



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Covilhã | Portugal

**Controlo de Altitude Na Fase de Reentrada
Atmosférica**

Elaborado por
Marlene Gonçalves

Orientado por
Prof. Kouamana Bousson

Dissertação de Mestrado submetida à Universidade da Beira Interior
para obtenção do grau de Mestre

Faculdade de Engenharia
Departamento de Ciências Aeroespaciais

Covilhã, Junho de 2010

”Mais do que qualquer outra coisa, acredito que são as nossas decisões, e não as condições das nossas vidas, que determinam o nosso destino. ”

Anthony Robbins do livro ”Desperte o gigante interior”

Abstract

Faculdade de Engenharia
Departamento de Ciências Aeroespaciais

Mestre Engenharia Aeronáutica

Elaborado por: Marlene Gonçalves

The phase of re-entry into Earth's atmosphere is the movement of spacecraft, from outer space, entering the atmosphere. Performing a path from an initial point x_0 to an endpoint x_f . Being also the final phase of the satellite's life or a body that orbited Earth. It's the most critical part of a space mission, specially when involves humans.

At this stage, it's necessary to pay special attention given the speed and altitude. Well, these are very high, requiring greater precision to reduce the risk of re-entry.

In this work, we simulated the navigation and dynamic of a flight model, which isn't linearized or controlled, of a certain spacecraft. Checking that, it was necessary projecting a controller for the same model to achieve the desired trajectory, by taking the vehicle from starting point (x_0) to endpoint (x_f), within a given domain K .

Then, we projected two controllers (LQR and Trajectory Controller), compared their results, and simulated the navigation and dynamic of a linearized model, and controlled by the controller path, where the latitude and longitude vary in hundredths of radians. That transmits that the re-entry is performed in a single plane, remained virtually these two coordinates, because Earth's speed rotation is very small in relation to the vehicle speed and can be neglected.

The results convey that controlling the altitude is possible to control other variables, since they are interconnected. What makes for a safe re-entry vehicle.

Resumo

Faculdade de Engenharia
Departamento de Ciências Aeroespaciais

Mestre Engenharia Aeronáutica

Elaborado por: Marlene Gonçalves

A fase de reentrada na atmosfera terrestre é o movimento dos veículos aeroespaciais, provenientes do espaço exterior, que entram na atmosfera. Realizando uma trajectória de um ponto inicial x_0 até um ponto final x_f . Sendo, também, a fase final da vida de um satélite ou de um corpo que orbitou a Terra. É a parte mais crítica de uma missão espacial, principalmente quando envolve seres humanos.

Nesta fase, é necessário ter uma especial atenção perante a velocidade e a altitude. Pois, estas são muito elevadas, requerendo uma maior precisão para diminuir o risco da reentrada.

Neste trabalho, é simulado a dinâmica e navegação de um modelo de voo não linearizado nem controlado, de um certo veículo aeroespacial. Verificando que era necessário projectar um controlador para o mesmo modelo realizar a trajectória pretendida, levando o veículo de (x_0) até (x_f) , dentro de um certo domínio K .

De seguida, projectou-se dois controladores (LQR e Controlador de Trajectória) comparando os seus resultados, e simulou-se a dinâmica e navegação de um modelo já linearizado, e controlado pelo controlador de trajectória onde a latitude e a longitude variam pouco, devido a x_0 ser próximo de x_f . O que transmite que a reentrada é realizada num só plano mantendo praticamente estas duas coordenadas, pois a velocidade da rotação da Terra é muito pequena em relação à velocidade do veículo, podendo ser desprezada.

Os resultados obtidos transmitem que controlando a altitude é possível controlar as restantes variáveis, pois estão interligadas. O que contribui para uma reentrada do veículo segura.

Agradecimentos

Na oportunidade, em que apresento esta dissertação para obtenção de grau Mestre, torna-se impossível enumerar aqui todos aqueles que, de uma forma ou de outra, inspiraram a sua escrita e com a sua exigência crítica, estímulo intelectual ou amizade pessoal, contribuíram para a sua realização.

Ao Prof. Doutor Kouamana Bousson, sob cuja sugestão e orientação científica decorreu este trabalho, não poderia deixar de endereçar a primeira palavra de reconhecimento, admiração e gratidão. Sem a sua leitura atenta e minuciosa, sem o seu exemplo de rigor e exigência científica, mas também sem o acolhimento intelectual e humano com que acompanhou todas etapas, este trabalho não teria sido possível.

A tudo o Departamento de Ciências Aeroespaciais, pela disponibilidade e simpatia com que me acompanharam. Especialmente, ao Prof. Doutor André Silva, que com a leccionação da disciplina de Astrodinâmica, despertou-me uma curiosidade em relação à área aeroespacial.

Também uma palavra de agradecimento, aos meus amigos de mestrado, sob a orientação do Prof. Doutor Kouamana Bousson, que com o seu apoio, sugestões e incentivo, me ajudaram a ultrapassar certos obstáculos deste percurso.

Ao meu amigo Rui Paulo, por toda a disponibilidade para as explicações em \LaTeX .

À minha família, por todo o apoio prestado.

Em tom de conclusão, quero deixar a minha última palavra de gratidão a todos os meus amigos, especialmente ao Sandro Alves, Tiago Domingues, João Lebre, João Costa, Ana Fonseca e à Tuna Feminina da Associação Académica da Universidade da Beira Interior - "As Moçoilas", que me proporcionaram momentos de alegria, me apoiaram nos momentos de tristeza, dando-me forças e incentivos para todo o meu desenvolvimento como pessoa.

Conteúdo

Abstract	iv
Resumo	v
Agradecimentos	vi
Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xi
Constantes Físicas	xiii
Nomenclatura	xv
1 Introdução	1
1.1 Tipos de Reentrada	2
1.1.1 Reentrada Balística	2
1.1.2 Reentrada com elevador	6
1.1.2.1 Equações gerais do movimento	6
1.1.2.2 Estudo simplificado da reentrada	7
1.1.3 Comparação entre a reentrada balística com a com elevador	7
1.2 Métodos de orientação e controlo de trajectórias com base em modelos de voo na reentrada na atmosfera	8
1.3 Objectivos da Dissertação	19
2 Métodos de Controlo	21
2.1 Controlabilidade e Observabilidade	21
2.1.1 Definições	22
2.1.2 Caracterização	22
2.2 Estabilidade de Lyapunov	23
2.3 Método do Controlador Regular Linear Quadrático (LQR)	25
2.4 Método de Controlo de Trajectória	27
3 Aplicações Numéricas	29
3.1 Simulação da Reentrada sem Controlador	29
3.1.1 Dinâmica de Voo	29
3.1.2 Navegação na fase de reentrada	32

3.2	Simulação da Reentrada Controlada	35
3.2.1	Modelo Numérico	35
3.2.2	Projecto do Controlador LQR	38
3.2.3	Projecto do Controlador de Trajectória	43
3.2.4	Dinâmica de Voo	49
3.2.5	Navegação na fase de reentrada	51
3.2.6	Interpretação dos Resultados	56
4	Conclusão	57
	Bibliografia	59
	Anexo	61

Lista de Figuras

1.1	Limite da Atmosfera Terrestre	1
1.2	Corredor de Reentrada	5
1.3	Comparação das Reentradas	8
1.4	Referências Angulares	16
3.1	Simulação da velocidade do modelo não linearizado nem controlado	31
3.2	Simulação do ângulo de trajetória do modelo não linearizado nem controlado	31
3.3	Simulação do rumo do modelo não linearizado nem controlado	32
3.4	Simulação da altitude do modelo não linearizado nem controlado	33
3.5	Simulação da longitude do modelo não linearizado nem controlado	33
3.6	Simulação da latitude do modelo não linearizado nem controlado	34
3.7	Simulação 3D do modelo não linearizado nem controlado	34
3.8	Variação da Velocidade Longitudinal em relação ao LQR	39
3.9	Variação da Velocidade de Descida em relação ao LQR	39
3.10	Variação da Taxa de Arfagem em relação ao LQR	40
3.11	Variação do Ângulo de Arfagem em relação ao LQR	41
3.12	Variação da Altitude em relação ao LQR	42
3.13	Variação do Ângulo de Ataque em relação ao LQR	42
3.14	Variação do Ângulo de Trajetória em relação ao LQR	43
3.15	Variação da Velocidade Longitudinal em relação aos controladores	44
3.16	Variação da Velocidade de Descida em relação aos controladores	44
3.17	Variação da Taxa de Arfagem em relação aos controladores	45
3.18	Variação do Ângulo de Arfagem em relação aos controladores	46
3.19	Variação da Altitude em relação aos controladores	47
3.20	Variação do Ângulo de Ataque em relação aos controladores	47
3.21	Variação do Ângulo de Trajetória em relação aos controladores	48
3.22	Simulação da velocidade com o controlador de trajetória	50
3.23	Simulação do ângulo de trajetória com o controlador de trajetória	50
3.24	Simulação do rumo com o controlador de trajetória	51
3.25	Simulação da altitude com o controlador de trajetória	54
3.26	Simulação da longitude com o controlador de trajetória	54
3.27	Simulação da latitude com o controlador de trajetória	55
3.28	Simulação 3D do modelo com o controlador de trajetória	55

Lista de Tabelas

1.1	Desaceleração máxima, em que o valor de H é característico da atmosfera do planeta em estudo	5
1.2	Comparação entre os dois tipos de Reentrada	7
3.1	Condições impostas ao modelo em estudo de um certo spacecraft	29

Constantes Físicas

Constante de Altitude	H	=	6700m
Densidade do ar ($h = 0$)	ρ_0	=	1.225 Kg ³
Gravidade ($h = 0$)	g_0	=	9.81 m/s ²
Raio da Terra	R_0	=	6450 × 10 ³ m
Massa do spacecraft	m	=	7508.112 Kg
Área da asa	S	=	18.11 m ²

Nomenclatura

A	Matriz de estado	
B	Matriz de controlo	
C	Matriz de Observação	
C_D	Coefficiente de arrasto	
C_{D0}	Coefficiente de arrasto parasita	
C_L	Coefficiente de sustentação	
D	Força de Arrasto	N
E	Eficiência	
dh	Passo temporal	s
g	Gravidade	m/s ²
g_0	Gravidade ao nível do mar	m/s ²
h	Altitude	m
H	Constante de Altitude	m
I_y	Momento de Inércial em torno do eixo y	Kg.m ²
K	Matriz de ganho de controlo	
K_{CD}	Coefficiente de proporcionalidade	
L	Força de Sustentação	N
m	Massa	Kg
P	Matriz da função de Lyapunov ($V(x) = x^T Px$ é de Lyapunov)	
q	Taxa de arfagem	rad
Q	Matriz de ponderação de estado	
R_0	Raio da Terra	m
r	Raio desde do centro da Terra	m
S	Área da asa	m
t	Tempo	s
u	Velocidade Longitudinal	m/s
u_c	Vector de controlo	
u_e	Vector de controlo no ponto de equilíbrio	
V	Velocidade do veículo	m/s
w	Velocidade de Descida	m/s

x	Vector de estado	
x_e	Vector de estado no ponto de equilíbrio	
y	Vector de observação	
α	Ângulo de Ataque	rad
β	Ângulo de Rolamento	rad
Δ	Matriz de controlabilidade	
χ	Rumo	rad
γ	Ângulo de Trajectória	rad
φ	Latitude	rad
λ	Longitude	rad
μ	Viscosidade	Ns/m ²
Ω	Velocidade de rotação da Terra	m/s
θ	Ângulo de Arfagem	rad
Θ	Matriz de observabilidade	

Capítulo 1

Introdução

A fase de reentrada na atmosfera terrestre é o movimento dos veículos aeroespaciais, provenientes do espaço exterior, que entram na atmosfera realizando uma trajectória de um ponto inicial x_0 até um ponto final x_f (fig.1.1). Tendo como finalidade manter o mais próximo possível a trajectória do veículo da trajectória de referência, dentro do domínio K . [1, 2]

Esta fase é extremamente complexa, devido a diversas razões. Quando um objecto entra na atmosfera terrestre, fica submetido a algumas forças, tais como a força gravítica e arrasto (resistência do ar). [3]

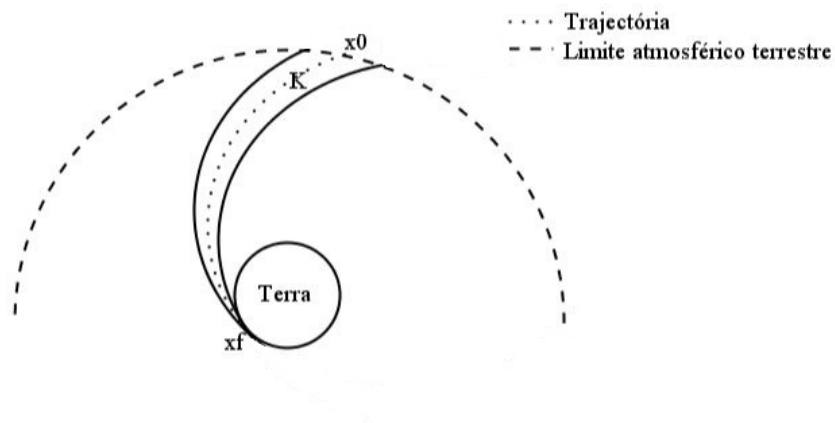


FIGURA 1.1: Representação do limite da atmosfera terrestre.

A força gravítica actua sobre o objecto, puxando-o em direcção à Terra. Mas se a mesma actuasse sozinha, faria com que esse mesmo objecto caísse de forma rápida e, consequentemente, perigosa. [3] No entanto, a atmosfera terrestre é constituída por diversas partículas, sendo algumas delas de ar. À medida que o objecto entra na atmosfera dirigindo-se para superfície terrestre, vai atingindo as partículas gerando fricção. Esta, por sua vez, faz com que o objecto

fique sujeito à força de arrasto, provocando a desaceleração do objecto contribuindo assim para uma velocidade de reentrada mais segura.[3]

Mas a fricção, para além de originar arrasto, também origina calor intenso. Especificamente, o veículo aeroespacial, com a sua fuselagem de forma rombuda, ajuda a aliviar o problema do calor pois este tipo de fuselagem, quando retorna à Terra, cria uma onda de choque, em seu torno, afastando assim o calor. [3] Contudo, a reentrada na atmosfera é constituída por duas fases: a fase orbital e a fase atmosférica (iniciando-se mais ou menos aos 100km de altitude, fig.1.1).[4]

A fase orbital é, basicamente, a saída de orbita. No caso do veículo aeroespacial, para existir a desaceleração da sua velocidade orbital extrema, realiza uma rotação de 180° em torno do eixo Z e por algum tempo efectua o voo nessa posição. Seguidamente, os propulsores de manobra orbital, retiram o veículo da orbita e reencaminha-o para a Terra.[5]

A fase atmosférica, ocorre após a saída do veículo, com sucesso, da sua orbita. Voa com o nariz para a frente (em direcção à Terra) e de "barriga" para baixo, aproveitando o arrasto originado pela sua forma rombuda. Finalmente, entra na atmosfera com um ângulo de ataque/descida adequado.[5, 6]

Quando o veículo se aproxima da superfície terrestre, tem praticamente velocidade nula e a energia é absorvida consideravelmente durante a passagem pela atmosfera. A desaceleração e o aquecimento aerodinâmico não são significativos até aos 80km de altitude. Neste instante, e no caso de retorno lunar, o veículo de reentrada possui uma energia cerca de 64.103kJ/kg. A onda de choque dissipa apenas alguma percentagem dessa energia que será absorvida pelo veículo.[4]

O valor do impulso a realizar, numa reentrada, e numa dada altitude com um determinado ângulo, pode ser determinado utilizando as relações de Kepler, existindo um valor óptimo de α correspondente ao impulso. Pode-se demonstrar que $r_0/r_R \geq 9/8$ (sendo r_0 o raio da Terra e r_R a altitude em relação ao centro da Terra), a utilização de retrorockets é a mais interessante. [4]

Então, a reentrada na atmosfera depende basicamente do controlo de altitude, referenciando-se o ângulo em que o veículo voa. Considera-se então dois tipos de reentrada: reentrada balística e reentrada com elevador. [4]

1.1 Tipos de Reentrada

1.1.1 Reentrada Balística

Neste tipo de reentrada, o veículo aeroespacial utiliza essencialmente a força de resistência para desacelerar a velocidade de reentrada. A posição do elevador é neutra (eq.1.1), havendo em

todos instantes um equilíbrio entre a velocidade e o arrasto.[4, 6] O seu estudo analítico envolve uma serie de hipóteses simplificativas:

$$C_D = \text{constante} \quad (1.1)$$

Considerando o modelo exponencial atmosférico (eq.1.2):

$$\rho = \rho_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}} \quad (1.2)$$

A gravidade é negligenciada. A equação do movimento da normal ao longo da trajectória será:

$$-m \cdot V \cdot \frac{\partial \gamma}{\partial t} = m \cdot g \cdot \cos \gamma - R_h = 0 \quad (1.3)$$

que se pode traduzir em:

$$\gamma = \gamma_R = \text{constante}$$

A trajectória será estudada como sendo uma linha inclinada com um ângulo γ_R à horizontal, respectivamente. A equação do movimento ao longo da trajectória será:

$$m \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot V^2 \cdot e^{-\frac{h}{H}} \quad (1.4)$$

Escrevemos:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = -\frac{\partial V}{\partial h} \cdot V \cdot \sin \gamma_R \quad (1.5)$$

onde,

$$m \cdot V \cdot \frac{\partial V}{\partial h} \cdot \gamma_h = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot S \cdot C_D \cdot V^2 \cdot e^{-\frac{h}{H}} \quad (1.6)$$

ou,

$$\partial V = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}} \cdot \frac{V}{\sin \gamma_R} \cdot \frac{S \cdot C_D}{m} \cdot H \cdot \partial \left(\frac{h}{H} \right) \quad (1.7)$$

sendo $\left(\frac{S \cdot C_D}{m} \right)$ o coeficiente balístico.

Perguntar:

$$K_0 = \frac{\rho_0 \cdot H}{\sin \gamma_R} \cdot \frac{S \cdot C_D}{m} \quad (1.8)$$

Após a integração, temos:

$$V = V_R \cdot e^{-\frac{K_0}{2}} \cdot e^{-\frac{h}{H}} \quad (1.9)$$

O termo $e^{-\frac{h}{H}}$, rapidamente torna-se insignificante em comparação com o termo $e^{-\frac{K_0}{2}}$. Quando h diminui, é negligenciado para obter-se os resultados acima.

A desaceleração é máxima quando:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial h} = \frac{\partial}{\partial h} \cdot \left(-\frac{\partial V}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.10)$$

Perguntando:

$$K = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_R^2 \cdot \frac{S \cdot C_D}{m} \quad (1.11)$$

temos:

$$\Gamma = k \cdot e^{-\frac{h}{H}} \cdot e^{-K_0 \cdot e^{-\frac{h}{H}}} \quad (1.12)$$

Isto mostra que:

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial h} = 0 \text{ para } e^{-\frac{h}{H}} = \frac{1}{K_0} \text{ cada } e^{\frac{h}{H}} = K_0$$

A altitude da desaceleração máxima será:

$$h = H \cdot \log K_0 \quad (1.13)$$

A desaceleração máxima será para:

$$V = \frac{V_R}{\sqrt{e}} \quad (1.14)$$

A desaceleração máxima é igual a:

$$\Gamma_{max} = -\frac{V_R^2 \cdot \sin \gamma_R}{2 \cdot e \cdot H} \quad (1.15)$$

Verifica-se que, Γ_{max} não depende das características do veículo $\frac{S \cdot C_D}{m}$. A altitude será importante, quando a desaceleração máxima for muito superior ao coeficiente balístico. Neste caso, a desaceleração máxima é igual a 6 décimos da velocidade de volta, proveniente das hipóteses simplificativas utilizadas. [4]

TABELA 1.1: Desaceleração máxima, em que o valor de H é característico da atmosfera do planeta em estudo.[4]

γ_R	Terra $H \approx 7Km$	Vénus $H \approx 6Km$	Marte $H \approx 18Km$
5°	28,3	28,6	1,6
20°	111	112	6,3
45°	229	230	12,8
90°	324	326	18,3

Como se pode observar na tabela 1.1, se o ângulo de reentrada for muito baixo (curva B da fig.1.2), o arrasto não será suficiente para efectuar a reentrada numa só passagem. De outro modo, se o ângulo for demasiado alto (curva A da fig.1.2), as desacelerações tornam-se muito arriscadas. Daí existir um corredor aéreo delimitado por uma overshoot boundary e uma undershoot boundary.[4, 7]

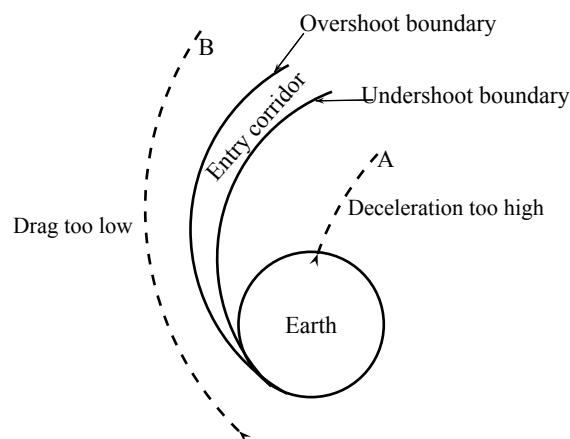


FIGURA 1.2: Representação do corredor de reentrada.(adaptada de [7])

A existência de um elevador poderá prolongar significativamente o corredor de reentrada. A partir das orbitas baixas, as reentradas não devem exceder os 10g de desaceleração, ou seja, que a velocidade não exceda um gradiente de 3°. Para uma reentrada de missão lunar e, dirigindo-se à atmosfera superior com uma velocidade cerca de 11,2km/s, o ângulo de reentrada deve pertencer ao intervalo $[-5, 3^\circ; -5, 9^\circ]$ de latitude ou no ângulo mais baixo permitido. O veículo pode abordar as camadas da atmosfera em altitudes superiores, obtendo assim uma trajetória mais progressiva.[4]

Como, durante a reentrada, o veículo está sujeito a alguns efeitos aerodinâmicos, poderá apresentar vários movimentos dependendo da sua estabilidade: movimento convergente oscilatório ou movimento divergente oscilatório ou não. A condição de estabilidade requer que o centro de gravidade seja localizado à frente do ponto de aplicação da resultante aerodinâmica do elevador.[4]

1.1.2 Reentrada com elevador

O veículo na reentrada, e com a utilização dos elevadores, provoca uma incidência relativa à direcção de voo que gera uma força de sustentação semelhante em magnitude mas menor do que a força de resistência. Embora o veículo possa efectuar a reentrada com o elevador, ainda está limitado o que não permite fazer aterragens precisas. Com o planador hipersónico, o elevador torna-se um elemento essencial para o deslocamento lateral e para uma precisão de aterragem na pista. No entanto se houver uma elevação significativa, poderá modular o efeito e limitar o nível dos fluxos durante a reentrada.[4, 6]

1.1.2.1 Equações gerais do movimento

Sendo a Terra esférica, e assumindo o campo de gravidade limitado à sua superfície, temos as seguintes equações:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{g_0 \cdot r_0^2}{r^2} \sin \gamma - \frac{1}{2} \rho V^2 \frac{SC_D}{m} \quad (1.16)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} = -\frac{g_0 \cdot r_0^2}{r^2} \cdot \frac{\cos \gamma}{V} + \frac{1}{2} \rho V \frac{SC_L}{m} \cos \beta + \frac{V}{r} \cos \gamma + 2\Omega \sin \chi \cos \gamma \quad (1.17)$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial t} = \frac{1}{2} \rho V \frac{SC_L}{m} \frac{\sin \beta}{\cos \gamma} + \frac{V}{r} \cos \gamma \sin \chi \tan \lambda + 2\Omega (\sin \lambda - \cos \chi \tan \gamma) \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial r}{\partial t} = V \sin \gamma \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{V}{r} \cos \chi \cos \gamma \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{V \sin \chi \cos \gamma}{r \cos \lambda} \quad (1.21)$$

A cada momento, a evolução do movimento depende do ângulo de ataque (α) do planador (que define C_D e C_L) e do ângulo de rolagem (β). Com as condições iniciais $V_R, \gamma_R, \chi_R, r_R, \lambda_R, \varphi_R, q_R$ fixas e as características $C_{D0}, f_{max}, m, S, R_N$ também fixas, a trajetória do planador depende somente das leis $\alpha(t)$ e $\beta(t)$.

1.1.2.2 Estudo simplificado da reentrada

A reentrada com elevador é relativamente complexa de analisar, onde as soluções são baseadas nas propostas de simplificações de hipóteses.

A solução analítica de Sänger é aproximada e simples e baseia-se nas seguintes aproximações, simplificando as equações anteriores:

- C_D constante para todos os números de Mach;
- C_L constante para todos os números de Mach;
- Velocidade de rotação da Terra nula em comparação com a velocidade do spacecraft ($\Omega = 0$, influência da aceleração de Coriolis, no plano equatorial, é de $0,1g$ podendo ser desprezada numa primeira aproximação)
- γ baixo
- $\dot{\gamma}$ pequeno
- β constante.

O peso do veículo é equilibrado em cada instante pelo elevador e pela força centrífuga. Isto observa-se, para uma trajetória média, não incluindo os pequenos movimentos.

1.1.3 Comparação entre a reentrada balística com a com elevador

TABELA 1.2: Comparação entre os dois tipos de Reentrada

Reentrada Balística	Reentrada com Elevador
Posição do Elevador é neutra	Variação da posição do Elevador
A desaceleração depende de C_D	Desaceleração mais progressiva devido ao C_L

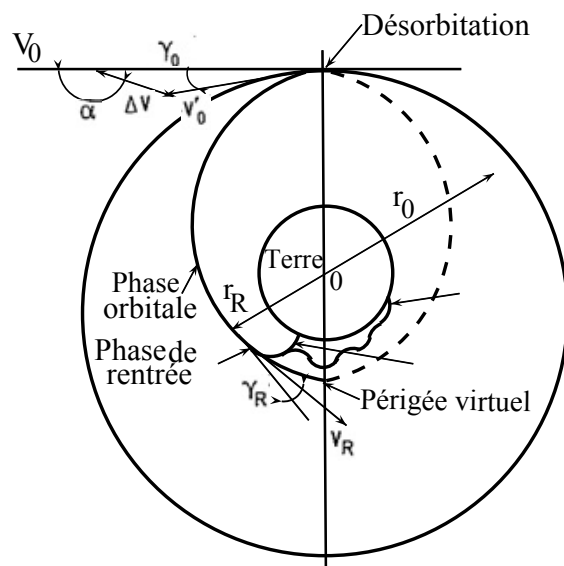


FIGURA 1.3: 1. Reentrada balística; 2. Reentrada com elevador.(adaptada de [4])

1.2 Métodos de orientação e controlo de trajectórias com base em modelos de voo na reentrada na atmosfera

Existem vários métodos de orientação e controlo de trajectória, mas nem todos são aplicados em modelos de voo na reentrada atmosférica.

Com a análise de artigos científicos, e recolhendo a informação necessária, pode-se referir que a lei de controlo com linearização feedback permite com que a trajectória do spacecraft mantenha-se entre a undershoot e overshoot, onde os downrange e crossrange angles sirvam como variáveis de saída para a linearização de feedback. Originam assim transformações ao nível de estado e controlo onde convertem as dinâmicas de entrada num sistema linear equivalente num sentido aproximado.[7, 8]

Para formular o problema de orientação de entrada para a concepção de uma lei de monitorização, assume-se que o centro de massa do veículo envolve, de acordo com as equações para voo atmosférico não propulsivo sobre a Terra esférica, sem velocidade de rotação (esta é muito pequena relativamente à velocidade de reentrada de um spacecraft) e sem vento [8], representado nas equações de 1.16 a 1.21, em que as equações 1.16 a 1.18 o seguinte:

$$\dot{V} = -\frac{D}{V} - g \sin \gamma \quad (1.22)$$

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{V} \left[\frac{L \cos \beta}{m} - \left(g - \frac{V^2}{r} \right) \cos \gamma \right] \quad (1.23)$$

$$\dot{\chi} = \frac{1}{V} \left[\frac{L \sin \beta}{m \cos \gamma} - \frac{V^2}{r} \cos \gamma \cos \chi \tan \phi \right] \quad (1.24)$$

Onde, L e D representam a sustentação e o arrasto, C_L e C_D os seus respectivos coeficientes [8] e g a gravidade em função da altitude:

$$g = g_0 \frac{R^2}{(R+h)^2} \quad (1.25)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 C_L S \quad (1.26)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 C_D S \quad (1.27)$$

$$C_L = 0.732 + 0.0751\alpha \quad (1.28)$$

$$C_D = 0.1423 - 0.00438\alpha + 0.0013\alpha^2 \quad (1.29)$$

Em que C_L e C_D , foram obtidos por uma função polinomial em relação ao ângulo de ataque, de um certo spacecraft.

O sistema representado pelas equações 1.19 a 1.21 juntamente com as 1.22 a 1.24 encontra-se na referência do veículo. Realizando a transformação para a referência aerodinâmica, e sabendo que o rumo se mantém constante, então o sistema recai simplesmente na seguintes equações correspondentes ao voo longitudinal:

$$V = \sqrt{u^2 + w^2} \quad (1.30)$$

$$\dot{u} = \frac{1}{m} (0.5\rho(h)Su^2(1 + (\tan\alpha)^2)(C_L \sin\alpha - C_D \cos\alpha)) - g \sin\theta - qw \quad (1.31)$$

$$\dot{w} = \frac{1}{m} (-0.5\rho(h)Su^2(1 + (\tan\alpha)^2)(C_D \sin\alpha + C_L \cos\alpha)) + g \cos\theta - qu \quad (1.32)$$

$$\dot{q} = \frac{\rho(h)u^2(1 + (\tan\alpha)^2)S\bar{c}C_m}{2I_y} \quad (1.33)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (1.34)$$

Onde, a altitude é dada por:

$$\dot{h} = V \sin\gamma \quad (1.35)$$

O problema de orientação de entrada é dado pelo modelo eqs 1.31, 1.32, 1.33 e 1.34 que determina os controlos, sobretudo os ângulos de ataque e de trajectória, como funções de estado

$x = [u \ w \ q \ \theta]^T$ e a altitude (h), que guia o veículo numa trajectória dentro do corredor de reentrada, definida pelo aquecimento, aceleração, pressão dinâmica e limites de controlabilidade, que atingem as condições alvo especificadas e sobrevoam os waypoints seleccionados dentro da margem de erro especificada. Respeita-se então a estabilidade imposta por Lyapunov, sendo esta aplicada com o objectivo de obter uma lei de controlo de atitude para as deflexões das superfícies aerodinâmicas, não necessitando assim de linearização e agendamento do ganho.[8, 9]

Na reentrada, a dinâmica da atitude do veículo ou as equações diferenciais nas taxas angulares são:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 \quad (1.36)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u_c) \quad (1.37)$$

Onde $x_1 = [\alpha \ \beta \ \mu]^T$ e $x_2 = w$, u_c é a acção do controlo.

Com a teoria de sistemas não lineares, se uma lei de controlo de estabilização x_{2L} existe para o x_1 dinâmico, invertendo uma função de Lyapunov V_1 , obtém-se para a lei de controlo feedback:

$$\bar{x}_{2L} = x_{2L} - g_1^T \left(\frac{\partial V_1}{\partial \tilde{x}_1} \right) \quad (1.38)$$

\tilde{x}_1 erro de estabilidade dinâmica no sistema:

$$e = x_2 - \bar{x}_{2L} \quad (1.39)$$

Então, o problema de estabilização do sistema global pode ser traduzido para a estabilização através de x_2 , não dependendo de x_1 , e o erro de estado x_1 de acordo com o estado ordenado é $\tilde{x}_1 = x_1 - x_{1C}$. Obtém-se a seguinte função de Lyapunov:

$$V_1(\tilde{x}_1) = \frac{1}{2} \tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 \quad (1.40)$$

De acordo com a teoria da estabilidade de Lyapunov:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial V_1}{\partial t} < 0 &\rightarrow \dot{\tilde{x}}^T \left(\frac{\partial V_1}{\partial \tilde{x}_1} \right) = \\
&= \dot{\tilde{x}}_1^T \tilde{x}_1 = (\dot{x}_1 - \dot{x}_{1C})^T \tilde{x}_1 < 0 \\
(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1C})^T \tilde{x}_1 &\equiv -K_{x_1} \tilde{x}_1^T \tilde{x}_1 \\
(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1C}) &\equiv -K_{x_1} \tilde{x}_1 \rightarrow \dot{x}_1 \equiv \dot{x}_{1C} - K_{x_1} \tilde{x}_1 \\
f_1(x_1) + g_1(x_1)x_{2L} &\equiv \dot{x}_{1C} - K_{x_1} \tilde{x}_1 \\
x_{2L} &= g_1^{-1}(\dot{x}_{1C} - K_{x_1} \tilde{x}_1 - f_1) \\
\bar{x}_{2L} &= g_1^{-1}(\dot{x}_{1C} - K_{x_1} \tilde{x}_1 - f_1) - g_1^T \tilde{x}_1
\end{aligned} \tag{1.41}$$

Para que a estabilidade do vector de estado seja completada, é tomada em conta uma nova função de Lyapunov:

$$V_2 = \frac{1}{2} e^T e \tag{1.42}$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial t} < 0 \rightarrow \dot{e}^T e < 0 \dot{e}^T e \equiv -K_e e^T e \dot{e} \equiv -K_e e$$

Equação da dinâmica:

$$\dot{x}_2 - \dot{\bar{x}}_{2L} = -K_{x_2} e \rightarrow u = f_2^{-1}(\dot{\bar{x}}_{2L} - K_{x_2} e) \tag{1.43}$$

é uma técnica baseada em duas funções Lyapunov, para obter uma lei de controlo com características de estabilidade dentro de um domínio não linear, sem a linearização do problema.

Contudo, ainda não se esclareceu como e qual a metodologia para obter-se os coeficientes aerodinâmicos já enunciados, e extremamente necessários para a elaboração da simulação de trajetória de um spacecraft.

Recorrendo às equações de Euler para o fluxo da dinâmica de gás, fluxo tridimensional de Euler, considera-se um volume finito não estruturado da formulação de uma célula centrada. A descrição do esquema numérico para o fluxo compressível, pode ser escrito [10]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \nabla \cdot F = 0 \tag{1.44}$$

A variação temporal de U pode ser expressa:

$$U^{n+1} = U^n - \frac{\Delta t}{Vol} \sum_{l=1}^{lfaces} F_l^* \cdot n_l A_l \quad (1.45)$$

F foi substituído pelo tensor de fluxo numérico F^* .

Para alcançar precisão de segunda ordem numérica do fluxo na interface entre as células l e $l+1$ na direcção normal à face l , escreve-se:

$$f_{i+1/2}^* = \frac{f_i + f_{i+1}}{2} + \frac{1}{2} \sum_m \Phi_{i+1/2}^m \bar{K}_{i+1/2}^m \quad (1.46)$$

f_i e f_{i+1} - os fluxos físicos normais para a face de cada célula.

$K_{i+1/2}^m$ - o m -th vector próprio direito.

$\Phi_{i+1/2}^m$ é definido, no esquema original de Harten-Yee como:

$$\Phi_{i+1/2}^m = g_i^m + g_{i+1}^m - |\lambda_{i+1/2}^m + \beta_{i+1/2}^m| \alpha_{i+1/2}^m \quad (1.47)$$

$$g_i^m = \frac{S}{2} \max[0, \min(|\lambda_{i+1/2}^m| \alpha_{i+1/2}^m, S |\lambda_{i-1/2}^m| \alpha_{i-1/2}^m)] \quad (1.48)$$

$$S = \sin(\lambda_{i+1/2}^m) \quad (1.49)$$

$$\beta_{i+1/2}^m = \left\{ \begin{array}{l} \frac{g_{i+1}^m - g_i^m}{\alpha_{i+1/2}^m} \text{ if } \alpha_{i+1/2}^m \neq 0 \\ 0 \text{ if } \alpha_{i+1/2}^m = 0 \end{array} \right\} \quad (1.50)$$

$\alpha_{i+1/2}^m$ - salto das variáveis conservadas das interfaces entre as células i e $i+1$

$\lambda_{i+1/2}^m$ - o m -th valor próprio da matriz Jacobiana

g_i^m - a função limitadora (minmod)

S - a função sinal do valor próprio correspondente.

O minmod selecciona o mínimo valor possível, para que o regime seja TVD. O outro limite é a função Superbee que pondera a contribuição do fluxo, onde a sua aplicação leva a um esquema excessivamente compressivo, que não é muito robusto para aplicações práticas aeroespaciais.

Na solução numérica das equações de Euler 3D, tem-se cinco tipos de ondas que correspondem à velocidade, sendo o um o mais lento e o cinco o mais rápido.

Para melhorar a resolução numérica das descontinuidades associadas aos tipos de onda, de dois até quatro, com a função limitadora de compressão (Superbee), e sem perder a robustez devido ao uso da função limitadora difusiva (minmod) para os tipos um e cinco. Introduce-se nos cálculos numéricos de fluxos a função do limitadora Superbee:

$$g_i^m = \left\{ \begin{array}{l} \text{Oif} \alpha_{i+1/2}^m \alpha_{i-1/2}^m < 0 \\ \max[0, \min(2k, 1), \min(k, 2)] \frac{1}{2} |\lambda_{i-1/2}^m| \alpha_{i-1/2}^m \text{if} \alpha_{i+1/2}^m \alpha_{i-1/2}^m \geq 0 \end{array} \right\} \quad (1.51)$$

Onde:

$$k = \frac{|\alpha_{i+1/2}^m| \alpha_{i+1/2}^m}{|\lambda_{i-1/2}^m| \alpha_{i-1/2}^m} \quad (1.52)$$

Para melhorar a robustez do sistema global, a execução de funções limitadoras diferentes é efectuada apenas nas interfaces das células, onde a maior intensidade relativa das descontinuidades na ondas centrais são registadas, e usando o esquema convencional Harten-Yee TVD em todos os outros casos.

No sistema de coordenadas adoptado para computorizar os fluxos numéricos em cada face, os vectores próprios correspondentes são:

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ u - c \\ v \\ w \\ H - uc \end{bmatrix} \quad K_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ u \\ v \\ w \\ \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \end{bmatrix} \quad K_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ v \end{bmatrix} \quad K_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ w \end{bmatrix} \quad K_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ u + c \\ v \\ w \\ H + uc \end{bmatrix} \quad (1.53)$$

Comparação dos saltos, com escolha da densidade de referência e da velocidade:

$$I_1 = \frac{|\alpha_{i+1/2}^1|}{\rho_{ref}}, I_2 = \frac{|\alpha_{i+1/2}^2|}{\rho_{ref}}, I_3 = \frac{|\alpha_{i+1/2}^3|}{\rho_{ref} u_{ref}}, I_4 = \frac{|\alpha_{i+1/2}^4|}{\rho_{ref} u_{ref}}, I_5 = \frac{|\alpha_{i+1/2}^5|}{\rho_{ref}} \quad (1.54)$$

Finalmente, se o máximo de I_1, I_5 é superior ao número máximo de I_2, I_3, I_4 , o esquema convencional Harten-Yee TVD é utilizado. Caso contrário, os valores de g_i^2, g_i^3, g_i^4 são calculados com a função limitadora Superbee e g_i^1, g_i^5 com a função limitadora minmod.

No contexto 3D para malhas tetraédricas não estruturadas, a identificação das células i e $i + 1$ é intuitiva, mas a determinação dos pontos $i - 1$ e $i + 2$ não é directa. Considera-se esses pontos como células imaginárias, sendo os valores nodais calculados como uma média ponderada das variáveis conservadoras:

$$U_{nodek} = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{U_{celli}}{d_{GC_{celli-nodek}}}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{d_{GC_{celli-nodek}}}} \quad (1.55)$$

O tratamento das condições de contorno é realizado através da técnica de células imaginárias.

Limites considerados são: entrada Subsônico; entrada Supersônica; saída Subsônica; saída Supersônica; sem penetrações (fronteira sólida e simetria).

A cada momento, o objecto está sob a influência de uma força total, F , composta pela força gravitacional, F_G , força aerodinâmica, A , e força de propulsão, T :

$$\vec{F} = \vec{T} + \vec{A} + \vec{F}_G \quad (1.56)$$

A força gravitacional está sempre presente. Para voos não motorizados, a força de propulsão é zero enquanto que para voos fora da atmosfera, a força aerodinâmica não existe.

Para derivar as equações do movimento, deve-se utilizar um sistema de referência Terra fixo. A cinemática descrita pelas eq.1.19, 1.20 e 1.21, que considera a velocidade de rotação da Terra nula, pois a diferença é muito elevada em relação à velocidade do spacecraft.

Para especificar a orientação de um corpo rígido no espaço, são necessários três parâmetros independentes: Rolamento, Guinada e Arfagem que são conhecidos como ângulos de Euler.

Mas para calcular a evolução da atitude de uma nave espacial, o método é limitado pois têm singularidades para determinados valores do ângulo de inclinação ($\pm\pi/2$). Este problema é resolvido com a substituição dos ângulos de Euler por um conjunto de variáveis conhecidas como quaternions (q), onde as suas componentes são definidas em termos de Ângulos de Euler utilizando a convenção $[xyz]$. Equações da Cinematica:

$$\dot{q}_1 = \frac{1}{2}(\omega_3 q_2 - \omega_2 q_3 + \omega_1 q_4) \quad (1.57)$$

$$\dot{q}_2 = \frac{1}{2}(-\omega_3 q_1 + \omega_1 q_3 + \omega_2 q_4) \quad (1.58)$$

$$\dot{q}_3 = \frac{1}{2}(\omega_2 q_1 - \omega_1 q_2 + \omega_3 q_4) \quad (1.59)$$

$$\dot{q}_4 = \frac{1}{2}(-\omega_1 q_1 + \omega_2 q_2 + \omega_3 q_3) \quad (1.60)$$

As equações da atitude dinâmica do movimento, expressam a dependência temporal da velocidade angular relacionada com os torques aplicados.

$$I\dot{\omega} = \vec{N} - \vec{\omega} \times I\vec{\omega} \quad (1.61)$$

As equações da dinâmica de atitude são:

$$\dot{\omega}_1 = \frac{N_1 + (I_2 - I_3)\omega_2\omega_3}{I_1} \quad (1.62)$$

$$\dot{\omega}_2 = \frac{N_2 + (I_3 - I_1)\omega_3\omega_1}{I_2} \quad (1.63)$$

$$\dot{\omega}_3 = \frac{N_3 + (I_1 - I_2)\omega_1\omega_2}{I_3} \quad (1.64)$$

A força aerodinâmica contém duas componentes: a força de arrasto (eq.1.27) e a força de sustentação (eq.1.26).

Desta forma, a resultante da força sobre o corpo é calculada sendo como a soma vectorial de todas as forças agindo na superfície discretizada, e as suas componentes nas direcções paralela e perpendicular ao vector velocidade do fluxo são projectadas a fim de se obter os coeficientes de arrasto e sustentação.

Para a simulação de trajectória, será interessante obter-se resultados relativos à optimização da trajectória/controlo óptimo de alcance global, o qual poderia ser formulado pelo princípio máximo, onde o índice de performance é obtido esperando que a posição final do veículo é próxima da especificada.[11]

Mantendo todas as considerações referidas, e considerando as equações do movimentos as eq.1.19, 1.20, 1.21, 1.22, 1.23 e 1.24.

Por conveniência, e de forma a analisar as condições iniciais de uma trajectória óptima, consideram-se as seguintes variáveis adimensionais:

$$u = \frac{V^2}{g_0 r_0} \quad (1.65)$$

$$h = \frac{r - r_0}{r_0} \quad (1.66)$$

$$s = \int_0^t V/r \cos \gamma dt \quad (1.67)$$

u – velocidade adimensional

h – altitude adimensional

t – substituída pelo comprimento do arco S adimensional

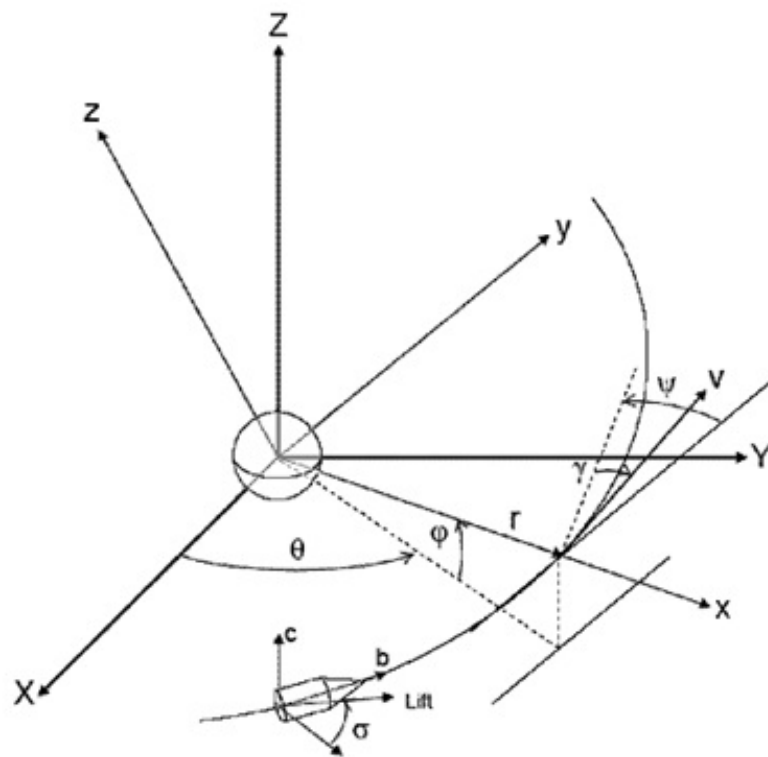


FIGURA 1.4: Referências Angulares.[11]

Equações da Dinâmica de Voo:

$$C_D = C_{D0} + K_{C_D} C_L^2 \tag{1.68}$$

$$C_L = C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K} \tag{1.69}$$

$$C_D = C_D^* = 2C_{D0} \tag{1.70}$$

$$E^* = \frac{C_L^*}{C_D^*} \tag{1.71}$$

$$\lambda = \frac{C_L}{C_L^*} \tag{1.72}$$

$$C_D = \frac{C_L^*}{2E^*} (1 + \lambda^2) \tag{1.73}$$

Usando o modelo descrito pela eq.(1.2).

Força gravitacional:

$$g = \frac{\mu}{r^2} \tag{1.74}$$

Obtém-se as equações adimensionais, sendo s uma constante dinâmica de normalização:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = (1+h) \tan \gamma \quad (1.75)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial s} = \frac{\cos \Psi}{\cos \varphi} \quad (1.76)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial s} = \sin \Psi \quad (1.77)$$

$$\frac{\partial u}{\partial s} = -\frac{B(1+h)e^{-\varepsilon t}u(1+\lambda^2)}{E^* \cos \gamma} - \frac{2}{(1+h)} \tan \gamma \quad (1.78)$$

$$\frac{\partial \gamma}{\partial s} = -\frac{B(1+h)e^{-\varepsilon t}\lambda \cos \sigma}{\cos \gamma} - \frac{1}{u(1+h)} + 1 \quad (1.79)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial s} = -\frac{B(1+h)e^{-\varepsilon t}\lambda \sin \sigma}{\cos^2 \gamma} - \cos \Psi \tan \varphi \quad (1.80)$$

O parâmetro constante adimensional:

$$B = \frac{\rho_0 S C_L^* r_0}{2m} \quad (1.81)$$

O valor de B indica que a desaceleração é igual a $6 \times 10^{(-3)} g_0$ para $u_0 = 1$ e $E^* = 1$.

O problema para a trajectória do alcance global é obtido pelo princípio máximo. Na forma Hamiltonian:

$$\begin{aligned} H = & p_h(1+h) \tan \gamma + p_\theta \frac{\cos \Psi}{\cos \varphi} + p_\varphi \sin \Psi + \\ & + p_\Psi \left[\frac{B\lambda \sin \sigma (1+h)e^{-\varepsilon h}}{\cos^2 \gamma} - \cos \Psi \tan \varphi \right] - \\ & - p_u \left[\frac{B(1+h)u(1+\lambda^2)e^{-\varepsilon h}}{E^* \cos \gamma} + \right. \\ & \left. + \frac{2}{(1+h)} \tan \gamma \right] + p_\gamma \left[\frac{B(1+h)e^{-\varepsilon h}\lambda \cos \sigma}{\cos \gamma} + 1 - \frac{1}{u(1+h)} \right] \end{aligned} \quad (1.82)$$

A lei do controlo óptimo é obtida para $\partial H / \partial \lambda = 0$ e $\partial H / \partial \sigma = 0$:

$$\lambda \cos \sigma = \frac{p_\gamma E^*}{2p_u u} \quad (1.83)$$

$$\lambda \sin \sigma = \frac{p_\Psi E^*}{2p_u u \cos \gamma} \quad (1.84)$$

Considerando a fronteira para a variável de controlo:

$$|\lambda| \leq \lambda_{max} |\sigma| \leq \sigma_{max}$$

Então:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_h}{\partial s} = & -Be^{-\varepsilon h} [1 - \varepsilon(1+h)] \times \left(\frac{p_\Psi \lambda \sin \sigma}{\cos^2 \gamma} - \frac{p_u u (1 + \lambda^2)}{E^* \cos \gamma} + \frac{p_\gamma \lambda \cos \sigma}{\cos \gamma} - \right. \\ & \left. - p_{\bar{h}} \tan \gamma - \frac{2p_u}{(1+h)^2} \tan \gamma - \frac{p_\gamma}{u(1+h)^2} \right) \end{aligned} \quad (1.85)$$

$$\frac{\partial p_\theta}{\partial s} = 0 \quad (1.86)$$

$$\frac{\partial p_\Psi}{\partial s} = -p_\Phi \cos \Psi + \frac{\sin \Psi}{\cos \Phi} (-p_\Psi \sin \Phi + p_\theta) \quad (1.87)$$

$$\frac{\partial p_\Phi}{\partial s} = -\frac{\cos \Psi}{\cos^2 \Phi} (p_\theta \sin \Phi + p_\Psi) \quad (1.88)$$

$$\frac{\partial p_u}{\partial s} = \frac{p_u B (1+h) (1 + \lambda^2) e^{-\varepsilon h}}{E^* \cos \gamma} - \frac{p_\gamma}{u^2 (1+h)} \quad (1.89)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_\gamma}{\partial s} = & -p_h (1+h) \sec^2 \gamma - \frac{2p_\Psi B \lambda \sin \sigma \sin \lambda (1+h) e^{-\varepsilon h}}{\cos^3 \gamma} + \\ & + \frac{p_u u B (1 + \lambda^2) \sin \gamma (1+h) e^{-\varepsilon h}}{E^* \cos^2 \gamma} - \frac{p_\gamma B \lambda \cos \sigma \sin \gamma (1+h) e^{-\varepsilon h}}{\cos^2 \gamma} + \\ & + 2p_u \frac{\sec^2 \gamma}{(1+h)} \end{aligned} \quad (1.90)$$

Para o problema de controlo óptimo as condições iniciais são:

$$x_0 = (h_0, \theta_0, \Phi_0, u_0, \gamma_0, \Psi_0)$$

Variáveis de controlo:

$$U = (\lambda, \sigma) : [0, s_f] |\lambda| \leq \lambda_{max}, |\sigma| \leq \sigma_{max}$$

A trajectória óptima maximiza:

$$J(U) = \cos(\Phi_f - \Phi_1) \quad (1.91)$$

O vector de estado final é:

$$x_f = (h_f, \theta_f, \varphi_f, u_f, \gamma_f, \Psi_f)$$

As condições finais são:

$$\theta_f = \theta_1, h_f = h_1$$

De acordo com as variáveis de controlo, determina-se:

$$\begin{aligned} p_h(0) &= v_h^0, p_\theta(0) = v_\theta^0, p_\varphi(0) = v_\varphi^0, p_u(0) = v_u^0, p_\gamma(0) = v_\gamma^0, p_\Psi(0) = v_\Psi^0 \\ p_h(s_f) &= v_h^f, p_\theta(s_f) = v_\theta^f, p_\varphi(s_f) = -\sin(\varphi_f - \varphi_1), p_u(s_f) = 0, p_\gamma(s_f) = 0, p_\Psi(s_f) = 0 \end{aligned}$$

A solução do sistema, constituído pelas equações já descritas, é completamente determinada. Em seguida, as variáveis de controlo são substituídas pelas variáveis de estado e variáveis adjuntas. Quando as condições iniciais e o estado final são dados, obtém-se a trajectória óptima, o que seria o ideal para a fase de reentrada na atmosfera terrestre, fazendo esta fase completamente controlável e optimizada.

1.3 Objectivos da Dissertação

O objectivo do presente trabalho, é controlar a fase de reentrada de um veículo aeroespacial. Tendo em consideração as variáveis de dimensões rápidas, ou seja, a velocidade e a altitude, que necessitam de uma maior precisão. E que, os ângulos tomem valores aceitáveis para a realização desta fase.

No contexto do mesmo, ira-se realizar a simulação da dinâmica e navegação de um modelo não linearizado nem controlado, correspondente a um certo veículo aeroespacial, de forma a fundamentar a necessidade de um controlador.

Sendo interessante, projectar dois controladores (LQR e Controlador de Trajectória) de modo a comparar qual deles o mais adequado, para um modelo linear e normalizado. Ou seja, o controlador mais rápido e suave, que estabilize o modelo em torno da referência imposta.

Para finalizar, realizar-se-á a simulação da dinâmica e navegação com o controlador mais adequado, de modo a concluir as influências que terão as variáveis em estudo, no comportamento do veículo aeroespacial, e também em relação a interligação das mesmas.

Capítulo 2

Métodos de Controlo

Actualmente, os controladores são cada vez mais utilizados, visto que permitem tornar certos sistemas autónomos.

O controlador permite actuar sobre as superfícies de controlo do sistema de forma apropriada. O seu dimensionamento é executado de forma a determinar os valores dos parâmetros que o sistema deverá ter para que, ao ser controlado, satisfaça as condições impostas. Mas para projectar um controlador para um dado sistema é necessário estudar em primeiro lugar a sua controlabilidade e observabilidade.

2.1 Controlabilidade e Observabilidade[12]

Uma vez que uma aeronave é um sistema multivariável, isto é, um sistema com várias entradas e saídas, convém saber os conceitos relacionados com sistemas multivariáveis.

Considere-se o modelo do seguinte sistema:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u_c) \\ y &= h(x, u_c)\end{aligned}\tag{2.1}$$

Onde:

- $x \in R^n$ é o vector de estado;
- $u_c \in R^m$ é o vector de controlo;
- $y \in R^r$ é o vector de observação.

Sendo, $f : R^n \times R^m \rightarrow R^n$ e $h : R^n \times R^m \rightarrow R^r$, duas funções lineares ou (geralmente) não lineares.

Tem-se então o seguinte sistema de equação de estado e de controlo linearizado em torno do estado e controlo de equilíbrio:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}_c \quad (2.2)$$

$$y = C\tilde{x} + D\tilde{u}_c \quad (2.3)$$

Onde, A , B , C e D são matrizes.

2.1.1 Definições

A observabilidade e a controlabilidade de um sistema são conceitos matemáticos duais, do mesmo sistema.

Um sistema é controlável, se para o sistema dinâmico representado pela eq.2.2, existir um $t_1 > t_0$ (t_1 finito) tal que, para qualquer $x(t_0)$ e qualquer x_1 , é possível definir um perfil de entrada $u_{c[t_0, t_1]}$ que leve $x(t_0)$ para x_1 em $t = t_1$.

Ou seja, um sistema é controlável, caso se possa mover qualquer estado inicial, no espaço de estados, para qualquer estado final, em tempo finito.

Um sistema é observável, se para o sistema dinâmico representado pelas eqs.2.2 e 2.3, existir um tempo finito t_1 tal que, o conhecimento da entrada u_c e da saída y , no intervalo $[0, t_1]$, seja suficiente para se determinar de maneira única $x(0)$.

Um sistema diz-se observável, se a partir das saídas do mesmo, conseguir-se determinar os valores das variáveis para as quais não existem sensores de medida.

2.1.2 Caracterização

São fornecidas as matrizes A e B . Para a realização da análise pretendida é necessário também a matriz C . Supôs-se então que é uma matriz de identidade.

Com a existência de todos dados necessários para a realização deste primeiro ponto, a matriz de controlo é obtida da seguinte forma:

$$\Delta = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Então, o sistema é controlável se a ordem da matriz de controlabilidade for igual a n , sendo esta a dimensão do espaço de estados:

$$\text{ordem}(\Delta) = n \quad (2.5)$$

No programa Matlab, a utilização da função *ctrb*, permite calcular a matriz de controle do sistema mais rapidamente.

Para o estudo da observabilidade, a matriz necessária analisar é obtida a partir:

$$\Theta = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Então, o sistema é observável se a ordem da matriz de observabilidade for igual a n , sendo esta a dimensão do espaço de estados:

$$\text{ordem}(\Theta) = n \quad (2.7)$$

Para calcular esta matriz, utiliza-se a função *obsv*, concluindo logo de imediato que o nosso sistema é observável ou não.

2.2 Estabilidade de Lyapunov[9]

O seguinte teorema caracteriza a estabilidade de um sistema linear ou quase linear.

Teorema 1 (Poincaré-Lyapunov):

Considera-se a seguinte equação diferencial em R^n :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B(t)x + f(x) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

Assume-se que A seja uma matriz constante cujos todos os valores próprios têm partes reais negativas, que $B(t)$ seja uma matriz contínua em cada $t \in R$ com a seguinte propriedade:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|B(t)\| = 0$$

e que a função $f(x)$ seja contínua em cada $t \in R$ e de Lipschitz em x na vizinhança de $x_e = 0$ e com:

$$\lim_{\|x\| \rightarrow 0} \frac{\|f(x)\|}{\|x\|} = 0$$

Então existem constantes positivas C, t_0, δ, μ tais que:

$$(\|x_0\| \leq \delta) \Rightarrow (\|S(x_0, t_0, t)\| \leq \|x_0\| e^{-\mu(t-t_0)}, t \geq t_0)$$

O estado de equilíbrio $x_e = 0$ é estável e a convergência para este mesmo é exponencial a partir de quaisquer condições iniciais na vizinhança de x_e .

Corolário (do teorema 1):

Assume-se que o modelo linearizado da eq.2.1 em torno de um determinado ponto de equilíbrio x_e seja dado pelas eqs. 2.2 e 2.3. Se a matriz A tiver todos os seus valores próprios com partes reais negativas, então x_e é um estado de equilíbrio estável e a convergência para o este mesmo é exponencial a partir de quaisquer condições iniciais na vizinhança de x_e .

O teorema acima requer determinar os valores próprios do sistema para a análise do sistema. Em muitos casos torna-se difícil determinar todos os valores quando a dimensão da matriz A for grande. Por isso, na prática recorre-se ao seguinte teorema 2 para analisar os sistemas lineares modelados pela seguinte equação:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} \tag{2.8}$$

Esta equação é nada mais que a eq.2.2 com $\tilde{u}_c = 0$ (isto é, quando não houver perturbações no controlo) e a matriz C sendo a matriz de identidade. Portanto, o teorema 2 permite estudar a estabilidade dinâmica do modelo descrito pelas eqs.2.2 e 2.3 quando o vector de estado sofrer perturbações em torno do seu valor de equilíbrio mas sem perturbações no próprio controlo.

Teorema 2 (Estabilidade de Lyapunov no Caso Linear):

O sistema com a eq.2.8 é assintoticamente estável se existir uma matriz real simétrica e positivamente definida P tal que:

$$A^T P + P A < 0 \text{ (isto é, } A^T P + P A \text{ é negativamente definida)} \tag{2.9}$$

Corolário (do teorema 2):

O sistema com eq.2.8 é assintoticamente estável se existirem duas matrizes reais simétricas e positivamente definidas P e Q tais que:

$$A^T P + PA = -Q \text{ (equação de Lyapunov)} \quad (2.10)$$

Na prática, assume-se a matriz Q que deve ser positivamente definida (por exemplo: Q =matriz identidade).

2.3 Método do Controlador Regular Linear Quadrático (LQR)[13]

Considerando que o sistema do controlador é o mesmo expressado nas eq.2.2 e 2.3

Para projectar o controlador LQR é necessário considerar que os parâmetros não variam no tempo e são baseados nos critérios de desempenho quadrático. Força-se assim a aeronave voltar ao equilíbrio quando esta for perturbada, ou então para orientar a configuração da aeronave para um outro estado de equilíbrio desejado. Interessa escolher o vector de controlo $u_c(t)$ para que um critério de desempenho J seja minimizado. Este é definido por:

$$J(u_c) = \int_0^{\infty} L(x, u_c) dt \quad (2.11)$$

Onde $L(u_c, x)$ é uma função quadrática de x e u . Num projecto deste tipo, interessa-se nos reguladores quadráticos em parametrizar o vector de controlo como uma função linear do vector de estado, ou seja:

$$u_c = -Kx \quad (2.12)$$

Onde K é uma matriz com m linhas e n colunas. Isto é, o dimensionamento de um LQR resume-se em determinar os elementos de uma matriz K de modo a minimizar o critério de desempenho J quando o controlo for escolhido. A expressão $L(x, u_c)$ na equação 2.12 está suposta ser quadrática em x e u_c . Portanto esta expressão pode ser escrita sob a seguinte forma:

$$L(x, u_c) = x^T Qx + u_c^T R u_c \quad (2.13)$$

Onde Q é uma matriz simétrica, positivamente semi-definida e determinada pelo método de Bryson [13]. E a matriz R é positivamente definida. Com a equação anterior, o critério de desempenho poderá ser escrito como:

$$J(u_c) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u_c) dt \quad (2.14)$$

Substituindo a expressão u_c na equação de estado e na equação de desempenho, obtém-se respectivamente:

$$\dot{x} = Ax - BKx = (A - BK)x \quad (2.15)$$

$$J(u_c) = \int_0^{\infty} (x^T (Q + K^T RK)x) dt \quad (2.16)$$

A "nova" equação de estado é a equação do sistema de malha fechada. Então, interessa-se em determinar, seguidamente, uma função de Lyapunov[9] V para o sistema de malha fechada sob a forma:

$$V(x) = x^T P x \quad (2.17)$$

Sendo, P uma matriz simétrica positivamente definida. Neste caso, a derivada no tempo desta função de Lyapunov[9] deve ser igual à oposta da função a ser integrada na "nova" equação de desempenho, ou seja:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial}{\partial t} (x^T P x) = -x^T (Q + K^T RK)x \quad (2.18)$$

Mas, sabemos que:

$$\frac{\partial}{\partial t} (x^T P x) = \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \quad (2.19)$$

Portanto:

$$x^T [(A - BK)^T P + P(A - BK)]x = -x^T (Q + K^T RK)x \quad (2.20)$$

Para que esta equação diferencial seja estável é necessário que a matriz K satisfaça a seguinte equação de Lyapunov [9]:

$$(A - BK)^T P + P(A - BK) = -(Q + K^T RK) \quad (2.21)$$

A solução desta é:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (2.22)$$

Então,

$$u_c = -Kx = -R^{-1}B^T Px \quad (2.23)$$

Repare-se que neste caso, a matriz P da equação anterior deve ser tal que satisfaça a seguinte equação de Riccati:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (2.24)$$

No programa realizado em matlab, utilizei o algoritmo do método iterativo de Butcher[14] para fazer variar o vector de estado, e também a função lqr de modo a determinar a matriz K , P e o vector e (valores próprios de $A - BK$).

2.4 Método de Controlo de Trajectória[15]

Considere-se então o modelo deste sistema expressado do seguinte modo:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u_c) \\ y &= x_{ref}(t) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Sendo $x_{ref}(t)$ uma dada referência variável no tempo do vector de estado. O problema é, $\forall \epsilon > 0$, achar $u_c^* = u_c^*(t)$ tal que $\exists \tau > t_0$ e que verifique:

$$\forall t \geq \tau \quad \|s(x, x_0, t_0) - x_{ref}\| \leq \epsilon \quad (2.26)$$

Onde $s(x, x_0, t_0)$ é a solução da equação (2.25) para $u = u^*(t)$ nas condições iniciais $x_0 = x(t_0)$. Foi mostrado em [15] que o controlo para anular $e = x - x_{ref}$ ao longo do tempo é definido por:

$$u_{c_h}^*(t) = -B^T P (BB^T P + \sigma I)^{-1} (De + Ax + \varphi(x, u_{c_h}) - \dot{x}_{ref}) \quad (2.27)$$

Onde,

$$u_{c_h} = u_c(t - h), 0 < h \ll 1$$

Sendo A e B matrizes tais que o par (A, B) seja controlável, P uma matriz positivamente definida tal que $V(x) = x^T P x$ seja uma função de Lyapunov do sistema (eq.2.25) no seu domínio de operação, D uma matriz positivamente definida, σ um escalar positivo e $\varphi(x, u_{c_h})$ tal que:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_e \\ u_{c_h} \rightarrow u_{c_e}}} \varphi(x, u_{c_h}) = 0 \quad (2.28)$$

Em que, x_e e u_{c_e} são os vectores de estado e de controlo de equilíbrio ou referência.

Capítulo 3

Aplicações Numéricas

3.1 Simulação da Reentrada sem Controlador

O modelo de estudo é descrito pelas eqs.1.19, 1.20, 1.21, 1.22, 1.23 e 1.24, tendo como condições iniciais e finais as que se encontram representadas na tabela 3.1, com o ângulo de ataque de -1.9° e o ângulo de rolamento de 0° .

Recorrendo ao método iterativo de Butcher[14] para a sua simulação e, considerando o modelo exponencial atmosférico representado pela eq.1.2, as funções polinomiais correspondentes aos coeficientes de sustentação e arrasto (eqs.1.28 e 1.27) e à função da variação da força de gravidade com a altitude, representada pela eq.1.25

TABELA 3.1: Condições impostas ao modelo em estudo de um certo spacecraft.

	Condições iniciais	Condições finais
Altitude	121.02^3m	15^3m
Velocidade	$6140.05m/s$	$305m/s$
Ângulo de Trajectória	-1.9°	0°
Latitude	0°	10.99°
Longitude	116.59°	166.48°
Rumo	60°	60°

3.1.1 Dinâmica de Voo

A dinâmica de voo é definida pelas equações da velocidade, dos ângulos de atitude e das taxas de manobra. No sistema não linearizado em estudo, as equações utilizadas são as eq. 1.22, 1.23 e 1.24.

Com a observação do gráfico fig.3.1, respectivo ao comportamento da velocidade do veículo, repara-se que a função inicia-se, aproximadamente, aos $6000m/s$, tendo um declive muito acentuado, até $1000m/s$ num intervalo de tempo de $5s$. Após, estes primeiros segundos, a função toma um declive muito suave, e com algumas oscilações, estabilizando-se muito próximo de zero (valor corresponde à realidade) a partir dos $100s$. Estes valores obtidos não correspondem ao pretendido para o estudo, pois a velocidade deveria estabilizar em torno de um certo valor diferente de zero, para poder realizar a sua fase de aterragem em segurança, como se fosse uma aeronave comum.

Visualizando o gráfico fig.3.2, correspondente ao ângulo de trajectória, verifica-se que a função inicia a $0rad$, tendo um declive mais acentuado até atingir os $20rad$, num intervalo de tempo de $40s$, oscilando e tendendo para estabilizar, em torno de $18rad$ após $125s$. O que mais uma vez, não é o pretendido para o estudo, pois o ângulo de trajectória deveria tomar valores pequenos e negativos, visto que o veículo está numa fase de descida, na reentra na atmosfera terrestre, sendo esta considerada uma fase crítica.

A análise do gráfico fig.3.3, respectivo ao comportamento do rumo, observa-se que os valores se mantêm constantes no eixo dos yy , correspondente ao valor em radianos que a função toma em cada segundo da simulação. Com isto, e apesar da função em si não o demonstrar, concluiu-se que o rumo se mantêm constante.

Em suma, nos gráficos respectivos à simulação do modelo de voo não linearizado nem controlado (fig.3.1 à 3.3), observa-se que o sistema não tende para uma referência, notando-se que as variáveis dispersam-se dos resultados pretendidos e necessários, para realizar uma trajectória de reentrada. Verificando a necessidade de projectar um controlador para forçar o sistema a obedecer as condições impostas.

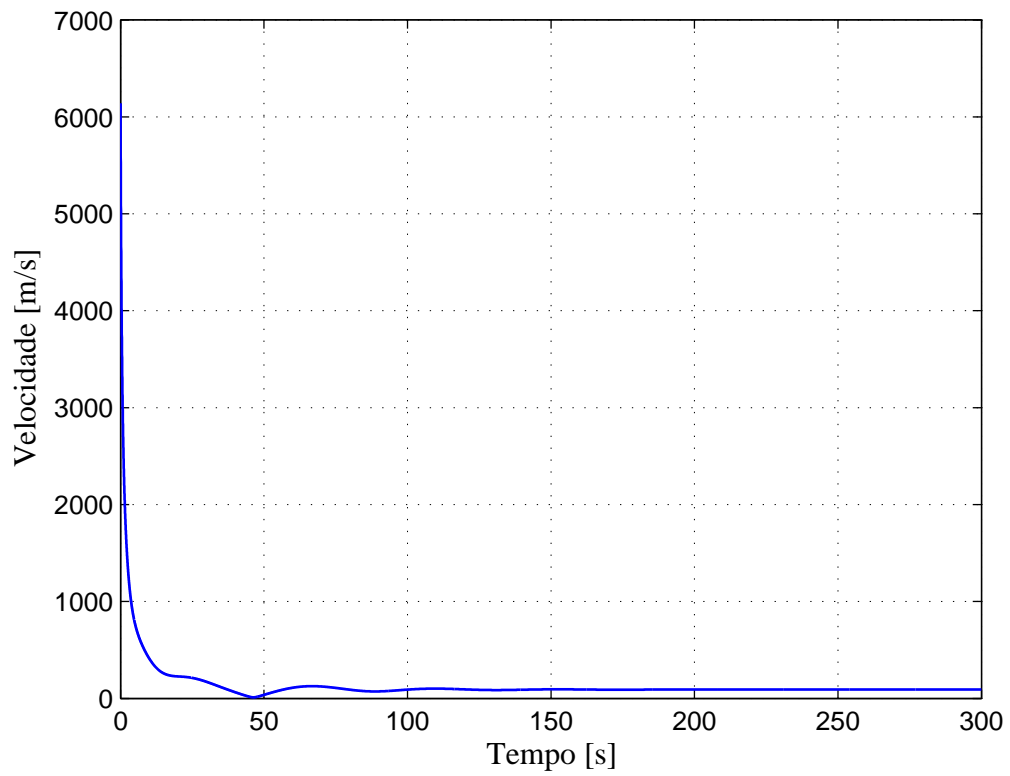


FIGURA 3.1: Simulação da velocidade do modelo não linearizado nem controlado.

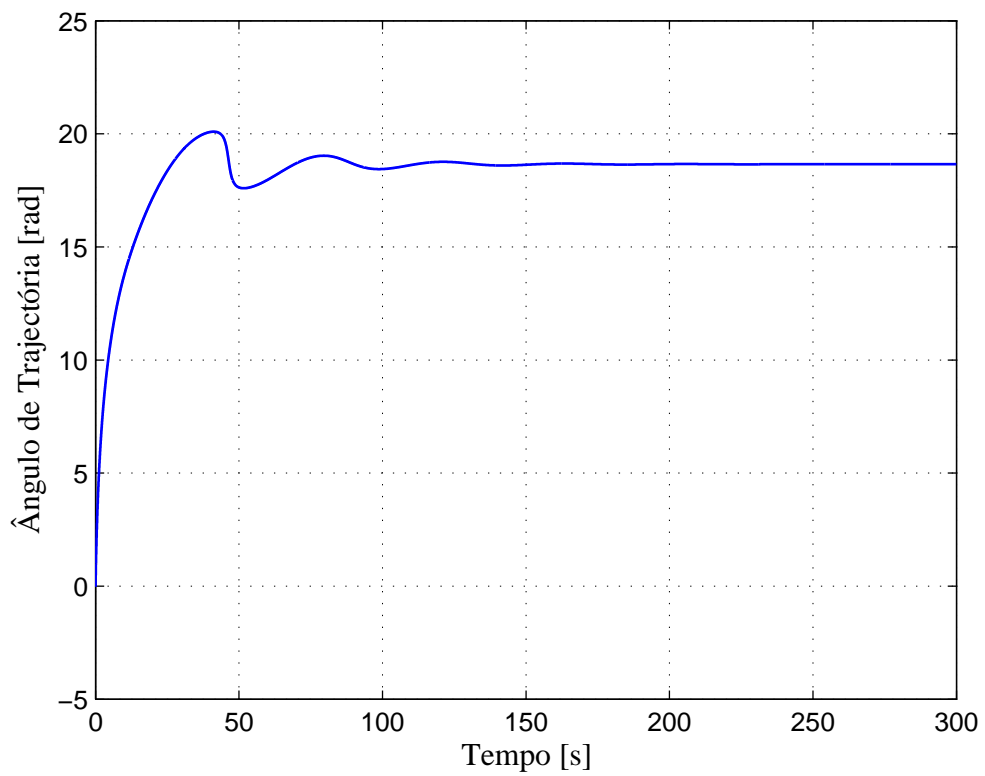


FIGURA 3.2: Simulação do ângulo de trajectória do modelo não linearizado nem controlado.

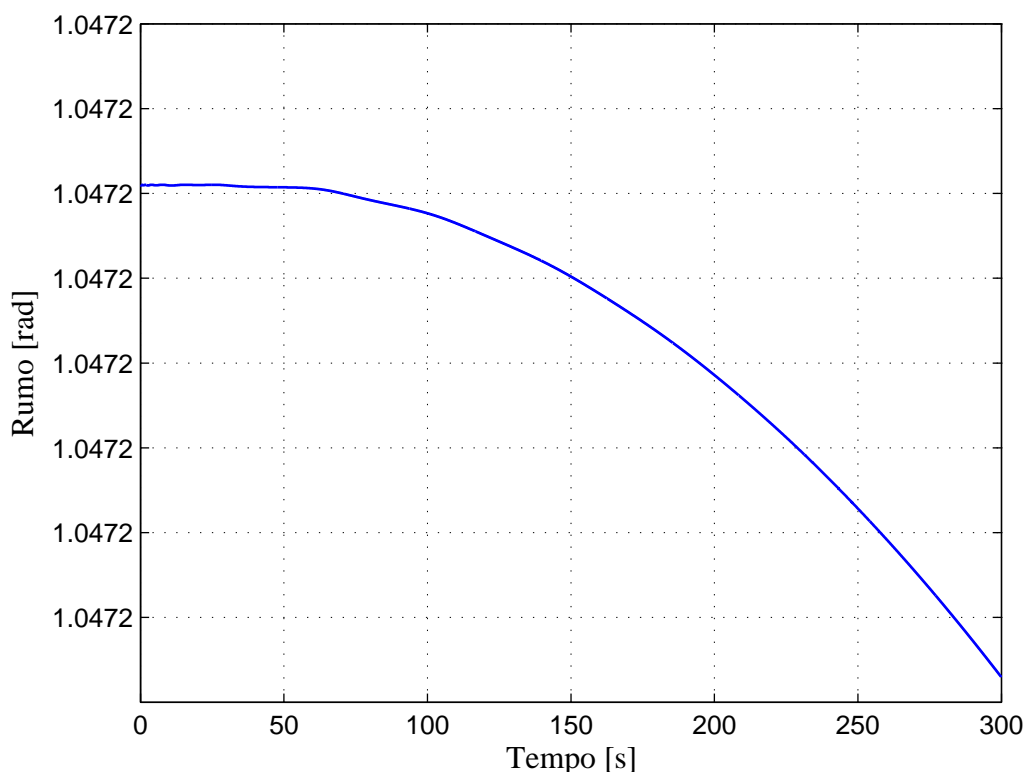


FIGURA 3.3: Simulação do rumo do modelo não linearizado nem controlado.

3.1.2 Navegação na fase de reentrada

A navegação é definida pelas equações da altitude, latitude e longitude, independentemente se se encontram na referência geocêntrica ou geodética, resultando delas a posição do spacecraft. Tanto no sistema não linearizado ou no linearizado em estudo, as equações utilizadas são as eq. 1.19, 1.20 e 1.21, simulando-o através do método iterativo de Butcher[14].

Analisando o gráfico fig.3.4, repara-se que o comportamento da altitude (em relação ao centro da Terra) é descontrolado, visto que contém oscilações até ao instante 125s, variando entre os valores de 6573Km a 6570Km. Apresentando, logo de seguida, um declive não muito acentuado, pois ao fim dos 300s de simulação, em que o veículo deveria tomar uma posição nos 6455km, está numa nos 6567km, levando a concluir que a sua posição em relação à altitude não é a mais correcta para a realização da fase de reentrada.

Em relação, aos gráficos fig.3.5 e fig.3.6, que correspondem respectivamente, ao comportamento da longitude e da latitude, verifica-se que a variação dos valores iniciais aos valores finais, durante os 300s de simulação, não é muito significativa, devido a está se reflectir no valor das centésimas e milésimas, no entanto a posição final do veículo não será a pretendida do estudo, sendo necessário projectar um controlador.

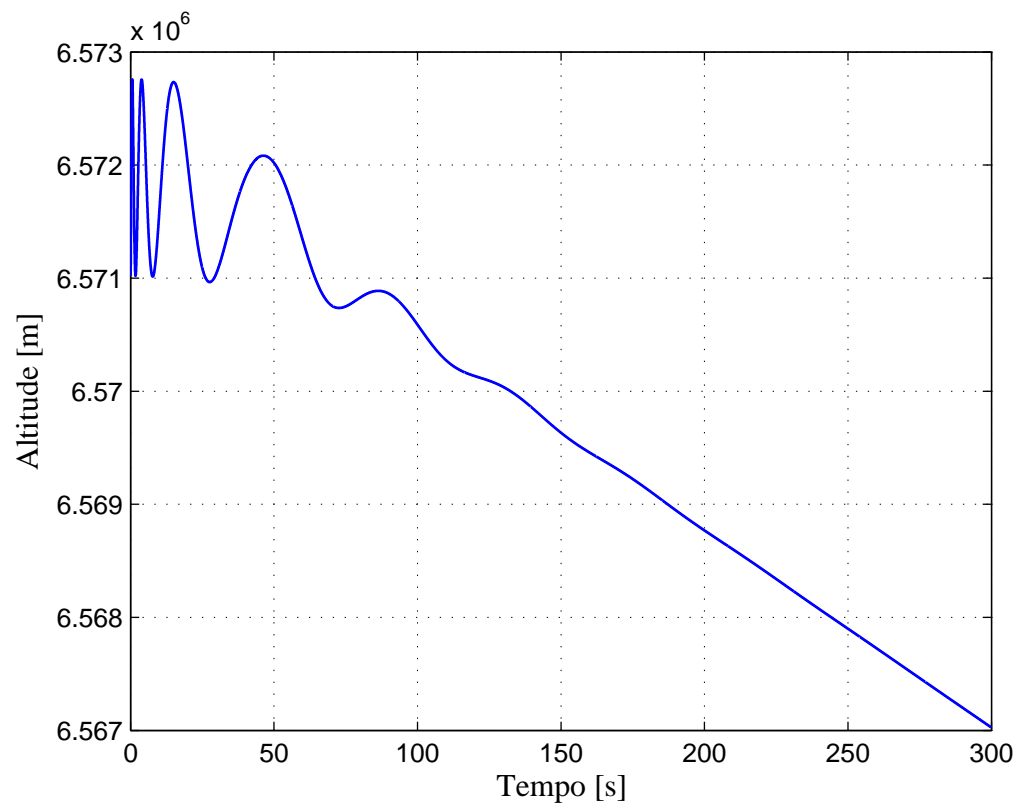


FIGURA 3.4: Simulação da altitude do modelo não linearizado nem controlado.

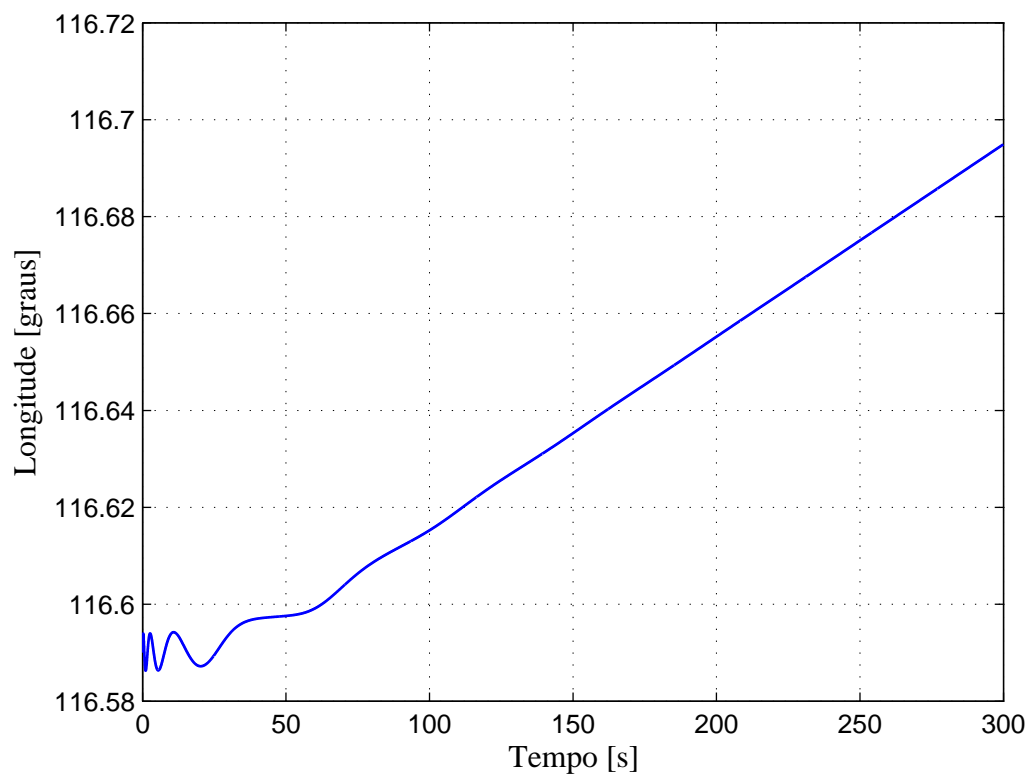


FIGURA 3.5: Simulação da longitude do modelo não linearizado nem controlado.

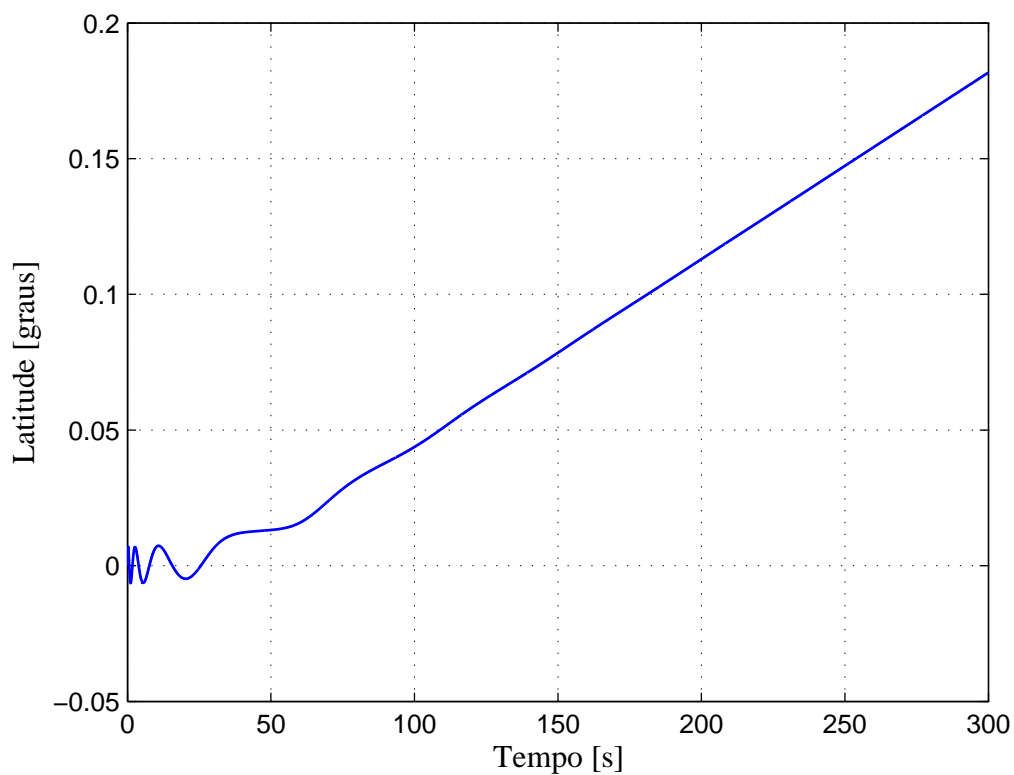


FIGURA 3.6: Simulação da latitude do modelo não linearizado nem controlado.

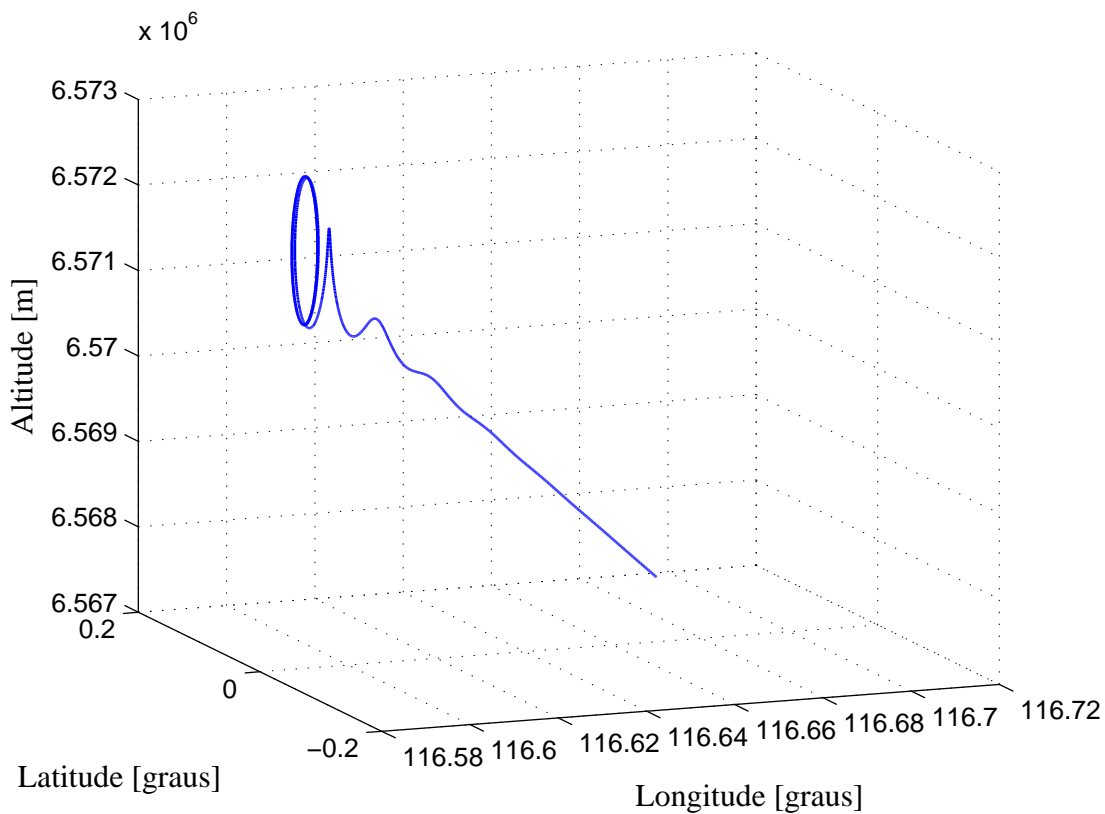


FIGURA 3.7: Simulação 3D do modelo não linearizado nem controlado.

Nos gráficos respectivos à simulação do modelo de voo não linearizado nem controlado (fig.3.4 à 3.6), observa-se que o sistema não tende para uma referência, notando-se que as variáveis dispersam-se dos resultados pretendidos e necessários para realizar uma trajectória de reentrada, e que não obtêm as posições sequenciais mais correctas para o voo, reafirmando com a visualização do gráfico fig.3.7.

3.2 Simulação da Reentrada Controlada

3.2.1 Modelo Numérico

Considerando um sistema como o representado na eq.2.2, com as variáveis de dinâmica rápida (altitude e velocidade longitudinal) normalizadas com um factor igual a dez vezes a velocidade do som, tendo em conta o facto de que as variáveis lentas já foram normalizadas no modelo do voo, ficando todas as variáveis com a mesma dimensão. Onde:

$\tilde{x} = x - x_{ref}$, em que x_{ref} será a origem do sistema de coordenadas da dinâmica de voo, isto é, quando, nos gráficos, $y = 0$ na realidade $y = x_{ref}$.

$$x = \begin{bmatrix} 3750 \\ -150 \\ 120 * \pi / 180 \\ -2.5 * \pi / 180 \\ 121.02 * 10^3 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$x_{ref} = \begin{bmatrix} 305 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 15 * 10^3 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Vector de estado:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{w} \\ \tilde{q} \\ \tilde{\theta} \\ \tilde{h} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

Vector de controlo:

$$\tilde{u}_c = \begin{bmatrix} \tilde{\delta}_e \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$A = \begin{bmatrix} -1.4712 & 0.3552 & -1.9276 & -9.6218 & 0 \\ -0.8260 & -1.8717 & 9.8125 & -1.8951 & 0 \\ 0.7020 & -3.5735 & -11.3920 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ -1.1 & 1.0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.7436 \\ 3.7855 \\ 47.9170 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

E, x_{max} utilizado no método de Bryson[13], para determinar a matriz Q que mais por sua vez é utilizada para calcular a matriz de ganho do controlo K (eq.2.23) para ambos métodos, é:

$$x_{max} = \begin{bmatrix} 6140 \\ 300 \\ \pi \\ 20 * \pi / 180 \\ 121.02 * 10^3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

E, considerando a matriz:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Obtem-se:

Ordem da matriz $A= 5$.

Matriz de Controlabilidade (Δ):

$$\Delta = 1.0 \times 10^5 * \begin{bmatrix} -0.0000 & -0.0009 & 0.0092 & -0.0720 & 0.4348 \\ 0.0000 & 0.0046 & -0.0638 & 0.5795 & -4.0211 \\ 0.0005 & -0.0056 & 0.0466 & -0.2963 & 1.2541 \\ 0 & 0.0005 & -0.0056 & 0.0466 & -0.2963 \\ 0 & 0.0000 & 0.0056 & -0.0739 & 0.6588 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Ordem da matriz $\Delta= 5$.

Matriz de Observabilidade (Θ):

$$\Theta = 1.0 \times 10^3 * \begin{bmatrix} 0.0010 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0010 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0010 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0010 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0010 \\ -0.0015 & 0.0004 & -0.0019 & -0.0096 & 0 \\ -0.0008 & -0.0019 & 0.0098 & -0.0019 & 0 \\ 0.0007 & -0.0036 & -0.0114 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0010 & 0 & 0 \\ -0.0011 & 0.0010 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0005 & 0.0057 & 0.0187 & 0.0135 & 0 \\ 0.0096 & -0.0319 & -0.1305 & 0.0115 & 0 \\ -0.0061 & 0.0476 & 0.0934 & 0.0000 & 0 \\ 0.0007 & -0.0036 & -0.0114 & 0 & 0 \\ 0.0008 & -0.0023 & 0.0119 & 0.0087 & 0 \\ 0.0076 & -0.0772 & -0.1441 & -0.0158 & 0 \\ -0.0795 & 0.5292 & 1.1664 & -0.0325 & 0 \\ 0.0351 & -0.4250 & -0.5843 & -0.0318 & 0 \\ -0.0061 & 0.0476 & 0.0934 & 0.0000 & 0 \\ 0.0091 & -0.0381 & -0.1510 & -0.0033 & 0 \\ -0.0487 & 0.6622 & 0.8543 & 0.0728 & 0 \\ 0.4986 & -5.1870 & -7.9743 & -0.2384 & 0 \\ -0.1108 & 2.8958 & 2.3867 & 0.4674 & 0 \\ 0.0351 & -0.4250 & -0.5843 & -0.0318 & 0 \\ -0.0879 & 0.6141 & 1.3250 & -0.0151 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ordem da matriz $\Theta= 5$.

Matriz de ganho do controlo (K):

$$K = \begin{bmatrix} -8.5363 & 5.7488 & 0.5132 & -64.1120 & 10.0024 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Matriz da função de Lyapunov (P):

$$P = 1.0^3 * \begin{bmatrix} 0.0148 & -0.0108 & 0.0009 & 0.1360 & -0.0173 \\ -0.0108 & 0.0103 & -0.0009 & -0.1261 & 0.0159 \\ 0.0009 & -0.0009 & 0.0001 & 0.0107 & -0.0013 \\ 0.1360 & -0.1261 & 0.0107 & 1.5530 & -0.1944 \\ -0.0173 & 0.0159 & -0.0013 & -0.1944 & 0.0250 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Vector dos valores próprios:

$$e = \begin{bmatrix} -48.0062 \\ -6.3910 \\ -2.0116 \\ -0.5132 + 0.5276i \\ -0.5132 - 0.5276i \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

O sistema de estudo é controlável e observável, visto que a matriz da controlabilidade (eq.3.9) e a matriz da observabilidade (eq.3.10) obedecem às condições necessárias. Em que, a sua ordem tem de ser igual à da matriz A do sistema, sendo esta igual a 5, como representado acima.

Obtendo, que o sistema é controlável é permitido projectar um controlador para estabilizar, o mesmo, em torno da referência.

A matriz P é a igual para os dois controladores, pois a diferença entre eles consiste na equação do cálculo da iteração do vector de controlo.

3.2.2 Projecto do Controlador LQR

Após, a obtenção da matriz K , projectou-se um controlador LQR de acordo com a eq.2.23, simulando-o através do método iterativo de Butcher [14].

Ao observar, o gráfico fig.3.8, correspondente ao comportamento da velocidade longitudinal com o controlador LQR, repara-se que a função inicia-se aos $3500m/s$, tendo uma variação, em que desce, para além dos $2500m/s$, subindo, de seguida, até aos, aproximadamente, $2800m/s$, num intervalo de tempo de 5 a 10s. Após, atingir o valor de $2800m/s$, a função acompanha a referência, tendo um decréscimo suave e progressivo no declive. Aos 260s, a função toma os mesmo valores que a referência. Estabilizando-se, aos 300s, em torno do valor zero, que corresponde, na realidade, a $305m/s$.

Visualizando o gráfico fig.3.9, que representa a variação da velocidade de descida com o controlador LQR, verifica-se que a função inicia aos $0.4m/s$, apresentando uma variação até aos $-1.4m/s$, subindo e iniciando a sua estabilização aos -0.25 , num intervalo de 10s. Dos 10s até

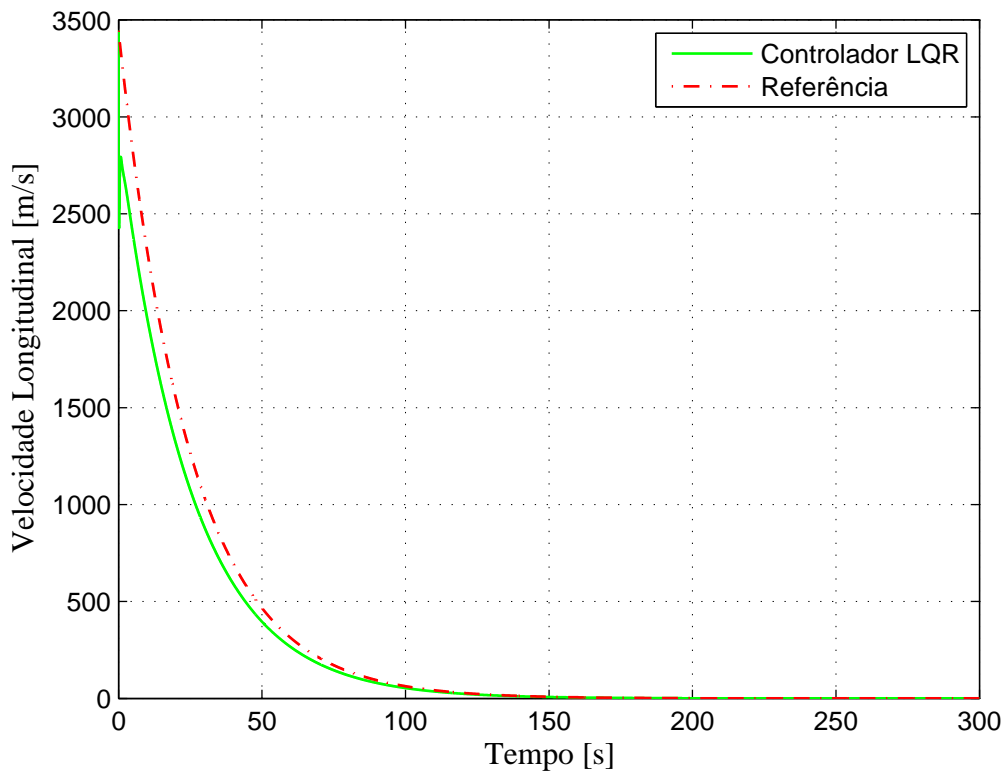


FIGURA 3.8: Variação da Velocidade Longitudinal em relação ao LQR.

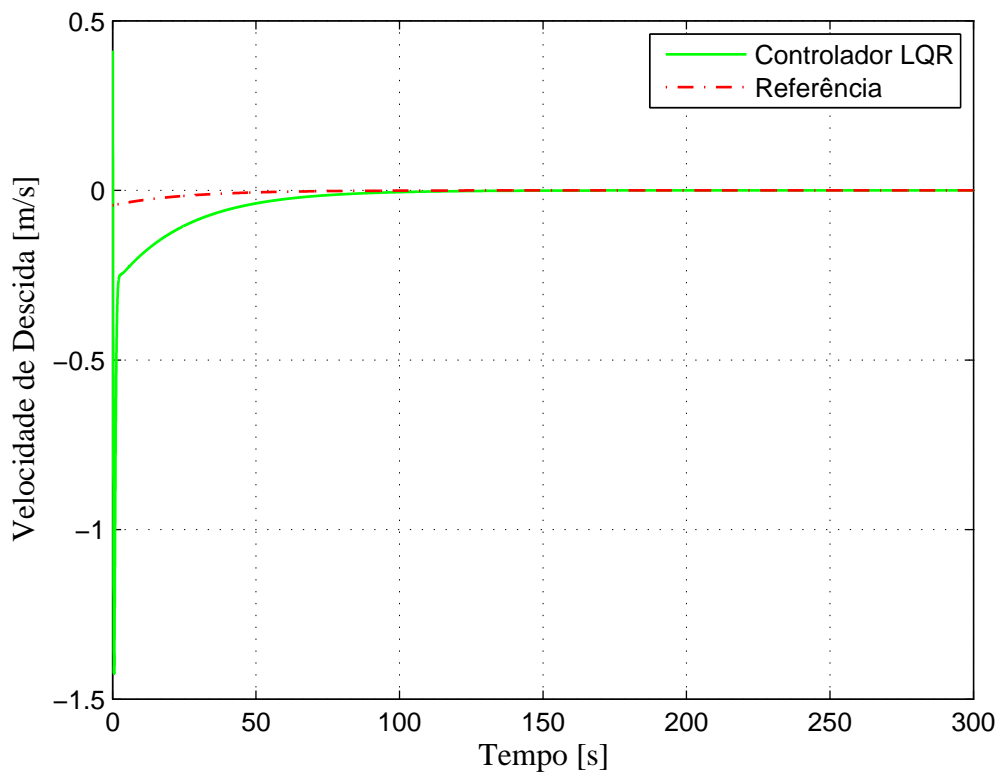


FIGURA 3.9: Variação da Velocidade de Descida em relação ao LQR.

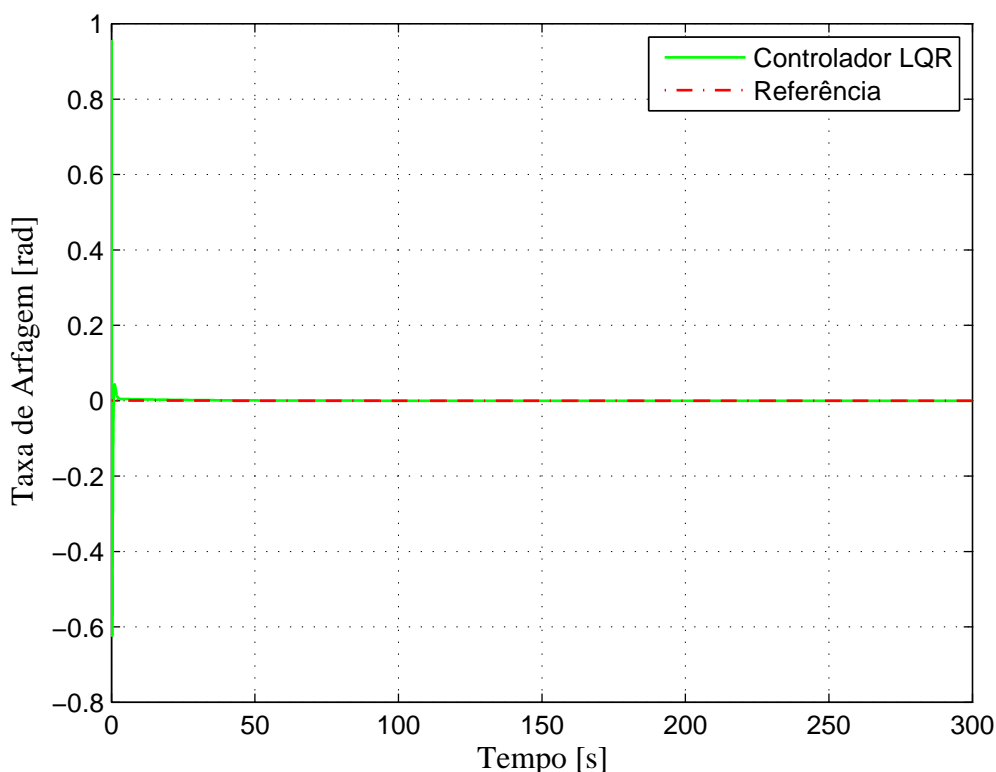


FIGURA 3.10: Variação da Taxa de Arfagem em relação ao LQR.

aos 90s, a função apresenta um decréscimo suave e progressivo no declive. Estabilizando-se, de seguida, por completo em torno da referência, correspondente a $0m/s$.

Analisando o gráfico fig.3.10, respectivo ao comportamento da taxa de arfagem com o controlador LQR, visualiza-se que a função inicia muito próximo de $1rad$, apresentando uma variação, mais ou menos, até aos $-0.6rad$, subindo, de seguida, até aos $0.05rad$, num intervalo de tempo de 5 a 8s. Estabilizando em torno de zero, e atingindo a referências aos 10s.

Em relação ao gráfico fig.3.11, correspondente ao ângulo de arfagem com o controlador LQR. Observa-se que, a função inicia aos $0.05rad$, variando até aos $-0.16rad$, começando a estabilizar, num intervalo de 5s de simulação. Ao fim de 150s de simulação, a função atinge a referência, estabilizando em torno de zero, correspondente, também, a $0rad$ na realidade, verificando um decréscimo suave a progressivo até este ponto.

Examinando o gráfico fig.3.12, respectivo à variação da altitude com o controlador LQR, visualiza-se que o ponto inicial da função é coincidente ao inicial da referência ($105Km$), desviando-se um bocadinho da referência, acompanhando-a até à estabilização em torno de zero, correspondente a $15Km$ na realidade, ao fim de 125s. O desvio apresentado pela função de altitude em relação à referência, é o erro existente, que se mantém constante durante o tempo de simulação.

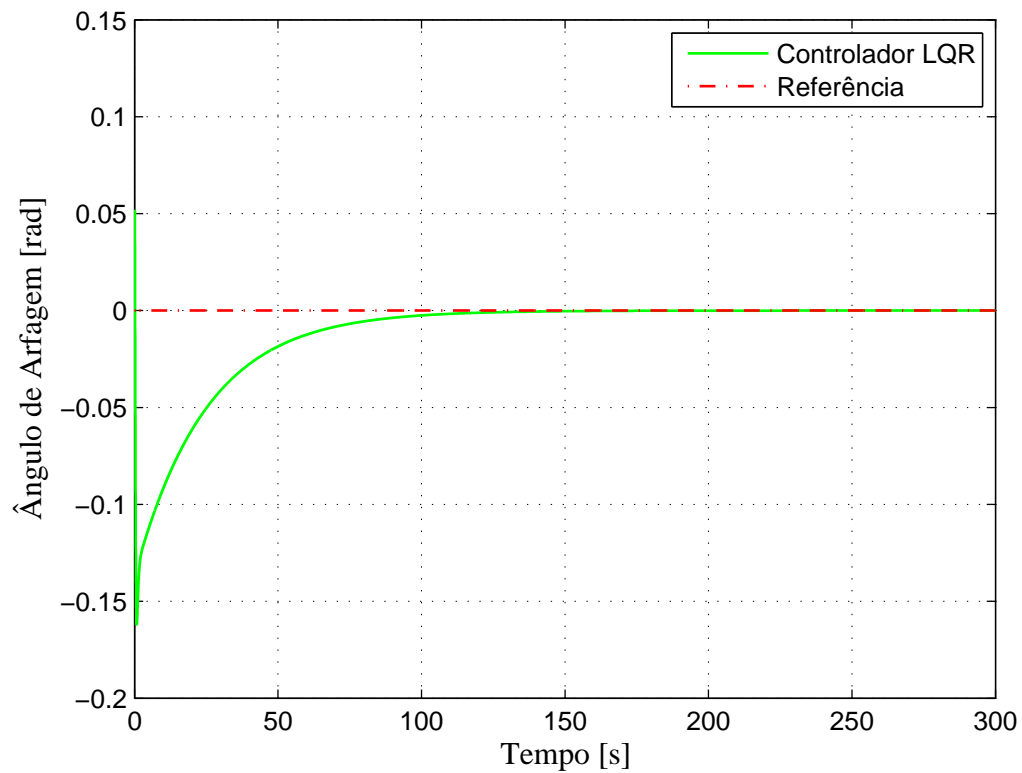


FIGURA 3.11: Variação do Ângulo de Arfagem em relação ao LQR.

Exergando o gráfico fig.3.13, que a função do ângulo de ataque, inicia aos $0.5rad$, variando até aos $-1.05rad$, atingindo a estabilização ao fim de $10s$, em torno de $-0.3rad$.

Por fim, relativamente, ao gráfico fig.3.14, correspondente ao comportamento do ângulo de trajetória com o controlador LQR, verifica-se que a função inicia aos $-0.006rad$, tendo uma variação até aos $-0.028rad$, começando a estabilizar, em torno de -0.014 , num intervalo de 5 a $10s$.

Os resultados dos gráficos aqui apresentados, encontram-se de acordo com os resultados previstos pela teórica. Visto que, o controlador LQR estabiliza as variáveis em torno da referência imposta.

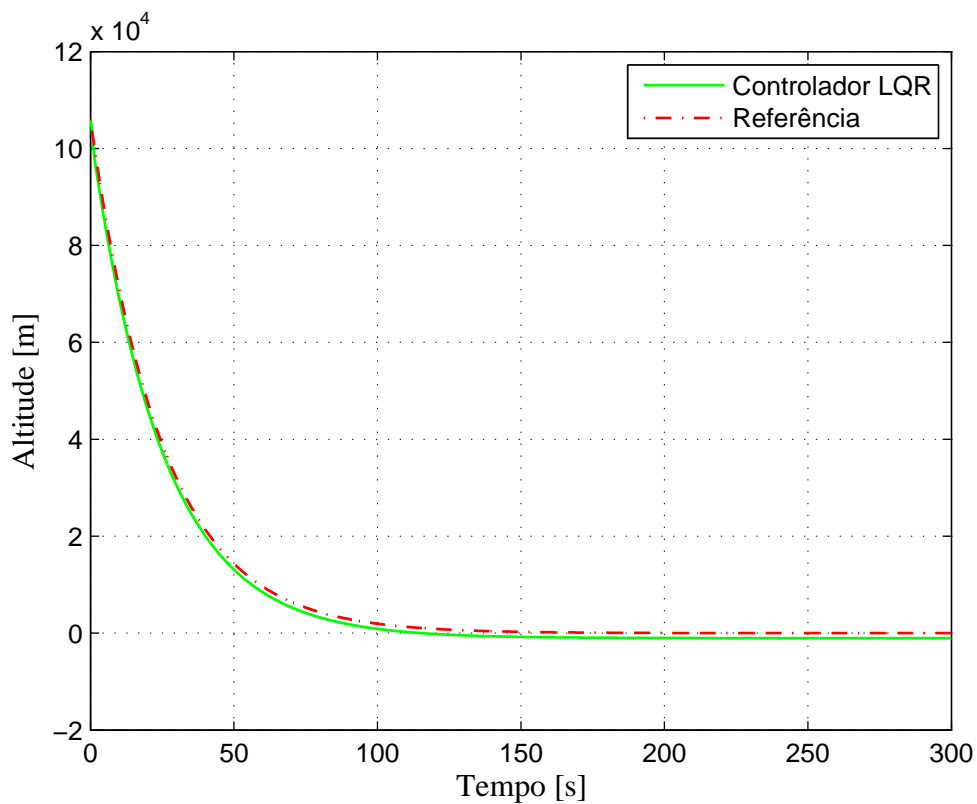


FIGURA 3.12: Variação da Altitude em relação ao LQR.

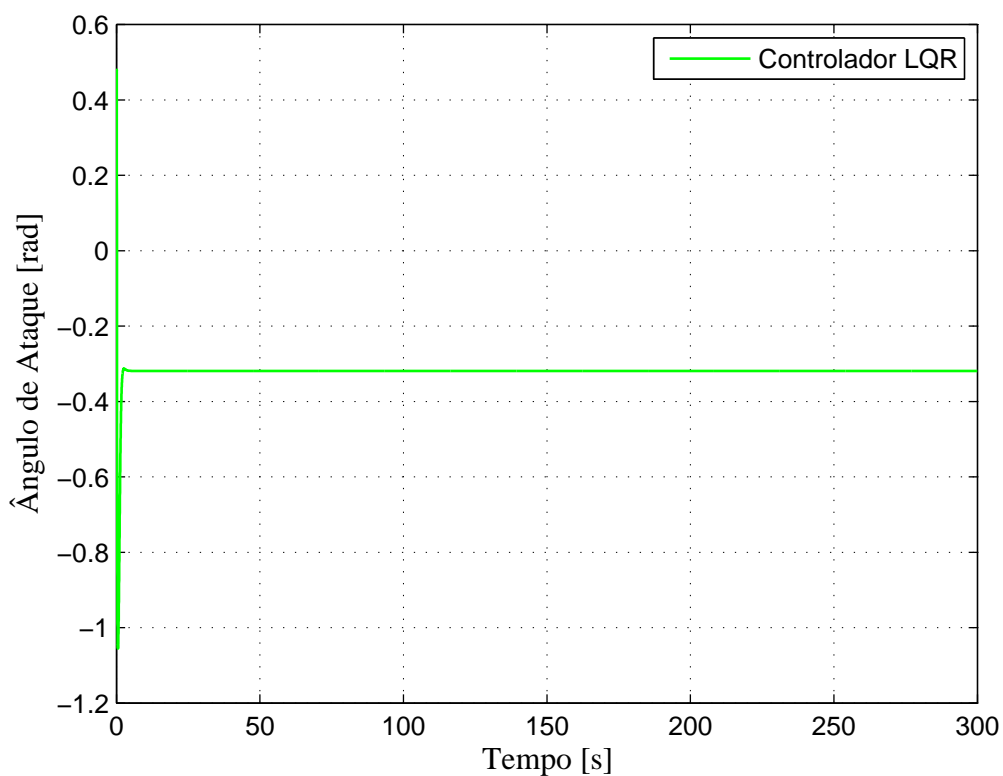


FIGURA 3.13: Variação do Ângulo de Ataque em relação ao LQR.

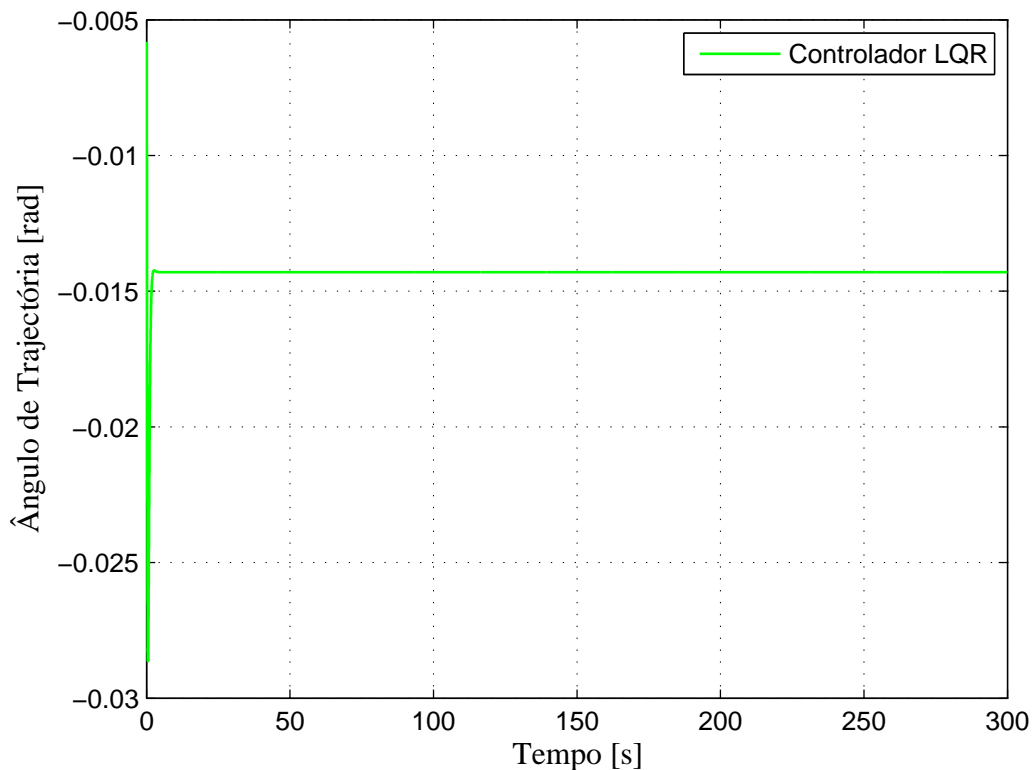


FIGURA 3.14: Variação do Ângulo de Trajectória em relação ao LQR.

3.2.3 Projecto do Controlador de Trajectória

Com a obtenção da matriz da função de Lyapunov (P), através do LQR, e considerando que $\sigma = 0.01$ (este deve ser um valor pequeno, mas maior que zero), projectou-se um Controlador de Trajectória para o sistema em estudo. Podendo assim comparar os resultados dos dois controladores (LQR e Controlador de Trajectória).

Ao observar o gráfico fig.3.15, correspondente à velocidade longitudinal, pode-se reparar que logo nos primeiros segundos de simulação, a função correspondente ao controlo de trajectória tende logo acompanhar a referência, enquanto que a função do controlador LQR, desce do ponto inicial (aproximadamente $3500m/s$) até aos $2500m/s$, subindo novamente, até aos $2800m/s$, tentando a partir deste acompanhar a referência. Visualiza-se também, que o declive de ambas funções (excluindo os primeiros segundos em que o declive da função do controlador LQR é mais acentuado do que a do controlador de trajectória), têm um declive muito semelhante até aos 50s de simulação, diminuindo o mesmo até se tornar constante e nulo a partir dos 210s, ficando coincidentes com a referência, ou seja a velocidade atinge, na realidade, o valor de $305m/s$.

Analisando o gráfico fig.3.16, respectivo ao comportamento da velocidade de descida, pode-se confirmar que a função correspondente ao controlador de trajectória é mais rápida e suave e

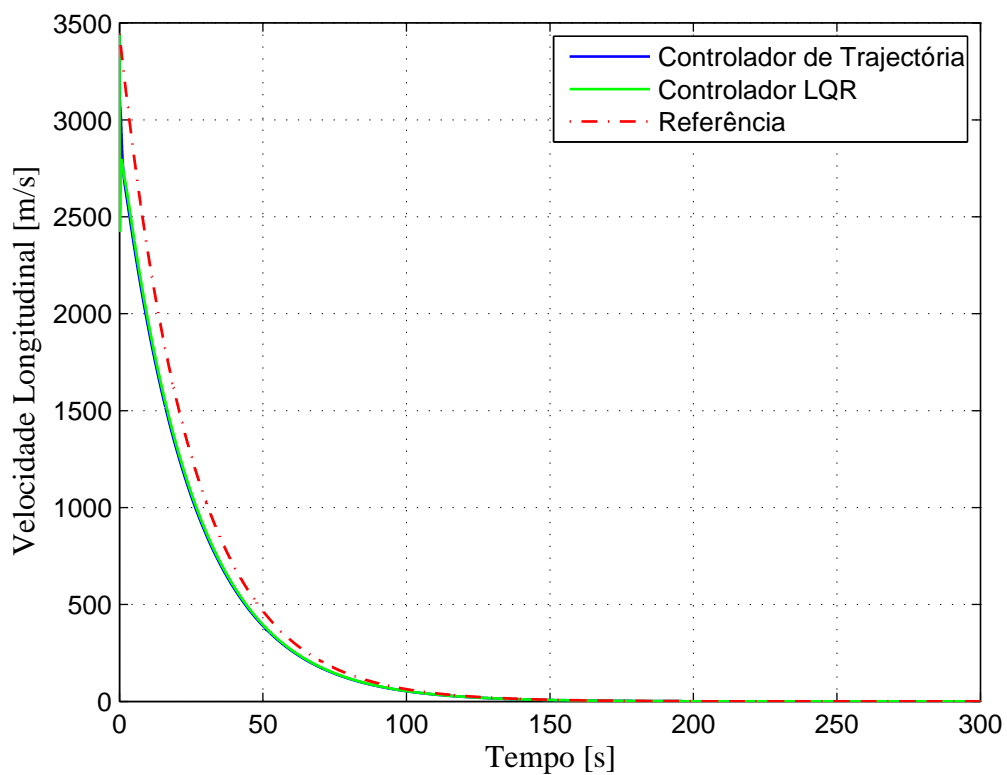


FIGURA 3.15: Variação da Velocidade Longitudinal em relação aos controladores.

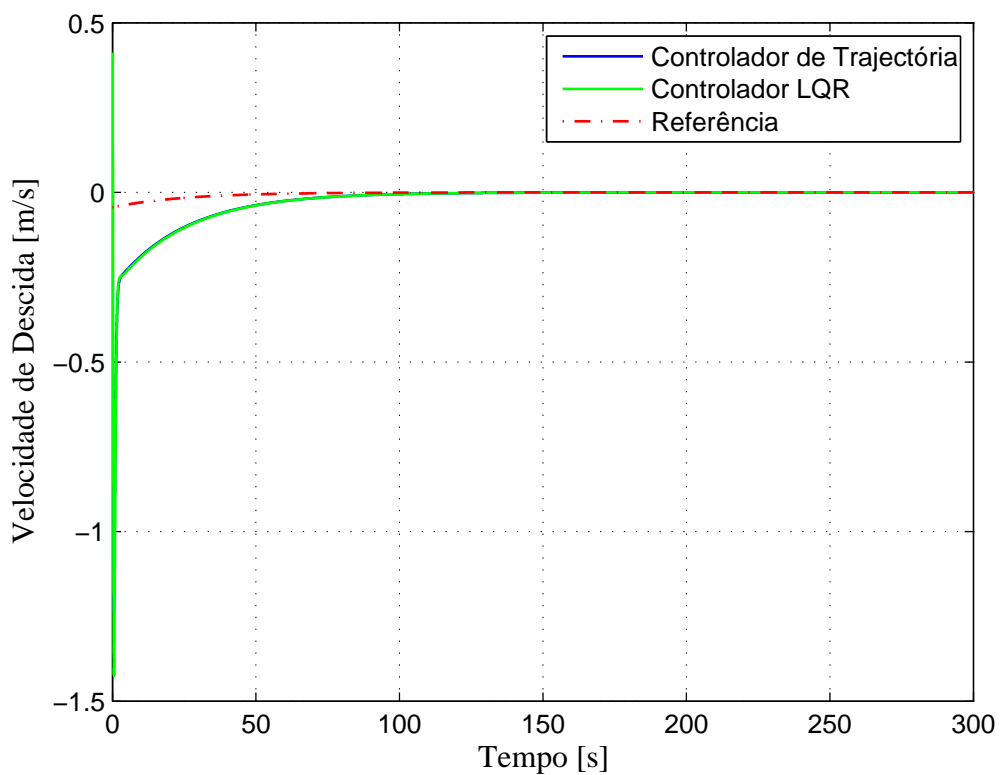


FIGURA 3.16: Variação da Velocidade de Descida em relação aos controladores.

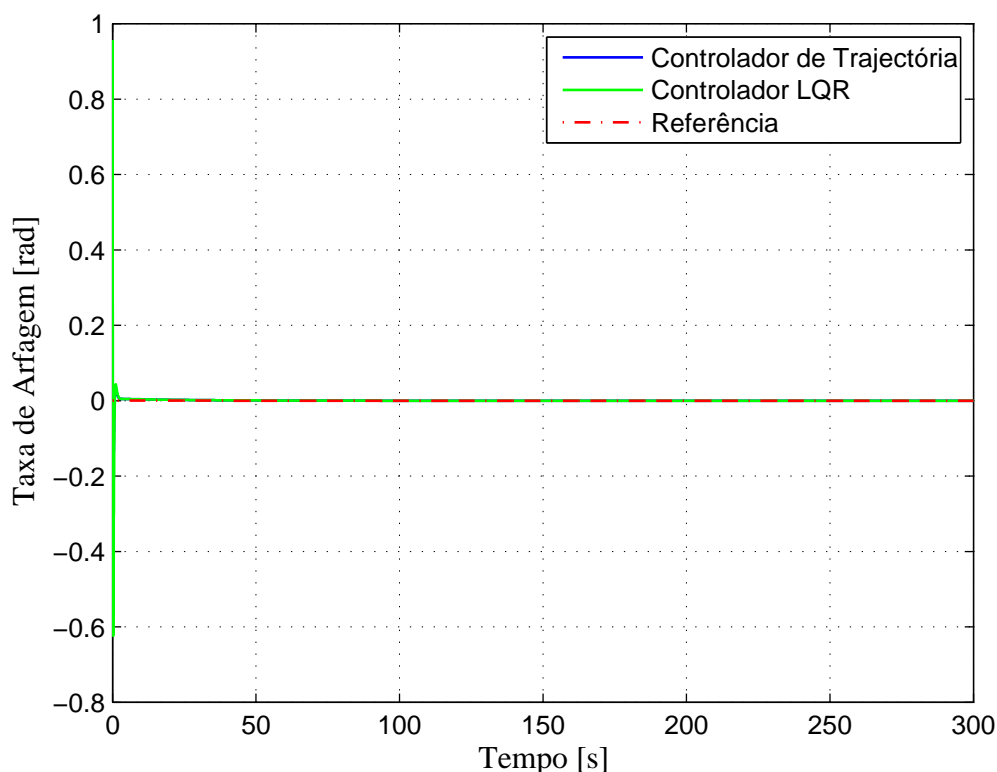


FIGURA 3.17: Variação da Taxa de Arfagem em relação aos controladores.

estabilizar, visto que o seu ponto inicial é aproximadamente de $0m/s$, descendo até a $-1m/s$, subindo e começando a estabilizar aos $-0.25m/s$ num intervalo de tempo de $10s$, atingindo a referência aos $90s$ e estabilizando por completo em torno de zero, que corresponde a $0m/s$. Em relação à função respectiva ao controlador LQR, esta inicia aproximadamente aos $0.4m/s$, descendo até aos $-1.4m/s$, subindo e começando a estabilizar aos $-0.25m/s$ num intervalo de tempo de $10s$, em que também passa a ter o comportamento muito semelhante à função correspondente ao controlador de trajectória.

Em relação ao gráfico fig.3.17, correspondente ao comportamento da taxa de arfagem, a função respectiva ao controlador LQR inicia muito próximo de $1rad$, tendo uma variação, mais ou menos, até aos $-0.6rad$, variando novamente até $0.05rad$, num intervalo de tempo de 5 a $8s$, estabilizando e atingindo a referência aos $10s$. Enquanto, a função correspondente ao controlador de trajectória inicia $0.03rad$, tendo uma variação, mais ou menos, até aos $-0.2rad$, variando novamente até $0.03rad$, num intervalo de tempo de 5 a $8s$, estabilizando e atingindo a referência aos $10s$. Ambas as funções estabilizam em torno de zero, correspondendo também à estabilização real, $0rad$.

Visualizando o gráfico fig.3.18, respectivo ao ângulo de arfagem, pode-se reparar que a função correspondente ao controlador de trajectória, inicia aos $0rad$, variando até aos $-0.15rad$, iniciando a estabilizar após um $5s$, com um declive suave, atingindo a referência real ($0rad$) aos

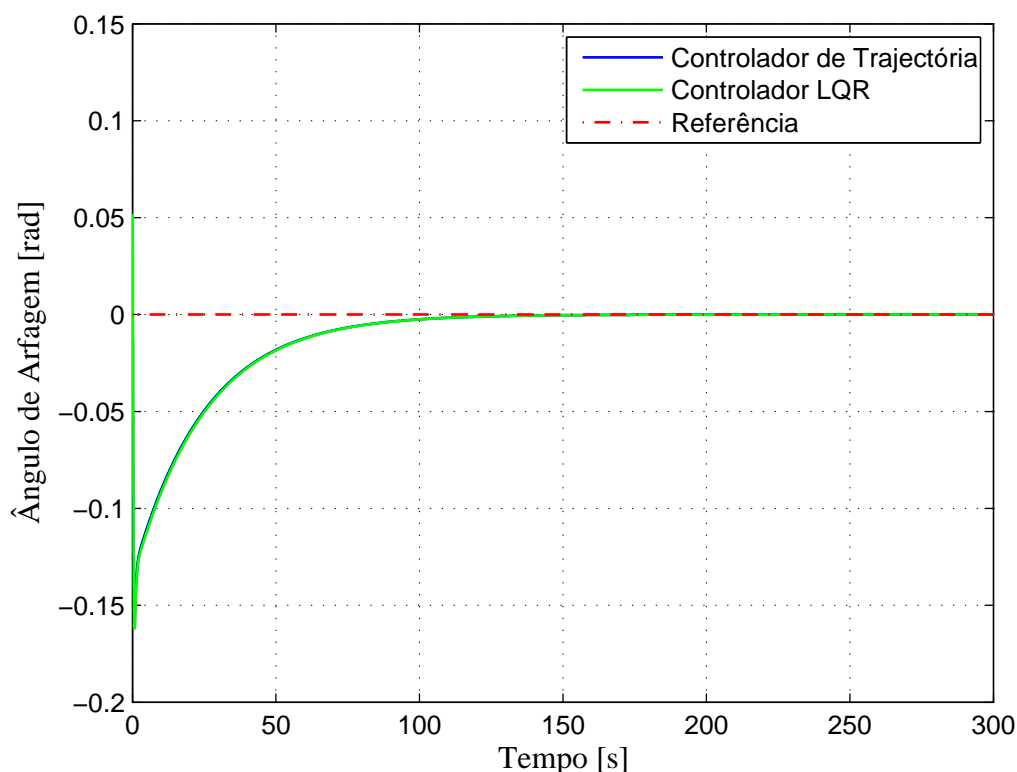


FIGURA 3.18: Variação do Ângulo de Arfagem em relação aos controladores.

150s. Em relação à função correspondente ao controlador LQR, esta inicia aos $0.05rad$, tendo uma variação até aos $-0.16rad$, começando a estabilizar após um 5s, com um comportamento muito semelhante ao da função do controlador de trajectória.

Examinando o gráfico fig.3.19, respectivo à variação da altitude com os controladores LQR e controlador de trajectória, visualiza-se que o ponto inicial das funções é coincidente ao inicial da referência ($105Km$), desviando-se, ambas as funções, um bocadinho da referência. Enquanto que, a função correspondente ao LQR, mantém o erro constante em relação à referência, a função do controlador de trajectória diminui o seu erro ficando coincidente com a referência aos 60s. Mas, ambas as funções acompanham a referência até à estabilização em torno de zero, correspondente a $15Km$, na realidade, ao fim de 260s.

Como se pode observar no gráfico fig.3.20, correspondente ao comportamento do ângulo de ataque, a função do controlador de trajectória inicia-se aos $-0.05rad$, tendo uma variação até aos $-0.95rad$, atingindo a estabilização ao fim de 5 a 8s em torno de $-0.32rad$. Em relação à função do controlador LQR, esta inicia-se aos $0.05rad$, tendo uma variação até aos $-1.05rad$, atingindo a estabilização ao fim de 10s em torno de $-0.32rad$.

Por fim, observando o gráfico fig.3.21, respectivo ao comportamento do ângulo de trajectória, concluiu-se, mais uma vez, que o controlador de trajectória é mais rápido e suave que o LQR.

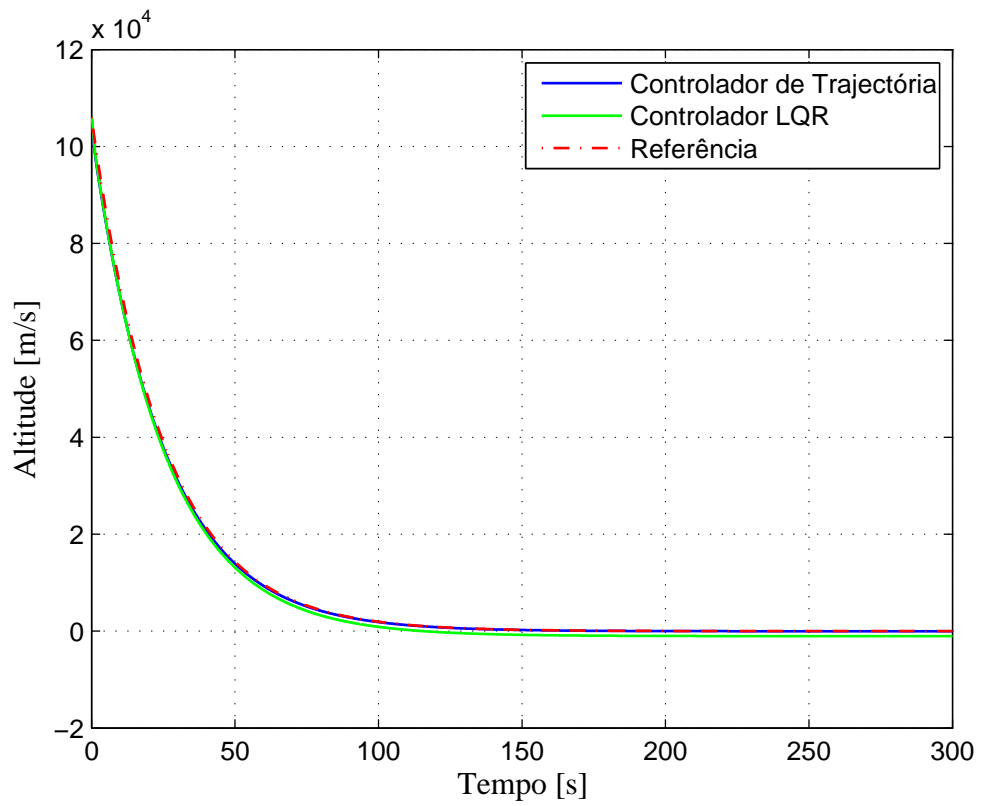


FIGURA 3.19: Variação da Altitude em relação aos controladores.

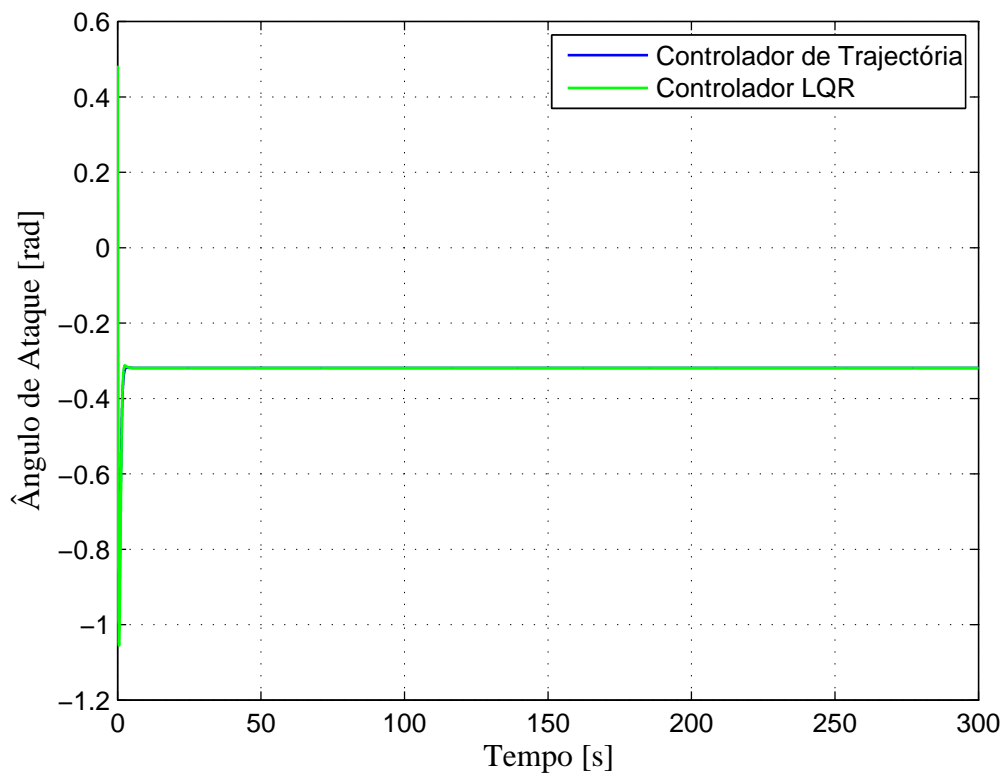


FIGURA 3.20: Variação do Ângulo de Ataque em relação aos controladores.

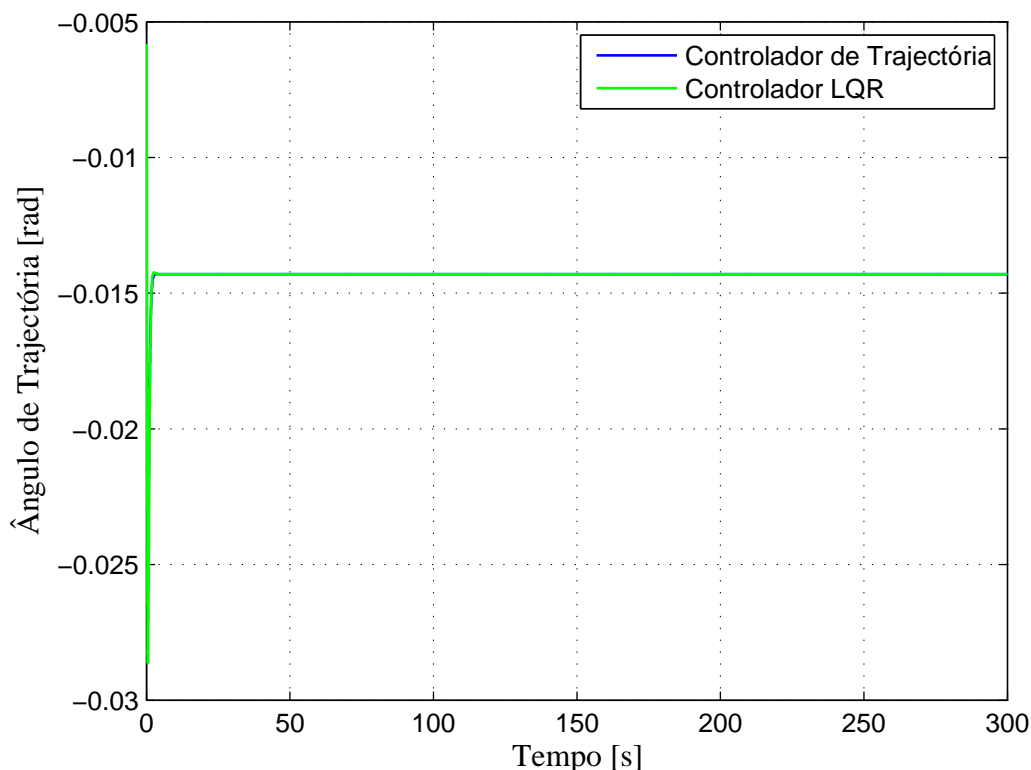


FIGURA 3.21: Variação do Ângulo de Trajectória em relação aos controladores.

Visto que, a função respectiva ao controlador de trajectória, inicia perto dos $-0.01rad$, tendo uma variação até aos $-0.025rad$, começando a estabilizar, por completo, ao fim de 5 a 8s de simulação, em torno de $-0.014rad$. Enquanto que, a função respectiva ao controlador LQR inicia, aproximadamente, aos $-0.006rad$, tendo uma variação até aos $-0.028rad$, começando a estabilizar, em torno de $-0.014rad$, num intervalo de 5 a 8s de simulação.

Os resultados dos gráficos aqui apresentados, encontram-se de acordo com os resultados previstos pela teórica. Verifica-se que o controlador de trajectória é mais rápido e suave a estabilizar do que o controlador LQR, apesar de ambos forçarem o sistema de estudo a estabilizar no valor de referência imposto, ou seja em torno de zero, que corresponde ao facto da variação da variável se igualar ao valor de referência, obtendo o resultado nulo na sua diferença.

A sua origem advém do facto da iteração do vector de controlo, no LQR, depender somente da matriz de controlo K e do vector de estado iterado anteriormente. No controlador de trajectória, a iteração do vector de controlo é considerado um erro relacionado com a diferença entre o vector de estado iterado anteriormente com o vector de estado de referência. Uma função de erro relacionada com a diferença entre a função obtida por cada iteração e com o sistema dependente da matriz A e B , itera-se sempre o novo vector de controlo na vizinhança do vector de controlo

iterado anteriormente. Observa-se também, que em cada iteração é realizada uma nova iteração sobre o erro e a nova função de erro.

3.2.4 Dinâmica de Voo

Enquanto que, no sistema linearizado, são as equações que correspondem somente à parte do voo longitudinal, que estão representadas pelas eqs. 1.31, 1.32, 1.33 e 1.34, sabendo que:

$$V = \sqrt{u^2 + w^2}, v = 0 \quad (3.14)$$

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (3.15)$$

$$\alpha = \arctan \frac{w}{u} \quad (3.16)$$

Só as podendo utilizar porque o sistema em estudo é observável.

A simulação da dinâmica na reentrada foi realizada através do método iterativo de Butcher[14].

O modelo simulado, foi o modelo que está representado: pelos vectores de estado e controlo eq.3.3 e eq.3.4, pelas matrizes A e B (eqs.3.5 e 3.6) e pelas condições eqs.3.1, 3.2 e 3.7.

Obtendo os resultados descritos pelas eqs.3.11, 3.12 e 3.13.

Após os resultados dos gráficos fig.3.1 a fig.3.3, simulou-se um modelo, linearizado e controlado, correspondente só à fase de voo longitudinal, representado pelos resultados dos gráficos fig.3.22, fig.3.23 e fig.3.24.

No gráfico fig.3.22, pode-se verificar que a velocidade toma o valor inicial de, aproximadamente, $3500m/s$, tendo um declive mais acentuada até aos $2500m/s$, num intervalo de $10s$. Seguidamente, visualiza-se que o declive vai suavizando até ser completamente constante, fazendo variar a velocidade dos $2500m/s$ até aos $0m/s$, sendo esta a referência para a estabilização, correspondendo a $305m/s$, na realidade. A função estabiliza-se por completo, após os $210s$ de simulação. O que significa, que o veículo terá uma desaceleração muito elevada nos primeiros $10s$, e depois, uma desaceleração mais progressiva e suave até atingir a velocidade ideal, para iniciar a sua fase de aterragem.

Observando o gráfico fig.3.23, correspondente ao ângulo de trajectória, que já foi inicialmente comentado nos resultados do capítulo 2, em relação ao gráfico fig.3.21, verifica-se que inicia, aproximadamente, aos $-0.01rad$, tendo uma variação até aos $-0.025rad$, começando a estabilizar a $1s$, estabilizando por completo ao fim de 5 a $8s$ de simulação, em torno de $-0.014rad$, sendo um valor aceitável para a fase de reentrada, visto que este tem de ser pequeno para não causar danos no veículo, e também negativo devido a encontrar-se numa fase de descida.

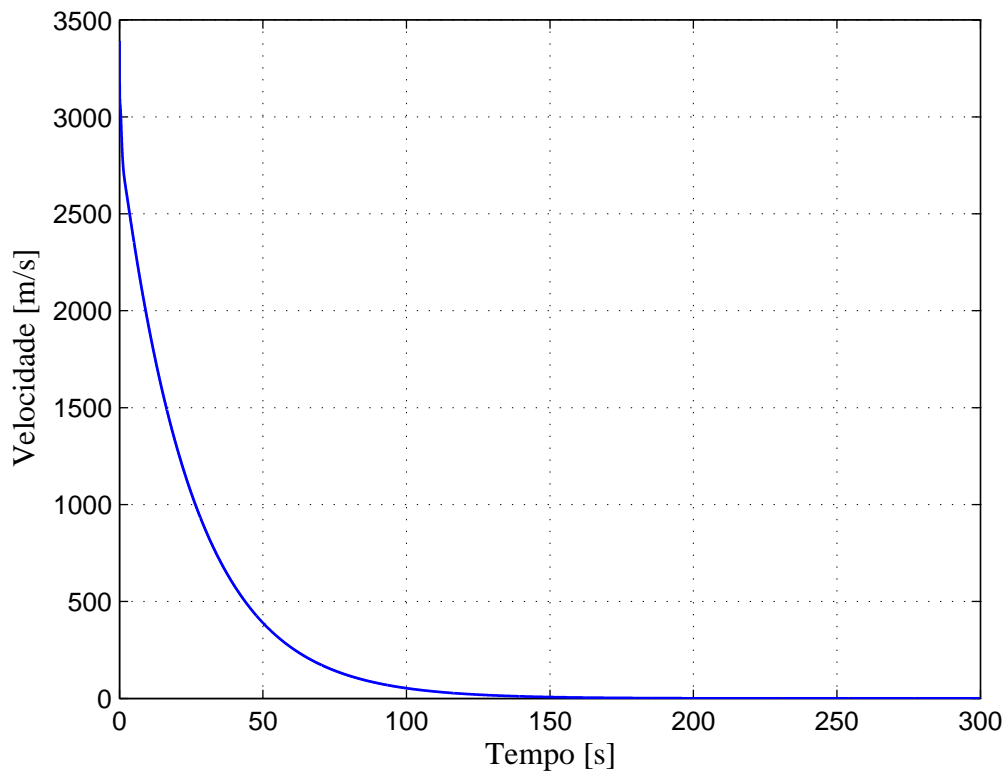


FIGURA 3.22: Simulação da velocidade com o controlador de trajetória.

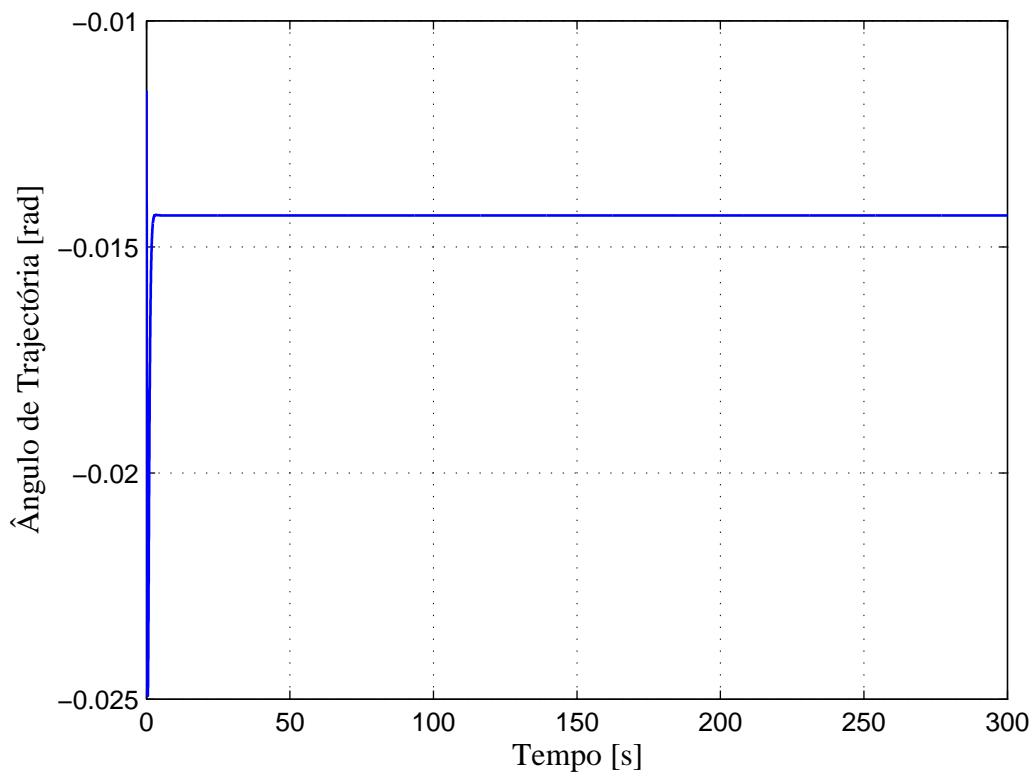


FIGURA 3.23: Simulação do ângulo de trajetória com o controlador de trajetória.

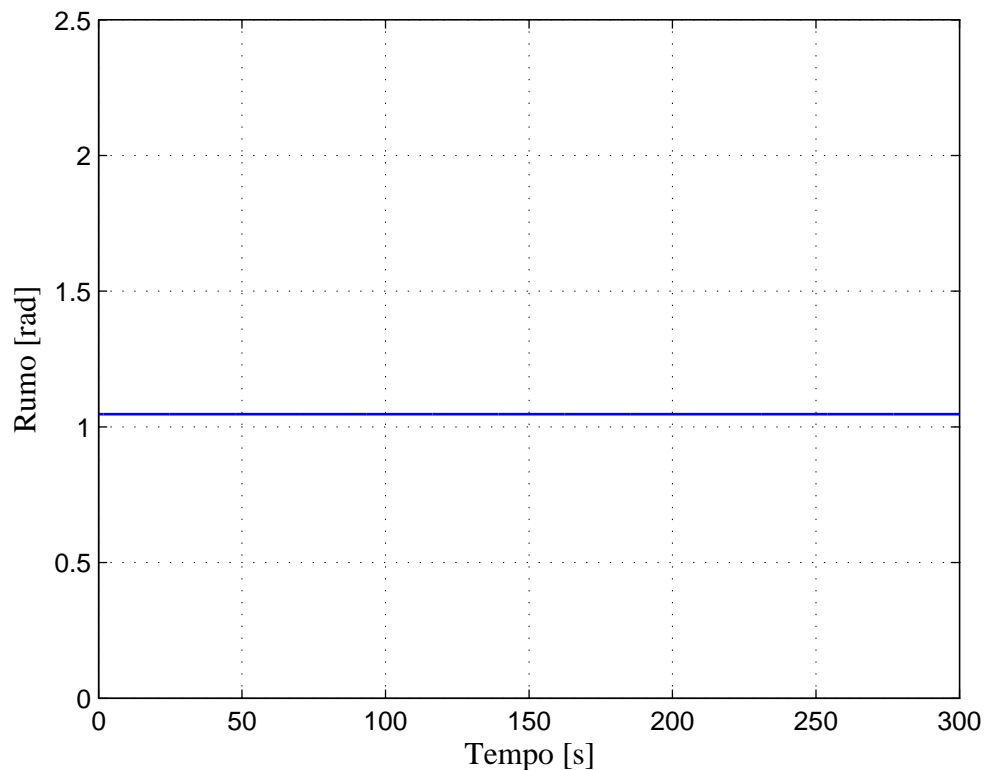


FIGURA 3.24: Simulação do rumo com o controlador de trajectória.

Analisando o gráfico fig.3.24, respectivo ao comportamento do rumo, visualiza-se que o rumo mantém-se constante ao longo dos 300s de simulação, ou seja tem um declive nulo, confirmando que de facto a fase de reentrada efectua-se praticamente num plano.

Em suma, ambas variáveis estabilizam em torno de um valor, sendo que a velocidade estabiliza em torno das referências impostas, enquanto que o ângulo de trajectória e o rumo são obtidos indirectamente do sistema, estabilizando-se em valores completamente aceitáveis para a fase crítica em estudo.

3.2.5 Navegação na fase de reentrada

O modelo simulado, foi o modelo que está representado: pelos vectores de estado e controlo eq.3.3 e eq.3.4, pelas matrizes A e B (eqs.3.5 e 3.6) e pelas condições eqs.3.1, 3.2 e 3.7.

Obtendo os resultados descritos pelas eqs.3.11, 3.12 e 3.13.

Após os resultados dos gráficos fig.3.4 a fig.3.6, simulou-se um modelo, linearizado e controlado, correspondente só à fase de voo longitudinal, representado pelos resultados dos gráficos fig.3.25, fig.3.26 e fig.3.27.

Analisando o gráfico fig.3.25, pode-se visualizar que a altitude toma um valor inicial, aproximadamente, de 110Km, tendo um declive um pouco mais acentuado até aos 40Km, num intervalo de 25s. Seguidamente, o seu declive torna-se mais suave e tende para ser nulo, progressivamente. A função estabiliza em torno de zero, que corresponde na realidade à referência de 15Km, aos 260s. Também, se pode observar, que a função da altitude acompanha sempre, ao longo dos 300s de simulação a função de referência, concluindo que a altitude encontra-se completamente controlada. E que, aos 300s de simulação o erro entre os valores tomados pela função da altitude com o controlador de trajectória e a referência, será de 20 a 25cm, o que não se torna significativa.

Observando os gráficos fig.3.26 e fig.3.27, que correspondem, respectivamente, ao comportamento da longitude e da latitude, pode-se verificar uma diferença muito baixa (existe só variação a nível centesimal), levando a considerar uma loxodromia[16] entre os valores iniciais (ponto A) e os valores finais (ponto B). Uma loxodromia[16] consiste numa curva na superfície terrestre que forma o mesmo ângulo com qualquer meridiano. Tendo as seguintes propriedades:

- Qualquer loxodromia diferente de um paralelo é uma espiral logarítmica à volta da Terra e contem os pólos por prolongação.
- Por dois pontos da superfície terrestre com latitudes diferentes passa uma infinidade de loxodromias.
- A trajectória na superfície terrestre de um veículo com rumo constante descreve uma loxodromia (se o vento for desprezável).
- Uma loxodromia é uma espiral na superfície terrestre.

Se A e B forem dois pontos na superfície terrestre:

$$A(0^\circ, 116.6^\circ) \quad B(7.7^\circ, 121.1^\circ)$$

Longitude diferencial entre A e B:

$$(\Delta G_{AB})_{min} = |G_A - G_B| \times 60 = |116.31 - 121.18| \times 60 = 270_{NM}$$

Latitude de A:

$$L_A^* = \frac{10800}{\pi} \ln\left[\tan\left(\frac{L_A}{2} + 45^\circ\right)\right] = 0_{NM}$$

Latitude de B:

$$L_B^* = \frac{10800}{\pi} \ln\left[\tan\left(\frac{L_B}{2} + 45^\circ\right)\right] = 463.39_{NM}$$

Latitude diferencial entre A e B:

$$(\Delta L_{AB}^*)_{min} = |L_A^* - L_B^*| = |0 - 463.39| = 463.39_{NM}$$

Latitude média entre A e B:

$$L_m = \frac{1}{2}(L_A + L_B) = \frac{1}{2}(0 + 7.7) = 3.85^\circ$$

Ângulo loxodrómico (V):

$$\tan V = \frac{(\Delta G_{AB})_{min} \times \cos L_m}{(\Delta L_{AB}^*)_{min}} = 0.5813$$

$$V = 30.25^\circ$$

Distância loxodrómica (em milha náutica) entre A e B:

$$(AB)_{NM}^{loxo} = \frac{(\Delta L_{AB}^*)_{min}}{\cos V} = 536.43 \approx 993.3Km$$

Ângulo de correcção de Givry:

$$\gamma = \frac{(\Delta G_{AB})_{min}}{2} \sin L_m = 9.06^\circ$$

Ou seja, por 136Km que o veículo desce em altitude, realizará uma loxodromia de 993.3Km em relação à superfície terrestre, e como o ângulo de correcção de Givry é menor que 10°, reforça mais uma vez, que a fase de reentrada efectua-se num só plano, em que os pontos A e B estão próximos.

Ao visualizar o gráfico fig.3.28, conclui-se que de facto a reentrada é realizada num só plano, atingindo suavemente a posição final pretendida.

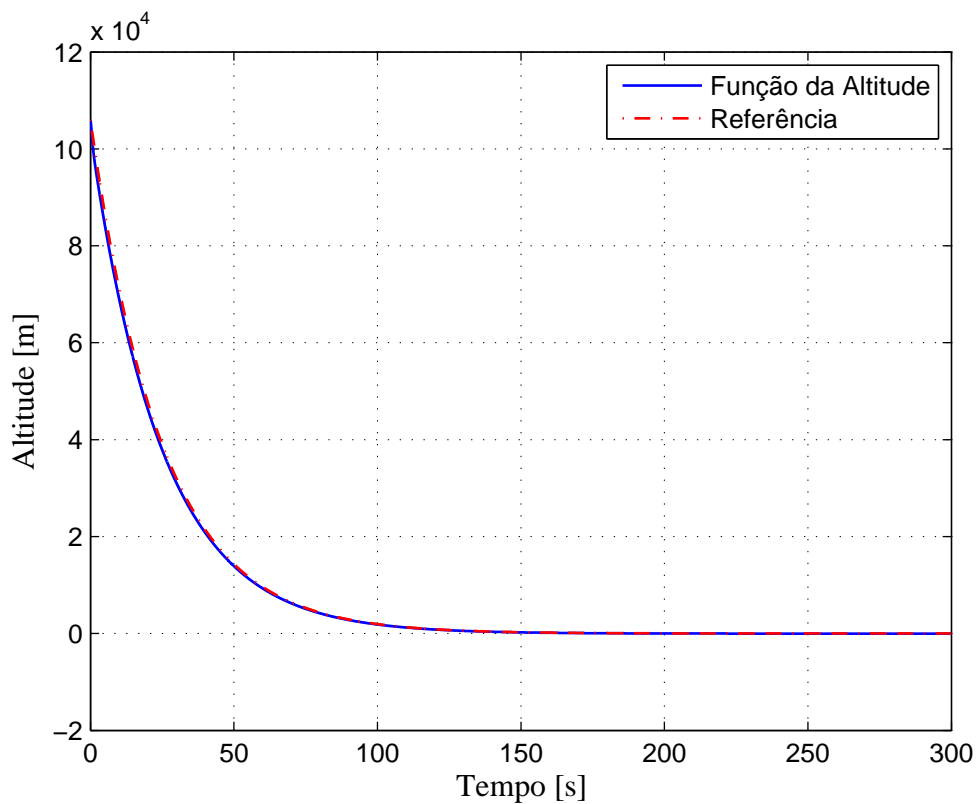


FIGURA 3.25: Simulação da altitude com o controlador de trajetória.

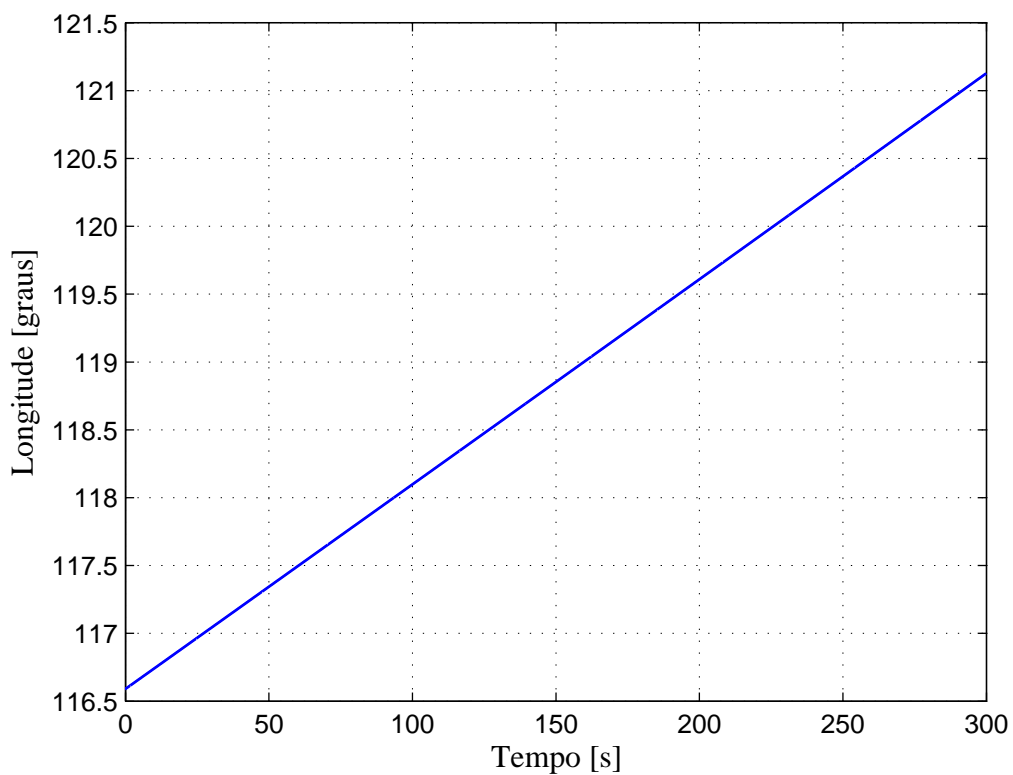


FIGURA 3.26: Simulação da longitude com o controlador de trajetória.

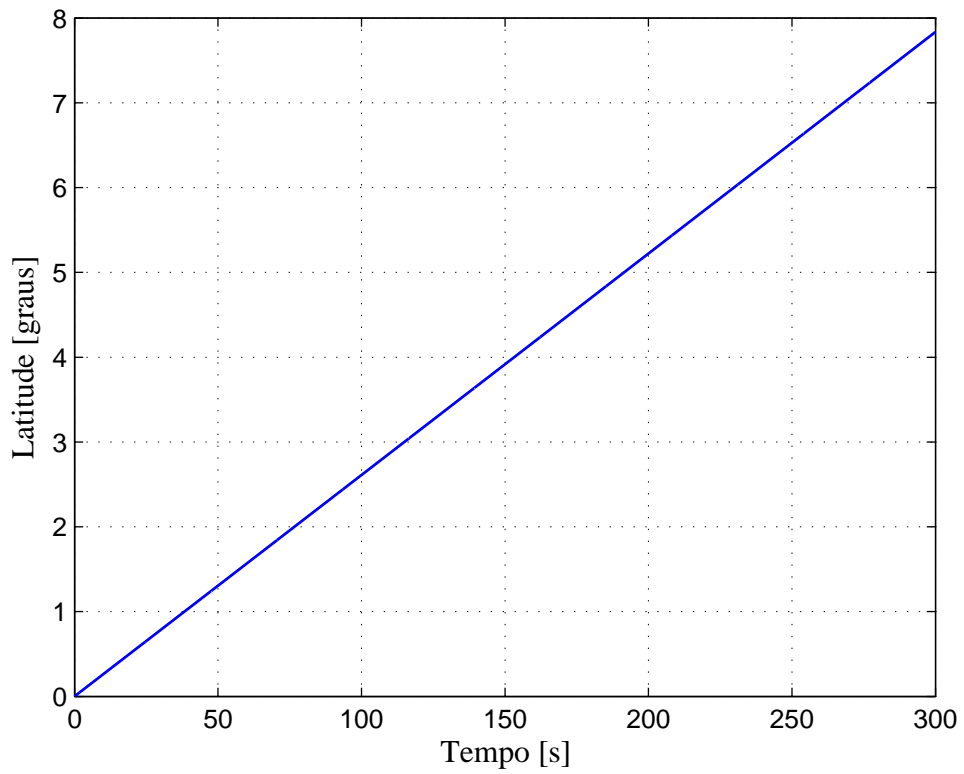


FIGURA 3.27: Simulação da latitude com o controlador de trajetória.

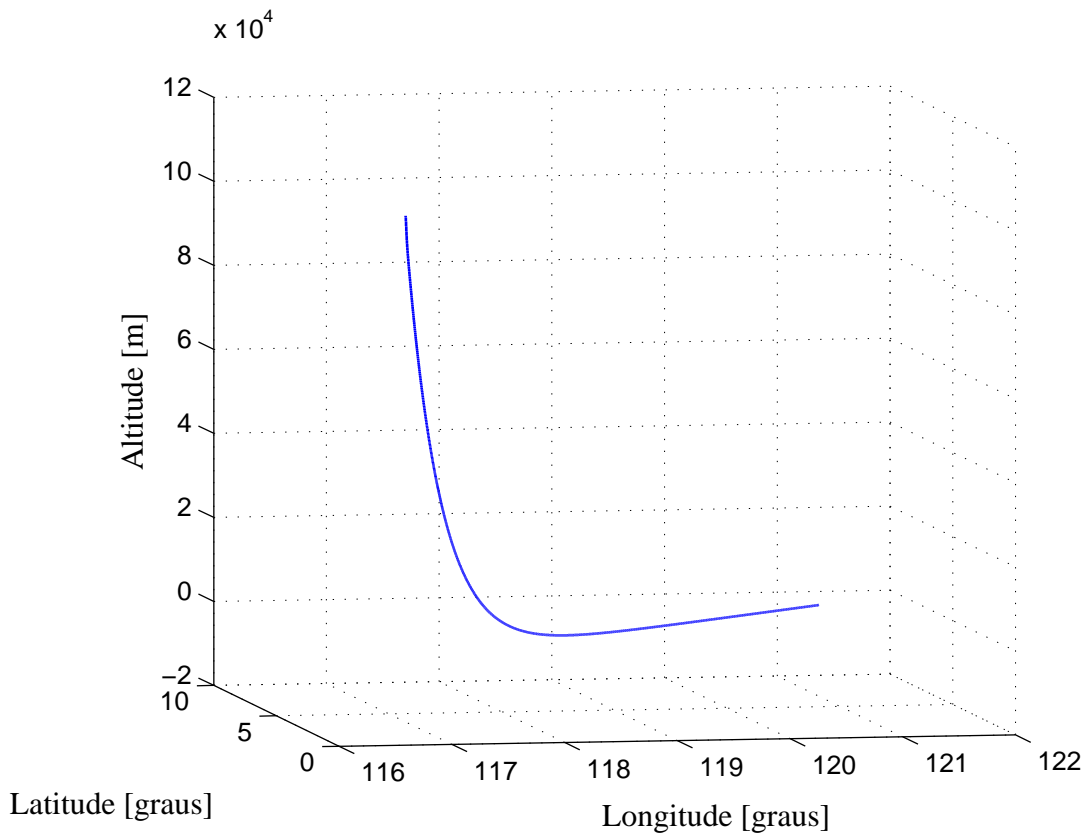


FIGURA 3.28: Simulação 3D do modelo com o controlador de trajetória.

3.2.6 Interpretação dos Resultados

Com a visualização dos gráficos correspondentes à velocidade, incluindo a longitudinal e de descida, (figs.3.8, 3.9, 3.15, 3.16 e 3.22) conclui-se que o veículo, nos primeiros segundos (aproximadamente 25s), terá uma desaceleração muito rápida, provocando uma onda de choque que afastará um pouco de temperatura da superfície do mesmo, contribuindo para a preservação e segurança dos seus componentes.

Os mesmos primeiros segundos, correspondem também, a uma descida mais rápida em relação à altitude, como se pode verificar nos gráficos figs. 3.12, 3.19 e 3.25. Esta variação, terá uma influência directa na desaceleração do veículo, pois à medida, em que se desce em altitude, encontra-se mais partículas de água na atmosfera, provocando uma maior fricção com o veículo, resultando numa maior força de arrasto. Contribuindo, para que o veículo quando atingir a altitude de referência esteja com a velocidade de referência, o que acontece ao fim de 260s de simulação.

Como o veículo apresenta uma velocidade muito elevada, nos 10 primeiros segundos, o controlador terá de forçar o sistema a estabilizar, nesse mesmo tempo, as variáveis correspondentes aos ângulos de trajectória e ataque, para não existir uma falha na reentrada. Verifica-se nos gráficos figs.3.13, 3.14, 3.20 e 3.21, que realmente, os ângulos de trajectória e de ataque se estabilizam nesse tempo, em torno de um valor negativo e pequeno, correspondendo a uma descida mais suave e segura, de forma a realizar a reentrada numa só passagem, com uma desaceleração adequada. Podendo, fundamentar com a visualização dos gráficos figs.3.11 e 3.18, respectivos ao ângulo de arfagem, e com a dos gráficos figs.3.10 e 3.17, correspondentes à taxa de arfagem, visto que este também estabilizam em torno de *0rad*, apesar do ângulo de arfagem só obter a estabilização aos 150s, o que significa que o veículo terá com a posição correcta para iniciar a fase de aterragem.

Relativamente, ao rumo (gráfico fig.3.24), latitude (gráfico fig.3.27) e longitude (gráfico fig.3.26), analisando em conjunto, conclui-se que a reentrada é efectuada num só plano, devido ao facto do rumo ser constante e a variação da latitude e longitude é pequena, concluindo que o ponto inicial (A ou x_0) e o ponto final (B ou x_f) são próximos. O que significa, que o veículo iniciará a reentrada, aproximadamente, nas mesmas coordenadas que pretende realizar a sua aterragem na superfície terrestre, pois a velocidade de rotação da Terra é considerada nula devido a ser muito pequena em comparação com a velocidade do veículo, reconfirmando com a visualização do gráfico fig.3.28, respectivo à simulação da navegação tridimensional.

Ou seja, como todas as variáveis estão interligadas, ao conseguir controlar, principalmente, a altitude, consegue-se controlar as restantes variáveis.

Capítulo 4

Conclusão

Depois de uma extensiva pesquisa de informação sobre o tema proposto, elaborou-se uma revisão bibliográfica com informação necessária para a realização do trabalho pretendido.

Inicialmente, simulou-se a dinâmica e navegação de um modelo de voo não linearizado nem controlado de um certo veículo aeroespacial. Concluiu-se com a visualização dos gráficos que era necessário projectar um controlador para forçar o sistema a ir das condições iniciais (x_0) às finais (x_f), dentro de um domínio K

De seguida, projectou-se dois controladores (controlador LQR e Controlador de Trajectória) num modelo já linearizado e normalizado. Em comparação com os resultados dos controladores, observou-se que ambos estabilizam o sistema, e forçam-no para a referência escolhida, sendo o controlador de trajectória mais suave e mais rápido.

De notar também que o estudo foi realizado somente para a parte do modelo correspondente ao voo longitudinal, devido ao facto de o rumo se manter constante durante a fase de reentrada.

Para finalizar, simulou-se a dinâmica e navegação do modelo já linearizado e controlado pelo controlador de trajectória, visualizando que de facto o rumo se mantém constante, a latitude e a longitude variam pouco, pois o ponto inicial (A ou x_0) é próximo do ponto final (B ou x_f), de acordo com o ângulo de correcção de Givry. O que transmite que a reentrada é realizada num só plano mantendo praticamente estas duas coordenadas, pois a velocidade da rotação da Terra é muito pequena em relação à velocidade do veículo, podendo ser desprezada.

A altitude é representada por uma função com um declive consideravelmente suave, tornando uma descida suave, podendo reforçar esta afirmação com o resultado do ângulo de trajectória e de ataque que obtêm valores pequenos, sendo vantajoso para a segurança desta fase, como por exemplo, contribuindo para uma melhor preservação do veículo reutilizável.

Em suma, o trabalho realizado demonstrou que realmente a fase de reentrada na atmosfera terrestre é uma fase crítica, requerendo uma especial atenção no seu estudo. Podendo, futuramente, estimar/otimizar uma melhor matriz de ponderação de estado explorando o método descrito na referência [17], para um modelo, independentemente de ser linearizado ou normalizado.

Bibliografia

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Atmospheric_reentry, 30-11-2009.
- [2] Bousson, K., "Viable Feedback Space Trajectory Control", *Proceedings of the International Council for Astronautical Sciences (ICAS-2004), Yokohama, Japan, August 29 - September 3, 2004. Paper reference: ICAS 2004-7.1.4.*
- [3] <http://ciencia.hsw.uol.com.br/retorno-espaconaves.htm>, 30-11-2009.
- [4] Marty, D., *Systèmes Spatiaux*, Masson, Paris, 1994, Chap.2.
- [5] <http://ciencia.hsw.uol.com.br/retorno-espaconaves1.htm>, 30-11-2009.
- [6] Fortescue, P., Stark, J. and Graham, S., *Spacecraft Systems Engineering*, Wiley, 3ª edição, 2003, section 7.7.
- [7] Rosário, T., *Identification of Nonlinear Parameters Based Optimization with Adaptive Step (in portuguese)*, Graduate thesis, Department of Aerospace Sciences, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2006.
- [8] Bharadwaj, S., Mease, K. D., and Rao, A. V., "Entry Trajectory Tracking Law via Feedback Linearization", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol.21, No.5, September-October 1998, pp.726–732.
- [9] Gregorio, A. Di, Lavagna, M. and Finzi, A.E., "Re-entry Phase of an Unmanned Lifted Vehicle: 3-D Attitude Dynamics Control with a Lyapunov Approach", *Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano, Italy.*
- [10] Saldia, J.P., Cimino, A., Schulz, W., Elaskar, S. and Costa, A., "Atmospheric Re-entry Dynamics of Conic Objects", *Universidad Nacional de Córdoba - Dep. de Aeronáutica, Vélez Sarsfield 1611, Córdoba - Argentina, 2009.*
- [11] Yong, E., Tang, G. and Chen, L., "Three-dimensional optimal trajectory for global range of CAV", *Systems and Control in Aerospace and Astronautics, IEEE-Proceedings, 2006*, pp.1396–1400.

-
- [12] Kalman, R. E., "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", *Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering*, Vol. 82, 1960, pp.35–45.
- [13] Bryson, E. and Ho, Y. C., *Applied Optimal Control*, Hemisphere, New York, 1975, Chap. 5.
- [14] Butcher, J. C., *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*, Wiley, 2ª edição, June 23, 2008, Chap. 23.
- [15] Bousson, K., "Smooth Control Trajectory Generation for a Time-optimal Attitude Control Problem", *Mechanika*, 2010 (no prelo).
- [16] Bousson, K., "Geodetic Waypoints Navigation Guidance", *Department of Aerospace Sciences, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal*, 2008.
- [17] Bousson, K., "Optimal Robust Control of Aeroelastic System Vibrations", *Journal of Vibroengineering*, Vol. 12, issue 1, March 2010, pp. 13–25.

Anexo

Inertial Measurement Data Fusion for Reentry Navigation Guidance

Marco C. A. Matos, Marlene C. S. Gonçalves, K. Bousson

Avionics and Control Laboratory
Department of Aerospace Sciences
University of Beira Interior
6201-001 Covilhã
Portugal
Email: eng.ocram@gmail.com

Topic Area: E – Modelling, Numerical studies, Algorithms and Simulations regarding the mechanical engineering.

ABSTRACT

The reentry procedure into Earth’s atmosphere is a motion of natural or artificial objects entering the atmosphere from space. This procedure is very complex for a spacecraft due to the fact that the vehicle is subject to constraints on its thermal flux, normal acceleration, and dynamic pressure. As this depends primarily on altitude control, then two types of reentries can be considered: the ballistic reentry that uses the drag to slow down the vehicle, with no lift force, and the reentry with elevator that uses the forces for the lifting of a gradual deceleration [1, 2]. For whatever type of reentry, the spacecraft reaches a much higher speed than an ordinary aircraft may afford, being necessary to use a much more precise method for the simulation and control of the relative course in comparison with methods used in the flight simulation of ordinary aircraft. Therefore, precise measurements have to be used for online simulation and control. This requires to resort to many redundant sensors and to data fusion to enable accurate measurements to be used.

Sensor measurements are often corrupted by environmental and instrumental noise. Inherent noise measurements affect efficiency, system monitoring performance and control systems. The greatest disadvantage on using Inertial Measurement Units (IMU) in flying vehicle navigation stems from accumulated errors across-time. The implementation solutions of an adaptive and predictive Data Fusion Module of various IMUs have the ability to estimate and detect incorrect measurements, as well as the sensor intrinsic noise and error characteristics. Therefore, the real-time data are received with great precision to be used by the spacecraft trajectory control module. Fig. 1 depicts the flowchart of the inertial data fusion procedure that is the subject of the present paper.

Assume there are n IMUs, each IMU being composed of gyroscopes and accelerometers, measuring the acceleration vector $[\bar{a}_x \ \bar{a}_y \ \bar{a}_z]$, and the angular rate vector $[\bar{p} \ \bar{q} \ \bar{r}]$. The data fusion module will receive the data from direct measurements of each IMU and filter them in order to detect and eliminate corrupted or unreliable measurements. The resulting data are analyzed and combined in order to obtain the most accurate and reliable measurements for the spacecraft reentry simulation and control. By integrating the acceleration vector we obtain the translational velocity vector $[u \ v \ w]$. Then, we compute the spacecraft attitude angles (pitch(θ), roll(ϕ) and heading (ψ)) using the angular rates and the quaternion equations [3]. A fusion method [4] will be presented in the present paper for the computation of the inertial data that are appropriate for the navigation guidance matters.

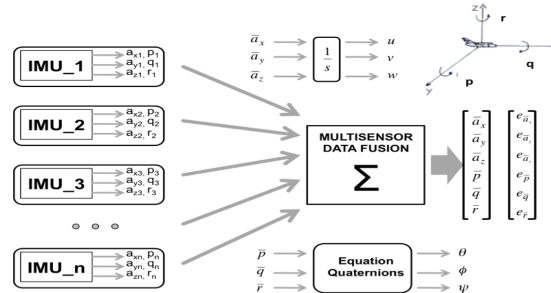


Figure 1 – Inertial Data Fusion Procedure.

The main objective of the present paper is to implement two independent but complementary modules that interact with each other for the sake of precise reentry navigation guidance. One is dedicated to data fusion from a set of Inertial Measurement Units and the other is dedicated to spacecraft trajectory guidance for Earth atmosphere reentry phase as described above.

The Trajectory Control Module uses the roll (ϕ), pitch (θ) and heading (ψ) rate values obtained by the multisensory data fusion procedure. Using the values of these variables, the spacecraft trajectory guidance and control for Earth's atmosphere reentry will be simulated assuming the reentry phase to occur in a corridor as illustrated in fig. 2, where the corridor is upper-bounded by the area of too low drag, and lower-bounded by the area of too high deceleration [1,5].

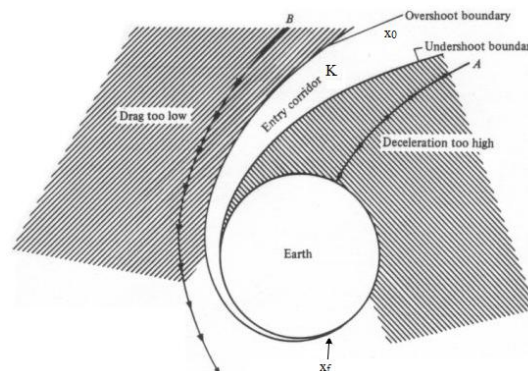


Figure 2 - Air Corridor (figure adapted) [5, 6]

Based on the shape of the aerial corridor domain, assumed to be compact, smooth and not necessarily convex, in a tridimensional space, with two boundary states x_0 and x_f , where x_0 is the reentry initial point, x_f the terminal point (fig. 2), and using values obtained from the data fusion procedure, the control objective will be to drive the spacecraft from x_0 to x_f , maintaining it inside the pre-specified corridor domain [6].

The data fusion method will be assessed and compared with other classical methods based on the precision and robustness of the processed measurements.

References (for the abstract)

- [1] Marty, D., *Systèmes spatiaux*, Masson, Paris, 1994, Chap. 2.
- [2] Fortescue, P., Stark, J. and Graham, S., *Spacecraft Systems Engineering*, Wiley, 3^a edição, Chap 7.7.
- [3] J. B. Kuipers, *Quaternions and Rotation Sequences: A Primer with Applications to Orbits, Aerospace and Virtual Reality*, Princeton University Press, 2002.
- [4] Martin E. Liggins, David L. Hall, James Llinas, *Handbook of Multisensor Data Fusion – Theory and Practice* (Second Edition), CRS PRESS, 2008.
- [5] T. Rosário: "Identification of Nonlinear Parameters Based Optimization with Adaptive Step" (in portuguese), Graduate thesis, Department of Aerospace Sciences, University of Beira Interior, Covilhã, Portugal, 2006.
- [6] K. Bousson, "Viable Optimal Trajectory Control in a Navigation Corridor", ICAS'2010, paper ID 532, Nice, France, September 2010 (to appear).