



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Covilhã | Portugal

**Controlo de Câmaras de Vigilância Aérea para
Aeronaves Não Tripuladas**

Elaborado por
José Carlos Moreira Novais

Orientado por
Prof. Kouamana Bousson

Dissertação de Mestrado submetida à Universidade da Beira Interior
para obtenção do grau de Mestre

Faculdade de Engenharia
Departamento de Ciências Aeroespaciais

Covilhã, Junho de 2010

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer."

Albert Einstein

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Abstract

Faculdade de Engenharia

Departamento de Ciências Aeroespaciais

Mestre Engenharia Aeronáutica

Elaborado por José Carlos Moreira Novais

Aerial surveillance is increasingly used as an aid in applications for search and rescue, security, natural resource management, military operations, fighting against terrorism and fighting fires. Therefore, there is a great need to develop systems capable of giving a good response to these tasks. In this work, a model is developed for the control of an airborne camera for unmanned aerial vehicles. The dynamics of rotation is developed by using the unit quaternions because it can operate in both small and large amplitudes. Euler angles only serve to transform the simulations given by quaternions since they are easier to interpret the rotations dynamics. The method used is the trajectory control method because it is a simple and accurate method. The stabilization to zero, the scheduled stabilization and the trajectory control are three types of simulations done to validate the problem.

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Resumo

Faculdade de Engenharia

Departamento de Ciências Aeroespaciais

Mestre Engenharia Aeronáutica

Elaborado por José Carlos Moreira Novais

A vigilância aérea é cada vez mais utilizada como um meio de auxílio em aplicações de busca e salvamento, segurança, gestão de recursos naturais, operações militares, luta contra o terrorismo e no combate aos incêndios. Existe, portanto, uma grande necessidade em desenvolver sistemas capazes de dar uma boa resposta a estas tarefas. Neste trabalho, é elaborado um modelo para o controlo de uma câmara acoplada a um veículo aéreo. A dinâmica de rotação é desenvolvida pela unidade dos quaterniões visto que esta pode operar tanto em pequenas como grandes amplitudes. Os ângulos de Euler servem apenas para transfigurar as simulações dadas pelos quaterniões uma vez que são mais fáceis de interpretar na dinâmica das rotações. O método de controlo utilizado é o método de controlo de trajectória visto que é um método muito simples. A estabilização a zero, a estabilização agendada e o controlo de trajectória são os três tipos de simulação feitos para a validação do problema.

Agradecimentos

Para realização deste trabalho, foi muito importante o apoio de várias pessoas às quais deixo uma palavra de agradecimento:

Aos meus pais, Alexandre e Rosa, e irmãos, Gracinda, Rosa, Moisés e Helena, pelo amor, carinho, compreensão, incentivo e apoio financeiro que contribuíram para acreditar e partir em busca dos meus sonhos.

A todos os meus professores do ensino escolar e académico pelo conhecimento transmitido.

Ao professor Doutor Kouamana Bousson, pelo facto de ter aceitado o convite para ser meu orientador, bem como todo o apoio, dedicação, atenção, motivação e conhecimentos que me transmitiu, sendo estes fundamentais ao longo da minha formação académica.

Ao meu tio Pe. António Novais, por toda a dedicação, ajuda e empenho que me tem dado ao longo da minha vida.

A todos os restantes familiares, cunhados, sobrinho, afilhada, padrinhos, tios e primos, pelo amor e apoio incondicional.

À minha namorada, Diana, pelo amor, carinho e paciência dado ao longo deste trabalho e na vida particular.

Ao Samuel, José António, William e André, pela amizade e convivência ao longo destes anos e que, de algum modo, me permitiram viver em família nesta cidade da Covilhã.

A todos os colegas e amigos, em especial, Cláudia, Marlene, Marco, Luís, Salas, Vasco e Henrique, pelo companheirismo e amizade prestados.

A todas as pessoas que não são referidas, mas que de algum modo, me ajudaram nesta caminhada.

Índice

Abstract	v
Resumo	vi
Agradecimentos	vii
Lista de Figuras	xi
Nomenclatura	xiii
1 Introdução	1
1.1 Dinâmica do Corpo Rígido	3
1.1.1 Rotações	3
1.1.2 Ângulos de Euler	5
1.1.3 Quaterniões	9
1.2 Estabilização Robusta da Atitude de Veículos Espaciais	11
1.3 Objectivos da Dissertação	13
2 Modelação e Controlo da Dinâmica da Câmara	15
2.1 Modelação do Algoritmo	15
2.1.1 Momentos de Inércia	17
2.1.2 Linearização	18
2.2 Controlo	21
2.2.1 Método de Controlo de Trajectória	22
2.2.2 Aplicação do Controlo ao Sistema	23
3 Resultados e Simulações	29
3.1 Estabilização a Zero	29
3.2 Estabilização Agendada	33
3.3 Controlo de Trajectória	37
3.4 Cálculo do Erro de Seguimento	43
4 Conclusão	47

Bibliografía

49

Anexo

51

Lista de Figuras

1.1	Rotação de um Corpo Rígido	3
1.2	Vigilância aérea num determinado instante	6
2.1	Representação do espaço de estados/controlo	18
2.2	Variância do factor ξ com $\sigma = 2$ constante	25
2.3	Variância do factor σ com $\xi = 0.1$ constante	26
2.4	Conjugação do factor ξ e σ	27
3.1	Resposta temporal do quaternião q_0	30
3.2	Resposta temporal do quaternião q_1	31
3.3	Resposta temporal do quaternião q_2	31
3.4	Resposta temporal do quaternião q_3	32
3.5	Resposta temporal dos controladores	33
3.6	Resposta temporal do quaternião q_0 para várias referências	35
3.7	Resposta temporal do quaternião q_1 para várias referências	35
3.8	Resposta temporal do quaternião q_2 para várias referências	36
3.9	Resposta temporal do quaternião q_3 para várias referências	36
3.10	Resposta temporal do quaternião q_0 para a trajectória de referência	38
3.11	Resposta temporal do quaternião q_1 para a trajectória de referência	39
3.12	Resposta temporal do quaternião q_2 para a trajectória de referência	39
3.13	Resposta temporal do quaternião q_3 para a trajectória de referência	40
3.14	Resposta temporal do rolamento para a trajectória de referência	41
3.15	Resposta temporal da arfagem para a trajectória de referência	41
3.16	Resposta temporal da guinada para a trajectória de referência	42
3.17	Erro de seguimento do rolamento	43
3.18	Erro de seguimento da arfagem	44
3.19	Erro de seguimento da guinada	44

Nomenclatura

ϕ	Rolamento
θ	Arfagem
ψ	Guinada
$[x\ y\ z]$	Referencial ortonormado
R	Matriz de passagem de um referencial para outro
ϕ_b	Rolamento da aeronave
θ_b	Arfagem da aeronave
ψ_b	Guinada da aeronave
ϕ_c	Rolamento da câmara
θ_c	Arfagem da câmara
ψ_c	Guinada da câmara
R_c	Matriz de passagem do referencial da câmara para o referencial da aeronave
R_b	Matriz de passagem do referencial da aeronave para o referencial terrestre
M	Matriz de passagem do referencial da câmara para o referencial terrestre
ω	Matriz da velocidade angular
ω_x	Velocidade segundo o eixo x
ω_y	Velocidade segundo o eixo y
ω_z	Velocidade segundo o eixo z
R_0	Referência terrestre
R_b	Referência da aeronave
R_a	Referência aerodinâmica
R_c	Referência da câmara
q	Vector dos quatérniões
q_{ref}	Vector de referência dos quatérniões
J	Matriz de inércia

x	Vector de estado
u	Vector de controlo
y	Variável de saída
t	Tempo
h	Passo temporal
e	Erro
E	Ponto de equilíbrio
Π	Espaço de estados/controlo
Γ	Espaço da função proximo ao ponto de equilíbrio
Q	Matriz de peso
A	Matriz de estado
B	Matriz de controlo
P	Matriz de Lyapunov
I	Matriz identidade
σ	Escalar positivo
ξ	Escalar positivo
$\lambda_{max}(A)$	Maior módulo dos valores próprios da matriz A
X^T	Matriz transposta de X

Capítulo 1

Introdução

O desenvolvimento na área das tecnologias de vigilância aérea tem atingido um grande acréscimo, visto que nos traz grandes vantagens no âmbito da segurança. Nos dias de hoje, esta vigilância aérea centra-se cada vez mais na utilização de Aeronaves Não Tripuladas (UAV's) [1], pois tem como principais vantagens a eliminação do risco de perdas humanas, o seu baixo custo relativo e a sua capacidade de executar as missões com um elevado grau de sucesso. Portanto, é muito importante ter o conhecimento do terreno geográfico (montanhas, desertos, lagos, rios, entre outros), que pode ser dado facilmente pela captação imagética da câmara.

No que toca à vigilância aérea no combate aos incêndios [2, 3], sabe-se que a captação de um incêndio não é suficiente para o evitar, no entanto, a sua rápida detecção constitui um factor decisivo para que seja possível minimizar os danos provocados pelo fogo e para a redução das despesas associadas ao seu combate. Deste modo, as imagens aéreas são fundamentais para fazer uma análise à progressão das chamas, avaliar o tipo de terreno e as formas como pode ser combatido, isto é, monitorizar a vegetação existente, estimar os recursos hídricos e o índice de risco [4]. Por outro lado, durante o seu combate, as imagens aéreas podem ser uma ferramenta muito útil às brigadas que tentam a sua extinção em terra.

No que diz respeito ao terrorismo, a vigilância deverá compreender pontos estratégicos. Estes, estão relacionados em norma, com o território marítimo e terrestre, sobretudo em locais situados junto às fronteiras. Adicionalmente, é de salientar, que a vigilância na luta contra o terrorismo e o crime intensificou-se a partir do 11 Setembro de 2001.

No que concerne à vigilância marítima, a sua principal característica reside no facto de se poder obter imagens de uma extensa área. Assim, para a captação desta extensa área, a aeronave consiste numa boa opção, uma vez que é mais rápida que um meio marítimo e apresenta custos de combustível inferiores.

Por outro lado, o transporte marítimo pode estar num local estratégico e em caso de alarme poder-se-á deslocar com prontidão ao local. De outra forma, no caso de busca e salvamento, o varrimento de grandes áreas, também poder-se-á tornar numa forma mais rápida e precisa. Adicionalmente, a vigilância da costa marítima, tem como partida detectar e dissuadir o contrabando e o narcotráfico marítimo.

Além disso, em grandes áreas florestais, também se justifica o recurso a meios de vigilância aérea, dado que, este tipo de áreas são propícias ao terrorismo e ao crime, nomeadamente ao tráfico de armas, drogas, órgãos, à ocorrência do fenómeno da desflorestação, entre outros. A título de exemplo tem-se o SIVAM (Sistema Integrado de Vigilância da Amazônia) [5, 6] que visa dar maior protecção a esta floresta. Noutras situações, também se pode dar o caso de as pessoas se perderem ou então se ferirem nestes locais. Logo, as imagens aéreas constituem um importante apoio na busca e salvamento destes indivíduos.

Por outro lado, as florestas revelam-se locais importantes para o refúgio do inimigo. Logo, a vigilância aérea pode constituir uma excelente forma de controlar o inimigo e as suas acções, ou seja, consiste num óptimo meio de espionagem. Também é de salientar que a vigilância pode ser um instrumento útil em campos de refugiados.

No caso de se desencadear uma guerra nuclear, o sistema de vídeo vigilância é imprescindível para registar em primeira mão o estado do local afectado, uma vez que se pode tornar um risco para as pessoas que se deslocam ao local. Por outra via, constitui uma forma de relatar os factos sucedidos e de estudar o melhor modo de actuação nesta situação específica [7].

A vigilância aérea na luta contra o terrorismo é um apoio à acção policial em áreas urbanas. Neste sentido, o objectivo é dissuadir, detectar e identificar eventuais pontos críticos, bem como apoiar a gestão e o planeamento de infra-estruturas. Em acréscimo, a vigilância aérea pode ser útil na perseguição de infractores da lei, como por exemplo assaltantes, traficantes e vendedores de droga, presos em fuga, entre outros.

Em suma, a captação de imagens é um instrumento essencial nos dias de hoje, visto que, auxilia a execução de inúmeras tarefas, nomeadamente no combate aos incêndios, à criminalidade, ao terrorismo e na busca e salvamento de pessoas em risco. Logo, para uma boa vigilância aérea, torna-se necessário um bom controlo da câmara durante a missão imposta.

1.1 Dinâmica do Corpo Rígido

Em aplicações gerais de três dimensões, muitas vezes é imprescindível realizar três rotações distintas, especialmente em problemas de aviação. Existem muitas maneiras de fazer este conjunto de rotações com as variações baseando-se na ordem das rotações mas, nos dias de hoje, alguns são mais utilizados que outros. A melhor forma de o fazer é achar o centro de massa do corpo que queremos rodar e através desse ponto definirmos um referencial. Deste modo, tem-se o centro de massa do corpo rígido coincidente com a origem do referencial.

1.1.1 Rotações

Quando se aplica uma rotação ao corpo, pode-se saber qual é a sua nova orientação em relação ao referencial inicial, ou seja, da orientação de um referencial $[x\ y\ z]$ para outro $[X\ Y\ Z]$. Essas rotações são efectuadas do seguinte modo:

1. Rotação de ψ sobre o eixo $Z \Rightarrow x', y', z'$;
2. Rotação de θ sobre o eixo $y' \Rightarrow x'', y'', z''$;
3. Rotação de ϕ sobre o eixo $x'' \Rightarrow x, y, z$.

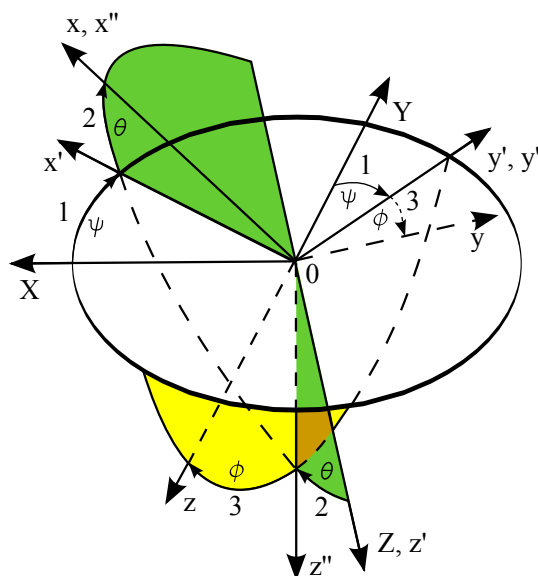


FIGURA 1.1: Representação da rotação de um corpo rígido em função de um referencial.

Pela figura 1.1 observa-se esse ciclo de rotações, onde ϕ , θ e ψ designam os ângulos de Euler. Pode-se então escrever estas rotações [8] da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

$$\begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} \quad (1.2)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'' \\ y'' \\ z'' \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

Daí que:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.4)$$

Ou seja:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \sin \psi \cos \theta & -\sin \theta \\ -\sin \psi \cos \phi + \cos \psi \sin \phi \sin \theta & \cos \psi \cos \phi + \sin \psi \sin \phi \sin \theta & \cos \theta \sin \phi \\ \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta & -\cos \psi \sin \phi + \sin \psi \cos \phi \sin \theta & \cos \theta \cos \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

De uma forma reduzida:

$$\begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^T = [R] \begin{bmatrix} X & Y & Z \end{bmatrix}^T \quad (1.6)$$

A matriz $[R]$ é uma matriz de passagem do referencial definido pelos eixos $[x \ y \ z]$ para um outro referencial definido pelos eixos $[X \ Y \ Z]$. Quando se efectua uma rotação a um corpo, existe uma velocidade angular que é dada por:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T \quad (1.7)$$

Onde, $\boldsymbol{\omega}$ representa a velocidade angular, sendo ω_x a velocidade segundo o eixo x , ω_y a velocidade segundo o eixo y e ω_z a velocidade segundo o eixo z . As relações cinemáticas [8] que determinam a derivada dos ângulos de Euler são dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \omega_x + (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= \omega_y \cos \phi - \omega_z \sin \phi \\ \dot{\psi} &= (\omega_y \sin \phi + \omega_z \cos \phi)(1/\cos \theta) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Logo, de uma forma sucinta, é representado o movimento de rotação de um corpo rígido.

1.1.2 Ângulos de Euler

Para definir a dinâmica de voo e da navegação é necessário definir um sistema de coordenadas para descrever o sistema de equações de movimento. Estes são definidos da seguinte forma [8]:

1. Referência inercial, ou seja, fixa à terra $R_0 = (\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$,
2. Referência ligada à aeronave, ou seja, fixa à aeronave $R_b = (\vec{x}_b, \vec{y}_b, \vec{z}_b)$,
3. Referência aerodinâmica, ou seja, através do vector de velocidade $R_a = (\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a)$,
4. Referência ligada à câmara $R_c = (\vec{x}_c, \vec{y}_c, \vec{z}_c)$.

Como se viu anteriormente, a orientação de um sistema de eixos em relação a outro é dada pelas rotações sobre os eixos X , Y e Z , ou seja, pelos ângulos de Euler. De uma forma geral, os ângulos de Euler designam a atitude de um corpo em rotação, tendo como um exemplo uma aeronave, sendo que ϕ representa o rolamento, θ a arfagem e ψ a guinada.

Na figura 1.2 vê-se uma aeronave equipada com uma câmara num determinado ponto da sua trajectória. Neste caso, pode-se observar melhor os movimentos de translação e rotação da aeronave e da câmara em relação ao referencial terrestre, através dos pontos A , C , e O . O ponto A é o centro de gravidade da aeronave, o ponto C é o centro de gravidade da câmara e o ponto O é a origem do referencial terrestre.

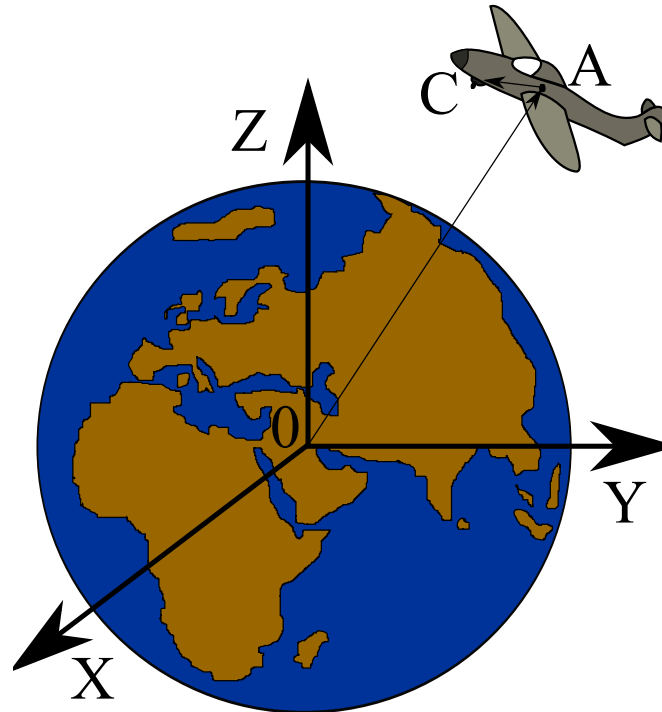


FIGURA 1.2: Vigilância aérea num determinado instante.

Pode-se verificar, que o vector de orientação da câmara é obtido pelo vector formado pelo ponto A e um ponto qualquer a focar na superfície terrestre.

Dadas as coordenadas do ponto A em relação à terra, sabe-se a orientação do vector \vec{OA} , segundo o referencial terrestre.

$$\vec{OA} = a_1\vec{x}_0 + a_2\vec{y}_0 + a_3\vec{z}_0 \quad (1.9)$$

Do mesmo modo, dadas as coordenadas do ponto C em relação ao referencial da aeronave, sabe-se a orientação do vector \vec{AC} , segundo o referencial da aeronave.

$$\vec{AC} = c_1\vec{x}_b + c_2\vec{y}_b + c_3\vec{z}_b \quad (1.10)$$

A orientação da câmara é dada pelos ângulos de Euler segundo o referencial da aeronave, então neste sistema em conjunto tem-se duas rotações distintas (aeronave em relação à terra e a câmara em relação à aeronave). Os ângulos de Euler da aeronave em relação ao referencial da terra são dados por:

$$\begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \phi_b & \theta_b & \psi_b \end{bmatrix}^T \quad (1.11)$$

Por outro lado, os ângulos de Euler da câmara em relação ao referencial da aeronave são:

$$\begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \phi_c & \theta_c & \psi_c \end{bmatrix}^T \quad (1.12)$$

Assim, pode-se transformar o vector \vec{AC} em coordenadas terrestre R_0 por intermédio das equações (1.6), (1.10) e (1.11):

$$\vec{AC}_{R_0} = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix} [R] \begin{bmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \end{bmatrix}^T \quad (1.13)$$

Deste modo, calcula-se o vector \vec{OC} :

$$\vec{OC}_{R_0} = \vec{OA}_{R_0} + \vec{AC}_{R_0} \quad (1.14)$$

A passagem do referencial da câmara para o referencial da aeronave é dada através da seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_c \\ \vec{y}_c \\ \vec{z}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_c \cos \theta_c & \sin \psi_c \cos \theta_c & -\sin \theta_c \\ -\sin \psi_c \cos \phi_c + \cos \psi_c \sin \phi_c \sin \theta_c & \cos \psi_c \cos \phi_c + \sin \psi_c \sin \phi_c \sin \theta_c & \cos \theta_c \sin \phi_c \\ \sin \psi_c \sin \phi_c + \cos \psi_c \cos \phi_c \sin \theta_c & -\cos \psi_c \sin \phi_c + \sin \psi_c \cos \phi_c \sin \theta_c & \cos \theta_c \cos \phi_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_b \\ \vec{y}_b \\ \vec{z}_b \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

De uma forma simplificada:

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_c & \vec{y}_c & \vec{z}_c \end{bmatrix}^T = [R_c] \begin{bmatrix} \vec{x}_b & \vec{y}_b & \vec{z}_b \end{bmatrix}^T \quad (1.16)$$

Do mesmo modo, a passagem do referencial da câmara para o referencial terrestre é:

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_b \\ \vec{y}_b \\ \vec{z}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \psi_b \cos \theta_b & \sin \psi_b \cos \theta_b & -\sin \theta_b \\ -\sin \psi_b \cos \phi_b + \cos \psi_b \sin \phi_b \sin \theta_b & \cos \psi_b \cos \phi_b + \sin \psi_b \sin \phi_b \sin \theta_b & \cos \theta_b \sin \phi_b \\ \sin \psi_b \sin \phi_b + \cos \psi_b \cos \phi_b \sin \theta_b & -\cos \psi_b \sin \phi_b + \sin \psi_b \cos \phi_b \sin \theta_b & \cos \theta_b \cos \phi_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Simplificando:

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_b & \vec{y}_b & \vec{z}_b \end{bmatrix}^T = [R_b] \begin{bmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \end{bmatrix}^T \quad (1.18)$$

Assim, pode-se passar directamente do referencial da câmara para o referencial terrestre.

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_c & \vec{y}_c & \vec{z}_c \end{bmatrix} = [R_c] [R_b] \begin{bmatrix} \vec{x}_0 & \vec{y}_0 & \vec{z}_0 \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

As matrizes $[R_c]$ e $[R_b]$ são as matrizes de passagem dos referenciais da câmara para a aeronave e da aeronave para a terra respectivamente. Fazendo:

$$[M] = [R_c] [R_b] \quad (1.20)$$

A matriz $[M]$ é a matriz de transformação do referencial da câmara para o terrestre.

O vector da velocidade angular $\vec{\omega}$ da câmara [8] é definido pela equação seguinte:

$$\vec{\omega} = \psi \vec{z}_0 + \theta \vec{y}_a + \phi \vec{x}_c \quad (1.21)$$

Por outro lado, $\vec{\omega}$, segundo o referencial da câmara, é dada pela equação:

$$\vec{\omega} = \omega_x \vec{x}_c + \omega_y \vec{y}_c + \omega_z \vec{z}_c \quad (1.22)$$

Para definir as taxas de manobra do referencial da câmara tem que se definir \vec{z}_0 e \vec{y}_a da equação (1.21) em função do referencial da câmara. Então:

$$\vec{z}_0 = M(1,3)\vec{x}_c + M(2,3)\vec{y}_c + M(3,3)\vec{z}_c \quad (1.23)$$

Da mesma forma:

$$\begin{aligned} \vec{y}_a = & (\cos \phi_b R_c(1,2) - \sin \phi_b R_c(1,3))\vec{x}_c + (\cos \phi_b R_c(2,2) - \sin \phi_b R_c(2,3))\vec{y}_c \\ & + (\cos \phi_b R_c(3,2) - \sin \phi_b R_c(3,3))\vec{z}_c \end{aligned} \quad (1.24)$$

Substituindo as equações (1.23) e (1.24) na equação (1.21) e igualando-a à equação (1.22) chega-se às expressões das taxas de manobra.

$$\begin{aligned}
 \omega_x &= \dot{\psi}M(1,3) + \dot{\theta}(\cos\phi_b R_c(1,2) - \sin\phi_b R_c(1,3)) + \dot{\phi} \\
 \omega_y &= \dot{\psi}M(2,3) + \dot{\theta}(\cos\phi_b R_c(2,2) - \sin\phi_b R_c(2,3)) \\
 \omega_z &= \dot{\psi}M(3,3) + \dot{\theta}(\cos\phi_b R_c(3,2) - \sin\phi_b R_c(3,3))
 \end{aligned} \tag{1.25}$$

A integração da equação (1.25), permite saber a atitude da câmara ao longo do tempo. Porém, a sua integração é uma tarefa muito difícil, uma vez que as equações são grandes e pode-se chegar a um sistema de equações impossíveis (exemplo: $\tan 90^\circ$ tende para valores infinitos). Logo, tem que se contornar este problema por outro sistema de equações.

1.1.3 Quaterniões

A integração da equação (1.25), só é possível graças aos quatro parâmetros simétricos de Euler (Quaterniões). Estes foram elaborados por Hamilton.

Se η_1 , η_2 e η_3 forem os ângulos definidos pelos eixos da câmara com respeito aos eixos terrestres e se Φ for a rotação única que faz mover os eixos da câmara para o eixo terrestre, então define-se os quaterniões [9] associados a esta rotação pelos seguintes quatro parâmetros:

$$\begin{aligned}
 q_0 &= \cos(\Phi/2) \\
 q_1 &= \eta_1 \sin(\Phi/2) \\
 q_2 &= \eta_2 \sin(\Phi/2) \\
 q_3 &= \eta_3 \sin(\Phi/2)
 \end{aligned} \tag{1.26}$$

A atitude da câmara pode ser escrita referente à referência terrestre pelos elementos do vector dos quaterniões:

$$q = \begin{bmatrix} q_0 & q_1 & q_2 & q_3 \end{bmatrix}^T \tag{1.27}$$

Dado que se utilizam os quatro parâmetros dos quaterniões e só são precisos três, impõe-se a seguinte limitação:

$$q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1 \quad (1.28)$$

Cada um destes parâmetros varia entre -1 e 1 . Em [9, 10] são apresentadas as equações que relacionam os quaterniões com aos ângulos de Euler:

$$\begin{aligned} q_0 &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ q_1 &= \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) - \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ q_2 &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) \\ q_3 &= \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) - \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\psi}{2}\right) \end{aligned} \quad (1.29)$$

Por outro lado:

$$\begin{aligned} \tan \phi &= \frac{2(q_0 q_1 + q_2 q_3)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2} \\ \sin \theta &= 2(q_0 q_2 - q_3 q_1) \\ \tan \psi &= \frac{2(q_0 q_3 + q_1 q_2)}{q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2} \end{aligned} \quad (1.30)$$

Neste sentido, é expresso um exemplo que mostra a transformação destas equações. Seja $\phi = 5^\circ$, $\theta = 10^\circ$ e $\psi = -2^\circ$ os valores iniciais da rotação em ângulos de Euler. Para transformar estes ângulos na unidade dos quaterniões utiliza-se a equação (1.29). Após efectuados os cálculos, chega-se aos seguintes valores:

$$q = \left[0.9950 \quad 0.0450 \quad 0.0863 \quad 0.0212 \right]^T \quad (1.31)$$

Tem-se agora expresso as rotações de um determinado referencial na unidade dos quaterniões. De seguida, pega-se nestes valores e substitui-se na equação (1.30). Os valores obtidos são $\phi = 5^\circ$, $\theta = 10^\circ$ e $\psi = -2^\circ$. Verifica-se que os valores iniciais em ângulos de Euler são iguais aos finais. Logo, as

equações (1.29) e (1.30) são um bom pronuncio para representar as transformações de ângulos de Euler para a unidade dos quatérniões e vice-versa.

A atitude da câmara ao longo do tempo definida pela unidade dos quatérniões [9] é dada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Ou então:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

1.2 Estabilização Robusta da Atitude de Veículos Espaciais

O recurso a controladores é cada vez mais utilizado nos dias de hoje, dado que nos traz grandes vantagens para tornar autónomos certos sistemas.

Em [11] é enunciado um problema de estabilização da atitude de três eixos de um veículo espacial rígido. É aplicada a lei de controlo não linear que utiliza um feedback de unidades dos quatérniões e das velocidades angulares, de forma a proporcionar estabilidade. O veículo espacial considerado para a simulação numérica é um representante verídico nos termos de suas propriedades da massa e da inércia.

As equações do movimento rotacional do corpo rígido aeroespacial são dadas por:

$$J\dot{\omega} + \omega \times (J\omega) = u \quad (1.34)$$

Onde J é a matriz de inércia, ω a matriz das velocidades angulares e u o vector actuador dos torques. Este sistema define a atitude pela unidade dos quatérniões q , a qual é definida do seguinte modo:

$$q = (\eta^T, q_0), \quad \eta = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \sin\left(\frac{\Phi}{2}\right), \quad q_0 = \cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) \quad (1.35)$$

Sendo que, as unidades dos quatérnios satisfazem as seguintes equações diferenciais da cinemática:

$$\dot{\eta} = \frac{1}{2}(\omega \times \eta + q_0 \omega) \quad (1.36)$$

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2}\omega^T \eta \quad (1.37)$$

Tendo então como objectivo estabilizar o veículo espacial a partir de qualquer condição inicial é aplicada a lei de controlo não linear u [11], dado por:

$$u = -\frac{1}{2}[(\hat{\eta} + q_0 I)G_p + \gamma(1 - q_0)I]\eta - G_r \omega \quad (1.38)$$

Onde G_p e G_r são matrizes simétricas positivas, γ é um escalar positivo e $\hat{\eta}$ é matriz do produto vectorial do vector η .

Neste trabalho, é apresentado um exemplo numérico em que a posição inicial do sistema tem como unidade os quatérnios $q = [0.924, 0.221, 0.221, 0.221]^T$ onde a aplicação da lei de controlo os conduz para a posição zero. O controlo temporal dos torques correspondentes a esta mudança de posição são demonstrados.

Uma vantagem da aplicação deste sistema à lei de controlo é que não depende do conhecimento dos parâmetros do sistema, ou seja, dos momentos de inércia. É um sistema robusto a erros de modelagem e incertezas paramétricas. O uso da atitude definida pela unidade dos quatérnios fornece uma estabilidade assintótica global para qualquer condição de atitude do veículo espacial.

Por outro lado, tem a desvantagem na escolha dos ganhos, uma vez que é feita por tentativas de forma a diminuir o erro e encontrar uma resposta satisfatória. O aumento do ganho conduz a uma resposta mais rápida. Assim, pela análise à resposta dada pelo sistema (16 segundos), se conclui que este não representa o melhor projecto.

1.3 Objectivos da Dissertação

Neste trabalho, pretende-se elaborar um modelo robusto que permita orientar o foco de uma câmara fixa a uma aeronave para uma determinada referência, independentemente do rumo e atitude da aeronave.

Para a aplicabilidade deste sistema, vai-se considerar que a aeronave e a câmara sejam dois corpos rígidos de modo a representar o sistema em seis graus de liberdade. Três associados ao movimento de translação e outros três associados ao movimento de rotação. Em sistemas aplicados a aeronaves de grandes dimensões, a aeroelasticidade e a flexibilidade da estrutura não podem ser ignoradas.

As rotações em três eixos são dadas pelos três ângulos de Euler, e a sua integração permite saber a atitude ao longo do tempo, mas tem a contrapartida da sua precisão ser só para baixas amplitudes. Portanto, para efectuar este sistema, a modelação dinâmica da rotação da câmara é dada pelos quatérniões. Traz assim uma grande vantagem, visto que pode operar em grandes amplitudes e garante sempre uma boa estabilidade.

Para a automatização do sistema, deve-se usar um controlador que seja aplicável a sistemas não lineares, robusto, cujo tempo de estabilização seja rápido e capaz de estabilizar em torno de qualquer ponto de referência independentemente das perturbações que num sistema real venha a encontrar.

Capítulo 2

Modelação e Controlo da Dinâmica da Câmara

Este capítulo tem como objectivo desenvolver o modelo matemático que traduza o movimento dinâmico de rotação da câmara e, deste modo, ser aplicado ao controlo de trajectória.

2.1 Modelação do Algoritmo

O modelo matemático que traduz o movimento de rotação da câmara deverá definir-se pela seguinte equação:

$$\dot{x} = f(x) + Bu \quad (2.1)$$

Onde x é o vector de estados, u o vector de controlo e B uma matriz.

Como já foi referido no capítulo 1, pela equação (1.33) tem-se a atitude ao longo do tempo. A equação pode então ser escrita do seguinte modo:

$$\dot{q} = M(\omega)q \quad (2.2)$$

Sendo:

$$M(\omega) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Nesta situação, sabendo a posição inicial da câmara e as taxas angulares (constantes ao longo do tempo) pode-se saber qual é a posição seguinte num instante t . No entanto, pretende-se um sistema que através de uma posição inicial estabilize numa posição de referência. Isto é possível com a introdução da equação (1.34) no sistema. Assim, o vector de controlo irá induzir a velocidade de rotação necessária para que cada eixo estabilize na orientação desejada, independentemente da posição inicial da câmara.

A equação (1.34) pode então ser escrita da seguinte forma.

$$\dot{\omega} = -J^{-1}(\omega \times J\omega) + J^{-1}u \quad (2.4)$$

Simplificando a equação:

$$\dot{\omega} = h(\omega) + B_1 u \quad (2.5)$$

Com:

$$h(\omega) = -J^{-1}(\omega \times J\omega), \quad B_1 = J^{-1} \quad (2.6)$$

Logo, o modelo matemático que compõe a orientação da câmara é composto por um sistema de duas equações:

$$\begin{cases} \dot{\omega} = h(\omega) + B_1 u \\ \dot{q} = M(\omega)q \end{cases} \quad (2.7)$$

O vector das velocidades angulares e o vector da unidade dos quatérniões definem o vector x :

$$x = \begin{pmatrix} \omega \\ q \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

A função $f(x)$ e B correspondem a:

$$f(x) = \begin{bmatrix} h(\omega) \\ M(\omega)q \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

Finalmente, pode-se escrever a equação (2.1) do seguinte modo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} h(\omega) \\ M(\omega)q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (2.10)$$

2.1.1 Momentos de Inércia

O momento de inércia é a resistência oposta por um corpo em rotação perante uma mudança da velocidade angular. Na equação (2.10) vê-se que o sistema depende dos momentos de inércia da câmara, portanto, é necessário efectuar o seu cálculo. Para calcular os respectivos momentos de inércia deve-se ter em conta cada tipo de câmara a usar, isto porque para cada missão, poderá ser usado câmaras diferentes.

Neste trabalho, não é usado uma câmara específica, pois o que se pretende é validar o bom funcionamento do problema. Em trabalhos futuros e para uma missão em particular deverão ser usados os momentos angulares da câmara que se pretende empregar no sistema. Neste sistema, é usado o mesmo valor do momento de inércia de 0.5 kg.m^2 para cada eixo como se a câmara tivesse o aspecto de uma esfera. Logo, a matriz de inércia do sistema é dada por:

$$J = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.1.2 Linearização

Para sistemas não lineares, o que acontece próximo a um ponto de equilíbrio é desconhecido, porém, pode-se obter uma boa aproximação para o comportamento por modelos linearizados. Observando o sistema que define a rotação da câmara, verifica-se que o modelo é não linear. No entanto, e como se acabou de referir, pode-se fazer uma boa aproximação para o seu comportamento através de um sistema linear. Assim sendo, a partir da equação (2.12) pode-se obter o modelo linearizado.

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (2.12)$$

Sendo $x \in \mathfrak{R}^n$ o vector de estado e $u \in \mathfrak{R}^m$ o vector de controlo.

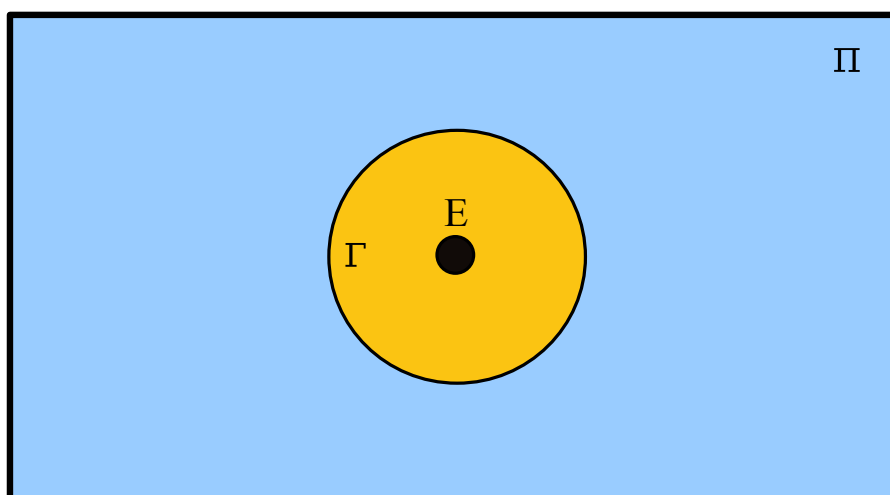


FIGURA 2.1: Representação do espaço de estados/controlado.

Na figura 2.1, Π representa o espaço de estados/controlado, Γ o espaço da função próximo ao ponto de equilíbrio e $E(x_e, u_e)$ o ponto de equilíbrio do sistema, pois $f(x_e, u_e) = 0$. A função f é quase linear em Γ :

$$\dot{x} = f(x, u) = A(x - x_e) + B(u - u_e) + \varphi(x, u) \quad (2.13)$$

A função $\varphi(x, u)$ é o resto da expansão de Taylor de primeira ordem, portanto, para transformar o modelo matemático da rotação da câmara em um sistema linear tem-se que:

$$\lim_{\|(x, u)\| \rightarrow 0} \frac{\|\varphi(x, u)\|}{\|(x, u)\|} = 0 \quad (2.14)$$

Fazendo:

$$\begin{aligned}\tilde{x} &= x - x_e \\ \tilde{u} &= u - u_e\end{aligned}\tag{2.15}$$

Chega-se então ao modelo linearizado:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{u}\tag{2.16}$$

A matriz A , é a matriz Jacobiana de f em $x = x_e$ e $u = u_e$, relativamente a x :

$$A = \left(\frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right)_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}}\tag{2.17}$$

Do mesmo modo, a matriz B , é a matriz Jacobiana de f em $x = x_e$ e $u = u_e$, relativamente a u :

$$B = \left(\frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right)_{\substack{x=x_e \\ u=u_e}}\tag{2.18}$$

O ponto de equilíbrio escolhido para linearizar o sistema é (x_e, u_e) com:

$$x_e = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad u_e = [0 \ 0 \ 0]^T\tag{2.19}$$

É de salientar, que as rotações no sistema estão descritas pelos quatérnios. Então, para calcular a correspondência dos ângulos de Euler de $\phi = 0^\circ$, $\theta = 0^\circ$ e $\psi = 0^\circ$ em quatérnios usa-se a equação 1.29 do capítulo 1. Deste modo, obtêm-se as seguintes unidades dos quatérnios.

$$q = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T\tag{2.20}$$

Para o cálculo da matriz A tem-se:

Por definição, um controlador actua sobre as superfícies de controlo do sistema e o seu dimensionamento é executado de forma a determinar os valores dos parâmetros que o sistema deverá ter, para que este ao ser controlado, satisfaça as condições impostas.

Existem vários tipos de controladores, mas neste trabalho é utilizado o método de controlo de trajectória [9]. Este controlador permite estabilizar o sistema em qualquer referência de forma rápida e eficiente, trazendo algumas vantagens em relação a outros controladores e que poderão ser visualizadas mais à frente com a sua implementação.

2.2.1 Método de Controlo de Trajectória

Considere-se então o modelo deste sistema [9] expressado do seguinte modo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= x_{ref}(t)\end{aligned}\tag{2.29}$$

Sendo $x_{ref}(t)$ uma dada referência variável no tempo do vector de estado. O problema é, $\forall \epsilon > 0$, achar $u^* = u^*(t)$ tal que $\exists \tau > t_0$ e que verifique:

$$\forall t \geq \tau \left\| s(x, x_0, t_0) - x_{ref} \right\| \leq \epsilon\tag{2.30}$$

Onde $s(x, x_0, t_0)$ é a solução da equação (2.29) para $u = u^*(t)$ nas condições iniciais $x_0 = x(t_0)$. Foi mostrado em [8] que o controlo para anular $e = x - x_{ref}$ ao longo do tempo é definida por:

$$u^*(t) = -B^T P (BB^T P + \sigma I)^{-1} (De + Ax + \varphi(x, u_h) - \dot{x}_{ref})\tag{2.31}$$

Sendo A e B matrizes tais que o par (A, B) seja controlável, P uma matriz positivamente definida tal que $V(x) = x^T P x$ seja uma função de Lyapunov do sistema (2.29) no seu domínio de operação, D uma matriz positivamente definida, σ um escalar positivo e $\varphi(x, u_h)$ tal que:

$$\lim_{\substack{x \rightarrow x_e \\ u_h \rightarrow u_e}} \varphi(x, u_h) = 0\tag{2.32}$$

2.2.2 Aplicação do Controlo ao Sistema

Para a aplicação do controlo de trajectória ao sistema de rotação da câmara é necessário determinar os valores de cada parâmetro da equação (2.31). Desta forma, define-se $u^*(t)$ variável no tempo.

As matrizes A e B foram encontradas através da linearização em torno do ponto de equilíbrio (x_e, u_e) . No entanto, para a sua aplicação ao controlador, é necessário verificar que o sistema composto por estas duas matrizes seja controlável. Em [8] é mostrado que um modelo definido pela equação (2.16) é um sistema controlável se a ordem da matriz de controlabilidade for igual a n :

$$\text{ordem}(\Delta) = n \quad (2.33)$$

Com a matriz de controlabilidade definida do seguinte modo:

$$\Delta = [B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (2.34)$$

Após a sua verificação, esse requisito não é cumprido, logo, é necessário encontrar uma nova matriz A . Uma das soluções encontradas para a resolução neste sistema é a utilização da transposta da matriz A , uma vez que o sistema composto pelas matrizes A^T e B é um sistema controlável. Isto pode ser aplicável uma vez que este controlador dá essa liberdade de escolha das matrizes do sistema. Então, a matriz A para o controlo do sistema de rotação da câmara é dada por:

$$A = A^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Para aplicar o controlo, é necessário determinar o valor da matriz P que é solução da seguinte equação matricial de Lyapunov:

$$(A - \lambda I)^T P + P(A - \lambda I) = -Q \quad (2.36)$$

Onde Q é uma matriz positivamente definida e I a matriz identidade com a mesma dimensão da matriz A . Quanto ao valor de λ , este é um escalar positivo e calculado da seguinte forma:

$$\lambda = \xi \max \{ \|A\|_1, \|A\|_\infty, \|A\|_2 \} \quad (2.37)$$

Com $\xi > 0$, $\|A\|_1$ a norma de Chebyshev, $\|A\|_\infty$ a norma infinita e $\|A\|_2$ a norma Euclidiana. Os valores das normas são determinados por:

$$\|A\|_1 = \max_j \left\{ \sum_{i=1}^n |a_{ij}| \right\}, \quad \|A\|_\infty = \max_i \left\{ \sum_{j=1}^m |a_{ij}| \right\}, \quad \|A\|_2 = \max_i \{ |\lambda_i(A)| \} \quad (2.38)$$

Com $A \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $A = (a_{ij})$ e $|\lambda_i(A)|$ o módulo dos valores próprios de A .

Para determinar o valor da matriz P pela função de Lyapunov representada na equação (2.36), é necessário definir a matriz Q .

Sendo Q uma matriz positivamente definida, neste sistema é calculada a partir das matrizes B , I e um factor escalar positivo σ , como mostra a seguinte equação [8].

$$Q = BB^T + \sigma I \quad (2.39)$$

Portanto, atribuindo $\sigma = 50$ determina-se o valor da matriz Q .

$$Q = \begin{bmatrix} 50.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50.25 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50.25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 50 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Fazendo $\xi = 0.01$, calcula-se o valor de $\lambda = 0.005$. Assim, definidos todos os factores da equação (2.36), determina-se o valor da matriz P .

$$P = \begin{bmatrix} 5025 & 0 & 0 & 0 & 251250 & 0 & 0 \\ 0 & 5025 & 0 & 0 & 0 & 251250 & 0 \\ 0 & 0 & 5025 & 0 & 0 & 0 & 251250 \\ 0 & 0 & 0 & 5000 & 0 & 0 & 0 \\ 251250 & 0 & 0 & 0 & 25130000 & 0 & 0 \\ 0 & 251250 & 0 & 0 & 0 & 25130000 & 0 \\ 0 & 0 & 251250 & 0 & 0 & 0 & 25130000 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

É de salientar que, os valores ξ e σ são dois factores de peso do sistema, logo, são muito importantes na implementação de qualquer projecto. De facto, já foi referido anteriormente que os valores utilizados neste sistema são $\xi = 0.01$ e $\sigma = 50$. No entanto, vai-se representar graficamente alguns exemplos para demonstrar a escolha desses factores. Então, com a implementação do sistema anteriormente referido são alternados os factores de peso do sistema em busca do melhor desempenho.

Atribuindo uma trajectória qualquer de referência faz-se rapidamente um estudo ao ganho do sistema.

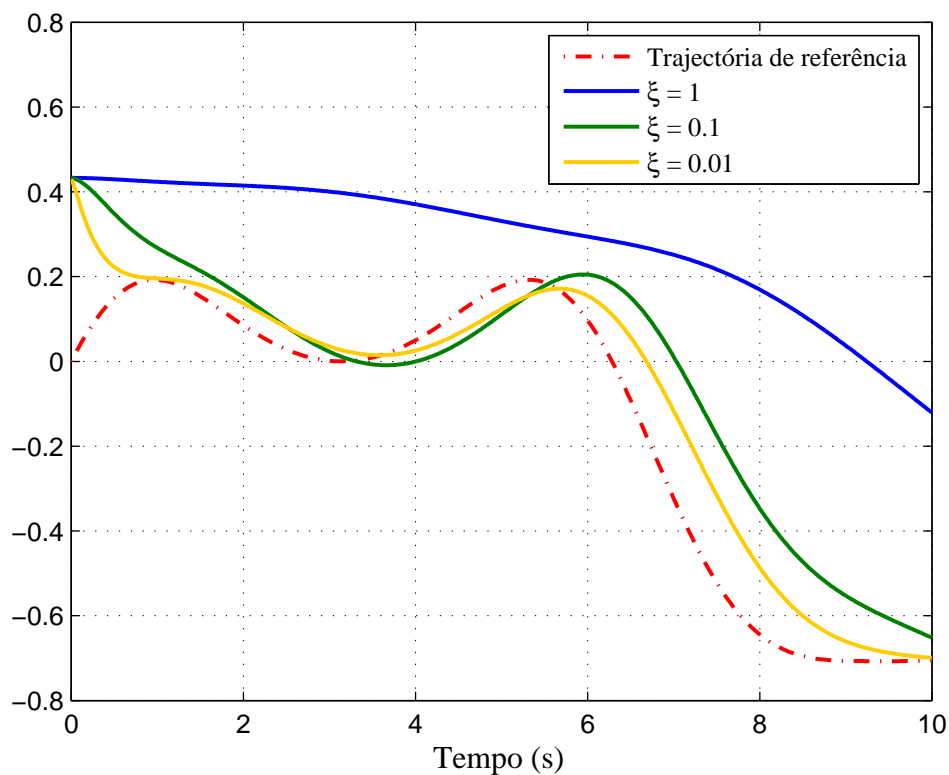


FIGURA 2.2: Variância do factor ξ com $\sigma = 2$ constante.

Na figura 2.2 é feito apenas um estudo a ξ , assim sendo, $\sigma = 2$ é constante para os três casos. Inicialmente o sistema parte de um ponto diferente à referência, no entanto, ao longo do tempo vai dar uma resposta de modo a seguir a trajectória. Verifica-se que o sistema com um valor de $\xi = 1$, não consegue dar uma resposta harmonizada à trajectória de referência. Já para valores de $\xi = 0.1$ e $\xi = 0.01$, emite uma resposta mais adequada, ou seja, a trajectória do sistema começa a ser parecida com a trajectória de referência. De certo modo, nesta primeira abordagem, verifica-se que diminuindo o valor de ξ obtém-se uma melhor resposta por parte do controlador. Por outro lado, diminuindo muito este valor, o sistema pode entrar em saturação.

Seguidamente é feita uma análise ao factor σ . Assim, σ é alternado em três situações distintas e $\xi = 0.1$ é mantido constante. Deste modo, pode-se observar a variação do comportamento do sistema perante a mudança do factor σ .

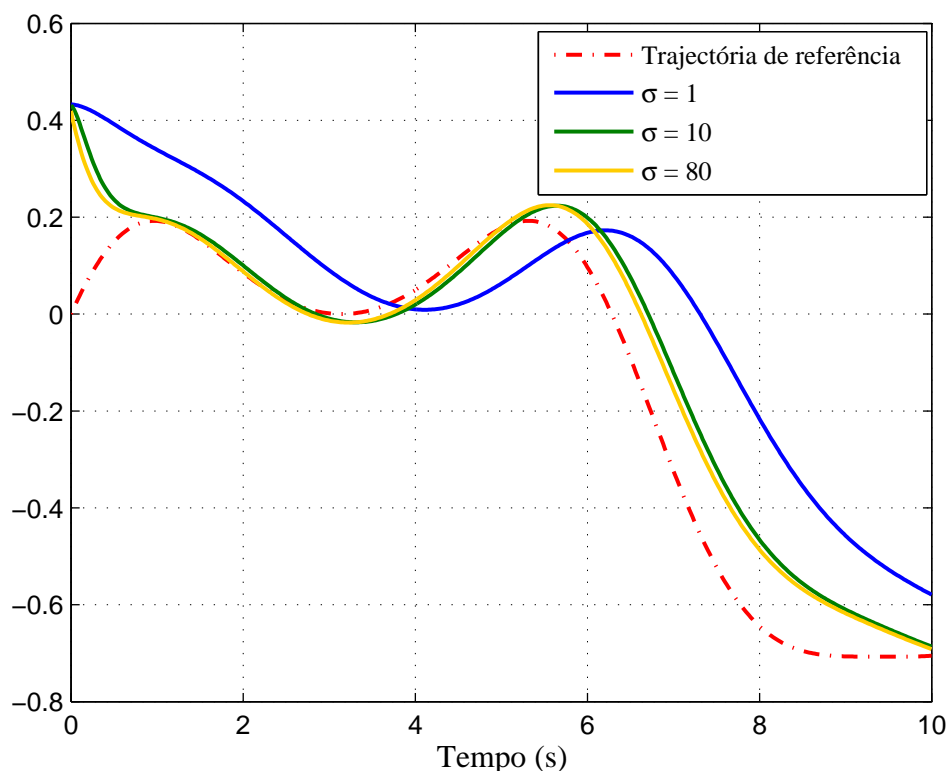


FIGURA 2.3: Variância do factor σ com $\xi = 0.1$ constante.

Pela figura 2.3 observa-se que, ao contrário de ξ , o factor σ aumenta o desempenho com o aumento do seu valor. Para $\sigma = 1$, vê-se que o sistema ainda fica muito longe de apresentar um mínimo desempenho. Já para um valor $\sigma = 10$ depara-se com uma melhoria bastante significativa. Neste caso, o sistema faz um bom seguimento de trajectória em alguns pontos, mas noutros o erro ainda é muito

elevado. Por outro lado, verifica-se que o desempenho do sistema com $\sigma = 10$ é quase igual ao desempenho com $\sigma = 80$ apesar de os valores entre si serem muito distante.

Nestes dois exemplos, observa-se que o sistema requer mais ganho. Um bom desempenho não é possível se não se conciliar os factores ξ e σ . Portanto, foi analisado anteriormente que diminuído ξ o ganho do sistema aumenta e que aumentando o valor de σ o ganho do sistema também aumenta. É neste sentido que se pode fazer uma melhoria do seu desempenho. Na figura 2.4 é apresentado um ganho tendo em atenção o comportamento de cada factor (ξ e σ). Neste caso, é usado um valor de $\xi = 0.01$ e $\sigma = 50$. Com estes factores foi construída a figura seguinte:

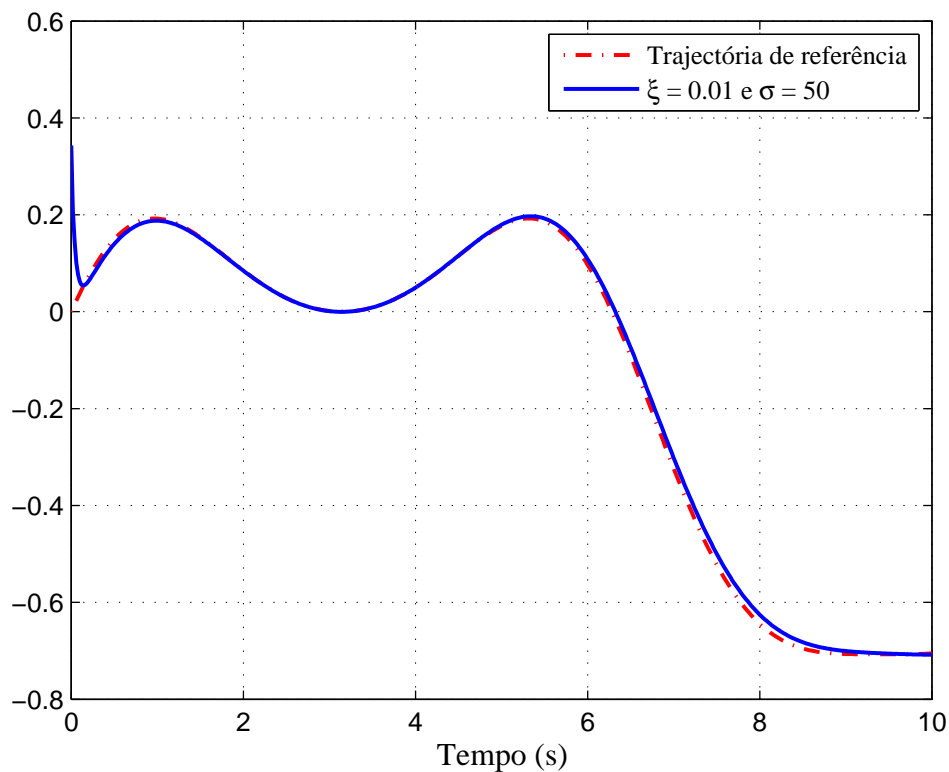


FIGURA 2.4: Conjugação do factor ξ e σ .

Como se pode ver pela figura 2.4, o sistema apresenta um bom desempenho, ou seja, a trajectória do controlador é quase igual à trajectória de referência. Pode-se observar que o erro é relativamente pequeno ao longo de toda a trajectória.

Deste modo, foi apresentado o modo de escolha dos factores de peso do sistema. Apesar de estes valores serem impostos no sistema aleatoriamente, é necessário verificar o seu desempenho e sempre que possível ajusta-los de forma a diminuir o erro do sistema.

Capítulo 3

Resultados e Simulações

Após a formulação do modelo matemático, deve-se efectuar a sua simulação de forma a validar o sistema. Portanto, este capítulo designa-se a demonstrar o comportamento da rotação da câmara quando esta se move de uma posição para outra. Para mostrar o comportamento do sistema, é usado o *Matlab* (programa de cálculo numérico). A implementação do modelo matemático da rotação da câmara no *Matlab* é seguida segundo os algoritmos já demonstrados nos capítulos anteriores.

Neste sistema serão executadas três simulações. A primeira simulação é a estabilização da orientação (em quaterniões) de um ponto inicial aleatório para zero. A segunda simulação é conduzida por uma estabilização programada, ou seja, a referência da orientação é modificada após um determinado tempo decorrido. Por último, é simulado o controlo de uma trajectória. Neste caso, a trajectória de orientação é dada por funções senos e co-senos.

Geralmente, a atitude de um sistema é definida por ângulos em graus ou em radianos consoante a linguagem que normalmente se está habituado a usar. Portanto, neste sistema vai-se a abordar a atitude em primeiro lugar definida por ângulos em graus, onde posteriormente serão convertidos em quaternions.

Deste modo, pode-se ter sempre a noção dos ângulos que o sistema está a percorrer definidos pelos quaterniões.

3.1 Estabilização a Zero

Para a estabilização a zero, é necessário dar uma atitude inicial à câmara. Esta porém, deverá ser convertida em quaterniões para ser introduzida no sistema. Então, a atitude inicial da câmara escolhida

é aleatória e claro, diferente de zero, pois é para essa referência que se pretende estabilizar o sistema. Neste caso, a atitude inicial escolhida é $\phi = 5^\circ$, $\theta = -10^\circ$ e $\psi = 8^\circ$. Convertendo em quatérnios pela equação 1.29, uma vez que o sistema funciona só nesta unidade, tem-se:

$$q = [0.9926 \quad 0.0494 \quad -0.0838 \quad 0.0732]^T \quad (3.1)$$

Como já referido, a orientação da câmara deverá ao longo do tempo estabilizar na atitude $\phi = 0^\circ$, $\theta = 0^\circ$ e $\psi = 0^\circ$. Assim, transformando em quatérnios pela equação 1.29 a atitude de referência é dada por:

$$q_{ref} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T \quad (3.2)$$

Assim sendo, a rotação da câmara é descrita pelas quatro unidades dos quatérnios. Como a unidade dos quatérnios é dado por quatro parâmetros, então, cada unidade é apresentada numa figura diferente.

Pode-se observar esta transição da atitude inicial da câmara para a atitude de referência ao longo do tempo nas figuras seguintes.

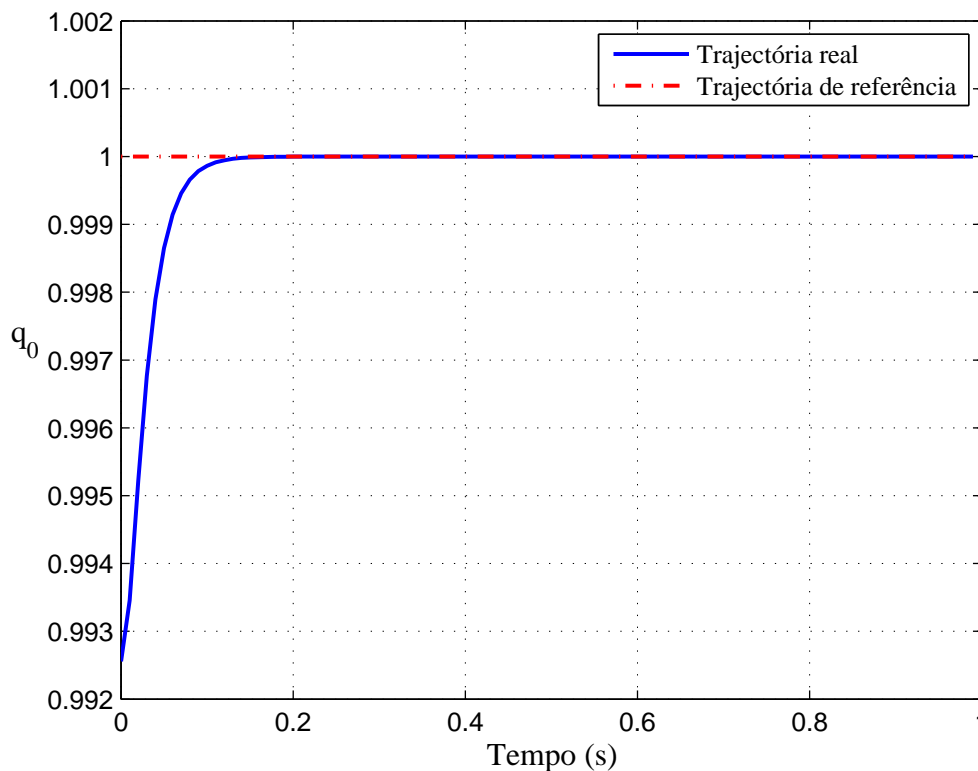


FIGURA 3.1: Resposta temporal do quatérnio q_0 .

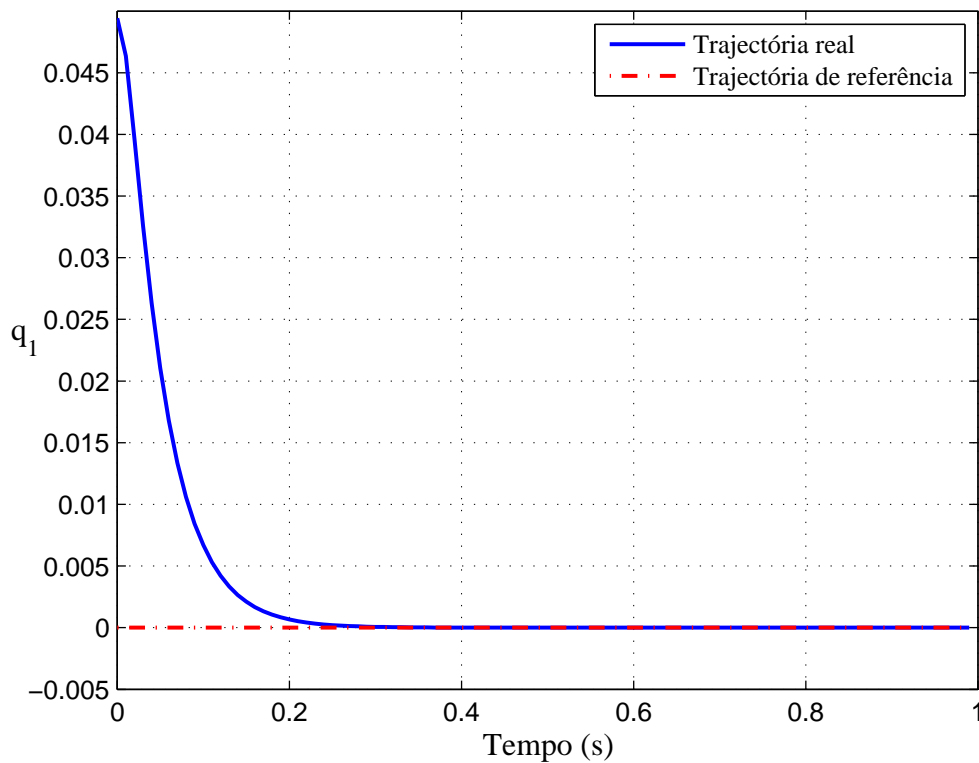


FIGURA 3.2: Resposta temporal do quaternião q_1 .

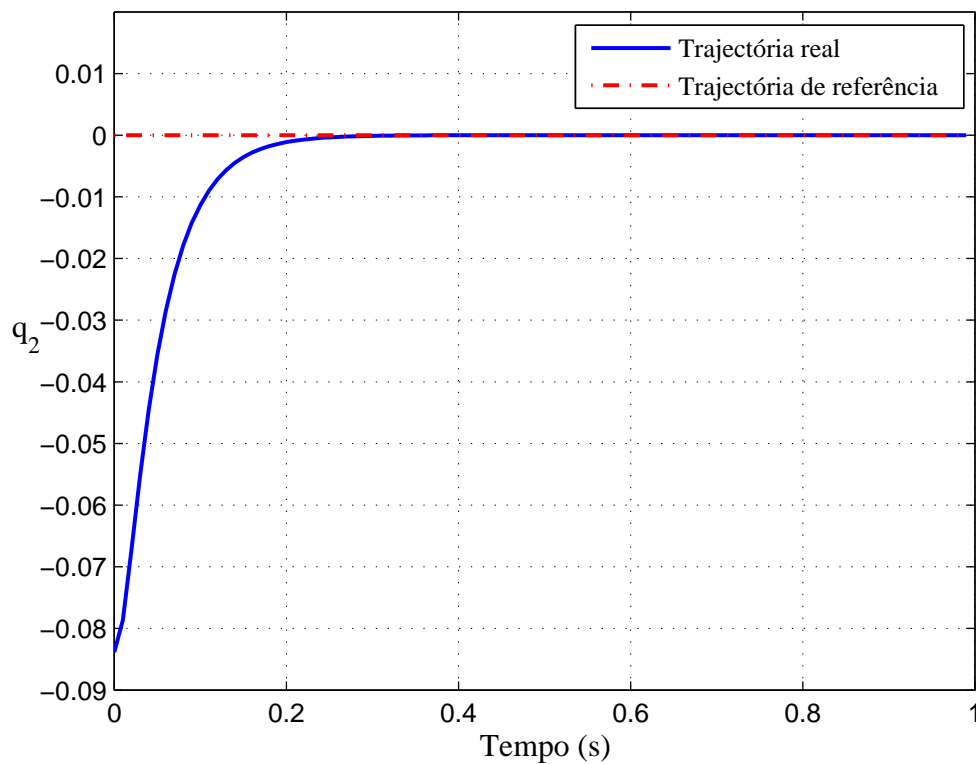
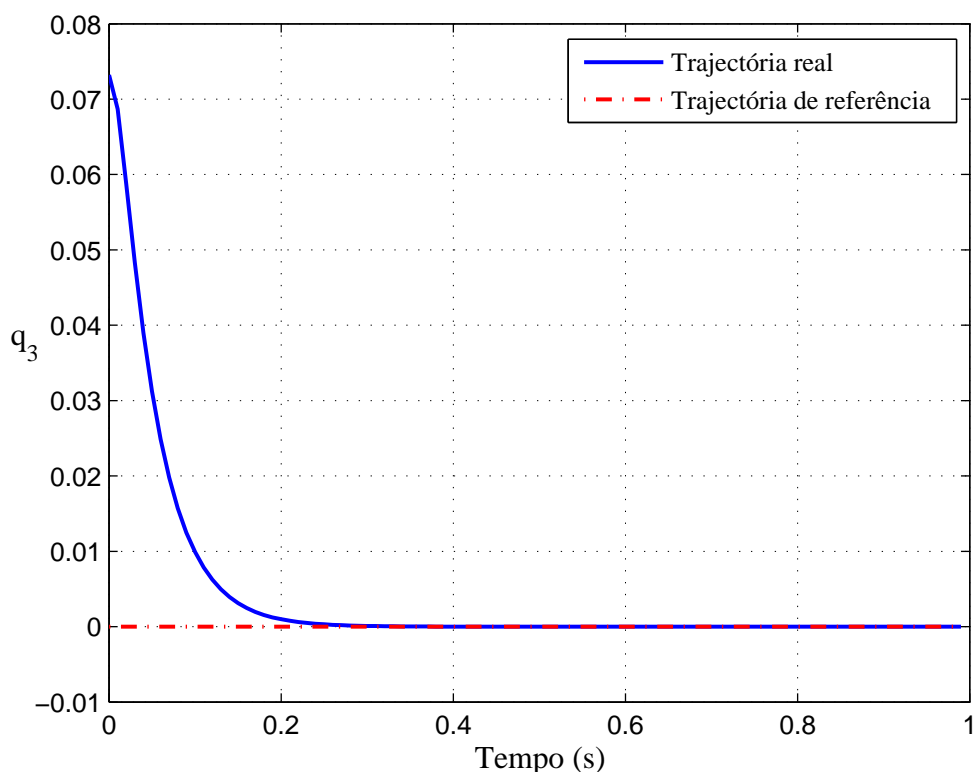


FIGURA 3.3: Resposta temporal do quaternião q_2 .

FIGURA 3.4: Resposta temporal do quaternião q_3 .

Fazendo uma análise às figuras 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4, verifica-se que o tempo necessário para dar a resposta à referência dada é muito curto (menor que 0.4 segundos), o que é bom para problemas deste tipo. Ao fim de 0.2 segundos já existe uma boa aproximação em torno de todas as referências dadas. Constitui desde logo, um bom prenúncio na avaliação do erro ao sistema, ou seja, numa primeira apreciação avista-se um erro pequeno.

Por outro lado, vê-se que o tempo de estabilização de q_0 (figura 3.1) é o mais curto, menor que 0.2 segundos. Quanto às outras três unidades q_1 , q_2 , q_3 (ver figuras 3.2, 3.3 e 3.4), o período de estabilização é quase o mesmo para todas elas, ou seja, aproximadamente 0.3 segundos.

O curto tempo de estabilização do sistema foi adquirido por tentativas alternando os factores de peso, tal como foi enunciado no capítulo anterior. No entanto, para o controlo de trajectória essa melhoria pode ser adquirida facilmente.

Na figura 3.5, observa-se o controlo temporal dos torques correspondentes à resposta da mudança de orientação anteriormente referida. Repare-se que o tempo representado na figura 3.5 é mais curto que nas anteriores. No entanto, é por mera representação gráfica, uma vez que o tempo de simulação foi de um segundo. Assim, pode-se observar melhor a resposta dos controladores ao sistema. Note-se que ao

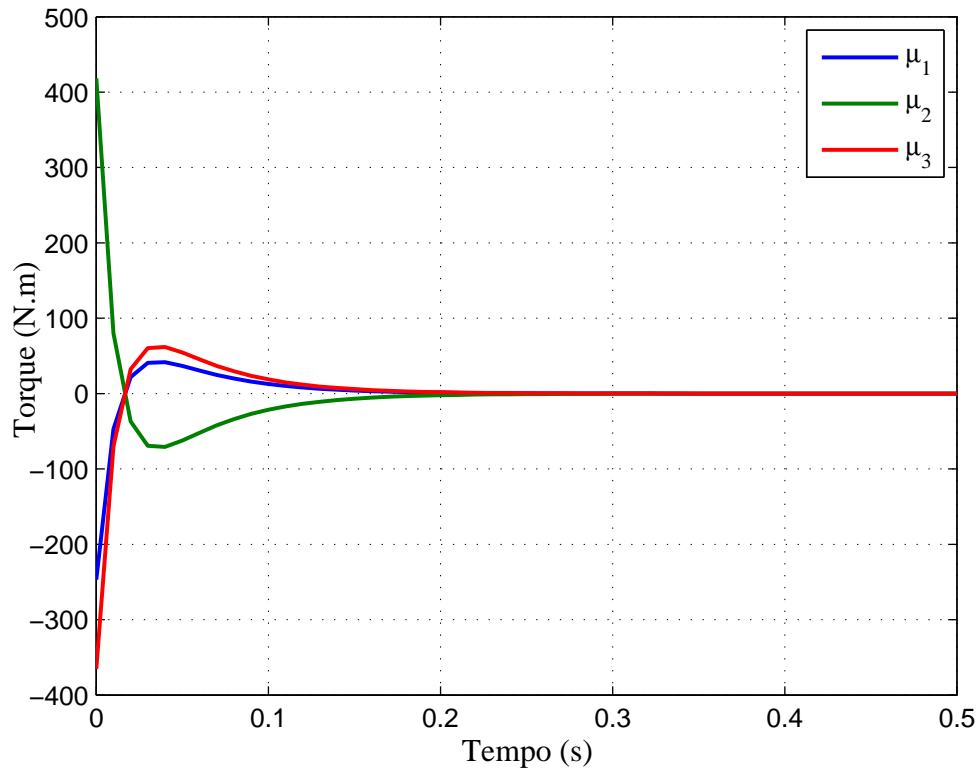


FIGURA 3.5: Resposta temporal dos controladores.

fim de 0.2 segundos os controladores estão quase estabilizados uma vez que a câmara se encontra nas proximidades da referência pretendida.

3.2 Estabilização Agendada

Esta simulação é idêntica à simulação anterior, diferindo só no tempo que é dividido por intervalos. Neste caso, para cada intervalo de tempo é dada uma nova referência.

Para simular esta fase, a câmara vai partir de uma atitude $\phi = 0^\circ$, $\theta = 0^\circ$ e $\psi = 0^\circ$. Logo, pela equação (1.29) os valores dos quatérnios correspondentes são:

$$q = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3.3)$$

O tempo de simulação é de dez segundos com um intervalo de dois em dois segundos como é mostrado na seguinte equação.

$$\text{Atitude de referência em graus} = \begin{cases} \left[\begin{array}{ccc} \phi = 5^\circ & \theta = -2^\circ & \psi = 3^\circ \end{array} \right], & 0 \leq t \leq 2 \\ \left[\begin{array}{ccc} \phi = 10^\circ & \theta = -8^\circ & \psi = 10^\circ \end{array} \right], & 2 < t \leq 4 \\ \left[\begin{array}{ccc} \phi = 12^\circ & \theta = -1^\circ & \psi = 16^\circ \end{array} \right], & 4 < t \leq 6 \\ \left[\begin{array}{ccc} \phi = 9^\circ & \theta = 4^\circ & \psi = 14^\circ \end{array} \right], & 6 < t \leq 8 \\ \left[\begin{array}{ccc} \phi = 11^\circ & \theta = 6^\circ & \psi = 8^\circ \end{array} \right], & 8 < t \leq 10 \end{cases} \quad (3.4)$$

Nesta nova fase, o controlador da câmara terá que dar uma resposta para cada intervalo de tempo, uma vez que a referência altera a cada dois segundos. Assim, convertendo a atitude dos ângulos de Euler em quaterniões pela equação (1.29) para cada intervalo de tempo, tem-se:

$$\text{Atitude de referência em quaterniões} = \begin{cases} q = \begin{bmatrix} 0.9985 & 0.0441 & -0.0163 & 0.0269 \end{bmatrix}^T, & 0 \leq t \leq 2 \\ q = \begin{bmatrix} 0.9895 & 0.0927 & -0.0616 & 0.0927 \end{bmatrix}^T, & 2 < t \leq 4 \\ q = \begin{bmatrix} 0.9847 & 0.1047 & 0.0060 & 0.1393 \end{bmatrix}^T, & 4 < t \leq 6 \\ q = \begin{bmatrix} 0.9892 & 0.0736 & 0.0441 & 0.1187 \end{bmatrix}^T, & 6 < t \leq 8 \\ q = \begin{bmatrix} 0.9920 & 0.0918 & 0.0586 & 0.0643 \end{bmatrix}^T, & 8 < t \leq 10 \end{cases} \quad (3.5)$$

Nas figuras 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9, pode-se observar as simulações obtidas neste intervalo de tempo, variando a referência da atitude da câmara de dois em dois segundos.

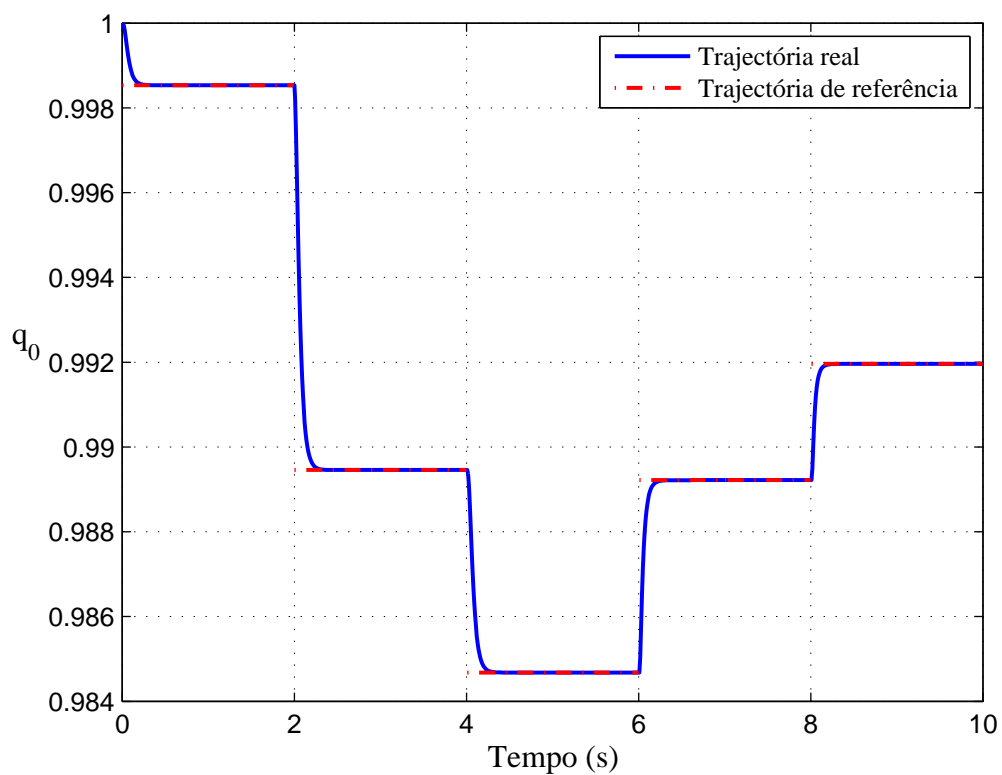


FIGURA 3.6: Resposta temporal do quaternião q_0 para várias referências.

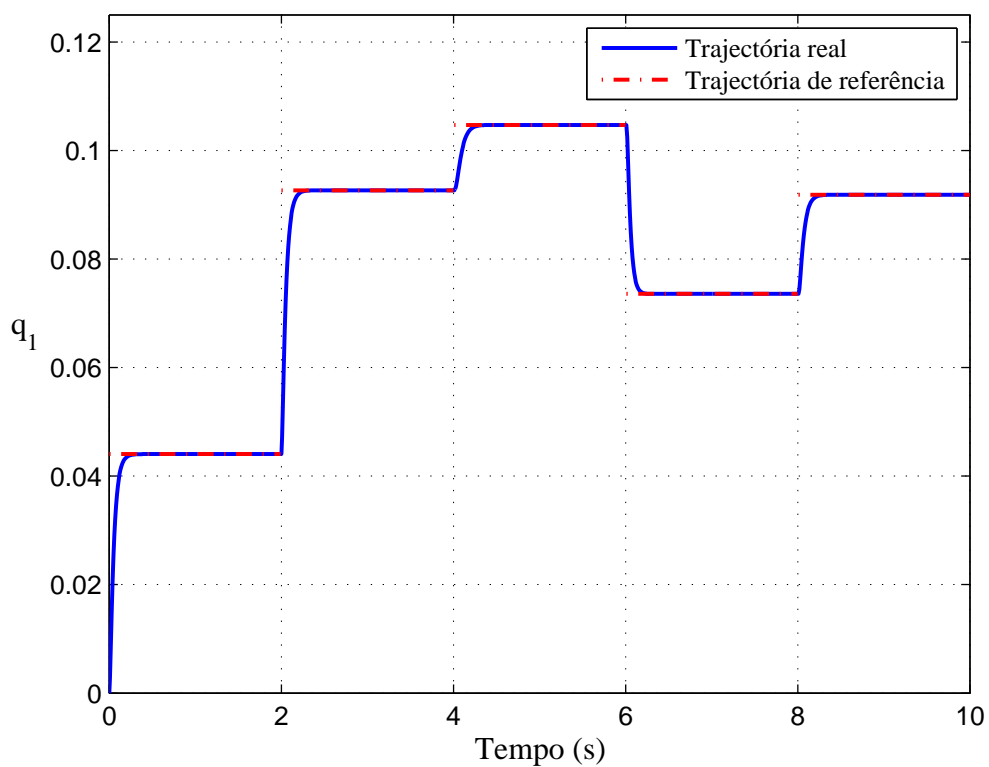


FIGURA 3.7: Resposta temporal do quaternião q_1 para várias referências.

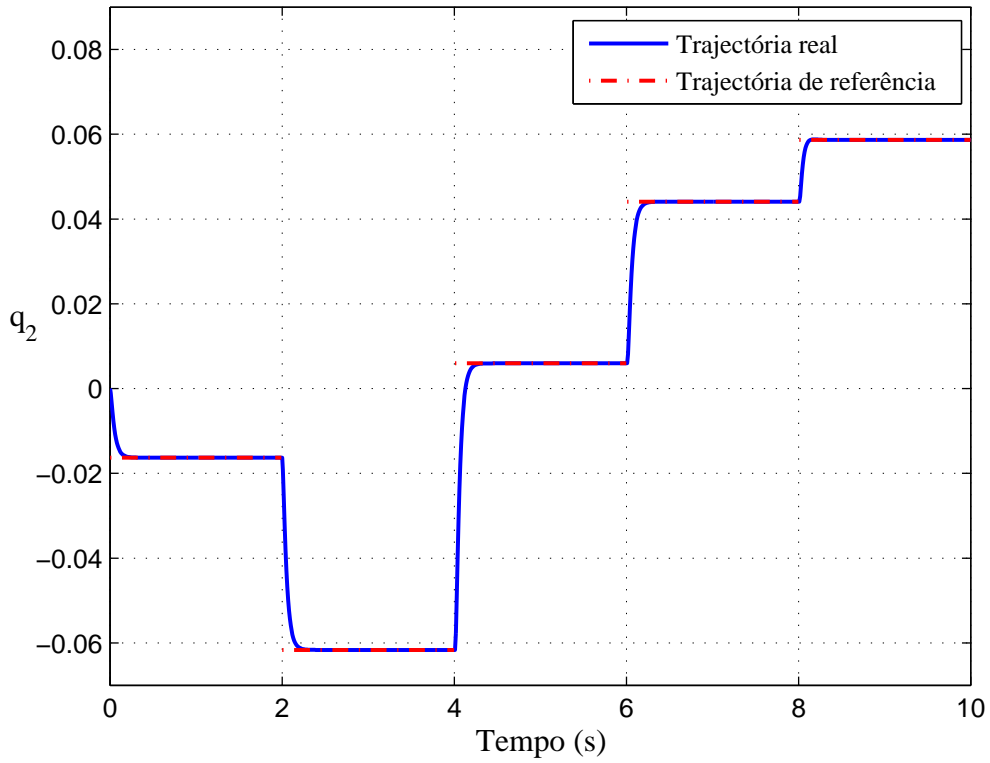


FIGURA 3.8: Resposta temporal do quaternião q_2 para várias referências.

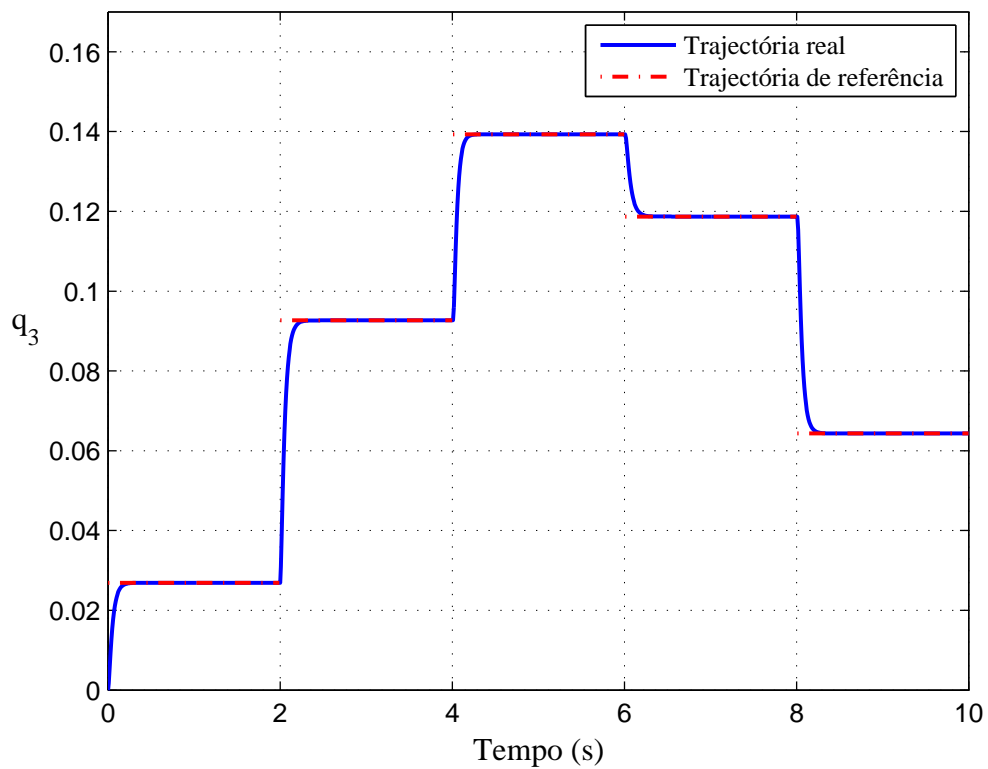


FIGURA 3.9: Resposta temporal do quaternião q_3 para várias referências.

Tal como na estabilização a zero, as unidades dos quaterniões são representadas em figuras diferentes, ou seja, para cada unidade de quaternião tem-se uma figura que a representa.

Numa primeira análise às figuras 3.6, 3.7, 3.8 e 3.9 é observado que em todas as unidades dos quaterniões existe um bom desempenho por parte do controlador. Desta forma, sempre que é dada uma nova referência o controlador larga a referência a que se encontra para se estabilizar na nova posição. Por outro lado, é visualizado que essa passagem da referência é realizada num curto espaço de tempo, tal como foi visto na estabilização a zero.

De facto, neste tipo de estabilização agendada não existe uma trajectória contínua, no entanto, este tipo de estabilização pode ser uma boa solução para definir uma trajectória. Nesta simulação, o período de mudança de referência é de dois segundos, mas, pode em outros projectos, ser alongado ou encurtado.

Assim, o controlador encontra-se em repouso em determinados instantes de tempo. Isto acontece quando a trajectória de referência é mantida constante e após o controlador estabilizar nessa posição. Deste modo, poupa-se energia por parte do controlador enquanto se encontra parado.

3.3 Controlo de Trajectória

Tal como o nome indica, para o sistema fazer o controlo de trajectória terá que seguir uma trajectória de referência. Nos dois casos anteriormente simulados, os valores de referência dos quaterniões eram dados através da transformação dos ângulos de Euler. Para este caso o procedimento será o mesmo, uma vez que estes nos transfiguram uma melhor compreensão. São então geradas trajectórias para descrever o rolamento, a arfagem e a guinada que, posteriormente, serão convertidas em quaterniões. Deste modo, obtêm-se quatro trajectórias para cada um dos quaterniões.

As funções mais simples que elaboram uma trajectória de ângulos são as funções de senos e co-senos. Para a aplicação a este sistema apenas são geradas funções seno em função do tempo. No entanto, para criar trajectórias diferentes só é necessário alterar o valor da frequência como se pode verificar através da seguinte equação.

$$F(t) = \sin(2\pi ft) \quad (3.6)$$

Onde f é o valor da frequência da trajectória em ciclos por segundo e t o tempo em segundos. Contudo, para obter a trajectória dos ângulos em função do tempo, tem-se:

$$\hat{\text{Ângulo da trajetória}} = \sin^{-1} F(t) \quad (3.7)$$

Para definir a trajetória do rolamento é utilizada uma frequência de $f = 1/10 \text{ s}^{-1}$, por outro lado, para a trajetória da arfagem é utilizada uma frequência de $f = 1/20 \text{ s}^{-1}$ e finalmente, para a trajetória da guinada é utilizada uma frequência de $f = 1/15 \text{ s}^{-1}$. Estas trajetórias são posteriormente convertidas em quaterniões e introduzidas no sistema para a sua simulação.

A atitude inicial da câmara é de $\phi = 20^\circ$, $\theta = -15^\circ$ e $\psi = 30^\circ$. Convertendo em quaterniões pela equação (1.29) tem-se:

$$q = [0.9372 \quad 0.1996 \quad -0.0796 \quad 0.2746]^T \quad (3.8)$$

De seguida são apresentados os resultados das simulações do controlo de trajetória na unidade dos quaterniões, uma vez que o sistema foi programado para trabalhar nessa unidade. Logo, são apresentadas quatro figuras para cada uma das unidades dos quaterniões.

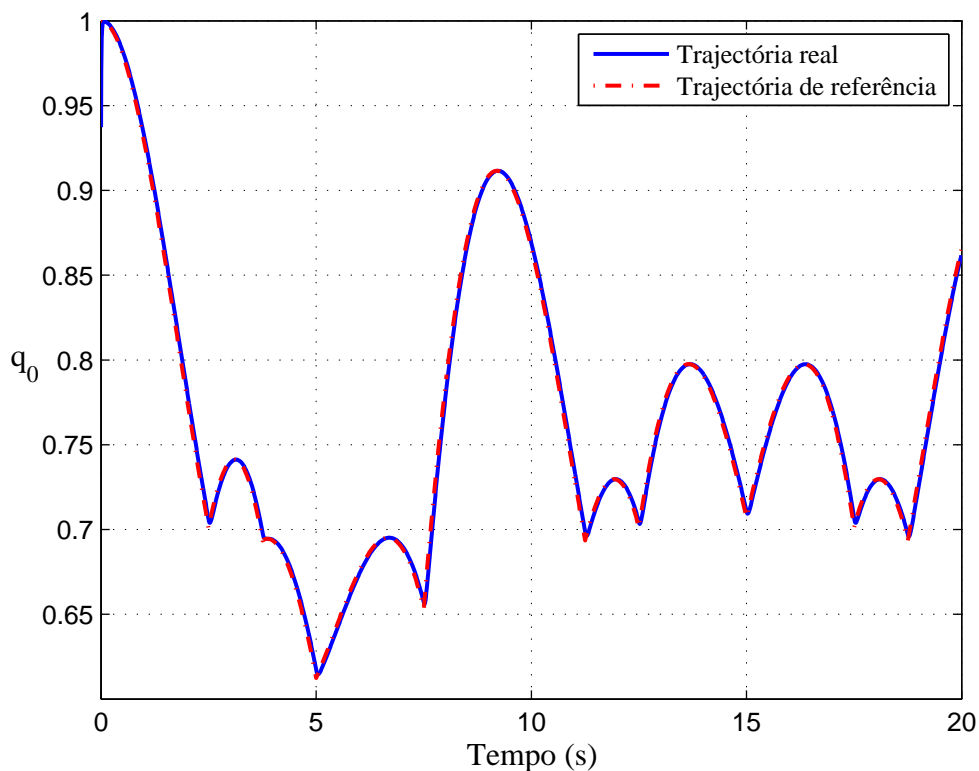


FIGURA 3.10: Resposta temporal do quaternião q_0 para a trajetória de referência.

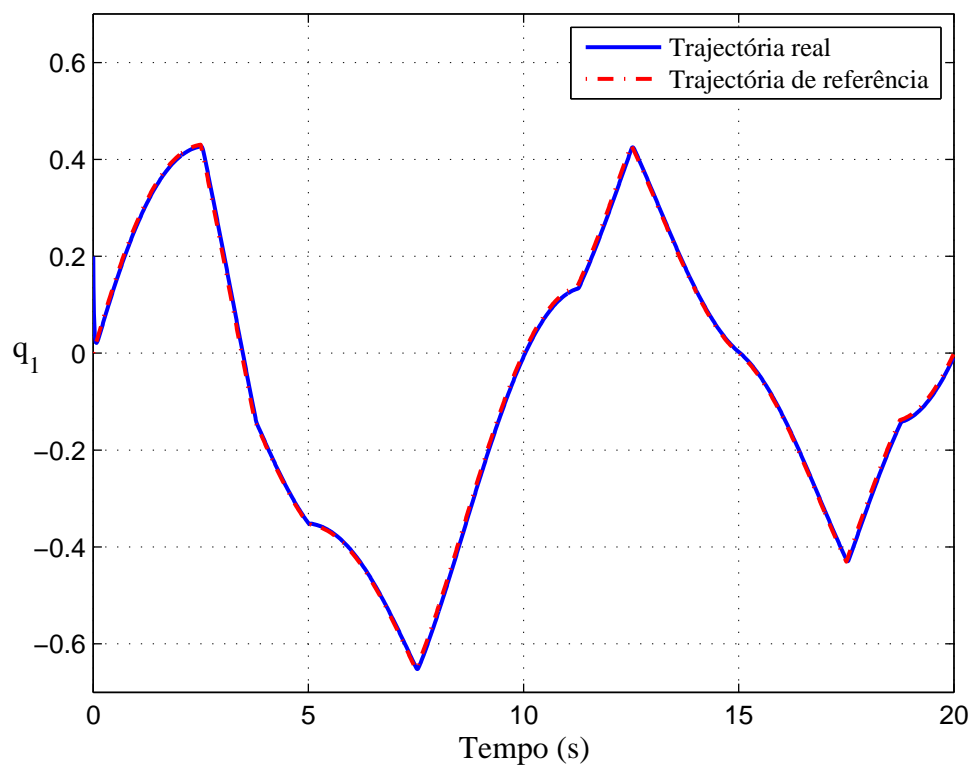


FIGURA 3.11: Resposta temporal do quaternião q_1 para a trajectória de referência.

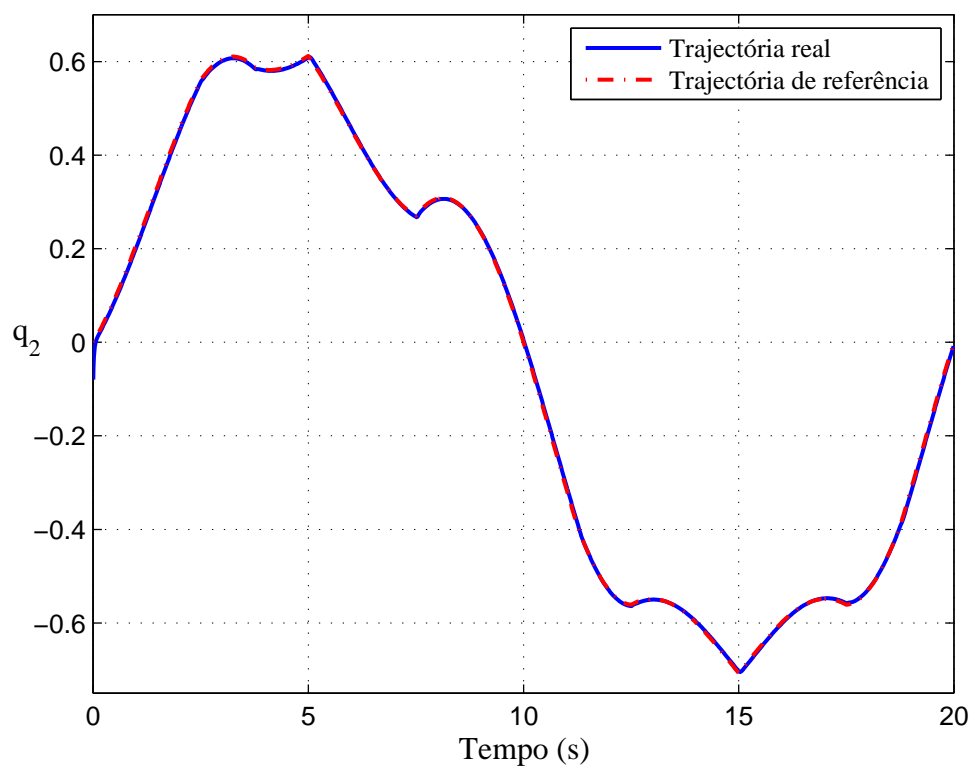


FIGURA 3.12: Resposta temporal do quaternião q_2 para a trajectória de referência.

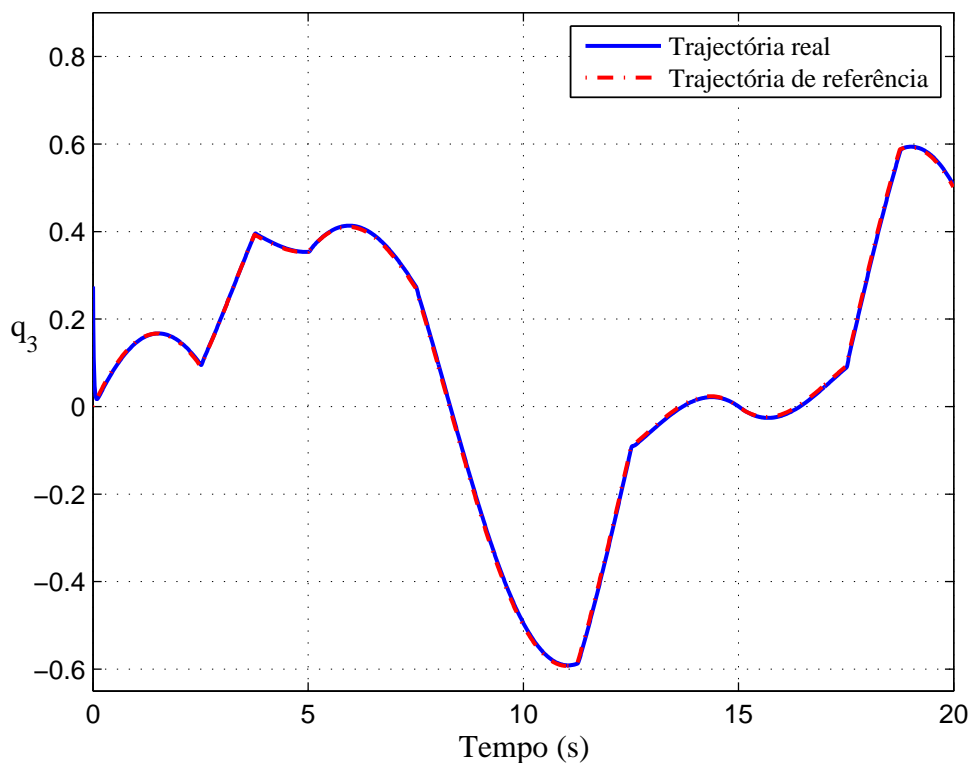


FIGURA 3.13: Resposta temporal do quaternião q_3 para a trajetória de referência.

Nas figuras 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13, observa-se o resultado das simulações para o controle de trajetória. Numa primeira abordagem aos resultados, vê-se que as curvas que definem os quaterniões não são muito suaves. No entanto são trajetórias contínuas derivadas de funções seno.

Num sistema real, as trajetórias definidas pelos quaterniões poderão ser mais suaves ao longo do tempo, isto porque certamente os ângulos de Euler não oscilarão tão rapidamente num intervalo de $[-90^\circ, 90^\circ]$ em tão curto espaço de tempo e em torno dos três eixos, a não ser em casos extremos. O tipo de trajetória foi definido, deste modo, meramente para avaliar o comportamento do sistema em vários ângulos.

Abordando agora o seu desempenho, é visível que a orientação inicial da câmara parte de um ponto fora da trajetória, no entanto, o sistema corrige rapidamente a sua nova posição. Desta forma, dirige-se para a trajetória seguindo-a depois ao longo do tempo.

Uma vez que as trajetórias do sistema parecem muito semelhantes às de referência e a unidade dos quaterniões não é assim tão fácil de interpretar, será portanto, interessante converter as trajetórias dos quaterniões em trajetórias de ângulos de Euler.

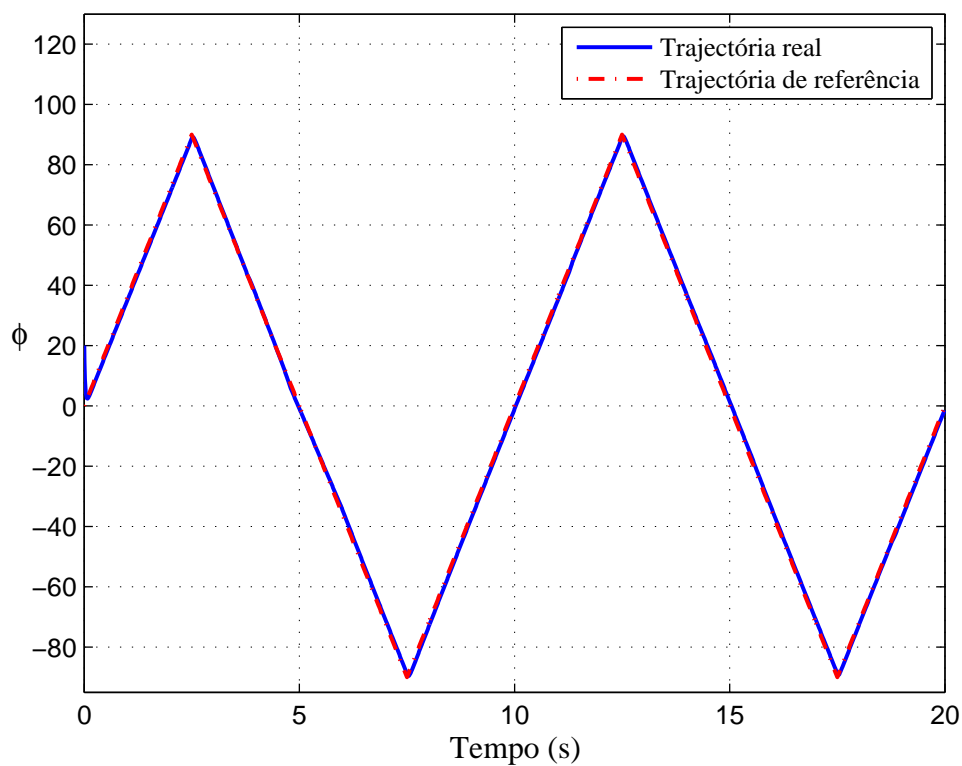


FIGURA 3.14: Resposta temporal do rolamento para a trajectória de referência.

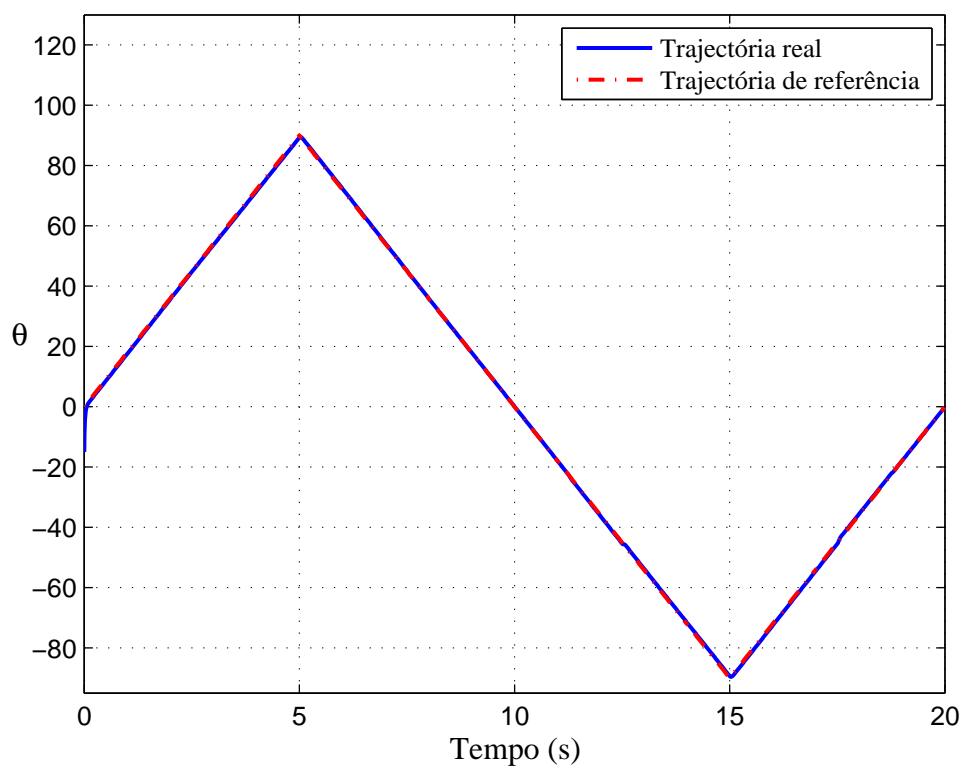


FIGURA 3.15: Resposta temporal da arfagem para a trajectória de referência.

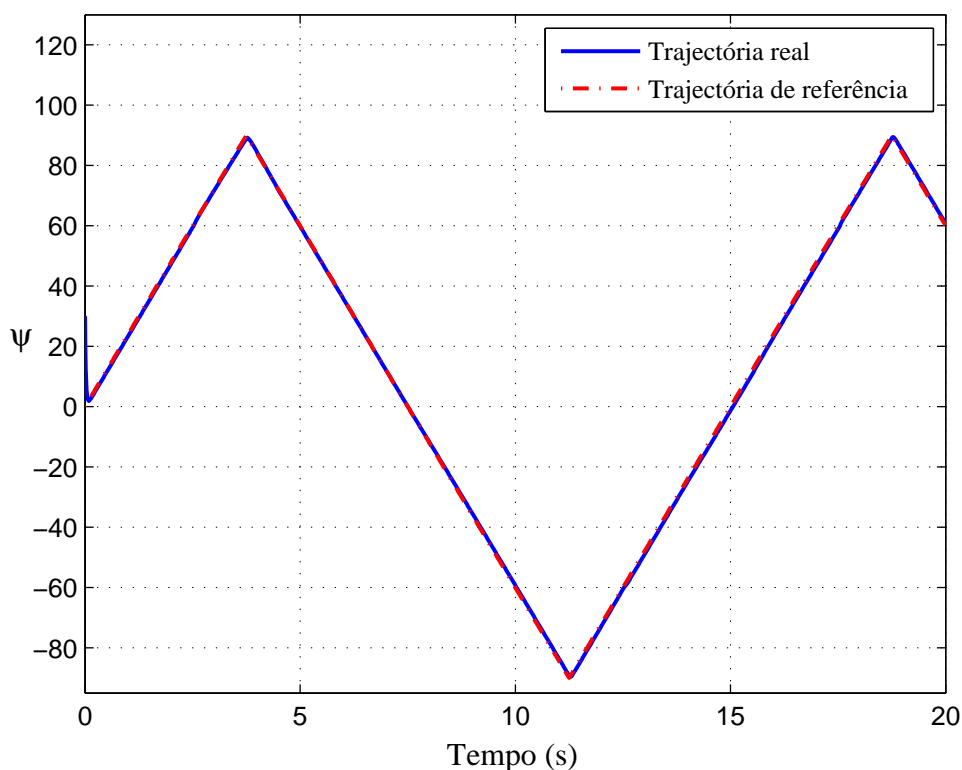


FIGURA 3.16: Resposta temporal da guinada para a trajetória de referência.

Esta transformação é dada pela equação 1.30, referida no capítulo 1. Nas três figuras anteriores, pode-se observar o sistema definido em ângulos de Euler.

Após a conversão, observa-se uma boa resposta por parte do controlador, também já visto nas trajetórias dos quatérnios. Nesta representação, é bem visível a alternância das frequências para cada trajetória.

As trajetórias dos ângulos de Euler são agora funções suaves, o que já era esperado pois são funções derivadas de funções seno. Por outro lado, com esta conversão veio-se provar que apesar das trajetórias dos quatérnios serem compostas por funções com muitas oscilações (contendo muitos "picos" ao longo do tempo) são, de facto, as trajetórias reais derivadas da transformação dos ângulos de Euler.

Para este sistema, já foram analisadas três simulações diferentes. Na primeira, foi testada a estabilização a zero a qual foi bem sucedida. Na segunda, foi agendada uma série de orientações a cada dois segundos as quais também foram atingidas com sucesso. Em último lugar, foi testado o controlo de trajetória e que, de acordo com as simulações apresentadas, revela óptimos resultados. Isto porque as trajetórias do sistema são muito semelhantes às de referência, tanto na unidade dos quatérnios como também na sua transformação em ângulos de Euler.

3.4 Cálculo do Erro de Seguimento

Apesar dos bons resultados obtidos nas simulações anteriores, estes não são suficientes para pronunciar o bom funcionamento do sistema. As trajectórias são de facto muito idênticas às de referência, no entanto, estão sempre associados alguns erros entre elas. Neste caso, é fundamental fazer uma análise aos erros.

Portanto, para o cálculo do erro do sistema é utilizada a seguinte equação:

$$e = x_{ref} - x \quad (3.9)$$

Então, a partir da equação anterior é calculado o erro do sistema em ângulos de Euler, ou seja, a partir dos valores apresentados nas figuras 3.14, 3.15 e 3.16. O cálculo do erro é efectuado em graus uma vez que esta unidade é mais acessível a uma melhor interpretação.

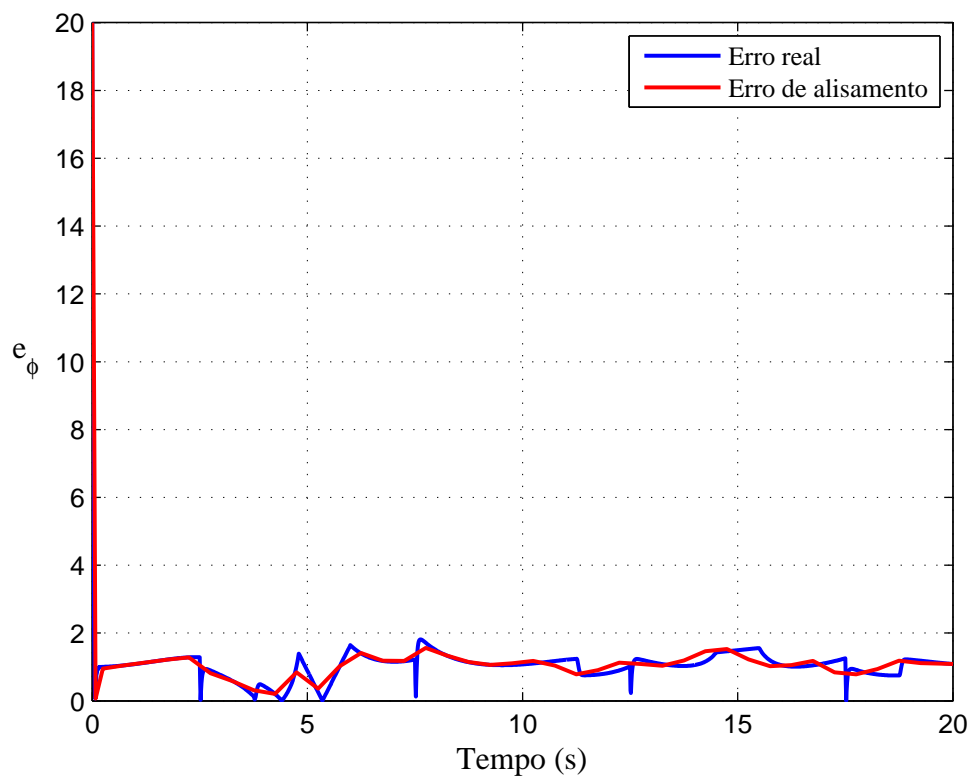


FIGURA 3.17: Erro de seguimento do rolamento.

Nas figuras 3.17, 3.18 e 3.19, a azul, pode-se observar o erro real da atitude da câmara ao longo do tempo, onde se verifica um erro médio do sistema em cerca de 1°.

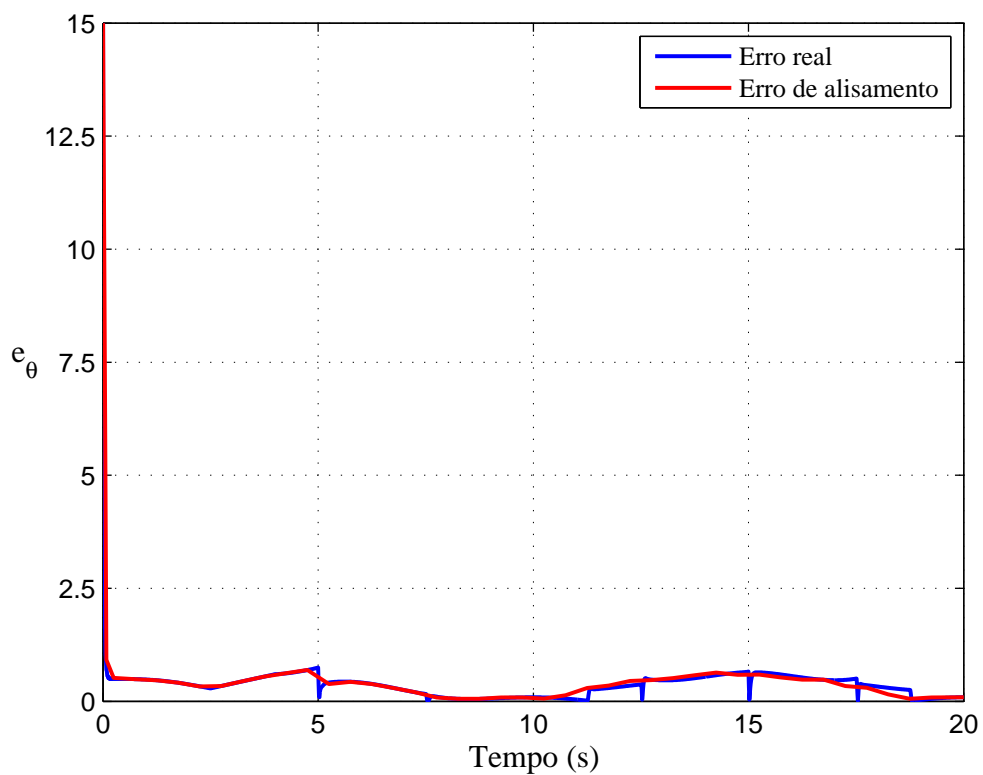


FIGURA 3.18: Erro de seguimento da arfagem.

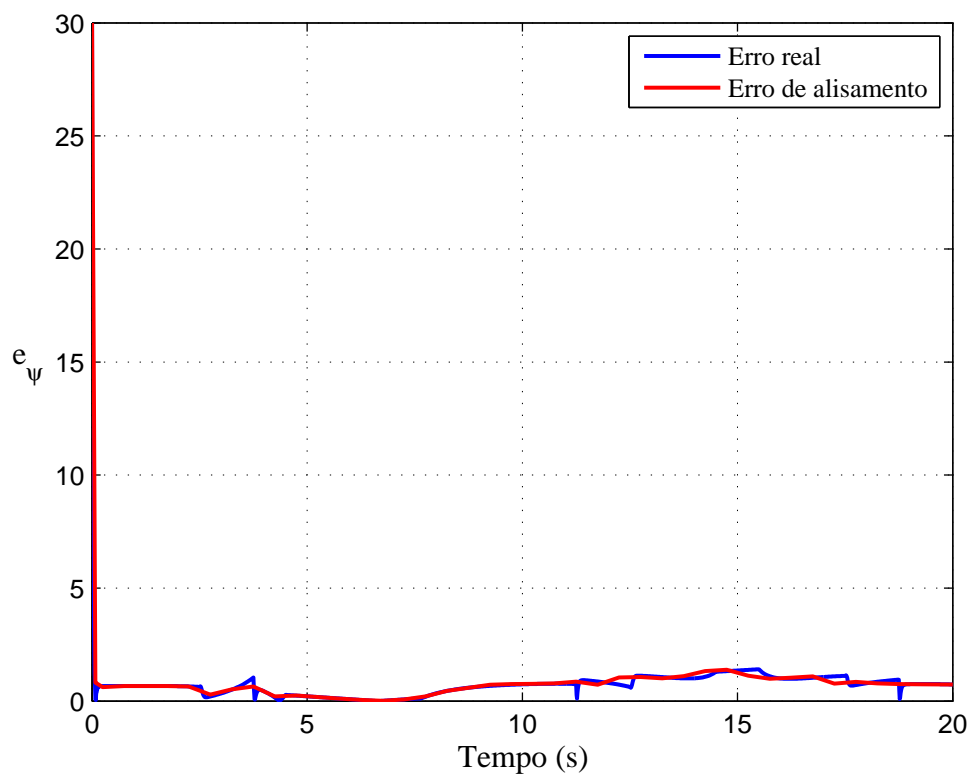


FIGURA 3.19: Erro de seguimento da guinada.

Este erro não é perceptível nas figuras 3.14, 3.15 e 3.16 devido à escala apresentada, ou seja, em 180° (de -90° a 90°) a diferença de 1° não é muito visível, pois a largura das linhas é quase do tamanho de comprimento de 1° para essa escala. Daí, ser muito importante a análise do erro.

Em sistemas deste tipo, o erro de 1° pode não ser muito significativo, dependendo sempre do tipo de câmara a utilizar no sistema, bem como do tipo de missão a que irá ser sujeita.

Porém, para implementar este sistema num sistema real, é importante fazer a sua calibragem. Esta é executada tendo em conta o erro demonstrado. Deste modo, o erro de 1° será reduzido para um erro quase nulo.

O sistema em análise contém o erro real com muitas oscilações. Isto deve-se um pouco ao facto das trajectórias dos quatérnios terem muitos "picos". Assim, para a calibração num sistema real deve-se utilizar um erro mais suave (erro de alisamento). Este erro está representado nas figuras 3.17, 3.18 e 3.19 a vermelho e é calculado a partir do erro real.

O cálculo do erro de alisamento é efectuado do seguinte modo:

1. Enquanto o erro real for maior que 1.5° (até à proximidade da trajectória de referência) o erro de alisamento é igual ao erro real.
2. Quando o erro real for menor ou igual a 1.5° (a partir do seguimento da trajectória de referência), o erro de alisamento é calculado sob a forma de intervalos. A cada 0.5 segundos é calculada a média do erro real. Por exemplo, no intervalo de $[0.5, 1]$ segundos calcula-se o erro médio de todos os erros reais nesse intervalo de tempo. Assim sendo, no instante $t = 0.75(s)$ o erro de alisamento é igual ao erro médio desse intervalo de tempo. No final é construída uma função que passa por todos os pontos médios.

De facto, o erro de alisamento é muito semelhante ao erro real, no entanto, contém menos oscilações.

Então, para a implementação real deste método deve-se ter em conta o erro de alisamento, ou seja, para a calibração do sistema aplica-se a soma do erro de alisamento em cada instante de tempo à trajectória de referência, reduzindo assim o erro ao sistema.

Após a análise do controlo de trajectória e do seu erro, verifica-se um bom desempenho do sistema desenvolvido pelos quatérnios.

Capítulo 4

Conclusão

O capítulo 1, tem como principal objectivo demonstrar qual a utilidade deste trabalho para a sociedade dos dias de hoje. A vigilância aérea, visa portanto auxiliar os trabalhos na luta contra o terrorismo e no combate aos incêndios. Daí a importância na criação de um bom sistema capaz de orientar o foco da câmara acoplada a um veículo aéreo para uma determinada zona terrestre. Sendo um sistema que pode ter várias referências, (referência da aeronave, referência da câmara, referência terrestre e referência aerodinâmica) são, portanto, enunciadas algumas transformações entre elas.

O processamento do sistema é, então, expresso pela dinâmica das rotações. Desta forma, são definidos dois modelos para o seu desempenho (ângulos de Euler e quatérniões). No entanto, a rotação da câmara é executada pela unidade dos quatérniões, dado que neste sistema ela pode operar não só em pequenas, mas também em grandes amplitudes. No final do capítulo é referenciado um problema de estabilização da atitude de três eixos de um veículo espacial rígido por intermédio da lei de controlo.

No capítulo 2 é elaborado o modelo matemático que descreve o movimento de rotação da câmara. A partir das equações deste modelo é linearizado o sistema e aplicado no método de controlo de trajetória. Este método de controlo é um método simples tanto em termos de cálculo como em tempo de processamento, fácil de implementar e estabiliza o estado do sistema para qualquer referência desejada. A sua aplicação pode ser realizada em sistemas lineares e não lineares. Os valores dos ganhos são determinados por tentativas, no entanto, dada a simplicidade do método, é encontrado facilmente um bom desempenho no sistema. Desta forma, tem-se o modelo da rotação da câmara habilitado a ser simulado.

No capítulo 3 são expressas as simulações aplicadas ao sistema. A estabilização a zero é a primeira simulação ao modelo, onde se observa um bom desempenho estabilizando em menos de 0.4 segundos.

Pôde-se verificar que aumentando o ganho, aumenta-se a rapidez de estabilização. À primeira vista, dá-se a entender que quanto mais rápida é a estabilização melhor é o sistema. De facto, a rapidez é um factor importante para sistemas deste tipo, mas quanto maior a rapidez maior terá que ser a força imposta pelos actuadores de modo a vencer a inércia de rotação da câmara. Portanto, para a implementação do sistema, este é um factor que se deve ter em conta no projecto, uma vez que podem não existir actuadores capazes de dar uma resposta rápida e com um elevado grau de força para fazer mover o sistema.

Na segunda simulação é elaborada uma estabilização agendada. O seu funcionamento é igual à anterior, no entanto a cada intervalo de tempo (2 segundos neste caso) é dada uma nova referência. Este tipo de procedimento pode ser muito útil em alguns casos, pois os actuadores não se encontram em constante funcionamento, reduzindo o consumo.

Para a última simulação é testado o controlo de trajectória. As trajectórias são definidas pelos quaterniões, mas dado que é um sistema de difícil interpretação, os dados obtidos após a sua simulação são convertidos para ângulos de Euler e, posteriormente, é analisado o seu erro. Foi, então, verificado que em média para o controlo de cada trajectória (rolamento, arfagem e guinada) é obtido um erro real de aproximadamente 1° . No entanto, este erro é muito útil para a calibragem do sistema. Assim, por intermédio do erro de alisamento (calculado a partir do erro real), pode-se obter um sistema com um erro quase nulo.

Neste sentido, é provado que o sistema definido pelos quaterniões é uma boa alternativa para realizar a orientação do foco de uma câmara acoplada a um veículo aéreo.

Então, para trabalhos futuros sugerem-se dois aspectos:

1. Num certo instante de tempo, o foco da câmara tem uma determinada orientação. Portanto, para mudar esse foco para um outro ponto é necessário determinar qual a rotação da câmara (rolamento, arfagem e guinada). Assim sendo, e acrescentando ao trabalho já elaborado, a orientação do foco da câmara passaria a ser definida por pontos.
2. Criar um modelo dinâmico que determine a atitude de uma aeronave ao percorrer uma determinada trajectória. Ao acoplar a câmara a um veículo aéreo, dificilmente o centro de gravidade da câmara é coincidente com o centro de gravidade do veículo. Logo, deve-se ter em conta que ao mudar a atitude do veículo aéreo se está a modificar a direcção do foco da câmara. Deste modo, a câmara deve corrigir a sua orientação sempre tendo em conta o ponto de focagem e a rotação do veículo aéreo.

Bibliografia

- [1] Corrêa, M. A., e Júnior, J. B. C., Estudos de Veículos Aéreos não Tripulados Baseado em Sistemas Multi-agentes e sua Interação no Espaço Aéreo Controlado, *Sitraer* 7, Novembro 2008, pp. 674-683.
- [2] Ollero, A., Martínez-de-Dios, J. R., Merino, L., Caballero, F., and Viegas, D. X., Sistema Basado en el Empleo Vehículos Aéreos no Tripulados para la Lucha Contra Incendios Forestales, *Wildfire*, 2007.
- [3] Restás, Á., The Regulation Unmanned Aerial Vehicle of the Szendro Fire Department Supporting Fighting Against Forest Fires, *Forest Ecology and Management*, 2006.
- [4] Ollero, A., Martínez-de-Dios, J. R., and Merino, L., Unmanned Aerial Vehicles as tools for Forest-fire Fighting, *Forest Ecology and Management* 2006.
- [5] Leite, R. C., O Sivam: uma Oportunidade Perdida, *Estudos Avançados*, Vol. 16, No. 46, 2002, pp. 123-130.
- [6] Wittkoff, E. P., Brazil's SIVAM: Surveillance Against Crime and Terrorism, *International Journal of Intelligence and CounterIntelligence*, Vol.16, No.4, January 2003, pp.543-560.
- [7] Pöllänen, R., Toivonen, H., Peräjärvi, K., Karhunen, T., Ilander, T., Lehtinen, J., Rintala, K., Katajainen, T., Niemelä, J., Juusela, M., Radiation Surveillance Using an Unmanned Aerial Vehicle, *Applied Radiation and Isotopes*, Vol. 67, October 2009, pp. 340-344.
- [8] McLean, D., *Automatic flight control systems*, Prentice Hall, University of Southampton, UK, 19–31, 1990.
- [9] Bousson, K., Smooth Control Trajectory Generation for a Time-optimal Attitude Control Problem, *Mechanika*, 2010 (no prelo).

-
- [10] Shoemake, K., Animating Rotation with Quaternion Curves, *SIGGRAPH'85*, Vol. 19, No.3, July 1985, pp. 245-254.
- [11] Joshi, S. M., Kelkar, A. G., and Wen, J. T. Y., Robust Attitude Stabilization of Spacecraft Using Nonlinear Quaternion Feedback, *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol. 40, No. 10, October 1995, pp. 1800-1803.

Anexo

Documento aceite para a conferência ICOMOS-VF'2010

Multiquadric Approximation for Geodetic Location by Airborne Camera

André Silva¹, José Novais², K. Bousson³

Abstract – *This thesis addresses the development of a method for surface reconstruction and a vision based system for position estimation and camera control, for an unmanned aerial vehicle. A theory for response surface approximation was developed to interpolate a given set of data for application in surface reconstruction and geodetic location by focus of a camera for aerial surveillance. To lock the camera in the estimated location is necessary to control the orientation of the focus of the camera during the flight. The system can guide the camera to any point on the surface reconstructed using quaternion methods or any point location estimated, regardless of the direction and dynamics of the disturbances that the aircraft may have.*

Keywords: *Multiquadrics, surface reconstruction, robust camera control, quaternions*

I. Introduction

The development in the area of aerial surveillance technologies have been growing in the past years. Unmanned aerial vehicles are being used more and more in civilian applications such as monitoring of traffic, recognition and surveillance vehicles, search and rescue operations, homeland security, natural resource management and military operations.

For an effective detection and localization of a target or position is very important to know the geographical terrain. But the real world numerical data is usually difficult to analyze. Any function which would effectively correlate the data would be difficult to obtain and highly unwieldy.

There are many methods to reconstruct the continuous 3D surface from discrete scattered data. The scattered data approximation problem is easily described and occurs frequently in many branches of science.

To this end, the idea of the basic theory of Hardy multiquadric response surface approximation as in [1], [2] was developed to interpolate a given set of data for application in surface reconstruction and geodetic localization by focus of a camera for aerial surveillance.

Here we deal with functions of two independent variables, but the methods are easily extendible to arbitrary dimensions. The method is one of a class of methods known as radial basis functions methods, that includes other attractive schemes. The basic idea of such methods is quite simple.

Suppose that the data (x_j, y_j, z_j) , $j = 1, \dots, N$ are given, assumed to be measurements of an underlying function $z = f(x, y)$.

The function f is to be approximated by a function $s(x, y)$ from the given data. For purposes of being definite it is pertinent to note that for the multiquadric method the radial function is:

$$\varphi(x, y) = \sqrt{|x - x_j|^2 + |y - y_j|^2 + c^2}$$

where $|\cdot|$ is the Euclidean norm.

The parameter c is known as the shift or smooth parameter in multiquadric approximation. For interpolation, that is, exact matching of the given data, a multiquadric function $\varphi(x, y)$ is associated with each data point. The approximation is a linear combination of the multiquadric functions, along with some polynomial terms that may be necessary in some cases, or may be used to assure that the approximation method has polynomial precision.

$$s(x, y) = \sum_{j=1}^N \alpha_j \varphi_j(x, y) + \sum_{l=1}^L \beta_l p_l(x, y) \quad (1.1.1)$$

The unknown coefficients $[\alpha \ \beta]^T$, are computed by requiring the function $s(x, y)$ to pass through a given set of data $(x_j, y_j, f(x_j, y_j))$, $j = 1, \dots, N$, usually known as centers. Thus, given the smooth parameter c , the training of the multiquadric approximation model involves a solution of linear

equations with which the coefficients $[\alpha \ \beta]^T$ are associated as in [3].

The smooth parameter has great effect on the performance of multiquadric approximation and then, one of the objectives of this paper is to present an efficient method of computing the number of centers not necessarily equal to number of data points and the optimal smooth parameter.

After the surface reconstruction, there are many ways to compute the geodetic location of an object relative to its position within a focus of a camera. We propose an algorithm for the object location based on geodetic elevation of a reconstructed surface and the altitude and attitude of the focus of the camera [4].

The attitude of an aircraft, in a conventional mode, is defined by the three Euler angles ϕ , θ and ψ , being the roll, the pitch, and the yaw angle respectively. In the case of the camera, the rotational motion is also defined by three Euler angles.

The kinematic relations that determine the derivative of the Euler angles are given by:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= w_x + (w_y \sin \phi + w_z \cos \phi) \tan \theta \\ \dot{\theta} &= w_y \cos \phi - w_z \sin \phi \\ \dot{\psi} &= (w_y \sin \phi + w_z \cos \phi) (1 / \cos \theta)\end{aligned}\quad (1.1.2)$$

where the angular velocities w_x, w_y, w_z , are obtained by the derivatives of Euler angles.

The integration of the equations above lets us know the attitude of the camera. However, for $\tan \theta$ and $1 / \cos \theta$ their integration becomes not possible for values of $\theta = \pm 90^\circ$ since these angles have infinite values. Thus, it is necessary to avoid this problem by another system of equations. This is possible thanks to the quaternions, this is, the four symmetric Euler parameters [4], [5].

If σ_1 , σ_2 and σ_3 are the angles defined by the axes of the camera with respect to terrestrial axes and if μ is the only rotation that moves the axes of the camera to terrestrial axis, then we define the quaternion associated with this rotation for the following four parameters:

$$\begin{aligned}\eta_o &= \cos(\mu / 2) \\ \eta_1 &= \sigma_1 \sin(\mu / 2) \\ \eta_2 &= \sigma_2 \sin(\mu / 2) \\ \eta_3 &= \sigma_3 \sin(\mu / 2)\end{aligned}\quad (1.1.3)$$

The equations that relate with the Euler angles are:

$$\begin{aligned}\tan \phi &= \frac{2(\eta_o \eta_1 + \eta_2 \eta_3)}{\eta_o^2 - \eta_1^2 - \eta_2^2 + \eta_3^2} \\ \sin \theta &= 2(\eta_o \eta_2 - \eta_1 \eta_3) \\ \tan \psi &= \frac{2(\eta_o \eta_3 - \eta_1 \eta_2)}{\eta_o^2 + \eta_1^2 - \eta_2^2 - \eta_3^2}\end{aligned}\quad (1.1.4)$$

and the system can be shown by:

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_o \\ \dot{\eta}_1 \\ \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -w_x & -w_y & -w_z \\ w_x & 0 & w_z & -w_y \\ w_y & -w_z & 0 & w_x \\ w_z & w_y & -w_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_o \\ \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix}\quad (1.1.5)$$

The equation of the rotational motion control of the camera is given by:

$$J\dot{W} + W \times (JW) = u\quad (1.1.6)$$

where J is the inertia matrix, W is the angular velocity vector and u is the actuators torque vector. For the objective of lock the focus of the camera in a particular point from any position the camera may be, a method for trajectory control of the camera is provided.

II. Surface Reconstruction

II.1. Densification: centers and smooth parameter

Applying a densification procedure enables to approximate any multidimensional function by a mono-dimensional function. This method reduces the number of variables of the original problem and requires less function evaluations as in [6].

Let $B = \prod_{i=1}^r [a_i, b_i] \subset \mathfrak{R}^n$ be a box (or hyper-rectangle) and $J = [a, b]$ be a real interval. Then a function $h: J \rightarrow B$ is said to be an α -dense curve in B , if $\forall x \in B, \exists t \in J: \|h(t) - x\| \leq \alpha$, where $\|\cdot\|$ denotes the Euclidean norm in \mathfrak{R}^n .

Now consider the $h: J = [0, 1] \rightarrow B = \prod_{i=1}^n [a_i, b_i]$ defined as $\forall \theta \in J, h(\theta) = (h_1(\theta), h_2(\theta), \dots, h_n(\theta))$, where h_n is $\alpha_n = \mu^{n-1} 2^n \pi$ dense.

The curve obtained by this method has a cosine representation. This means that all axes are filled with periodical functions, having different periods. The parameter μ is controlling the distance between all points in space.

With this densification of the domain, the shift or smooth parameter can be found by measuring the

neighbor of each center ξ , as $\forall \xi_k \in B$,
 $c_k^2 = \max \{c_j^2 = \|\xi_j - \xi_k\|\}$, $j \neq k$, where ξ_j is a center
 near ξ_k (see Fig. 1).

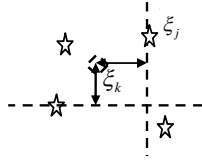


Fig. 1. Smooth parameter measure as the maximum shortest-path length of each center

II.2. Randomly sample of data points

The data points are divided into two data subsets I and II. A random sample algorithm is utilized so that all data points have an equal chance of being selected from the all set to the subset I or II. To all such data is given an equal probability.

The first data set I objective is to train and find the approximation function. The second data set purpose is to validate the method.

The algorithm consists in selecting the data by raffling a number $\tau \in [0,1]$ for each data point x_j and if τ is for example odd (could be even), x_j belongs to the subset I for function training. The number of data points for function training is $T > N_i/2$ and all the others in subset II are for function evaluation.

II.3. Function Learning

The learning is equivalent to finding a surface in a multidimensional space that provides a best fit to the training data. We use for this training T data points in equation below:

$$s(x, y) = \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \varphi_k(x, y) + \sum_{l=1}^L \beta_l p_l(x, y) \quad (2.3.1)$$

where $\varphi_k = \sqrt{c_k^2 + \|(x, y) - \xi_k\|^2}$ and $p_l = [1 \ x \ y]$.

To solve this function training is necessary to solve a minimization problem trough all the subset data I as follows:

$$J(\alpha, \beta) = \sum_{t=1}^T \left(\left\| \sum_{k=1}^{N_c} \alpha_k \varphi_k(x_t, y_t) + \sum_{l=1}^L \beta_l p_l(x_t, y_t) - F(x_t, y_t) \right\|^2 \right) \quad (2.3.2)$$

And then we can use the least squares pseudo inverse method for solving the over determined system:

$$A \cdot \eta = F \quad (2.3.3)$$

where $A = a_{t,k} = \sqrt{c_k^2 + \|(x_t, y_t) - \xi_k\|^2} + p_l(x_t, y_t)$. and $\eta = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}$. Finally we get the coefficients $[\alpha \ \beta]^T$ by:

$$\eta = (A^T A)^{-1} A^T F. \quad (2.3.4)$$

The algorithm for function training $s(x)$, is schematized in Fig. 2 where N_i, N_c are the number of total data points and total of centers respectively.

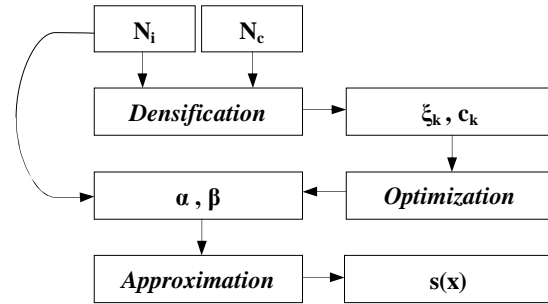


Fig. 2. Algorithm for function approximation

III. Position Estimation

For position estimation we suggest a traditional geodetic location method that use position data, a digital elevation model (reconstructed surface), and pose angles of the airborne camera to estimate the 3D coordinates of ground target as in [4]. The objective of geodetic location is to estimate the position of the focus of the camera from the aircraft.

The position estimation is obtained using a terrain model, and a nonlinear filter is used to estimate the position and velocity of moving ground based targets.

The estimator would require a very high load of computation to estimate the focus of the camera, but with our proposed method we can estimate the same position by pointing directly the reconstructed surface, thus saving computation and memory.

IV. Camera Control

In this stage the system can guide the camera to any point on the surface reconstructed using quaternion methods or any point location estimated regardless of

the direction and dynamics of the disturbances that the aircraft may have [4].

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= x_{ref}(t) \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

Being $x_{ref}(t)$ a given reference, possibly variable in time, the problem is to find $u^* = u^*(t)$ such that $\exists \tau > t_o$ and check $\forall t \geq \tau \|s(x, x_o, t_o) - x_{ref}\| < \varepsilon$.

Where $s(x, x_o, t_o)$ is the solution of the Equation (4.1.1) for $u^* = u^*(t)$ and the initial conditions $x_o = x(t_o)$. For nonlinear systems there exist matrices A and B such that Equation (4.1.1) is equivalent to:

$$\dot{x} = Ax + Bu + \varphi(x, u) \quad (4.1.2)$$

and the error corresponding to $x - x_{ref}$.

Thus, let be:

$$\dot{e} = \dot{x} - \dot{x}_{ref} = Ax + Bu + \varphi(x, u) - \dot{x}_{ref} \quad (4.1.3)$$

such that $\varphi(x(t), u(t)) \cong \varphi(x(t), u(t-h))$, $h \ll 0$.

$$\begin{aligned} u^*(t) &= -B^T P (BB^T P + \sigma I)^{-1} \cdot \\ &\quad (De + Ax + \varphi(x, u_h) - \dot{x}_{ref}) \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

The matrix P is such that for each x , $xPx' > 0$, D is positive definite and $\sigma > 0$.

V. Some Results

We give three examples to demonstrate the accuracy and applicability of our proposed technique for surface reconstruction and robust camera control. The algorithms were implemented in Matlab.

For surface reconstruction the flexibility of the implementation allows an interactive experimentation. The algorithm was implemented to obtain the best c value, for fixed centers found by the densification method.

The use of a number of centers different from the number of total data points improves the complexity of simulation by decreasing the dimension of matrix A . This dimension reduction is improved too by randomly selecting a subset of data points.

Thus, we used for exemplification two different applications with two sets with 2500 points distributed in a uniform 50×50 grid. These data was randomly placed in subset I and II and for function training we

use $T = 0.7 \times N_i$ and the total number of centers is $N_c = 500$.

To compare our proposed method for surface reconstruction we first consider the use of one Franke's test function:

$$\begin{aligned} g(x, y) &= \\ &0.75 \exp\left[-\left(\frac{(9x-2)^2 + (9y-2)^2}{4}\right)\right] + \\ &0.5 \exp\left[-\left(\frac{(9x-7)^2 + (9y-3)^2}{4}\right)\right] + \\ &0.75 \exp\left[-\frac{(9x-2)^2}{49} - \frac{(9y-2)^2}{10}\right] - \\ &0.2 \exp\left[-(9x-4)^2 - (9y-2)^2\right] \end{aligned} \quad (4.1.5)$$

For the second example, we used real numeric data of a real geodetic area in Covilhã, Portugal.

To Franke's test function as in Equation (4.1.5) that is a surface with low complexity the proposed method shows a very close to the best fits as we can see in Fig. 1 and Fig. 2. The values for root mean square (RMS) are very low for any subset (see Table I).

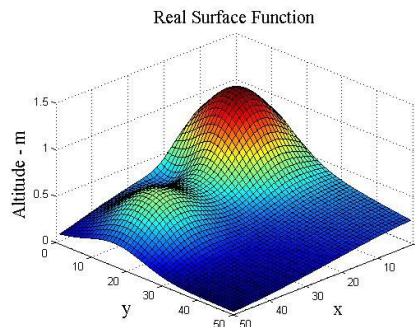


Fig. 3. Real surface function with 500 centers

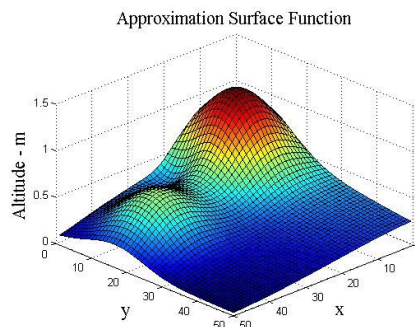


Fig. 4. Approximated surface function with 500 centers

TABLE I
FRANKE'S DATA SET WITH 500 CENTERS

Subset Evaluation	RMS	Error %
Function I	4.2666e-005	0.0145
Validation II	4.2442e-005	0.0399
Total	4.2599e-005	0.0107

Of course, most surfaces with other complexity cannot be fit so well as the example for the real geodetic data. The results of the algorithm for the same conditions as in Franke’s test function are showed next in Fig. 3 and Fig. 4.

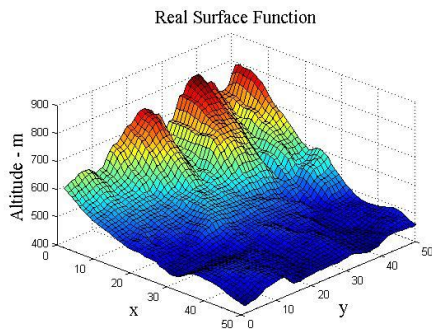


Fig. 5. Real geodetic surface function with 500 centers

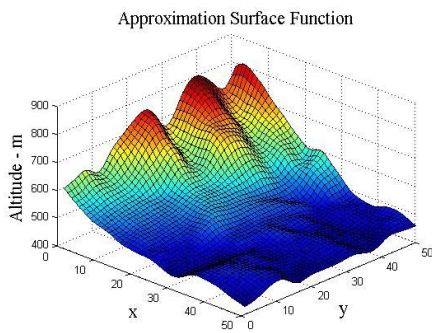


Fig. 6. Approximated surface function with 500 centers

TABLE II
REAL GEODETIC DATA SET WITH 500 CENTERS

Subset Evaluation	RMS [m]	Error %
Function I	4.0011	1.0698
Validation I	5.3006	3.2704
Total I+II	4.4311	0.8266

The RMS by evaluating each subset is showed in Table II. We can observe that we reach a good approximation function and very smooth surface.

Now we give an example to demonstrate the accuracy and applicability of our proposed technique for robust camera control. For the trajectory simulation

of the airborne camera we use values for the principal inertia of 0.5 kg.m^2 for x, y, z axis.

One time it is found the equilibrium point for this system, we can see in Fig. 7 to Fig. 8 that initializing the system from any position the quaternions η_0 and η_1 (exactly the same procedure for η_2 and η_3) can follow the reference trajectory with a very near null error.

These errors could be improved by adjusting the gains of the controller.

This reference trajectory is obtained by a simple sine and cosine function such that the attitude of the focus of the camera oscillate in the interval $[-90^\circ, 90^\circ]$.

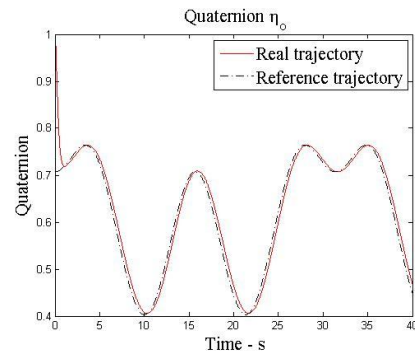


Fig. 7. Quaternion η_0 in function of time

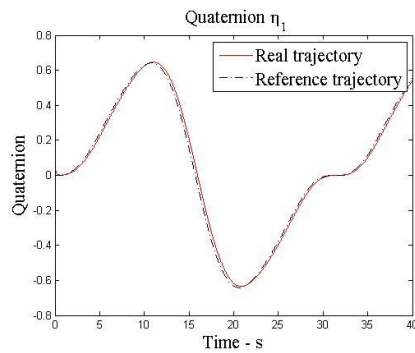


Fig. 8. Quaternion η_1 in function of time

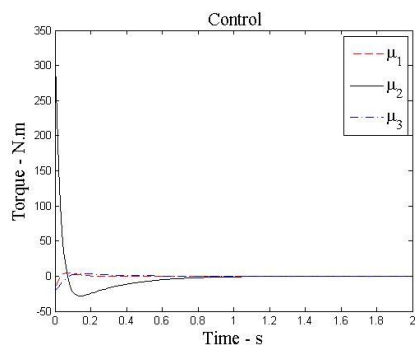


Fig. 9. Time response of the controller

We can see in Fig. 9 that the system can reach the reference trajectory very fast. There exists a good answer from the controller to the torque due to reference trajectory.

VI. Conclusion

Multiquadrics is a powerful method in multivariate interpolation. Some results state that the proposed algorithm is very simple and efficient with realistic accuracy for real geodetic data approximation. Even in an irregular terrain we get a smooth surface approximation associated with a small RMS.

The use of variable centers but in a fixed number and their variable smooth parameters can give a greatly improved approximation when using multiquadric functions.

The attitude of a camera set in quaternions is an alternative for practical applications as it can make the system follow any desired trajectory or orientation. Compared with the Euler angles, our proposed method has a better performance in control and has higher rotations amplitudes.

The control method applied to his nonlinear system presents goods results concerning the performance, stabilization in any reference and providing good margins of gain and phase.

References

- [1] R. L. Hardy, Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces, *J. Geophys. Res.*, vol. 76, pp. 1905-1915, 1971.
- [2] R. Franke, Scattered data interpolation: Test of some methods. *Mathematics of Computation*, vol. 38, pp. 181-199, 1982.
- [3] M. Bahman and S. Jokar, Lebesgue function for multivariate interpolation by radial basis functions, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 187, pp. 206-314, 2007.
- [4] K. Bousson, *Stability and Control of Dynamical Systems* (in portuguese) - Department of Aerospace Sciences, University of Beira Interior (Covilhã, Portugal, 2010, to appear).
- [5] S. M. Joshi, A. G. Kelkar, and J. T.-Y. Wen, Robust attitude stabilization of spacecraft using nonlinear quaternion feedback, *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 40, no. 10, pp. 1800-1803, 1995.
- [6] Bousson, K. Correia, S. D., Optimization algorithm based on densification and dynamical canonical descent, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, vol 191, pp. 269-279, 2006.

Authors' information

Avionics & Control Laboratory
 Department of Aerospace Sciences
 University of Beira Interior
 6201-001, Covilhã, Portugal
 Tel./Fax: (+351) 275 329 713 / Fax (+351) 275 329 768
 E-mails: andresilva.aero@gmail.com, j_novais1@hotmail.com,
k1bousson@yahoo.com.



André Silva born in Câmara de Lobos, Portugal on May 25th, 1985. He received his Bachelor degree in Aeronautic Engineering from Universidade da Beira Interior (UBI), Covilhã, Portugal, in 2009 and is currently finishing a Master degree in the same university with a major in Avionics and Control Systems.

His thesis addresses the development of a method for response surface reconstruction, where Professor K. Bousson is his orientator.



José Novais born in Marco de Canaveses, Portugal on April 11th, 1984. He received his Bachelor degree in Aeronautic Engineering from Universidade da Beira Interior (UBI), Covilhã, Portugal, in 2008 and is currently finishing a Master degree in the same university with major in Avionics and Control Systems.

His thesis addresses the development of a method for robust camera control, where Professor K. Bousson is his orientator.



K. Bousson received an MEng degree in aeronautical engineering from the Ecole Nationale de l'Aviation Civile (ENAC) in 1988, an MSc degree in computer science (with emphasis on artificial intelligence) from Paul Sabatier University in 1989, and a PhD degree in control & computer engineering from the Institut National des Sciences Appliquées (INSA) in 1993, all in Toulouse, France.

He was a researcher at the LAAS Laboratory of the French National Council for Scientific Research (CNRS) in Toulouse, from 1993 to 1995, and has been a professor in the Department of Aerospace Sciences at the University of Beira Interior, Covilhã, Portugal, since 1995. His current research activities include analysis and control of nonlinear dynamical systems, trajectory optimization & guidance, and aerospace navigation systems.

Dr. K. Bousson is a Member of the Armed Forces Communications and Electronics Association (AFCEA), and a Senior Member of the American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA).