

# Esquemas de discretização em escoamentos com regime de convecção mista: Estudo de caso

P. D. Gaspar<sup>1</sup>, R. A. Pitarma<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Universidade da Beira Interior - Departamento de Engenharia Electromecânica  
Rua Fonte do Lameiro – Edifício 1 das Engenharias, 6201-001 Covilhã  
e-mail: dinis@demnet.ubi.pt

<sup>2</sup> Instituto Politécnico da Guarda - Escola Superior de Tecnologia e Gestão  
Departamento de Engenharia Mecânica  
Avenida Dr. Francisco Sá Carneiro, n.º 50, 6300-559 Guarda  
e-mail: rpitarma@ipg.pt

## RESUMO

*A validade das simulações numéricas desenvolvidas para prever os fenómenos físicos relevantes nos mais diversos campos de engenharia, depende em grande parte dos métodos numéricos utilizados para a resolução dos modelos físico-matemáticos considerados. Neste campo, uma consideração importante em qualquer aplicação de Dinâmica de Fluidos Computacional (DFC) é a discretização dos termos convectivos das variáveis escalares e de quantidade de movimento nas equações de diferenças finitas - volumes finitos. A precisão, estabilidade e a independência da solução depende do esquema numérico usado para os referidos termos.*

*Neste trabalho é considerado um estudo numérico e experimental dum equipamento expositor refrigerado, cujo modelo foi desenvolvido com o código de DFC – FLUENT®, sendo o escoamento bidimensional em regime estacionário e não isotérmico, coexistindo os regimes de convecção natural e forçada. Foram utilizados distintos esquemas de discretização, com diferentes ordens, na simulação do escoamento no equipamento mencionado. Assim, são analisadas e comparadas as previsões numéricas do campo da grandeza escalar relevante (temperatura) com os resultados experimentais, de modo a avaliar a influência do esquema de discretização utilizado na precisão da solução.*

**Palavras-Chave:** Refrigeração, DFC, Convecção mista, Esquemas de discretização, Validação experimental, Fluent.

## 1. INTRODUÇÃO

A precisão dos resultados numéricos de qualquer aplicação de Dinâmica de Fluidos Computacional (DFC) é função de diversos factores, entre os quais, a discretização dos termos convectivos nas equações de volumes finitos. À medida que a investigação nesta área se tem expandido, o desenvolvimento de esquemas de discretização apropriados a escoamentos com características específicas, encontrados em variadas aplicações de Engenharia, tem evoluído favoravelmente. Embora o aperfeiçoamento de novos métodos de discretização não cesse, tipicamente quando se trata da simulação de escoamentos incompressíveis, o esquema de discretização geralmente utilizado numa primeira aproximação é o esquema *Upwind* ou de variantes, tais como o esquema *Híbrido* que utiliza o esquema de diferenciação *Upwind de 1ª Ordem* nas regiões de convecção elevada e o esquema de diferenciação de *Diferenças Centrais de 2ª Ordem* nas regiões onde o escoamento é dominado pela difusão. O esquema *Upwind* é “limitado” e altamente estável, mas contudo muito difusivo quando a direcção do escoamento é oblíqua relativamente aos volumes de controlo da malha computacional. O esquema *Híbrido* apenas marginalmente se torna mais preciso que o esquema *Upwind*, pois o esquema de *Diferenças Centrais* torna-se restrito a regiões com reduzido Número de Peclet. Quando o esquema *Híbrido* reverte para o esquema *Upwind* nas regiões onde o Número de Peclet é superior a 2, em módulo, detectam-se excessivos erros de falsa difusão. As duas vias normalmente utilizadas para combater o problema da difusão numérica são o refinamento da malha ou a utilização de esquemas de discretização de ordem de precisão superior ao esquema *Upwind*. O refinamento da malha computacional acarreta um incremento do esforço computacional e a utilização de esquemas de discretização de ordem superior depende do tipo de escoamento que se está a tentar simular. Devido a esta situação, foram propostos esquemas com erros de truncatura de ordem superior ao *Upwind* na tentativa de melhorar a solução. No entanto, é necessário realçar a existência de duas classes de esquemas de diferenciação: Esquemas lineares — incluem um número de esquemas de diferenciação clássicos, como sejam o *QUICK* e o *Diferenças Centrais* — que oferecem boa precisão, mas não garantem a limitação da solução, isto é, podem gerar oscilações em torno nos gradientes abruptos ou apresentarem valores negativos inaceitáveis e os Esquemas não lineares baseados no *QUICK*: *SMART*, *H-QUICK*, *UMIST*, *CHARM*; baseados no *Fromm's Upwind*: *MUSCL*, *Van-Leer harmonic*, *OSPRE*, *van Albada*; e ainda outros como sejam o *SUPERBEE* ou o *MINMOD*, que também oferecem boa precisão, mas utilizam uma função não linear limitativa do fluxo para garantir a limitação da solução. Esta pode reduzir, com alguma extensão, a precisão numérica da solução. Os esquemas lineares são aqueles cujos coeficientes não são funções directas da variável convectada quando aplicada a uma equação linear de convecção. Os esquemas lineares de convecção com

precisão de 2<sup>o</sup> Ordem ou superior podem sofrer de falta de limitação da solução e não são incondicionalmente estáveis. Os esquemas não lineares analisam a solução no interior da formulação considerada e adaptam a discretização de modo a evitar qualquer comportamento indesejável, como seja a falta de limitação da solução. A maioria das funções limitativas pode ser inserida numa de duas categorias: funções limitativas de razão polinomial que oferecem a possibilidade de funções limitadoras, contínuas e suaves sem alteração descontínua, pelo que auxiliam na convergência da solução; e funções limitativas “piecewise” lineares que trocam entre esquemas lineares de modo a produzir versões limitadas dos esquemas lineares. A desvantagem consiste na sua natureza descontínua que pode induzir problemas de convergência. Os esquemas lineares de ordem superior oferecem boa resolução, no entanto não são limitados, pelo que podem produzir oscilações físicas que geram problemas de convergência. Logo, a utilização de esquemas não lineares é recomendada nas equações de quantidade de movimento sempre que existam descontinuidades físicas, nas equações do transporte de turbulência que não aceitem valores negativos das variáveis e nas equações da concentração de espécies e da energia que necessitam de soluções acopladas. Para escoamentos incompressíveis é recomendada a utilização de esquemas lineares de ordem superior às equações da quantidade de movimento, a menos que sejam encontradas severas dificuldades de convergência. Em [1] pode ser encontrada uma comparação de alguns dos esquemas de discretização mencionados aplicados a vários problemas bidimensionais, em regime estacionário, de transporte de um escalar num campo de velocidades prescrito. Também [2] comparou exaustivamente os esquemas Híbrido e QUICK. Em [3] são apresentados e avaliadas as vantagens e deficiências dos esquemas de discretização referidos utilizados em diversas aplicações em Engenharia, concluindo que dentro da categoria de esquemas lineares de ordem superior o esquema *Upwind cúbico* é formalmente o mais preciso, embora o *QUICK* apresente resultados semelhantes. O esquema *Upwind linear* é menos preciso que os esquemas referidos, mas apresenta uma estabilidade numérica superior. Reportando aos esquemas não lineares os esquemas “piecewise” lineares: *SMART*, *Koren* e *MUSCL* são provavelmente os que apresentam os níveis mais elevados de precisão. Os que fazem uso de funções limitativas suaves: *OSPRE* e *Van Leer harmonic*, possuem melhor convergência mas com reduzida precisão. As funções limitativas obtidas por formulação ou adaptação de esquemas com método com variação total decrescente: *MINMOD* e *SUPERBEE* não são recomendados para uso geral, já que o *MINMOD* é difusivo e o *SUPERBEE* é sobre compressivo.

Neste trabalho serão comparados os quatro esquemas de discretização disponíveis no código de DFC – Fluent: *Upwind de 1<sup>a</sup> Ordem*, *Upwind de 2<sup>a</sup> Ordem*, *Power Law* e *QUICK*, com o objectivo de avaliar a influência do esquema de discretização dos termos convectivos das equações de transporte na precisão dos resultados numéricos. Trata-se de uma extensão do estudo numérico e experimental dum equipamento expositor refrigerado aberto ao ar ambiente, descrito em pormenor em [4]. O problema é caracterizado por diferentes regimes convectivos: a convecção mista ocorre na generalidade do domínio, enquanto a convecção forçada deve-se predominantemente à insuflação de ar refrigerado por um ventilador-convetor no topo interior do equipamento. Este caudal mássico irá formar a cortina de ar que estabelece uma vedação aerodinâmica com o ar ambiente. Assim, embora a malha computacional seja não estruturada, o escoamento pode considerar-se complexo tendo em consideração a geometria em causa, bem como a existência em simultâneo no domínio de cálculo dos vários regimes convectivos.

Com vista à consecução dos objectivos então definidos que envolviam uma análise numérica e experimental do desempenho térmico do tipo de equipamentos mencionado, estabeleceu-se uma organização do faseamento dos trabalhos que permitiram a evolução sustentada do estudo. Inicialmente foi realizada uma análise qualitativa do problema através de variados ensaios experimentais. Estes ensaios preliminares permitiram, ainda, fornecer diversos valores experimentais necessários para especificação das condições de fronteira do modelo computacional. De seguida, foi desenvolvido o modelo computacional através da modelação física e matemática dos fenómenos físicos relevantes, a fim de efectuar as simulações numéricas do desempenho térmico do equipamento. Foram realizados ensaios experimentais adicionais com o objectivo de validar o modelo teórico. A concordância obtida, através da confrontação de valores medidos e calculados, é satisfatória para aplicação em engenharia. Por fim, com a finalidade de melhorar o desempenho térmico do equipamento, foram investigados diversos casos de estudo correspondentes a diversas configurações geométricas e funcionais.

## 2. MODELO FÍSICO-MATEMÁTICO

Na simulação numérica do equipamento referido foram modificados alguns parâmetros relativamente ao estudo original [5], pois embora se tenha continuado a assumir o escoamento como turbulento, em regime estacionário, bidimensional e não isotérmico. O ar foi suposto um gás ideal, incompressível mas dilatável com diversas propriedades constantes. Assim, à componente vertical das equações da conservação da quantidade de movimento, é adicionado o termo representativo do efeito da força de impulsão, associado às variações da massa específica. Para contabilizar as variações desta grandeza com os gradientes térmicos do escoamento foi utilizada como equação de estado a equação dos gases perfeitos. A equação da energia é desenvolvida para a temperatura sem geração interna de energia, por se admitir não haver conversão de qualquer outro tipo de energia em energia térmica. Além disso, foi considerado o calor específico e condutibilidade térmica constantes, e a dissipação viscosa foi desprezada devido às características do escoamento. O modelo de turbulência utilizado foi o modelo *k-ε* padrão. O modelo é constituído por duas equações diferenciais, uma para a energia cinética turbulenta e outra para a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta. As vantagens e

deficiências do modelo de turbulência  $k-\varepsilon$ , bem como as constantes utilizadas, são analisadas em pormenor por [6] e [7]. O modelo apresentado apenas é válido para escoamentos turbulentos completamente desenvolvidos. Na proximidade das paredes o número de Reynolds local é reduzido, pelo que os efeitos viscosos são predominantes sobre os efeitos turbulentos. Para levar em consideração os efeitos viscosos e os elevados gradientes das variáveis nas proximidades das paredes é utilizado o método das funções logarítmicas de equilíbrio. A descrição detalhada e os pormenores relativos à sua implementação, quer do modelo de turbulência como das leis de parede, pode ser encontrada em [8]. Todos estes modelos físico-matemáticos e respectivos métodos de resolução numérica foram implementados no código FLUENT<sup>®</sup>, resolvendo as equações diferenciais discretizadas através do método das diferenças finitas – formulação de volumes de controlo, tal como exposto por [9] e apresentado em [10].

### 3. MODELO NUMÉRICO

O método adoptado para a previsão das propriedades relevantes foi o método das diferenças finitas – formulação de volumes de controlo. Sendo baseado na correcção sucessiva do campo de pressão para satisfação da conservação de massa, o acoplamento entre a equação da conservação de massa e de quantidade de movimento foi realizado através do algoritmo SIMPLEC, segundo um processo numérico iterativo para a malha não-ortogonal com 14911 volumes de controlo do domínio computacional. As condições de fronteira adoptadas no domínio de cálculo para simulação das características funcionais do equipamento são as seguintes: para as paredes sólidas foi imposta a temperatura superficial e considerada a condição de não-deslizamento; nas aberturas de insuflação/aspiração foram impostas a temperatura, a velocidade, a energia cinética turbulenta e a sua taxa de dissipação; na abertura ao ar ambiente foi imposta a temperatura e a pressão; por fim, para simular o ganho de calor inerente à iluminação interior foi considerada uma condição de fronteira do tipo fluxo de calor imposto correspondente ao valor da potência dissipada.

#### 3.1. MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS – FORMULAÇÃO DOS VOLUMES DE CONTROLO

O código de dinâmica de fluidos computacional usado, [11], permite a escolha dos métodos numéricos segregado ou acoplado para resolução das equações integrais de governo para a conservação de massa e de quantidade de movimento, e (quando apropriado) para a conservação de energia e de outros escalares, como sejam a turbulência ou espécies químicas. Em qualquer dos casos, o método das diferenças finitas - formulação de volumes de controlo utilizado consiste na: 1) Divisão do domínio em volumes de controlo discretizados através de uma malha computacional; 2) Integração das equações de governo nos volumes de controlo individuais de modo a derivar equações algébricas para as variáveis discretizadas dependentes, tais como, velocidades, pressão, temperatura, e escalares conservados; 3) Linearização das equações discretizadas e resolução do sistema de equações lineares resultante de modo a obter valores actualizados para as variáveis dependentes. Foi utilizado o método numérico segregado em que as equações de governo são resolvidas sequencialmente. Devido à sua não-linearidade (e acoplamento), têm que ser realizadas várias iterações do ciclo de resolução até que a solução convergida seja obtida. A sequência de passos do método são: 1) Inicialização ou actualização das propriedades do fluido; 2) As equações de quantidade de movimento são resolvidas utilizando os valores actuais da pressão e dos fluxos mássicos nas faces, de modo a actualizar o campo de velocidades; 3) Como as velocidades obtidas no passo anterior poderão não satisfazer localmente a equação da continuidade, é derivada uma equação de correcção da pressão da equação da continuidade e das equações de quantidade de movimento linearizadas. Esta equação é resolvida de modo a obter as correcções necessárias para que os campos de velocidades e de pressão, e os fluxos mássicos nas faces satisfaçam a continuidade; 4) Quando apropriado, as equações para os escalares, como sejam: turbulência, energia, espécies e radiação térmica são resolvidas fazendo uso dos valores actualizados das restantes variáveis; 5) A convergência da solução é avaliada e este ciclo de passos apenas termina quando o critério de convergência definido é atingido.

No método numérico segregado de resolução, as equações de governo discretizadas não lineares são linearizadas de modo a obter um sistemas de equações para as variáveis dependentes em cada volume de controlo computacional. O sistema linear resultante é então resolvido para fornecer uma solução actualizada do campo do escoamento. O modo como cada equação de governo é linearizada toma uma formulação implícita relativamente à variável (ou conjunto de variáveis) dependente(s) relevantes, isto é, para uma determinada variável, o valor desconhecido em cada volume de controlo é calculado fazendo uso da relação que inclui tanto os valores existentes como os desconhecidos dos volumes de controlo vizinhos. Assim, cada valor desconhecido irá aparecer em mais do que uma equação no sistema de equações, e essas equações serão resolvidas simultaneamente para obter as quantidades desconhecidas. No método de resolução segregada cada equação de governo discretizada é linearizada implicitamente relativamente à equação da variável dependente em causa. Este procedimento resulta num sistema linear de equações com uma equação para cada volume de controlo do domínio de cálculo, que resolvido através do método de Gauss-Seidel conjuntamente com um método algébrico de refinamento da malha (AGM - algebraic multigrid method). O método das diferenças finitas – formulação dos volumes de controlo é utilizado para converter as equações de governo em equações algébricas que possam ser resolvidas analiticamente. Consiste na integração das equações de governo em cada volume de controlo, resultando num sistema de equações discretizadas que conservam cada uma das quantidades em cada volume de

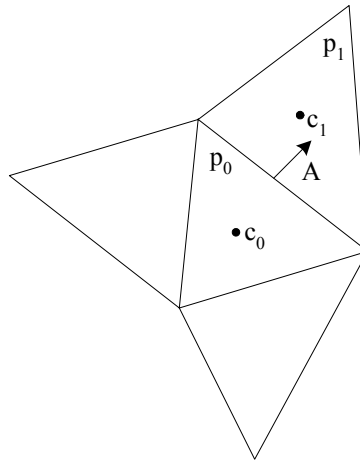
controlo. A discretização das equações de governo pode ilustrada considerando a equação integral de conservação em regime estacionário para o transporte de variável dependente escalar  $\phi$ , para um volume de controlo arbitrário  $V$ :

$$\oint \rho \phi \vec{v} \cdot d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla \vec{v} \cdot d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (1)$$

A equação é aplicada a cada volume de controlo do domínio computacional, resultando a integração em:

$$\sum_f^{N_{\text{faces}}} \rho_f \phi_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \Gamma_\phi (\nabla \vec{v})_n \cdot \vec{A}_f + S_\phi V \quad (2)$$

As equações tomam esta formulação genérica e são aplicadas a malhas multi-dimensionais, não estruturadas compostas por poliedros arbitrários.



**Figura 1** – Discretização da equação de transporte de um escalar no volume de controlo.

Os valores discretizados da variável dependente escalar  $\phi$  são armazenados no centro dos volumes de controlo ( $p_0$  e  $p_1$ ). No entanto, os valores de  $\phi$  nas faces,  $\phi_f$ , são necessários para os termos convectivos da equação 2 e têm que ser interpolados a partir dos valores nos centros dos volumes de controlo. Consegue-se utilizando um esquema de discretização baseado no método das diferenças a montante. Nos esquemas baseados nesta metodologia, o valor na face é obtido a partir das quantidades armazenadas nos volumes de controlo a montante relativamente à direcção normal da velocidade  $v_n$  na equação 2. O código de DFC utilizado permite a escolha entre várias variantes dos esquemas *de Diferenças a Montante: Upwind de 1ª Ordem, Upwind de 2ª Ordem; Power Law e QUICK*. Os termos difusivos na equação 2 são calculados através do esquema *Diferenças Centrais* pelo que possuem uma precisão de 2ª Ordem.

A equação de transporte discretizadas contém a variável escalar dependente desconhecida no centro do volume de controlo, bem como, os valores desconhecidos dos volumes de controlo vizinhos. Geralmente, esta equação é não linear no que respeita a estas variáveis, podendo a sua forma linearizada ser dada por:

$$a_p \phi_p = \sum (a_{viz} \phi_{viz}) + b \quad (3)$$

onde o subscrito *viz* é relativo aos volumes de controlo vizinhos, e  $a_p$  e  $a_{viz}$  são os coeficientes linearizados de  $\phi$  e  $\phi_{viz}$ . O número de volumes de controlo vizinhos depende da topologia da malha computacional, mas tipicamente é igual ao número de faces que envolvem o volume de controlo. O conjunto formado pelas equações algébricas de todos os volumes de controlo, quando expresso em notação matricial é constituído por uma matriz esparsa dos coeficientes é resolvido pelo método já indicado.

### 3.2. ESQUEMAS DE DISCRETIZAÇÃO

A hipótese interpoladora mais natural para o valor da variável convectada  $\phi_f$  na face do volume de controlo é dado pelo esquema de *Diferenças Centrais*, que calcula o valor na face do volume de controlo a partir da média entre os valores nos centros dos volumes de controlo central e a montante no sentido do escoamento. Este esquema possui precisão de 2ª Ordem, mas é ilimitado, de modo que podem surgir oscilações afísicas em regiões de forte convecção, bem como na

presença de descontinuidades. A utilização preferencial deste esquema é em escoamentos a baixo Número de Reynolds, onde os efeitos difusivos são dominantes sobre os efeitos convectivos. Contudo, quando o Número de Peclet é em valor absoluto superior a 2, os coeficientes da matriz de discretização serão negativos, podendo não satisfazer o critério de dominância diagonal do algoritmo da solução pondo em risco a convergência da solução.

Esquema de diferenças a montante (Upwind de 1ª Ordem): Quando é desejada precisão de 1ª Ordem, as quantidades nas faces dos volumes de controlo são determinados assumindo que os valores nos centros dos volumes de controlo de qualquer variável dependente representam o valor médio no centro do volume de controlo e ao longo de todo o volume de controlo, pelo que as quantidades na face são idênticas às quantidades no volume de controlo. Então, o valor na face,  $\phi_f$ , é igual ao valor no centro do volume de controlo da variável dependente  $\phi$  a montante na direcção do escoamento. O esquema *Upwind* assume que a variável convectada na face  $f$  do volume de controlo é igual ao valor no centro do volume de controlo a montante: É incondicionalmente limitado e altamente estável, mas apenas possui precisão de primeira ordem em termos dos erros de truncatura, o que torna o esquema muito difusivo quando a direcção do escoamento é oblíqua relativamente aos volumes de controlo que constituem a malha computacional do domínio em estudo. Consequentemente, a aplicação deste esquema a escoamentos com recirculações resulta em previsões de vórtices de menor dimensão e eventualmente escoamentos incorrectos.

Esquema Power Law: Este esquema de discretização interpola o valor na face da variável  $\phi$ , utilizando a solução exacta da equação convecção-difusão unidimensional:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (4)$$

Após a sua integração, a equação que descreve como  $\phi$  varia com  $x$  é dada por:

$$\frac{\phi(x) - \phi_0}{\phi_L - \phi_0} = \frac{e^{\left(\frac{\text{Pe} x}{L}\right)} - 1}{e^{(\text{Pe})} - 1} \quad (5)$$

onde o subscrito 0 e L da variável  $\phi$  correspondem aos valores para  $x$  igual a 0 e L respectivamente. O Número de Peclet é dado por:  $\text{Pe} = \frac{\rho u L}{\Gamma}$

Os resultados obtidos com este esquema de discretização são mais aproximado à solução exacta do que fazendo uso do esquema *Híbrido*. Embora requeira um pouco mais de esforço computacional, as expressões deste esquema de discretização fornecem uma boa representação do comportamento exponencial.

Esquema de diferenças a montante de 2ª Ordem (Upwind de 2ª Ordem): Quando é desejada uma precisão de 2ª Ordem na solução, as quantidades nas faces dos volumes de controlo são calculadas através de uma aproximação linear e multidimensional de reconstrução. A precisão de Ordem superior é conseguida nas faces dos volumes de controlo através da expansão em Série de Taylor da solução centrada no volume do controlo em relação ao seu centróide:

$$\phi_f = \phi + \nabla \phi \cdot \Delta \vec{s} \quad (6)$$

onde  $\phi$  e  $\nabla \phi$  são os valores no centro do volume de controlo e o seu gradiente no volume de controlo a montante, e  $\Delta s$  é o vector de deslocamento desde o centróide do volume de controlo a montante ao centróide da face. Esta formulação requer a determinação do gradiente através do teorema da divergência em todos os volumes de controlo.

Esquema QUICK: O esquema de discretização *QUICK*, iniciais de “Quadratic Upstream Interpolation for the Convection Kinematics”, é um esquema baseado na média ponderada das interpolações através das *Diferenças Centrais* e *Diferenças a Montante de 2ª Ordem*, isto é, utiliza uma interpolação polinomial em três nós consecutivos da malha computacional, constituídos pelos dois nós adjacentes à face e o nó a montante. Para a face  $e$  do volume de controlo unidimensional apresentado na Fig. 2, considerando que a direcção do escoamento é da esquerda para a direita, o valor da variável convectada será dado por:

$$\phi_e = \theta \left[ \frac{(\Delta x)_E}{(\Delta x)_P + (\Delta x)_E} \phi_P + \frac{(\Delta x)_P}{(\Delta x)_P + (\Delta x)_E} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[ \frac{(\Delta x)_W + 2(\Delta x)_P}{(\Delta x)_W + (\Delta x)_P} \phi_P - \frac{(\Delta x)_P}{(\Delta x)_W + (\Delta x)_P} \phi_W \right] \quad (7)$$

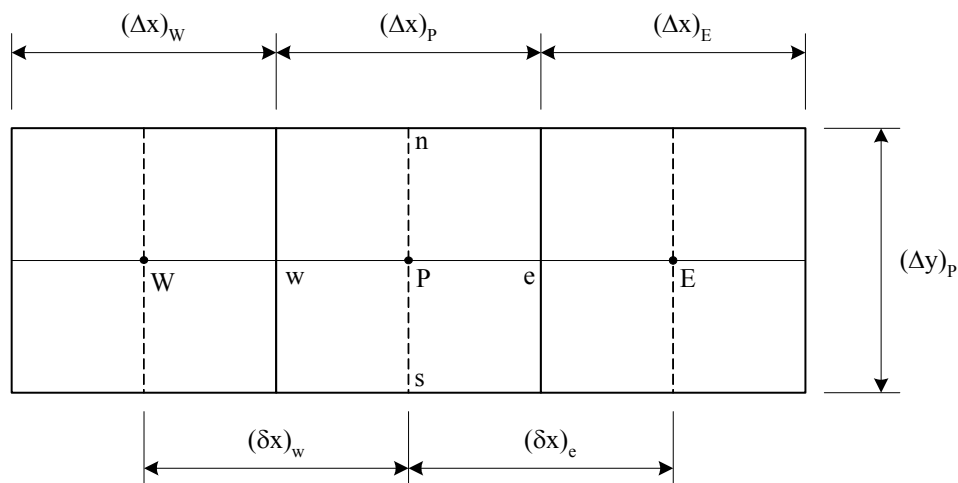


Figura 2 – Volume de controlo unidimensional.

Na equação 7, caso  $\theta$  tome valor unitário resulta numa interpolação central de 2ª Ordem, caso tome valor nulo leva ao esquema de diferenças a montante de 2ª Ordem. O esquema de discretização *QUICK* tradicional é obtido considerando  $\theta = 1/8$ . Tipicamente, este esquema é mais preciso que os restantes utilizados em malhas estruturadas alinhadas com a direcção do escoamento, possuindo um erro de truncatura de 3ª Ordem e sendo os erros de falsa difusão reduzidos significativamente. No entanto, dependendo do modo como é formulado, poderá conduzir a coeficientes da matriz de discretização negativos e a problemas de convergência.

#### 4. RESULTADOS

Na Fig. 3 são apresentadas as previsões dos campos de temperatura no equipamento expositor refrigerado mencionado fazendo uso dos diferentes esquemas de discretização.

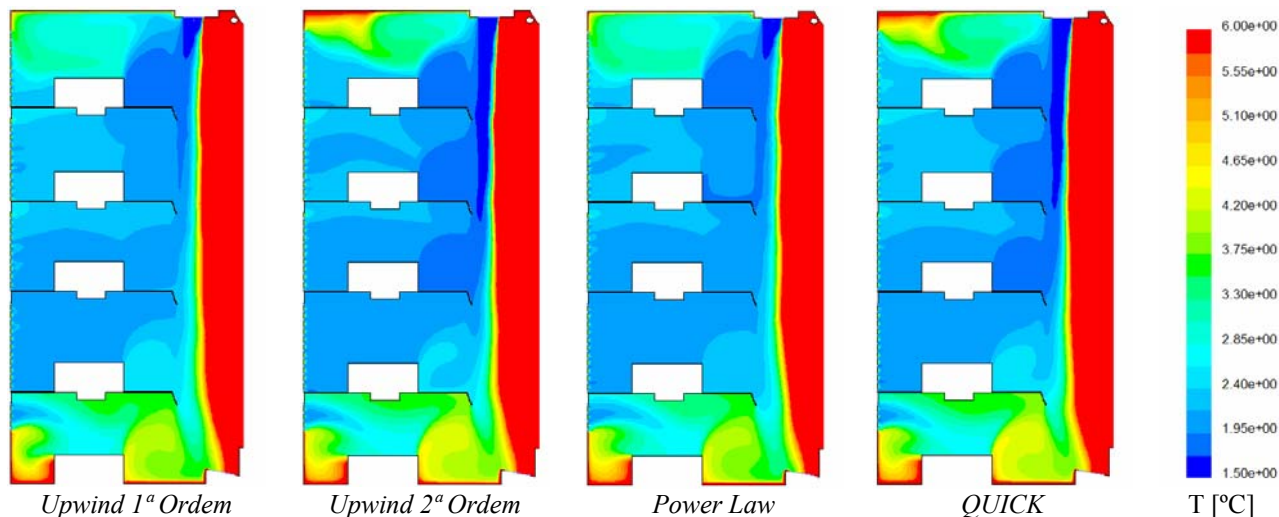
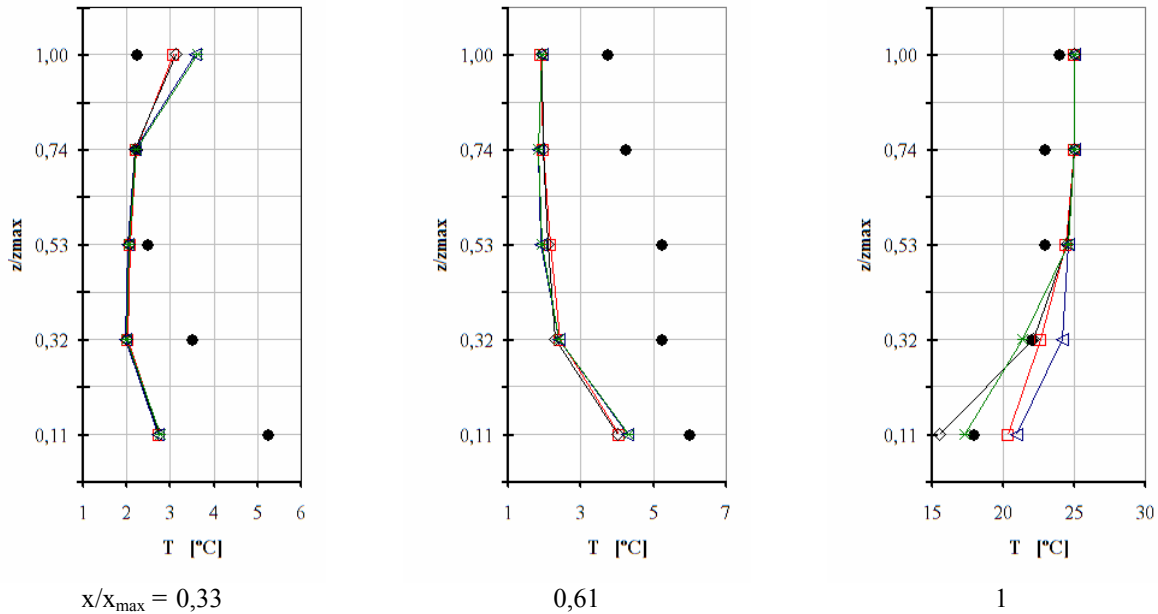


Figura 3 – Comparação das previsões dos campos de temperatura.

Numa primeira análise, verifica-se que as previsões numéricas obtidas com os esquemas de discretização com precisão de ordem inferior evidenciam um transporte menos acentuado da variável escalar relevante (temperatura) junto à zona onde está situada a grelha de insuflação. Tal como referido anteriormente, o escoamento associado à cortina de ar encontra-se em regime convectivo marcadamente turbulento, pelo que possivelmente a discretização através destes esquemas poderá acarretar a previsão de vórtices de menor dimensão e, conseqüentemente, uma extensão inferior do escoamento à temperatura de insuflação ( $T = 1,5 \text{ } ^\circ\text{C}$ ). Em última instância, esta situação pode reflectir-se numa distribuição mais homogénea da temperatura em todo o domínio de cálculo.

Entretanto, o escoamento na zona de conservação e exposição dos produtos alimentares, sendo caracterizado por baixos  $Re$ , revela uma semelhança bastante acentuada entre as previsões numéricas fazendo uso dos diferentes esquemas de discretização.

Considerando que a gama de temperaturas se encontra entre 1,5 °C e 25 °C e embora as previsões apresentem valores localmente diferentes, as disparidades entre os modelos não são muito acentuadas. Se forem tidos em consideração os perfis comparativos segundo a altura adimensional  $z/z_{max}$  das previsões numéricas com os valores experimentais para diversos planos  $x/x_{max}$ , apresentados na Fig. 4, verifica-se que as previsões apresentam globalmente valores inferiores. Com efeito, na grande maioria do domínio de cálculo, sub-pretêm os valores da variável transportada. Nestes perfis, os valores experimentais encontram-se representados por ●, enquanto as previsões numéricas obtidas com os esquemas *Upwind de 1ª Ordem*, *Upwind de 2ª Ordem*, *Power Law* e *QUICK* são representadas, respectivamente, por ◇, □, △ e ✕. Apesar dos modelos testados apresentarem uma tendência semelhante para a evolução da temperatura segundo as duas componentes cartesianas, é visível que as diferenças entre as previsões são claramente inferiores às observadas entre valores numéricos e experimentais. Globalmente, as previsões numéricas obtidas com o modelo que fez uso do esquema de discretização *QUICK* são as mais aproximadas aos valores experimentais.



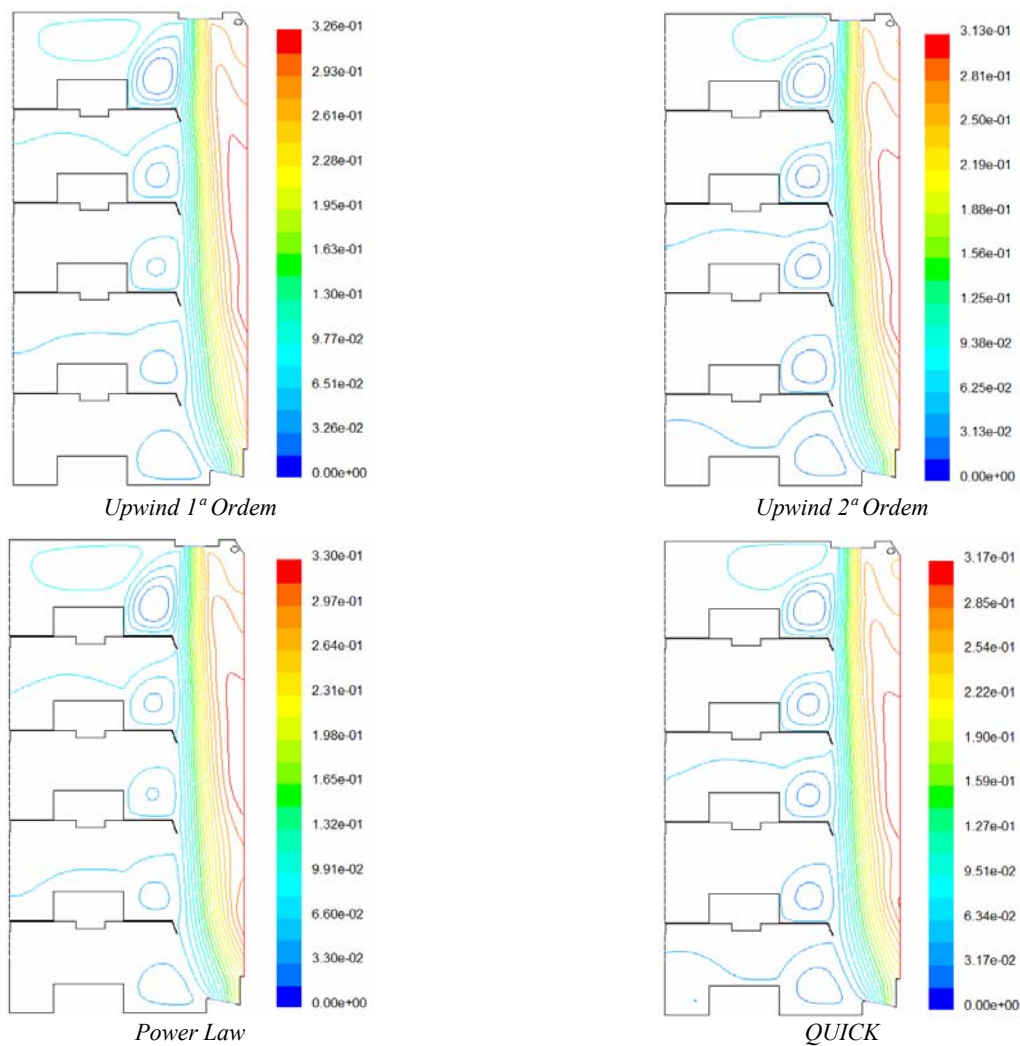
**Figura 4** – Perfis comparativos das previsões numéricas da temperatura com os valores experimentais.

Na Tabela 1 são apresentados os valores do erro absoluto obtido, verificando-se que o modelo que fez uso do esquema de discretização *QUICK* é aquele que prevê com melhor precisão o transporte da temperatura no escoamento.

Esquema de discretização	<i>Upwind 1ª Ordem</i>	<i>Upwind 2ª Ordem</i>	<i>Power Law</i>	<i>QUICK</i>
Erro absoluto médio [°C]	1,63	1,85	1,65	1,59

**Tabela 1** – Erros médios das previsões da temperatura com os esquemas testados

Na Fig. 5 são expostas as previsões dos contornos das linhas de corrente que de um modo geral são muito semelhantes qualitativamente, evidenciando várias recirculações ao longo da cota ( $z/z_{max}$ ) situadas nas extremidades das prateleiras, formadas pela interação do caudal mássico insuflado pela grelha de insuflação dominado pela convecção forçada, com o caudal mássico introduzido através da perfuração da parede posterior do equipamento. Neste caso, as previsões dos modelos que fizeram uso dos esquemas de discretização *Upwind de 1ª Ordem* e *Upwind de 2ª Ordem* são as que apresentam linhas de corrente com valor mais elevado e mais reduzido, respectivamente. As restantes previsões apresentam valores aproximadamente semelhantes. Em termos de forma, as previsões podem ser agrupadas consoante a Ordem dos esquemas de discretização dos modelos.



**Figura 5** – Comparação das previsões dos contornos das linhas de corrente.

## 5. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi abordado o problema da discretização do termo convectivo da equação de transporte de um escalar. Inicialmente foram descritos variados esquemas de discretização, lineares e não-lineares, apresentando-se sucintamente a sua formulação, as vantagens e limitações (além do campo específico de aplicação para que foram desenvolvidos). Apresentou-se um estudo comparativo dos esquemas de discretização disponíveis no código de Dinâmica de Fluidos Computacional – FLUENT®, aplicados a um caso prático de engenharia onde se desenrolam vários regimes convectivos. Sabendo que as variáveis escalares serão transportadas pelo escoamento, quanto mais adequado for o esquema de discretização à situação física que se pretende simular, maior precisão terão os resultados numéricos. A comparação entre resultados numéricos e valores experimentais, mostra que para este caso específico o modelo computacional que fez uso do esquema de discretização *QUICK* apresenta um erro absoluto médio inferior aos restantes. Conforme pode ser encontrado em literatura científica diversa, os resultados numéricos obtidos com o esquema de discretização *QUICK* reproduzem mais fielmente os pormenores de recirculação nos escoamentos, sem necessidade de refinar a malha de discretização. Apesar da sua maior complexidade quando comparado com os outros esquemas testados, e conseqüentemente maior tempo de cálculo exigido, a precisão dos resultados numéricos enaltece a preferência da sua utilização.

## 6. NOMENCLATURA

$k$	Energia cinética turbulenta [ $m^2/s^2$ ].
$p$	Pressão, [Pa].
Pr	Número de Prandtl.
Pe	Número de Peclet.
$b$	Termo fonte.

$T$	Temperatura, [K].
$u$	Velocidade, [m/s].
$x$	Coordenadas espaciais, [m].
$\vec{v} = u i + v j$	Vector velocidade (2D), [m/s].
$\vec{A}$	Vector da área da superfície, [m <sup>2</sup> ].
$\vec{A}_f$	Área da face $f$ .
$S_\phi$	Termo fonte da variável dependente $\phi$ por unidade de volume.
$N_{\text{faces}}$	Número de faces que envolvem o volume de controlo.
$V$	Volume.

#### Índices Inferiores e Superiores

$i, j, k$	Componentes cartesianas.
$t$	Turbulento.

#### Simbologia grega

$\rho$	Massa específica, [kg/m <sup>3</sup> ].
$\varepsilon$	Taxa de dissipação de energia cinética turbulenta, [m <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> ].
$\phi$	Variável genérica.
$\phi_f$	Valor da variável dependente $\phi$ convectada através da face $f$ .
$\Gamma_\phi$	Coefficiente de difusão da variável dependente $\phi$ .
$\nabla_\phi$	Gradiente da variável dependente $\phi$ , $= \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) i + \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) j$ .
$\rho_f \vec{v}_f \cdot \vec{A}_f$	Fluxo mássico através da face $f$ .
$(\nabla_\phi)_n$	Magnitude do gradiente da variável dependente $\phi$ normal à face $f$ .

## 7. REFERÊNCIAS

- [1] Pedro J. Coelho, "Aplicação de um Esquema de Discretização Genuinamente Multidimensional na Resolução de Equações de Transporte", V Congresso de Métodos Numéricos em Ingeniería, Madrid, 2002.
- [2] J:F.A. Dias Delgado, A.R. Janeiro Borges, "Estudo Numérico da Influência Geométrica em Escoamentos com Recirculação no Interior de Espaços Quase Cúbicos", 3º Encontro de Mecânica Computacional, Coimbra, 1992.
- [3] M.R. Malin, N.P. Waterson, "Schemes for Convection Discretisation in PHOENICS", PHOENICS Journal of CFD & its applications, vol. 12, n.º 1, 1999.
- [4] Pedro Dinis Gaspar, "Estudo Numérico e Experimental do Desempenho Térmico de Equipamentos Expositores Refrigerados", Dissertação de Mestrado, Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2002.
- [5] Pedro Dinis Gaspar, A.B. Miranda, R.A. Pitarma, "Numerical Study of Air Flow and Thermal Patterns in Refrigerated Display Cases", V Congresso de Métodos Numéricos em Ingeniería, Madrid, 2002.
- [6] B.E. Launder, D.B. Spalding, "Lectures in Mathematical Models of Turbulence", Academic Press, London, England, 1972.
- [7] B.E. Launder, D.B. Spalding, "The numerical computation of turbulent flows", Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 3., 1974.
- [8] Wolfgang Rodi, "Turbulence models and their application in hydraulics - A state of the art review", International Association for Hydraulics Research, 1980.
- [9] S.V. Patankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow", Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
- [10] Paulo J. P. Oliveira, "Mecânica Computacional", Departamento de Engenharia Electromecânica, Reprografia da UBI, Universidade da Beira Interior, 2001.
- [11] Fluent 6, "User's guide Volume", Fluent Incorporated, December, 2001.
- [12] Pedro Dinis Gaspar, A.B. Miranda, R.A. Pitarma, "Estudo Comparativo do Desempenho de Códigos de DFC na Modelação de Equipamentos de Refrigeração Abertos", VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional, Évora, 2003.