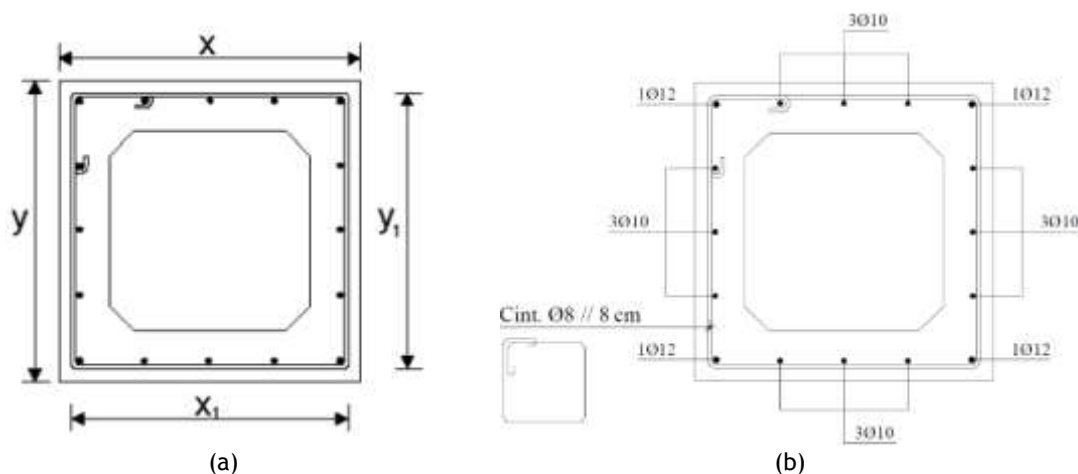


Figura 3.3- (a) Corte transversal da viga A2 com referência ao posicionamento da armadura; (b) pormenorização da secção transversal da viga A2 [17]

As características do betão utilizado na construção da viga de referência encontram-se indicadas na Tabela 3.1. O valor médio da resistência à compressão do betão, f_{ctm} , foi determinado através do ensaio à compressão uniaxial de 5 provetes cúbicos (com aresta de 15 cm), de acordo com a Especificação LNEC E 226-1968 [30], como ilustrado na Figura 3.4. Os valores das extensões (correspondente ao pico de tensão e última) e do módulo de elasticidade foram adotados ou calculados tendo por base o MC 90 [24].

Tabela 3.1- Características do betão utilizado na viga A2 [17]

Parâmetro	Unidade	Valor
f_{cm}	MPa	47,34
ε_0	%	0,2
ε_{cu}	%	0,35
E_c	GPa	36,10



Figura 3.4 - Ensaio à compressão uniaxial de um provete de betão [17]

Relativamente ao aço das armaduras, com classe de resistência A500NR, as características deste encontram-se descritas na Tabela 3.2. Para a determinação das tensões e extensões de cedência das armaduras, foram realizados ensaios à tração de 6 provetes de aço por cada diâmetro de varão utilizado segundo a Norma Portuguesa EN 10 002-1, como ilustrado na Figura 3.5. [41]. O valor da tensão de cedência, f_{ym} , foi determinado a partir da

primeira extensão de cedência, ε_{ym} , obtida de acordo com a Lei de Hooke. Os valores do módulo de elasticidade e da extensão última convencional do aço foram ambos assumidos.

Tabela 3.2- Características do aço de reforço utilizado na viga A2 [17]

\varnothing (mm)	f_{ym} (MPa)	f_{tm} (MPa)	ε_{ym} (‰)	ε_{su} (‰)	E_c (GPa)
8	695,89	847,65	3.479	10	200
10	714,83	866,02	3.574		
12	672,42	809,57	3.362		



Figura 3.5 - Ensaio à tração de um provete de aço [17]

A taxa da armadura total de torção, ρ_{tot} , é obtida através da soma da taxa de armadura longitudinal, ρ_l , com a taxa de armadura transversal, ρ_t , sendo estas calculadas através das seguintes equações:

$$\rho_l = \frac{A_l}{A_c} \quad (3.1)$$

$$\rho_t = \frac{A_t \cdot u}{A_c \cdot s} \quad (3.2)$$

Em que,

A_l = área total de armadura longitudinal;

A_t = área de uma ramo da armadura transversal;

A_c = área da secção limitada pelo perímetro exterior (incluindo a parte vazada);

s = espaçamento longitudinal entre cintas;

u = perímetro da linha média das cintas.

Posto isto, e tendo por base os resultados experimentais obtidos por Bernardo em 2003 referentes ao ensaio da viga A2, apresenta-se na Tabela 3.3 os dados relativos às armaduras para a viga em estudo.

Tabela 3.3- Áreas e taxas de armaduras para a viga A2 [17]

Viga	A_{sl} (cm ²)	A_{st} / s (cm ² /m)	ρ_l (%)	ρ_t (%)	ρ_{tot} (%)
A2	13.95	6.28	0.39	0.37	0.76

A viga A2 foi ensaiada em 2003 por Bernardo num dispositivo de ensaio constituído por um pórtico metálico com um atuador eletromecânico, um dispositivo de torção e um dispositivo de encastramento.

O atuador eletromecânico, fixo no pórtico de ensaio, gerou uma carga aplicada. O pórtico de ensaio é uma estrutura em perfis metálicos composta por dois pilares e uma viga bastante rígida, com ligações rígidas. A ligação dos pilares à laje de reação foi realizado com varões roscados de pré-esforço. Na Figura 3.6 está representada a vista frontal do dispositivo de ensaio com o atuador eletromecânico e com o pórtico de ensaio a sustentá-lo [17].



Figura 3.6 - Vista frontal do pórtico de ensaio com o dispositivo de ensaio da viga [17]

O dispositivo de torção transforma a carga excêntrica recebida do atuador eletromecânico em momento torsor aplicado à viga, por intermédio de pernos metálicos que penetram furações existentes numa das extremidades da viga. Este dispositivo é constituído pela “máquina” de torção e pelo bloco de apoio em betão armado. A máquina de torção (Figura 3.7) foi dimensionada por Bernardo em 2003 segundo os critérios de segurança impostos pelo EC3. Nas Figuras 3.8 (a), (b) e (c) estão representados os desenhos de dimensionamento geral da máquina de torção [17].



Figura 3.7 - Máquina de torção concebida para o ensaio [17]

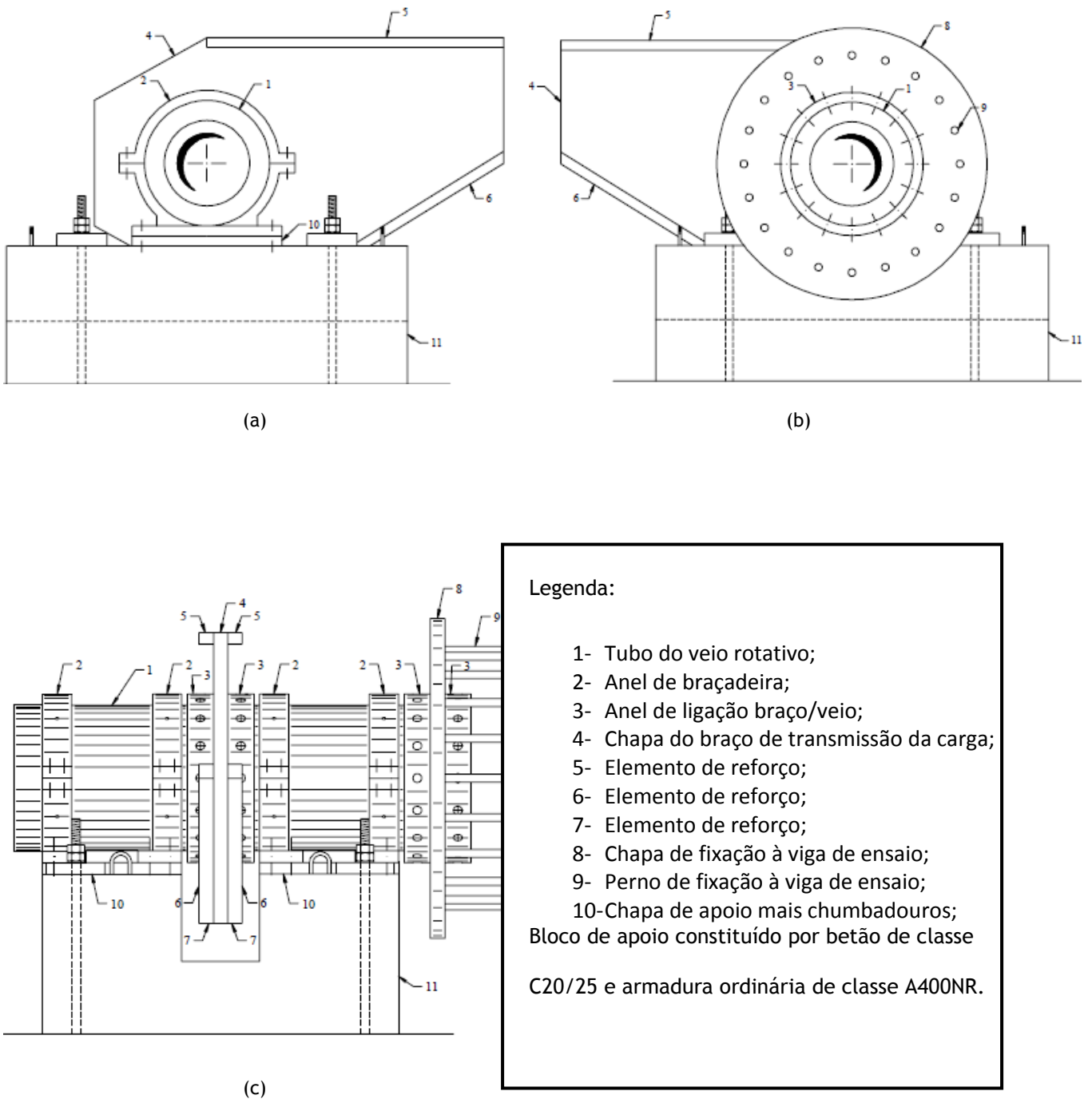
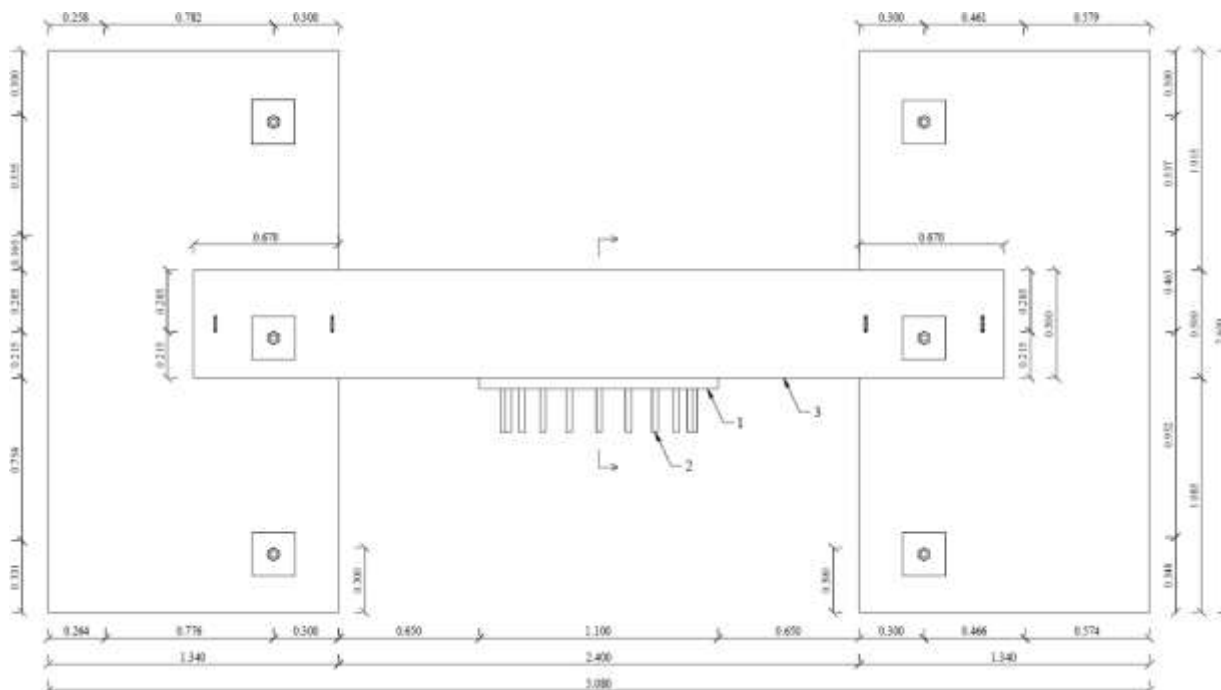


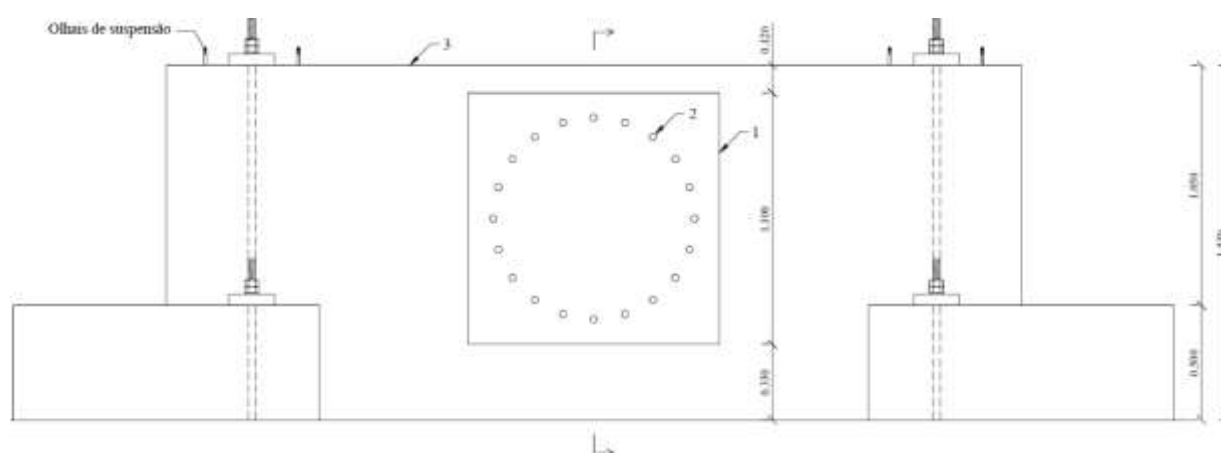
Figura 3.8 - Desenho de dimensionamento geral da máquina de torção: (a) alçado posterior; (b) alçado frontal; (c) alçado lateral [17]

O dispositivo de encastramento de torção é constituído pela chapa de fixação à viga, que incorpora pernos metálicos que penetram em furações existentes na extremidade de encastramento da viga. A referida chapa encontra-se ancorada numa viga parede dimensionada e concebida para o momento torsor máximo previsto. A viga parede de reação encontra-se ancorada à laje de reação através de 6 varões roscados de pré-esforço.

Tanto o bloco de apoio para o dispositivo de torção como a viga parede, foram executadas com betão de classe C20/25 e com armaduras ordinárias de classe A400NR. Seguidamente, as Figuras 3.9 (a), 3.9 (b) e 3.10 apresentam os desenhos de dimensionamento geral do dispositivo de encastramento e do dispositivo de encastramento, respetivamente.



(a)



(b)

Figuras 3.9 - Desenho de dimensionamento geral do dispositivo de encastramento: (a) em planta; (b) alçado frontal [17]

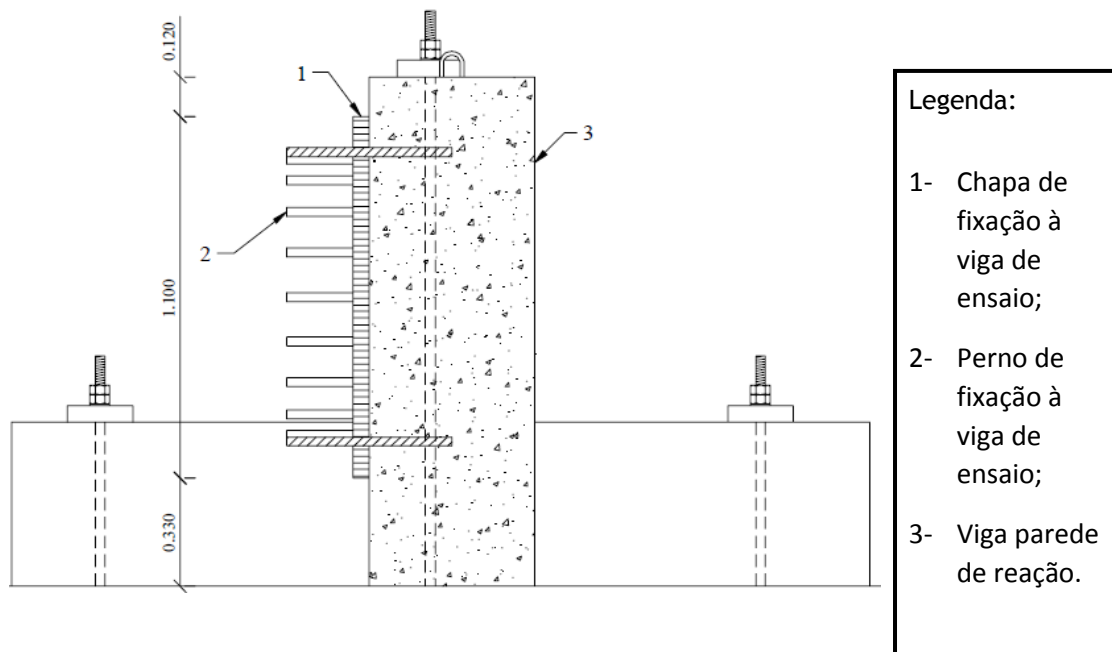


Figura 3.10 - Corte longitudinal do dispositivo de encastramento [17]



Figura 3.11 - Dispositivo de encastramento de torção concebida para o ensaio [17]

No que se refere à instrumentação da viga, exteriormente foram instalados ao longo da mesma 10 pares de transdutores de deslocamento uniformemente distribuídos, Figuras 3.12 (a), (b) e (c), para avaliar experimentalmente a evolução da rotação em várias secções.

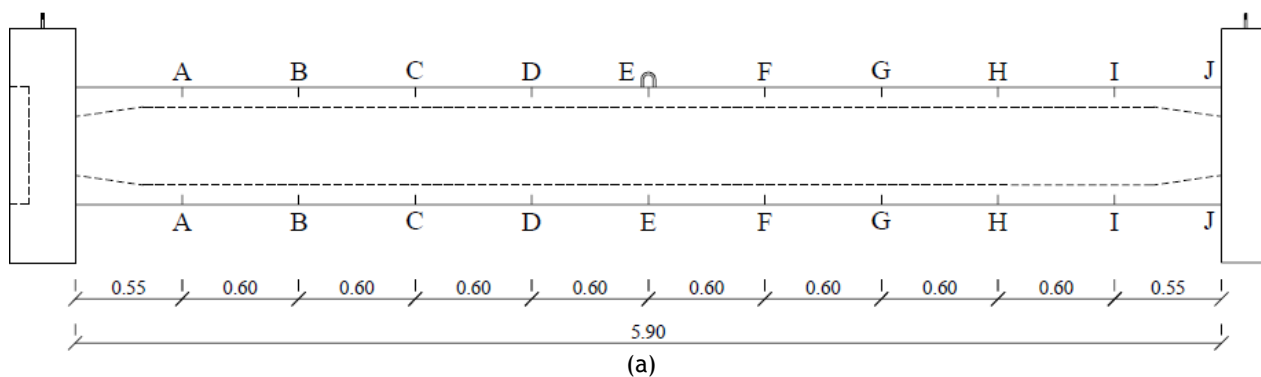


Figura 3.12 - (a) Localização das secções onde foram medidas as rotações; (b) transdutor de deslocamento; (c) instrumentação para medição das rotações no ensaio [17]

A instrumentação interior consistiu na colocação de extensómetros de resistência nas armaduras de torção (nas barras longitudinais de canto e nos ramos da cinta) em três secções da viga (Figura 3.13) localizadas sensivelmente a quartos da viga.

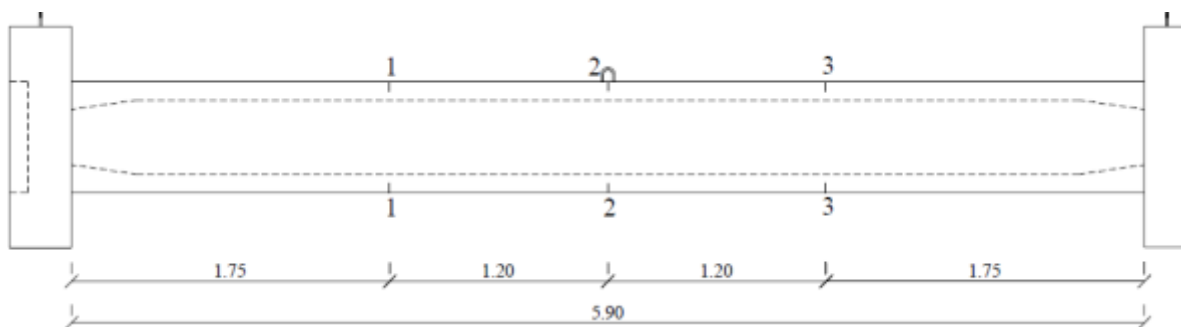


Figura 3.13 - Esquema das secções onde foram colados extensómetros de resistência das armaduras [17]

Previamente à realização do ensaio, a viga foi pintada de branco, com uma tinta de reduzida elasticidade, de modo a visualizar mais facilmente e detetar o instante de ocorrência da primeira fissura. Seguidamente, na Figura 3.14 (a) é mostrada a viga A2 no pórtico de ensaio antes da realização do ensaio. As Figuras 3.14 (b) e (c) mostram a fissuração e a zona de rotura da viga. Por fim, nas Figuras 3.15 (a) e (b) é exibida a diferença da rotação da viga antes e depois do ensaio [17].



(a)

(b)



(c)

Figura 3.14 - (a) Viga no pórtico de ensaio; (b) fissuração da viga; (c) rotura da viga [17]



(a)



(b)

Figura 3.15 - Diferença da deformação da viga: (a) antes do ensaio e (b) após o ensaio [17]

Bernardo em 2003, após a realização do ensaio descrito anteriormente, e com base nos dados experimentais recolhidos, reproduziu a curva experimental T- θ da viga A2, ilustrada seguidamente na Figura 3.16.

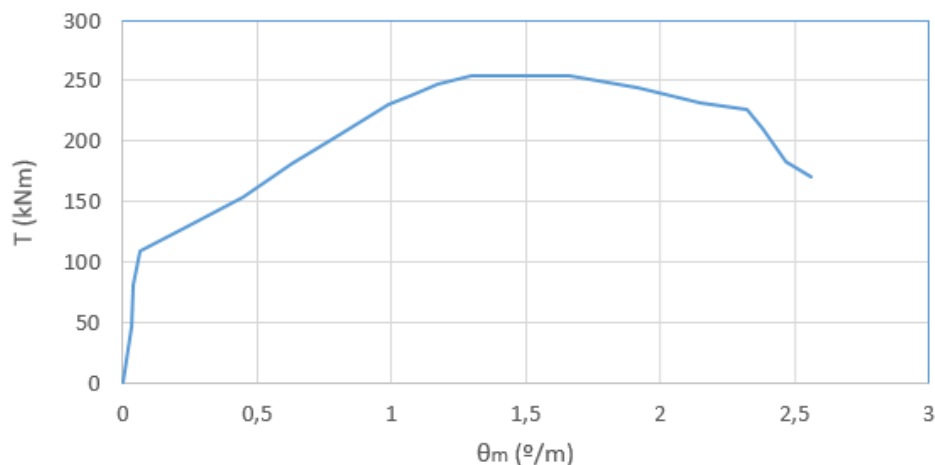


Figura 3.16- Curva experimental T- θ da viga A2 [17]

3.3. Modelação da Viga A2

Utilizando softwares de elementos finitos, é em geral possível simular uma viga de betão armado sujeita à torção sujeitando-a à imposição de deformações angulares crescentes em relação ao seu eixo longitudinal. O ABAQUS possui uma base de dados que auxilia o utilizador a definir os passos a seguir durante a modelação dos elementos. Contudo, em algumas situações pode ser mais vantajoso iniciar alguns passos logo na fase da criação das peças e outro já numa fase mais avançada, como será descrito mais adiante. Para tal, foram adotadas algumas simplificações em relação ao modelo original de modo a tornar mais simples a modelação da viga em ABAQUS.

Assim, numa primeira fase, ao nível da secção transversal da viga A2, procedeu-se a uma pequena simplificação relativamente ao posicionamento das armaduras, designadamente com vista a eliminar pequenas assimetrias relacionadas com a posição das mesmas (Figuras 3.17 (a) e (b)).

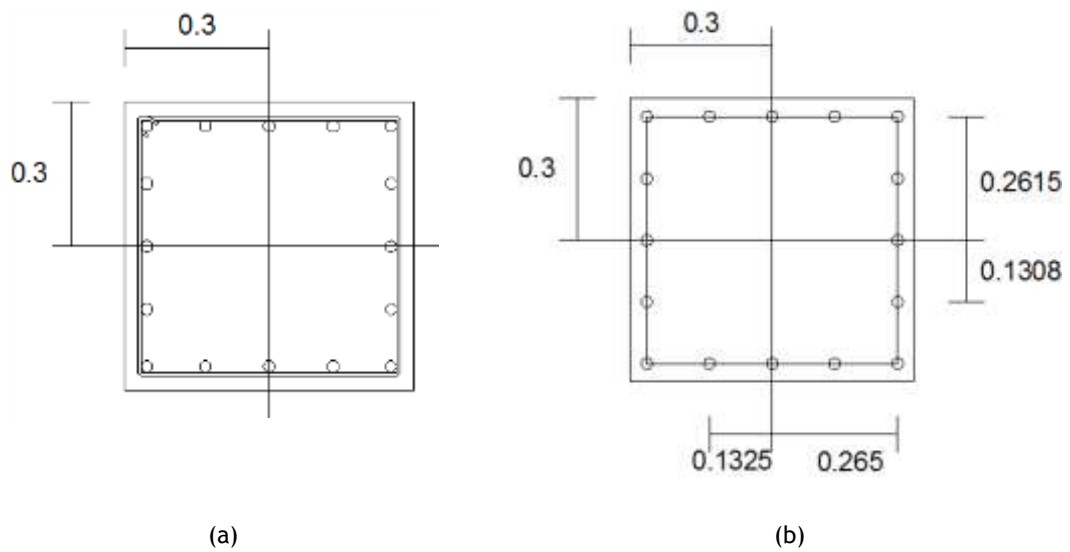
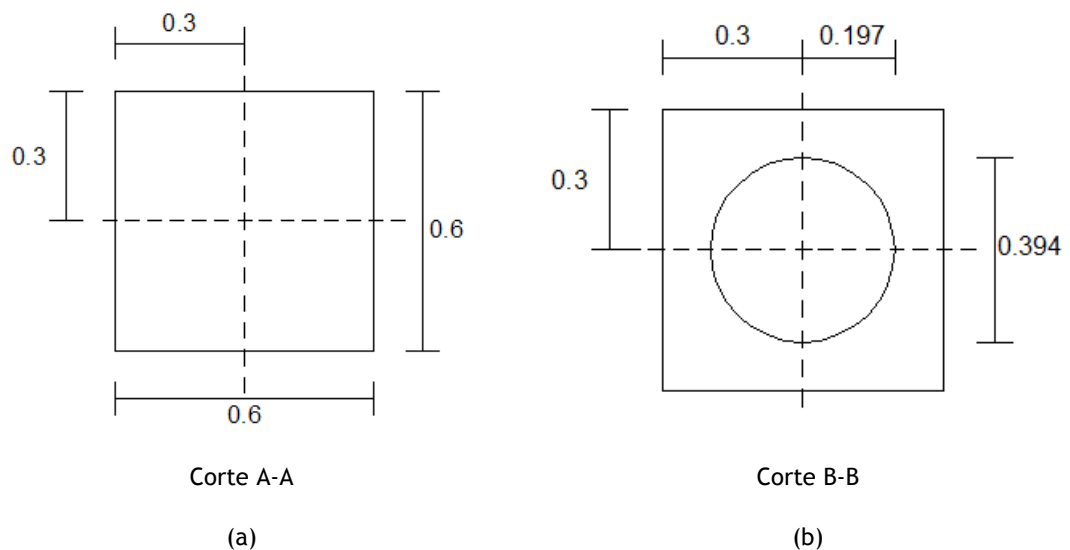
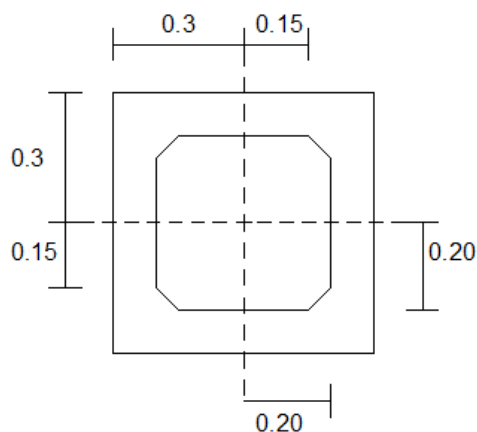


Figura 3.17 - (a) Corte transversal da viga A2; (b) corte transversal da viga A2 simplificada

Nas extremidades da viga, para simular a zona de aplicação da rotação imposta e a zona de encastramento de torção, foram modeladas chapas de aço com 25 centímetros de espessura e com elevado módulo de elasticidade. O objetivo foi criar zonas de transição para transferir a rotação para a viga e os esforços da viga para o encastramento, minimizando pontos com concentração de tensões (Figura 3.18 (a)). As zonas extremas de reforço da viga, já com secção vazada em betão armado, foram modeladas adotando um vazamento circular cujo raio médio foi calculado tendo por base a geometria real da secção transversal real da viga nesta zona. As zonas de reforço, com secção transversal igual à da zona corrente da viga, possuem um desenvolvimento longitudinal de 35 centímetros e um raio médio de 19,7 centímetros, como representado em corte na Figura 3.18 (b). A zona corrente da viga foi modelada de acordo com as medidas da viga original, representada em corte transversal na Figura 3.18 (c).





Corte C-C

(c)

Figura 3.18- (a) Corte transversal da chapa metálica de extremidade; (b) corte transversal da zona de reforço da extremidade da viga; (c) corte transversal da zona corrente da viga

Seguidamente, na Figura 3.19 é ilustrado em corte longitudinal a viga A2 modelada em ABAQUS, com as respetivas cotagens e as distintas secções existentes ao longo da viga, associadas às secções ilustradas nas Figuras 3.18 (a), (b) e (c).

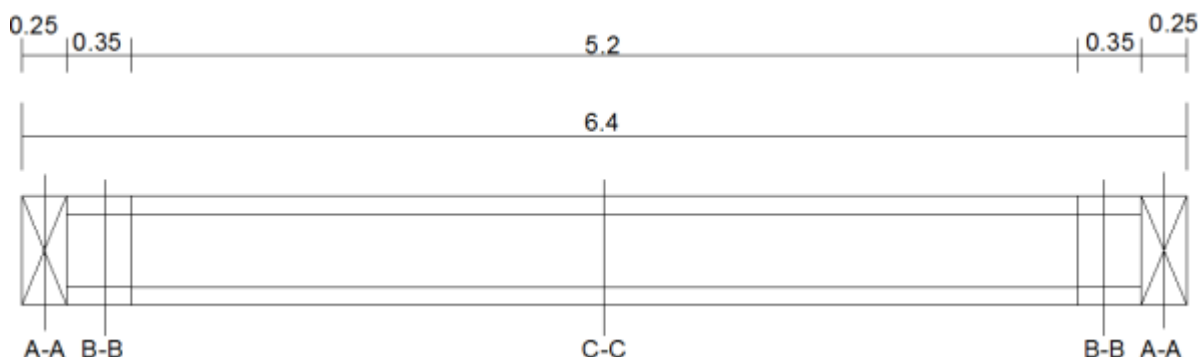


Figura 3.19- Corte longitudinal da viga A2

3.3.1. Criação das componentes do modelo

O primeiro passo para a modelação no ABAQUS é a criação das *Parts* (distintas componentes que constituem o modelo). Estas definem a geometria individual dos componentes que constituem o modelo. As componentes podem ser criadas em ABAQUS, no módulo *Part*, ou podem ser importadas componentes criadas por outras aplicações, quer como uma representação geométrica ou uma malha de elementos finitos. Na criação das componentes constituintes do modelo é necessário ter em conta a característica base de cada

um. Para tal, a criação das componentes foi executada tendo por base os dados apresentados anteriormente.

Numa primeira fase procede-se à criação das componentes em betão. Para tal, a criação de uma *Part* para as componentes de betão, Figura 3.20 (a), passa pela seleção de um espaço para as *Parts* serem criadas em três dimensões, e das opções do tipo deformável e de forma sólida para extrusão, como descrito na Figura 3.20 (b). A metodologia anteriormente descrita também se aplica na criação das chapas de aço e na criação das zonas de reforço da viga de betão. Após esta fase, é necessário desenhar as componentes num plano a duas dimensões através das coordenadas da secção transversal da viga, exemplificando-se a zona corrente da viga A2 na Figura 3.20 (c).

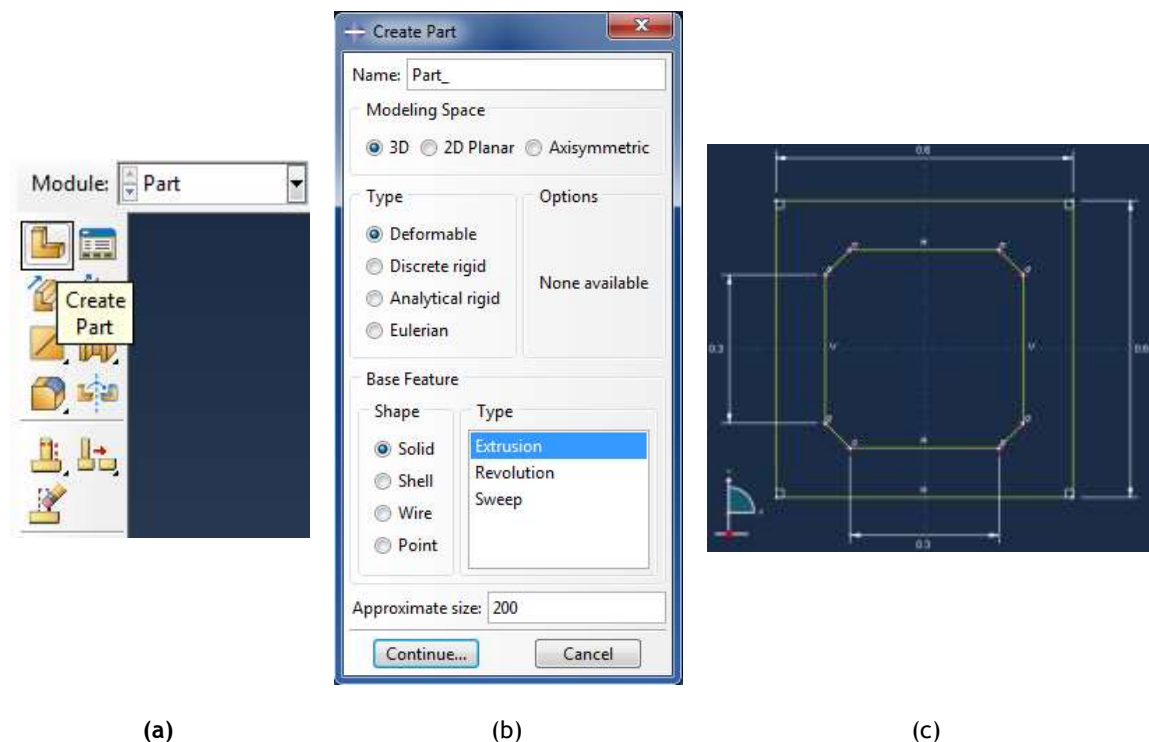


Figura 3.20- (a) Criação de uma componente; (b) Dados gerais da componente; (c) representação em plano da secção da zona corrente da viga

Seguidamente, no canto inferior esquerdo da área de trabalho, o ABAQUS exibe uma mensagem indicando que a secção desenhada está pronta para ser extrudida (Figura 3.21 (a)). Uma vez confirmada a extrusão da componente, torna-se necessário definir o seu desenvolvimento longitudinal, exemplificando-se a zona corrente da viga A2 na Figura 3.21 (b).

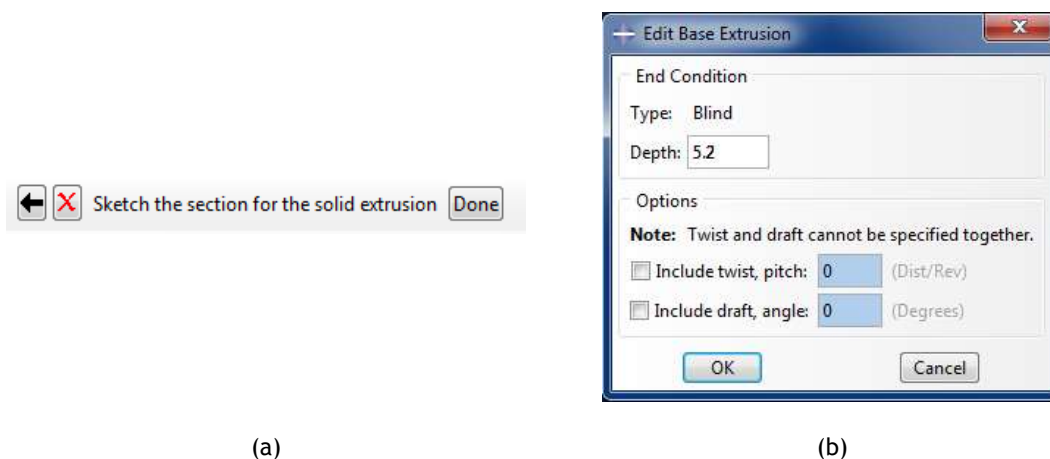
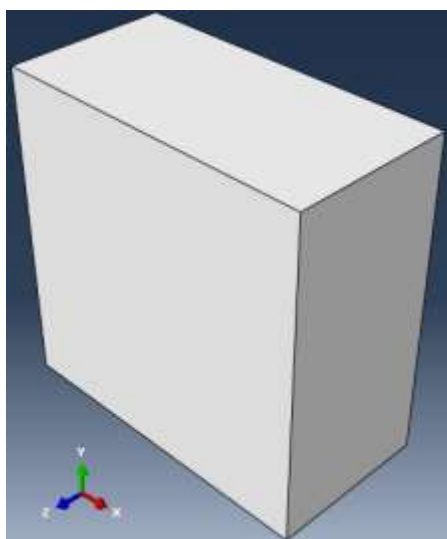
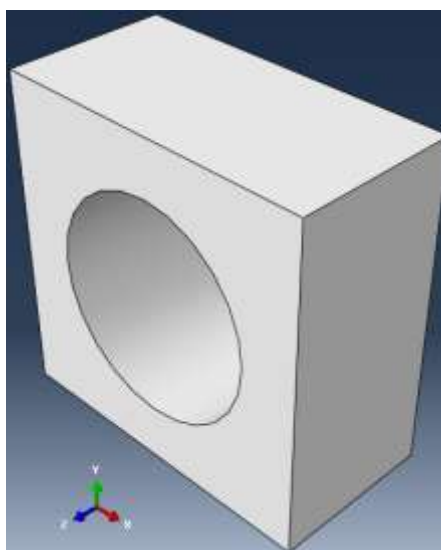


Figura 3.21- (a) Mensagem e instruções exibidas na área de alerta; (b) definições de extrusão da componente

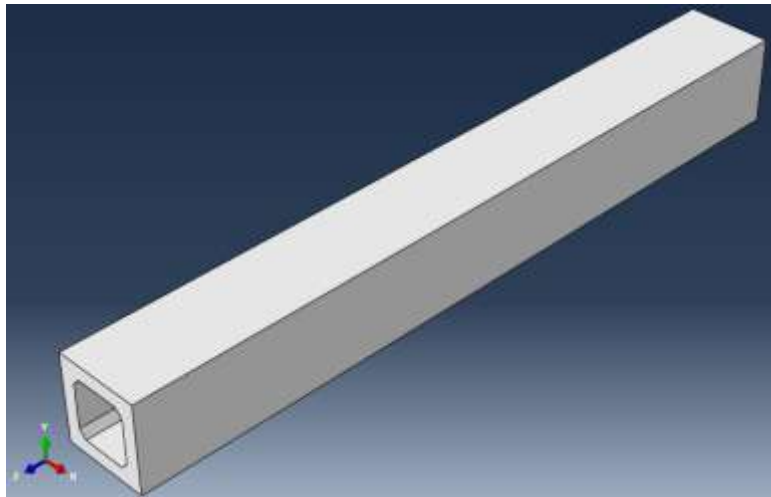
Por fim, na área de trabalho, é ilustrada a três dimensões a componente desenhada, com todas as características geométricas definidas anteriormente. Seguidamente estão ilustradas não só as componentes de betão, zonas de reforço da viga na Figura 3.22 (b) e a zona corrente da viga na Figura 3.22 (c), como também a componente da chapa de aço na Figura 3.22 (a).



(a)



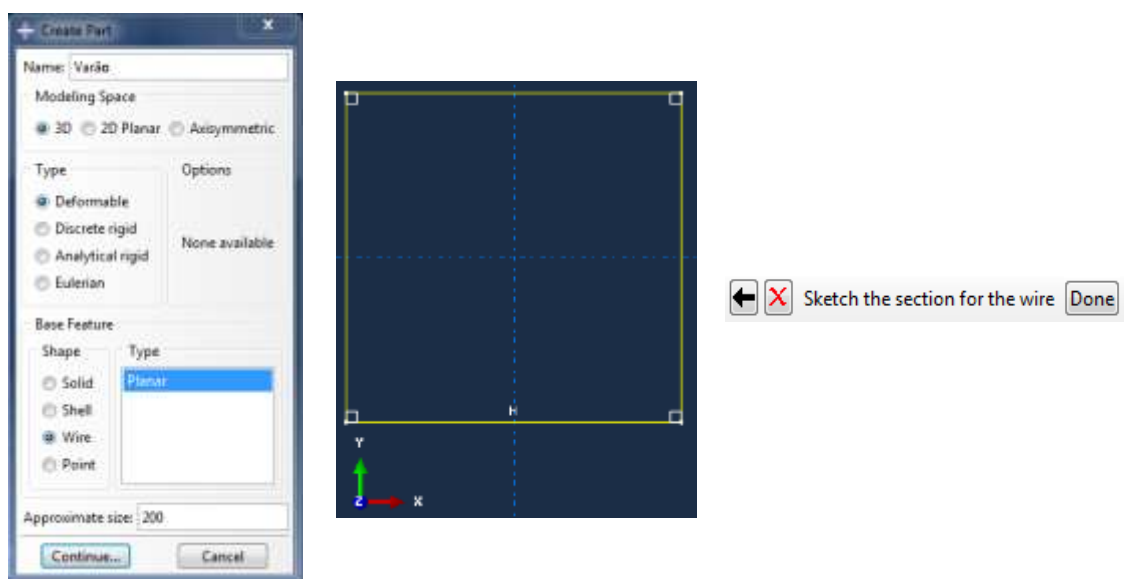
(b)



(c)

Figura 3.22- (a) Representação tridimensional das chapas de aço; (b) zonas de reforço da viga; (c) zona corrente da viga

No que diz respeito à criação das componentes de aço, após a criação de uma nova *Part*, as características para os varões passa pela seleção de um espaço para as *Parts* serem criadas em três dimensões, e das opções do tipo deformável e com uma forma de arame em plano, como ilustrado na Figura 3.23 (a). Em seguida, é necessário desenhar os varões longitudinais e os estribos num plano a duas dimensões. A Figura 3.23 (b) exemplifica a criação de uma cinta. Nos casos em que sejam utilizados varões com diâmetros diferentes, torna-se necessário desenhar tantas *Parts* de varões distintas como número de diâmetros diferentes existem. Novamente é exibida uma mensagem na zona de alertas indicando que a secção se encontra pronta para ser definida como um varão (Figura 3.23 (c)).



(a)

(b)

(c)

Figura 3.23- (a) Dados gerais do varão; (b) Desenvolvimento em plano de uma cinta; (c) mensagem e instruções exibidas na área de alerta

Assim, na área de trabalho são ilustradas a duas dimensões os varões longitudinais e cintas, com todas as características geométricas definidas anteriormente. As Figuras 3.24 (a) e (b) ilustram uma cinta e um varão longitudinal, respetivamente.

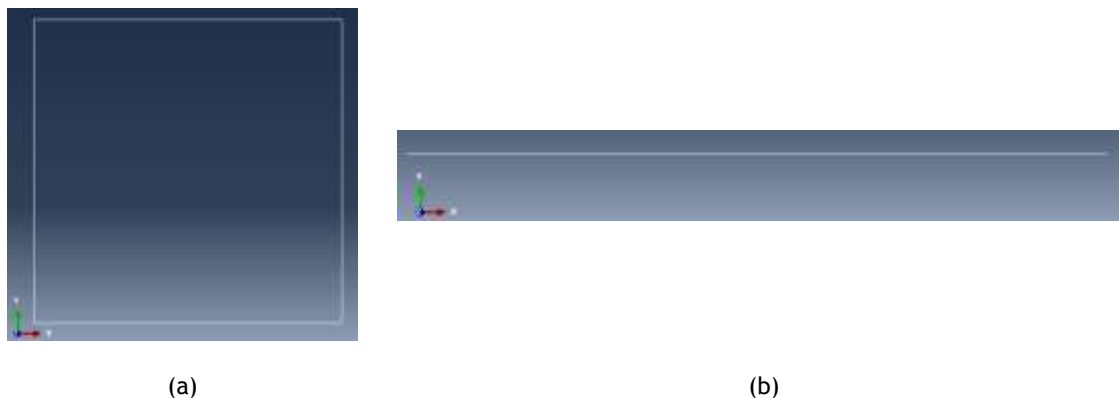


Figura 3.24- (a) Representação bidimensional de uma cinta; (b) representação bidimensional de um varão longitudinal

3.3.2. Definição do tipo de elemento e criação da malha

O passo descrito na presente secção pode variar entre utilizadores, visto ser possível optar por seleccionar o elemento finito das componentes no momento em que definem a geometria da malha dos elementos finitos. Contudo, neste estudo a definição dos elementos finitos, para cada componente, foi executado neste passo. O tipo de elemento definido para cada material está descrito em detalhe na secção 2.3.

Posto isto, a definição do tipo de elemento finito é executada durante a criação da componente. Assim no banco de dados do modelo presente do lado esquerdo da área de trabalhos, após a seleção de uma componente desenhada anteriormente visualiza-se a opção *Mesh (Empty)*. Nesta fase as definições da malha ainda estão vazias (Figura 3.25 (a)). Para tal, ao seleccionar-se a opção *Mesh (Empty)*, ABAQUS redireciona para o módulo *Mesh* onde a partir das características da componente seleccionada anteriormente são disponibilizados elementos finitos distintos, conforme ilustrado na Figura 3.25 (b).

Com o intuito de evitar problemas de convergência do modelo devido à restrição de embebimento dos varões longitudinais na componente de betão, o número de elementos finitos dos varões longitudinais é inferior ao número de elementos finitos da componente de betão no sentido longitudinal [4]. Desta forma, os nós dos elementos finitos dos varões longitudinais encontram-se dentro dos elementos finitos de betão.

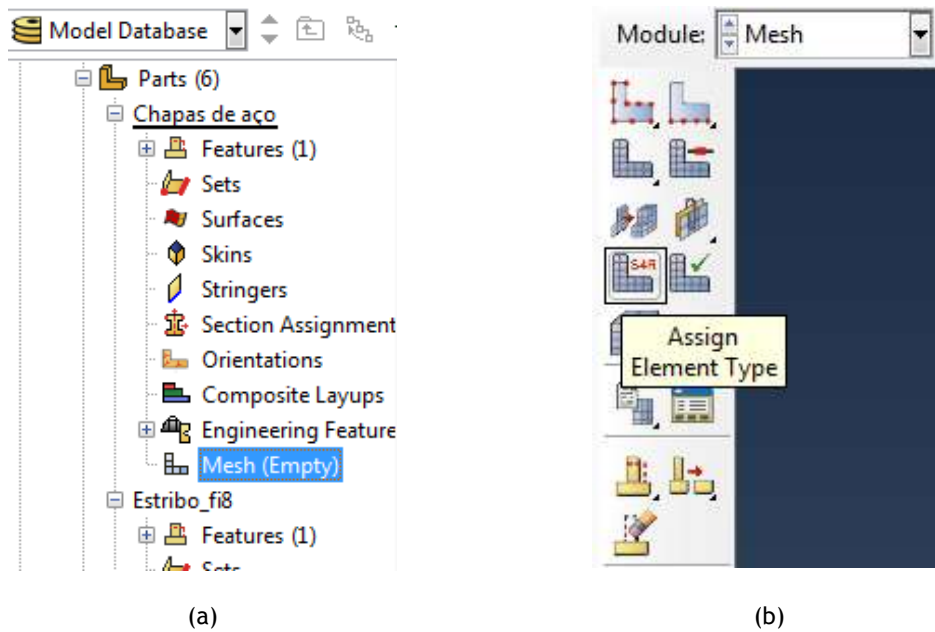


Figura 3.25- (a) Banco de dados do modelo; (b) definição do tipo de elemento finito

Como referido anteriormente na secção 2.3, para a discretização dos elementos de betão e das chapas de aço foram utilizados elementos finitos sólidos constituídos por 8 nós, com três graus de liberdade por nó (translações segundo as direções X,Y e Z), Os elementos finitos são de integração reduzida, sendo denominados no ABAQUS por C3D8R (Figura 3.26).

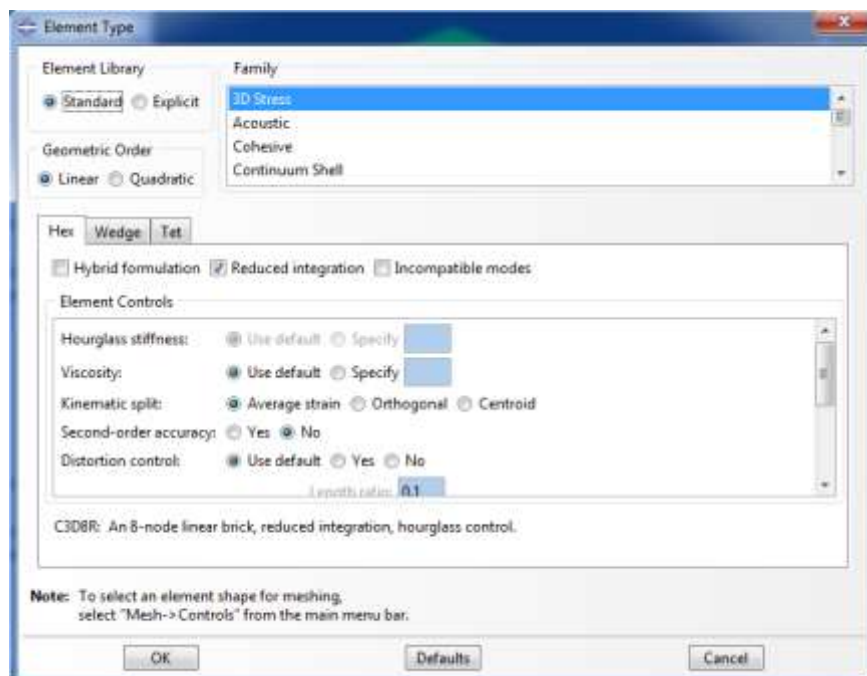


Figura 3.26- Definição do elemento finito C3D8R, utilizado na discretização dos elementos de betão e das chapas de aço.

Os elementos que constituem o reforço da viga, designadamente as cintas e os varões longitudinais, foram discretizados utilizando elementos finitos constituídos por 2 nós, com

três graus de liberdade por nó: translações segundo as direções X,Y e Z. Estes elementos finitos são denominados no ABAQUS por T3D2 (Figura 3.27).

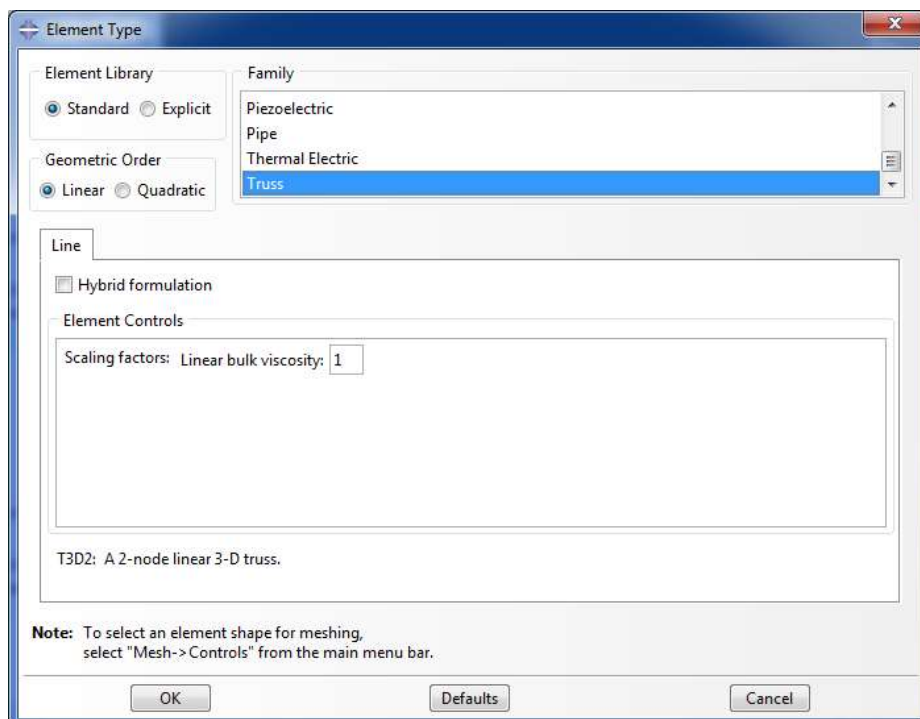
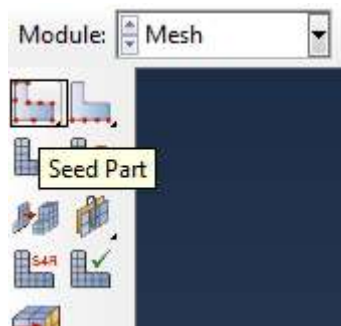
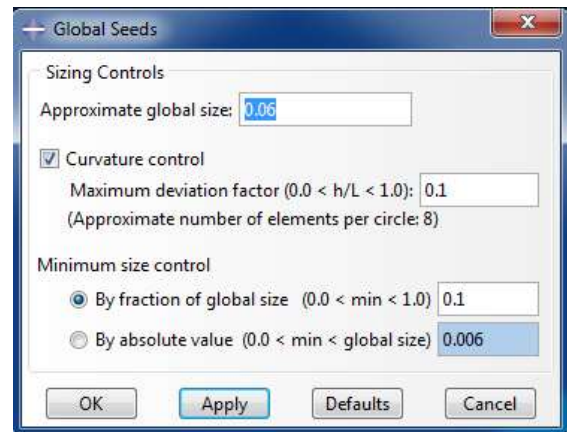


Figura 3.27- Definição do elemento finito T3D2, utilizado na discretização dos estribos e dos varões longitudinais.

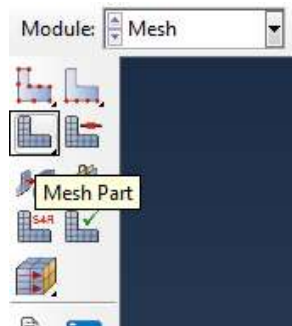
A criação da geometria da malha é executada individualmente para cada componente depois de definido o tipo de elemento finito e dependendo da precisão requerida para a análise. Para tal, após a seleção da componente a discretizar, o primeiro passo é a definição da geometria de cada elemento finito no módulo *Mesh* através do comando *Seed Part* (Figura 3.28 (a)). Seguidamente, na janela de apoio é solicitado o tamanho aproximado de cada elemento (Figura 3.28 (b)). A criação da malha também pode ser executada selecionando a opção de divisão por número de elementos segundo uma reta de um plano da viga, e desta forma podem-se criar elementos com dimensões diferentes. Após a validação do tamanho de cada elemento, novamente no módulo *Mesh*, através da função *Mesh Part* (Figura 3.28 (c)) e validando a componente a discretizar na barra de alertas (Figura 3.28 (d)) a malha é definida automaticamente para a componente definida (Figura 3.28 (e)).



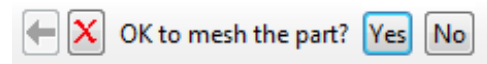
(a)



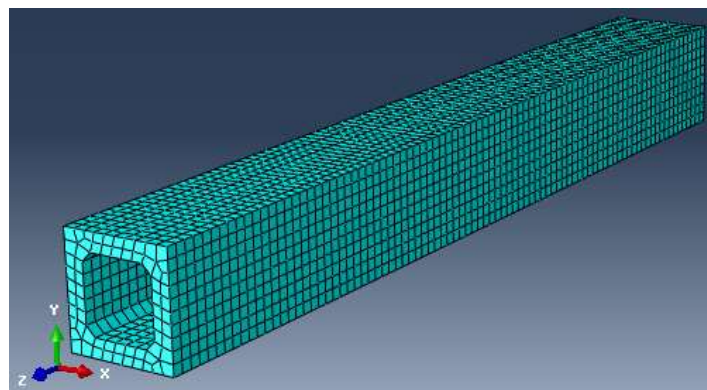
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 3.28 - (a) e (b) Definição da geometria do elemento finito; (c) e (d) definição e validação da discretização do elemento; (e) geometria da malha para a secção corrente da viga

3.3.3. Definição das propriedades das componentes desenhadas

A definição das propriedades das componentes anteriormente desenhadas é dividida em 2 etapas: atribuição das propriedades do material e atribuição das propriedades da secção. A atribuição das propriedades das secções das componentes desenhadas tem grande relevância no caso dos estribos e varões longitudinais, visto ser nesta fase que é atribuída a área transversal do varão calculada tendo por base o seu diâmetro nominal.

3.3.3.1. Definição das propriedades das componentes desenhadas em betão

3.3.3.1.1. Definição do comportamento elástico do betão

A definição do comportamento do betão no ABAQUS é dividida em duas etapas: o comportamento elástico-linear e o comportamento não linear. No comportamento linear apenas são necessários introduzir alguns parâmetros mecânicos característicos do material nesta fase. Na modelação do comportamento não linear do betão, o ABAQUS apresenta três aproximações distintas para o comportamento idealizado do betão. Contudo, em cada um dos modelos a parte elástica do comportamento do betão mantém-se constante. A resposta do betão até atingir a tensão de fratura definida é controlada pelas características elásticas definidas. No ponto de tensão de fratura, o comportamento não linear do betão dirige a resposta do betão, incluindo a resposta pós fissuração.

Como referido anteriormente na secção 2.4.1, até se atingir a tensão de fratura do betão, este apresenta um comportamento elástico-linear. Assim, no módulo *Property*, após a criação de um novo material (Figura 3.29 (a)) para a caracterização do comportamento elástico do betão torna-se necessário definir o modulo de elasticidade do betão, E_c , assim como o coeficiente de *Poisson*, ν , como visualizado seguidamente na Figura 3.29 (b). Estes valores encontram-se descritos em detalhe na secção 2.4.1.3.

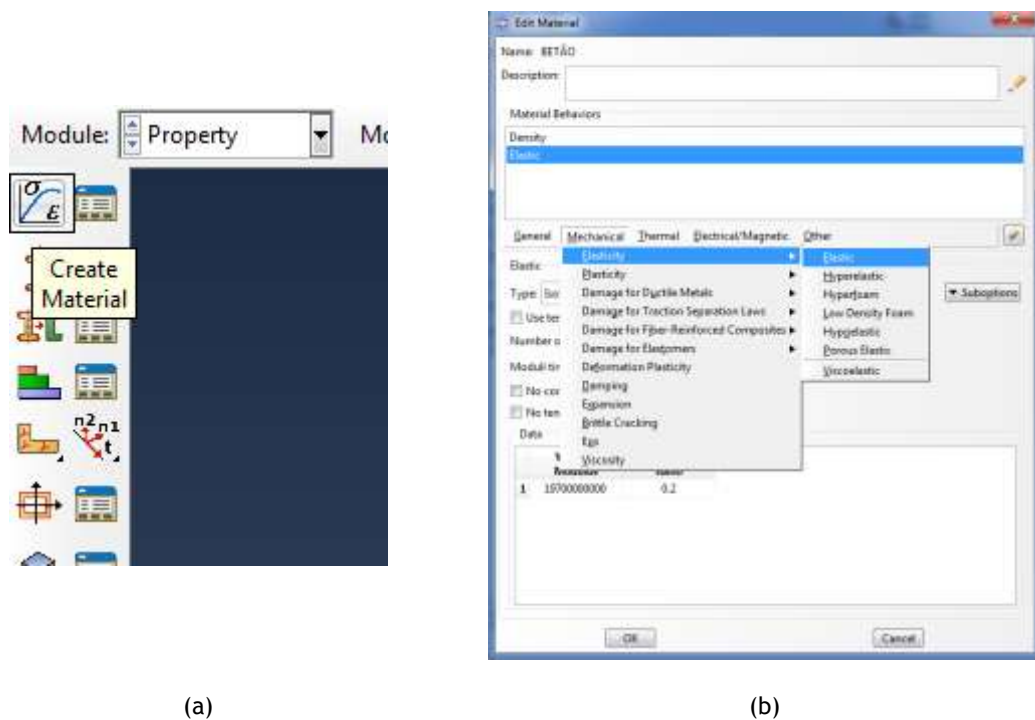


Figura 3.29- (a) Criação de um material; (b) definição do comportamento elástico do betão

3.3.3.1.2. Definição e atribuição das secções dos materiais de betão

A secção contém informações sobre as propriedades de uma parte ou de uma região de uma componente. Assim, é necessário atribuir uma secção para aquela região que forneça informações sobre a geometria transversal da secção ou da região. A informação necessária na definição de uma secção depende do tipo da secção em questão, por exemplo do tipo sólido, casca ou viga. Do mesmo modo, uma zona rígida requer uma secção que descreva adequadamente as suas propriedades de massa. O nome do material deve ser atribuído às secções.

Posto isto, no ABAQUS é necessário criar uma nova secção (Figura 3.30 (a)) tendo por base informações do tipo da região em questão (Figura 3.30 (b)). Posteriormente à criação da secção, é necessário atribuir-lhe informação referente ao material que a constitui, tendo este sido criado anteriormente, conforme ilustrado na Figura 3.30 (c).

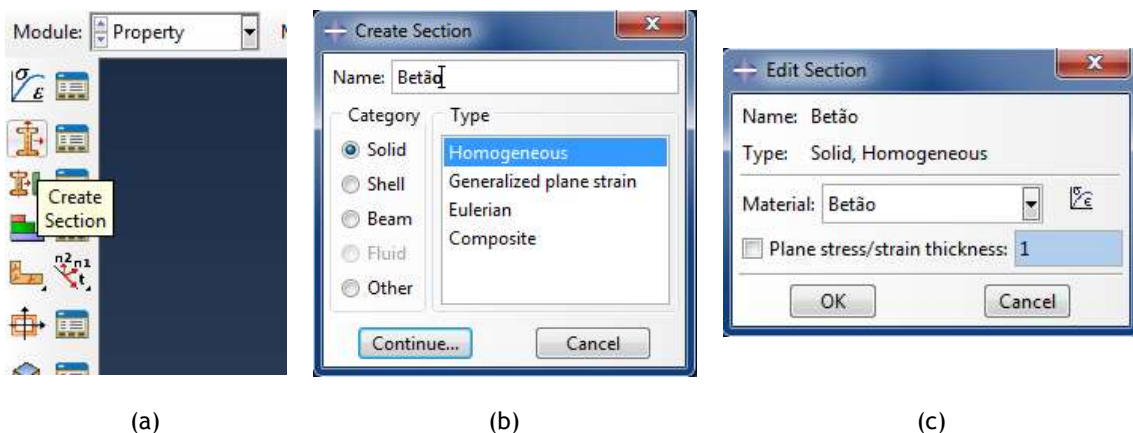


Figura 3.30- (a) Criação de uma nova secção; (b) Definição do tipo da secção; (c) atribuição do material constituinte da secção

Por fim, torna-se necessário atribuir a secção agora criada às componentes anteriormente desenhadas no módulo *Part*. Na barra de ferramentas lateral, com o auxílio da função *Assign section* (Figura 3.31 (a)) e selecionando a componente pretendida, resta definir qual a secção que irá caracterizar essa componente. Na Figura 3.31 (b) está exemplificada a atribuição da secção para a viga de betão.

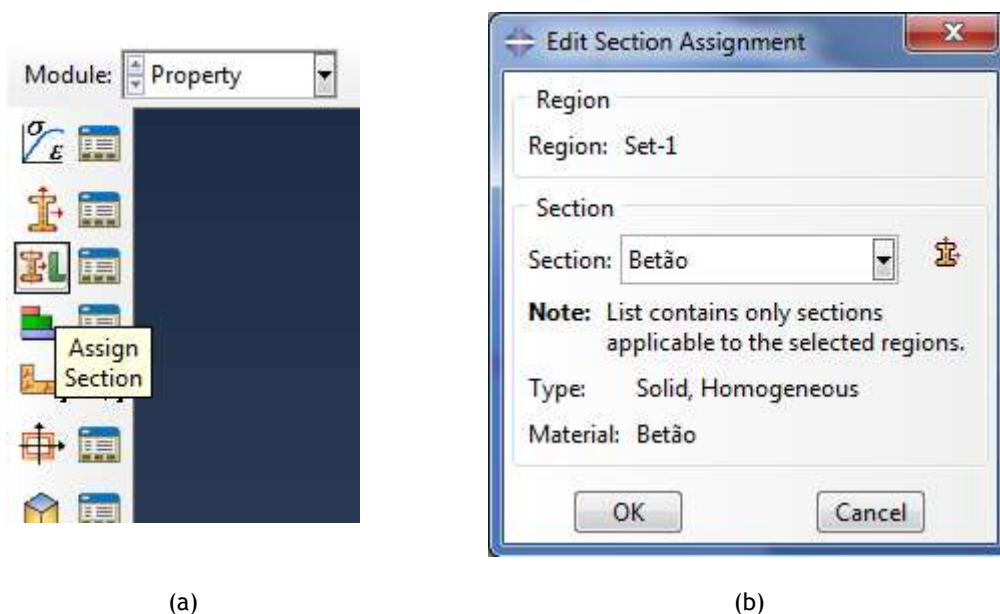


Figura 3.31 - (a) Atribuição da secção; (b) seleção da secção pretendida para a componente

A metodologia aqui descrita para as componentes de betão é também aplicável para as chapas de aço, visto também se tratarem de materiais sólidos. As propriedades do material e da secção atribuídas às chapas de aço estão descritas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 - Propriedades atribuídas às chapas de aço

Parâmetro	Unidade	Valor
Módulo de elasticidade	Pascal	200e12
Coefficiente de Poisson	-	0.2

3.3.3.2. Definição das propriedades das componentes desenhadas em aço de reforço

3.3.3.2.1. Definição do comportamento elástico do aço de reforço

Neste estudo o comportamento do aço dos varões longitudinais e transversais foi definido como elástico-plástico, utilizando o diagrama bilinear como descrito anteriormente na secção 2.4.2.1. Ao nível das armaduras, após a criação do material como descrito anteriormente, a definição do comportamento elástico linear requer o módulo de elasticidade, E_s , e o coeficiente de Poisson, ν , como visualizado na Figura 3.32. Estes valores encontram-se descritos em detalhe na secção 2.4.2.2.

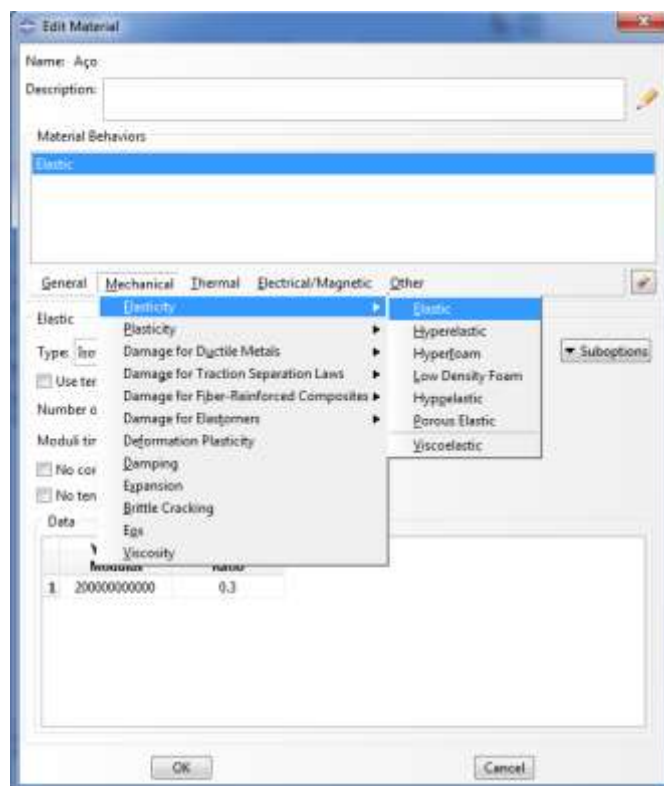


Figura 3.32- Definição do comportamento elásticos do aço de reforço

3.3.3.2.2. Definição e atribuição das secções do aço de reforço

Este passo é executado de modo semelhante ao descrito anteriormente para as componentes de betão. Assim, a criação de uma nova secção tem por base informações do tipo da região para o aço de reforço. A Figura 3.33 (a) exemplifica a criação da secção de um varão Ø 10. Seguidamente à criação da secção, é necessário atribuir-lhe uma informação referente ao material que a constitui, neste caso o aço de reforço criado anteriormente. Visto se estar a trabalhar num elemento definido com 2 dimensões, torna-se necessário indicar a sua área transversal, como ilustrado na Figura 3.33 (b) para o varão Ø 10. Na Tabela 3.5 são apresentadas as áreas transversais dos varões de aço de reforço adotadas para caracterizar as secções dos diferentes tipos de varões.

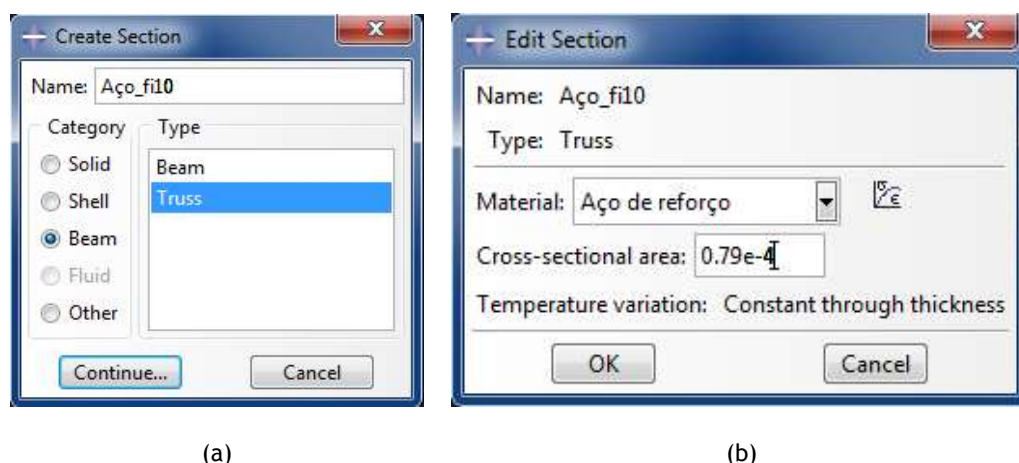


Figura 3.33- (a) Criação e definição do tipo da secção de um varão Ø 10; (b) atribuição do material constituinte e da área transversal dessa secção

Tabela 3.5 - Áreas transversais dos varões de aço de reforço

Diâmetro do varão (mm)	Área transversal (m ²)
8	0,5e-4
10	0,79e-4
12	1,13e-4

A atribuição das secções criadas às componentes desenhadas anteriormente no módulo *Part*, é executada do modo descrito anteriormente na secção 3.3.3.1.2.

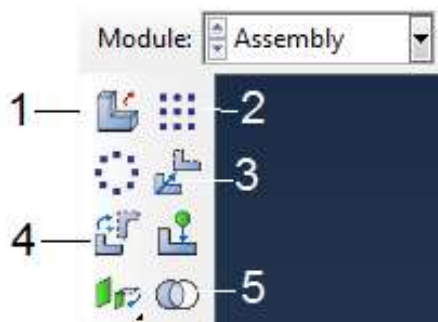
Em suma, no módulo *Property* foram criadas e atribuídas as propriedades dos materiais e das secções às componentes criadas no módulo *Part*, propriedades estas expostas na Tabela 3.6:

Tabela 3.6 - Resumo da atribuição das propriedades e secções a cada componente

Módulo "Part"	Módulo "Property"	
Componente	Material	Secção
Chapa de aço	Aço das chapas	Aço das chapas
Viga de betão	Betão	Betão
Reforço da viga de betão		
Cintas Ø8	Aço de reforço	Varão Ø8
Varão Ø10		Varão Ø10
Varão Ø12		Varão Ø12

3.3.4. Associação das componentes

A montagem das várias componentes desenhadas gera um modelo físico. A malha é criada na definição das várias componentes. Seguidamente no módulo *Assembly*, as componentes são montadas de acordo com o modelo da estrutura. Cada componente gerada anteriormente possui um sistema próprio de coordenadas independentes das outras componentes, assim torna-se necessário organizar e posicionar as componentes de acordo com um sistema de coordenadas global. Na montagem do modelo cada componente pode ser usada mais do que uma vez. Na Figura 3.34 são apresentados os comandos mais relevantes e utilizados neste estudo para a montagem do modelo da viga A2.

Figura 3.34- Comandos mais relevantes do módulo *Assembly*

Os comandos assinalados na figura 3.34 têm as seguintes funções:

-1, este comando tem como função a importação das componentes desenhadas. Nesta função, o tipo da componente a importar para a área de trabalho é do tipo dependente visto já se ter definido a malha, como ilustrado na Figura 3.35;

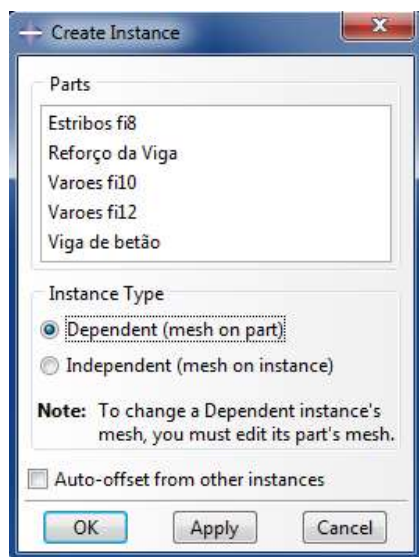


Figura 3.35- Importação das componentes desenhadas para a área de trabalho

-2, a partir deste comando é possível executar cópias lineares de um ou mais elementos segundo um ou dois eixos. Esta função é a ferramenta ideal para a execução das gaiolas de reforço da viga, tanto a nível longitudinal como transversal;

-3, este comando tem como função a translação de componentes dentro da área de trabalho tendo por base uma distância pretendida ou pontos de referência da componente;

-4, a rotação de uma componente segundo um eixo é executada com o auxílio deste comando;

-5, a união ou subtração entre componentes é executada com o auxílio deste comando.

Na Figura 3.36 está representada a união de todas as componentes de betão, incluindo as zonas de reforço e zona corrente da viga, com as chapas de aço segundo o mesmo referencial. Seguidamente, e tendo por base o mesmo referencial, foram distribuídas e posicionadas, de acordo com as medidas da viga A2, as armaduras longitudinais e transversais como ilustrado na Figura 3.37.

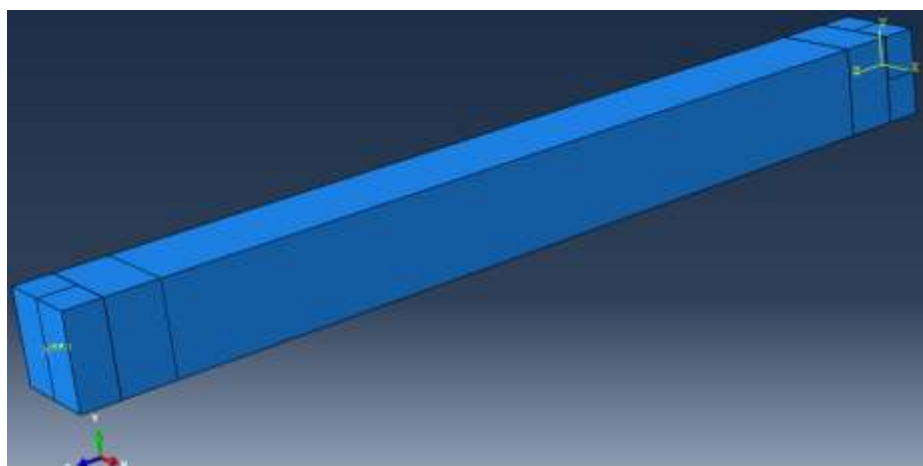


Figura 3.36 - Representação tridimensional da viga A2

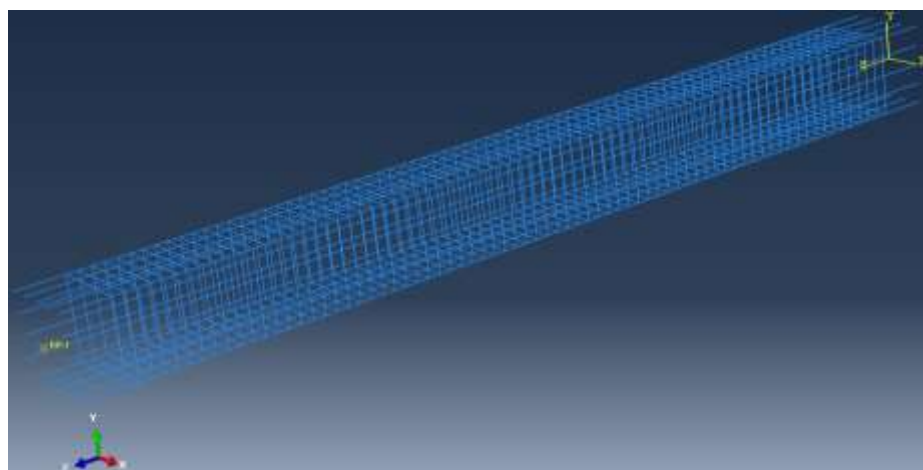


Figura 3.37 - Representação tridimensional das armaduras de reforço da viga A2

Na Figura 3.38 pode-se visualizar todas as componentes posicionadas de acordo com um referencial universal.

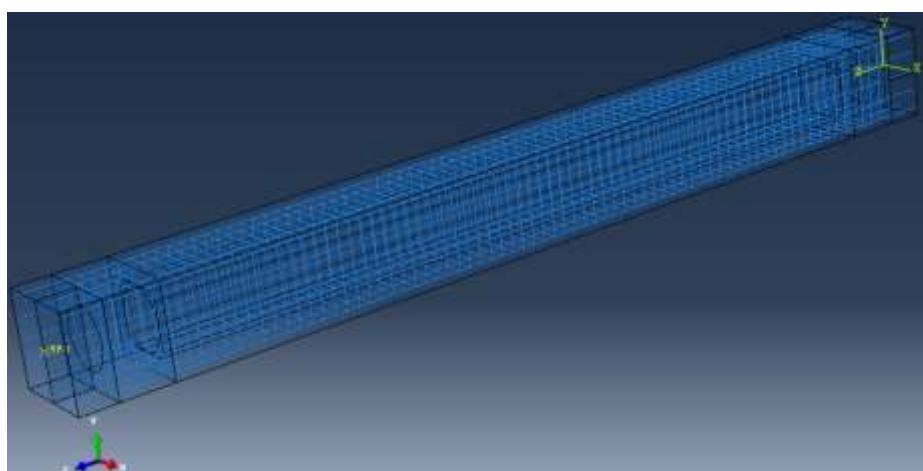


Figura 3.38 - Representação tridimensional da viga A2 e respetivas armaduras de reforço

3.3.5. Configuração do tipo de análise

Após a montagem das componentes e a criação do modelo segundo um referencial único, torna-se necessário definir o tipo de análise, como descrito anteriormente na secção 2.5. O objetivo da simulação realizada no presente trabalho é obter a resposta da viga A2 quando solicitada por uma rotação imposta na extremidade livre. Para esta análise basta definir um único passo, *Step*, visto ser o único caso de carga na simulação.

Posto isto, para a definição do tipo da análise, após a criação de um *Step* (Figura 3.39 (a)) e deliberado o tipo de análise que se adequa à simulação do modelo (Figura 3.39 (b)) resta definir os parâmetros de calibração do passo.

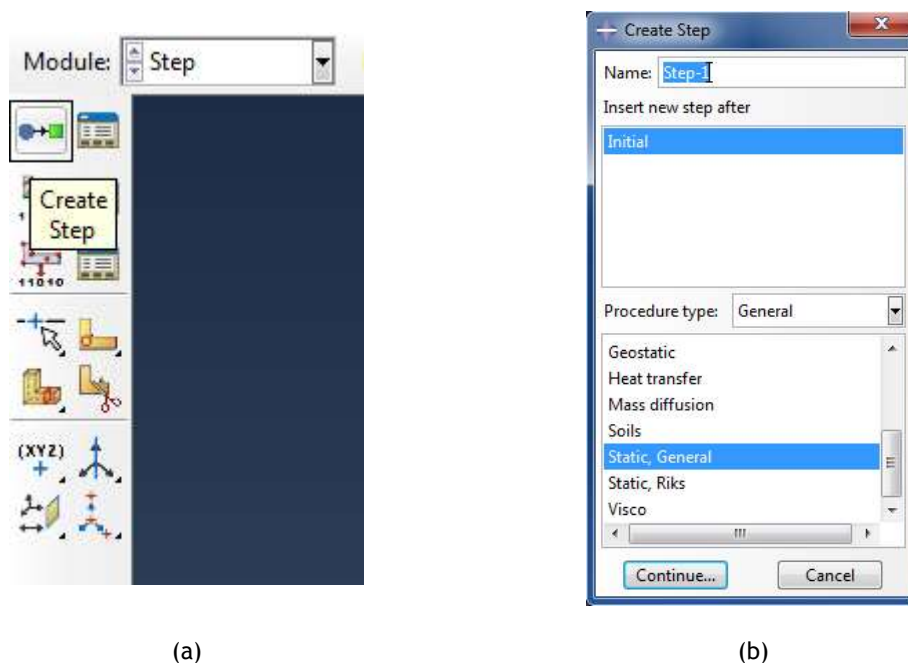


Figura 3.39 - (a) Criação de um *Step*; (b) definição do tipo de análise para a simulação

Nas definições do *Step* foram somente alterados alguns parâmetros, deixando todos os outros com o valor pré definido. No que se refere ao dado do tempo total de incrementação para a simulação, este foi mantido igual a 1 segundo. Relativamente à incrementação, o número máximo de incrementos foi limitado a 10000 incrementos, com os incrementos inicial e máximos definidos iguais a 0,005, e o incremento mínimo definido igual a 1E-007, como ilustrado seguidamente na Figura 3.40. A outra alteração executada diz respeito à extrapolação a partir do estado anterior ao iniciar cada incremento, onde foi definido uma extrapolação parabólica.

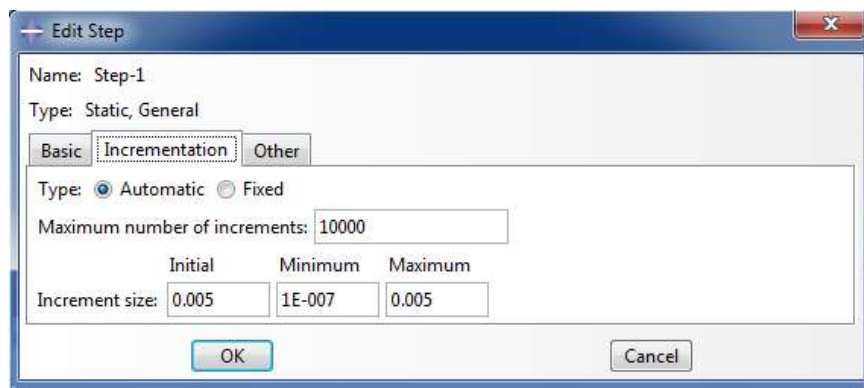


Figura 3.40 - Definição dos incrementos do Step criado

3.3.6. Definição das interações

O uso de softwares de análises de elementos finitos permitem simular o comportamento de estruturas quando solicitadas a determinadas ações. Contudo, na modelação de uma estrutura existem comportamentos individuais entre materiais ou secções distintas que vão influenciar o comportamento global da estrutura. Como descrito na secção 2.6, o ABAQUS disponibiliza uma biblioteca de interações e restrições a aplicar ao modelo, com o intuito de melhorar os comportamentos individuais das distintas partes da estrutura aproximando assim o comportamento do modelo ao comportamento real.

A criação de uma restrição ao modelo para análise é executada sempre da mesma forma, como ilustrado na Figura 3.41.



Figura 3.41-Criação de uma restrição no modelo

Na modelação da viga A2 para a análise linear, para simular o contacto perfeito entre as chapas de aço e as zonas de reforço, e entre as zonas de reforço e a zona corrente da viga, executaram-se restrições de contacto *Tie*. Assim, é garantida que ambas as secções estão perfeitamente ligadas o que permite uma transmissão uniforme dos esforços entre elas. Para definir esta limitação, após a sua criação (Figura 3.42 (a)) basta seguir os passos indicados na

barra de alertas e selecionar as duas faces em contacto e validar a ligação de contacto (Figura 3.42 (b)).

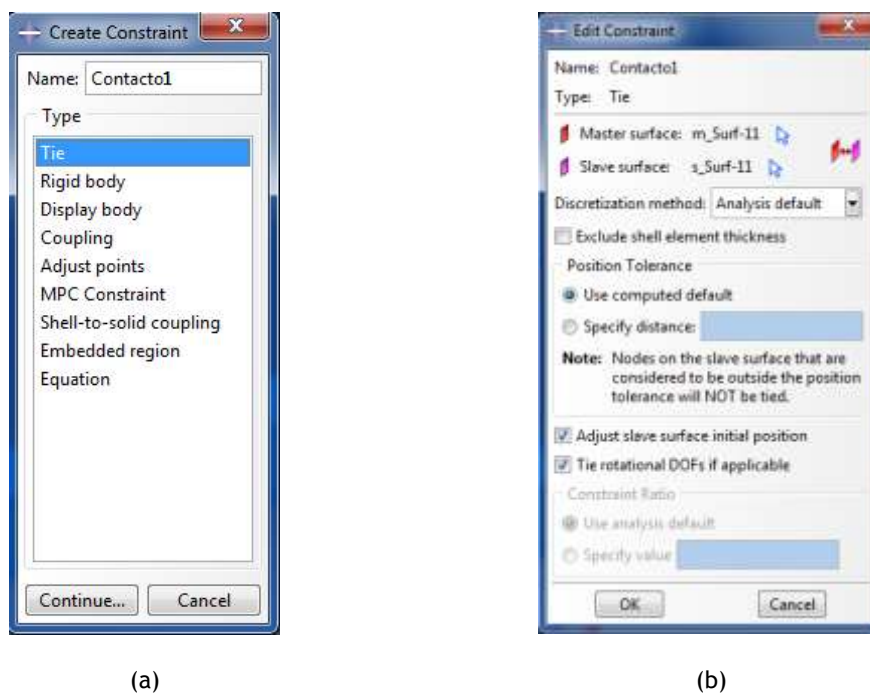


Figura 3.42 - (a) Criação da restrição de contacto; (b) definições da restrição

Para simular o contacto entre o betão e as armaduras de reforço foi definida uma restrição de embebimento, *Embedded region*. Segundo o manual do utilizador do ABAQUS, os varões desenhados em duas dimensões podem ser embebidos no betão, criando uma ligação perfeita e transmitindo esforços entre ambos [5]. Assim, após a criação de uma nova restrição, como descrito anteriormente, e se se definir a opção de embebimento (Figura 3.43 (a)) basta seguir novamente os passos indicados na barra de alerta. Numa primeira fase o ABAQUS solicita a seleção do elemento a incorporar (Figura 3.43 (b)). Posteriormente é necessário indicar o elemento hospedeiro, *Host Region*, podendo ser selecionado componente a componente ou todo o elemento (Figura 3.43 (c)). Por último são apresentadas as características da restrição executada podendo ser editados alguns parâmetros (Figura 3.43 (d)).

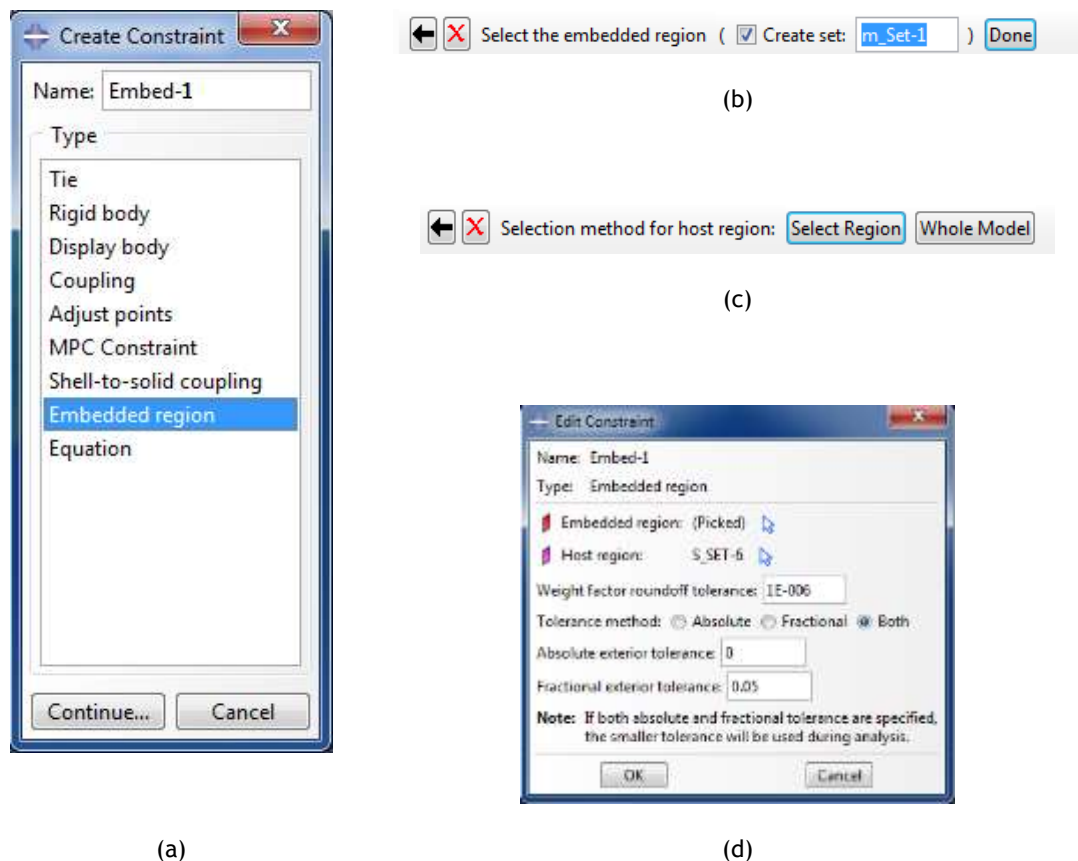


Figura 3.43 - (a) Criação da restrição de embebedimento; (b) seleção dos elementos a incorporar; (c) seleção do elemento hospedeiro; (d) definições da restrição

Por fim, nas extremidades da viga é necessário criar restrições de acoplamento, *Coupling*, para distribuir de modo uniforme os esforços entre um ponto e as chapas de aço. Para isso, foram previamente criados dois pontos de referência, *Reference Points*, no plano de cada extremidade das chapas da viga. O *Reference Point 1*, RP1, possui coordenadas (0,0,0) e foi criado para desempenhar a função de encastramento, já o RP2 possui coordenadas (0,0,6,4) e foi concebido para ser o ponto de imposição de rotações.

Para definir os *Reference Points*, após a sua criação (Figura 3.44 (a)), na barra de alertas basta definir as coordenadas e validar o ponto. A Figura 3.44 (b) ilustra a criação do ponto de imposição de rotações. Por fim, o RP criado aparece no modelo da forma ilustrada na Figura 3.44 (c).

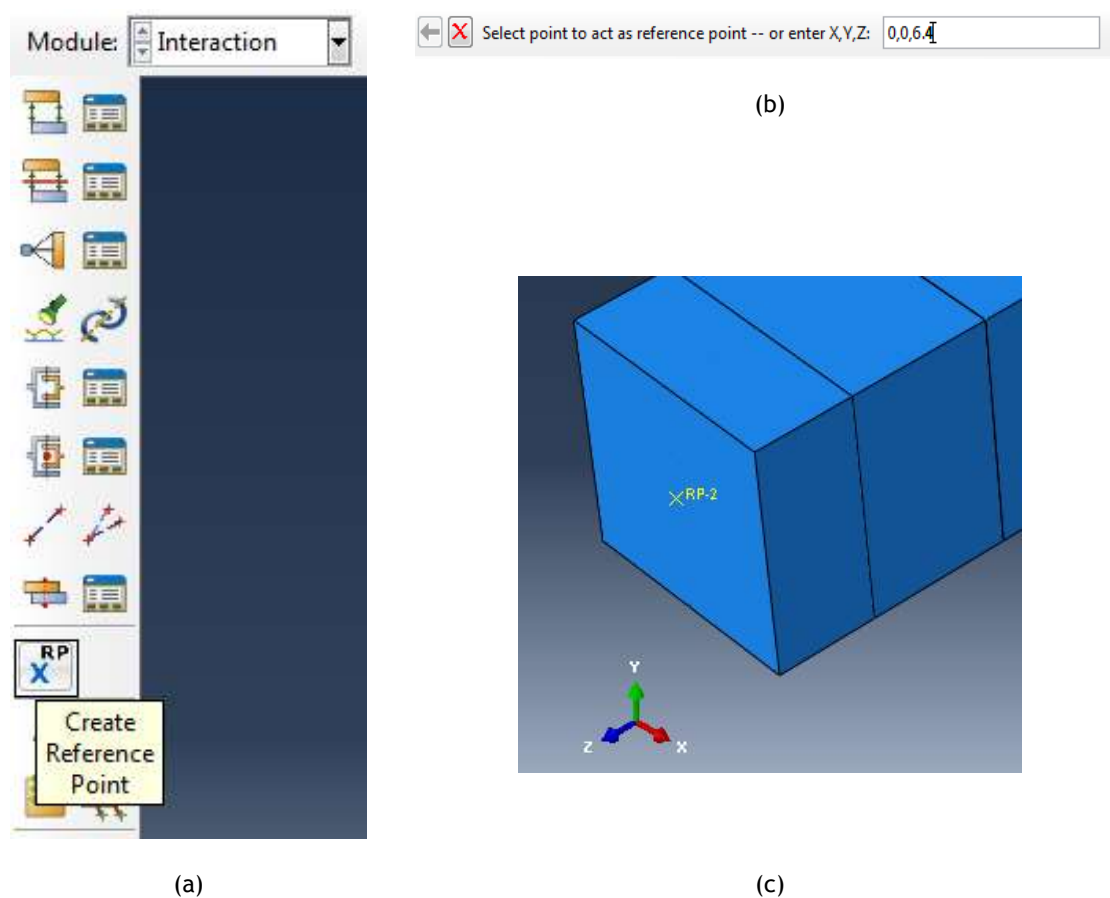


Figura 3.44 - (a) Criação de um *Reference Point*; (b) definição das suas coordenadas; (c) *Reference Point* no modelo

A criação das restrições de acoplagem é um processo similar à criação das restrições de contacto. Assim, após a criação de uma nova restrição e definindo o acoplamento, *Coupling* como ilustrado na Figura 3.45 (a), resta definir o ponto de domínio da restrição, seleccionando o ponto RP1 ou RP2 (Figura 3.45 (b)) e seguidamente a superfície da chapa de aço correspondente ao RP adotado (Figura 3.45 (c)). Por fim é exibida uma janela com as características da acoplagem executada e onde se podem editar alguns parâmetros (Figura 3.45 (d)).

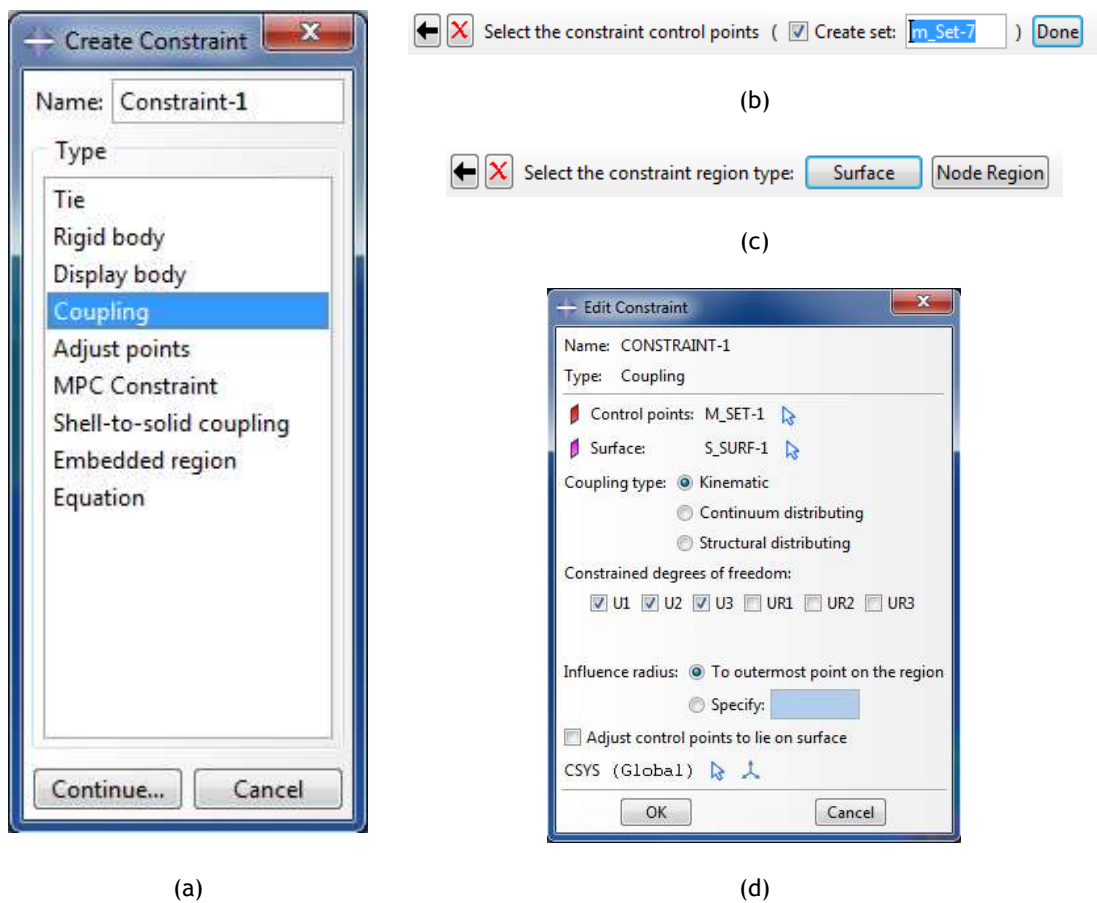
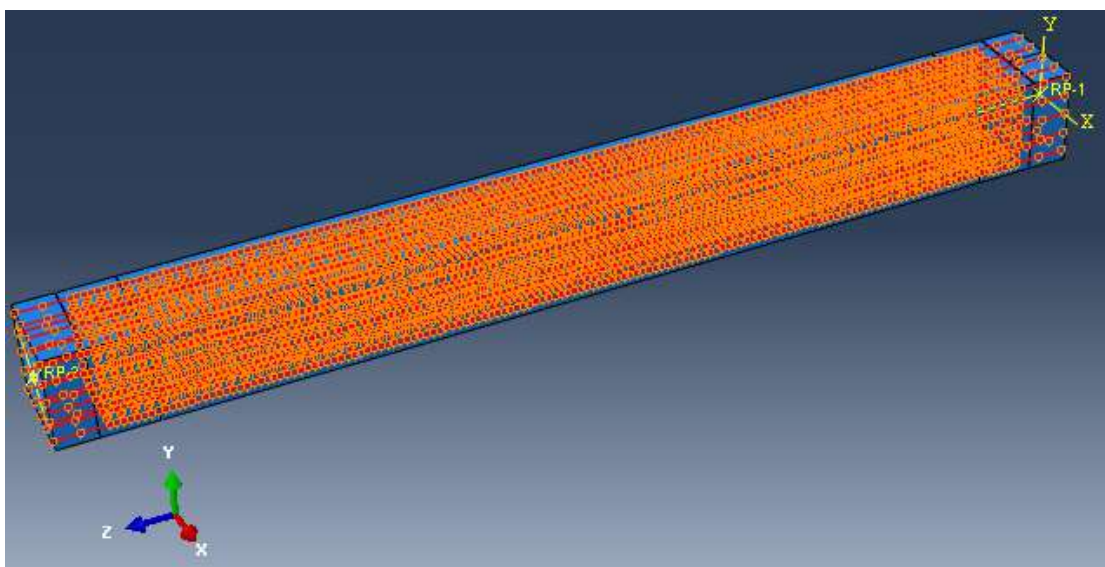


Figura 3.45 - (a) Criação da restrição de acoplagem; (b) seleção do ponto de domínio da acoplagem; (c) seleção da superfície de acoplagem; (d) definições da restrição

Por fim, as restrições criadas no modelo, quando observadas individualmente no gestor de restrições, apresentam-se na forma ilustrada nas Figuras 3.46 (a), (b) e (c).



(a)

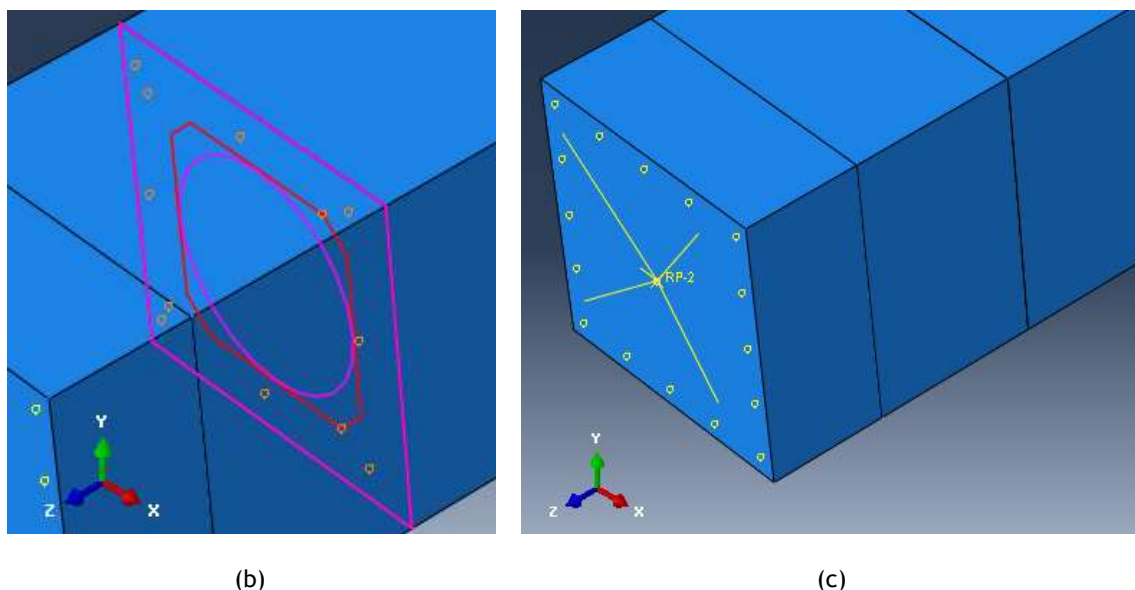


Figura 3.46- (a) Ilustração de restrição de embebimento; (b) ilustração de contacto; (c) ilustração de acoplagem

3.3.7. Definição das condições de contorno

Como descrito anteriormente na seção 2.7, a criação das condições de contorno é constituída por duas etapas distintas, a criação das condições de apoio e a definição das ações exteriores. A criação dos *Steps* condiciona tanto a criação de forças ou deslocamentos a aplicar no modelo como a criação das condições de apoio.

Como descrito anteriormente, nas duas extremidades da viga foram criados pontos de referência, *Reference Points*. O RP1 localiza-se na extremidade do encastramento da viga enquanto o RP2 se localiza na extremidade de aplicação da exterior rotação imposta.

Desta forma, após a definição do tipo de análise, *Step*, no módulo *Load* a criação de deslocamentos impostos ao modelo e a criação das condições de apoio são executadas através do comando *Create Boundary Conditions* (Figura 3.47 (a)). Já a criação de forças a aplicar ao modelo é efetuada através do comando *Create Load* (Figura 3.47 (b)).

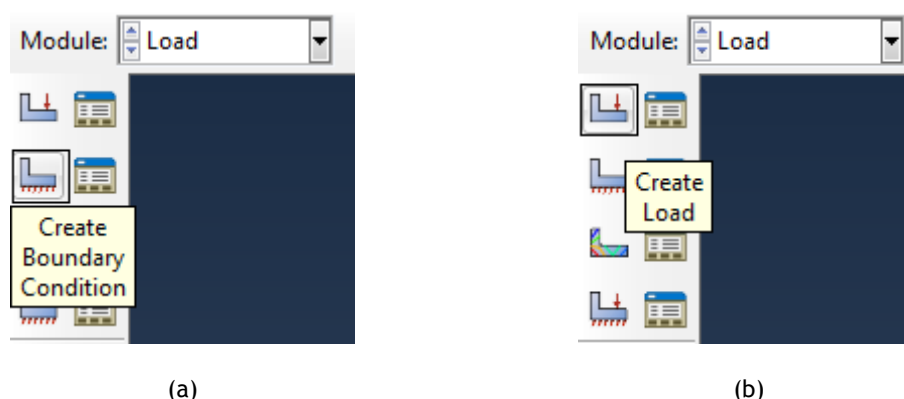


Figura 3.47- (a) Criação de deslocamentos e condições de apoio; (b) criação de forças

Na definição das condições de apoio, após a criação de uma *Boundary Conditions*, BC1, torna-se necessário definir o *Step*, *Initial*, e o tipo de restrição a aplicar ao modelo (Figura 3.48 (a)). Posteriormente é necessário definir o ponto de aplicação da restrição, RP1, e por fim definir a restrição ao modelo segundo a convenção de deslocamento e graus de liberdade rotacionais adotada pelo ABAQUS (Figura 3.48 (b)).

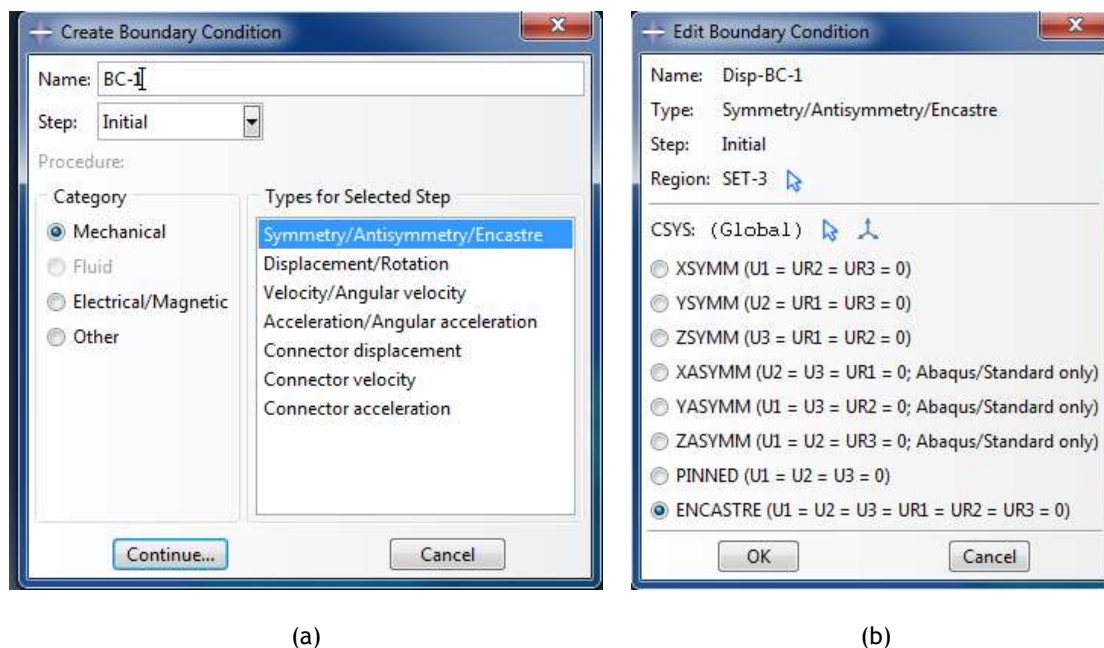


Figura 3.48- (a) Criação de condição de apoio; (b) definição das restrições do modelo segundo a convenção adotada por ABAQUS

No estudo realizado, impõe-se uma rotação na extremidade oposta ao encastramento da viga. Para tal, após a criação de uma nova *Boundary Conditions*, BC2, é necessário definir o *Step* criado e definido anteriormente, *Step-1*, assim como o tipo de ação a definir (Figura 3.49 (a)). Seguidamente à definição do ponto de aplicação da rotação, RP2, é necessário defini-la segundo a convenção adotada pelo ABAQUS e introduzir a intensidade (Figura 3.49

(b)). Neste estudo foi adotada uma rotação máxima de 0.28 radianos, aproximadamente 16 graus, em torno do longitudinal da viga, UR3, que irá ser dividida pelo ABAQUS em intervalos de incrementos, como descrito anteriormente na secção 2.5.

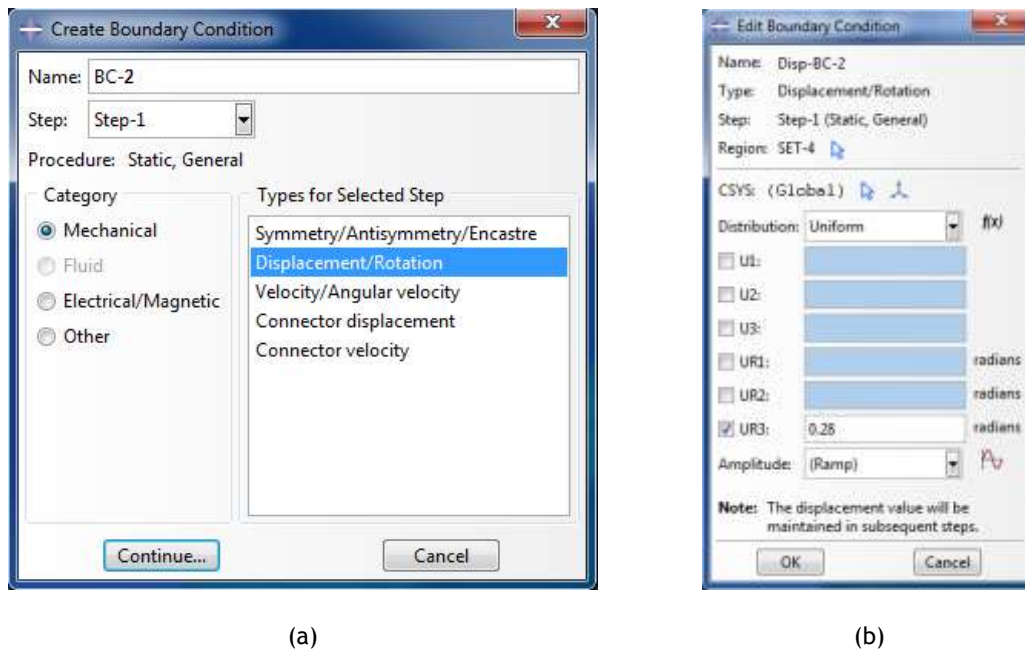


Figura 3.49- (a) Criação da rotação imposta; (b) definição da intensidade e da orientação segundo a convenção adotada pelo ABAQUS

3.4. Processamento do modelo

Como referido anteriormente, no processamento de uma análise linear são executados cálculos através da resolução de simples sistemas de equações lineares. O mesmo não ocorre na resolução de problemas não lineares, onde a solução é obtida especificando uma carga em função do tempo, e o tempo total de incrementação para a resposta não linear.

Para o ABAQUS processar o modelo numa primeira fase, no módulo *Job*, torna-se necessário criar uma tarefa, *Job*, como ilustrado na Figura 3.50 (a), através do comando *Create Job*. Posteriormente, atribuindo um nome específico à tarefa criada e definindo o modelo criado (Figura 3.50 (b)) basta validar as opções pré definidas que o ABAQUS fornece.



Figura 3.50 - (a) Criação de uma tarefa; (b) definição da tarefa

Através do comando *Job Manager* (Figura 3.51 (a)) é possível processar o modelo segundo a tarefa criada previamente. Contudo, previamente ao processamento de um modelo é necessário executar uma verificação de todos os dados criados e definidos para a simulação do modelo. Previamente ao processamento de um modelo, através do comando *Data Check* é necessário realizar uma análise prévia onde, caso o ABAQUS detete alguma incongruência no modelo, o mesmo emite uma mensagem onde consta o erro detetado no modelo (Figura 3.51 (b)).

Após verificação dos dados do modelo, no gestor de trabalhos, basta submeter o modelo para análise através do comando *Submit* (Figura 3.51 (b)).

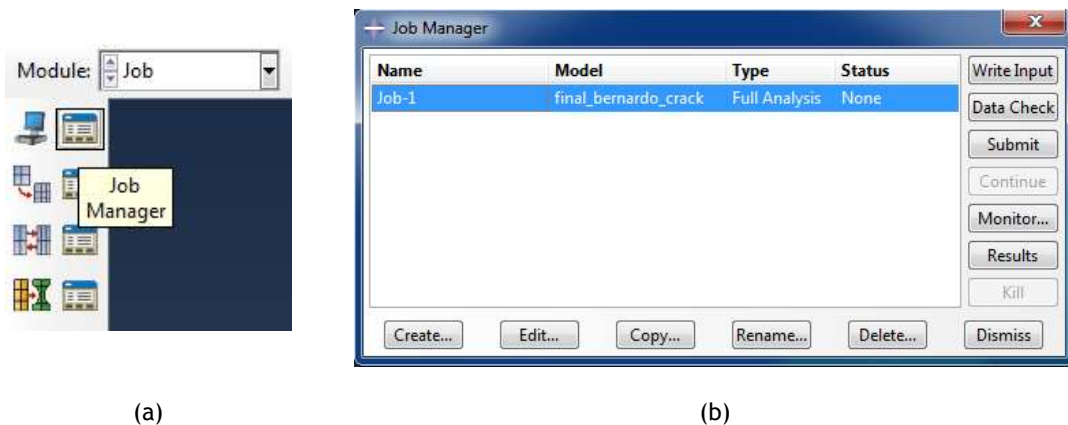


Figura 3.51 - (a) Acesso ao gestor de tarefas; (b) gestor de trabalhos presente no módulo *Job* de ABAQUS

3.5. Análise de resultados

A visualização dos resultados da análise é realizada, numa primeira fase, na mesma janela onde é executada a análise, no gestor de trabalhos. Assim, através do comando *Results* (Figura 3.52 (a)) o utilizador é direcionado automaticamente para o módulo *Visualization*. A

construção de um gráfico que exprime uma relação entre parâmetros é realizada neste módulo através do comando *XY Data Base* (Figura 3.52 (b)).

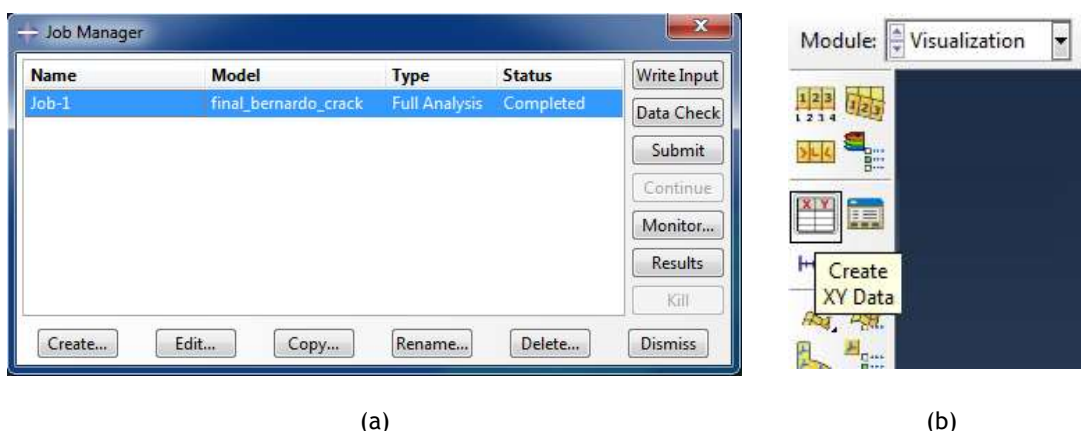


Figura 3.52 - (a) Gestor de tarefas; (b) comando para criação de gráficos

Seguidamente à criação de um gráfico é requerida a fonte da relação a construir. Assim, seleccionando a opção *ODB Field Output* (Figura 3.53 (a)) e posteriormente seleccionando *Unique Nodal* na posição onde será calculada a relação (Figura 3.53 (b)) basta seleccionar os dados para o eixo dos *yy*.

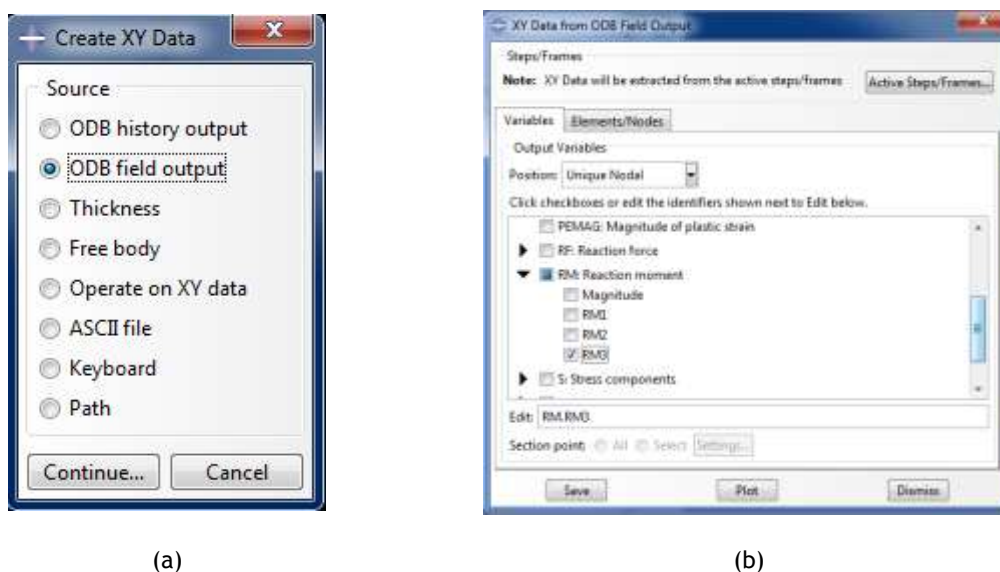


Figura 3.53 - (a) Seleção da fonte para a análise; (b) seleção dos dados para o eixo dos *yy*

Nesta fase do estudo, foram calculados em função do tempo as relações tempo-rotação na extremidade da viga, RM3, e tempo-momento no encastramento, UR3. O tratamento dos dados fornecidos passou pela conversão da rotação de radianos para graus e posteriormente foi calculada a rotação por unidade de comprimento, dividindo-se a rotação total pelo comprimento total da viga, 6,4 metros. Após o tratamento dos dados recolhidos,

obteve-se a relação momento torsor (KN.m) - rotação ($^{\circ}$ /m) ilustrada na Figura 3.54, a qual pode ser comparada com a curva experimental.

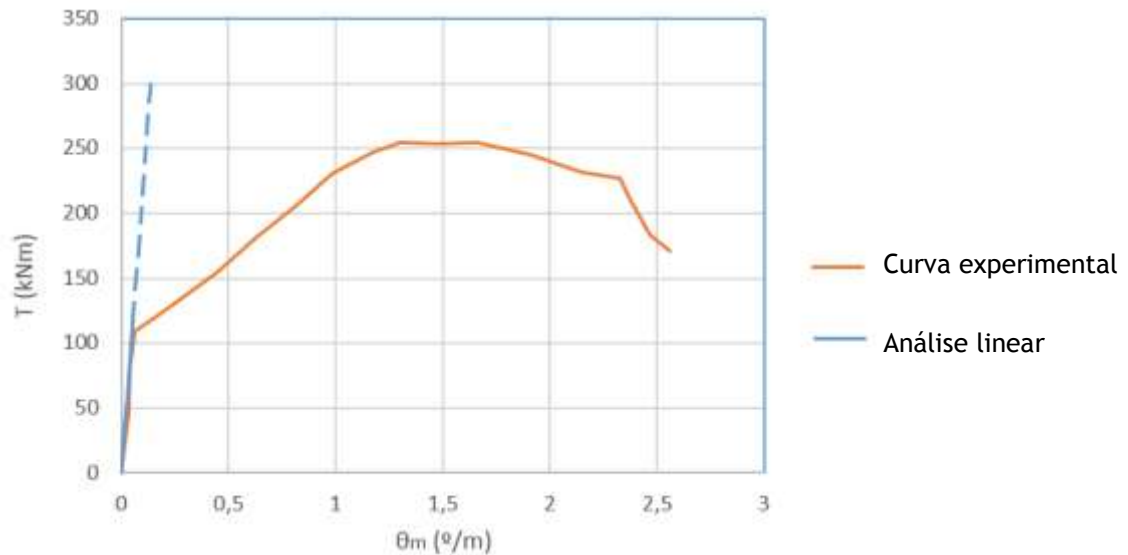


Figura 3.54 - Comparação da reta da análise linear do ABAQUS com a curva experimental do ensaio da viga A2

Visto que para a definição dos materiais somente foi utilizado o módulo de elasticidade, E , e o coeficiente de Poisson, ν , e dado que não foram definidos limites de elasticidade para os materiais, o modelo apresentou sempre um comportamento linear. A partir da Figura 3.54, observando-se uma boa congruência entre as curvas teórica e experimental, designadamente para a fase de comportamento elástico tanto do modelo (ABAQUS) como da viga A2 (fase não fissurada).

Capítulo 4 - Modelação da viga A2- Análise não linear

4.1. Introdução

No presente capítulo será apresentada não só a metodologia usada, mas também alguns conceitos para a solução de problemas não lineares, tendo em conta as particularidades assumidas pelo programa ABAQUS e tendo também por base os conceitos teóricos apresentados anteriormente na secção 2.

Seguidamente, serão apresentadas as simplificações executadas no modelo com vista a resolver alguns dos problemas numéricos encontrados no decorrer das análises não lineares realizadas para a viga A2 no ABAQUS. Posteriormente são apresentados os resultados obtidos da análise não linear da viga A2, bem como uma análise comparativa com os resultados experimentais.

4.2. Modelação da Viga A2 para a análise não linear

A análise não linear da viga A2 teve por base a modelação executada anteriormente no Capítulo 3. Para tal, após inúmeras análises realizadas com diversos modelos distintos gerados para a análise não linear da viga A2, executaram-se algumas simplificações com o intuito de resolver problemas numéricos, designadamente problemas de convergência e esforço de cálculo. Foram adotados as seguintes simplificações:

- Eliminou-se a atribuição das densidades aos materiais;
- Eliminaram-se as chapas de aço nas extremidades;
- Eliminaram-se as zonas de reforço da viga;
- Eliminaram-se as ligações de contacto existentes;
- Foram criadas na viga duas zonas extremas, cada uma com 25 centímetros na direção longitudinal, caracterizadas por um betão que apresenta sempre um comportamento

4.2.1. Criação das componentes

Para a análise não linear, devido às simplificações adotadas, criou-se um novo elemento de viga com 1,5 metros de comprimento tendo por base a secção executada anteriormente. Para tal, no módulo *Part* com o auxílio do comando *Partition Cell*, Figura 4.2 (a), é possível executar cortes nas componentes criadas, tendo por base um ponto criado em função das suas coordenadas, e definindo somente o plano perpendicular ao plano de corte. Desta forma, todas as componentes criadas anteriormente foram encurtadas de modo a possuírem o comprimento longitudinal desejado (Figuras 4.2 (b) e (c)).

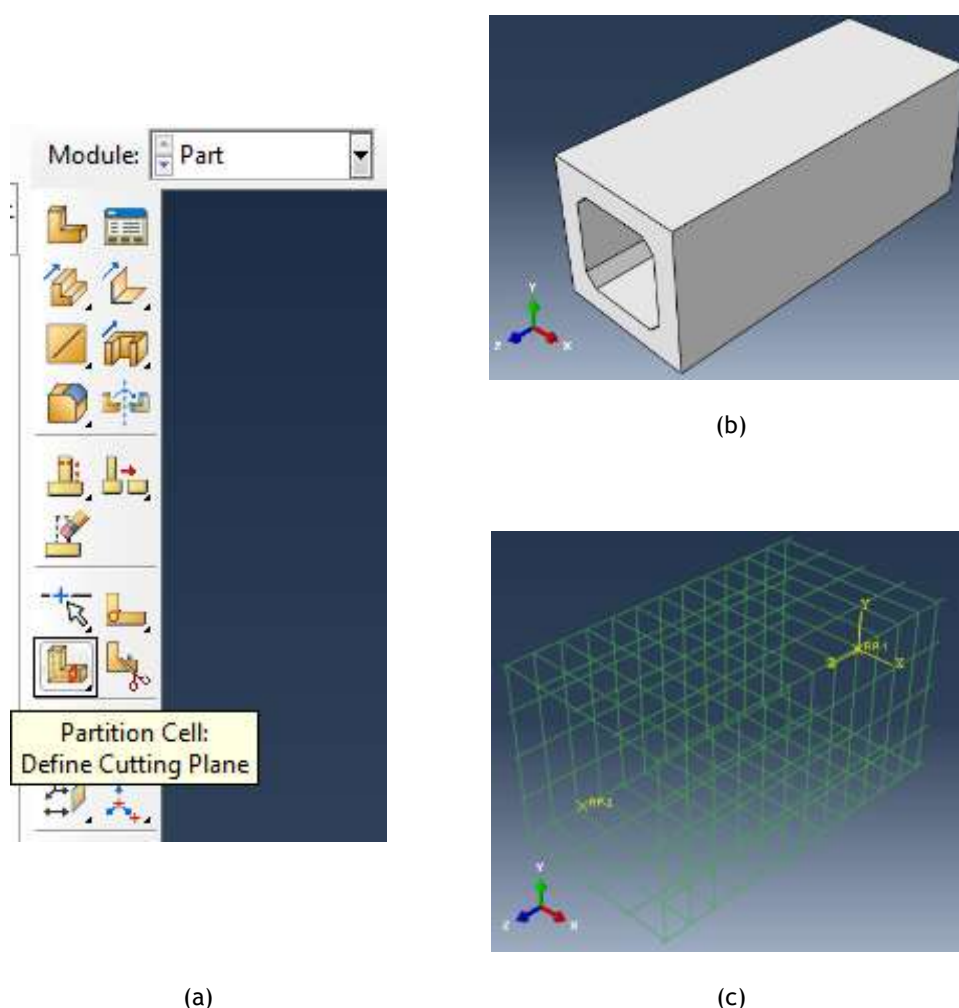
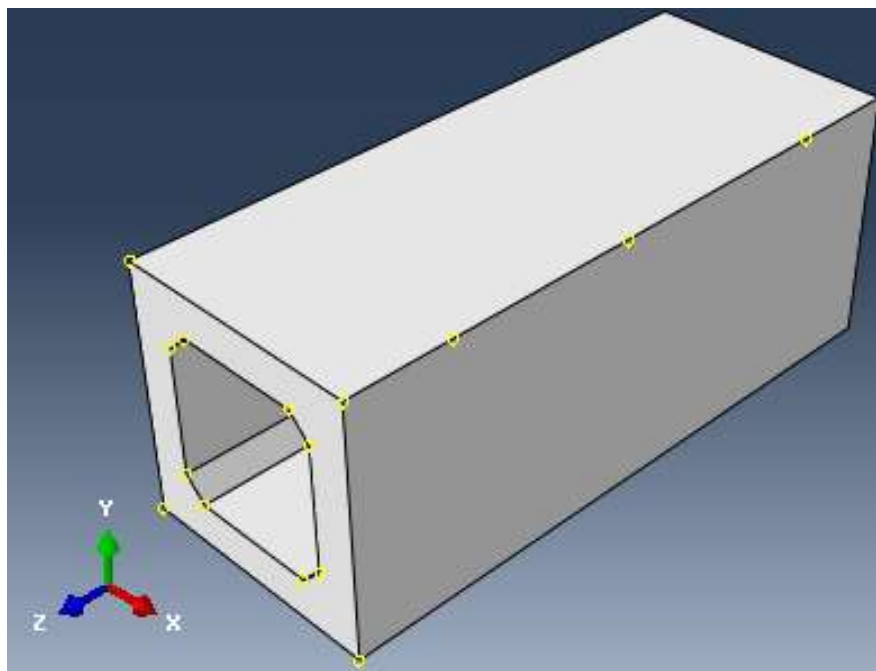


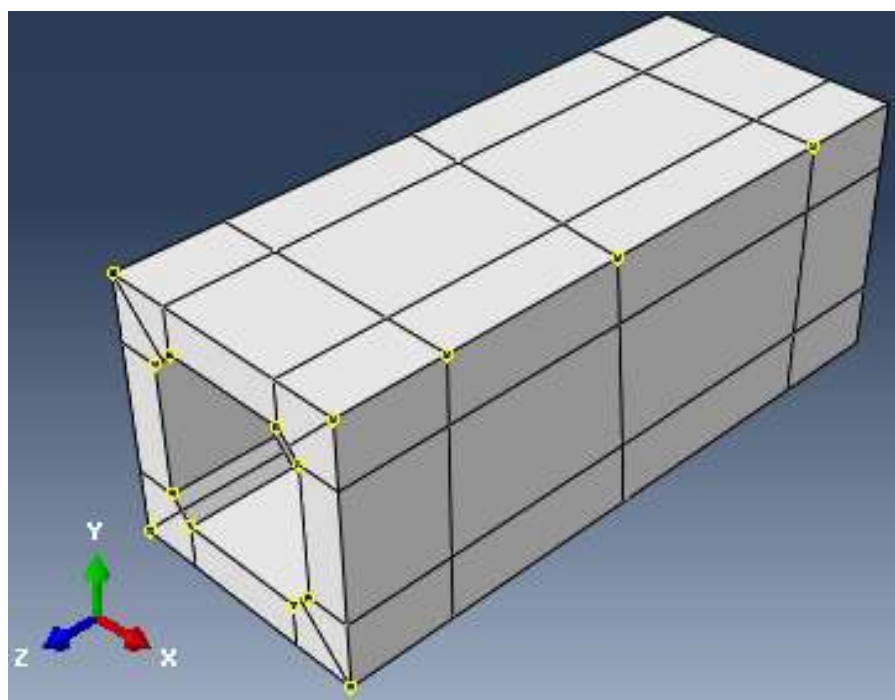
Figura 4.2 - (a) Comando *Partition Cell*; (b) representação tridimensional do elemento de betão encurtado; (c) representação tridimensional da gaiola de reforço encurtada

De modo a simplificar a criação da malha de elementos finitos, para a definição das zonas que apresentam um betão com um comportamento elástico e das condições de contorno, foram executados nesta fase, cortes na componente de betão com o auxílio do comando *Partition Cell*. Estes cortes não alteram as ligações interiores da componente de betão, somente delimitam zonas distintas na mesma componente. Na Figura 4.3 (a) estão representados os pontos criados na secção longitudinal e transversal que vão auxiliar na

partição da componente de betão. Na Figura 4.3 (b) encontra-se a representação tridimensional final da componente de betão. Nos vídeos 1,2 e 3 do Anexo I, estão apresentados os passos descrito nesta secção.



(a)



(b)

Figura 4.3 - (a) representação dos pontos criados na secção longitudinal e transversal; (b) representação tridimensional final da componente de betão

4.2.2. Definição do tipo de elemento e criação da malha

O tipo de elementos finitos utilizados na modelação da viga, para a análise não linear, foram mantidos. As armaduras continuaram a ser descritas por elementos lineares em barra T3D2. Os varões longitudinais foram divididos em 20 elementos, cada um com uma dimensão de 5 cm. As cintas foram divididas em 8 elementos por ramo. No que diz respeito ao betão, a sua modelação foi mantida nos elementos octaédricos de 8 nós, C3D8R. Longitudinalmente, a viga foi dividida em 24 elementos, cada um com comprimento aproximado de 6,25 cm ao longo de toda a viga, e com uma largura dos elementos variável na zona transversal da viga. Desta forma, na zona vazada da viga os elementos possuem 2,5 centímetros de largura e altura. Nos chanfros dos cantos interiores da viga os elementos foram encurtados para sensivelmente 1,2 centímetros, como ilustrado nas Figuras 4.4 (a) e (b). Devido à restrição de embebimento dos varões longitudinais na componente de betão, e como referido anteriormente na secção 3.3.2, com o intuito de evitar problemas de convergência do modelo, o número de elementos finitos dos varões longitudinais é inferior ao número de elementos finitos da componente de betão no sentido longitudinal. O objetivo é que os nós dos elementos finitos das barras estejam dentro dos elementos finitos de betão [4].

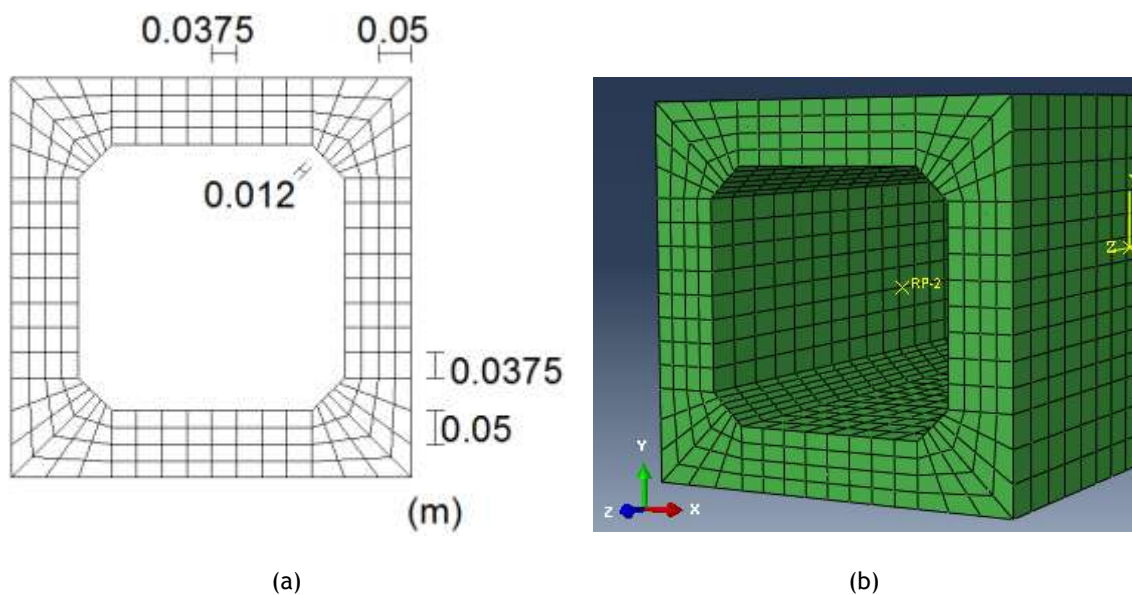


Figura 4.4 - (a) Desenho transversal com cotagem da malha de elementos finitos para o betão; (b) representação tridimensional dos elementos finitos da viga

Posteriormente, com o intuito de aumentar o rigor da análise, algumas das dimensões dos elementos transversais à viga foram alteradas. Assim, na zona vazada da viga os elementos possuem 2,5 centímetros de largura e altura. Nos chanfros dos cantos, interiores e exteriores, ambas as medidas foram mantidas, como ilustrado nas Figuras 4.5 (a) e (b). Contudo, devido à alteração gerada no modelo, o tempo de cálculo aumentou.

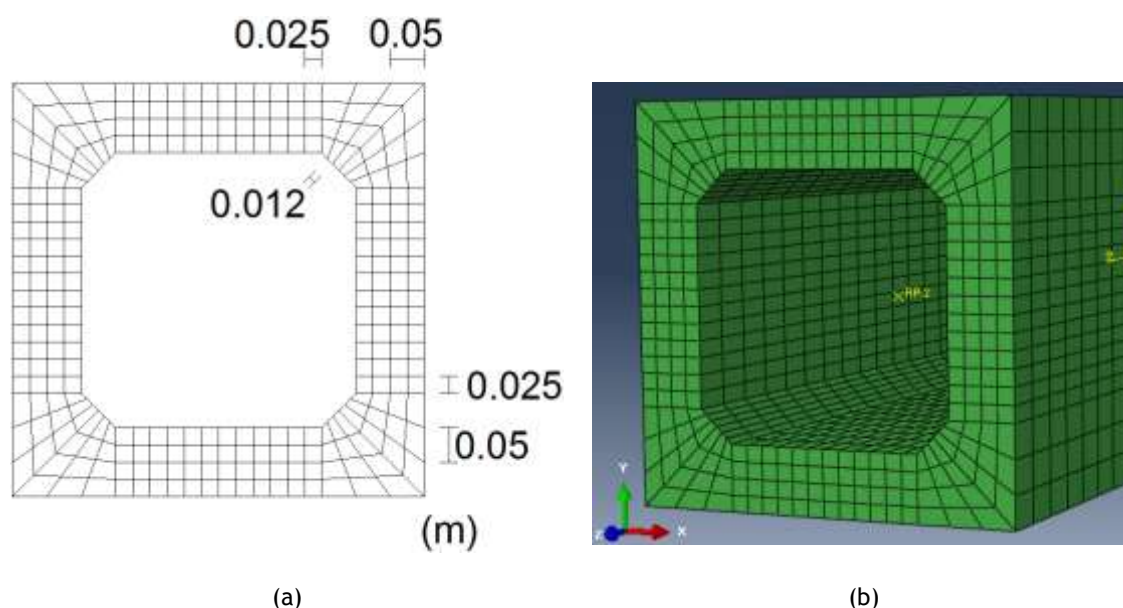


Figura 4.5 - (a) Desenho transversal com cotagem da nova malha de elementos finitos para o betão; (b) representação tridimensional da nova malha de elementos finitos

Independentemente do tempo de cálculo, a malha com maior número de elementos finitos (malha mais refinada) foi a adotada visto ser a que, teoricamente, apresenta resultados com maior rigor. A criação da malha foi executada do modo semelhante ao descrito anteriormente. Todavia, ao invés da discretização ser realizada em função do tamanho dos elementos finitos, nesta análise foi realizada em função do número de elementos finitos desejado para cada uma das faces, designadamente 2 transversais e 1 longitudinal, para cada partição executada anteriormente na componente de betão, no módulo *Part* (Figura 4.3 (b)). A Figura 4.6 mostra a malha de elementos finitos gerada. Nos vídeos 4,5 e 6 do Anexo I, estão apresentados os passos descrito nesta secção.

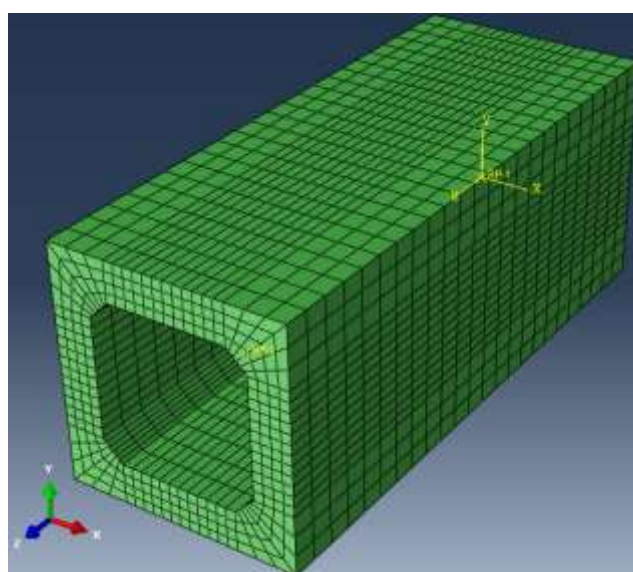


Figura 4.6 - Representação tridimensional da malha de elementos finitos gerada na viga

4.2.3. Definição das propriedades das componentes desenhadas

4.2.3.1. Definição das propriedades das componentes de betão

Numa primeira fase o comportamento do betão foi simulado de acordo com o Eurocódigo 2 [29]. Para tal, foi adotada a equação (2.5), apresentadas na secção 2.4.1.2, para a relação constitutiva do betão à compressão.

O cálculo de todos os parâmetros envolvidos na equação (2.5) encontra-se descrito na secção 2.4.1.2, sendo o valor da tensão máxima, f_{cm} , igual a 47,34 MPa. As extensões envolvidas no cálculo das tensões no betão ao longo do ensaio, ϵ_c , foram assumidas até ser encontrado o último valor positivo para a tensão no betão. A Figura 4.7 ilustra a lei constitutiva do betão à compressão uniaxial para o betão utilizado neste estudo, formulada de acordo com o Eurocódigo 2.

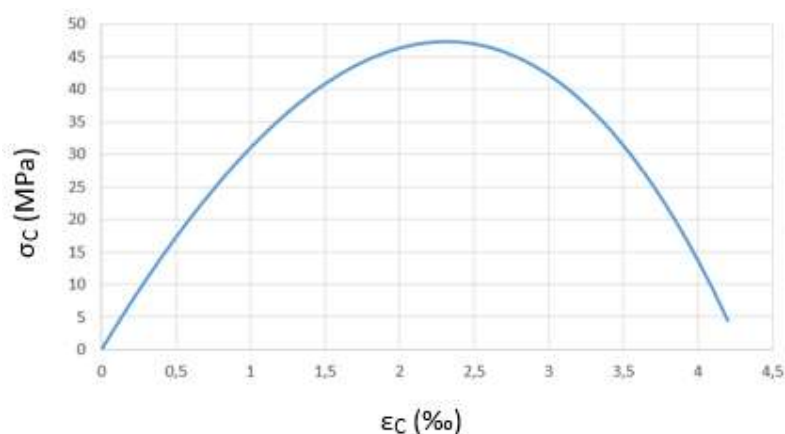


Figura 4.7- Curva σ - ϵ para o betão de acordo com o EC2

Como descrito anteriormente na secção 2.4.1.4, para a descrição do comportamento não linear do betão no ABAQUS de acordo com o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), torna-se necessário, para além da relação tensão (σ) - extensão plástica (ϵ_p) do betão à compressão, a definição da relação σ - ϵ_p ou da energia de fratura (G_f) do betão à tração.

Posto isto, após numerosas tentativas na definição da relação σ - ϵ_p do betão à compressão, o modelo CDP foi excluído devido aos problemas de convergência que apresentava ao entrar na fase não linear da análise. Por isso, optou-se por utilizar o *Smeared Crack Model* (SCM) para simular o comportamento não linear do betão.

Como especificado anteriormente na secção 2.4.1.4, para simular o comportamento do betão segundo o SCM, para além das propriedades elásticas atribuídas anteriormente ao betão, é necessário a definição da parte irreversível do comportamento do betão, após fissuração, através da relação $\sigma - \epsilon_p$ e de alguns parâmetros que levam em conta a tensão máxima do betão à tração, o efeito de retenção do corte, entre outros.

Após a análise de vários estudos similares [6] [10] [25] e da interpretação do manual de utilizador do ABAQUS [3], a relação $\sigma - \epsilon_p$ foi definida de modo a ajustar as extensões plásticas mantendo a tensão correspondente à extensão total. Ou seja, analisando as Figuras 4.7 e 4.8, é possível observar que para os mesmos níveis de tensões, as extensões plásticas foram ajustadas. Desta forma, criou-se uma função, equação (4.1), para ajustar as extensões de modo a que quando ocorra a primeira fissura as extensões sejam nulas, criando uma relação $\sigma_p - \epsilon_p$.

$$\epsilon_p = \frac{\sigma_p}{E_c} \quad (4.1)$$

Onde,

- ϵ_p , representa a extensão plástica retificada;

- σ_p , representa a tensão plástica no betão;

- E_c , é o modulo de elasticidade inicial do betão.

A partir da relação expressa na equação (4.1), ajustou-se a componente plástica da relação $\sigma - \epsilon$ de forma coerente com o SCM presente no ABAQUS, obtendo-se assim a relação $\sigma_p - \epsilon_p$ ilustrada na Figura 4.8.

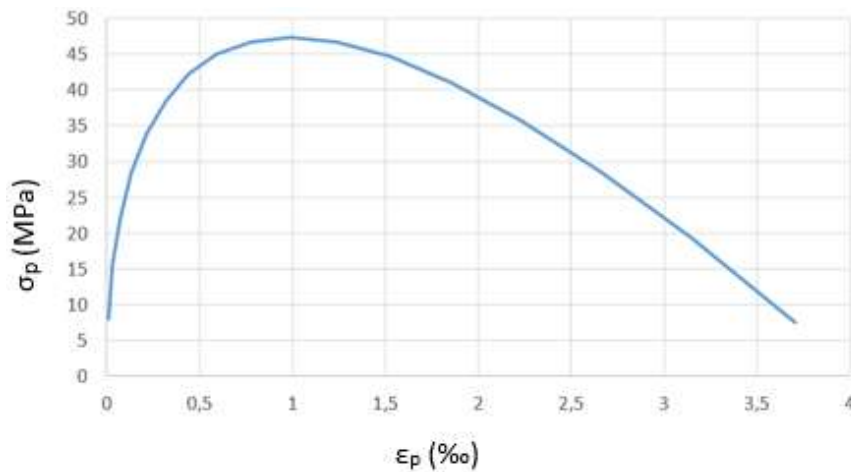


Figura 4.8- Relação σ_p - ϵ_p para o betão à compressão de acordo com o SCM

Os valores utilizados para os parâmetros dos *Failure Ratios*, do *Tension Stiffening* e do *Shear Retention* encontram-se descritos seguidamente nas Tabelas 4.1, 4.2 e 4.3, respetivamente, tendo sido adotados os valores existentes por defeito.

Tabela 4.1 - Valores utilizados para os parâmetros do *Failure Ratios*

<i>Ratio 1</i>	<i>Ratio 2</i>	<i>Ratio 3</i>	<i>Ratio 4</i>
1,16	0,035	1,28	0,337

Tabela 4.2 - Valores utilizados para os parâmetros do *Tension Stiffening*

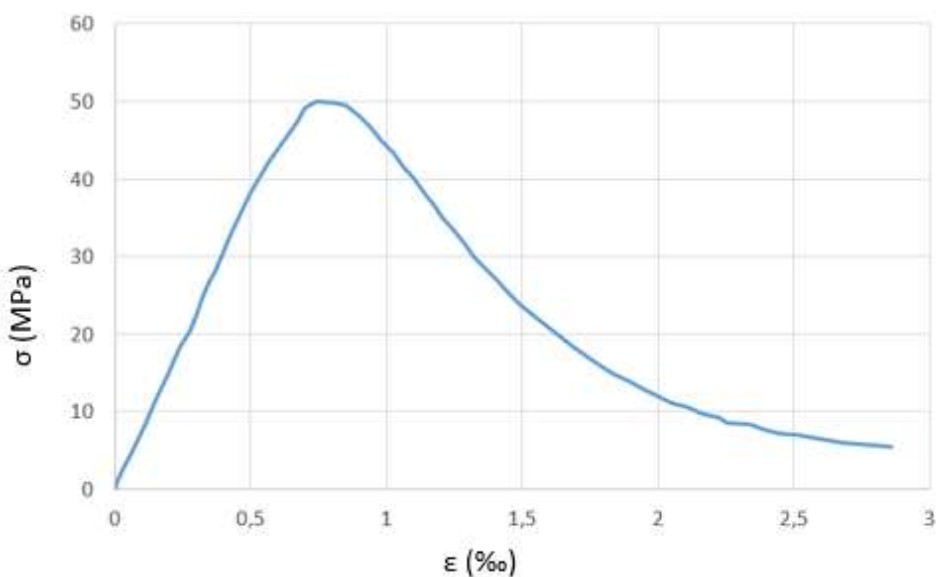
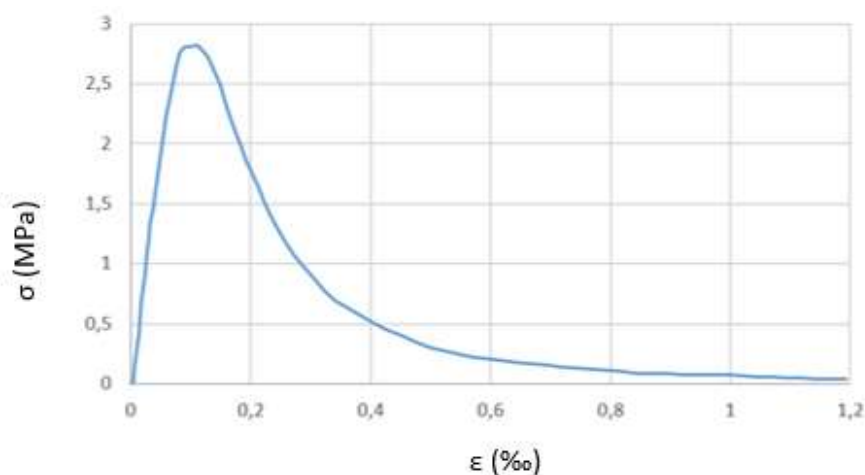
$\frac{\sigma}{\sigma_c}$	$\frac{\epsilon}{\epsilon_c}$
1	0
0	1

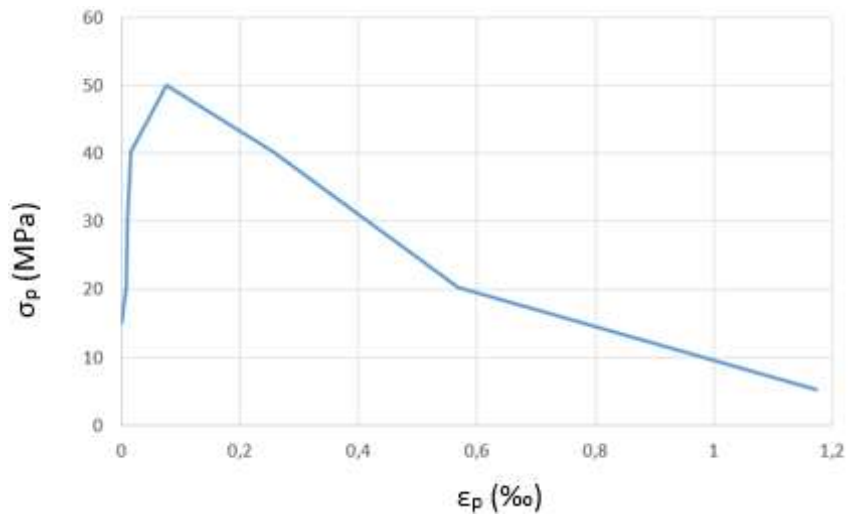
Tabela 4.3 - Valores utilizados para os parâmetros do *Shear Retention*

ρ_{close}	ϵ_{max}
1	10000

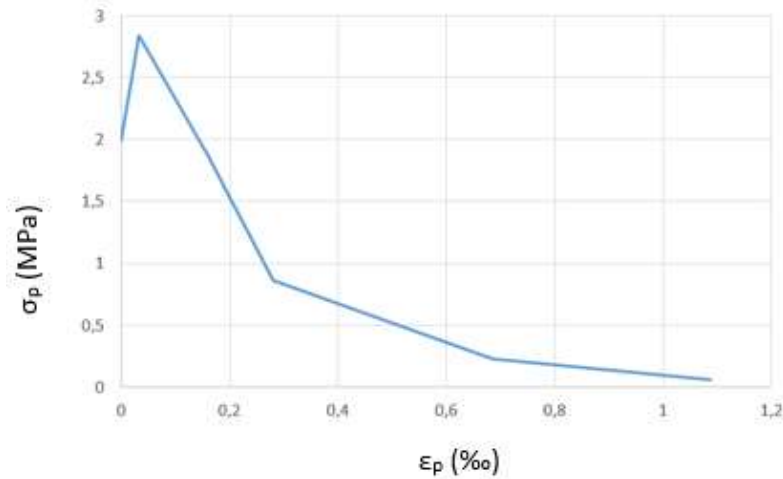
Contudo, após algumas simulações verificou-se que o SCM não apresentou resultados satisfatórios para a análise não linear da viga A2, levando novamente à adoção do modelo CDP inicialmente assumido para a caracterização do betão.

Desta forma, foi adotado um betão semelhante ao utilizado por Bernardo em 2003 e encontra-se caracterizado na bibliografia [42]. O referido estudo foi realizado em 2005 por Jankowiak e Łodygowski no Institute of Structural Engineering (ISE) na Polónia, e tinha como objetivo a identificação dos parâmetros envolvidos na definição do modelo CDP para um betão com classe de resistência igual a 50 MPa. Neste estudo, para além da definição das relações $\sigma - \varepsilon$ do betão à compressão e à tração (Figuras 4.9 e 4.10), são também apresentadas as relações $\sigma_p - \varepsilon_p$ do betão para ambos os casos (Figuras 4.11 e 4.12).

Figuras 4.9- Curva $\sigma - \varepsilon$ do betão à compressão [42]Figuras 4.10- Curva $\sigma - \varepsilon$ do betão à tração [42]



Figuras 4.11- Curva $\sigma_p - \varepsilon_p$ do betão à compressão [42]



Figuras 4.12- Curva $\sigma_p - \varepsilon_p$ do betão à tração [42]

O comportamento do betão à tração no modelo CDP foi modelado através da definição da tensão máxima à tração, f_{ctm} , e pela energia de fratura, G_f , tal como referido anteriormente na seção 2.4.1.4.

Os restantes parâmetros requeridos pelo modelo CDP e adotados neste estudo, tais como o ângulo de dilatância ($\psi(\theta, f_i)$), a excentricidade ($\varepsilon(\theta, f_i)$), o rácio $\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$, o rácio K_c e o parâmetro regularização visco plástica (μ), encontram-se definidos na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 - Parâmetros requeridos pelo modelo CDP para caracterização do comportamento não linear do betão.

$\psi(\theta, f_i)$	$\varepsilon(\theta, f_i)$	$\sigma_{b0} / \sigma_{c0}$	K_c	μ
38°	1	1,16	0,666	1 ⁻⁵

Para a caracterização das partições realizadas em ambas as extremidades da viga foi criado um novo material, definido por um betão que apresenta somente um comportamento elástico. Na definição deste material utilizou-se o mesmo módulo de elasticidade e o mesmo coeficiente de *Poisson* que foram utilizados na caracterização do betão da zona corrente da componente. Posteriormente à definição do material, foi criada uma nova *Section*, levando em conta as propriedades definidas anteriormente, tendo estas mesmas sido atribuídas a ambas as zonas de extremidade da viga. No vídeo 7 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.

4.2.3.2. Definição das propriedades das barras de aço

Relativamente ao aço de reforço, após se calcularem os valores de K através da Equação (2.23), apresentada anteriormente na secção 2.4.2.1, verificou-se que o valor da tensão de cedência era aumentado excessivamente. Assim, através da Tabela (2.3), presente também na secção 2.4.2.1, foi adotado o valor de K igual a 1,05, correspondendo a aços de classe A. A extensão limite elástica do aço foi calculada segundo o Eurocódigo 2 [29], tendo por base o rácio da tensão de cedência pelo módulo de elasticidade, tendo sido obtida uma extensão de 0,0025.

Posto isto, neste estudo são descritas três relações $\sigma - \epsilon$ para o aço, dependendo valor da tensão de cedência, f_{ym} , que difere para cada diâmetro do varão. Assim, nas Figuras 4.13, 4.14 e 4.15 são apresentadas as relações $\sigma - \epsilon$ para os varões de aço Ø8, Ø10 e Ø12, respetivamente.

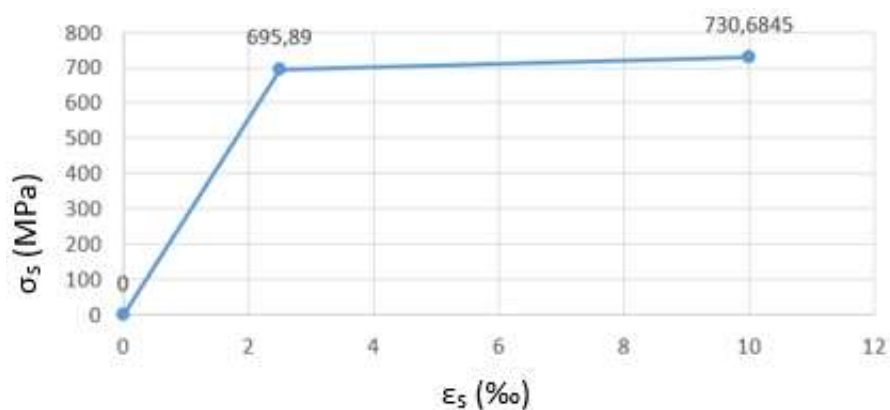


Figura 4.13- Curva σ - ϵ para varões de aço Ø8

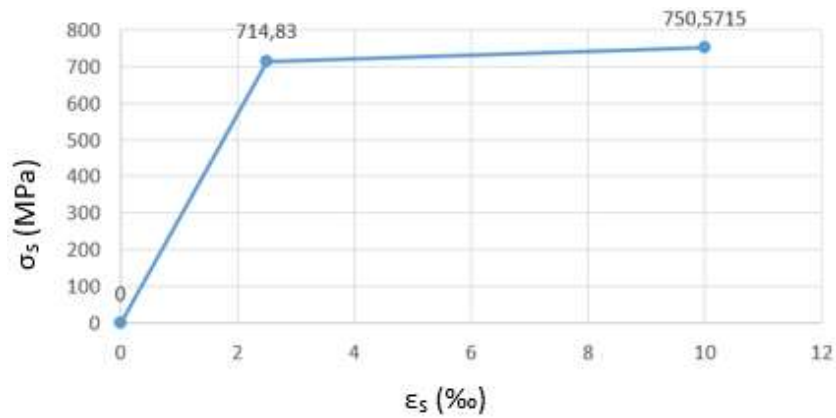


Figura 4.14- Curva σ - ϵ para varões de aço Ø10

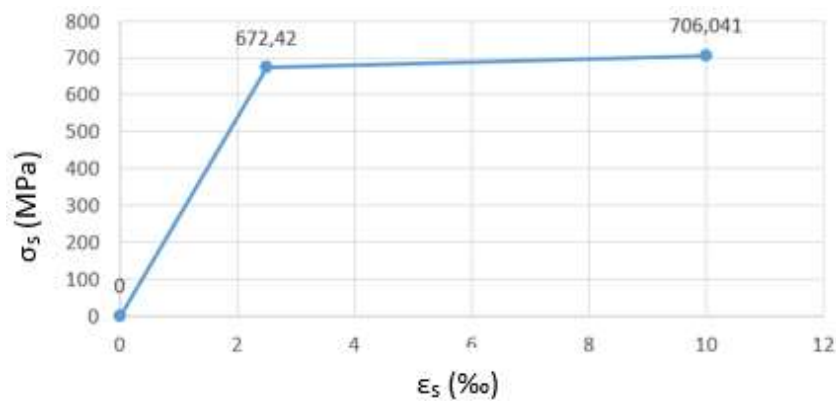
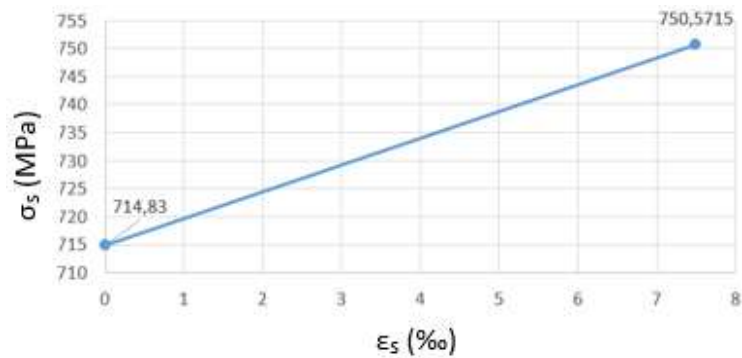
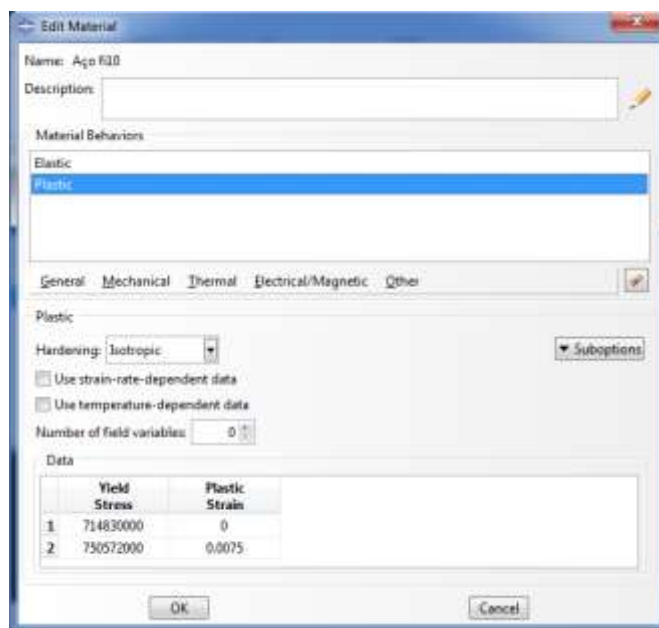


Figura 4.15- Curva σ - ϵ para varões de aço Ø12

Na definição do comportamento plástico do aço de reforço, segundo o ABAQUS, no modelo *Classic Metal Plasticity* (CMP) apresentado em detalhe na secção 2.4.2.3, é somente requerida a relação $\sigma - \epsilon$ para a zona plástica do ensaio à tração com o início das deformações em 0, e mantendo o intervalo da deformação plástica. Assim, tomando por exemplo um varão de aço de reforço Ø10, a relação requerida encontra-se ilustrada na Figura 4.16 (a), bem como a relação incorporada no modelo *Plasticity* do ABAQUS, Figura 4.16 (b). No vídeo 8 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.



(a)



(b)

Figura 4.16 - (a) Relação σ - ϵ plástica para varões de aço Ø10; (b) colocação de dados no ABAQUS

4.2.4. Associação de componentes

Para a realização da análise não linear da viga A2, a única associação de peças requerida foi a colocação das armaduras longitudinais e transversais de reforço na viga de betão (Figura 4.17), visto que, devido às simplificações realizadas, toda a secção de betão está definida numa única peça. No vídeo 9 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.

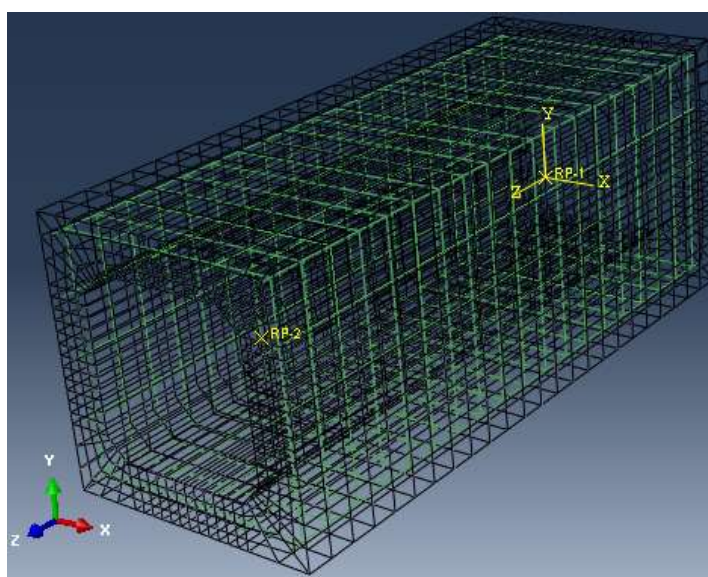


Figura 4.17 - Colocação das armaduras longitudinais e transversais na sua posição no interior da viga

4.2.5. Configuração do tipo de análise

De forma idêntica ao apresentado anteriormente na secção 3.3.5, a definição das características do tipo de análise foi executada da mesma forma e mantendo alguns parâmetros. O tipo de análise foi mantida, *Static General*, assim como o tempo de incrementação. Devido à simplificação executada ao nível da secção de betão e, com o intuito de reduzir o esforço de cálculo, tanto os incrementos ao nível dos limites máximos e mínimos, como o número máximo de incrementos ao longo da análise foram aumentados (Figura 4.18). No vídeo 10 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.

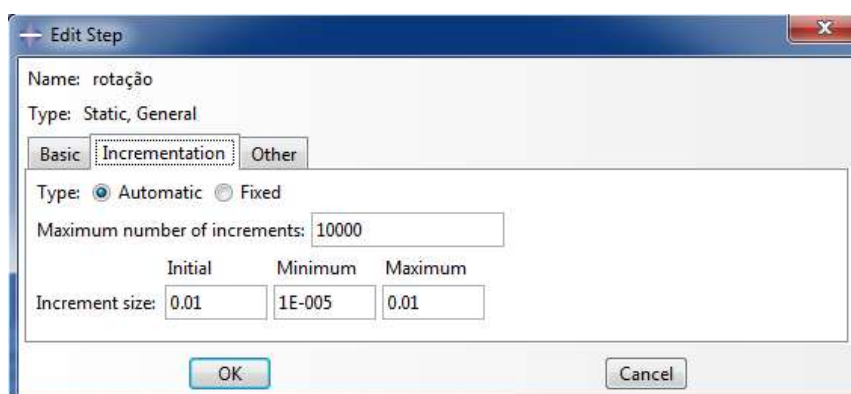


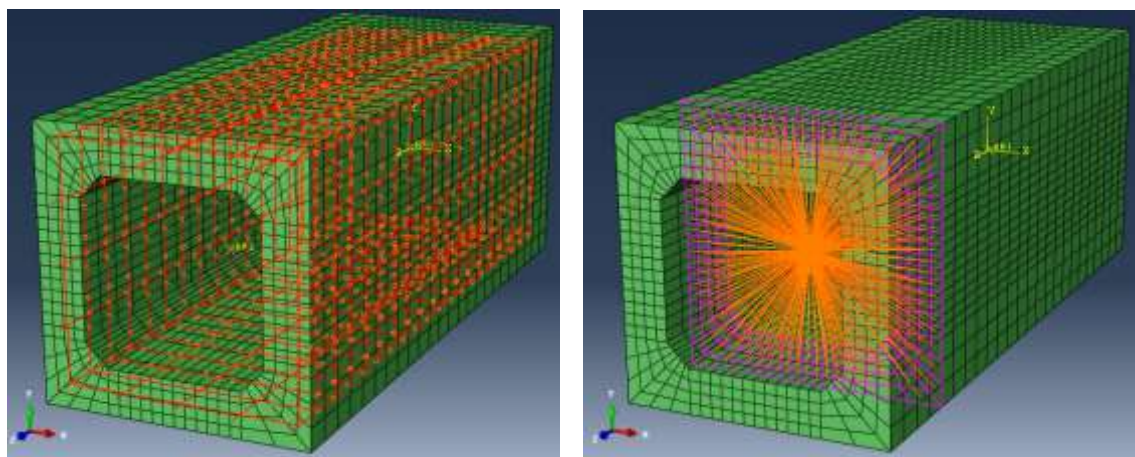
Figura 4.18 - Definição dos incrementos do *Step* criado para a análise não linear da viga A2

4.2.6. Definição das interações

Ao nível das restrições criadas neste modelo, em virtude das simplificações executadas com a eliminação das zonas de reforço da viga e das chapas de aço, não foi necessário estabelecer restrições de contacto, *Tie*.

Neste modelo, a restrição de embebimento foi criada novamente como descrito anteriormente (secção 3.3.6). Esta restrição encontra-se representada seguidamente na Figura 4.19 (a).

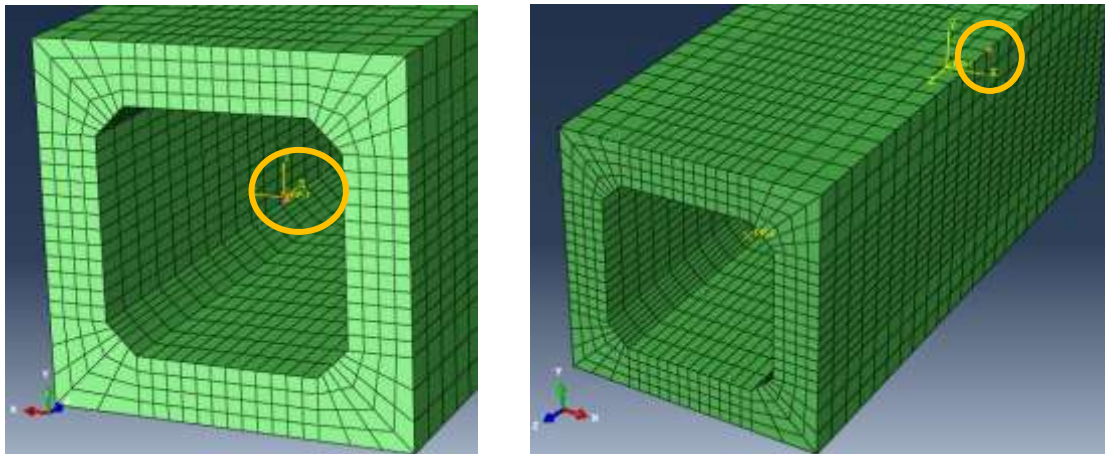
De forma análoga ao realizado anteriormente na secção 3.3.6, previamente à criação de restrições de acoplagem, *Couplings*, criaram-se dois pontos de referência, *Reference Points*, num plano interior à viga, a 25 centímetros de cada extremidade com coordenadas (0,0,0,25m) e (0,0,1,25m). Seguidamente, criaram-se as restrições de acoplagem dos referidos RP's aos respetivos planos interiores da viga, ou seja, ambos os RPS's encontram-se dentro da viga e estão ligados aos planos criados no módulo *Part* através da partição da componente de betão. Esta restrição encontra-se representada seguidamente na Figura 4.19 (b). No vídeo 11 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.



(a) (b)
Figura 4.19 - (a) Representação da limitação de embhecimento dos varões; (b) representação da limitação de acoplagem de um RP a um plano interior da viga

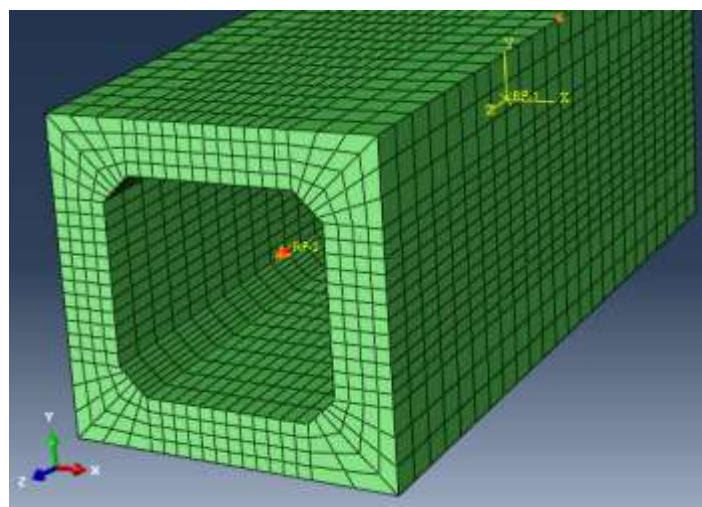
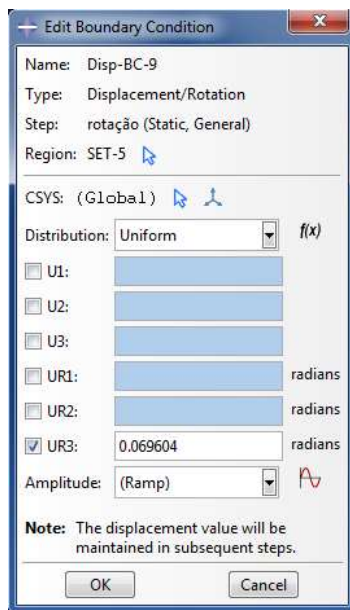
4.2.7. Definição das condições de contorno

De forma análoga ao executado na definição das condições de contorno para a análise linear da viga A2 (secção 3.3.7) posteriormente à criação dos RP's, *Reference Points*, e definidas as limitações de acoplagem, foram estabelecidas as condições de contorno nesses pontos. Assim, de forma similar ao apresentado anteriormente, definiu-se o RP1 como o ponto de aplicação da condição de apoio. Desta forma, no RP1 para além de terem sido travadas as translações segundo os eixos transversais à viga, $U1$ e $U2$, travou-se a rotação segundo o eixo longitudinal da viga, $UR3$ (Figura 4.20 (a)). Contudo, após algumas análises realizadas verificou-se que era necessário travar também a translação segundo o eixo longitudinal da viga, $U3$, dado que a ausência dessa restrição conduzia a problemas numéricos. Assim, num ponto de canto transversalmente à viga, e a meio do seu desenvolvimento longitudinal, colocou-se uma condição de apoio para travar a translação $U3$ (Figura 4.20 (b)). A escolha da aplicação do travamento $U3$ neste ponto e não no RP1, juntamente com as restantes condições de apoio, teve por objetivo principal a não restrição do empenamento das secções. Caso o travamento $U3$ fosse colocado em RP1, o empenamento da viga estaria a ser restringido. No vídeo 12 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.



(a) (b)
 Figura 4.20- (a) Travamento das translações U1 e U2 e da rotação UR3; (b) travamento da translação U3 num ponto de extremidade transversalmente à viga

Relativamente ao RP2, ponto de aplicação da rotação ao modelo, impôs-se uma rotação limite de 0.069604 rad. Esta rotação foi calculada tendo por base os resultados experimentais da viga A2, designadamente a rotação máxima (por unidade de comprimento) observada na viga [17]. Através dos referidos resultados experimentais, verificou-se que a rotação máxima da viga era de aproximadamente $4^\circ / \text{m}$. Visto que ambas as extremidades da viga incorporam um betão que apresenta sempre um comportamento elástico, para o cálculo da rotação imposta somente interessa a zona corrente da viga com 1 m comprimento. Desta forma, após a conversão de graus para radianos e visto o modelo da viga só ter 1 m, obteve-se uma rotação equivalente à experimental de 0.069604 rads para 1 metro de viga (Figuras 4.21 (a) e (b)).



(a) (b)
 Figura 4.21- (a) Definição da imposição da rotação no ABAQUS; (b) imposição da rotação no ponto RP2

4.3. Processamento do modelo

Do mesmo modo ao apresentado anteriormente na secção 3.4, no módulo *Job*, previamente à ordem de cálculo da simulação, é necessário criar uma tarefa, *Job*. Contudo, visto se tratar de uma análise não linear, a qual exige um grande esforço computacional, na criação da tarefa foram alteradas as definições de processamento, definindo-se a utilização virtual de 4 processadores e a melhoria das capacidades gráficas (Figura 4.22). Desta forma foi possível reduzir o tempo de cálculo. No vídeo 13 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.

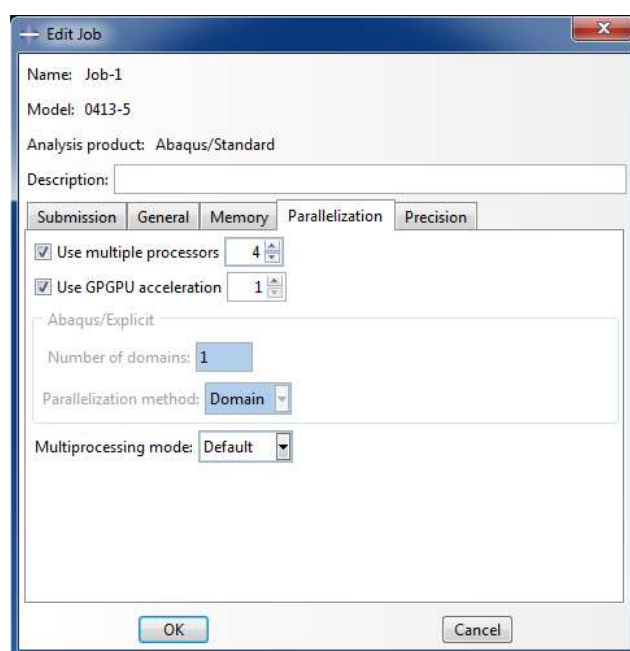


Figura 4.22 - Alteração das definições de processamento e definições gráficas na criação da tarefa

4.4. Análise de resultados

A extração dos resultados após o processamento do modelo pelo ABAQUS é realizada de forma similar ao apresentado anteriormente na secção 3.5. Desta forma, foram extraídas as relações tempo - momento torsor no apoio RP1 e tempo - rotação da viga. O tratamento dos dados fornecidos passou pela conversão da rotação de radianos para graus e posterior divisão da rotação, em radianos, pelo comprimento unitário da viga. Como referido anteriormente, para este estudo foi adotada a malha com maior número de elementos finitos, independentemente do tempo de cálculo. No vídeo 14 do Anexo I, está apresentado o passo descrito nesta secção.

Como referido anteriormente na secção 2.4.1.4, as análises realizadas com a aplicação do *Smearred Crack Model* (SCM), na definição do comportamento não linear do betão, não revelaram resultados satisfatórios. Seguidamente encontra-se ilustrada a curva $T - \theta_m$ obtida após o tratamento dos dados fornecidos (Figura 4.23).

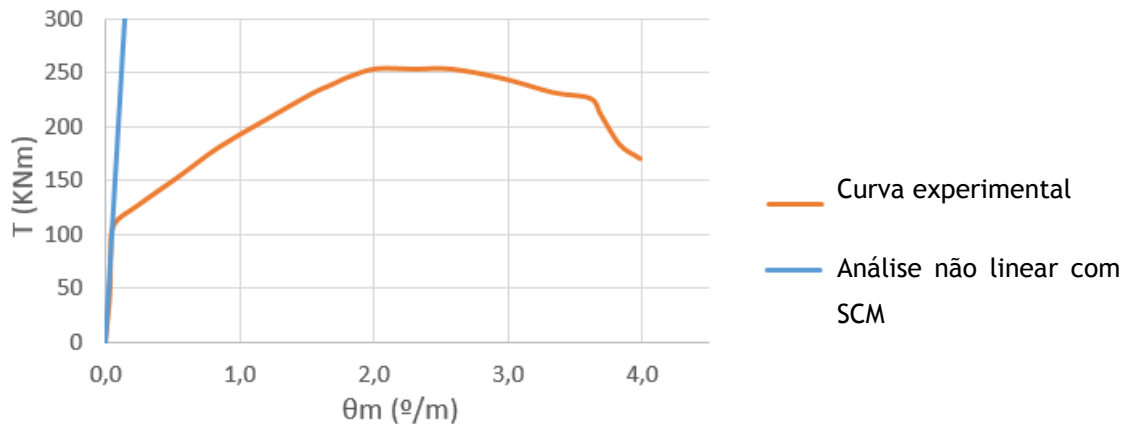


Figura 4.23 - Comparação da curva $T - \theta_m$ da análise não linear do ABAQUS utilizando o SCM com a curva experimental da viga A2

Posteriormente, com a adoção de um betão semelhante ao utilizado na viga A2 e com a utilização do modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), os dados fornecidos pelo ABAQUS foram tratados obtendo-se a relação $T - \theta_m$ ilustrada na Figura 4.24 e comparada com a curva experimental.

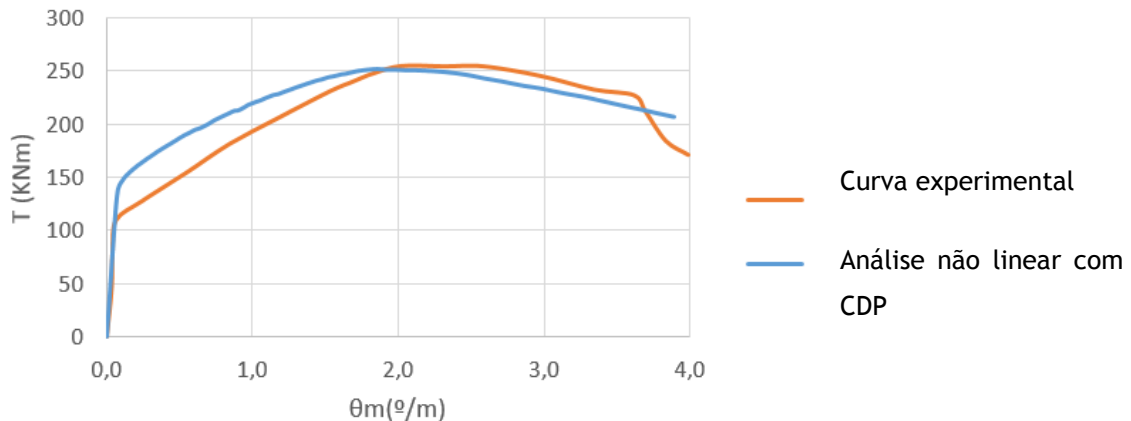


Figura 4.24 - Comparação da curva $T - \theta_m$ numérica utilizando o modelo CDP com a curva experimental da viga A2

Através da observação das curvas ilustradas anteriormente na Figura 4.24, é possível observar uma sobrestimação do momento torsor de fissuração do modelo comparativamente ao da curva experimental.

Neste tipo de simulações existem vários parâmetros que necessitam ser introduzidos pelo utilizador. Desta forma, e em função dos resultados obtidos, existem parâmetros que vão sendo calibrados por tentativas, como é o caso de f_{ctm} e E_c . Geralmente estes parâmetros são obtidos por correlação com a resistência à compressão do betão, e por isso, é lícito os mesmos poderem variar um pouco.

Posto isto, e após várias tentativas, a Figura 4.25 ilustra a curva $T-\theta_m$ numérica obtida que melhor traduziu o comportamento da Viga A2 à torção. Para o cálculo integral da curva $T-\theta_m$ no ABAQUS foram necessárias, em média, cerca de 3 horas e meia.

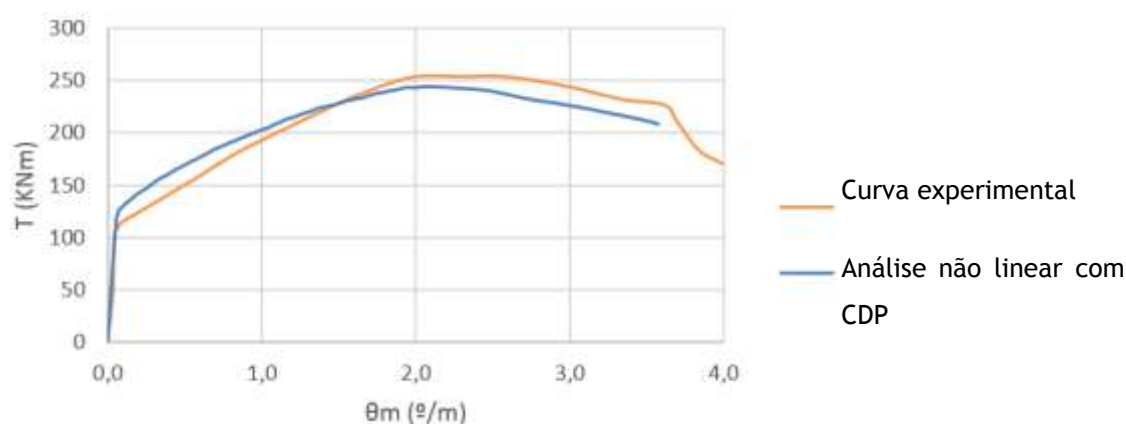
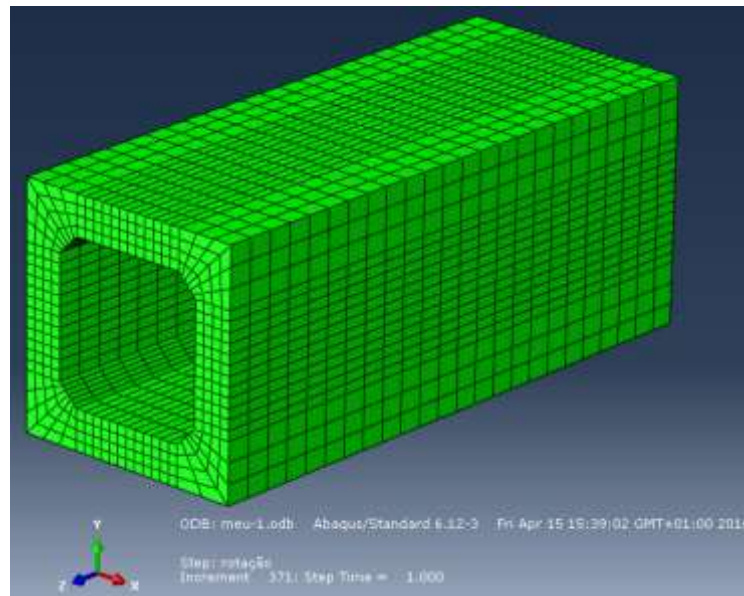


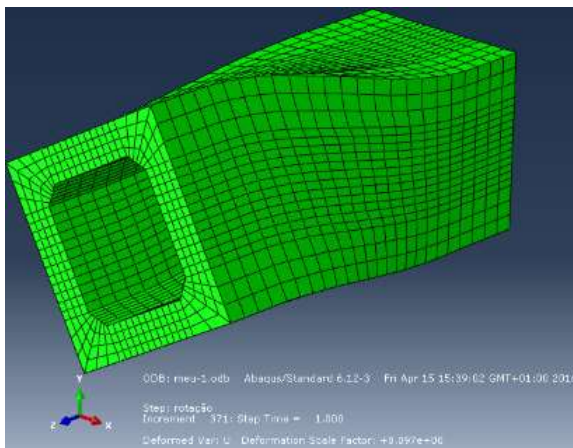
Figura 4.25 - Comparação da curva $T-\theta_m$ numérica utilizando o modelo CDP, após calibração de alguns parâmetros, com a curva experimental da viga A2

No modo *Visualization* do ABAQUS, é possível observar os resultados obtidos a cada incremento de rotação. Desta forma, é importante estudar com alguma relevância 2 pontos do ensaio, o ponto onde ocorre o momento torsor de fissuração e respetiva rotação ($T_{cr}; \theta_{cr}$) e o ponto onde é atingido o momento torsor resistente (máximo) e respetiva rotação ($T_r; \theta_r$).

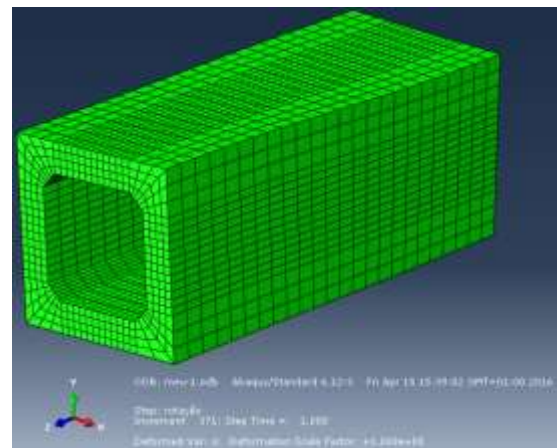
Seguidamente, na Figura 4.26 (a) é possível observar a viga no estado inicial sem deformações. Já nas Figuras 4.26 (b) e (c) é possível observar a viga no seu estado deformado. A Figura 4.26 (b) possui as rotações aumentadas a uma escala de sensivelmente 20 vezes as deformações originais na viga. Esta escala é executada automaticamente pelo ABAQUS para que as rotações sejam visíveis mais facilmente. Já na Figura 4.26 (c) a deformada encontra-se à escala real, é notória a existência de pequenas rotações.



(a)



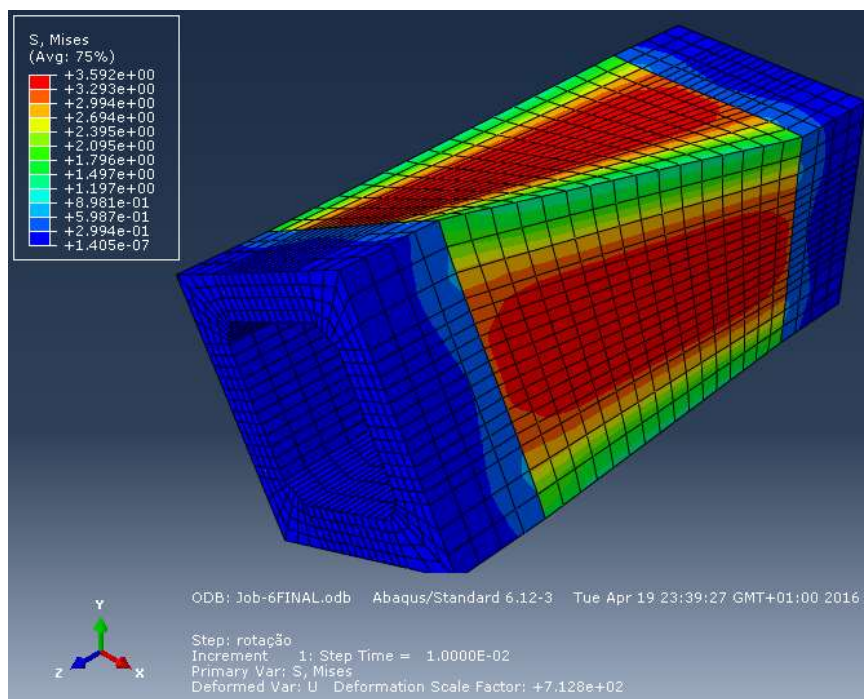
(b)



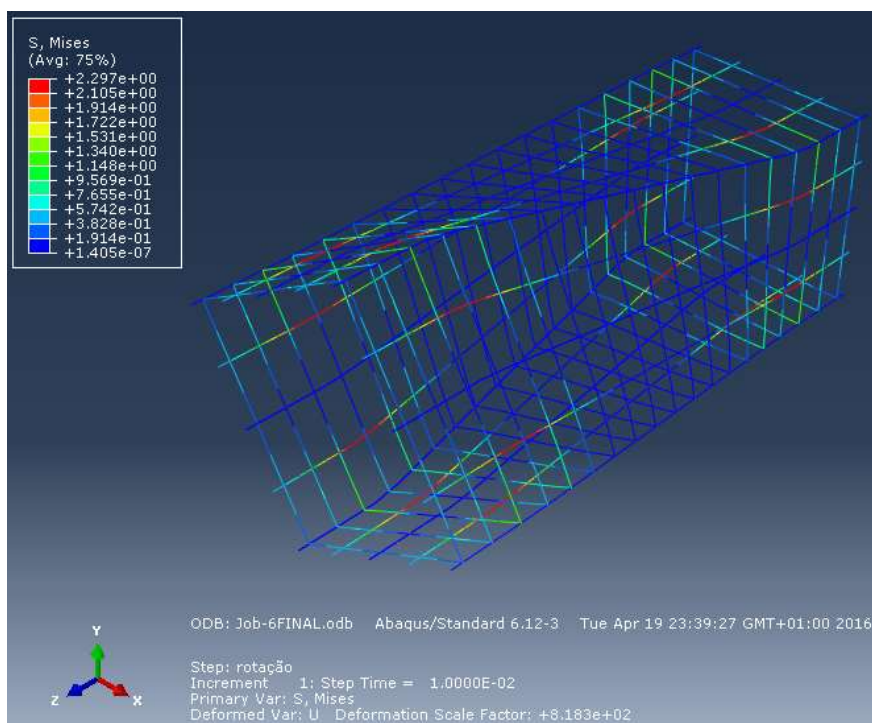
(c)

Figura 4.26- (a) configuração indeformada da viga; (b) configuração deformada da viga ampliada a uma elevada escala; (c) configuração deformada da viga ampliada a escala real

Como referido anteriormente, torna-se relevante o estudo do ponto onde ocorre o momento torsor de fissuração e respetiva rotação ($T_{cr}; \theta_{cr}$). Instantes antes de este ponto ser atingido, o betão encontra-se sujeito à tensão máxima de tração, e as armaduras praticamente ainda não se encontram solicitadas. Na Figura 4.27 (a) é possível observar que o betão se encontra no seu estado de tensão resistente máximo à tração, ao passo que, na Figura 4.27 (b), se verifica que as armaduras ainda não se encontram praticamente solicitadas. Para simplificação da visualização dos resultados obtidos, o ABAQUS automaticamente ampliou as deformações do modelo a uma escala de sensivelmente 20 vezes as deformações originais.



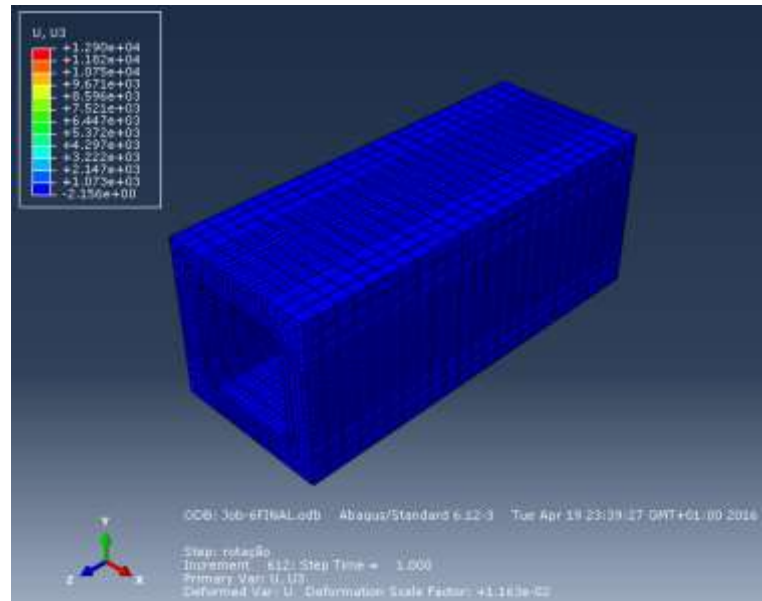
(a)



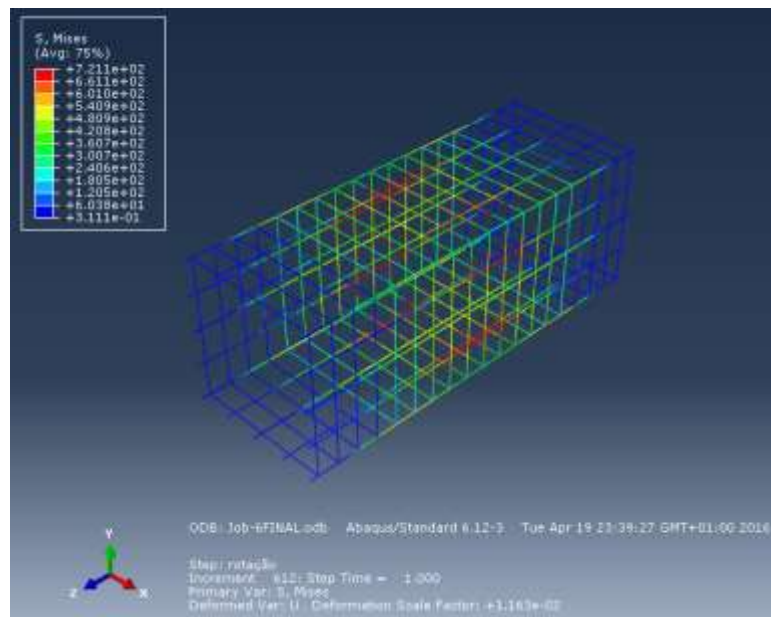
(b)

Figura 4.27 - (a) tensões no betão da viga A2 instantes antes da rotura do betão à tração; (b) Esforço axial nas armaduras da viga A2 instantes antes da fendilhação

O outro ponto de especial interesse para este estudo, é o ponto onde é atingido o momento torsor resistente (máximo) e respetiva rotação ($T_r; \theta_r$). Neste ponto, devido à fissuração, a resistência da viga é assegurada pelo betão à compressão, evidenciado pelas tensões negativas (Figura 4.28 (a)), e pelas armaduras de reforço à tração. Na Figura 4.28 (b), verifica-se que a rotura da viga é devido à cedência das armaduras. Os valores das tensões calculadas pelo ABAQUS podem ser visualizadas incremento a incremento.



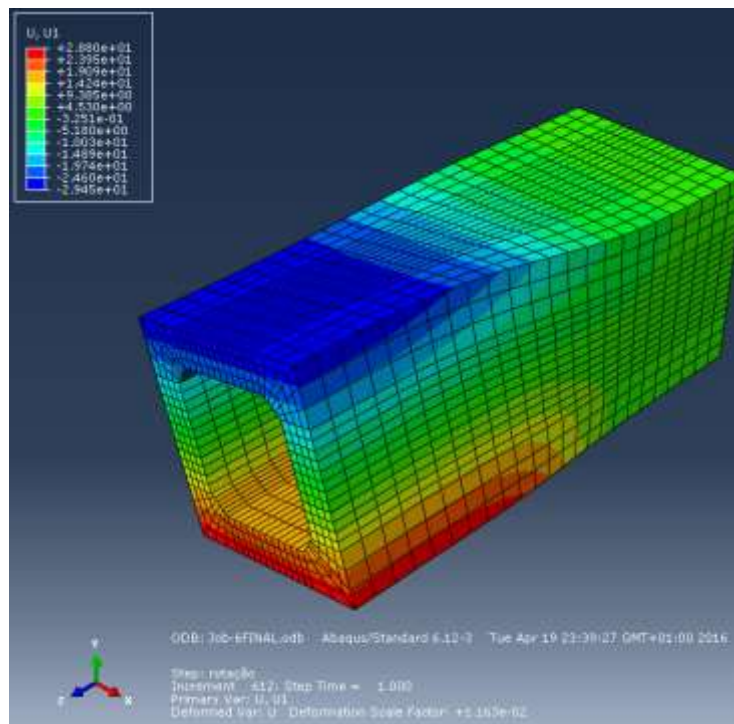
(a)



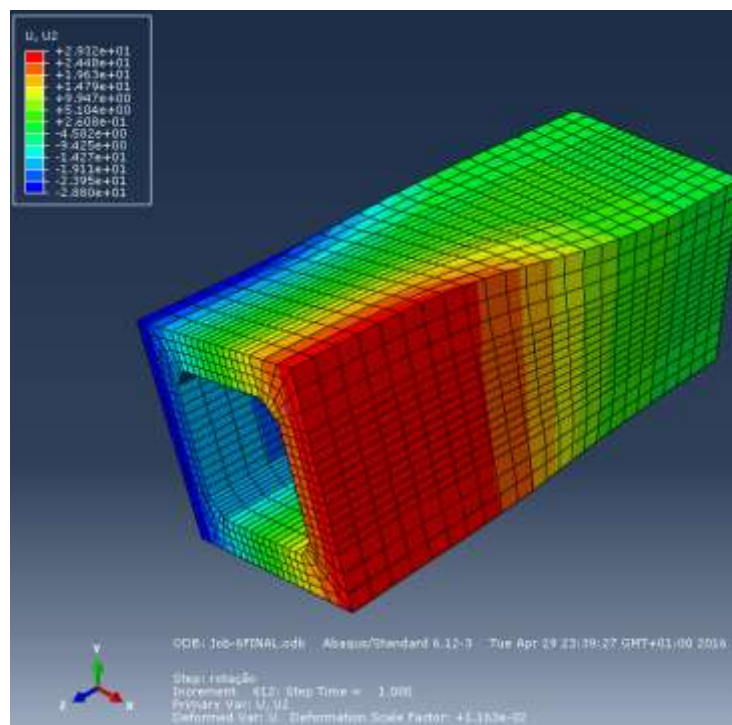
(b)

Figura 4.28- (a) tensões no betão à rotura da viga A2; (b) tensões nas armaduras à rotura da viga A2

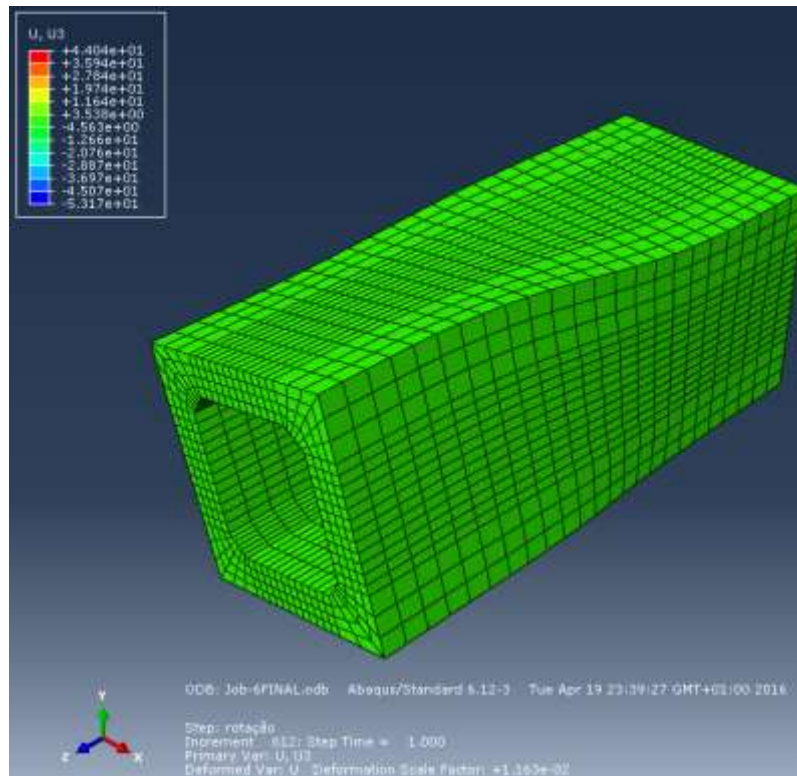
Ao nível dos deslocamentos, a cada incremento podem ser acompanhados os deslocamentos dos nós da viga. Após a análise podemos observar os deslocamentos, no estado deformado, segundo cada eixo X, Y e Z nas Figuras 4.29 (a), (b) e (c) respetivamente.



(a)



(b)



(c)

Figura 4.29- (a) deslocamentos segundo U1; (b) deslocamentos segundo U2; (c) deslocamentos segundo U3

Seguidamente são comparados os resultados experimentais com os resultados da análise executada. Na Tabela 4.5 estão apresentados os resultados experimentais e teóricos relativos ao ponto de fissuração ($T_{cr}; \theta_{cr}$), fruto da análise executada, assim como o cálculo do rácio entre o valor experimental e o valor teórico para o momento torsor de fissuração ($T_{cr,exp} / T_{cr,teo}$) e para a respetiva rotação ($\theta_{cr,exp} / \theta_{cr,teo}$).

Tabela 4.5- Momento torsor de fissuração e respetiva rotação

	$T_{cr} (KNm)$	$\theta_{cr} (^\circ / m)$
Experimental	109,495	0,064
Teórico	115,25	0,055
$T_{cr,exp} / T_{cr,teo}$	0,95	1,163
$\theta_{cr,exp} / \theta_{cr,teo}$		

Ao nível do momento torsor resistente (máximo) e respetiva rotação ($T_r; \theta_r$), os resultados encontram-se seguidamente na Tabela 4.6. Novamente são apresentados os resultados experimentais e teóricos, assim como o cálculo do rácio para o momento torsor resistente (máximo) ($T_{r,exp} / T_{r,teo}$) e para a respetiva rotação ($\theta_{r,exp} / \theta_{r,teo}$).

Tabela 4.6- Momento torsor resistente (máximo) e respetiva rotação

	$T_r (KNm)$	$\theta_r (^\circ / m)$
Experimental	254,079	2,019
Teórico	244,748	2,091
$T_{r,exp} / T_{r,teo}$	1,038	0,966
$\theta_{r,exp} / \theta_{r,teo}$		

Em suma, no modelo simulado para a viga A2, já com algumas simplificações a nível geométrico, foi necessário calibrar parâmetros, tais como:

- f_{ctm} , o valor deste parâmetro foi reduzido de 2,84 MPa para 2,61 MPa para aproximar melhor o ponto de fissuração teórico do ponto de fissuração experimental;

- E_c , o valor do módulo de elasticidade foi alterado para 35,5 GPa. Este resultado apresentou melhores resultados no valor do T_r e da θ_r posteriormente à redução de f_{ctm} , de tal forma que, com o aumento do valor deste parâmetro o valor da T_r e da θ_r aumentavam também.

Capítulo 5 - Análise complementar de resultados

5.1. Introdução

Nesta secção serão apresentados alguns resultados complementares sob a forma de várias relações obtidas a partir da análise não linear demonstrada anteriormente no Capítulo 4, tendo por base o modelo de viga simplificado.

Numa primeira fase serão descritas as relações tensão - rotação ($\sigma_c - \theta_m$) para o betão e, seguidamente são apresentadas relações tensão - rotação ($\sigma_s - \theta_m$) e extensão - rotação ($\varepsilon_s - \theta_m$) para as armaduras constituintes da viga em estudo.

5.2. Betão

No que diz respeito ao betão, foram obtidas várias relações $\sigma_c - \theta_m$. Para a obtenção das relações descritas seguidamente optou-se por seleccionar os 4 elementos finitos ao longo da espessura da parede a meio da viga e a meio da altura da secção (Figura 5.1 (a)). Relativamente à distinção dos elementos finitos, ao elemento mais interior à viga foi atribuído o número 1, e assim sucessivamente até ao elemento mais exterior, ao qual foi atribuído o número 4 (Figura 5.1 (b)).

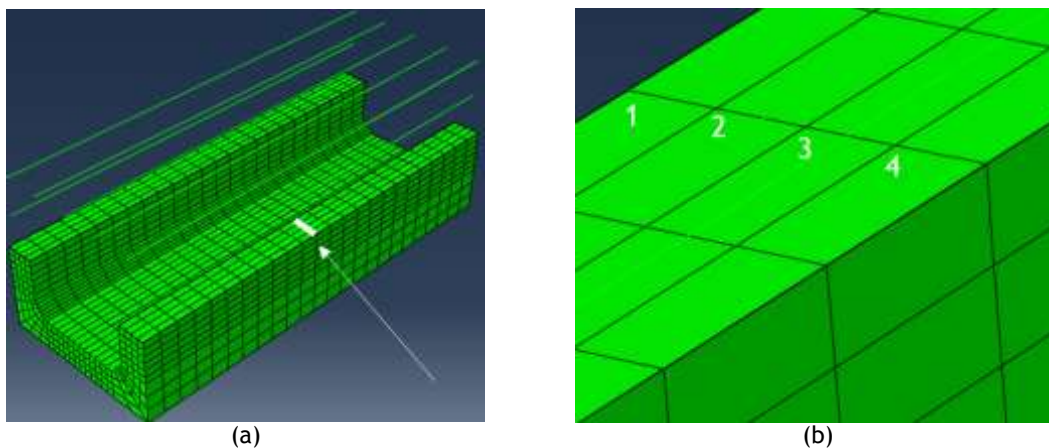


Figura 5.1- (a) Localização dos elementos finitos seleccionados; (b) numeração dos elementos finitos seleccionados

Desta forma, as relações executadas são:

- Primeiro Invariante das tensões S11 do ABAQUS. Na Figura 5.2 são apresentadas as relações $\sigma_c - \theta_m$ para o primeiro Invariante dos referidos elementos finitos seleccionados.

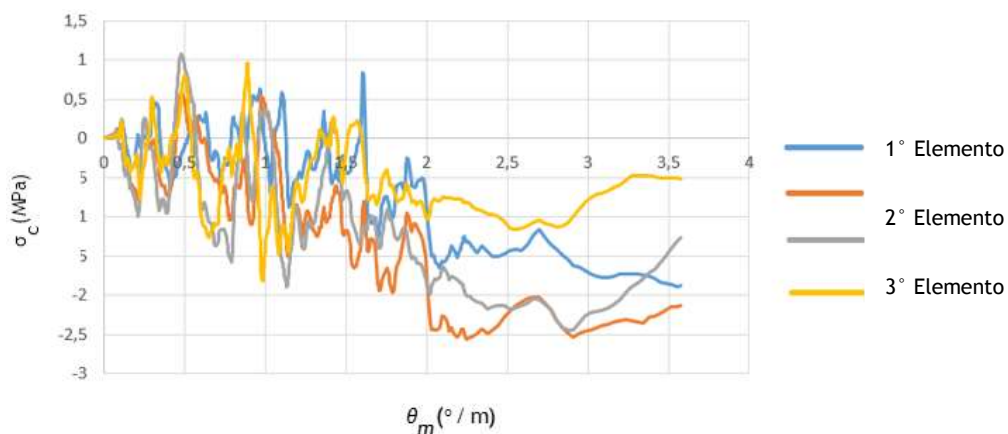


Figura 5.2- Relação $\sigma_c - \theta_m$ do primeiro invariante para os elementos finitos seleccionados

- Segundo invariante das tensões S22 do ABAQUS. Na Figura 5.3, são apresentadas as relações $\sigma_c - \theta_m$ para o segundo invariante dos referidos elementos finitos seleccionados.

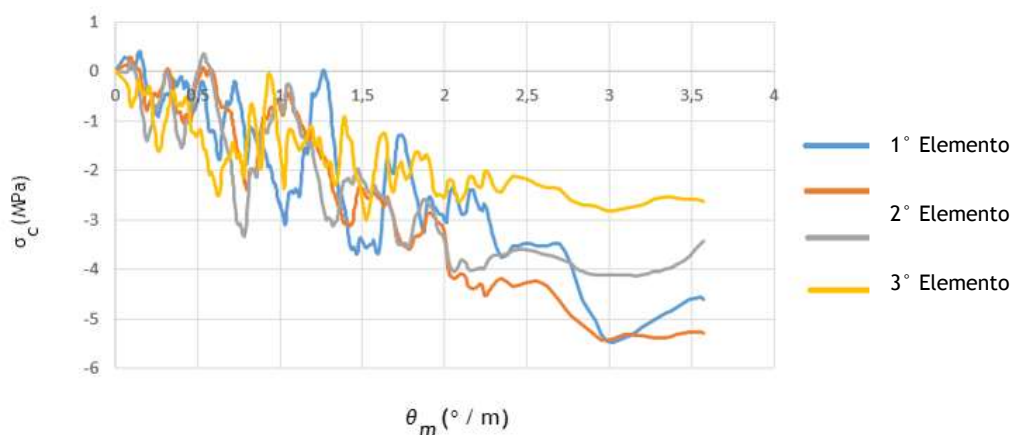


Figura 5.3- Relação $\sigma_c - \theta_m$ do segundo invariante para os elementos finitos seleccionados

- Terceiro invariante das tensões S33 do ABAQUS. Na Figura 5.4, são apresentadas as relações $\sigma_c - \theta_m$ para o terceiro invariante dos referidos elementos finitos seleccionados.

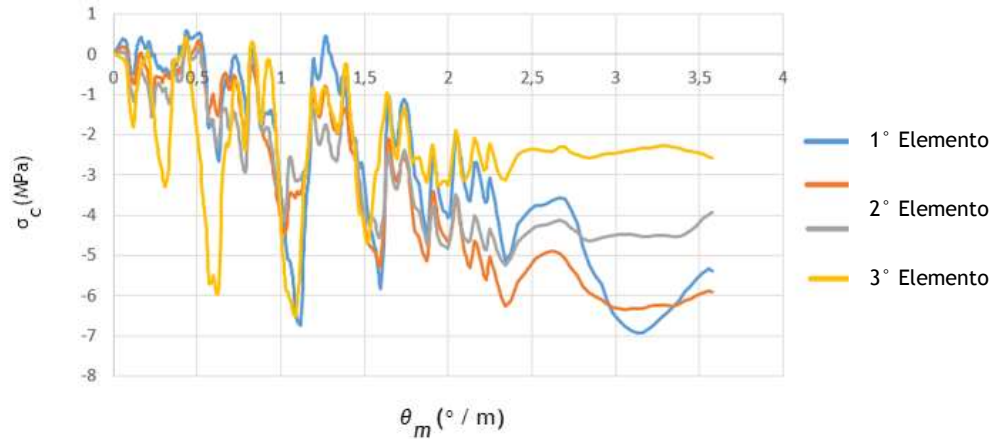


Figura 5.4- Relação $\sigma_c - \theta_m$ do terceiro invariante para os elementos finitos seleccionados

- Relação $\sigma_{cp}^{\max} - \theta_m$. Na Figura 5.5 encontra-se ilustrada a relação entre a tensão principal máxima (positiva, logo de tração) e a rotação da viga, para um nó localizado entre os elementos 2 e 3, referidos anteriormente.

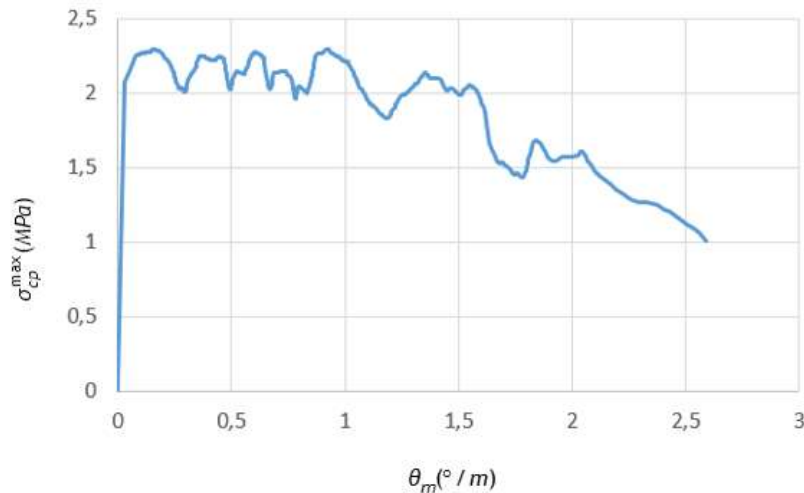


Figura 5.5- Relação $\sigma_{cp}^{\max} - \theta_m$

- Relação $\sigma_{cp}^{\min} - \theta_m$. De forma análoga ao gráfico anterior, a Figura 5.6 ilustra a relação entre a tensão principal mínima (negativa, logo de compressão) e a rotação da viga, com base num nó localizado entre os elementos 2 e 3, referidos anteriormente.

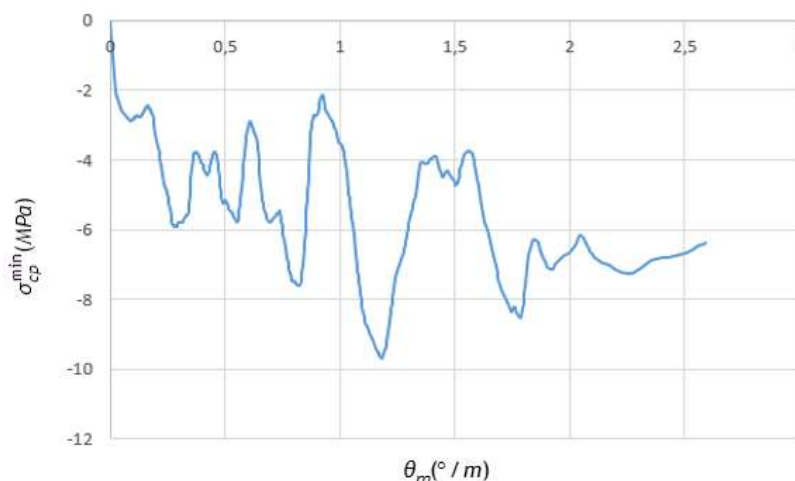


Figura 5.6- Relação $\sigma_{cp}^{\min} - \theta_m$

Desta forma, através da análise das relações $\sigma_c - \theta_m$ do betão constituinte da viga, para os elementos finitos e nós seleccionados, pode-se constatar que a rotura do betão da viga ocorre por tração. É possível observar que o betão entra em rotura por tração aos 2,32 MPa. No que diz respeito às tensões de compressão no betão, a tensão máxima de compressão atingida é sensivelmente 9,7 MPa, em virtude da influência das tensões de tração transversais aos campos principais de compressões.

Observou-se, nas relações $\sigma_c - \theta_m$ para o betão, a existência de oscilações a partir do final da fase elástica (fase não fissurada). Na verdade, este tipo de oscilações são de prever em análises que incluem danos ou plasticidade. Um dos motivos frequentemente invocados para a existência de oscilações é a degradação local do material, a qual depende da lei constitutiva usada para o modelo plástico do material (relação $\sigma_p - \varepsilon_p$) e também dos restantes parâmetros envolvidos (o ângulo de dilatância, a excentricidade potencial de fluidez, o rácio σ_{bo}/σ_{co} , o rácio Kc e o parâmetro de regularização visco plástica). Se a degradação ocorrer subitamente, a distribuição dinâmica de tensão induzirá oscilações com grande frequência, que não serão amortecidas se o modelo não incorporar amortecimento. A adição de amortecimento no modelo é um procedimento muito difícil, uma vez que não é fácil determinar o tipo de amortecimento a usar, bem como os fatores de amortecimento que darão origem a um comportamento correto do sistema sem dissipar demasiada energia.

5.3. Armaduras de reforço

No que diz respeito ao estudo das armaduras, são apresentadas seguidamente as relações $\sigma_s - \theta_m$ e $\varepsilon_s - \theta_m$ para cada diâmetro de varão, localizados na zona crítica da viga. De forma análoga ao realizado anteriormente, para a construção das relações foi necessário selecionar um elemento finito de cada tipo de varão constituente da gaiola de reforço (Figura 5.7)

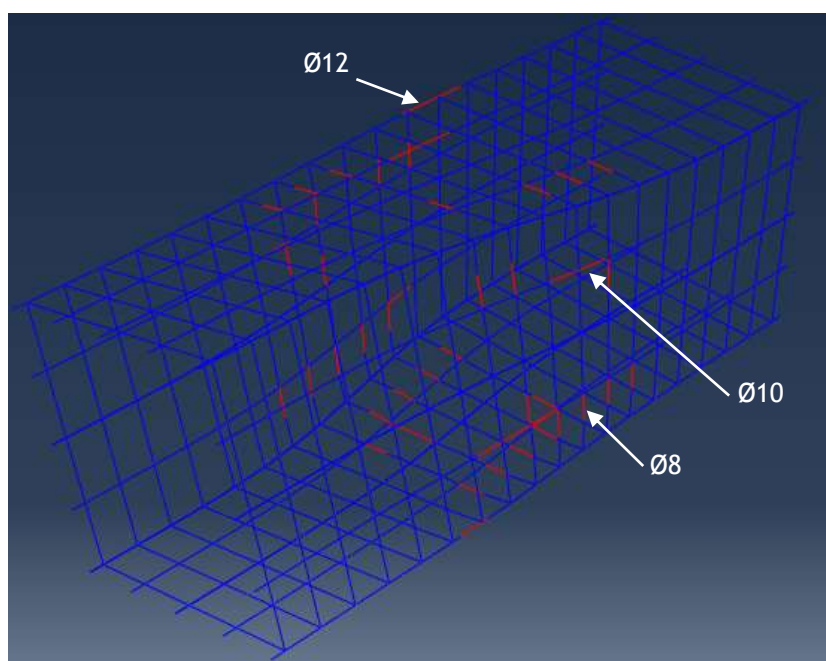


Figura 5.7 - Localização dos elementos de barra seleccionados

Desta forma, as relações descritas são:

-Para o aço de reforço das cintas foram utilizados varões Ø8. Na Figura 5.8 apresenta-se a relação $\sigma_{st} - \theta_m$ e na Figura 5.9 encontra-se ilustrada a relação $\varepsilon_{st} - \theta_m$ para as cintas Ø8.

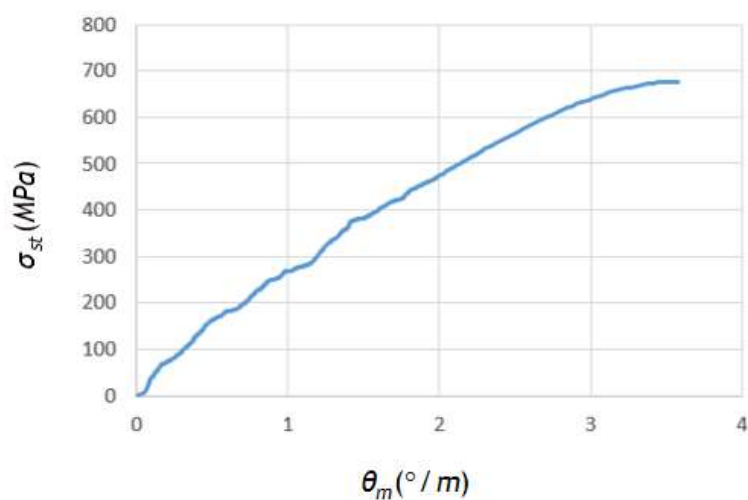


Figura 5.8 - Relação $\sigma_{st} - \theta_m$ para uma cinta Ø8

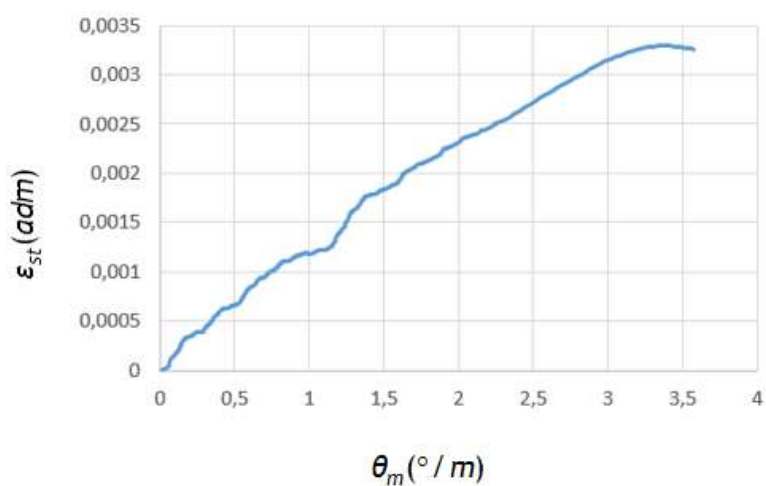


Figura 5.9 - Relação $\epsilon_{st} - \theta_m$ para uma cinta Ø8

-Relativamente aos varões de aço longitudinais localizados ao longo das paredes da zona vazada da viga foram utilizados varões Ø10. Seguidamente na Figura 5.10 apresenta-se a relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ e na Figura 5.11 encontra-se ilustrada a relação $\epsilon_{sl} - \theta_m$ para os varões longitudinais Ø10.

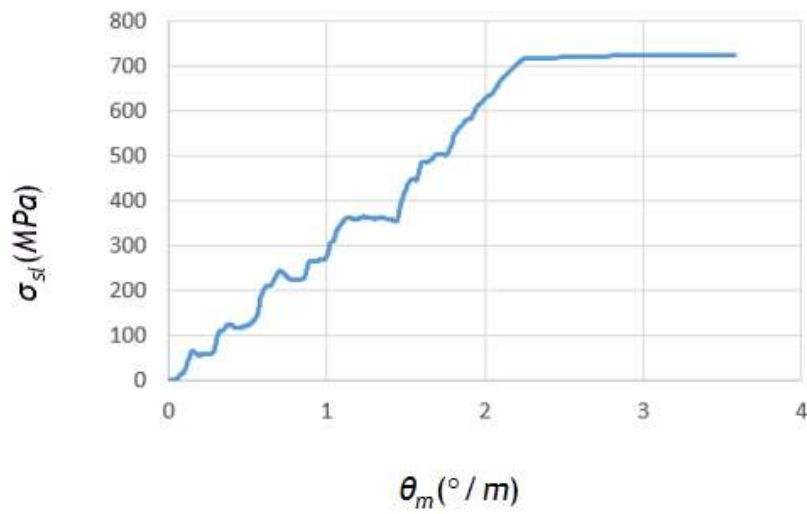


Figura 5.10 - Relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal Ø10

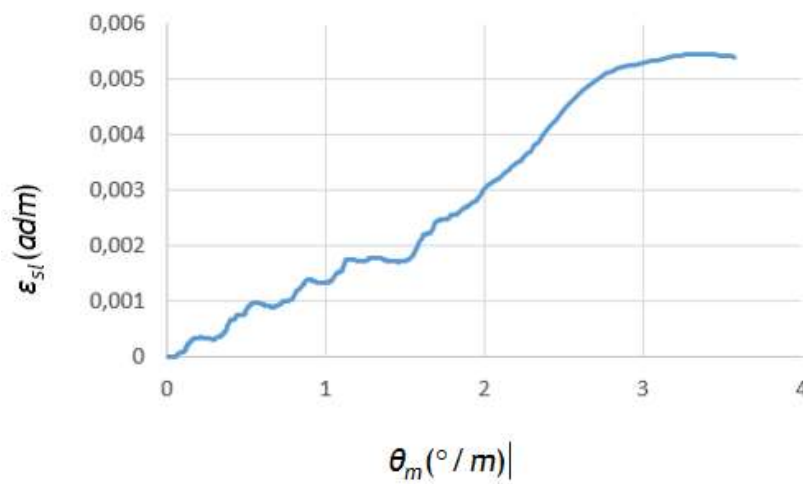


Figura 5.11 - Relação $\epsilon_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal Ø10

- No que diz respeito aos varões de aço longitudinais localizados nos cantos da viga foram utilizados varões Ø12. Seguidamente na Figura 5.12 apresenta-se a relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ e na Figura 5.13 encontra-se descrita a relação $\epsilon_{sl} - \theta_m$, para os varões longitudinais de canto Ø12.

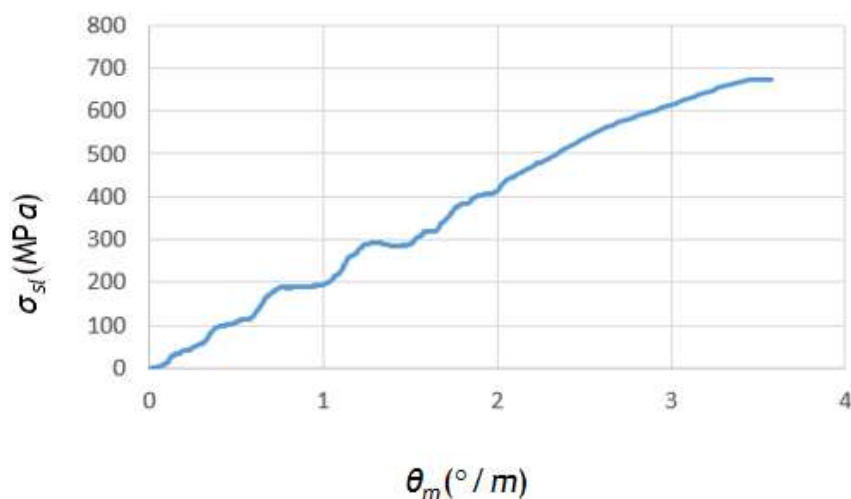


Figura 5.12 - Relação $\sigma_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal de canto Ø12

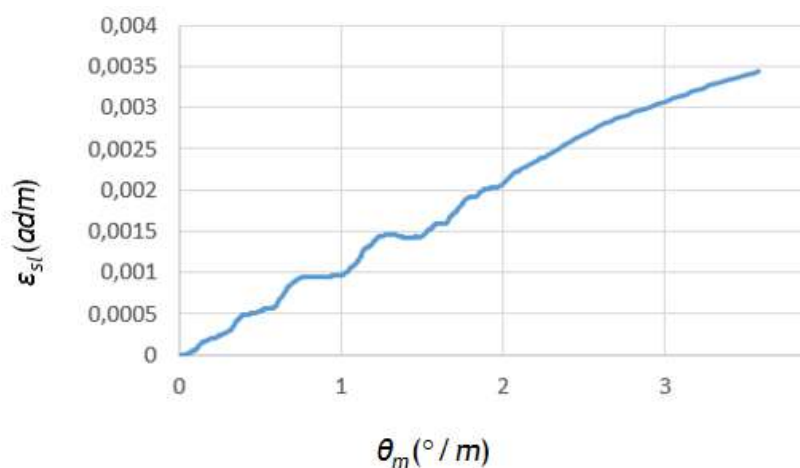


Figura 5.13 - Relação $\epsilon_{sl} - \theta_m$ para um varão longitudinal de canto Ø12

Posto isto, através da análise das relações $\sigma_s - \theta_m$ e $\epsilon_s - \theta_m$ anteriores, para cada tipo de varão constituinte da gaiola de reforço da viga, pode-se observar que a rotura da viga foi condicionada pela cedência dos varões longitudinais Ø10. A rotação correspondente ao momento torsor resistente da viga, $\theta_r = 2,091$ °/m, é atingida quando o varão longitudinal Ø10 em estudo atinge a tensão de cedência igual a 714,83 MPa.

Capítulo 6 - Conclusões e recomendações para estudos futuros

6.1. Introdução

Nesta secção são sintetizadas as principais conclusões referentes ao estudo apresentado ao longo do presente trabalho e, apresentam-se propostas para desenvolvimento de futuros trabalhos relacionados com a temática da torção.

A análise não linear da viga A2 tendo por base a modelação em elementos finitos no ABAQUS, após a adoção de algumas simplificações e a realização das devidas calibrações, mostrou-se adequada uma vez que, com os dados experimentais conhecidos, foi possível obter uma boa previsão para a curva $T-\theta_m$, bastante próxima dos resultados experimentais obtidos por Bernardo em 2003.

Assim, em traços gerais, pode dizer-se que os objetivos propostos no início deste trabalho foram alcançados.

6.2. Conclusões

As principais conclusões obtidas no decorrer do presente trabalho encontram-se, de forma sumária, descritas seguidamente.

Na primeira parte deste trabalho apresentou-se detalhadamente toda a descrição e funcionamento do software de elementos finitos ABAQUS para os objetivos deste trabalho. A partir das previsões obtidas com uma análise linear do modelo da viga A2, observou-se que a relação elástica $T-\theta_m$ teórica estava praticamente sobreposta à relação elástica obtida experimentalmente. As previsões obtidas na análise não linear, a partir das simplificações executadas no modelo, em traços gerais revelaram-se congruentes, assim como as tendências obtidas para as curvas $T-\theta_m$.

Com base na análise dos resultados numéricos obtidos, através das numerosas análises não lineares com elementos finitos realizada com o ABAQUS, observou-se que:

- A alteração executada na zona transversal da malha, através do aumento do número de elementos finitos nas paredes da zona vazada (refinamento da malha), não apresentou diferenças significativas nos resultados, tendo esta medida aumentado o tempo de cálculo. Contudo, independentemente do tempo de cálculo, a malha com maior número de elementos finitos foi a adotada visto ser a que, teoricamente, apresenta resultados com maior rigor.

- Comprovou-se que, como esperado, na caracterização do comportamento não linear do betão para a viga A2 o modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) apresenta melhores resultados que o *Smearred Crack Model* (SCM) para as análises não lineares.

- A definição do comportamento à compressão do betão é um aspeto que ainda não está suficientemente esclarecido na literatura existente, dada a complexidade e a variabilidade de muitos dos modelos propostos pelos autores.

- Existe um efeito de escala no comportamento do betão quando submetido a esforços de tração ou compressão elevados, efeito este que condiciona o comportamento do material.

- Devido à complexidade e variabilidade da formulação das relações $\sigma_p - \varepsilon_p$, as mesmas relações $\sigma - \varepsilon$ e $\sigma_p - \varepsilon_p$ para o betão à tração e à compressão utilizados neste estudo resultaram de uma extensa pesquisa bibliográfica.

- Relativamente à análise não-linear da viga A2, comprovou-se que as simplificações executadas ao modelo inicial (análise elástica) revelaram resultados congruentes. A simplificação preponderante executada no modelo foi a redução do comprimento da viga em estudo para 1 metro, reduzindo assim o esforço de cálculo necessários para cada incremento. Outra simplificação fundamental executada no modelo foi a atribuição de propriedades elásticas ao betão nas zonas extremas da viga (com 25 cm de comprimento cada). Estas zonas foram introduzidas no modelo para reduzir os efeitos das concentrações de tensões no betão, nas extremidades da viga, que provocavam inicialmente problemas de convergência. Além disso, garantiu-se que a zona de rotura efetiva da viga iria ocorrer na zona central do modelo e não nas extremidades. A partir destas simplificações foi possível obter o valor do momento torsor de fissuração (T_{cr}) e a respetiva rotação (θ_{cr}), assim como o valor do momento torsor resistente (T_r) e a respetiva rotação (θ_r), na zona central do modelo

- No que diz respeito ao valor do ponto de fissuração ($T_{cr}; \theta_{cr}$) obtido a partir da análise não linear realizada, o ABAQUS apresenta um valor aceitável comparativamente ao valor da análise experimental. Com T_{cr} numérico superior 5,86% a T_{cr} experimental (percentagem calculada com base no valor experimental). Relativamente a θ_{cr} , o valor numérico apresenta-se 14,06% mais baixo comparativamente ao experimental (percentagem

calculada com base no valor experimental). Na tentativa de calibração deste ponto e tendo por base os resultados obtidos nas várias análises não lineares realizadas com a viga A2, comprovou-se que com a ligeira redução do f_{ctm} o valor deste ponto baixava apreciavelmente (o momento tursor de fissuração reduzia). Outro aspeto preponderante na calibração do modelo, foi a ligeira redução do valor do módulo de elasticidade, que comparativamente ao valor adotado na análise linear, contribuiu para obter melhores resultados nos valores do T_r e da θ_{T_r} , relativamente aos valores experimentais.

- No que se refere ao valor de T_r , o valor obtido no ABAQUS é ligeiramente superior ao valor obtido experimentalmente. No entanto, a diferença entre o valor teórico e o valor experimental é de 3.67% (percentagem calculada com base no valor experimental). Já o θ_{T_r} apresenta um valor mais conservador comparativamente ao T_r , apresentando uma rotação 3,57% inferior à rotação obtida pela via experimental (percentagem calculada com base no valor experimental).

- Concluiu-se também, a partir das várias análises realizadas, que no modelo CDP as variações introduzidas no parâmetro da energia de fratura do betão (G_f) não geram variações relevantes na curva $T-\theta_m$. Verificou-se que a influência visível do efeito da variação de G_f na curva $T-\theta_m$ é uma pequena redução do valor de T_r .

- Concluiu-se que neste tipo de estudo a utilização de f_{ctm} e de G_f , na caracterização do comportamento não linear do betão à tração, é mais favorável comparativamente à utilização da curva $\sigma_p-\varepsilon_p$. Isto deve-se ao facto de a calibração do modelo ser mais simples, devido à facilidade de caracterização do comportamento com apenas dois parâmetros.

- Constatou-se também que a rotura do betão ocorreu por tração. Verificou-se, como expectável, o comportamento irregular nas relações $\sigma_c-\theta_m$. Este comportamento pode ser justificado através do modelo de rotura adotado para a caracterização do betão.

- Concluiu-se que a rotura da viga A2 é condicionada pela cedência das armaduras longitudinais Ø10, localizadas nas paredes da zona vazada da viga. A tensão de cedência desta armadura é atingida aquando da rotação resistente da viga. Estes resultados confirmam o tipo de rotura dúctil observada experimentalmente para a viga A2.

- Consideram-se aceitáveis os valores adotados para os parâmetros característicos do comportamento não linear do betão de acordo com o CDP, valores assumidos por defeito pelo ABAQUS e também adotados noutros estudos similares consultados na bibliografia. A adoção

destes valores por defeito é justificada pela elevada quantidade de ensaios específicos do betão que seriam necessário realizar e que, em geral, não são realizados pela maioria dos autores.

Posto isto, parece ser possível afirmar que as tendências obtidas para as curvas $T-\theta_m$ da análise em elementos finitos tendem para a curva $T-\theta_m$ experimental. Assim como as relações $\sigma_c-\theta_m$ para o betão e as relações $\sigma_s-\theta_m$ e $\varepsilon_s-\theta_m$ para as armaduras de reforços são coerentes. Desta forma, pode considerar-se que o trabalho exposto constitui um avanço na tentativa da simulação do comportamento de vigas de betão armado de secção vazada sujeitas à torção. Através não só do estudo das ferramentas existentes no âmbito do método dos elementos finitos, mas também a partir do desenvolvimento de metodologias para melhor compreensão do ABAQUS na temática da torção em vigas de secção vazada.

6.3. Trabalhos Futuros

De modo a complementar o trabalho desenvolvido, propõem-se com especial interesse o desenvolvimento dos seguintes estudos:

- Alargar o número de casos de estudo no ABAQUS, através da realização de mais análises-não lineares em elementos finitos para vigas de betão armado com diferentes classes de betão, taxas de armaduras e tipo de secções;

- Realizar um estudo semelhante ao apresentado nesta dissertação, mas para vigas de betão armado com interação de esforços;

- Proceder a um estudo em elementos finitos, de forma criteriosa, para averiguar quais as melhores leis constitutivas para o betão a serem utilizadas na modelação de vigas de betão armado à torção;

- Realizar um estudo com elementos finitos no ABAQUS, para averiguar qual o melhor modelo de dano para o betão;

- Proceder a um estudo com elementos finitos, semelhante ao apresentado neste trabalho, mas para vigas de betão armado de secção vazada sob a influência de momentos torsões cíclicos.

Referências Bibliográficas

- [1] - ABAQUS 6.12 User Manual Vol 1, (2012), Dassault Systèmes, USA
- [2] - ABAQUS 6.12 User Manual Vol 2, (2012), Dassault Systèmes, USA
- [3] - ABAQUS 6.12 User Manual Vol 3, (2012), Dassault Systèmes, USA
- [4] - ABAQUS 6.12 User Manual Vol 4, (2012), Dassault Systèmes, USA
- [5] - ABAQUS 6.12 User Manual Vol 5, (2012), Dassault Systèmes, USA
- [6] - Abbas, A., Mohsin, S. S., Cotsovos, D. (2010) *Numerical modeling of fibre- reinforced concrete*. Artigo apresentado em Conferência Internacional Sobre Computação em Engenharia Civil e Construção
- [7] - ACI Committee 318, “Building Code Requirements for Reinforced Concrete, (ACI 318-71)”, American Concrete Institute, Detroit, 1971
- [8] - ACI, “Torsion of Structural Concrete (SP-18), American Concrete Institute, Detroit, Janeiro, 1968
- [9] - Akin, J. E., “Application and Implementation of Finite Element Methods”, Academic Press Inc., Londres, 1982
- [10] - Allam, S. M., Shoukry, M. S., Rashad, G. E., e Hassan, A. S. (Janeiro, 2013). Evaluation of tension stiffening effect on the crack width calculation of flexural RC members. *Alexandria Engineering Journal*. No. 52, p. 163-173
- [11] - Andrade, J. M. A., “Modelação do Comportamental Global de Vigas Sujeitas à Torção - Generalização da Analogia da Trelíça Espacial com Ângulo Variável” PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil e Arquitectura, Faculdade de Engenharia, Universidade da Beira Interior, Covilhã. 2010
- [12] - Appleton, Júlio, *Estruturas de Betão*, Edições Orion, 2013. Vol. 1
- [13] - Azevedo, Álvaro, F. M., “Método dos Elementos Finitos”, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Abril, 2003
- [14] - Barros, J. A. O. Modelos de Fendilhação para o Betão. Consultado em <https://repositorium.sdum.uminho.pt/bitstream/1822/13037/3/3.pdf>

- [15] - Bastos, Paulo, “Torção em vigas de concreto armado”, Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Estruturas de Concreto II - notas de aula, Maio 2005
- [16] - Bazant, Z., (2002). “Concrete fracture models: testing and practice.” In: Engineering fracture mechanics. 69, 165-205
- [17] - Bernardo, L. F. A. “Torção em Vigas em Caixão de Betão de Alta Resistência” PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Ciência e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, 2003
- [18] - Bernardo, L. F. A.; Lopes S.M.R., “Behaviour of Concrete Beams under Torsion - NSC Plain and Hollow Beams”, *Materials and Structures*, RILEM, Springer, Netherlands, Vol. 41, No. 6, Junho 2008, pp. 1143-1167
- [19] - Bernardo, L.F.A.; Lopes, S.M.R., “Theoretical Behaviour of HSC Sections under Torsion”, *Engineering Structures*, volume 33, Issue 12, December 2011, pp. 3702- 3714
- [20] - Cachim, P. B., Morais, M. M.- Estruturas de Betão-Bases de Cálculo. Porto: Publindústria, 2013. ISBN 978-989-723-040-0
- [21] - Casal, A. I. C., “O Efeito das Deformações Impostas em Edifícios com Dimensões Significativas em Planta: Análise de Pilares e/ou Paredes de Alvenaria” PhD Thesis, Departamento de Engenharia, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2013
- [22] - CEB-FIP, “Model Code for Concrete Structures”, CEB-FIP International Recommendations, 3rd edition, Paris, 1978, 348 pp.
- [23] - CEB-FIP MC 90, Design of concrete structures. CEB-FIP Model Code 1990, Thomas Telford, London, 1993
- [24] - CEB- FIP MODEL CODE 1990, Comité Euro-International du Béton, Suisse, 1990
- [25] - Chaudhari, S. V. e Chakrabarti, M. A. (2012). Modeling of concrete for nonlinear analysis Using Finite Element Code ABAQUS. *International Journal of Computer Applications*.44
- [26]- Costa, M. S. M. e Bilesky, L. R. (2014). Metodo dos elementos finitos aplicado a engenharia civil
- [27]- Cuerel, J., “New Waterloo Bridge at London”, *International Association for Bridge and Structural Engineering, 3rd Congress*, Liège, 1948, pp. 367-380 (citado em [9])
- [28] - Duvaut G, Lions JL. Les Inequations en Mecanique et en Physique. Dunod, Paris, 1972

- [29] - EN 1992-1-1, “Eurocódigo 2: Projecto de estruturas de betão - Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios”, Comité Europeu de Normalização, Abril 2004
- [30] - Especificações LNEC E 226-1968, “Betão. Ensaio de Compressão” LNEC, 1968.
- [31] - fib-Fédération Internationale du Béton: Model Code 2010, First Complete Draft, Fib Bulletins No. 55 e 56, Suíça, Março, 2010
- [32] - Filho, J.J.H.S., “Reforço à Torção de Vigas de Concreto Armado com Compósitos de Fibras de Carbono”, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007
- [33] - Hognestad, E., “What Do We Know About Diagonal Tension and Web Reinforcement in Concrete?”, Circular Series, 64, University of Illinois, Engineering Exp. Station, Ill. 1952 (citado em [11])
- [34] - Hsu, T.T.C., “Torsion of Reinforced Concrete”, Van Nostrand Reinhold Company, 1984
- [35] - Hsu, T. T. C., “Torsion of Structural Concrete - Behaviour of Reinforced Concrete Rectangular Members” *Torsion of Structural Concrete*, SP-18, American Concrete Institute, Detroit, 1968, pp. 261-306
- [36] - <<http://cdn.olhares.pt/client/files/foto/big/79/790243.jpg>>, acesso em 28/09/2015
- [37] - <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/64/Waterloo_Bridge.jpg>, acesso em 17/09/2015
- [38]-
<<http://www.bristol.ac.uk/civilengineering/bridges/Images/Arches/England/London/Waterloo/Waterloo02.jpg>>, acesso em 17/09/2015
- [39] - <<http://www.toimg.net/managed/images/10027596/image.jpg>>, acesso em 21/09/2015
- [40] - <<https://sites.google.com/site/jppmonteiro/2-tipos-elementos.jpg>>, acesso em 23/09/2015
- [41] - IPQ, Norma Portuguesa EN 10 002-1, “Materiais Metálicos. Ensaios de Tracção. Parte 1: Método de Ensaio (à temperatura ambiente)”, Novembro de 1990
- [42] - Jankowiak, T. e Łodygowski, T. (2005). Identification of Parameters of Concrete Damage Plasticity Constitutive Model. *Foundations of Civil and Environmental Engineering*. No. 6, p. 53-68

- [43] - Johnson, S., “Comparison of Nonlinear Finite Element Modeling Tools for Structural Concrete”, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental Da Faculdade de Engenharia, Universidade de Illinois, Champaign, 2006
- [44] - Measor, E. O. and New, D. H., “The Design and Construction of the Royal Festival Hall South Bank”, *Journal of the Institution of Civil Engineers*, Vol. 75, Nº10, Outubro 1978, pp.511-519 (citado em [17])
- [45] - Muameleci, M., “Linear and Nonlinear Buckling Analyses of Plates using the Finite Element Method”, Departamento de Gestão e Engenharia, Universidade Linköping, Junho, 2014
- [46] - Rodrigues, J.A.T.F., “Modelação Teórica de Vigas de Betão Armado com Pré-esforço Longitudinal à Torção com base no SMMT” PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Universidade da Beira Interior, Covilhã
- [47] - Santos, J. M. M. N., “Avaliação da Ductilidade das Estruturas de Betão Armado - Abordagem Experimental e Numérica” PhD Thesis, Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto. 2012
- [48] - SILVA, R. M.; MATOS, E. F. (2000). Análise não-linear de pórticos planos de edifícios altos em concreto armado considerando a contribuição do concreto tracionado. In: JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 19., 2000, Punta del Este. Anais...Punta del Este: 2000, v. único, p. 1-15. CD-ROM
- [49] - Stramandinoli, R. S. B.; “Modelos de Elementos Finitos para Análise Não Linear Física e Geométrica de Vigas e Pórticos Planos de Concreto Armado” PhD Thesis, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007
- [50] - Taborda, C.S.B., “Efeito do Confinamento Axial no Comportamento de Vigas de Betão Estrutural sujeitas à Troção” Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2012
- [51] - Waldren, P. “The Significance of Warping Torsion in the Design of Straight Concrete Box Girder Bridges”, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 1988, Vol. 15, pp. 879-889
- [52] - Wurst, D., “ Finite Element Analysis to Simulate Reinforced Concrete corrosion in Beams and Bridge Decks” PhD Thesis, Faculdade de Engenharia, Universidade de Delaware, Newark, 2013
- [53] - Zienkiewicz, O. C., “The Finite Element Method”, 4ª Edição, McGraw-Hill, Londres, 1977

Bibliografia Suplementar

Conferências

Birtel, V., Mark, P. (2006) *Parameterised Finite Element Modelling of RC Beam Shear Failure*. Artigo apresentado em Conferência de utilizadores de ABAQUS 2006

Gebreyohannes, Clifton, G. C. e Butterworth, J. W. (2012) *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam Bending Failure Experimentation Based on ABAQUS*. Artigo apresentado em 15 TH WORLD CONFERENCE ON EARTHQUAKE ENGINEERING (15 WCEE)

Islam, S. M. S., Khenname, A. (2012) *Experimental Verification of Automated Design of Reinforced Concrete Deep Beam*. Artigo apresentado em Conferência de clientes de ABAQUS 2012

Winkler, K., Stangenberg, F. (2007) *Numerical Analysis of Punching Shear Failure of Reinforced Concrete Slabs*. Artigo apresentado em Conferência de utilizadores de ABAQUS 2007

Sihua, D., Ze, Q. e Li, W. (2015) *Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beam Bending Failure Experimentation Based on ABAQUS*. Artigo apresentado em Conferência Internacional sobre Ciências da Informação, máquinas, materiais e Energia

Dissertações

Sousa, R. M. A. V., “Caracterização Experimental Mecânica e Análise Numérica de Elementos para Alvenaria Com Isolamento Térmico Distribuído” Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, Porto, 2009, pp. 145 - 205

Documentos

Marin, O. (2010). *Comparison of different Constitutive Models for Concrete in ABAQUS/Explicit for Missile Impact Analyses*. Consultado em

http://publications.jrc.ec.europa.eu/repository/bitstream/JRC56256/eur_24151_en_d4.3_task4_wp2009.pdf

Revistas

Ahmed, A. (2014) Modeling of a reinforced concrete beam subjected to impact vibration using ABAQUS. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. No.3, p. 227 - 236

Bernardo, L. F. A., Andrade, J. M. A. e Nunes, N. C. G. (Maio, 2014) Generalized Softened Variable Angle Truss-Model for Reinforced Beams Under Torsion. *Materials and Structures*. No. 7, p. 2169 - 2193

D.M.F. Ors et al., Modeling of shear deficient beams by the mixed smeared/discrete cracking approach, *HBRC Journal* (2014), <http://dx.doi.org/10.1016/j.hbrcj.2014.11.002>

Ibrahim, A. M.. e Mahmood, M. S. (2009) Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Beams Strengthened With FRP Laminates. *European Journal of Scientific Research*. No. 4, p. 526-541

I.M. Metwally, Three-dimensional nonlinear finite element analysis of concrete deep beam reinforced with GFRP bars, *HBRC Journal* (2015), <http://dx.doi.org/10.1016/j.hbrcj.2015.02.006>

Jeng, C. H. e Hsu, T. T. C. (2009) Finite Element Analysis of Torsional Deformation. *Engineering Structures*. No. 31, p. 1944 - 1954

Kim, H. S. (Agosto, 2000) Finite Element Analysis of Torsional Deformation. *Materials Science and Engineering*. No. A299, p. 305 - 308

Mostofinejad, D.a*, Talaeitaba, S. B.b. (2011) Nonlinear Modeling of RC Beams Subjected to Torsion using the Smeared Crack Model. *Procedia Engineering*. No. 14, p. 1447 - 1454

Ou, Y. C., Kurniawan, R. A., Kurniawan, D. P. e Nguyen, D. N. (Junho, 2012) Plastic hinge length of circular reinforced concrete columns. *Computers and Concrete*. No. 6, p. 663 - 681

Sasidharan, N. P. e Basil, J. (Outubro, 2015) Modeling of shear deficient beams by the mixed smeared/discrete cracking approach. *International Journal of Research in Engineering and Technology*. No. 10, p. 425 - 430

Sinaei, H., Shariati, M., Abna, A. H., Aghaei, M. e Shariati, A. (Junho, 2012) Evaluation of reinforced concrete beam behaviour using finite element analysis by ABAQUS. *Scientific Research and Essays*. No. 21, p. 2002 - 2009

Su, X., Yang, Z. e Liu, G. (Maio, 2010) Finite Element Modelling of Complex 3D Static and Dynamic Crack Propagation by Embedding Cohesive Elements in ABAQUS. *Acta Mechanica Solida Simica*. No. 3, p. 271 - 282

Yi, H. , Fang, Q., Li, C. e Yadong, Z. (2008) Evaluation of Blast-Resistant Performance Predicted by Damaged Plasticity Model for Concrete, p. 414-421

Wu, A., Hareland, G. e Fazelizadeh, M. (December, 2011) Torque & Drag Analysing Finite Element Method. *Modern Applied Science*. No.6, p. 13 - 27

Anexos

Anexo I

Vídeo 1- Criação das componentes de Betão

Vídeo 2- Criação de uma componente dos varões longitudinais

Vídeo 3- Criação das componentes dos varões transversais

Vídeo 4- Definição e criação da malha de elementos finitos para componentes de betão

Vídeo 5- Definição e criação da malha de elementos finitos para componentes de reforço longitudinais

Vídeo 6- Definição e criação da malha de elementos finitos para componentes de reforço transversais

Vídeo 7- Definição das propriedades para as componentes de betão

Vídeo 8- Definição das propriedades para uma das componentes de aço

Vídeo 9- Associação das componentes

Vídeo 10- Configuração do tipo de análise

Vídeo 11- Definição das interações

Vídeo 12- Definição das condições de contorno

Vídeo 13- Processamento do modelo

Vídeo 14- Análise de resultados

