



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Programa de cálculo automático de estruturas reticuladas tendo em conta o faseamento construtivo

Mário Jorge Santos Amaro

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Civil
(Ciclo de estudos integrado)

Orientador: Prof. Doutor João António Saraiva Pires da Fonseca

Covilhã, Outubro de 2014

Dedicatória

Aos meus pais e à minha irmã.

Agradecimentos

O autor agradece ao Professor João Fonseca, orientador científico deste trabalho, por toda a sua disponibilidade para discutir os assuntos que serão expostos seguidamente, assim como o seu contributo para o despertar do interesse pelas estruturas.

Agradece-se ao Professor Clemente Pinto os vários diálogos e valiosas sugestões.

O autor agradece também a todos os que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho, nomeadamente aos amigos Bruno, Paulo e Pedro.

Por último, o autor agradece à Joana por toda a paciência e apoio.

Resumo

A execução de qualquer estrutura implica a existência de fases construtivas intermédias durante as quais se encontra sujeita a variações de geometria, de sistema estático e de cargas aplicadas. O efeito desse faseamento, comum a todas as estruturas, atinge particular relevo na análise de estruturas de grandes dimensões, podendo conduzir a distribuições de esforços diferentes das obtidas com uma análise realizada considerando apenas a geometria final. Os edifícios altos, as pontes e os viadutos constituem estruturas sensíveis aos efeitos do faseamento construtivo. No presente trabalho é apresentada uma metodologia, baseada numa análise no domínio do tempo, para o cálculo dos efeitos do faseamento construtivo em estruturas reticuladas contínuas planas. O modelo proposto considera a possibilidade dos elementos estruturais e ações serem introduzidos ou removidos em qualquer instante do domínio em análise. Este princípio permite simular de forma mais precisa os processos construtivos mais utilizados na execução destes tipos de estruturas. A metodologia apresentada foi implementada num programa de cálculo automático de estruturas, que permite a análise estrutural baseada numa formulação matricial do método dos deslocamentos.

Palavras-chave

Faseamento construtivo, estruturas reticuladas, análise no domínio do tempo, programa de cálculo automático

Abstract

The execution of any structure implies the existence of intermediate construction phases, during which the structure is subject to geometry, static system and applied loads variations. The effect of these phases, common to all structures, achieves particular importance in the analysis of large-scale structures, and might lead to different force distributions from the ones obtained with an analysis performed only considering the final geometry. The high-rise buildings, bridges and viaducts are structures sensible to the effects of construction phasing. In this work, is presented a methodology based on a time domain analysis for the calculation of the construction phasing effects in continuous frame structures. The proposed model considers the possibility of structural elements and actions being inserted or removed at any moment of the analysis. This principle makes it possible to simulate more accurately the most used construction methods in the execution of this type of structures. The presented methodology was implemented in an automatic calculation program of structures, which allows the structural analysis based on a displacement method matrix formulation.

Keywords

Construction phasing, frame structures, time domain analysis, automatic calculation program.

Índice

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 ENQUADRAMENTO DO TEMA	1
1.2 OBJETIVOS E FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	3
1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	4
CAPÍTULO 2 - REVISÃO DA LITERATURA	5
2.1 FORMULAÇÃO MATRICIAL DO MÉTODO DOS DESLOCAMENTOS	5
2.1.1 Descrição geral do método	5
2.1.2 Matriz de rigidez do elemento no plano	6
2.1.3 Mudança de referencial	7
2.1.4 Consideração das condições de apoio	10
2.1.5 Vetor solicitação	11
2.1.6 Resolução do sistema e determinação dos esforços internos	11
2.2 PROCESSOS CONSTRUTIVOS DE PONTES E VIADUTOS	13
2.2.1 Construção tramo a tramo	13
2.2.2 Construção por avanços sucessivos	16
2.2.3 Construção por lançamento incremental	17
2.3 EFEITOS DIFERIDOS NO TEMPO DEVIDO À RETRAÇÃO E FLUÊNCIA DO BETÃO	19
2.3.1 Retração	19
2.3.2 Fluência	23
2.4 NÃO LINEARIDADE MATERIAL RESULTANTE DO FASEAMENTO CONSTRUTIVO	27
2.5 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS	30
CAPÍTULO 3 - METODOLOGIA	31
3.1 ANÁLISE QUASE-ESTÁTICA NO DOMÍNIO DO TEMPO	31
3.2 CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DIFERIDOS DO BETÃO	33
3.3 CONSIDERAÇÃO DAS IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS	35
CAPÍTULO 4 - PROGRAMA DE CÁLCULO AUTOMÁTICO	37
4.1 DESCRIÇÃO GERAL DO PROGRAMA	37
4.2 INTRODUÇÃO E SAÍDA DE DADOS	40
4.2.1 Pré-processamento	40
4.2.2 Pós processamento	47
4.3 CÁLCULO DO COMPRIMENTO, COSSENO E SENOS DAS BARRAS	49
4.4 ASSEMBLAGEM DA MATRIZ DE RIGIDEZ	50
4.5 ASSEMBLAGEM DO VETOR SOLICITAÇÃO	51
4.6 CONSIDERAÇÃO DOS EFEITOS DIFERIDOS	55
4.7 RESOLUÇÃO DA ESTRUTURA E ATUALIZAÇÃO DAS COORDENADAS NODAIS	64

4.8 RESOLUÇÃO DE UM SISTEMA DE EQUAÇÕES LINEARES	65
CAPÍTULO 5 - EXEMPLOS DE APLICAÇÃO	69
5.1 INTRODUÇÃO	69
5.2 PONTES E VIADUTOS	69
5.2.1 Construção com recurso a cimbro ao solo	70
5.2.2 Construção com recurso a viga de lançamento	72
5.2.3 Variação da posição da junta de betonagem	74
5.2.3.1 Junta a 25% do vão	74
5.2.3.2 Junta a 15% do vão	75
5.2.3.3 Junta a 10% do vão	76
5.2.3.4 Comparação das diferentes hipóteses	77
5.3 EDIFÍCIOS.....	78
5.3.1 Estudo dos efeitos do faseamento construtivo em edifícios de 15, 30, 45 e 60 pisos	79
5.3.2 Estudo do processo de desmantelamento de um edifício.....	87
5.4 ESTUDO DA INFLUÊNCIA DOS EFEITOS DIFERIDOS NO TEMPO DEVIDO À FLUÊNCIA E RETRAÇÃO DO BETÃO ...	90
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES	93
6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
6.2 PROPOSTAS PARA DESENVOLVIMENTO FUTURO	93
BIBLIOGRAFIA.....	95
Anexo A.1 - Exemplo de um ficheiro de introdução de dados	
Anexo A.2 - Exemplo de um ficheiro de saída de dados	
Anexo A.3 - Exemplo de um ficheiro de resultados	
Anexo A.4 - Identificação de erros diagnosticados pela rotina CHECK	
Anexo A.5 - Listagem de variáveis	

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Direções e sentidos positivos das forças (a) e deslocamentos (b) no referencial local para a barra i de um pórtico plano	6
Figura 2.2 - Estrutura em que todas as barras se encontram segundo uma mesma direção (a) e estrutura com barras segundo direções arbitrárias	8
Figura 2.3 - Relação entre os deslocamentos no referencial local e os deslocamentos no referencial global	8
Figura 2.4 - Convenção de esforços positivos da Resistência dos Materiais	13
Figura 2.5 - Esquema da construção com recurso a escoramento fixo contínuo	14
Figura 2.6 - Esquema da construção tramo a tramo com recurso a viga de lançamento superior	15
Figura 2.7 - Esquema da construção por avanços sucessivos a partir de um pilar	16
Figura 2.8 - Exemplo esquemático do diagrama de momentos fletores no tabuleiro durante o lançamento	18
Figura 2.9 - Curva retração-tempo típica (esquemática) de um betão - (1) retração - (2) entumescimento	20
Figura 2.10 - Curva fluência-tempo típica (esquemática) de um betão - (1) deformação elástica - (2) deformação por fluência - (3) recuperação elástica - (4) recuperação por fluência - (5) parcela irrecuperável da deformação	24
Figura 2.11 - Modelo estrutural de um pórtico a analisar considerando o faseamento construtivo	28
Figura 2.12 - Faseamento construtivo do pórtico	29
Figura 4.1 - Tipos de apoio contemplados e respetiva identificação no programa de cálculo automático	43
Figura 4.2 - Metodologia a seguir na definição do nome do bloco referente à solicitação	43
Figura 4.3 - Metodologia a seguir na definição da solicitação no campo description em função do tipo de carga	44
Figura 4.4 - Exemplo de um modelo geométrico gerado pela rotina CADOUT	48
Figura 4.5 - Exemplo de um ficheiro de resultados gerado pela ferramenta auxiliar de análise gráfica	48
Figura 4.6 - Cálculo das forças de fixação devidas a forças uniformemente distribuídas sobre os eixos da barra ($Q_y < 0$)	53
Figura 4.7 - Cálculo das forças de fixação devidas à variação de temperatura	54
Figura 4.8 - Identificação e espaçamento e entre pontos que dividem a barra	58
Figura 4.9 - Sistema base para aplicação do método das forças	60
Figura 4.10 - Variação dos esforços ao longo da barra devido ao carregamento unitário segundo a direção das incógnitas hiperstáticas	62
Figura 5.1 - Modelo geométrico do viaduto em análise	70
Figura 5.2 - Deformada da estrutura com e sem faseamento construtivo	71
Figura 5.3 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo	71
Figura 5.4 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo	72
Figura 5.5 - Deformada da estrutura com e sem faseamento construtivo	73
Figura 5.6 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo	73
Figura 5.7 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo	74
Figura 5.8 - Envolvente de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 25% do vão ...	75

Figura 5.9 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 25% do vão	75
Figura 5.10 - Envolvente de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 15% do vão .	76
Figura 5.11 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 15% do vão	76
Figura 5.12 - Envolvente de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 10% do vão .	77
Figura 5.13 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 10% do vão	77
Figura 5.14 - Envolvente de momentos fletores para as diferentes posições da junta de betonagem ...	78
Figura 5.15 - Modelo geométrico dos diferentes edifícios	79
Figura 5.16 - Propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais dos edifícios	79
Figura 5.17 - Síntese das ações atuantes sobre os elementos estruturais	80
Figura 5.18 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo dos diferentes edifícios ...	81
Figura 5.19 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 15 pisos	81
Figura 5.20 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 30 pisos	81
Figura 5.21 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 45 pisos	82
Figura 5.22 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 60 pisos	82
Figura 5.23 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no último piso dos diferentes edifícios	83
Figura 5.24 - Diagrama de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no último piso dos diferentes edifícios	83
Figura 5.25 - Deformada do 10º piso com e sem faseamento construtivo dos diferentes edifícios	84
Figura 5.26 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no 10º piso dos diferentes edifícios	85
Figura 5.27 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso dos diferentes edifícios	85
Figura 5.28 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso de um edifício de 15 pisos	86
Figura 5.29 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso de um edifício de 60 pisos	86
Figura 5.30 - Modelo geométrico do edifício em análise	87
Figura 5.31 - Propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais dos elementos estruturais	88
Figura 5.32 - Síntese da ações aplicadas sobre as vigas e pilares dos diferentes pisos.....	88
Figura 5.33 - Síntese das ações equivalentes à aplicação do pré-esforço	88
Figura 5.34 - Deformada da viga pré-esforçada para as diferentes etapas do desmantelamento	89
Figura 5.35 - Diagrama momentos fletores na viga pré-esforçada para as diferentes etapas do desmantelamento	89
Figura 5.36 - Modelo geométrico da estrutura	90
Figura 5.37 - Diagrama de momentos fletores para a diferentes fases de carregamento.....	91
Figura 5.38 - Relação entre a flecha sobre o apoio e no vão	91

Lista de Quadros

Quadro 1.1 - Relação entre o processo construtivo e o comprimento dos vãos para pontes e viadutos com tabuleiros do tipo viga contínua	2
Quadro 2.1 - Valores do coeficiente k_h , que depende da espessura equivalente h_0	21
Quadro 2.2 - Valores dos coeficientes α_{ds1} e α_{ds2} que dependem do tipo de cimento	22
Quadro 2.3 - Esforços finais nas vigas do pórtico para as duas hipóteses construtivas consideradas (convenção da Resistência dos Materiais)	29
Quadro 4.1 - Valores identificativos da classe de cimento no contexto do programa de cálculo automático	41
Quadro 4.2 - Significado dos campos da polilinha no contexto das propriedades da barra.....	42
Quadro 4.3 - Significado dos campos do ponto no contexto das propriedades do apoio.....	42
Quadro 4.4 - Identificação do tipo de solicitação	44
Quadro 5.1 - Propriedades geométricas e mecânicas da secção transversal do viaduto.....	70
Quadro 5.2 - Propriedades geométricas da secção transversal.....	90
Quadro 5.3 - Propriedades do material	90

Simbologia

Caracteres latinos minúsculos

\cos, \sin	Funções trigonométricas do cosseno e do seno
f_{ck}	Valor característico da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade, referido a provetes cilíndricos
f_{cm}	Valor médio da tensão de rotura do betão à compressão
f^i	Vetor de forças de uma barra no referencial local
f_0^i	Vetor de forças de fixação de uma barra no referencial local
h_0	Espessura equivalente da secção transversal
k_h	Coefficiente, que depende da espessura equivalente, usado no cálculo da extensão final da retração por secagem
t	Idade do betão em dias à data em que se pretende calcular a deformação por retração ou fluência
t_s	Idade do betão no início da retração por secagem
μ	Perímetro da secção transversal exposto à secagem

Caracteres latinos maiúsculos

A	Área da secção transversal
A_c	Área da secção transversal do elemento de betão
E	Módulo de elasticidade do material
E_c	Módulo de elasticidade do betão
F	Vetor sollicitação da estrutura
F_0	Vetor de forças de fixação da estrutura
F^i	Vetor de forças de uma barra no referencial global
I	Momento de inércia da secção transversal
K	Matriz de rigidez da estrutura
K^{-1}	Inversa da matriz de rigidez da estrutura
K_g^i	Matriz de rigidez de uma barra no referencial global
K_l^i	Matriz de rigidez de uma barra no referencial local
L	Comprimento da barra
M	Momento fletor numa determinada secção de uma barra
M_1	Momento fletor no sistema base devido a um momento unitário segundo a direção 1
M_2	Momento fletor no sistema base devido a um momento unitário segundo a direção 2
M_e	Momento fletor no nó à esquerda de uma barra
N	Esforço normal numa determinada secção de uma barra

N_3	Esforço normal no sistema base devido a uma força unitária segundo a direção 3
N_e	Esforço normal no nó à esquerda de uma barra
P	Vetor de forças nodais da estrutura
Q_x	Carga uniformemente distribuída segundo a direção longitudinal da barra
Q_y	Carga uniformemente distribuída segundo a direção transversal da barra
RH	Humidade relativa
T^i	Matriz transformação de uma barra
T^T	Transposta da matriz transformação
X	Valor numérico em metros da abcissa de ponto em relação ao referencial global
X_1, X_2, X_3	Incógnitas hiperstáticas
$X1, Y1$	Coordenadas cartesianas do nó à esquerda de uma barra no referencial global
$X2, Y2$	Coordenadas cartesianas do nó à direita de uma barra no referencial global
Y	Valor numérico em metros da ordenada de um ponto em relação ao referencial global

Caracteres gregos minúsculos

α	Ângulo que o eixo longitudinal de uma barra faz com o eixo horizontal do referencial global
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	Coefficientes que têm em conta a influência da resistência do betão
$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds}$	Coefficientes que dependem do tipo de cimento
$B(f_{cm})$	Fator que tem em conta a influência da resistência do betão no cálculo do coeficiente de fluência convencional
$B(t_0)$	Fator que tem em conta a influência da idade do betão à data do carregamento no cálculo do coeficiente de fluência
$B_{ds}(t, t_s)$	Coefficiente que tem em consideração a idade do betão
B_h	Coefficiente que depende da humidade relativa e espessura equivalente
δ^i	Vetor de deslocamentos dos nós extremos de uma barra no referencial local
ϵ_{ca}	Extensão de retração autogénea
$\epsilon_{ca(\infty)}$	Extensão final de retração autogénea
$\epsilon_{cc}(t, t_0)$	Extensão de fluência num determinado dia t
ϵ_{cd}	Extensão de retração por secagem
$\epsilon_{cd,0}$	Extensão de retração por secagem de referência
ϵ_{cs}	Extensão de retração total do betão
$\varphi(t, t_0)$	Coefficiente de fluência num determinado dia t

φ_{RH} Fator que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência

Caracteres gregos maiúsculos

Δ Vetor de deslocamentos nodais da estrutura

Δ^i Vetor de deslocamentos dos nós extremos de uma barra no referencial global

Capítulo 1 - Introdução

1.1 Enquadramento do tema

A análise estrutural é a fase de um projeto de engenharia em que são quantificadas as variáveis que caracterizam o comportamento da parte resistente de uma construção já edificada ou a edificar [1]. Essas variáveis podem ser determinadas experimentalmente, sobre a estrutura existente ou em laboratório com recurso a modelos físicos reduzidos da estrutura, ou utilizando um modelo matemático que simule esse comportamento [1].

O desenvolvimento dos computadores digitais deu origem a uma revolução nos métodos de análise estrutural, permitindo uma automatização dos cálculos e uma maior rapidez na execução dos mesmos [2]. Desta forma, passou a ser possível a análise de uma maior variedade de estruturas e soluções estruturais, no sentido de alcançar a estrutura mais eficiente [2]. A análise de estruturas pode ser vista atualmente como uma simulação computacional do comportamento de estruturas. Como tal, questões como a criação do modelo geométrico, aplicação de atributos de análise (propriedades dos materiais, propriedades das secções transversais, carregamento, condições de apoio, etc.) e visualização dos resultados são fundamentais [3]. Neste contexto, é vantajoso formular matricialmente o problema da análise de estruturas. O modelo estrutural é decomposto nos seus constituintes, sendo as suas propriedades tabeladas em matrizes sobre as quais se opera de forma a resolver o sistema de equações que caracterizam o comportamento da estrutura.

Existem vários tipos de estruturas que podem isoladamente ou em conjunto constituir uma edificação. As que serão alvo de análise neste trabalho denominam-se por estruturas reticuladas, estruturas constituídas pela associação de peças lineares. As peças lineares, também designadas por barras, apresentam uma secção transversal de dimensões inferiores ao comprimento do seu eixo longitudinal [2]. O estudo de peças lineares é feito por meio da Teoria das Peças Lineares usando um modelo estrutural aproximado que se pode considerar gerado pelo modelo tridimensional da Teoria da Elasticidade, mediante a introdução de certas hipóteses simplificativas [2].

As estruturas reticuladas dividem-se em estruturas reticuladas articuladas (planas ou tridimensionais) ou contínuas, consoante exista ou não compatibilidade de rotações nas extremidades das barras adjacentes. Estas estruturas apresentam a vantagem de serem naturalmente discretas, bastando o conhecimento dos deslocamentos e forças generalizadas num número limitado de secções (nós da estrutura) para se conhecerem completamente os campos de deslocamento, de deformação e de tensão em toda a estrutura [2]. A resolução de uma estrutura reticulada é feita por intermédio de equações de equilíbrio, equações de

compatibilidade e relações forças-deslocamentos. Para a resolução de uma estrutura com base nos grupos de equações referidos podem seguir-se três vias distintas. Podem exprimir-se os deslocamentos em função das forças e introduzi-los nas equações de compatibilidade, formulando o problema em função das forças (método das forças), ou exprimir-se as forças em função dos deslocamentos introduzindo-as nas equações de equilíbrio, formulando o problema em função dos deslocamentos (método dos deslocamentos) [2]. Num terceiro método, é possível exprimir determinadas forças em função dos deslocamentos e certos deslocamentos em função das forças (método misto) [2]. Neste trabalho seguir-se-á maioritariamente o segundo método enunciado, visto ser o que permite uma formulação mais fácil para resolução automática por via computacional.

A utilização de estruturas reticuladas em edificações varia desde estruturas correntes até estruturas especiais. São exemplo de estruturas especiais compostas por estruturas reticuladas os edifícios altos, as pontes e os viadutos. Estas estruturas apresentam em comum, entre outros aspetos, o facto de os esforços introduzidos na suas secções poderem depender do processo construtivo adotado [4]. A construção faseada de edifícios, visto não ser possível executar todos os pisos em simultâneo, faz com que os diferentes níveis entrem em carga gradualmente e ocorram deformações que se vão acumulando ao longo do processo construtivo [5]. Este efeito é comum a todos os edifícios, no entanto a sua importância para o cálculo dos esforços aumenta com o aumento do número de pisos e altura do edifício [5]. O aparecimento de novos sistemas estruturais que permitiram uma melhor resistência às ações horizontais impulsionou a construção em altura [6]. No entanto, a combinação de elementos de diferente rigidez, como pilares esbeltos e núcleos de betão, pode provocar diferentes distribuições de tensões nestes elementos e conseqüentemente diferentes deformações, que podem ser sobrestimadas se não se considerar o efeito do faseamento construtivo [5].

Nas pontes e viadutos, a escolha do tipo de sistema estrutural e do processo construtivo está diretamente associada ao comprimento do vão que se pretende ultrapassar. O Quadro 1.1 apresenta a relação entre o processo construtivo e o tamanho do vão para sistemas com tabuleiro de tipo viga contínua.

Quadro 1.1 - Relação entre o processo construtivo e o comprimento dos vãos para pontes e viadutos com tabuleiros do tipo viga contínua

Processo Construtivo	Comprimento dos vãos
Címbre ao solo	até 20 metros
Viga de lançamento	30 a 50 metros
Deslocamentos sucessivos	40 a 50 metros
Avanços sucessivos	Superior a 100 metros

Neste tipo de estruturas o sistema estático evolui durante a construção de acordo com o processo construtivo adotado [4]. Em consequência dessa variação, também os esforços resultantes do peso próprio do tabuleiro vão evoluindo ao longo da construção [4].

A consideração do faseamento construtivo na análise de estruturas conduz a um problema de não linearidade material, uma vez que a matriz de rigidez vai variando ao longo do processo construtivo. Este efeito faz com que deixe de ser válido o princípio da sobreposição dos efeitos, dependendo os esforços finais da sequência com que ocorre o carregamento.

Apesar de existir atualmente um vasto leque de programas de cálculo automático de estruturas, a maioria dos programas comerciais não contemplam opções que permitam uma análise precisa deste tipo de ação.

As variações de temperatura e os efeitos diferidos do betão constituem outro tipo de ações que podem ser relevantes neste tipo de estruturas. Estes efeitos podem induzir extensões diferentes nos vários elementos verticais [5]. Esta situação agrava-se quando os elementos verticais apresentam um elevado desenvolvimento em altura ou quando existem elementos constituídos por materiais distintos [5]. Na análise de pontes e viadutos considerando o faseamento construtivo, a introdução dos efeitos de fluência faz com que o diagrama de momentos fletores final se aproxime do diagrama de momentos de uma estrutura construída em uma só fase. No entanto, este facto não anula a relevância do faseamento construtivo, uma vez que durante a construção podem ocorrer esforços superiores à envolvente final e que terão de ser considerados no dimensionamento destas estruturas.

1.2 Objetivos e formulação do problema

O presente trabalho tem como principal objetivo averiguar a influência do faseamento construtivo nos esforços em estruturas reticuladas contínuas planas, em particular edifícios altos, pontes e viadutos. Pretende-se avaliar os esforços resultantes da consideração dos efeitos diferidos do betão e como estes evoluem ao longo do processo construtivo.

Pretende-se também analisar o processo de desmantelamento de um edifício e avaliar a importância das imperfeições geométricas, que surgem durante o processo construtivo, em termos dos esforços. Seguidamente pretende-se aferir se a opção, habitualmente seguida, de betonar um vão e 20% do seguinte, na construção de pontes e viadutos com múltiplos vãos semelhantes, é a mais eficiente.

De forma a dar resposta a todas estas questões, é objeto deste trabalho a criação de um programa de cálculo automático de estruturas que permita o cálculo dos esforços considerando o faseamento construtivo, os efeitos diferidos do betão e as imperfeições geométricas

resultantes da construção. O programa de cálculo, criado de raiz, encontra-se escrito em linguagem *Fortran* [7].

1.3 Organização do trabalho

No capítulo 2 é apresentada uma síntese dos princípios teóricos que servem de base à realização deste trabalho. Inicialmente é descrita a formulação matricial do método deslocamentos, método implementado no programa de cálculo automático para a resolução das estruturas. Seguidamente abordam-se os principais processos construtivos de pontes e viadutos constituídos por sistemas de tabuleiro do tipo viga contínua, descrevendo-se de que forma estes influenciam as alterações do sistema estático durante a construção. Posteriormente são abordados os fenómenos de fluência e retração do betão, apresentando-se as expressões descritas nos regulamentos para a contabilização dos mesmos ao longo do tempo. Ainda neste capítulo, é realizada uma breve abordagem à temática da não linearidade material, associando o seu efeito ao tipo de modelo que se pretende implementar. O capítulo é encerrado com algumas considerações acerca da influência nos esforços das imperfeições geométricas resultantes do faseamento construtivo.

No capítulo referente à metodologia, é apresentado o modelo que se pretende aplicar.

No capítulo 4 é realizada uma descrição sumária do programa de cálculo automático desenvolvido, expondo-se as suas particularidades e as principais opções tomadas durante a sua criação. No capítulo 5 são apresentados alguns exemplos de aplicação analisados com o programa de cálculo, apresentando-se também os resultados obtidos.

O capítulo 6 encontra-se reservado para algumas considerações finais e propostas de trabalhos para desenvolvimento futuro.

No último capítulo são apresentadas as referências bibliográficas. Por último, nos anexos, constam um exemplo de um ficheiro de introdução de dados, um exemplo de um ficheiro de saída de dados, um exemplo de um ficheiro de resultados, a listagem de erros diagnosticados pelo programa e uma listagem das variáveis do programa apresentadas durante o texto.

Capítulo 2 - Revisão da Literatura

2.1 Formulação matricial do método dos deslocamentos

2.1.1 Descrição geral do método

O método dos deslocamentos constitui um dos métodos de análise estrutural, podendo ser aplicado quer a estruturas isostáticas quer a estruturas hiperstáticas sendo especialmente útil na análise das segundas, nomeadamente, quando o grau de indeterminação estático é elevado [2] [8].

Neste método o problema é formulado em termos de deslocamentos. Desta forma, é necessário determinar o grau de indeterminação cinemática, isto é, a soma do número de graus de liberdade (rotações e translações) independentes de todos os nós da estrutura [8]. Posteriormente são fixados os deslocamentos dos nós cujo comportamento não é conhecido, o que numa análise via computacional corresponde à fixação de todos os nós da estrutura incluído os dos apoios [2]. Após a definição das incógnitas a determinar, é necessário estabelecer um sistema de eixos cartesianos que permita arbitrar as direções e sentidos positivos das forças e deslocamentos [8]. A fixação de um deslocamento é equivalente à introdução de uma força com o mesmo sentido e direção do deslocamento impedido, a força generalizada correspondente [2]. Desta forma, as forças de fixação são determinadas pelo somatório das forças de reação que atuam nos nós extremos de cada barra quando esta se encontra sujeita a uma qualquer sollicitação exterior [8].

Neste método exprimem-se as forças em função dos deslocamentos, como tal, é necessário estabelecer uma relação entre as forças generalizadas e os deslocamentos generalizados, o que na aplicação do método dos deslocamentos corresponde à determinação da matriz de rigidez da estrutura [2]. Uma vez que cada barra pode ser analisada isoladamente das restantes, a obtenção da matriz de rigidez da estrutura resulta da assemblagem das matrizes de rigidez de cada uma das barras e das matrizes de rigidez dos apoios [2].

Após a realização dos passos anteriormente referidos é possível a determinação dos deslocamentos dos nós da estrutura, através da resolução do sistema de equações de equilíbrio de nós [8]. Para a obtenção dos esforços internos nas secções junto dos nós basta aplicar o princípio da sobreposição dos efeitos, adicionando, em cada secção, aos esforços internos gerados pela sollicitação exterior na estrutura impedida os esforços internos provocados pelos deslocamentos nodais [8].

2.1.2 Matriz de rigidez do elemento no plano

Nas estruturas reticuladas contínuas planas (pórticos planos) a ligação entre as barras é feita por continuidade e existe um plano de simetria que contém os eixos das barras e a solicitação [2]. Assim, só podem existir três deslocamentos independentes por nó (duas translações e uma rotação) não nulos [2]. Por este motivo, a análise de uma barra isolada equivale à análise de uma barra bi-encastada. À barra em questão pode ser associado um sistema de eixos cartesianos ortogonais, em que um dos eixos coincide com o eixo longitudinal da barra, que define as direções e sentidos positivos das forças (Figura 2.1a) e deslocamentos (Figura 2.1b) [2]. Este sistema de eixos denomina-se de referencial local.

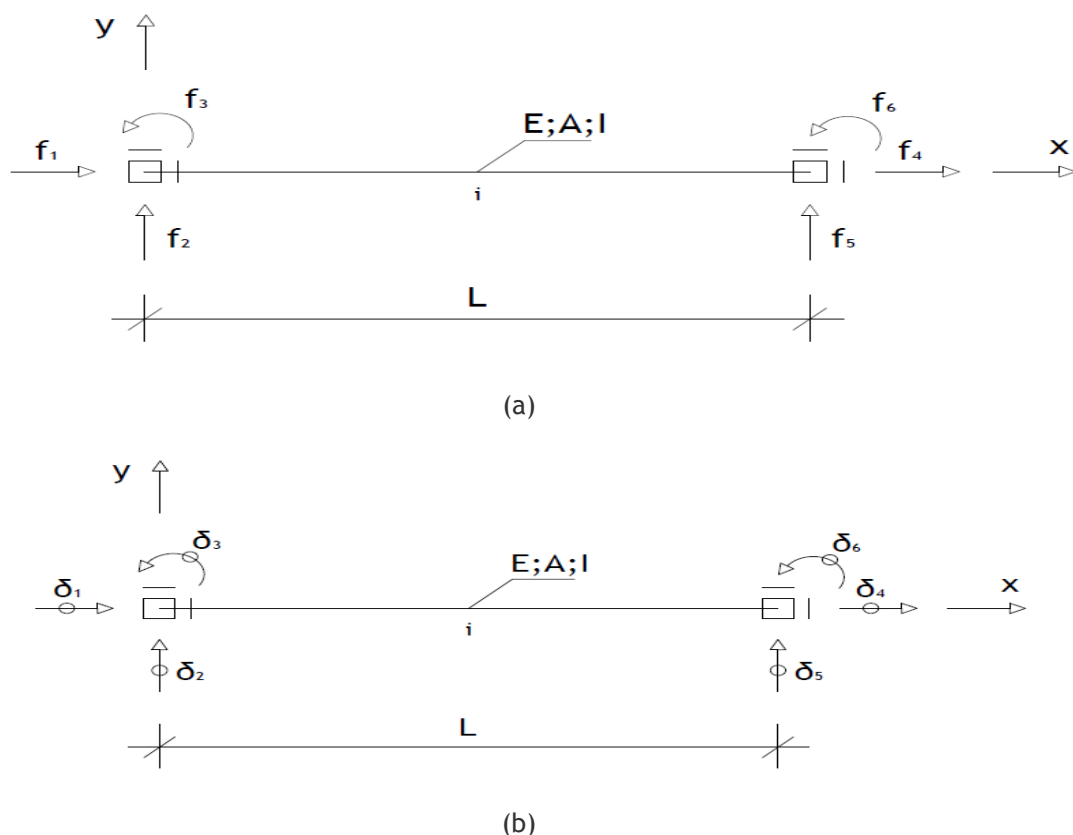


Figura 2.1 - Direções e sentidos positivos das forças (a) e deslocamentos (b) no referencial local para a barra i de um pórtico plano [2] (adaptado)

A relação entre as forças generalizadas e os deslocamentos generalizados pode ser descrita matricialmente através de uma matriz de coeficientes de rigidez (matriz de rigidez) [2]. Cada termo (K_{ij}) da matriz de rigidez representa a força que é necessário aplicar segundo a direção generalizada i , para que ocorra um deslocamento unitário segundo a direção generalizada j , sendo nulos os restantes deslocamentos [2]. A determinação dos coeficientes de rigidez para a barra tipo bi-encastada pode ser realizada, por exemplo, através da aplicação de qualquer um dos métodos da Resistência dos Materiais para a análise de estruturas hiperestáticas. Para tal,

despreza-se a deformação por esforço transversal e admite-se que os deslocamentos são suficientemente pequenos para que se possa considerar a projeção do comprimento da barra deformada segundo a direção inicial do seu eixo como sendo o próprio comprimento [2]. Devido à qualidade e quantidade da bibliografia existente referente à determinação dos coeficientes de rigidez, por exemplo [2] [8], no presente trabalho não será efetuada a sua demonstração.

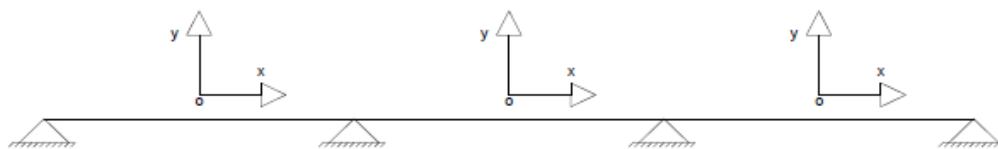
Assim, assumindo uma barra tipo de comprimento L , secção transversal de área A e momento de inércia I constantes, constituída por um material homogéneo de módulo de elasticidade E , pode definir-se a matriz de rigidez no referencial local como sendo [2] [8]:

$$K_l^i = \begin{bmatrix} EA/L & 0 & 0 & -EA/L & 0 & 0 \\ 0 & 12EI/L^3 & 6EI/L^2 & 0 & -12EI/L^3 & 6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 4EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 2EI/L \\ -EA/L & 0 & 0 & EA/L & 0 & 0 \\ 0 & -12EI/L^3 & -6EI/L^2 & 0 & 12EI/L^3 & -6EI/L^2 \\ 0 & 6EI/L^2 & 2EI/L & 0 & -6EI/L^2 & 4EI/L \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

onde K_l^i é a matriz de rigidez da barra i no referencial local, A é a área da secção transversal da barra, I o momento de inércia da barra, E o módulo de elasticidade da barra e L é o comprimento da barra.

2.1.3 Mudança de referencial

A matriz de rigidez, obtida na secção anterior, para a barra bi-encastada no referencial local seria suficiente para analisar uma estrutura em que todas barras apresentassem o seu eixo longitudinal numa mesma direção (Figura 2.2a). No entanto, na maioria das estruturas existem barras com direções arbitrárias (Figura 2.2b) [8].



(a)

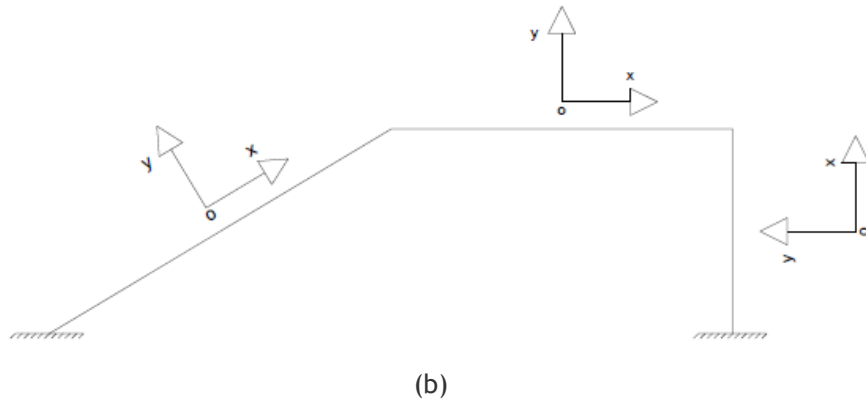


Figura 2.2 - Estrutura em que todas as barras se encontram segundo uma mesma direção (a) e estrutura com barras segundo direções arbitrárias

Este facto leva a que seja necessário a consideração de um outro referencial genérico onde se possam analisar todas as barras, independentemente da orientação das mesmas [8]. As coordenadas dos nós que permitem caracterizar a geometria da estrutura são definidas em relação a este referencial, denominado de referencial global [8]. A transformação de forças e deslocamentos de um referencial para o outro pode ser realizada através de uma matriz de relações geométricas (matriz de transformação) [8].

Considere-se, na Figura 2.3, a barra tipo bi-encastada inclinada de um ângulo α (medido na extremidade esquerda da barra e considerando como positivo o sentido anti-horário) em relação ao eixo horizontal do referencial XOY (referencial global) [2].

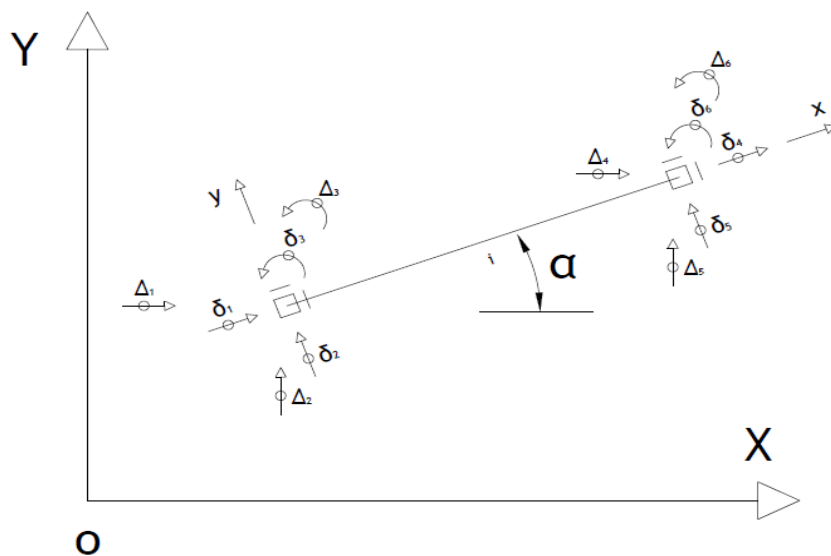


Figura 2.3 - Relação entre os deslocamentos no referencial local e os deslocamentos no referencial global [2] (adaptado)

Admitindo que ambos os referenciais têm a sua origem no nó esquerdo da barra, a transformação linear do referencial XOY no referencial xoy é obtida por meio de uma rotação através do ângulo α . Desta forma, a relação entre os eixos dos dois referenciais pode ser descrita matricialmente através de uma matriz transformação (T), cujos elementos são os cossenos diretores dos eixos do referencial xoy relativamente aos eixos do referencial XOY [2], como sendo:

$$T^i = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

onde T^i é a matriz de transformação da barra i e α o ângulo que o eixo longitudinal da barra i faz com o eixo horizontal do referencial global.

Com base na matriz transformação podem estabelecer-se matricialmente as relações entre as forças e deslocamentos no referencial local com as forças e deslocamentos no referencial global através das expressões [8]:

$$[\Delta^i] = [T^i][\delta^i] \quad (2.3)$$

$$[F^i] = [T^i][f^i] \quad (2.4)$$

onde T representa a matriz transformação da barra i, Δ^i o vetor de deslocamentos da barra i no referencial global, δ^i o vetor de deslocamentos da barra i no referencial local, F^i o vetor de forças da barra i no referencial global e f^i o vetor de forças da barra i no referencial local.

As relações entre forças e deslocamentos no referencial local e global são estabelecidas [8], respetivamente, pelas expressões:

$$[f^i] = [K_l^i][\delta^i] \quad (2.5)$$

$$[F^i] = [K_g^i][\Delta^i] \quad (2.6)$$

onde f^i é o vetor de forças da barra i no referencial local, K_l^i a matriz de rigidez da barra i no referencial local, δ^i o vetor de deslocamentos da barra i no referencial local, F^i o vetor de forças da barra i no referencial global, K_g^i a matriz de rigidez da barra i no referencial global e Δ^i o vetor de deslocamentos no referencial global.

Com base nas relações anteriores e dado a matriz transformação ser uma matriz ortogonal cuja sua inversa é igual à transposta ($T^T = T^{-1}$), a matriz de rigidez da barra no referencial global pode ser obtida através da seguinte operação algébrica:

$$[K_g^i] = [T^i][K_l^i][T_i^T] \quad (2.7)$$

onde K_g^i é a matriz de rigidez da barra i no referencial global, T^i a matriz de transformação da barra i , K_l^i a matriz de rigidez da barra i no referencial local e T_i^T a transposta da matriz de transformação da barra i .

2.1.4 Consideração das condições de apoio

A matriz de rigidez da barra tipo bi-encastrada verifica as relações lineares resultantes do equilíbrio entre as forças numa e noutra extremidade [2]. Sendo a matriz de rigidez da estrutura o resultado do somatório das matrizes de rigidez das barras que a constituem, também esta apresenta a mesma propriedade. Tal facto torna a matriz de rigidez singular, ou seja, podem ocorrer deslocamentos sem que hajam forças aplicadas (movimento de corpo rígido) [2]. A singularidade da matriz de rigidez da estrutura é anulada pela introdução das condições de apoio, desde que o número de ligações ao exterior seja pelo menos o suficiente para tornar a estrutura estável [2].

Para a consideração de apoios rígidos na análise estrutural através da formulação matricial do método dos deslocamentos podem seguir-se duas vias. Pode reduzir-se a ordem do sistema de equações de equilíbrio eliminando na matriz de rigidez a linha e coluna correspondentes ao deslocamento que se pretende nulo, assim como o correspondente termo independente e incógnita generalizada [2]. Embora o processo de eliminação de linhas e colunas leve a uma redução da ordem do sistema, a sua aplicação ao cálculo automático conduziria a um rearranjo das incógnitas que dificultaria a programação do problema [2]. Em alternativa ao processo referido podem introduzir-se as condições de apoio somando ao termo correspondente da diagonal principal da matriz de rigidez da estrutura uma constante que represente fisicamente a rigidez infinita do apoio. Devido à impossibilidade matemática de contabilizar um valor infinito, a constante a introduzir deverá ter um valor bastante superior em relação aos termos da linha e coluna da matriz de rigidez que lhe correspondem. Os apoios elásticos podem ser considerados de forma similar, bastando somar ao termo correspondente da diagonal principal da matriz da rigidez da estrutura a constante elástica do apoio [2].

2.1.5 Vetor solicitação

Na análise estrutural através do método dos deslocamentos as equações de equilíbrio são equações de equilíbrio de nós. No entanto, na maioria dos casos a solicitação atuante sobre a estrutura não se concentra só nos nós, existindo solicitações atuantes sobre as barras [2]. Portanto, para se poder aplicar o método é necessário converter as forças atuantes sobre as barras em forças equivalentes concentradas nos nós [2].

A determinação das forças equivalentes nodais pode ser realizada considerando cada uma das barras da estrutura isolada das restantes. Desta forma, a análise de cada uma das barras equivale à análise da barra tipo bi-encastrada [2]. Se uma barra bi-encastrada se encontra sujeita a uma solicitação atuante ao longo do seu eixo geram-se forças de reação nas extremidades da barra com as direções e sentidos dos graus de liberdade impedidos [2]. Estas forças de reação, também designadas de forças de fixação, constituem um sistema de forças em equilíbrio com as forças exteriores [2]. Assim, o efeito da solicitação atuante sobre a barra equivale à aplicação nos nós da estrutura das forças de fixação com sentido inverso [2]. A construção do vetor de forças de fixação da estrutura resulta da assemblagem dos vetores de forças de fixação de cada uma das barras.

Partindo destes princípios e recorrendo ao princípio da sobreposição dos efeitos [2], o vetor solicitação aplicado aos nós da estrutura, no referencial global, resulta da seguinte operação algébrica:

$$[F] = [P] - [F_0] \quad (2.8)$$

onde F representa o vetor solicitação da estrutura no referencial global, P o vetor de forças diretamente aplicadas nos nós da estrutura no referencial global e F_0 o vetor forças de fixação da estrutura no referencial global.

2.1.6 Resolução do sistema e determinação dos esforços internos

Após a determinação da matriz de rigidez e do vetor solicitação da estrutura é possível estabelecer um sistema de equações de equilíbrio de nós através da seguinte equação matricial [2]:

$$[K][\Delta] = [F] \quad (2.9)$$

onde K representa a matriz de rigidez da estrutura incluindo a rigidez dos apoios no referencial global, Δ o vetor de deslocamento nodais da estrutura no referencial global e F o vetor sollicitação da estrutura no referencial global.

Sendo o sistema de equações de equilíbrio de nós um sistema de equações lineares, a determinação dos deslocamentos nodais é possível através da aplicação de qualquer um dos métodos matemáticos para a resolução deste tipo de sistema. No entanto, o processo mais direto resulta da inversão da matriz de rigidez e posterior aplicação da equação:

$$[\Delta] = [K^{-1}][F] \quad (2.10)$$

onde Δ é o vetor de deslocamentos nodais da estrutura, K^{-1} a inversa da matriz de rigidez da estrutura e F o vetor sollicitação da estrutura.

Conhecidos os deslocamentos nodais é possível a determinação dos esforços internos nas secções junto dos nós aplicando o princípio da sobreposição dos efeitos. Desta forma, os esforços internos resultam do somatório entre os esforços internos gerados pela sollicitação exterior e os esforços internos provocados pelos deslocamentos nodais [8]. Para se obterem os esforços internos em cada uma das barras é necessário obter os deslocamentos dos nós extremos de cada barra no referencial local através da equação:

$$[\delta^i] = [T_i^T][\Delta^i] \quad (2.11)$$

onde δ^i é o vetor de deslocamentos das extremidades da barra i no referencial local, T_i^T é a transposta da matriz transformação da barra i , Δ^i é o vetor de deslocamentos das extremidades da barra i no referencial global.

Os esforços internos em cada barra resultam da seguinte equação:

$$[f^i] = [f_0^i] + [K_i^i][\delta^i] \quad (2.12)$$

onde f^i é o vetor de esforços internos nas extremidades da barra i no referencial local, f_0^i o vetor de forças de fixação da barra i no referencial local, K_i^i a matriz de rigidez da barra i no referencial local e δ^i o vetor de deslocamentos das extremidades da barra i no referencial local.

Note-se que os sentidos positivos ou negativos dos esforços internos são definidos em função dos sentidos positivos das forças e deslocamentos arbitrados aquando da definição dos referenciais local e global. Portanto, para se obterem os esforços internos de acordo com a convenção estabelecida pela Resistência dos Materiais (Figura 2.4), é necessário inverter os

sinais do esforço normal e momento fletor na extremidade esquerda da barra e do esforço transversal na extremidade direita.

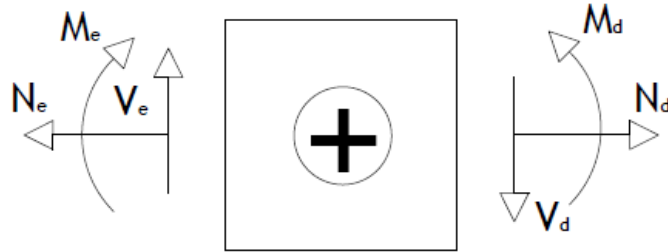


Figura 2.4 - Convenção de esforços positivos da Resistência dos Materiais [9] (adaptado)

2.2 Processos construtivos de pontes e viadutos

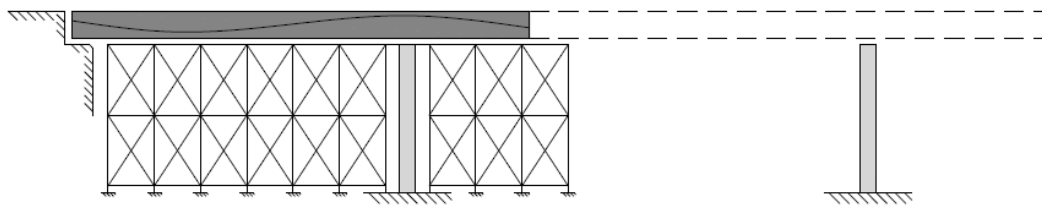
Na análise estrutural de pontes e viadutos é necessário ter em consideração os efeitos resultantes do faseamento construtivo. Desta forma, é necessário compreender os princípios construtivos associados a cada processo e a forma como estes influenciam as alterações do sistema estático ao longo da construção. A escolha do processo construtivo é determinada por condições como o comprimento dos vãos, as condições topográficas do local, prazos de execução, custo das diversas soluções, segurança durante a construção da obra, capacidade técnica do empreiteiro [10]. Os processos construtivos mais utilizados na execução de tabuleiros de pontes e viadutos são bastante diversificados e interligados, isto é, vários processos podem utilizar a mesma tecnologia e várias tecnologias podem ser utilizadas no mesmo processo [11]. No entanto, podem classificar-se segundo três categorias distintas:

- Construção tramo a tramo;
- Construção por avanços sucessivos;
- Construção por lançamento incremental (deslocamentos sucessivos).

2.2.1 Construção tramo a tramo

No processo de construção tramo a tramo utilizam-se várias tecnologias, das quais se destacam o cimbra ao solo e a utilização de cimbras autoportantes. A construção tramo a tramo com recurso a cimbra ao solo é aconselhável para estruturas de pequena altura, com vãos moderados (até cerca de 20 metros), sobre um terreno estável e regular, e desde que não haja a necessidade de manter a parte inferior do tabuleiro livre [11]

1ª Fase - Betonagem do 1º Tramo



2ª Fase - Betonagem do 2º Tramo

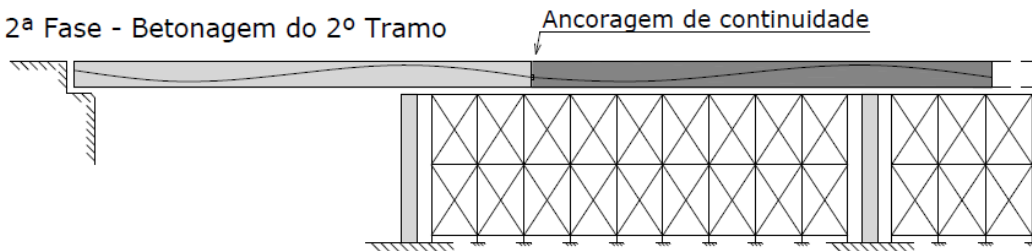


Figura 2.5 - Esquema da construção com recurso a escoramento fixo contínuo [12]

O tempo de construção associado a este tipo de processo é de cerca de 2 a 3 semanas por tramo [11]. Neste processo o escoramento pode ser fixo ou deslizante, sendo que o primeiro pode ser executado de forma contínua ao longo do tramo a betonar ou com recurso a vigas sobre torres, que formam assim um sistema porticado. A utilização de escoramentos deslizantes é vantajosa caso se pretenda executar mais do que três vãos com a mesma secção transversal e a obra se localize sobre um terreno plano e um solo resistente [13].

Na construção tramo a tramo com recurso a cimbra ao solo é usual betonar-se um vão de cada vez, ou no caso de vigas contínuas um vão e cerca de 20% do vão seguinte, para que a junta de betonagem se localize aproximadamente numa zona de momentos nulos [13]. Na análise de estruturas executadas por este processo considera-se que o peso próprio do tabuleiro só atua a partir do instante em que o cimbra é retirado e se começa a construir o tramo seguinte. Desta forma, os esforços finais numa determinada secção da estrutura são obtidos pela sobreposição dos esforços obtidos na mesma secção em cada uma das fases do processo construtivo.

Outra possibilidade para a construção tramo a tramo é utilizando uma viga de lançamento metálica autoportante (Figura 2.6).

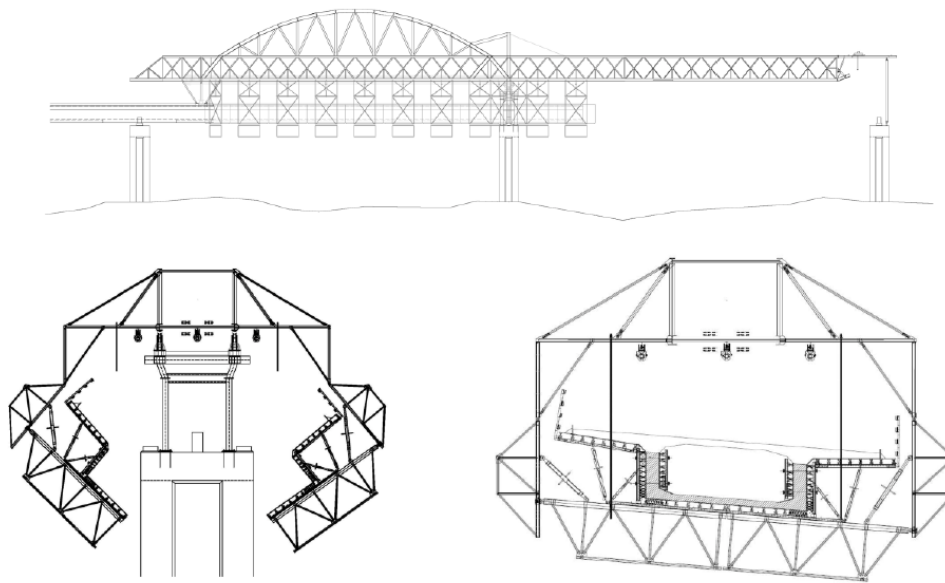


Figura 2.6 - Esquema da construção tramo a tramo com recurso a viga de lançamento superior [12]

Neste processo as vigas de lançamento são constituídas por uma viga portante longitudinal e por uma plataforma auxiliar que suporta as cofragens. As vigas de lançamento podem ser classificadas como vigas de lançamento superior ou inferior, consoante a viga portante se situe na parte superior ou inferior da plataforma auxiliar, ou mistas utilizando ao mesmo tempo vigas portantes superior e inferior [10]. As vigas longitudinais apoiam sobre os apoios definitivos da obra (pilares e encontros) e, em alguns casos, sobre uma parte do tabuleiro já construída, deslocando-se de um tramo para o outro de forma autónoma [10].

Este processo construtivo é adequado para obras de eixo retilíneo ou com pequena curvatura, de secção constante, localizadas sobre vales, rios ou desnivelamentos urbanos e, vãos compreendidos entre os 30 e os 50 metros [12]. As principais vantagens associadas a este processo são a rapidez de execução (cerca de uma semana por tramo), a facilidade de acesso à frente de trabalho, a independência do trabalho em relação ao solo e a segurança dos operários [10]. Neste processo, de forma análoga à construção com recurso a cimbra ao solo, é usual executar-se, em cada fase, um tramo e certa de 20% do tramo seguinte.

Na análise estrutural de pontes e viadutos executados por este processo considera-se que a ação resultante do peso próprio do tabuleiro só começa atuar a partir do instante em que a viga de lançamento é movida para o troço seguinte. Desta forma, os esforços finais numa determinada secção da estrutura resultam da sobreposição dos esforços atuantes nessa secção para as diferentes fases do processo construtivo. Caso a viga de lançamento se encontre apoiada numa parte do tabuleiro já betonada, parte do peso próprio da viga (250 a 500 kg por tonelada

de betão suportada) e do peso do betão fresco por ela suportada é aí descarregado [10]. Assim sendo, na análise estrutural de cada uma das fases construtivas o último troço betonado deve suportar o seu peso próprio e uma força resultante da reação da viga de lançamento. No entanto, esta ação deve ser anulada quando se move a viga de lançamento para o troço seguinte, o que pelo princípio da sobreposição dos efeitos corresponde à aplicação de uma força no mesmo local mas de sentido oposto.

2.2.2 Construção por avanços sucessivos

Neste processo a construção do tabuleiro é efetuada a partir dos apoios, usualmente de forma simétrica a partir dos pilares e de forma assimétrica a partir dos encontros, através de aduelas construídas em consola (Figura 2.7).

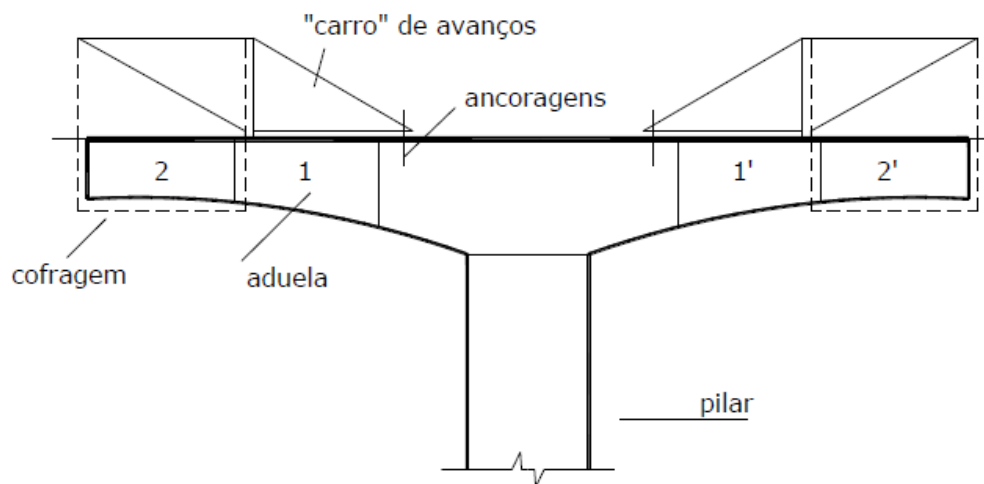


Figura 2.7 - Esquema da construção por avanços sucessivos a partir de um pilar [12]

Este processo torna-se adequado para a execução de grandes vãos, habitualmente superiores a 100 metros, em obras com pilares altos e atravessando vales largos e profundos, onde o escoramento pode ser perigoso [10]. A ligação entre cada uma das aduelas é executada com recurso à técnica do pré-esforço, permitindo assim que a aduela anteriormente construída suporte o peso próprio da aduela a executar, das cofragens e do equipamento necessário à construção [10].

A construção pode ser executada utilizando aduelas pré-fabricadas ou betonadas *in situ*. No caso de aduelas betonadas *in situ* é corrente apresentarem comprimentos de cerca de 3 ou 4 metros, sendo executadas em períodos de uma por semana [10]. A utilização de aduelas pré-fabricadas leva um aumento da velocidade de construção, permitindo a execução de uma aduela (aproximadamente 3 metros) por dia [10].

Em pontes e viadutos construídos por este processo a estrutura final pode ter vários esquemas construtivos, sendo a solução mais utilizada atualmente a de pórticos contínuos [10]. Nesta solução, a continuidade entre consolas é garantida através da ligação das suas extremidades por aduelas de fecho, solidarizadas com recurso a cabos de pré-esforço [10]. Na análise de estruturas executadas por este processo o sistema estático evolui ao longo da construção para sucessivas consolas, correspondendo o incremento longitudinal entre cada uma das fases ao comprimento da aduela anteriormente executada [10]. A ação do peso próprio da aduela a construir e o peso próprio do equipamento necessário para a sua execução é suportado pela aduela anterior, devendo este efeito ser anulado a partir do instante em que é aplicado o pré-esforço à nova aduela e removida a cofragem. Desta forma, o diagrama de esforços final da estrutura corresponde à envolvente de esforços resultantes das várias fases do processo construtivo. Outras ações relevantes na análise de estruturas executadas por este processo são as variações longitudinais do tabuleiro devido à retração, fluência e às variações de temperatura.

2.2.3 Construção por lançamento incremental

Este processo consiste na construção do tabuleiro por troços sucessivos numa área atrás de um dos encontros, sendo posteriormente colocado na sua posição final através de uma translação longitudinal, com o auxílio de dispositivos hidráulicos. Desta forma, este processo construtivo só é adequado a obras cuja seção transversal do tabuleiro seja constante e de perfil longitudinal reto ou curvatura (horizontal e vertical) constante [10]. O comprimento dos vãos, em estruturas executadas por este processo, é normalmente de 40 a 50 metros [10] [12]. No entanto, caso o vão central seja superior aos restantes e o tabuleiro seja empurrado a partir dos dois extremos este pode atingir os 70 a 80 metros [10].

Nas pontes e viadutos construídos por este processo o tabuleiro é subdividido em elementos de 15 a 25 metros, betonados em cofragens estacionárias atrás dos encontros ou pré-fabricados noutra local, sendo posteriormente solidarizados entre si com recurso a cabos de pré-esforço [10]. A determinação do comprimento de cada elemento é condicionada pelas condições de retração do betão e de modo a que na posição final do tabuleiro as juntas de betonagem se localizem em zonas de momento nulo [10]. Este processo apresenta um tempo de construção de um elemento por semana, acrescido de cerca de meio dia para o lançamento [12].

Durante o processo de lançamento incremental o tabuleiro sofre constantes alternâncias de esforços devido às constantes alterações das condições de apoio (Figura 2.8).

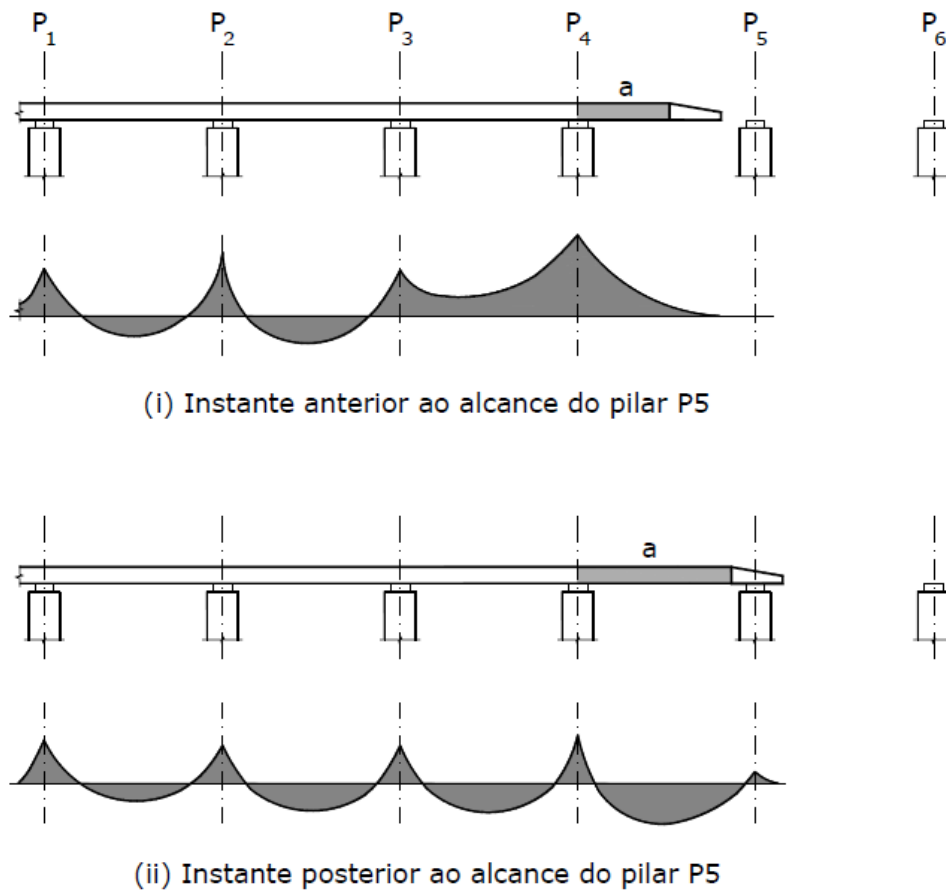


Figura 2.8 - Exemplo esquemático do diagrama de momentos fletores no tabuleiro durante o lançamento [M]

De forma a reduzir os momentos negativos resultantes do efeito de consola durante o lançamento é utilizada uma estrutura auxiliar, denominada de nariz, ligada continuamente ao primeiro elemento do tabuleiro [12]. O nariz é usualmente constituído por uma estrutura metálica, com um comprimento entre 50% a 60% do vão a vencer [12]. Em estruturas com vãos de grande porte pode utilizar-se, para além do nariz, apoios intermédios de forma de reduzir o comprimento dos vãos. Durante o processo construtivo o nariz constitui parte da estrutura, devendo ser considerada a sua rigidez na análise estrutural [12].

Os efeitos do faseamento construtivo resultantes deste processo podem ser considerados na análise estrutural através da consideração das diferentes condições de apoio durante a construção. O diagrama de esforços finais na estrutura corresponde à envolvente de esforços resultante das diferentes posições do tabuleiro ao longo da construção.

2.3 Efeitos diferidos no tempo devido à retração e fluência do betão

2.3.1 Retração

A retração é um fenómeno que resulta da perda de volume do betão durante o processo de presa e endurecimento, quando este ocorre em contacto com o ar [14]. O betão contém mais água do que a estritamente necessária para a hidratação do cimento, obtendo essa água a designação de água livre [15].

A perda de água livre resulta num encurtamento gradual da peça de betão [15]. Esta perda poderá ocorrer por evaporação ou por hidratação dos grãos de cimento que ainda não reagiram [14].

O fenómeno de retração depende de vários fatores, como a quantidade de água livre [15], a humidade relativa e temperatura ambiente [15], a natureza dos agregados [15], a forma e o tamanho da peça estrutural [14] [15], a quantidade e tipo de cimento [14] e a quantidade de água da amassadura [14].

Os betões mais ricos em cimento, compostos por cimentos ativos de alta resistência, ou com cimentos de módulo de finura elevado têm uma retração mais acentuada [14]. A retração também aumenta com o aumento da relação água-cimento [14].

A presença de areias finas na composição do betão também aumenta o efeito da retração [14]. No que toca á forma e tamanho da peça estrutural, elementos com um menor perímetro exposto ao meio ambiente apresentam maior retração [14].

A retração é independente do carregamento aplicado e não ocorreria se a peça de betão fosse mantida num ambiente com 100% de humidade relativa [15]. Em termos mecânicos, a retração é equivalente a uma extensão de encurtamento do material [15]. A extensão de retração do betão, em condições ambientais constantes, aumenta de forma exponencial com tempo até um valor designado por extensão de retração última [15]. A evolução da deformação por retração ao longo do tempo pode ser descrita, de forma aproximada, pela Figura 2.9.

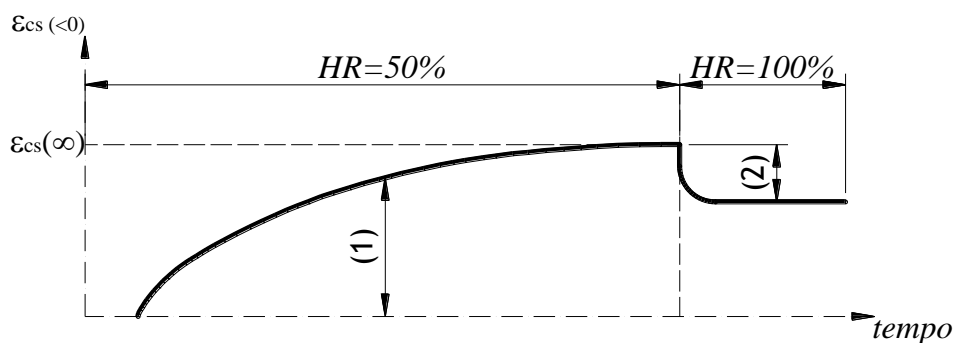


Figura 2.9 - Curva retracção-tempo típica (esquemática) de um betão - (1) retracção - (2) entumescimento [15] [16] (adaptado)

A taxa de crescimento da extensão por retracção é mais elevada nas idades jovens do betão, podendo mesmo afirmar-se que cerca de 50% da deformação total por retracção ocorre no primeiro mês e cerca 90% no primeiro ano [15]. A partir do momento em que o betão é colocado a uma humidade relativa inferior a 100% dá-se início ao fenómeno da retracção, provocando uma parcela da deformação que será irreversível mesmo que o betão seja colocado novamente em água (Figura 2.9) [15]. Quando o processo de endurecimento do betão ocorre dentro de água, existe um fenómeno de expansão de volume designado por entumescimento [14].

Em estruturas livres de se deformarem o fenómeno da retracção provoca deformações mas não esforços [17]. No entanto, em estruturas hiperstáticas o efeito da retracção gera tensões significativas, que poderão ser prejudiciais à estrutura [17]. Desta forma, é importante controlar e tentar minimizar os efeitos da retracção. Tal pode ser realizado através de uma escolha sensata da composição do betão e de um controlo da humidade ambiente durante o processo de endurecimento, por exemplo humidificando a superfície do betão.

De acordo com [18], na cláusula 3.1.4 (6), a extensão total de retracção resulta do somatório entre as componentes da extensão de retracção por secagem e da extensão de retracção autógena:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca} \quad (2.13)$$

em que ε_{cs} é a extensão total de retracção, ε_{cd} é a extensão de retracção por secagem e ε_{ca} é a extensão de retracção autógena do betão.

A extensão de retracção por secagem resulta da migração da água através do betão endurecido, desenvolvendo-se lentamente ao longo do tempo [18]. A evolução com o tempo da extensão de retracção por secagem [18] é dada pela expressão:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) \cdot k_h \cdot \varepsilon_{cd,0} \quad (2.14)$$

onde $\varepsilon_{cd}(t)$ é a extensão de retração por secagem no tempo, $\beta_{ds}(t, t_s)$ é um coeficiente que tem em consideração a idade do betão, k_h é um coeficiente que depende da espessura equivalente, h_0 , e $\varepsilon_{cd,0}$ é a extensão de retração por secagem de referência.

O coeficiente $\beta_{ds}(t, t_s)$ [18] é dado pela expressão:

$$\beta_{ds}(t, t_s) = (t - t_s) / ((t - t_s) + 0,04 \sqrt{h_0^3}) \quad (2.15)$$

onde $\beta_{ds}(t, t_s)$ é um coeficiente que tem em consideração a idade do betão, t é a idade do betão na data considerada (em dias), t_s é a idade do betão (em dias) no início da retração por secagem e h_0 é a espessura equivalente (mm) da secção transversal.

A espessura equivalente da secção transversal [18] é calculada pela seguinte expressão:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad (2.16)$$

onde h_0 é a espessura equivalente da secção transversal, A_c é área da secção transversal do elemento de betão e u é o perímetro da parte da secção transversal exposta à secagem.

Os valores do coeficiente k_h , que depende da espessura equivalente h_0 , estão contidos no Quadro 2.1.

Quadro 2.1 - Valores do coeficiente k_h , que depende da espessura equivalente h_0 [18].

h_0 [mm]	k_h [-]
100	1,00
200	0,85
300	0,75
≥ 500	0,70

Segundo [18], no Anexo B, a extensão de retração por secagem de referência pode ser calculada através das seguintes expressões:

$$\varepsilon_{cd,0} = 0,85 \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \exp \left(-\alpha_{ds2} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right) \right) \right] \cdot 10^{-6} \cdot \beta_{RH} \quad (2.17)$$

$$\beta_{RH} = 1,55 \cdot \left[1 - \left(\frac{RH}{RH_0} \right) \right]^3 \quad (2.18)$$

onde $\varepsilon_{cd,0}$ é extensão de retração por secagem de referência, f_{cm} o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão (MPa), $f_{cm0}=10$ MPa, α_{ds1} e α_{ds2} são coeficientes que dependem do tipo de cimento, RH é a humidade relativa do ambiente (%) e $RH_0=100\%$.

Os valores de α_{ds1} e α_{ds2} , que dependem do tipo de cimento, são dados pelo Quadro 2.2.

Quadro 2.2 - Valores dos coeficientes α_{ds1} e α_{ds2} que dependem do tipo de cimento [18] (adaptado)

Classe de Cimento	α_{ds1} [-]	α_{ds2} [-]
Classe S	3	0,13
Classe N	4	0,12
Classe R	6	0,11

A extensão de retração autogénea ocorre durante o endurecimento do betão, desenvolvendo-se maioritariamente nos primeiros dias após a colocação do mesmo [18]. Sendo função linear da resistência do betão, a evolução no tempo da retração autogénea [18] é dada pelas expressões:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \cdot \varepsilon_{ca}(\infty) \quad (2.19)$$

$$\varepsilon_{ca}(\infty) = 2,5 \cdot (f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6} \quad (2.20)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot t^{0,5}) \quad (2.21)$$

onde f_{ck} é a resistência do betão à compressão aos 28 dias e t é a idade do betão na data considerada (em dias).

Repare-se que a deformação por retração corresponde a um encurtamento da peça de betão, portanto o valor obtido para a extensão total de retração deve ser considerado de sinal negativo.

O fenómeno da retração pode ser considerado na análise estrutural como uma variação uniforme de temperatura equivalente (abaixamento de temperatura) dividindo a extensão de

retração pelo coeficiente de dilatação térmica do betão, indicado na cláusula 3.1.3 (5) de [18], como sendo $10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$.

2.3.2 Fluência

O betão é um material cujo comportamento depende da duração e intensidade do carregamento [17]. Quando carregada, uma peça de betão, deforma-se instantaneamente de forma proporcional ao carregamento aplicado. Esta parcela da deformação designa-se por deformação elástica. No entanto, se a mesma peça for mantida sobre carregamento constante durante um período significativo de tempo ela continuará a deformar-se lentamente ao longo do tempo. A este fenómeno, de deformação do betão ao longo do tempo quando sujeito a carregamento constante, dá-se o nome de fluência. Em [17] apresenta-se o exemplo de um betão sujeito a carregamento aos 28 dias de idade, resultando numa deformação instantânea, posteriormente o carregamento foi mantido durante 230 dias levando a uma deformação por fluência cerca de 3 vezes maior do que a deformação instantânea. Desta forma, conclui-se que a deformação por fluência pode induzir esforços significativos nas estruturas.

O fenómeno de fluência depende maioritariamente da duração e intensidade do carregamento [17] [19]. No entanto, fatores como o tipo e quantidade de cimento [19], a quantidade de água da amassadura [19], a natureza dos agregados [19], a idade do betão à data do carregamento [19], a humidade relativa ambiente [17] ou resistência do betão também influenciam a deformação por fluência [17].

A deformação elástica do betão é proporcional ao carregamento a que este se encontra sujeito [17], sendo a deformação por fluência um incremento ao longo do tempo da deformação instantânea é possível concluir que quando maior for o carregamento inicial maior será a deformação por fluência [19].

A fluência depende da composição do betão. Assim, betões com dosagens de cimento superiores e relações água-cimento maiores são mais suscetíveis ao fenómeno de fluência [19]. A incorporação de cimentos alíticos e, de agregados mais resistentes e rígidos no betão diminui o efeito de fluência [19]. Outro fator que contribui para uma diminuição da fluência é o aumento da idade do betão à data do carregamento [19].

A redução de volume de uma peça de betão sujeita a carregamento deve-se, em parte, à evaporação da água intersticial [17]. Desta forma, a redução da humidade relativa ambiente aumenta de forma significativa o fenómeno de fluência [17].

O coeficiente de fluência varia consoante a resistência do betão. Assim, betões de alta resistência apresentam menores coeficiente de fluência quando em comparação com betões normais. No entanto, os betões de alta resistência estão, normalmente, sujeitos a níveis de

tensão superior aos dos betões de resistência normal, o que pode levar a que apresentem deformações por fluência semelhantes [17].

O fenómeno de fluência pode influenciar não só a deformação como também a resistência do betão. Segundo [17], testes realizados por Rüsç e na Cornell University mostraram que prismas e cilindros de betão simples sujeitos a um carregamento constante durante um ano ou mais apresentam uma resistência à compressão de cerca de 75% da resistência dos mesmos quando sujeitos a carregamento de curta duração.

A evolução da deformação por fluência ao longo do tempo pode ser descrita, aproximadamente, através da Figura 2.10.

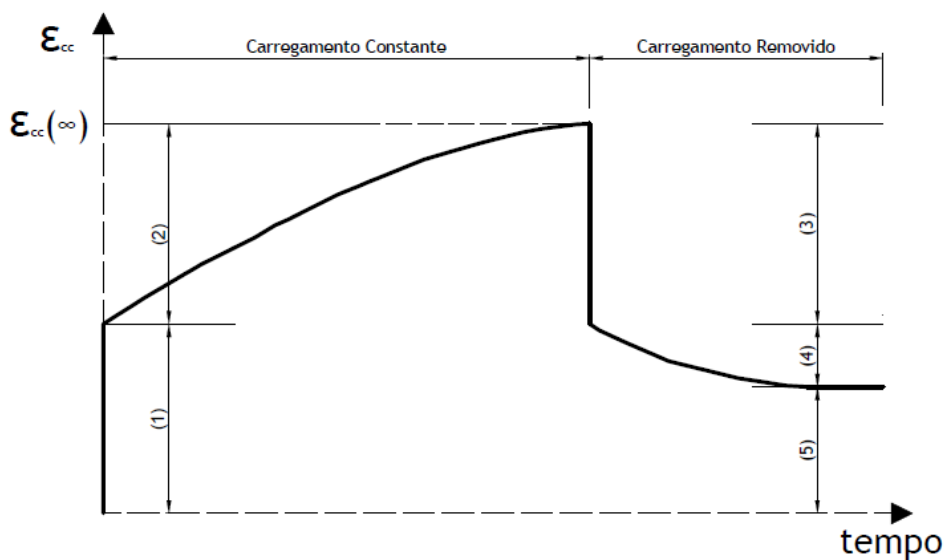


Figura 2.10 - Curva fluência-tempo típica (esquemática) de um betão - (1) deformação elástica - (2) deformação por fluência - (3) recuperação elástica - (4) recuperação por fluência - (5) parcela irreversível da deformação [15][16] (adaptado)

A extensão de fluência evolui ao longo do tempo de forma exponencial (Figura 2.10) até convergir para um valor máximo designado por extensão última de fluência [15]. Se ao fim de um determinado período de tempo o carregamento for retirado, existe uma parcela da deformação que é recuperável e outra não recuperável [15]. A parcela recuperável da deformação corresponde maioritariamente à deformação elástica, enquanto que a parcela não recuperável diz respeito à deformação plástica (deformação por fluência) [15].

De acordo com [18], na clausula 3.1.4 (3), a extensão de fluência ao longo do tempo pode ser obtida através da expressão:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varphi(t, t_0) \cdot \left(\frac{\sigma_c}{E_c} \right) \quad (2.22)$$

onde $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ representa a deformação por fluência numa determinada idade t , σ_c a tensão instalada no betão na idade do betão t_0 , E_c é o módulo tangente e considera-se igual $1,05 E_{cm}$ e $\varphi(t, t_0)$ o coeficiente de fluência na idade t .

A determinação do coeficiente de fluência, $\varphi(t, t_0)$, pode ser realizada com base na equações definidas em [18], Anexo B.1. Assim o valor do coeficiente de fluência é dado pela expressão:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t, t_0) \quad (2.23)$$

O valor de φ_0 resulta da expressão:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \quad (2.24)$$

onde $\beta(f_{cm})$ é o fator que tem em conta a influência da resistência do betão no coeficiente de fluência convencional e φ_{RH} é um fator que tem em conta a influência da humidade relativa no coeficiente de fluência e resulta de uma das seguintes expressões:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.25)$$

$$\varphi_{RH} = \left[1 + \frac{1 - \frac{RH}{100}}{0,1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot \alpha_1 \right] \cdot \alpha_2 \quad \text{para } f_{cm} > 30 \text{ MPa} \quad (2.26)$$

em que RH é a humidade relativa do meio ambiente (em %), h_0 é a espessura equivalente do elemento obtida através da equação (2.16), f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade (MPa) e, α_1 e α_2 são coeficientes que têm em conta a influência da resistência do betão.

O fator $\beta(f_{cm})$ é obtido através da expressão:

$$\beta(f_{cm}) = 16,8 / \sqrt{f_{cm}} \quad (2.27)$$

onde f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias (MPa).

O fator $\beta(t_0)$ da expressão (2.24) é dado pela expressão:

$$\beta(t_0) = 1 / (0,1 + t_0^{0,2}) \quad (2.28)$$

onde $\beta(t_0)$ é o fator que tem em conta a influência da idade do betão à data do carregamento no coeficiente de fluência e t_0 representa a idade do betão, em dias, à data do carregamento.

O coeficiente $\beta(t, t_0)$ da equação (2.23) resulta da seguinte expressão:

$$\beta(t, t_0) = \left[\frac{t - t_0}{\beta_h + t - t_0} \right]^{0,3} \quad (2.29)$$

onde $\beta(t, t_0)$ é o coeficiente que traduz a evolução da fluência no tempo, t a idade do betão na data considerada (em dias), t_0 a idade do betão à data do carregamento (em dias), $t-t_0$ a duração não corrigida do carregamento (em dias) e β_h o coeficiente que depende da humidade relativa e da espessura equivalente, que pode ser obtido por uma das equações:

$$\beta_h = 1,5[1 + (0,012 RH)^{18}]h_0 + 250 \leq 1500 \quad \text{para } f_{cm} \leq 35 \text{ MPa} \quad (2.30)$$

$$\beta_h = 1,5[1 + (0,012 RH)^{18}]h_0 + 250 \cdot \alpha_3 \leq 1500 \cdot \alpha_3 \quad \text{para } f_{cm} \geq 35 \text{ MPa} \quad (2.31)$$

em que h_0 é a espessura equivalente dada pela expressão (2.16), RH é humidade relativa (em %) e α_3 é um coeficiente que têm conta a influência da resistência do betão.

Os coeficientes α_1 , α_2 e α_3 podem ser obtidos através das seguintes expressões:

$$\alpha_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,7} \quad (2.32)$$

$$\alpha_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,2} \quad (2.33)$$

$$\alpha_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5} \quad (2.34)$$

onde f_{cm} é o valor médio da tensão de rotura do betão à compressão aos 28 dias de idade (MPa).

De forma análoga à retração, a fluência também pode ser considerada na análise estrutural através de uma variação de temperatura equivalente. No entanto, no caso da fluência a variação de temperatura pode não ser uniforme, uma vez que ao longo de um elemento as tensões podem ir variado e conseqüentemente também as deformações, que influenciam o valor da variação de temperatura.

2.4 Não linearidade material resultante do faseamento construtivo

Os materiais são constituídos por átomos e moléculas, e é a interação física entre estes constituintes que determina o seu comportamento [20]. Por este motivo, mesmo que os átomos ou moléculas estejam relativamente próximos, como no caso dos sólidos, o material apresenta uma natureza discreta [20]. Compreender o comportamento dos materiais é, no caso da Mecânica dos Materiais, perceber a forma como o material se deforma quando sujeito à ação de forças (comportamento reológico) [20]. A idealização do comportamento reológico através de modelos físicos ou matemáticos é baseada na hipótese simplificativa do material ser contínuo, isto é, desprezam-se as descontinuidades que existem no seu interior. A consideração da hipótese de continuidade é equivalente, matematicamente, a considerar que as funções que descrevem as forças, os deslocamentos e deformações no interior do material são contínuas no espaço e no tempo [20].

A validade da hipótese de continuidade é suportada pela relação entre a dimensão mínima que interessa analisar num corpo e a dimensão máxima das descontinuidades. Assim sendo, se a dimensão máxima das descontinuidades for muito inferior à dimensão mínima que se pretende analisar a hipótese é válida. Este princípio é perfeitamente aplicável no caso de um líquido, no entanto em materiais sólidos como o betão a dimensão dos inertes ou a distância entre fissuras podem constituir descontinuidades relevantes [20]. A aceitação da hipótese de continuidade permite definir o comportamento do material de forma independente da dimensão e geometria do corpo [20].

O comportamento reológico de um material contínuo é definido pela respetiva lei constitutiva, ou seja, pelas relações entre as tensões e as extensões [20]. Se a relação entre forças e deslocamentos for linear e o comportamento do material for o mesmo em fase de carga e descarga, diz-se que o material apresenta um comportamento elástico e linear [20]. Neste caso, a relação entre forças e deslocamentos é estabelecida por uma rigidez constante.

Os materiais mais utilizados nas estruturas de engenharia civil (betão e aço) apresentam um comportamento elástico e linear pelo menos até um determinado patamar de carga, definido como o limite de proporcionalidade [20].

Se uma estrutura ou corpo for sujeito a um sistema de forças que provoquem deformações suficientemente pequenas para se considerar que a estrutura deformada é aproximadamente igual à estrutura inicial (linearidade geométrica) e existir uma relação linear entre forças e deslocamentos (linearidade material) é possível aplicar o princípio da sobreposição dos efeitos [20]. Desta forma, os efeitos provocados pela aplicação de diferentes forças à estrutura podem ser calculados separadamente e adicionados. Nestas condições, é possível afirmar que o efeito

da aplicação de uma força não depende do facto de já existirem ou não outras forças aplicadas à estrutura [20].

A consideração do faseamento construtivo na análise estrutural provoca constantes alterações na matriz de rigidez da estrutura, fruto da evolução do sistema estático ao longo do processo construtivo. Estas alterações provocadas pelo aparecimento e desaparecimento de elementos estruturais equivale, considerando as devidas dimensões, à perda ou criação de ligações no interior do material resultante do rearranjo dos átomos ou moléculas. Desta forma, deixa de existir uma relação linear entre as forças e os deslocamentos, o que implica a anulação do princípio da sobreposição dos efeitos. Assim sendo, a obtenção dos esforços em estruturas considerando o processo construtivo conduz a um problema de não linearidade material.

Considere-se o pórtico da Figura 2.11 sujeito ao carregamento indicado. Admitindo que as vigas do pórtico podem ser executadas em duas fases distintas e que essas fases podem alternar entre si (Figura 2.12), os esforços finais nas vigas seriam os indicados no Quadro 2.3.

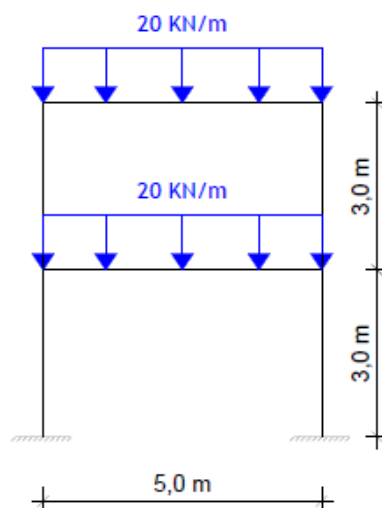


Figura 2.11 - Modelo estrutural de um pórtico a analisar considerando o faseamento construtivo

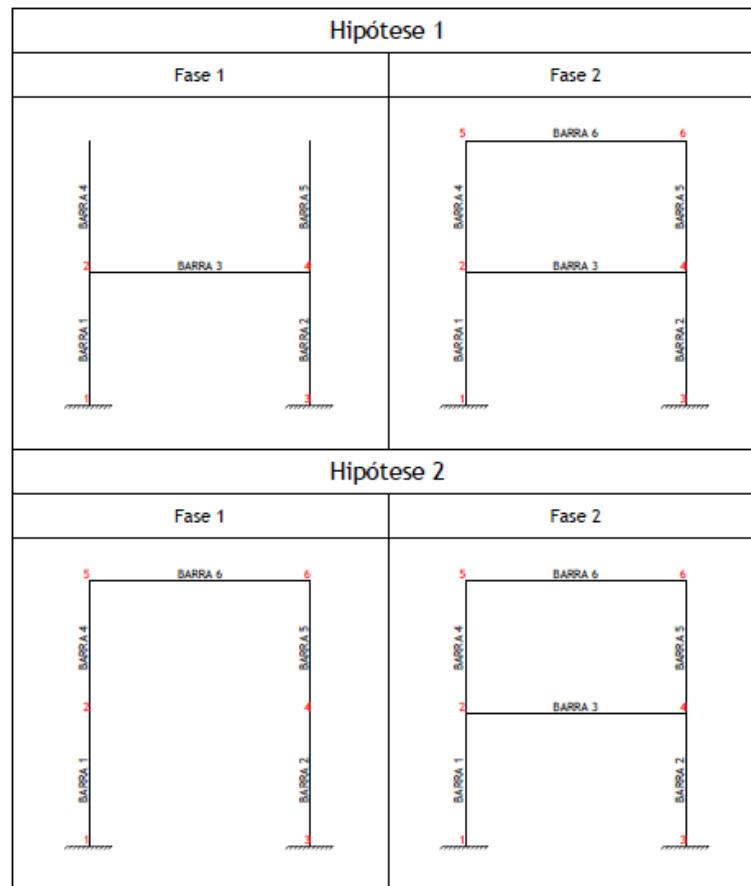


Figura 2.12 - Faseamento construtivo do pórtico

Quadro 2.3 - Esforços finais nas vigas do pórtico para as duas hipóteses construtivas consideradas (convenção da Resistência dos Materiais)

Esforços Finais - Hipótese 1						
	N_e	V_e	M_e	N_d	V_d	M_d
	[KN]	[KN]	[KNm]	[KN]	[KN]	[KNm]
Barra 3	-0,71	50,0	-34,1	0,7	-50,0	-34,1
Barra 6	-13,3	50,0	-30,8	-13,3	-50,0	-30,8
Esforços Finais - Hipótese 2						
	N_e	V_e	M_e	N_d	V_d	M_d
	[KN]	[KN]	[KNm]	[KN]	[KN]	[KNm]
Barra 3	-3,73	50,0	-35,7	-3,73	-50,0	-35,7
Barra 6	-12,6	50,0	-28,3	-12,6	-50,0	-28,3

Com base na análise do Quadro 2.3, observa-se que na análise estrutural considerando o faseamento construtivo a seqüência com que é aplicado o carregamento influencia diretamente os esforços finais na estrutura.

2.5 Imperfeições geométricas

Na análise estrutural é utilizado um modelo estrutural para representar matematicamente a estrutura que se pretende analisar. A criação do modelo estrutural de uma estrutura real constitui uma tarefa de elevada importância e complexidade, pois o comportamento da estrutura depende das hipóteses simplificativas adotadas [3]. Assim, a definição da geometria da estrutura, das condições de apoio, do comportamento dos materiais ou das solicitações atuantes são sempre aproximações da realidade, baseadas em teorias físicas e, resultados experimentais e estatísticos [3].

No caso das estruturas reticuladas os elementos estruturais (vigas e pilares) são representados esquematicamente por linhas que representam os eixos das barras. Esta simplificação constitui uma aproximação da realidade que é perfeitamente válida no caso de estruturas correntes. No entanto, na análise de estruturas especiais ou na utilização de métodos de análise mais complexos é necessário ter em consideração outros fatores [3], como por exemplo as imperfeições geométricas resultantes do processo construtivo.

As imperfeições nos elementos estruturais são inevitáveis, quer seja por ser impossível ao ser humano controlar de forma totalmente precisa o fabrico e aplicação destes elementos, quer pela natureza dos mesmos. Assim, é necessário interpretar até que ponto estas imperfeições podem influenciar os esforços numa estrutura, sendo provavelmente a situação mais grave a ausência de verticalidade dos pilares. Quando estes elementos estruturais se encontram sujeitos a esforços de compressão a existência de excentricidade entre o carregamento e o eixo do elemento vertical pode levar a fenómenos de instabilidade, requerendo em último caso uma análise de 2ª ordem [20].

No entanto, existem outras situações em que é necessário considerar o efeito das imperfeições geométricas, mesmo que estas não sejam suficientemente grandes para motivar uma análise não linear geométrica. A análise estrutural de edifícios de grande altura considerando o faseamento construtivo pressupõem que cada piso do edifício entre em carga gradualmente, logo as deformações dos elementos estruturais vão se acumulando ao longo da construção [5]. Desta forma, quando se constrói um determinado piso e este entra em carga ocorrem deformações que alterarão a geometria inicialmente definida. Considerando que, habitualmente, o piso seguinte é executado à cota previamente estabelecida, a deformação do piso anterior fará com que os elementos verticais que ligam um piso ao outro tenham comprimentos diferentes dos definidos em projeto e, eventualmente, alguma não verticalidade. Mesmo que estes deslocamentos da estrutura continuem no domínio das pequenas deformações (comportamento linear geométrico) podem induzir esforços na estrutura. A influência das imperfeições geométricas aumenta com o aumento da rigidez dos elementos estruturais.

Capítulo 3 - Metodologia

Neste capítulo é descrita a metodologia adotada para a análise de pórticos planos considerando os efeitos do faseamento construtivo, efeitos diferidos do betão e imperfeições geométricas resultantes da construção. A metodologia apresentada foi posteriormente aplicada na elaboração de um programa de cálculo automático de estruturas, escrito em linguagem *Fortran* [7].

3.1 Análise quase-estática no domínio do tempo

A construção de uma estrutura e a aplicação da solicitação exterior são processos com uma certa duração ao longo do tempo, não existindo fenómenos instantâneos. Com o objetivo de simular o comportamento das estruturas durante o processo construtivo, foi realizada uma análise no domínio do tempo. Para tal, foi considerado que todos os constituintes do modelo estrutural são aplicados ou removidos num determinado instante (dia) no tempo. No entanto, neste trabalho foi considerado que as solicitações aplicadas apresentam um carácter quase-estático e que cada elemento estrutural é executado de forma imediata. Não são consideradas as forças de inércia e de amortecimento, nem é realizada uma análise dinâmica geral.

Inicialmente a estrutura é discretizada nos seus nós, definindo-se a sua geometria através das coordenadas nodais. A geometria da estrutura fica completamente definida com a introdução das ligações nodais entre as barras, assim como o dia em que a cada uma das barras é construída e o dia em que será demolida. O mesmo processo se aplica aos apoios, sendo necessário identificar o nó apoiado, o tipo de apoio, o dia em que o mesmo é ativado e o dia em que será desativado. Para ter em consideração o efeito do aparecimento ou desaparecimento de elementos estruturais durante o processo construtivo é necessário em cada instante somar ou subtrair à matriz de rigidez a rigidez dos respetivos elementos.

Após a definição da geometria da estrutura e das ligações da mesma ao exterior é necessário caracterizar as seções transversais. Numa estrutura podem existir vários elementos estruturais com a mesma seção transversal. Com o intuito de facilitar a introdução de dados, agruparam-se as seções transversais por tipo, isto é, cada seção transversal diferente corresponde a um tipo. Posteriormente, é atribuído a cada elemento estrutural a respetiva seção transversal. Este processo permite que não seja necessário definir seções transversais iguais. Na atribuição do material que constitui cada um dos elementos estruturais procedeu-se de forma análoga à descrita anteriormente.

Uma estrutura reticulada pode ser sujeita a dois tipos de carregamento, cargas diretamente aplicadas nos nós e, ou cargas aplicadas sobre as barras. Ao realizar-se uma análise no domínio do tempo é necessário considerar que o carregamento aplicado à estrutura não ocorre todo no mesmo instante. Assim uma barra ou um nó da estrutura podem estar sujeitos a sistemas de forças desfasados temporalmente. Desta forma é necessário que possam ser aplicados aos nós e às barras mais que uma solicitação e que a mesma solicitação possa estar aplicada em diferentes nós ou barras. Para se poder considerar este efeito, tanto o carregamento nodal como o carregamento sobre as barras foram definidos por tipos. Neste trabalho considera-se somente como carregamento sobre as barras, forças uniformemente distribuídas segundo os seus eixos principais de inércia e variações de temperatura.

A definição de um tipo de carga nodal corresponde à introdução da intensidade das forças e momento, ao dia em que solicitação é aplicada e ao dia em que a solicitação é removida. A definição de um tipo de carga aplicada sobre as barras corresponde à introdução do valor das cargas uniformemente distribuídas sobre os eixos principais de inércia da barra, do dia em que a solicitação é aplicada e do dia em que a solicitação é removida. O tipo de carga referente à variação de temperatura é caracterizado pela introdução do valor da temperatura na face superior e inferior da barra, do dia em que a solicitação é aplicada e do dia em que a solicitação é removida. Após a definição dos tipos de cargas estes são atribuídos aos respetivos nós ou barras.

Com a introdução da dimensão tempo nas características da solicitação é possível considerar, entre outros aspetos, o efeito do escoramento. Considere-se por exemplo a construção de uma viga de betão armado de um edifício. Quando a viga é executada passa a fazer parte da estrutura, logo a sua rigidez deve ser adicionada à matriz de rigidez. No entanto, enquanto a viga continuar escorada o seu peso próprio é suportado pelo piso anterior ou pelo solo, e é nestes elementos que deve ser aplicada a solicitação equivalente. Quando o escoramento é retirado a solicitação que se encontrava aplicada sobre os elementos anteriores deve ser retirada e aplicada à viga.

Os assentamentos de apoio também são definidos por tipo, uma vez que estes também podem ocorrer em diferentes instantes. No entanto, considera-se que o efeito resultante de um assentamento de apoio é irreversível, ou seja, no caso dos assentamentos de apoio só é introduzido o dia em que este ocorre. Desta forma, um tipo de assentamento de apoio é caracterizado pelo valor das translações e da rotação e pelo dia em que este é aplicado à estrutura. Posteriormente, é atribuído a cada nó apoiado sujeito a esta ação o respetivo tipo.

Para uma mais fácil resolução via computacional do problema, todos os dados descritos são armazenados sobre a forma de matrizes.

Dado o carácter infinito da dimensão tempo, seria inexecutável a resolução do problema para todos os dias. Como tal, é necessário introduzir o número máximo de dias a considerar na

análise, o que na análise do faseamento construtivo corresponde ao tempo necessário para executar toda a estrutura. No entanto, neste intervalo temporal ainda podem existir dias em que não ocorram alterações na geometria da estrutura ou nas solicitações, isto é, dias em que a resolução da estrutura não permitiria um acréscimo de conhecimento do comportamento da mesma. Desta forma definiu-se que só é necessário resolver a estrutura nos dias em que ocorram alterações na solicitação e sejam removidas barras ou apoios. A adição de novos elementos estruturais não requer por si só uma resolução da estrutura, uma vez que se considera que quando ocorre uma solicitação a estrutura responde de imediato à mesma. Assim sendo, os elementos adicionados à estrutura só estarão sujeitos a esforços a partir do instante em que surge uma nova solicitação ou ocorram redistribuições de esforços provocadas pela remoção de um elemento.

O efeito resultante da retirada de uma solicitação é considerado aplicando no mesmo nó ou barra uma solicitação de igual valor e direção mas sentido contrário. A simulação da remoção de barras ou apoios requer a aplicação nos nós adjacentes dos esforços atuantes nessas secções até ao instante em análise.

Repare-se que as alterações na matriz de rigidez ao longo tempo conduzem a um problema de não linearidade material. Como tal a aplicação do princípio da sobreposição dos efeitos deixa de ser válida para uma análise em todo o domínio. No entanto, este princípio é válido para cada instante (dia), uma vez que em cada dia do domínio em análise se considera que alterações na geometria da estrutura e na solicitação são imediatas.

A estrutura é então resolvida para cada dia relevante através da aplicação da formulação matricial do método dos deslocamentos descrita no Capítulo 2. O sistema de equações de equilíbrio é resolvido através da inversão da matriz de rigidez, com base na aplicação do método de LU com eliminação de Gaus [21] [22].

3.2 Consideração dos efeitos diferidos do betão

No presente trabalho os efeitos diferidos do betão são analisados com base em variações de temperatura que provoquem deformações equivalentes às deformações por retração e por fluência. Para esta análise é necessário em primeira instância identificar quais os elementos da estrutura que podem estar sujeitos a estes efeitos, ou seja, quais os elementos em betão. Assim, quando se define um material é introduzido se esse material corresponde a betão ou aço. Esta informação é posteriormente utilizada pelas rotinas de cálculo dos efeitos diferidos, que definem automaticamente as barras que serão sujeitas às variações de temperatura. Os efeitos diferidos requerem uma análise a longo prazo, o que implica que o intervalo temporal em análise seja superior ao inicialmente definido. Desta forma definiu-se que quando a análise

estrutural contempla os efeitos diferidos o período de tempo em análise deve ser de 10000 dias (=27 anos).

Os efeitos da retração são simulados através de um abaixamento uniforme de temperatura. O valor da variação de temperatura uniforme é obtido dividindo a extensão de retração pelo coeficiente de dilatação térmica do betão. A deformação por retração é variável no tempo, o que implica que a correspondente variação uniforme de temperatura também o seja.

Para o cálculo da extensão de retração foram implementadas numa rotina de cálculo as expressões definidas em [18] e descritas no Capítulo 2. A rotina de cálculo permite assim determinar o valor da extensão de retração e a correspondente variação de temperatura para cada dia em análise.

Os efeitos da retração numa barra são considerados desde o instante em que esta é construída até ao final do período de tempo em análise ou até a barra ser demolida. Uma vez que o fenómeno de retração ocorre de forma independente das restantes solicitações ou alterações geométricas da estrutura, é definido automaticamente pelo programa um determinado número de dias em que a estrutura deve ser analisada mesmo que não ocorram as alterações descritas na secção anterior.

O fenómeno de fluência é também simulado através de variações de temperatura variáveis no tempo. No entanto, no caso da fluência a variação de temperatura não é uniforme mas sim diferencial. Na deformação por fluência existe a possibilidade de ocorrer uma recuperação elástica da deformação se o carregamento for retirado. No entanto, devido às alternâncias na solicitação durante o processo construtivo, no presente trabalho só é considerada a fase de carga. Para tal considera-se que o fenómeno de fluência só começa a partir do instante em que termina a construção da estrutura e que todas as solicitações atuantes nesse instante se manterão até ao fim período de tempo em análise. Apesar de constituir uma simplificação da realidade, esta opção é válida devido ao facto da maioria das solicitações que ocorrem durante o processo construtivo atuarem durante um curto prazo de tempo quando comparado com o tempo de vida útil da estrutura.

A variação de temperatura equivalente à extensão de fluência é calculada dividindo o valor da extensão pelo coeficiente de dilatação térmica do betão. A extensão de fluência é calculada de forma automática através das expressões definidas por [18] e descritas no capítulo anterior. Uma vez que o fenómeno de fluência depende das tensões instaladas e estas podem variar ao longo do elemento, a extensão de fluência é calculada para cada barra num número finito de pontos. Este facto faz com que a variação de temperatura equivalente à deformação por fluência seja variável no tempo e ao longo do elemento. Assim, não é possível deduzir uma expressão geral para a obtenção das forças de fixação nas extremidades de cada barra. De forma a solucionar este problema foi implementada uma rotina de cálculo que permite calcular as forças de fixação para cada instante pretendido, com base numa variação de temperatura

variável ao longo do elemento, através da aplicação do método das forças [2]. Na aplicação deste método os deslocamentos devidos à solitação exterior são calculados recorrendo a uma integração numérica através da regra dos trapézios composta [23].

Os esforços devidos à fluência são calculados para um determinado número de dias, definido automaticamente.

3.3 Consideração das imperfeições geométricas

As imperfeições geométricas são consideradas, de forma simplificada, procedendo a uma atualização das coordenadas nodais ao longo da análise estrutural. Em cada fase em que é resolvido o sistema de equações de equilíbrio é calculado o incremento de deslocamentos provocado pelas alterações que ocorreram no modelo estrutural nesse dia. Os valores das translações são então somados em cada nó à respetiva coordenada nodal. Após a atualização das coordenadas nodais é calculado novamente comprimento de cada barra, o cosseno e o seno. O processo descrito anteriormente é repetido para cada dia da análise estrutural.

Uma vez que se realiza uma análise linear geométrica, considera-se que as alterações provocadas pela atualização das coordenadas dos nós num determinado instante não alteraram o efeito das solitações já aplicadas.

Capítulo 4 - Programa de cálculo automático

4.1 Descrição geral do programa

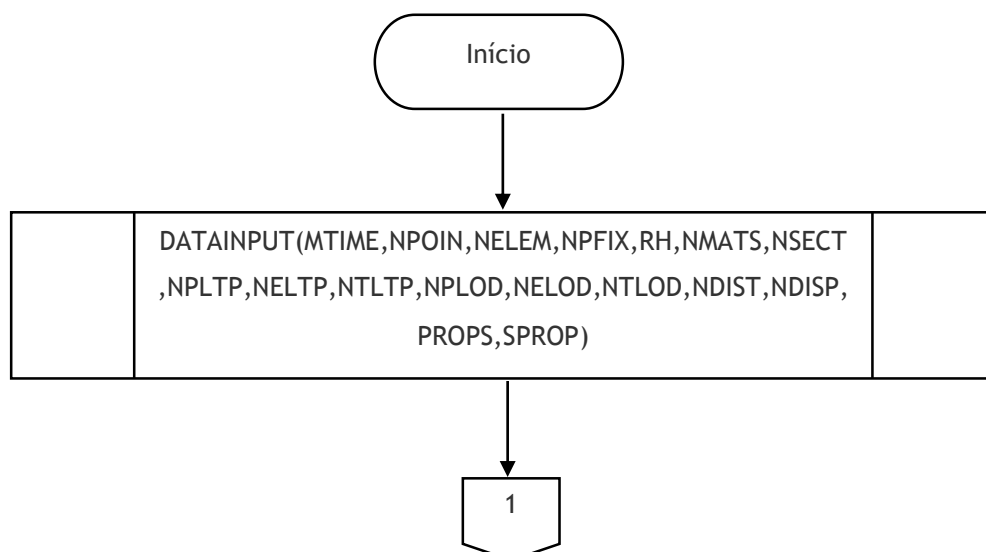
Com base na formulação descrita no Capítulo 2 e na metodologia definida no Capítulo 3 escreveu-se um programa de cálculo automático de estruturas reticuladas contínuas planas. O programa de cálculo foi escrito em linguagem *Fortran* [7].

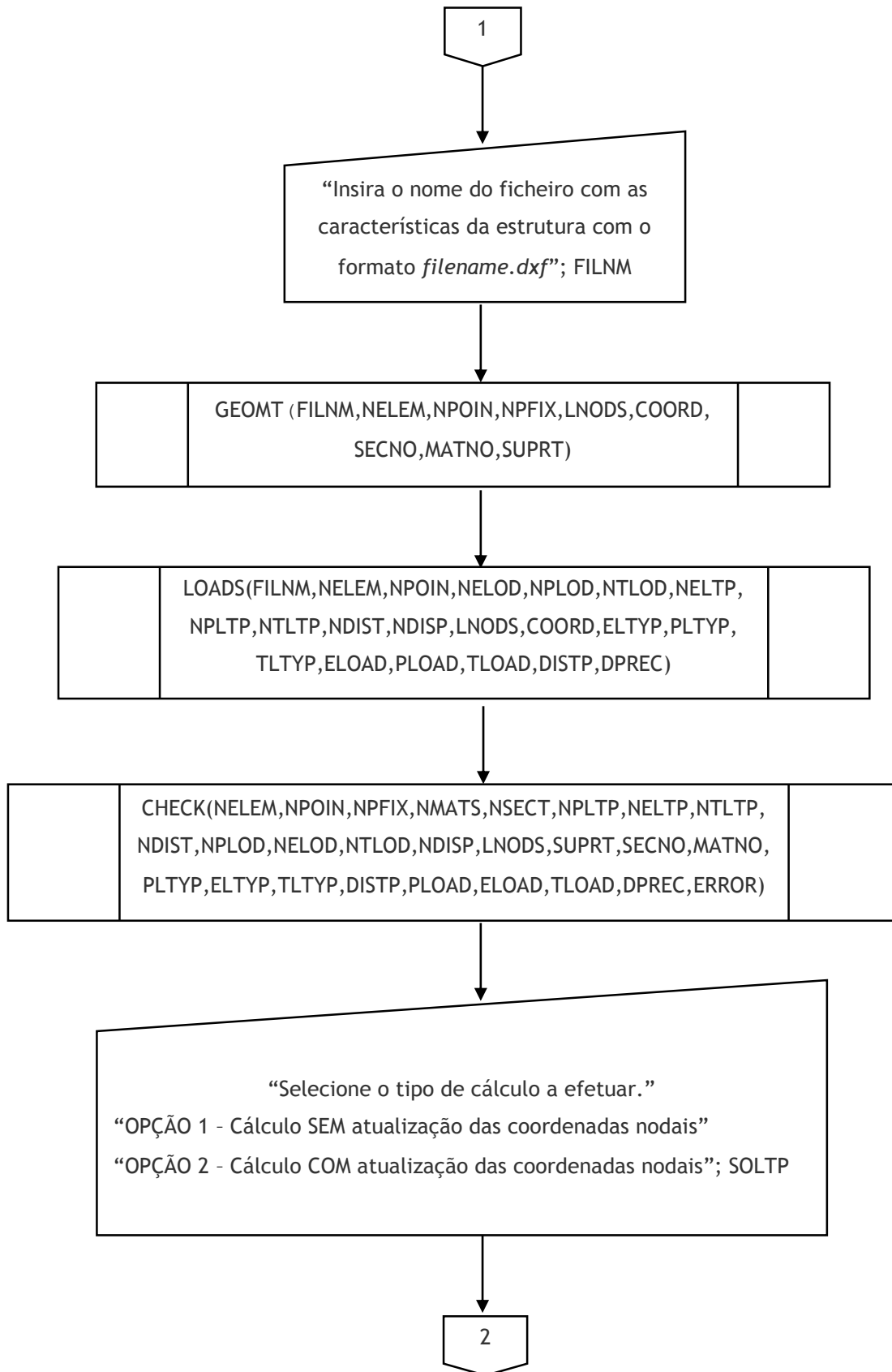
A nomenclatura utilizada para a maioria das variáveis do programa segue os princípios definidos em [24], no entanto é de assinalar que o facto de algumas variáveis ou sub-rotinas terem nomes comuns aos definidos na bibliografia não significa que representem exatamente o mesmo. O significado de cada variável é descrito num índice de variáveis apresentado no Anexo A.5.

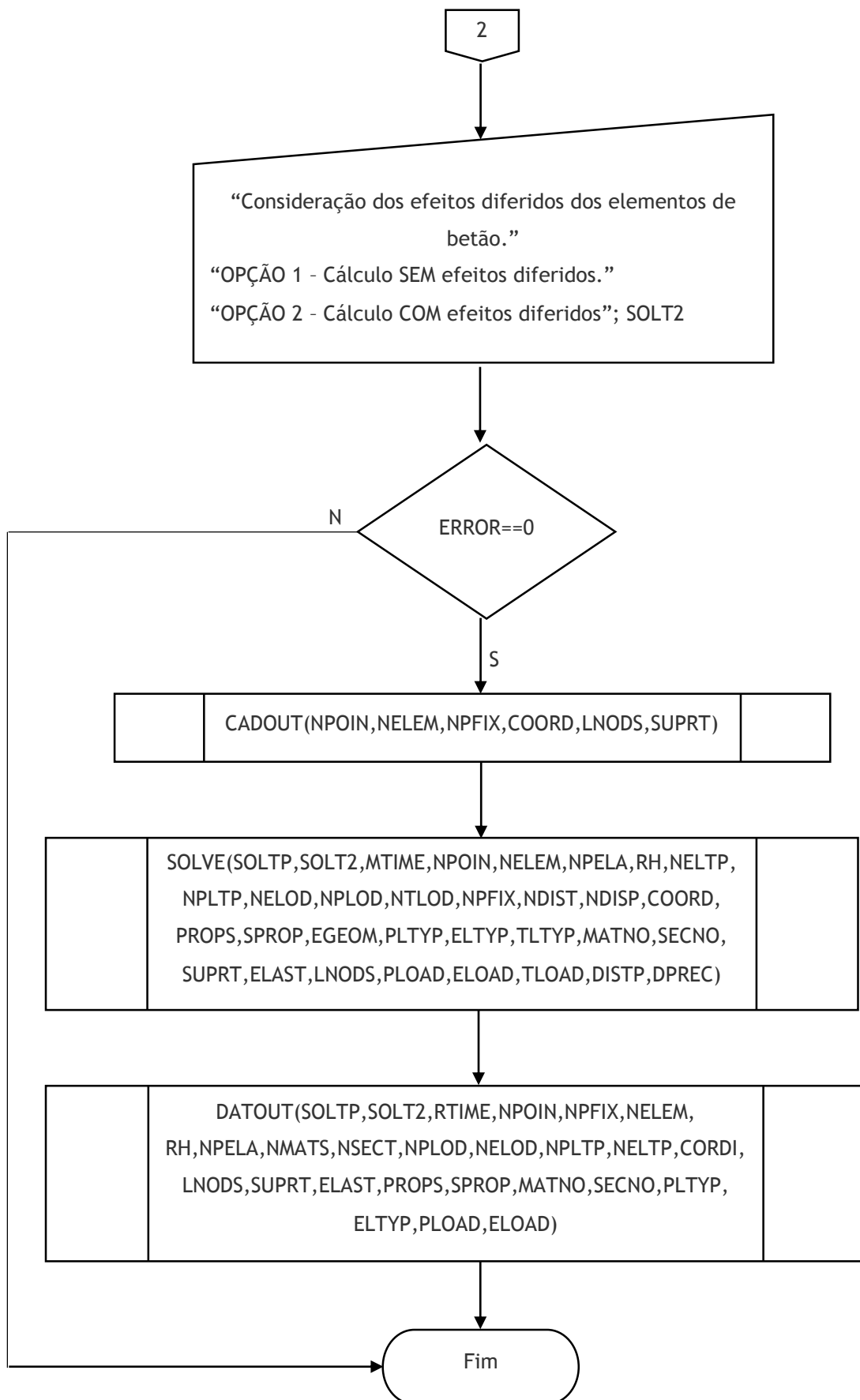
Para uma maior velocidade de execução do programa e uma menor utilização da memória do computador as variáveis cuja dimensão depende do problema a analisar são alocadas dinamicamente durante o programa. Desta forma, não existe limitação na dimensão da estrutura a analisar.

De forma a facilitar a escrita e a verificação do programa ao longo do seu desenvolvimento o mesmo foi dividido em sub-rotinas, podendo estas ser chamadas pelo programa principal ou por outras sub-rotinas. Por sua vez, as sub-rotinas são organizadas por módulos facilitando assim a passagem de argumentos entre elas.

A organização do programa principal pode ser descrita em termos gerais pelo seguinte fluxograma:







As sub-rotinas DATAINPUT, GEOMT e LOADS são rotinas de introdução de dados, correspondendo a primeira à leitura de um ficheiro de texto e as duas restantes à leitura de um ficheiro DXF. A sub-rotina CHECK permite a verificação de alguns erros elementares na introdução dos dados, fazendo parar a execução do programa caso se verifiquem anormalidades. Os diferentes erros previstos encontram-se enumerados no Anexo A.4. A resolução da estrutura e todo o processo de cálculo necessário a esse procedimento é realizado pela sub-rotina SOLVE. Esta rotina é também responsável pela criação de um ficheiro de resultados. Por sua vez, as sub-rotinas CADOUT e DATOUT criam ficheiros que permitem a verificação dos dados introduzidos. A primeira permite a criação de um ficheiro em formato DXF com a geometria da estrutura e a segunda um ficheiro de texto com todos os dados utilizados pelo programa no processo de cálculo.

O programa de cálculo inclui outras sub-rotinas que servem de auxílio à resolução da estrutura. Estas rotinas são chamadas maioritariamente pela sub-rotina SOLVE e serão descritas ao longo do presente capítulo.

4.2 Introdução e saída de dados

Na criação de um programa de cálculo automático a introdução e saída de dados tem uma relevância significativa na eficiência do mesmo. Se um programa contemplar ferramentas de cálculo complexas mas a introdução dos dados ou a interpretação dos resultados for uma tarefa fastidiosa para o utilizador a sua utilidade pode ser colocada em causa. Desta forma no presente trabalho procurou definir-se uma forma simples e rápida de introduzir os dados, recorrendo a ficheiros de texto e a um *software* de desenho auxiliar [25]. A saída de dados é também realizada para um ficheiro de texto e desenvolveu-se uma ferramenta auxiliar em linguagem JAVA [26] que permite visualizar graficamente a evolução dos esforços ao longo do tempo.

4.2.1 Pré-processamento

A introdução dos dados no programa de cálculo automático é dividida em duas etapas. Primeiramente a rotina DATAINPUT lê um ficheiro de texto devidamente formatado e com uma designação fixa, onde devem constar os dados base, a informação sobre os materiais e seções transversais e a informação referente ao carregamento. O ficheiro de texto deve ter o nome INPUT e uma extensão inp.

Os dados base incluem o número máximo de dias em análise (MTIME), o número de nós da estrutura (NPOIN), o número de barras (NELEM), o número de nós apoiados (NPFIX) e a percentagem de humidade relativa ambiente (RH). Posteriormente é definido o número de

diferentes materiais e as características de cada um. Os dados referentes aos materiais são organizados na matriz PROPS, cujo número de linhas depende do número de diferentes materiais (NMATS) e cujas colunas representam as propriedades de cada material. As colunas da matriz PROPS correspondem, sequencialmente, a um valor inteiro que identifica o material, ao tipo de material (1-Betão ou 2-Aço), ao módulo de elasticidade do material, ao coeficiente de dilatação térmico do material, ao valor característico de resistência do material (f_{ck} para betão ou f_{syk} para o aço) e a um valor inteiro que identifica a classe de cimento. O valor numérico que identifica cada uma das classes de cimento encontra-se no Quadro 4.1, caso o material não seja betão deve ser introduzido o valor zero.

Quadro 4.1 - Valores identificativos da classe de cimento no contexto do programa de cálculo automático

Classe de cimento	Valor identificativo
Classe S	1
Classe N	2
Classe R	3

As seções transversais são definidas de forma similar aos materiais. Assim, é necessário introduzir o número de diferentes seções transversais (NSECT) e as características de cada uma, que são organizadas na matriz SPROP. As colunas da matriz SPROP correspondem a um valor inteiro que identifica a seção transversal, à largura, altura, área e inércia da seção transversal, ao perímetro da seção transversal exposto à secagem e à posição do centro de gravidade da seção em relação à fibra inferior.

Em relação ao carregamento é introduzido o número de diferentes tipos de carga nodal (NPLTP), o número de diferentes tipos de carga uniformemente distribuída sobre as barras (NELTP), o número de diferentes tipos de variação de temperatura (NTLTP) e o número de diferentes tipos de assentamento de apoio (NDIST). Para além disso, é necessário introduzir quantas vezes estes tipos de solicitação estão aplicados à estrutura, ou seja, o número de forças aplicadas aos nós (NPLOD), o número de forças aplicadas nas barras (NELOD), o número de variações de temperatura aplicadas às barras (NTLOD) e o número de assentamentos de apoio aplicados (NDISP). Note-se que um nó ou barra pode ter mais que uma solicitação do mesmo tipo aplicada, logo as variáveis referidas não correspondem ao número de nós ou barras com forças aplicadas mas sim ao somatório das respetivas solicitações aplicadas.

A geometria da estrutura e as restantes informações acerca do modelo estrutural são definidas através de um *software* de desenho [25]. O *software* de desenho utilizado permite a impressão do conteúdo do desenho para um ficheiro de formato *DXF* (ASCII/BINÁRIO). Este ficheiro funciona como um ficheiro de texto, com uma estruturação bem definida, no qual a informação referente ao desenho se encontra descrita alfanumericamente. Desta forma, é necessário numa

fase inicial definir os *layers* em que serão guardadas as informações do modelo estrutural, sendo a sua designação fixa.

As barras do modelo estrutural são representadas no ficheiro de desenho por polilinhas e devem estar todas contidas num *layer* designada por “BARRAS”. A atribuição das características das barras é realizada utilizando campos referentes às propriedades da polilinha, de acordo com o Quadro 4.2.

Quadro 4.2 - Significado dos campos da polilinha no contexto das propriedades da barra

Campo referente às propriedades da polilinha	Significado no programa de cálculo
<i>Color</i>	Identificação da secção transversal
<i>Linetype scale</i>	Dia correspondente à remoção da barra
<i>Thickness</i>	Dia correspondente à criação da barra
<i>Elevation</i>	Identificação do material

Os apoios da estrutura são definidos por um ponto e devem estar inseridos num *layer* designado por “APOIOS”. No caso dos apoios as suas propriedades também são definidas utilizando campos das propriedades do ponto no ficheiro de desenho. O Quadro 4.3 mostra o significado de cada campo no contexto do programa de cálculo.

Quadro 4.3 - Significado dos campos do ponto no contexto das propriedades do apoio

Campo referente às propriedades do ponto	Significado no programa de cálculo
<i>Color</i>	Identificação do tipo de apoio
<i>Linetype scale</i>	Dia correspondente à remoção do apoio
<i>Thickness</i>	Dia correspondente à criação do apoio

A Figura 4.1 apresenta os tipos de apoio contemplados pelo programa, assim como a respetiva identificação.








Tipo de apoio	Identificação do tipo de apoio
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7

Figura 4.1- Tipos de apoio contemplados e respetiva identificação no programa de cálculo automático

No que concerne ao carregamento, este é definido recorrendo a pontos que posteriormente são transformados em blocos. Os pontos e respetivos blocos referentes ao carregamento nodal e ao carregamento sobre as barras (forças e variações de temperatura) devem estar contidos no *layer* "FORCAS". Após a criação de um ponto e transformação num bloco, o nome do bloco deve ser definido de acordo com o tipo de solicitação, segundo a Figura 4.2 e o Quadro 4.4.

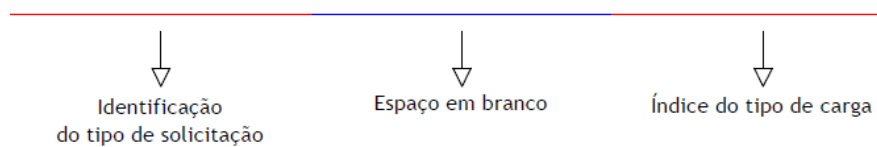


Figura 4.2 - Metodologia a seguir na definição do nome do bloco referente à solicitação

Quadro 4.4 - Identificação do tipo de solicitação

Tipo de solicitação	Identificação do tipo de solicitação
Carregamento nodal	P
Carregamento distribuído sobre a barra	Q
Variação de Temperatura	T
Assentamento de apoio	D

A informação relativa à intensidade das forças de cada tipo de carga e o dia em que o tipo de carga é aplicado e removido são introduzidos no campo *description* do bloco. Os assentamentos de apoio também são definidos recorrendo a pontos e blocos, no entanto estes devem ser guardados no *layer* “ASSENTAMENTOS”. O nome do bloco é definido de acordo com a nomenclatura utilizada para as forças e o campo *description* do bloco deve conter o valor das translações e rotação do assentamento e a data em que este ocorre.

A Figura 4.3 apresenta uma síntese da forma de introdução dos dados referentes ao carregamento.

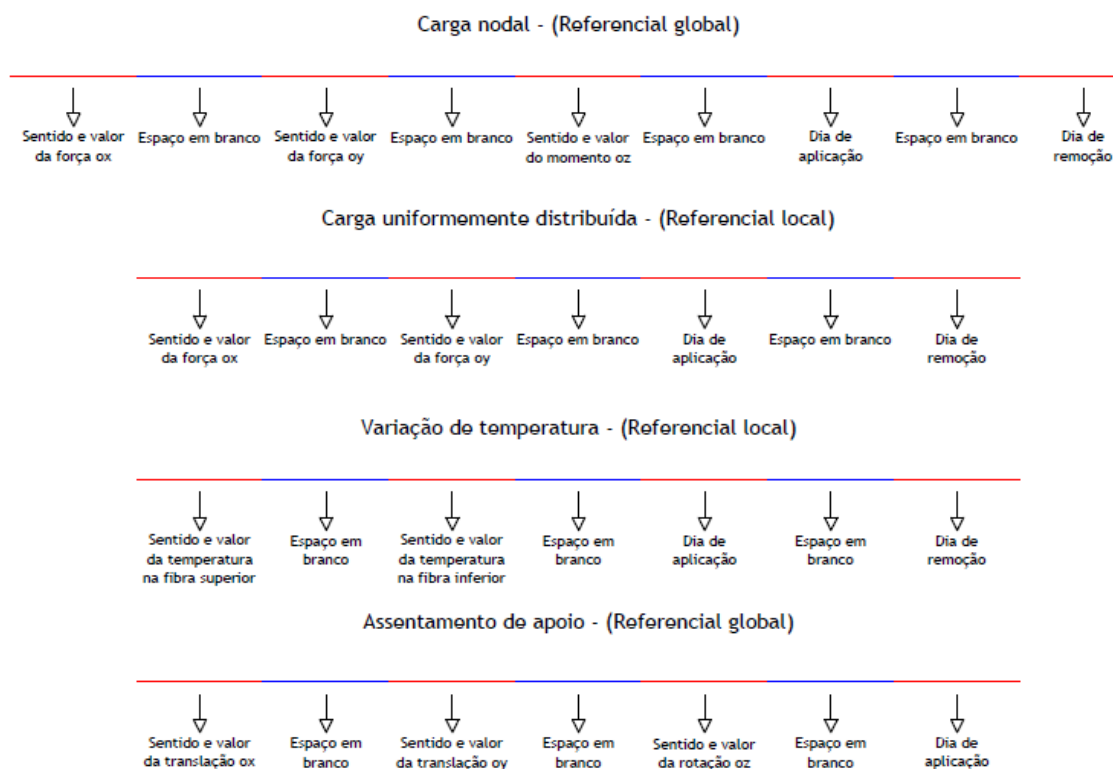


Figura 4.3 - Metodologia a seguir na definição da solicitação no campo *description* em função do tipo de carga

Após a definição do modelo estrutural no *software* de desenho, o ficheiro é gravado em formato *DXF* de forma a ser lido pelo programa de cálculo automático. A rotina *GEOMT* permite a leitura das características geométricas da estrutura (barras e apoios). Assim, o ficheiro de texto é lido de forma sequencial pela rotina até encontrar na secção entidades o campo referente ao *layer* “BARRAS”, a partir deste instante o valor do índice da barra (*IELEM*) é incrementado e são guardadas as informações referentes a essa barra. As matrizes *SECNO* e *MATNO* guardam, respetivamente, a informação relativa à secção transversal e ao material que constitui a barra. A primeira coluna das matrizes corresponde à identificação da barra (*IELEM*) e a segunda coluna à identificação da seção transversal ou do material, conforme se trate da matriz *SECNO* ou *MATNO*. O dia em que barra é construída e o dia em que barra é removida são guardados, respetivamente, na terceira e quarta coluna da matriz *LNODS*.

Posteriormente são lidas as coordenadas dos nós de cada polilinha e comparado o seu valor com os valores guardados na matriz *COORD*. Caso ainda não exista na matriz *COORD* nenhum ponto com a mesma coordenada X e a mesma coordenada Y é adicionada à matriz uma nova linha correspondente às coordenadas do nó lido. As ligações nodais entre as barras também são definidas no mesmo processo, isto é, se ainda não existir nenhum nó (*IPOIN*) na matriz *COORD* com as coordenadas de um dos nós da barra, a primeira ou segunda coluna da matriz *LNODS* passa a ter o valor do nó encontrado (*IPOIN*). Caso já existam na matriz *COORD* os nós que identificam os nós à esquerda e à direita da barra esses valores são guardados nas respetivas colunas da matriz *LNODS*. Este processo repete-se para todas as barras que constituem a estrutura.

Quando durante a leitura do ficheiro pela rotina *GEOMT* é identificado o campo referente ao *layer* “APOIOS” o índice do nó apoiado (*IPFIX*) é incrementado. Seguidamente, é lido o tipo de apoio, o dia em que o apoio é ativado e o dia em o apoio é desativado. Os valores anteriormente referidos são guardados, respetivamente, na segunda, terceira e quarta coluna da matriz *SUPRT*. Para identificar a que nó apoiado corresponde o apoio são lidas as coordenadas X e Y do ponto de inserção do ponto que define o apoio. As coordenadas do ponto são comparadas com os valores da matriz *COORD*, de forma similar ao processo realizado para as barras, e quando é determinado o número do nó apoiado este é guardado na primeira coluna da matriz *SUPRT*.

A rotina *GEOMT* permite uma leitura flexível dos dados referentes à geometria da estrutura, isto é, desde que as características da estrutura (barras e apoios) estejam guardadas nos *layers* corretos é possível desenhar alternadamente barras e apoios sem que haja qualquer inconveniente na leitura dos dados.

Relativamente ao carregamento, a informação necessária para o caracterizar divide-se nos dados referentes aos tipos de carregamento e na identificação dos nós ou barras em que a solicitação está aplicada. A rotina *LOADS* lê o ficheiro *DXF* e interpreta a informação acerca do

carregamento. Os dados referentes aos tipos de carregamento encontram-se na secção de blocos do ficheiro, assim se durante a leitura a rotina LOADS encontrar um bloco contido na *layer* "FORCAS" lê a informação acerca do tipo de carregamento. Se for identificado um carregamento correspondente a forças nodais o índice IPLTP é incrementado e quando é encontrado o campo *description* do bloco é lido o valor da força ox , força oy , momento oz , o dia em que a solicitação é aplicada e o dia em que a solicitação é retirada. A matriz PLTYP armazena para cada tipo de carregamento nodal a respetiva informação, correspondendo a primeira coluna a um valor inteiro que identifica o tipo de carregamento (IPLTP) e as restantes colunas aos dados anteriormente referidos. Por sua vez, caso seja identificado um carregamento distribuído sobre as barras é incrementado o índice IELTP e é lido no campo *description* o valor da força distribuída ox , força distribuída oy , o dia em que a solicitação é aplicada e o dia em que a solicitação é retirada. Esta informação é armazenada na matriz ELTYP de forma similar ao descrito para o carregamento nodal.

O processo de leitura de um tipo de variação de temperatura é feito da mesma forma dos anteriores, sendo a informação referente a cada tipo de carga armazenada na respetiva linha (ITLTP) da matriz TLTYP. As colunas da matriz correspondem, respetivamente, a um valor inteiro que identifica o tipo de carga, ao valor da variação de temperatura na fibra superior, ao valor da variação de temperatura na fibra inferior, ao dia em que a solicitação é aplicada e ao dia em que a solicitação é removida.

Se na secção de blocos do ficheiro DXF for encontrado um tipo de carga contido na *layer* ASSENTAMENTOS os dados dos tipos de carga referentes a assentamentos de apoio são lidos e guardados na matriz DISTP. Assim as colunas da matriz DISTP correspondem, sequencialmente, ao índice IDIST de cada tipo, ao valor da translação ox , translação oy , rotação θz e ao dia em que ocorre o assentamento de apoio.

No ficheiro de desenho as solicitações são aplicadas à estrutura inserindo o bloco correspondente ao tipo de carga. Se a solicitação for aplicada nos nós (assentamentos de apoio e forças nodais) o bloco é inserido no respetivo nó. Caso a solicitação seja aplicada sobre as barras (variações de temperatura e forças uniformemente distribuídas) o bloco é inserido no ponto médio da barra.

A atribuição do tipo de carga ao nó ou barra em que este está aplicado é feito de forma automática pela rotina LOADS. Se na secção entidades do ficheiro DXF a rotina LOADS encontrar um tipo de carga nodal ou um assentamento de apoio, compara as coordenadas X e Y do ponto de inserção do bloco com as coordenadas dos nós guardados na matriz COORD. Caso exista um nó com as mesmas coordenadas do ponto de inserção do bloco o número do nó é guardado na primeira coluna da matriz PLOAD ou DPREC consoante se trate de uma carga nodal ou de um assentamento de apoio. A atribuição da solicitação ao nó fica completa com introdução na segunda coluna das matrizes do índice do tipo de carga aplicado (IPLTP ou IDIST).

No caso das solicitações aplicadas sobre as barras, a rotina LOADS lê na secção entidades as coordenadas do ponto de inserção do respetivo bloco e compara-as com as coordenadas do ponto médio de cada barra. Se as coordenadas forem iguais é atribuído o tipo de carga à barra em questão. Esta informação é guardada na matriz NELOD no caso das cargas uniformemente distribuídas e na matriz TLOAD no caso da variação de temperatura. Na primeira coluna de cada uma das matrizes é guardado número da barra e na segunda o índice do tipo de carga aplicado à barra.

4.2.2 Pós processamento

A saída de dados é constituída por três ficheiros gerados automaticamente pelo programa de cálculo e por uma ferramenta auxiliar de análise gráfica de resultados. Os ficheiros gerados pelo programa incluem um ficheiro que sintetiza todos os dados de entrada, um ficheiro com os deslocamentos nodais e esforços nas barras para cada dia em que a estrutura foi resolvida e um ficheiro *DXF* com a geometria da estrutura.

A rotina DATOUT permite a escrita de um ficheiro de texto devidamente formato onde se concentram todos os dados utilizados no programa. Assim, é possível ao utilizador confirmar se os dados utilizados pelo programa no cálculo são realmente aqueles que se pretendiam introduzir ou se ocorreu algum erro durante a introdução.

A numeração dos nós e barras da estrutura é realizada automaticamente pelo programa, dependendo da sequência com que os mesmos são desenhados no *software* de desenho auxiliar. Em estruturas constituídas por um número elevado de nós e barras é fácil perder a noção durante a introdução dos dados de qual o número correspondente a cada nó ou barra. Esta informação pode ser consultada no ficheiro OUTPUT gerado pela rotina DATOUT. No entanto, de forma a facilitar a consulta dos resultados foi desenvolvida uma rotina que cria um ficheiro *DXF* com a geometria da estrutura. A rotina CADOUT escreve um ficheiro em formato *DXF*, formatado de forma apropriada a ser aberto pelo *software* de desenho [25]. Este ficheiro inclui as barras, apoios, a numeração de cada barra e a numeração de cada nó (Figura 4.4).

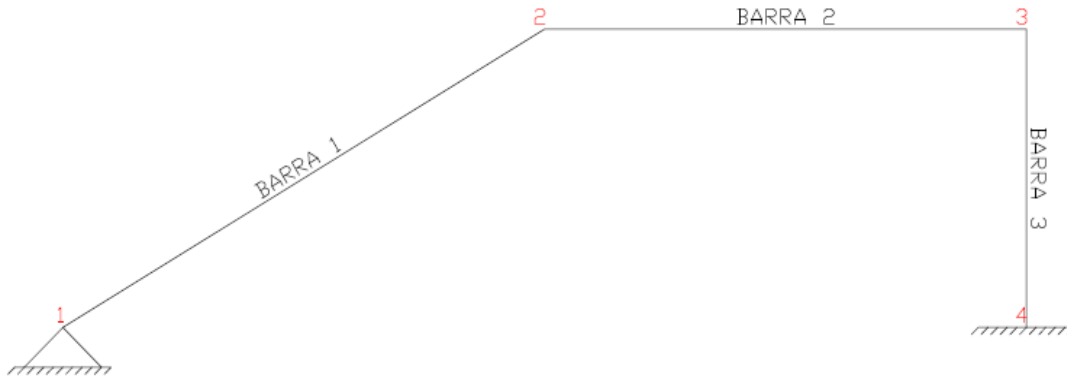


Figura 4.4 - Exemplo de um modelo geométrico gerado pela rotina CADOUT

O texto que identifica cada barra é escrito sempre do nó da esquerda para o nó da direita da barra. Desta forma, é possível ao utilizador identificar a orientação da barra e consequentemente a fibra superior e inferior da barra.

Durante o processo de resolução da estrutura a rotina SOLVE escreve um ficheiro de texto com os deslocamentos nodais e os esforços nas extremidades de cada barra. Este processo é repetido para cada dia em que a estrutura é resolvida, sendo os dados do ficheiro o resultado dos deslocamentos e esforços acumulados até ao dia em questão.

Devido ao grande volume de resultados que uma análise no tempo pode gerar, a consulta de um ficheiro de texto torna-se bastante morosa. Portanto, foi desenvolvida uma ferramenta gráfica em linguagem JAVA que permite visualizar a evolução dos esforços nas barras ao longo do tempo. A ferramenta lê o ficheiro de texto de resultados e converte graficamente a informação referente aos esforços nas extremidades de cada barra (Figura 4.5).

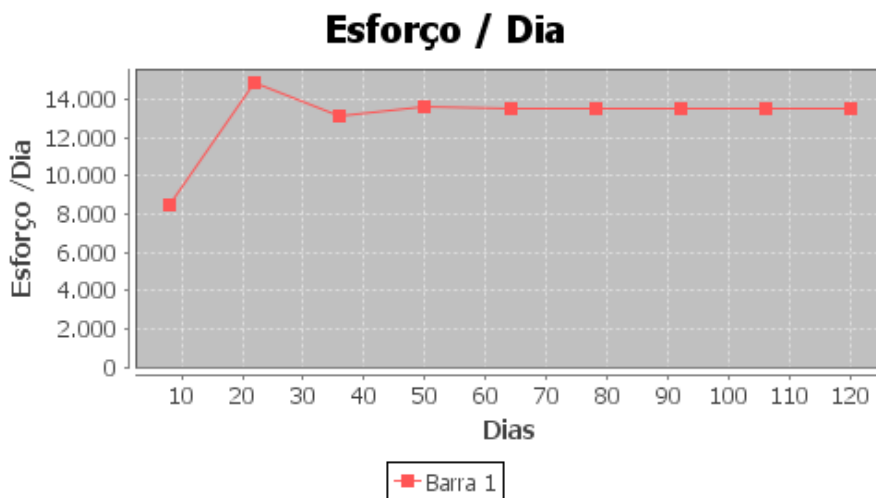


Figura 4.5 - Exemplo de um ficheiro de resultados gerado pela ferramenta auxiliar de análise gráfica

4.3 Cálculo do comprimento, cosseno e seno das barras

Após a definição da geometria da estrutura (coordenadas nodais e ligações nodais), é possível determinar o comprimento, o cosseno e o seno de cada barra. Esta operação poderia ser realizada imediatamente após a leitura dos dados. No entanto, considerando que o utilizador pode desejar realizar uma análise com atualização das coordenadas nodais é vantajoso ter esta opção numa rotina independente que pode assim ser chamada por outras rotinas durante a execução do programa. Assim, a rotina ELEMTPROP calcula o comprimento, o cosseno e o seno de cada barra e armazena a informação na matriz EGEOM.

Considere-se o nó à esquerda e o nó à direita de cada barra, cujas coordenadas são respetivamente (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) . O comprimento de cada barra pode então ser calculado através da seguinte expressão:

$$L = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2} \quad (4.1)$$

onde L representa o comprimento da barra, (X_1, Y_1) as coordenadas do nó à esquerda da barra e (X_2, Y_2) as coordenadas do nó à direita da barra.

Através do comprimento de cada barra e das coordenadas nodais dos seus pontos extremos é possível calcular cosseno e o seno de cada barra através das expressões:

$$\cos(\alpha) = \frac{(X_2 - X_1)}{L} \quad (4.2)$$

$$\text{sen}(\alpha) = \frac{(Y_2 - Y_1)}{L} \quad (4.3)$$

onde α é o ângulo que a barra faz com a horizontal, (X_1, Y_1) as coordenadas do nó à esquerda da barra, (X_2, Y_2) as coordenadas do nó à direita da barra e L o comprimento da barra.

A matriz EGEOM apresenta um número de linhas proporcional ao número de barras da estrutura (NELEM) e as suas colunas correspondem, respetivamente, ao comprimento, cosseno e seno da barra.

4.4 Assemblagem da matriz de rigidez

A matriz de rigidez da estrutura é calculada em cada instante (ITIME), somando ou subtraindo à matriz de rigidez do instante anterior (ITIME-1) as matrizes de rigidez dos elementos (barras e apoios) que são construídos ou demolidos nesse dia. Em primeira instância a rotina ASSEMBSTIF percorre todas as barras e verifica se a barra em questão é construída ou demolida nesse dia. Caso se verifique uma das condições anteriores é calculada a matriz de rigidez da barra no referencial local, a matriz de transformação da barra e a matriz de rigidez da barra no referencial global de acordo com as equações (2.1), (2.2) e (2.7).

Considerando que as incógnitas deslocamento são numeradas de acordo com a numeração dos nós, ao nó i correspondem os deslocamentos de ordem $3i-2$, $3i-1$ e $3i$. O espalhamento dos termos da matriz de rigidez de cada barra na matriz de rigidez da estrutura é realizado através de uma das seguintes equações, consoante a barra seja construída ou demolida nesse dia:

$$ASTIF(ISVAB, JSVAB) = ASTIF(ISVAB, JSVAB) + ESTIF(IEVAB, JEVAB) \quad (4.4)$$

$$ASTIF(ISVAB, JSVAB) = ASTIF(ISVAB, JSVAB) - ESTIF(IEVAB, JEVAB) \quad (4.5)$$

onde ASTIF representa a matriz de rigidez da estrutura no referencial global, ESTIF a matriz de rigidez da barra no referencial global, (ISVAB,JSVAB) são os índices que identificam a linha e a coluna dos graus de liberdade na matriz de rigidez da estrutura e (IEVAB,JEVAB) são os índices que identificam a linha e a coluna dos graus de liberdade na matriz de rigidez da barra.

Os índices que identificam a posição dos graus de liberdade da barra na matriz de rigidez da estrutura são calculados a partir da numeração dos nós extremos de cada barra. O processo referido é repetido para todas as barras que sejam construídas ou demolidas no instante considerado.

Note-se que a condição inicialmente estabelecida permite que só seja calculada a matriz de rigidez das barras que serão assembladas no instante considerado. Desta forma, evita-se a realização de cálculos desnecessários e conseqüentemente aumenta-se a velocidade de execução do programa.

A introdução da rigidez dos apoios é realizada de forma similar à das barras. Assim, são percorridos todos os nós apoiados e é verificado se algum dos apoios é ativado ou desativado no instante considerado. Caso se verifique a condição anterior, é identificado o tipo de apoio e criada a matriz PRESC de dimensão NDOFN por NDOFN. Os termos da matriz PRESC correspondentes aos graus de liberdade impedidos apresentam um valor de rigidez de 10^{10} , sendo nulos os restantes. Se a estrutura contemplar apoios elásticos é pedido ao utilizador que

introduza, através do teclado, a sua rigidez. Os coeficientes de rigidez de cada apoio elástico são guardados na matriz SPRNG, podendo existir dependência ou não entre graus de liberdade.

A rigidez dos apoios é somada ou subtraída à matriz de rigidez da estrutura através das seguintes equações:

$$ASTIF(ISVAB, JSVAB) = ASTIF(ISVAB, JSVAB) + PRESC(IDOFN, JDOFN) \quad (4.6)$$

$$ASTIF(ISVAB, JSVAB) = ASTIF(ISVAB, JSVAB) - PRESC(IDOFN, JDOFN) \quad (4.7)$$

onde ASTIF é a matriz de rigidez da estrutura no referencial global, PRESC a matriz de rigidez de cada apoio no referencial global, (ISVAB,JSVAB) são os índices que identificam a linha e coluna dos graus de liberdade na matriz de rigidez da estrutura e (IDOFN,JDOFN) os índices que identificam a linha e coluna dos graus de liberdade na matriz de rigidez do apoio.

Repare-se que caso o apoio em análise seja elástico antes da montagem são atribuídos à matriz PRESC os valores da matriz SPRNG.

4.5 Montagem do vetor solicitação

O vetor solicitação da estrutura é calculado em cada instante pela rotina ASSEMBLOAD. Uma vez que o efeito de uma solicitação sobre a estrutura produz uma resposta imediata da mesma, em cada instante o vetor solicitação (ASLOD) é composto apenas pelas solicitações que aparecem ou desaparecem nesse dia. Desta forma, inicialmente a rotina ASSEMBLOAD anula todos os termos do vetor ASLOD, tornando-o assim independente dos efeitos das solicitações já ocorridas.

O vetor ASLOD resulta da montagem, segundo os respetivos graus de liberdade, das forças diretamente aplicadas nos nós e das forças de fixação devidas às forças distribuídas, variações de temperatura, efeitos diferidos, assentamentos de apoio e forças resultantes do desaparecimento de barras ou apoios. No entanto, nesta secção do trabalho não será contemplada a montagem do vetor devido aos efeitos diferidos, reservando-se para o subcapítulo 4.6 uma descrição mais pormenorizada destes efeitos.

Como referido anteriormente, um nó ou barra pode ter aplicado mais que um tipo de carga e um tipo de carga pode estar aplicado a mais que um nó ou barra. Assim, para se proceder à montagem do vetor solicitação é necessário identificar a que nó ou barra se encontra aplicada a solicitação e qual o respetivo tipo de carga. No caso das forças diretamente aplicadas nos nós esta informação é descrita na matriz PLOAD, cuja primeira coluna corresponde ao número do nó e a segunda à identificação do tipo de carga. Portanto, inicialmente a matriz

PLOAD é percorrida linha a linha e é verificado se o tipo de carga aplicado começa ou termina no dia em análise. Caso a condição seja verificada, procede-se à assemblagem do vetor solicitação de acordo com umas das seguintes expressões, consoante a solicitação comece ou termine no dia em questão:

$$ASLOD(ISVAB, 1) = ASLOD(ISVAB, 1) + PLTYP(PLOAD(IPLOD, 2), JPLTP) \quad (4.8)$$

$$ASLOD(ISVAB, 1) = ASLOD(ISVAB, 1) - PLTYP(PLOAD(IPLOD, 2), JPLTP) \quad (4.9)$$

onde ASLOD representa o vetor solicitação da estrutura no referencial global, PLTYP é a matriz dos tipos carga nodal, PLOAD é a matriz que permite a atribuição ao nó do tipo de carga nodal, ISVAB é o índice que identifica o grau de liberdade da estrutura, IPLOD é o índice que identifica a linha da matriz PLOAD e JPLTP é o índice que identifica a coluna da matriz PLTYP.

No que concerne às forças distribuídas sobre as barras a matriz ELOAD permite a atribuição do tipo de carga a cada barra com forças aplicadas. A identificação da barra com forças aplicadas é realizada através da leitura da primeira coluna da matriz. Note-se que uma barra que ainda não foi construída ou já foi demolida não pode ter sobre ela forças aplicadas. Assim, para que sejam calculadas as forças resultantes nas extremidades de uma determinada barra é necessário que se verifiquem, em simultâneo, as seguintes condições:

1. O instante em que a barra é construída (LNODS(IELEM,3)) deve ser igual ou inferior ao dia em análise;
2. O instante em que a barra é demolida (LNODS(IELEM,4)) deve ser superior ao dia em análise.

Caso as condições anteriores se verifiquem e o tipo de carga aplicado à barra tenha início ou fim no dia em análise são calculadas as forças de fixação nas extremidades da barra de acordo com a Figura 4.6.

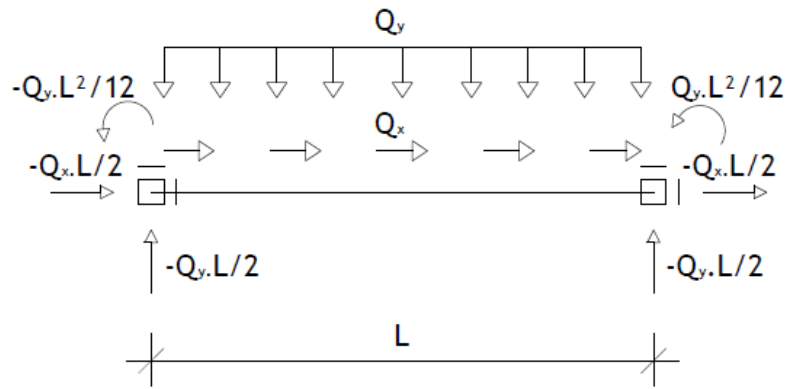


Figura 4.6 - Cálculo das forças de fixação devidas a forças uniformemente distribuídas sobre os eixos da barra ($Q_y < 0$) [8]

Após o cálculo das forças de fixação no referencial local (ELLOD) e posterior transformação no referencial global (RLOAD) através da expressão (2.4), são adicionadas ao vetor ASLOD através das seguintes expressões:

$$ASLOD(ISVAB, 1) = ASLOD(ISVAB, 1) - RLOAD(IEVAB, 1) \quad (4.10)$$

$$ASLOD(ISVAB, 1) = ASLOD(ISVAB, 1) + RLOAD(IEVAB, 1) \quad (4.11)$$

onde ASLOD representa o vetor solicitação da estrutura no referencial global, RLOAD é o vetor de forças de fixação da barra no referencial global, ISVAB é o índice que identifica o grau de liberdade da estrutura e IEVAB é o índice que identifica o grau de liberdade da barra.

As variações de temperatura são consideradas de forma similar às forças distribuídas. Desta forma, para que sejam calculadas as forças resultantes da variação de temperatura a barra já deve estar construída e só ser demolida num instante posterior. Assim, se existir na matriz TLOAD um tipo de carga que tenha início ou fim no dia em análise são calculadas as forças de fixação nas extremidades da barra no referencial local (ELLOD), de acordo com a Figura 4.7.

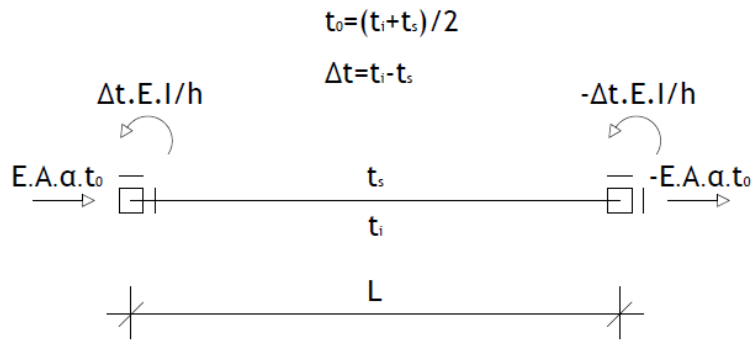


Figura 4.7 - Cálculo das forças de fixação devidas à variação de temperatura [8]

Posteriormente são determinadas as forças de fixação nas extremidades da barra no referencial global (RLOAD) através da equação (2.4) e são adicionadas ao vetor solicitação através das equações (4.10) ou (4.11) consoante a variação de temperatura tenha início ou fim no dia em questão.

No caso dos assentamentos de apoio, se existir na matriz DPREC um tipo de assentamento de apoio que tenha lugar no dia em análise é identificado o nó sujeito ao assentamento. Posteriormente é percorrida a matriz LNODS de forma a identificar as barras que concorrem no nó sujeito ao assentamento. Caso as barras concorrentes no nó já tenham sido construídas e não sejam demolidas no dia em questão são calculadas as forças de fixação correspondentes, multiplicando a matriz de rigidez da barra no referencial global pelo vetor de deslocamentos resultante do assentamento de apoio. A adição das forças de fixação devido ao assentamento de apoio ao vetor solicitação resulta da aplicação da equação (4.10).

O desaparecimento de uma barra ou apoio requer a aplicação nas secções adjacentes dos esforços instalados nesses elementos no instante anterior. Esta informação é obtida através da matriz RESULT que guarda os esforços acumulados nas barras. Assim, a matriz RESULT apresenta um número de linhas proporcional ao número de barras e as suas colunas correspondem ao esforço axial, esforço transversal e momento fletor nas extremidades esquerda e direita de cada barra.

Para determinar se uma barra será removida no dia em análise a rotina ASSEMBLOAD percorre todas as barras e compara o dia em que esta será removida LNODS(IELEM,4) com o dia em questão (ITIME). Se for confirmado que a barra é removida no dia em análise é atribuída à matriz ELLOD o valor dos esforços instalados nas extremidades dessa barra e que se encontram guardados na matriz RESULT. Posteriormente, as forças que se encontram no referencial local são transformadas no referencial global aplicando a equação (2.4) e adicionadas ao vetor ASLOD através da equação (4.11).

No caso dos apoios, a rotina ASSEMBLOAD percorre todos os nós apoiados e verifica se algum apoio desaparecerá no dia em análise. Se a condição for verificada é comparado o número do nó apoiado com o número dos nós extremos de cada barra, de forma a identificar qual a barra ou barras que se encontram ligadas a esse nó. Após a determinação da barra a matriz ELLOD toma o valor dos esforços instalados nessa barra e é calculado o correspondente vetor de forças no referencial global (RLOAD). As forças correspondentes ao nó da barra que se encontra ligada ao apoio são adicionadas ao vetor solicitação através da equação (4.10).

Note-se que a estrutura só é resolvida quando existem alterações no vetor solicitação. Estas alterações podem ser devidas ao aparecimento ou desaparecimento de forças ou à remoção de barras ou apoios. Assim, é necessário que o programa consiga determinar quando estas alterações ocorrem. Esta operação é realizada através de uma variável inteira (EQUAT) que toma o valor nulo quando é iniciada a rotina ASSEMBLOAD e é incrementada sempre que a rotina adiciona forças ao vetor ASLOD. Desta forma, a estrutura só é resolvida quando a variável EQUAT apresenta um valor igual ou superior a um.

4.6 Consideração dos efeitos diferidos

Quando o utilizador pretende incluir os efeitos diferidos na análise estrutural existem um conjunto de decisões que são tomadas pelo programa. Em primeiro lugar o programa atualiza automaticamente o número máximo de dias em análise para 10000 dias e define que todos os elementos estruturais e solicitações que se encontrem aplicadas no dia MTIME, inicialmente definido, permanecerão até ao fim da análise. Para além disso, são definidos um conjunto de dias em que a estrutura deverá ser resolvida mesmo que não ocorram alterações na mesma.

No caso da retração definiu-se que a estrutura deverá ser resolvida de 10 em 10 dias até ao dia 100, de 60 em 60 dias entre o dia 100 e o dia 1000 e de 90 em 90 dias do dia 1000 até ao dia 10000. Desta forma, é possível simular de forma mais aproximada o comportamento exponencial da retração. O conjunto de dias em que a estrutura deverá ser resolvida devido à retração é guardado no vetor SHRKT. Por sua vez a resolução da estrutura devido à fluência deverá ocorrer a partir do dia MTIME inicialmente definido, num conjunto de dias espaçados entre si de 90 dias. Estes valores são guardados no vetor CREPT. Após a sua definição, os vetores SHRKT e CREPT são passados como argumento à rotina ASSEMBLOAD.

Para que a estrutura seja resolvida devido à retração devem verificar-se em simultâneo as seguintes condições:

1. O utilizador deve ter selecionado a opção de cálculo considerando os efeitos diferidos;
2. A barra em questão deve ter uma data de construção igual ou inferior ao dia em análise e uma data de demolição superior ao dia em análise;

3. O material que constitui a barra deve ser betão (PROPS(MATNO(IELEM,2),2)=1);
4. O dia em análise (ITIME) deve ser igual a um dos dias definidos no vetor SHRKT.

Se as condições referidas se verificarem é chamada a rotina SHRINKAGE que permite o cálculo da variação uniforme de temperatura equivalente à deformação por retração. A rotina SHRINKAGE contempla as expressões e quadros de [18], e definidas no subcapítulo 2.3.1, para o cálculo da deformação por retração. As expressões de [18] para o cálculo da deformação por retração retornam um valor num determinado dia, no entanto na análise ao longo do tempo é necessário obter os incrementos de deformação e não a deformação total até um determinado instante. Desta forma, sempre que é calculada a variação de temperatura equivalente, o seu valor é guardado num vetor designado por TSHRK resultando o valor da variação de temperatura que serve de base ao cálculo das forças de fixação de uma das seguintes expressões:

$$TS = TSHRK(JTIME) \text{ SE } JTIME = 1 \quad (4.12)$$

$$TS = TSHRK(JTIME) - TSHRK(JTIME - 1) \text{ SE } JTIME \neq 1 \quad (4.13)$$

onde TS é valor da variação de temperatura na fibra superior, TSHRK é o vetor que guarda os valores da variação de temperatura equivalente à deformação por retração e JTIME é o índice que identifica no vetor SHRKT o dia em que análise.

Note-se que as expressões apresentadas são para a determinação do valor da variação de temperatura na fibra superior, no entanto uma vez que a deformação por retração equivale a uma variação uniforme de temperatura as expressões para a determinação do valor da variação de temperatura na fibra inferior são idênticas.

Após o cálculo do valor da variação de temperatura nas fibras superior e inferior são calculadas as forças de fixação e é assemblado o vetor solicitação aplicando a expressão (4.10).

Contrariamente à retração que é considerada a partir do instante em que um elemento é construído, o fenómeno da fluência só é considerado a partir do dia em que se admite que a estrutura está construída, isto é, a partir do MTIME inicialmente definido. Uma vez que ao seleccionar-se a opção de cálculo considerando os efeitos diferidos o MTIME é atualizado, o seu valor inicial é guardado numa outra variável designada por RTIME.

Para que a rotina ASSEMBLOAD tenha em consideração a deformação por fluência no cálculo dos esforços devem verificar-se as seguintes condições:

1. O utilizador deve ter selecionado a opção de cálculo considerando os efeitos diferidos;
2. O elemento em análise deve ter uma data de construção igual ou inferior ao dia RTIME e uma data de demolição superior ao mesmo dia;

3. O material que constitui a barra deve ser betão (PROPS(MATNO(IELEM,2),2)=1);
4. O dia em análise (ITIME) deve ser igual a um dos dias definidos no vetor CREPT.

A determinação da deformação por fluência implica o conhecimento da deformação elástica da estrutura. Para tal, quando se inicia a deformação por fluência (ITIME=RTIME) os esforços instalados nas extremidades de cada barra são guardados numa matriz designada de EFORC0. Esta matriz é posteriormente passada como argumento à rotina CREEP, que permite o cálculo do coeficiente de fluência e da variação de temperatura equivalente à deformação por fluência.

Os esforços instalados nas secções extremas das barras permitem o conhecimento da deformação elástica de cada barra nesses pontos. No entanto, se existirem forças aplicadas sobre as barras as tensões e correspondentes deformações irão variar ao longo elemento. Desta forma, é necessário percorrer a matriz ELOAD e verificar se existem forças aplicadas a cada barra e se o respetivo tipo de carga já se encontrava aplicado no dia RTIME e se só será desativado num dia posterior. Caso as condições referidas se verifiquem o somatório das forças distribuídas segundo cada um dos eixos pode ser obtido pelas seguintes expressões:

$$QX = QX + ELTYP(ELOAD(IELOD, 2), 2) \quad (4.14)$$

$$QY = QY + ELTYP(ELOAD(IELOD, 2), 3) \quad (4.15)$$

onde QX é o somatório das forças distribuídas segundo o eixo longitudinal da barra, QY é o somatório das forças distribuídas segundo o eixo transversal da barra, ELTYP a matriz dos tipos de carga uniformemente distribuídas, ELOAD a matriz que atribui o tipo de carga à respetiva barra e IELOD o índice que identifica a linha da matriz ELOAD.

Com base no somatório das forças distribuídas segunda cada eixo e os esforços nas extremidades das barras, a variação do momento fletor e do esforço normal ao longo do elemento é descrita pelas equações:

$$M(x) = Me + Ve \cdot x + \frac{Q_y \cdot x^2}{2} \quad (4.16)$$

$$N(x) = Ne - Q_x \cdot x \quad (4.17)$$

onde $M(x)$ representa o momento fletor numa secção da barra, M_e o momento fletor na extremidade esquerda da barra, V_e o esforço transversal na extremidade esquerda da barra, Q_y o valor da carga uniformemente distribuída segundo a direção transversal da barra, $N(x)$ o esforço normal numa secção da barra, N_e o esforço normal na extremidade esquerda da barra, Q_x o valor da carga uniformemente distribuída segundo a direção longitudinal da barra e x a secção da barra onde se pretende calcular os esforços.

Consequentemente pode descrever-se a variação das tensões e deformações elásticas ao longo do elemento através das seguintes expressões [20]:

$$\sigma_c(x) = \frac{N(x)}{A_c} + \frac{M(x)}{I} \cdot y \quad (4.18)$$

$$\varepsilon_c(x) = \frac{\sigma_c(x)}{E_c} \quad (4.19)$$

onde $\sigma_c(x)$ representa a tensão normal numa secção da barra, $N(x)$ o esforço normal numa secção da barra, A_c a área da secção transversal, $M(x)$ o momento fletor numa secção da barra, I a inércia da secção da transversal, y a distância entre o centro de gravidade da secção transversal e fibra onde se pretende calcular a tensão normal, $\varepsilon_c(x)$ a extensão numa secção da barra, E_c o módulo de elasticidade do betão e x a secção da barra onde se pretende calcular a tensão e a extensão.

O cálculo dos esforços em todos os pontos de uma barra é uma tarefa difícil de implementar numericamente. Desta forma, no presente trabalho decidiu dividir-se cada barra em 11 pontos, afastados de 10% do comprimento da barra e que incluem os nós extremos (Figura 4.8), nos quais se pretende conhecer os esforços, tensões e deformações.

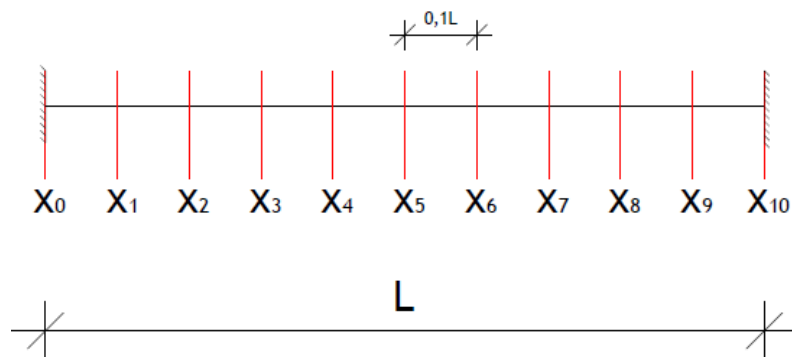


Figura 4.8 - Identificação e espaçamento e entre pontos que dividem a barra

Após a definição do número de pontos e correspondente espaçamento, a rotina CREEP calcula para cada instante os esforços, tensões e deformações elásticas em cada ponto. De forma a calcular a deformação por fluência a rotina CREEP contempla as expressões definidas em [18], e descritas no subcapítulo 2.3.2, para o cálculo do coeficiente de fluência ao longo do tempo. No que concerne às expressões utilizadas, interessa tecer algumas considerações relativamente à forma como a rotina interpreta a idade do betão à data do carregamento e a idade do betão no dia em análise. Assim, uma vez que se considera que a deformação por fluência só tem início no dia RTIME, a idade do betão à data do carregamento resulta da expressão:

$$t_0 = \text{RTIME} - \text{LNODS}(\text{IELEM}, 3) \quad (4.20)$$

onde t_0 é a idade do betão à data do carregamento (em dias), RTIME é a data em que tem início o fenómeno de fluência (em dias) e LNODS(IELEM,3) identifica o dia em que a barra é construída.

Por sua vez, a idade do betão num determinado dia em análise pode ser obtida através da seguinte expressão:

$$t = \text{ITIME} - \text{LNODS}(\text{IELEM}, 3) \quad (4.21)$$

onde t é a idade do betão (em dias), ITIME é o dia em análise e LNODS(IELEM,3) identifica o dia em que a barra é construída.

As expressões definidas em [18] e utilizadas para o cálculo do coeficiente de fluência retornam o seu valor total até ao instante de cálculo. No entanto, para o tipo de análise implementado interessa conhecer os incrementos de deformação, ou seja, o aumento do coeficiente de fluência de um instante para outro. Desta forma, o coeficiente de fluência utilizado no cálculo da extensão de fluência em cada dia em análise resulta da aplicação de uma das seguintes expressões:

$$\text{CCREP} = \text{CCRPT}(\text{JTIME}) \quad \text{SE} \quad \text{JTIME} = 1 \quad (4.22)$$

$$\text{CCREP} = \text{CCRPT}(\text{JTIME}) - \text{CCRPT}(\text{JTIME} - 1) \quad \text{SE} \quad \text{JTIME} \neq 1 \quad (4.23)$$

onde CCREP representa o incremento do coeficiente de fluência, CCRPT é o vetor que guarda os valores do coeficiente de fluência ao longo do tempo e JTIME é o índice que identifica no vetor CREPT o dia em análise.

Após o cálculo da deformação por fluência em cada ponto, é possível determinar o valor da variação de temperatura nas fibras superior e inferior de cada barra. Se a deformação por fluência variar ao longo do elemento também a correspondente variação de temperatura variará. Assim, é possível descrever a variação de temperatura equivalente à deformação por fluência como o resultado de uma variação uniforme de temperatura e uma variação diferencial, que variam ambas ao longo do elemento.

$$T(x) = \begin{cases} t_0(x) = (t_s(x) + t_i(x))/2 \\ \Delta t(x) = t_i(x) - t_s(x) \end{cases} \quad (4.24)$$

onde $T(x)$ é a variação de temperatura equivalente à deformação por fluência numa determinada secção da barra, $t_0(x)$ é a variação uniforme de temperatura numa secção da barra, $\Delta t(x)$ é a variação diferencial de temperatura numa secção da barra, $t_s(x)$ o valor da variação de temperatura na fibra superior de uma secção da barra, $t_i(x)$ o valor da variação de temperatura na fibra inferior de uma secção da barra e x é a secção da barra.

Este facto leva a que as expressões para o cálculo das forças de fixação nas extremidades das barras variem de elemento para elemento e ao longo do tempo. Desta forma, foi implementada uma rotina designada por FORCMETH que permite o cálculo em cada instante das forças de fixação nas extremidades das barras através da aplicação do método das forças [2] [8].

O método das forças consiste na introdução de libertações que tornem a estrutura estaticamente determinada, designando-se esta nova estrutura por sistema base [2]. A Figura 4.9 apresenta o sistema base utilizado, assim como a designação, sentidos e direções positivas das incógnitas hiperstáticas.



Figura 4.9 - Sistema base para aplicação do método das forças

Considerando que uma barra bi-encastrada sujeita a uma variação de temperatura não uniforme só gera como forças de reações nas suas extremidades momentos fletores e esforços axiais, o sistema base escolhido permite um imediato conhecimento das forças de fixação. O sentido positivo das incógnitas hiperstáticas foi escolhido de acordo com os sentidos positivos definidos para a aplicação do método dos deslocamentos.

Para a aplicação do método das forças é necessário determinar a matriz de flexibilidade, isto é, a matriz de coeficientes de flexibilidade (f_{ij}). Os termos da matriz de flexibilidade correspondem aos deslocamentos generalizados segundo a direção i quando atua uma força generalizada unitária segundo a direção j . A determinação dos termos da matriz de flexibilidade pode ser realizado por aplicação de qualquer um dos métodos para a determinação de deslocamentos em peças lineares [2].

Considerando o sistema base adotado a matriz de flexibilidade de cada barra pode ser obtida através da seguinte expressão [2]:

$$f_{ij} = \begin{bmatrix} L/3EI & -L/6EI & 0 \\ -L/6EI & L/3EI & 0 \\ 0 & 0 & L/EA \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

onde f é a matriz de flexibilidade da barra para o sistema base adotado, L é o comprimento da barra, E é o módulo de elasticidade do betão e I a inércia da secção transversal da barra.

Após a determinação da matriz de flexibilidade é ainda necessário determinar os deslocamentos no sistema base, segundo as direções das incógnitas hiperstáticas, quando este se encontra sujeito ao carregamento exterior. No caso da variação de temperatura equivalente à deformação por fluência os deslocamentos podem ser obtidos com base no princípio das forças virtuais [3], através das seguintes expressões:

$$\delta_{10} = \int_0^l \overline{M_1(x)} \frac{\alpha \cdot \Delta t(x)}{h} dx \quad (4.26)$$

$$\delta_{20} = \int_0^l \overline{M_2(x)} \frac{\alpha \cdot \Delta t(x)}{h} dx \quad (4.27)$$

$$\delta_{30} = \int_0^l \overline{N_3(x)} \cdot \alpha \cdot t_0(x) dx \quad (4.28)$$

onde δ_{10} é o deslocamento provocado pela solitação exterior segundo a direção de X_1 , $\overline{M_1(x)}$ é o momento fletor no sistema base provocado por $X_1 = 1 \text{ KNm}$, δ_{20} é o deslocamento provocado pela solitação exterior segundo a direção de X_2 , $\overline{M_2(x)}$ é o momento fletor no sistema base provocado por $X_2 = 1 \text{ KNm}$, δ_{30} é o deslocamento provocado pela solitação exterior segundo a direção de X_3 , $\overline{N_3(x)}$ é o esforço normal no sistema base provocado por $X_3 = 1 \text{ KN}$, α é o coeficiente de dilatação térmica do material, h é a espessura da secção transversal, $\Delta t(x)$ é a variação diferencial de temperatura, $t_0(x)$ é a variação uniforme de temperatura e l é o comprimento da barra.

Na Figura 4.10 apresentam-se genericamente as funções que descrevem a variação dos esforços ao longo da barra devidas a um carregamento unitário segundo a direção das incógnitas hiperstáticas.

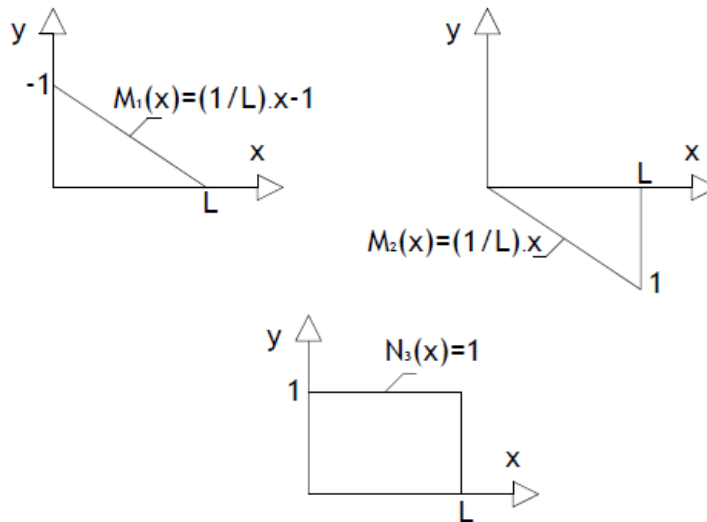


Figura 4.10 - Variação dos esforços ao longo da barra devido ao carregamento unitário segundo a direção das incógnitas hiperstáticas

Uma vez que as funções apresentadas só dependem do comprimento da barra, é relativamente fácil a determinação do seu valor em qualquer ponto. No entanto, as funções que descrevem a variação de temperatura são conhecidas apenas num número finito de pontos e variam de barra para barra e ao longo do tempo. Desta forma, para a obtenção dos deslocamentos devidos ao carregamento exterior é necessário em primeira instância determinar o valor dos esforços unitários nos mesmos pontos em que são conhecidos os valores da variação de temperatura e proceder à multiplicação de uma função por outra. Posteriormente a função resultante é integrada numericamente. A rotina INTEGRAL utiliza a fórmula dos trapézios composta [22] [23].

A fórmula dos trapézios consiste em aproximar, através de um segmento de reta, dois pontos de uma função num dado intervalo. Na aplicação da fórmula dos trapézios existe uma relação de proporcionalidade entre a amplitude do intervalo a integrar e os erros de aproximação, isto é, intervalos grandes podem gerar erros grandes. É possível reduzir o erro de integração dividindo o intervalo em n sub-intervalos de igual amplitude e aplicando em cada um deles a fórmula dos trapézios. Assim, o integral de uma função através da aplicação da fórmula dos trapézios composta é dado pela seguinte expressão [22] [23]:

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{2} \left\{ f(a) + 2 \sum_{j=1}^{n-1} f(x_j) + f(b) \right\} \pm E_T \quad (4.29)$$

onde $[a,b]$ representa o intervalo de integração, $f(x)$ é a função a integrar, h é a amplitude dos sub-intervalos, $f(a)$ é o valor da função no ponto a do domínio, $f(x_j)$ é o valor da função nos

pontos que definem os sub-intervalos, $f(b)$ é o valor da função no ponto b do domínio e E_T é o erro absoluto resultante da aproximação.

De acordo com [22], o erro resultante da aproximação:

$$E_T = \frac{b-a}{12} h^2 f''(\xi), \xi \in [a, b] \quad (4.30)$$

onde E_T é o erro absoluto da aproximação, h é a amplitude dos sub-intervalos e $f''(\xi)$ é o valor da segunda derivada da função num ponto ξ pertencente ao domínio $[a, b]$.

Uma vez que para a determinação do erro é necessária a segunda derivada da função, e não se dispõe da sua expressão analítica, é necessário recorrer às diferenças divididas [23] Assim, o valor do erro resultante da aproximação pode ser determinado através da seguinte expressão:

$$E_T = \frac{h^2}{12} (b-a) |\overline{\Delta^2 f}| \quad (4.31)$$

onde E_T é o erro da aproximação, h é a amplitude dos sub-intervalos, a e b são as abcissas dos pontos extremos do domínio da função e $|\overline{\Delta^2 f}|$ é o módulo do valor médio das diferenças divididas de 2ª ordem.

As diferenças divididas de 1ª e 2ª ordem podem ser obtidas, respetivamente, pelas seguintes expressões:

$$\Delta f_i(x_i) = \frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \quad \text{com } 1 \leq i \leq 10 \quad (4.32)$$

$$\Delta^2 f_i(x_i) = \frac{\Delta f(x_i) - \Delta f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} \quad \text{com } 2 \leq i \leq 10 \quad (4.33)$$

onde Δf_i é o valor da diferença dividida de 1ª ordem, $f(x_i)$ é o valor da função no ponto x_i , $f(x_{i-1})$ é o valor da função no ponto x_{i-1} , $\Delta^2 f_i(x_i)$ é o valor da diferença dividida de 2ª ordem no ponto x_i , $\Delta f(x_i)$ é o valor da diferença dividida de 1ª ordem no ponto x_i e $\Delta f(x_{i-1})$ é o valor da diferença dividida de 1ª ordem no ponto x_{i-1} .

O módulo do valor médio das diferenças divididas de 2ª ordem é dado pela expressão:

$$|\overline{\Delta^2 f}| = \frac{1}{n-1} \left| \sum_{i=3}^n \Delta^2 f(x_i) \right| \quad \text{com } n = 10 \quad (4.34)$$

onde $\overline{\Delta^2 f}$ é o valor médio das diferenças divididas de 2ª ordem, n é o número de sub-intervalos e $\Delta^2 f(x_i)$ é o valor da diferença dividida de 2ª ordem no ponto x_i .

Após a resolução do integral, é possível determinar os deslocamentos provocados pela sollicitação exterior. Posto isto, é possível encontrar a solução do problema pelo método das forças determinando o valor das incógnitas hiperstáticas que restituem à estrutura as condições de compatibilidade violadas com a criação do sistema base. O sistema de equações de compatibilidade é dado pela expressão [2]:

$$[\delta_{i0}] + [f_{ij}] \cdot [X_j] = 0 \quad (4.35)$$

onde δ_{i0} é o vetor de deslocamentos no sistema base devido ao carregamento exterior, f_{ij} é a matriz de flexibilidade e X_j é vetor das incógnitas hiperstáticas.

A resolução do sistema de equações lineares e consequente determinação das incógnitas hiperstáticas é realizada através da inversão da matriz de flexibilidade. Desta forma, o vetor de forças fixação devido à deformação por fluência é dado pela seguinte expressão:

$$RLOAD = \begin{bmatrix} -X(3) \\ 0 \\ X(1) \\ X(3) \\ 0 \\ X(2) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

onde RLOAD é vetor de forças de fixação, $X(1)$, $X(2)$ e $X(3)$ são as incógnitas hiperstáticas determinadas pela aplicação do método das forças.

Posteriormente as forças de fixação são adicionadas ao vetor ASLOD através da aplicação da expressão (4.10).

4.7 Resolução da estrutura e atualização das coordenadas nodais

Como referido anteriormente, o presente trabalho contempla uma análise no domínio do tempo. Desta forma, a rotina SOLVE percorre todos os dias do domínio em análise e executa todas as tarefas necessárias para a resolução da estrutura.

Inicialmente, para cada dia do domínio, são chamadas as rotinas ASSEMBSTIF e ASSEMBLOAD que retornam respetivamente a matriz de rigidez e o vetor sollicitação com as alterações que

ocorreram nesse dia. A rotina ASSEMBLOAD retorna também o valor da variável EQUAT e caso esta tenha um valor igual ou superior a um é resolvida a estrutura.

Para a resolução da estrutura é chama a rotina INVERSE que determina a inversa da matriz de rigidez e são calculados os incrementos de deslocamento através da expressão (2.10). Posteriormente os incrementos de deslocamento calculados no referencial global são transformados em deslocamentos no referencial local aplicando a expressão (2.11). Para a determinação dos esforços nas barras são então calculadas as forças de fixação em cada barra devidas a todas as solicitações sobre elas aplicadas nesse dia, de acordo com o procedimento utilizado para a determinação do vetor solicitação.

A resolução da estrutura fica completa com a determinação dos esforços em cada barra no referencial local através da expressão (2.12).

A rotina SOLVE é também responsável pela atualização das coordenadas nodais caso esta opção tenha sido selecionada pelo utilizador (SOLTP=2). Assim, a cada ponto da matriz COORD é adicionado o respetivo valor de incremento de deslocamento. Posteriormente é chamada a rotina ELEMTPROP que calcula a matriz EGEOM considerando as novas coordenadas nodais. Note-se que uma vez que a atualização da matriz de rigidez corresponde à adição ou subtração da rigidez dos elementos a construir ou demolir, a atualização das coordenadas nodais só produzirá efeito nos elementos estruturais posteriormente executados.

4.8 Resolução de um sistema de equações lineares

A resolução do sistema de equações de equilíbrio ou do sistema de equações de compatibilidade corresponde à resolução de um sistema de equações lineares. No presente trabalho adotou-se como forma de resolução deste tipo de sistema a inversão das respetivas matrizes. A determinação da inversa de uma matriz equivale à resolução do seguinte sistema de equações [21] [22]:

$$[A]. [X] = [I] \quad (4.37)$$

onde A é a matriz (n,n) não singular a inverter, X é a matriz (n,n) inversa de A e I a matriz (n,n) identidade.

Desta forma, foi implementada no programa de cálculo uma rotina que permite a determinação da inversa de uma matriz através do método LU com eliminação de Gaus [21].[22]. Neste método a matriz a inverter é fatorizada da seguinte forma:

$$[A] = [L] \cdot [U] \quad (4.38)$$

onde A é uma matriz (n,n) não singular, L é uma matriz (n,n) triangular inferior e U uma matriz (n,n) triangular superior.

A obtenção da matriz U resulta da aplicação à matriz A do método de eliminação de Gaus. Este processo consiste em anular os termos do triângulo inferior da matriz A através de operações elementares que devem ser aplicadas a toda uma linha para que o sistema se mantenha equivalente. As operações que podem ser realizadas são:

1. Adicionar um múltiplo de uma linha a outra linha;
2. Trocar duas linhas;
3. Multiplicar uma linha por uma constante não nula.

No entanto, na rotina inserida no presente trabalho apenas são aplicadas as duas primeiras operações. Assim, para proceder à redução da matriz A a uma matriz triangular é necessário em primeira instância selecionar um *pivot*, isto é, o termo da diagonal principal da matriz que servirá de base ao cálculo dos múltiplos que permitirão a anulação dos termos das linhas abaixo do *pivot*. Para que os termos da diagonal principal da matriz possam servir de *pivot* é necessário que estes não sejam nulos, caso esta condição não se verifique é necessário proceder a uma troca de linhas. Considerando que no presente trabalho as matrizes sobre as quais se pretende operar contêm valores reais, não se considera como zero o valor absoluto mas sim um valor abaixo de um valor de tolerância. Desta forma, define-se como nulo o termo da diagonal principal de uma matriz se este em módulo for igual ou inferior a 1E-6, se a matriz a inverter for a matriz de rigidez, e 1E-12 se a matriz a inverter for a matriz de flexibilidade.

O processo de anulação do triângulo inferior de uma matriz de dimensão (n,n) requer a realização de (n-1) passos [21]. Assim, a determinação dos múltiplos que permitem a anulação dos termos das linhas abaixo do *pivot* selecionado são dados pelas seguintes expressões:

$$m_{i1}^{(1)} = a_{i1}/a_{11} \quad i = 1, n \quad (4.39)$$

$$m_{ik}^{(k)} = a_{ik}^{(k-1)} / a_{kk}^{(k-1)} \quad \begin{cases} k = 2, n - 1 \\ i = k, n \end{cases} \quad (4.40)$$

onde m_{i1} é o múltiplo que permite anular o termo da linha i da primeira coluna da matriz, a_{i1} é o termo da matriz da linha i da primeira coluna da matriz A, a_{11} é o primeiro termo da diagonal principal da matriz A, $m_{ik}^{(k)}$ é o múltiplo que permite anular os termos da coluna k no passo k, $a_{ik}^{(k-1)}$ é termo da linha i da coluna k da matriz A no passo (k-1), $a_{kk}^{(k-1)}$ é o termo da diagonal

principal da matriz A no passo (k-1), i, j e k são os índices que identificam a linha, coluna ou o passo.

Após a determinação dos múltiplos, os termos do triângulo inferior da matriz A são anulados através das seguintes expressões:

$$a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - m_{i1} \cdot a_{1j} \quad \begin{cases} i = 2, n \\ j = 2, n \end{cases} \quad (4.41)$$

$$a_{ij}^{(k)} = a_{ij}^{(k-1)} - m_{ik} \cdot a_{kj}^{(k-1)} \quad \begin{cases} k = 2, n - 1 \\ i = k, n \\ j = k, n \end{cases} \quad (4.42)$$

onde $a_{ij}^{(1)}$ é o termo da matriz A no passo 1, a_{ij} é o termo da matriz A antes da condensação, m_{i1} é o múltiplo que permite anular os valores da linha i e primeira coluna da matriz, a_{1j} é o termo da coluna j da primeira e primeira linha da matriz A, $a_{ij}^{(k)}$ é o termo da matriz A no passo k, $a_{ij}^{(k-1)}$ é o termo da matriz A no passo (k-1), m_{ik} é o múltiplo que permite anular os valores da linha i e coluna k, $a_{kj}^{(k-1)}$ é o termo da matriz A no passo (k-1), i, j e k são os índices que identificam a linha, coluna ou o passo.

Por sua vez, os termos da matriz L resultam das seguintes expressões:

$$L_{ij} = 1 \quad \begin{cases} i = j \\ i = 1, n \end{cases} \quad (4.43)$$

$$L_{ij} = m_{ik} \quad \begin{cases} i \neq j \\ k = 1, n - 1 \\ i = k + 1, n \\ j = k \end{cases} \quad (4.44)$$

onde L_{ij} é o termo da matriz L, m_{ik} é um múltiplo que permite anular os termos da linha i e coluna k da matriz A, i, j e k são os índices que identificam a linha, coluna ou o passo.

Através da factorização da matriz A é possível dividir o sistema inicial, equação (4.36), em dois mais simples:

$$[U]. [x] = [z] \quad (4.45)$$

$$[L]. [z] = [b] \quad (4.46)$$

onde U é uma matriz (n,n) triangular superior, x é o vetor (n) corresponde à coluna da matriz inversa, z é o vetor (n) auxiliar, L é uma matriz (n,n) triangular inferior, b é o vetor (n) correspondente à coluna da matriz identidade.

Repare-se que para que o sistema seja equivalente é necessário que qualquer troca de linha que ocorra durante a factorização da matriz A também seja aplicada às matrizes L e I.

Com base nas equações (4.45) e (4.46) é então possível determinar a inversa da matriz usando para valores de b as colunas da matriz identidade. Assim, para a determinação da primeira coluna da matriz inversa é substituído o vetor b pela primeira coluna da matriz identidade e é resolvida a equação (4.46) por substituição descendente. Posteriormente é utilizado o vetor auxiliar z para resolver por substituição ascendente a equação (4.45). Os valores do vetor x correspondem à primeira coluna da matriz inversa. O processo é repetido até serem conhecidas as n colunas da matriz inversa.

No contexto do problema estrutural em análise, a matriz de rigidez a inverter pode possuir elementos nulos na diagonal principal correspondentes a nós cujas barras ai ligadas ainda não se encontram construídas. De forma a solucionar este problema considera-se que os nós que não se encontrem ligados a nenhuma barra estão fixos, ou seja, é atribuído ao termo correspondente da diagonal principal da matriz de rigidez um valor de rigidez idêntico ao de um apoio fixo. Esta atribuição é realizado pela rotina INVERSE devido ao facto de ser utilizada uma matriz auxiliar, idêntica à matriz de rigidez, que é destruída durante o processo de inversão. Desta forma, a fixação dos nós apenas produz efeito no cálculo da inversa num determinado dia, não adulterando a matriz de rigidez nos dias seguintes.

Para que se confirme que a inversa de uma matriz foi calculada de forma correta, devem verificar-se as seguintes igualdades:

$$[A]. [A^{-1}] = [I] \quad (4.47)$$

$$[A^{-1}]. [A] = [I] \quad (4.48)$$

onde A é uma matriz (n,n) a inverter, A^{-1} é a matriz (n,n) inversa de A e I a matriz (n,n) identidade.

Assim, a rotina INVERSE_VERIF determina o produto da matriz a inverter pela sua inversa e retorna um valor verdadeiro ou falso consoante a inversão da matriz tenha sido realizada de forma correta ou não. Considerando um valor de tolerância de $1E-6$, para que a rotina considere que a inversão foi correta devem verificar-se em simultâneo as seguintes condições:

1. Os termos da diagonal principal do produto matricial exposto nas equações (4.47) e (4.48) devem ser aproximadamente iguais a um;
2. Os termos fora da diagonal principal do produto matricial exposto nas equações (4.47) e (4.48) devem aproximadamente nulos.

Capítulo 5 - Exemplos de aplicação

5.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se algumas aplicações do programa de cálculo automático descrito na secção anterior. Os exemplos foram selecionados tendo em vista a validação do algoritmo e a demonstração das potencialidades do processo de cálculo.

As estruturas escolhidas para os exemplos apresentam um carácter teórico, não correspondendo necessariamente a estruturas edificadas. No entanto, de forma a tornar válida a sua análise, procurou definir-se modelos estruturais, secções transversais, ações e fases construtivas coerentes com a realidade. Refira-se que no caso dos dias de construção ou remoção de elementos estruturais e aplicação ou remoção de solicitações é o desfasamento temporal entre as diferentes etapas que é relevante e não o valor absoluto do dia em que cada operação ocorre.

Num âmbito geral, os exemplos de aplicação abordam as temáticas da construção de pontes ou viadutos e edifícios altos e, a influência dos efeitos diferidos no tempo devido à fluência e retração do betão.

Os resultados obtidos por aplicação do programa de cálculo automático foram comparados, sempre que possível, de forma qualitativa com soluções recolhidas da bibliografia.

Os diagramas de momentos fletores apresentados para os diferentes exemplos de aplicação apresentam-se sobre a forma de diagramas estilizados, isto é, diagramas cujo seu significado se resume a um número finito de pontos devidamente identificados.

Dado que o programa de cálculo automático retorna o valor dos esforços nas extremidades das barras, as estruturas apresentadas foram discretizadas de forma a obterem-se os esforços nas secções consideradas mais relevantes (sobre os apoios, meio vão e na zona da junta de betonagem no caso dos viadutos).

5.2 Pontes e viadutos

De acordo com o exposto no subcapítulo 2.2 podem ser utilizados vários processos construtivos na execução de pontes e viadutos constituídos por tabuleiros do tipo viga contínua. Cada processo construtivo é constituído por especificidades próprias, obtendo-se diferentes esforços consoante o método adotado.

Desta forma pretendeu-se analisar a construção de um viaduto de 9 vãos com recurso a cimbra ao solo e a viga de lançamento. Posteriormente pretende-se também simular a construção da mesma estrutura variando a posição da junta de betonagem. O viaduto em questão apresenta vão extremos com um comprimento de 40 metros e vãos interiores de 50 metros, de acordo com a Figura 5.1.

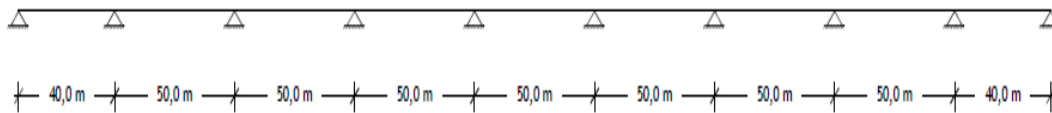


Figura 5.1 - Modelo geométrico do viaduto em análise

O tabuleiro do viaduto é do tipo viga contínua em forma de “pi”, de secção transversal constante. As propriedades geométricas e mecânicas da secção transversal apresentam-se no Quadro 5.1.

Quadro 5.1 - Propriedades geométricas e mecânicas da secção transversal do viaduto

A	[m ²]	9,70
I	[m ⁴]	6,69
E	[GPa]	30

5.2.1 Construção com recurso a cimbra ao solo

Neste primeiro exemplo considera-se a execução do viaduto com recurso a cimbra ao solo. Desta forma, a ação aplicada sobre uma determinada parte da estrutura é considerada a partir do instante em que o cimbra é retirado e antes de ser executado o tramo seguinte. Em termos de etapas construtivas considerou-se a execução de um vão e 20% do vão seguinte em cada fase. Uma vez que se pretende analisar os efeitos do faseamento construtivo só foi considerada como ação aplicada sobre a estrutura o peso próprio do tabuleiro (242,5 KN/m).

De acordo com dados anteriormente referidos, a estrutura foi analisada com e sem faseamento construtivo, obtendo-se os resultados expostos nas Figuras 5.2, 5.3 e 5.4.

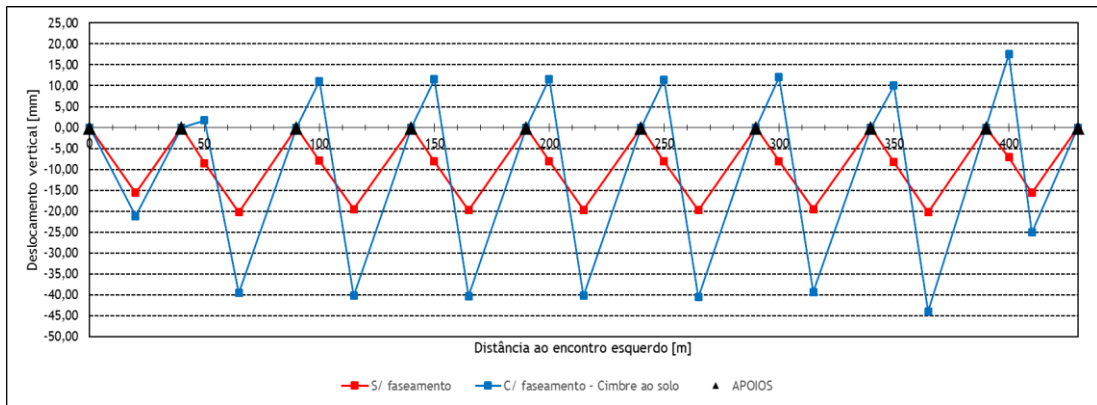


Figura 5.2 - Deformada da estrutura com e sem faseamento construtivo

Com base na análise do gráfico da Figura 5.2 observa-se que a consideração do faseamento construtivo conduz a um aumento de cerca de 95% dos deslocamentos no meio vão. Relativamente à secção da junta de betonagem observam-se deslocamentos ascendentes. Este facto deve-se à não existência de elementos estruturais, à direita da junta, que contribuam com a sua rigidez para a atenuação do efeito do peso próprio do tramo anteriormente executado.

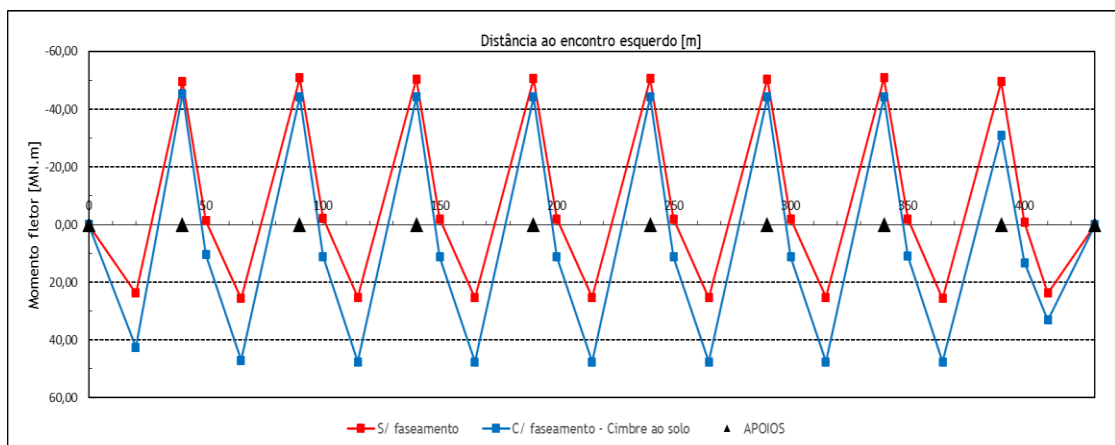


Figura 5.3 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo

A Figura 5.3 apresenta a envolvente de momentos fletores com e sem a consideração do faseamento construtivo, que no segundo caso coincide com o diagrama de momentos final. A análise do gráfico permite concluir que a consideração do faseamento equivale a uma diminuição de cerca de 14% dos momentos máximos negativos e a um aumento de cerca de 80% dos momentos máximos positivos.

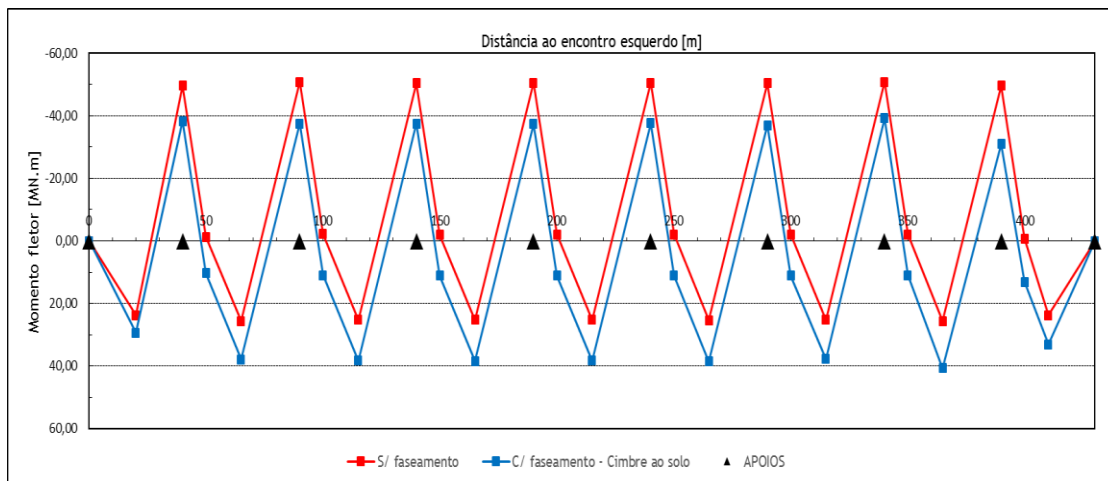


Figura 5.4 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo

No que concerne aos esforços finais, o gráfico da Figura 5.4 permite concluir que a consideração do faseamento construtivo conduz a uma diminuição de 26% dos momentos sobre os apoios e a um aumento de 48% dos momentos nos vãos. Com base na conjugação das Figuras 5.3 e 5.4, é ainda possível afirmar que os momentos negativos finais são cerca de 18% inferiores aos momentos negativos máximos que surgem durante a construção e os momentos positivos finais são cerca de 14% inferiores aos momentos positivos máximos.

5.2.2 Construção com recurso a viga de lançamento

O segundo processo construtivo considerado para a execução do viaduto foi o da viga de lançamento. Neste exemplo considerou-se que a viga apoiava na extremidade do troço já betonado e no pilar seguinte, desta forma o troço previamente executado deve suportar a ação do seu peso próprio e uma força resultante da reação da viga de lançamento (6800 KN). No contexto do processo de cálculo implementado a reação da viga de lançamento é aplicada no mesmo dia em que é aplicado o peso próprio do troço já executado e é removida no dia em que o troço a betonar já pode suportar o seu peso próprio.

De forma similar ao processo descrito na seção anterior, também se considera a execução de um vão e 20% do seguinte em cada fase

As Figuras 5.5, 5.6 e 5.7 apresentam a solução obtida com o programa de cálculo automático.

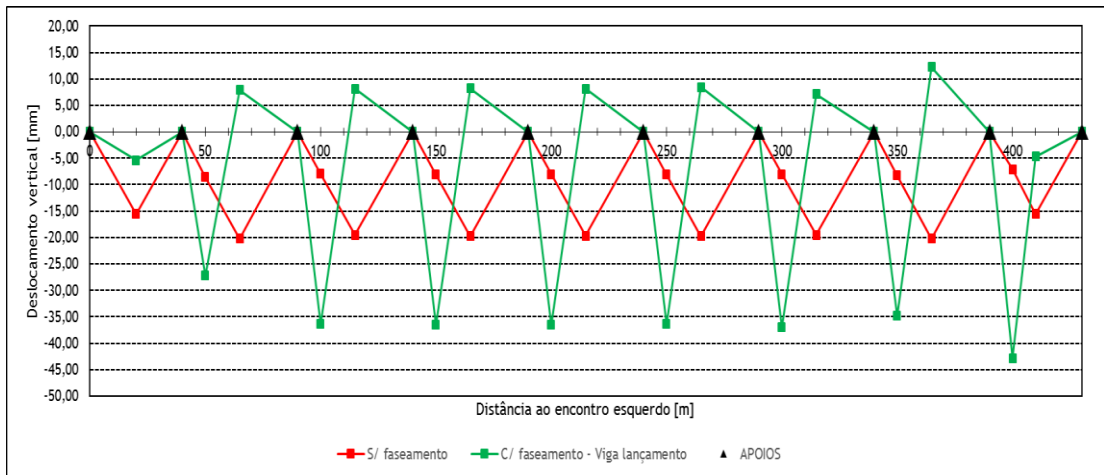


Figura 5.5 - Deformada da estrutura com e sem faseamento construtivo

Através da análise do gráfico da Figura 5.5 observa-se que o efeito do processo construtivo conduz a deslocamentos verticais ascendentes no meio vão dos vãos interiores. Pode também concluir-se que na secção da junta de betoneamento os deslocamentos devidos ao faseamento construtivo são cerca de 4,5 vezes superiores aos deslocamentos registados sem faseamento. Esta variação deve-se à aplicação nesta secção da reação da viga de lançamento, não sendo os deslocamentos provocados pela sua ação totalmente anulados quando esta é retirada.

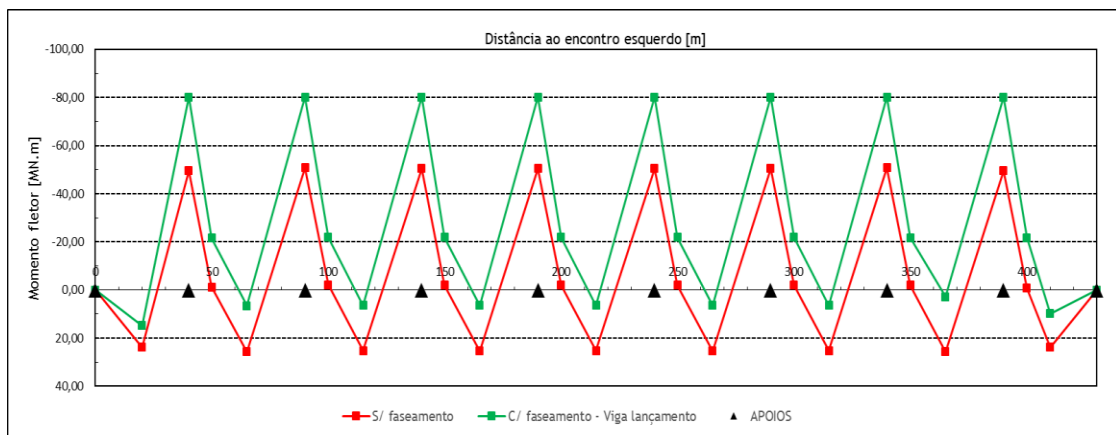


Figura 5.6 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo

Relativamente aos esforços máximos que surgem durante o processo construtivo é possível afirmar que a consideração do faseamento construtivo provoca um aumento de 60% dos momentos negativos e uma redução dos momentos positivos para cerca de um terço do valor obtido sem faseamento construtivo. A zona onde se localiza a junta de betoneamento apresenta momentos máximos negativos da ordem dos 21 MNm.

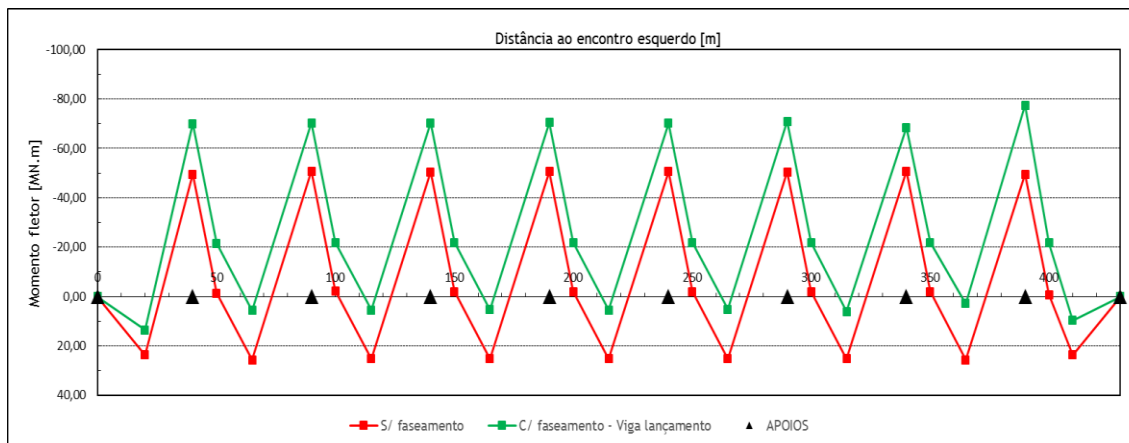


Figura 5.7 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo

De acordo com a Figura 5.7, os momentos negativos finais sobre os apoios registam um aumento de 95% comparativamente aos momentos obtidos sem faseamento construtivo. Por sua vez, os momentos positivos finais são cerca de um terço dos momentos positivos resultantes da análise sem faseamento construtivo. Através da comparação da envolvente de momentos fletores com o seu valor final pode afirmar-se que ocorre uma diminuição de 11% do momento negativo sobre os apoios e que não se verificam diferenças significativas nos momentos nas zonas do vão e da junta de betonagem.

5.2.3 Variação da posição da junta de betonagem

Na construção de pontes e viadutos com múltiplos vãos semelhantes é usual executar-se a junta de betonagem a cerca de 20% do vão. Este princípio baseia-se no facto desta zona coincidir no diagrama de momentos fletores com a secção de momentos nulos ou aproximadamente nulos. Apesar deste princípio ser válido quando considerado o diagrama de momentos fletores resultante de uma análise sem faseamento construtivo, o mesmo poderá não acontecer se for tido em consideração este efeito. Desta forma, o viaduto da Figura 5.1 foi analisado considerando a junta de betonagem a 25%, 20%, 15% e 10% do vão. Uma vez que o processo construtivo utilizado nesta análise foi o da viga de lançamento, para a hipótese da junta de betonagem a 20% do vão são válidos os resultados apresentados nas Figuras 5.5 e 5.6 e as considerações referidas na respetiva secção, não se repetindo assim a sua apresentação.

5.3.2.1 Junta a 25% do vão

As Figuras 5.8 e 5.9 apresentam, respetivamente, a envolvente e o diagrama de momentos fletores final considerando a junta de betonagem a 25% do vão.

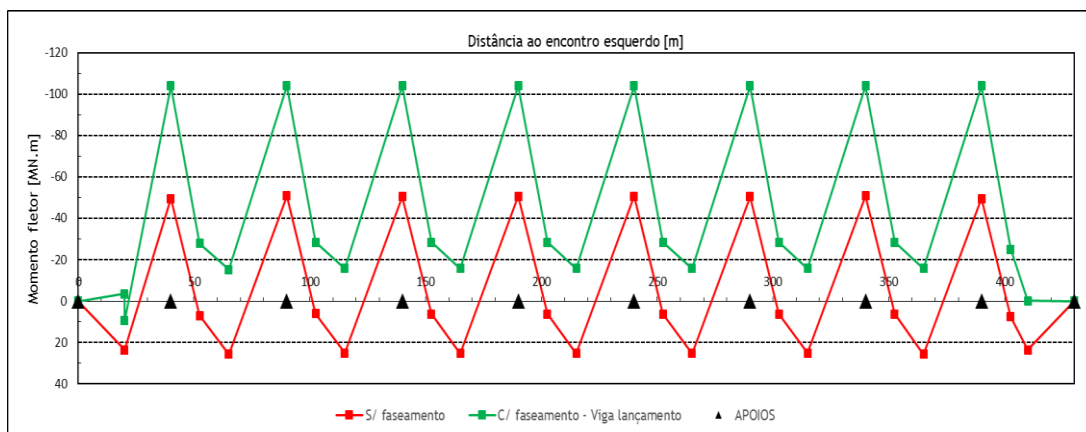


Figura 5.8 - Envolvente de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 25% do vão

A consideração da junta de betonagem a 25% do vão provoca um diagrama de momentos fletores negativo em toda a estrutura, como se pode observar na Figura 5.8. Desta forma, a envolvente de momentos fletores considerando o faseamento construtivo afasta-se bastante da situação sem faseamento construtivo. Na secção da junta de betonagem observam-se momentos máximos na ordem dos 28 MNm, enquanto que sobre os apoios se registam valores do momento fletor de cerca de 103 MNm.

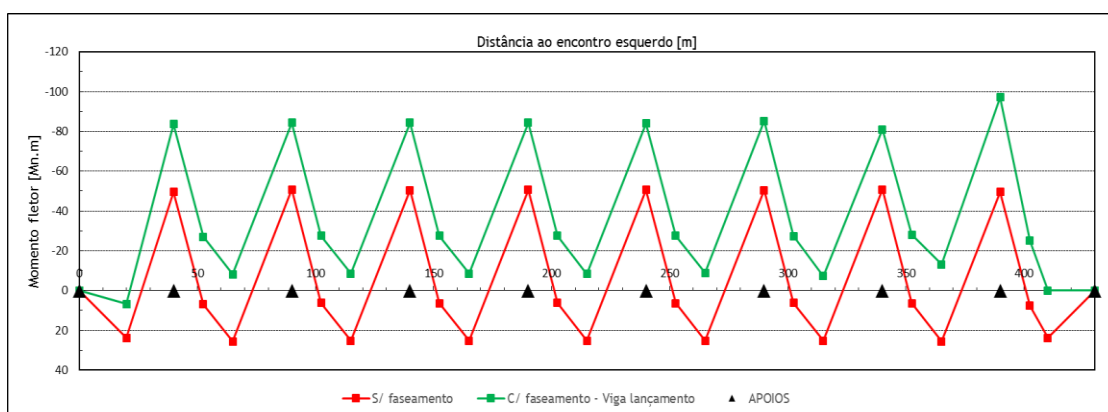


Figura 5.9 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 25% do vão

Em termos de esforços finais observa-se, comparativamente aos esforços máximos, uma redução de cerca de 17%, 44% e 4% dos momentos sobre os apoios, nos vãos e nas secções das juntas de betonagem.

5.2.3.2 Junta a 15% do vão

Nas Figuras 5.10 e 5.11 apresentam-se a envolvente e os momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 15% do vão.

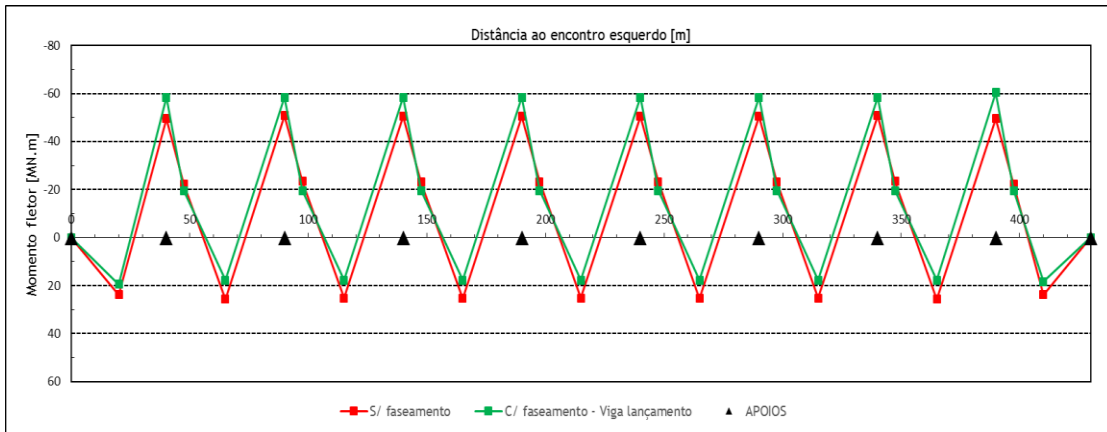


Figura 5.10 - Envoltória de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 15% do vão

De acordo com a Figura 5.10 a consideração da junta de betonagem a 15% do vão permite obter uma envoltória de esforços considerando o faseamento construtivo próxima do diagrama de momentos fletores resultante da não contabilização deste efeito. Nesta hipótese obtém-se um momento máximo negativo de 20 MNm na zona da junta de betonagem.

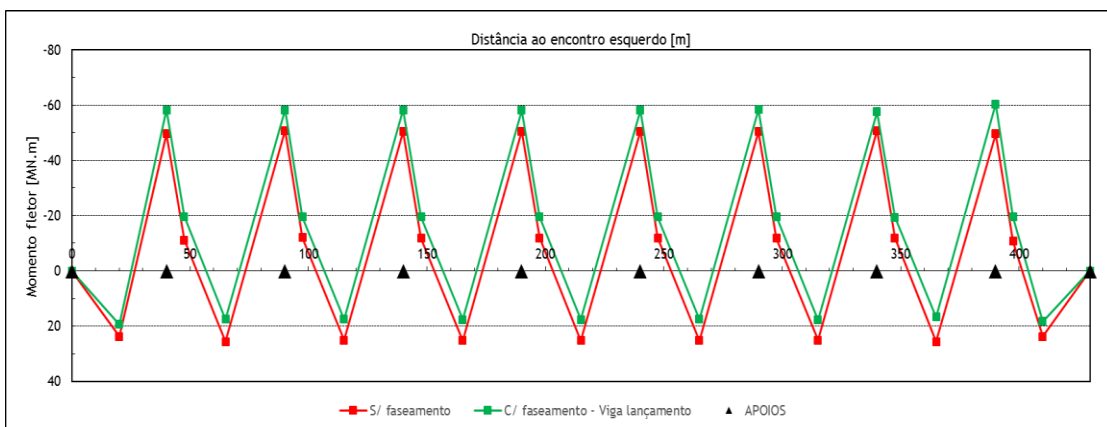


Figura 5.11 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 15% do vão

Relativamente ao diagrama de esforços finais não se registam alterações significativas em relação aos esforços máximos.

5.2.3.3 Junta a 10% do vão

Nesta secção apresentam-se os resultados obtidos para a os esforços de flexão no viaduto em análise considerando a junta de betonagem a 10% do vão. Assim, as Figuras 5.12 e 5.13 apresentam a envoltória e o diagrama de esforços finais.

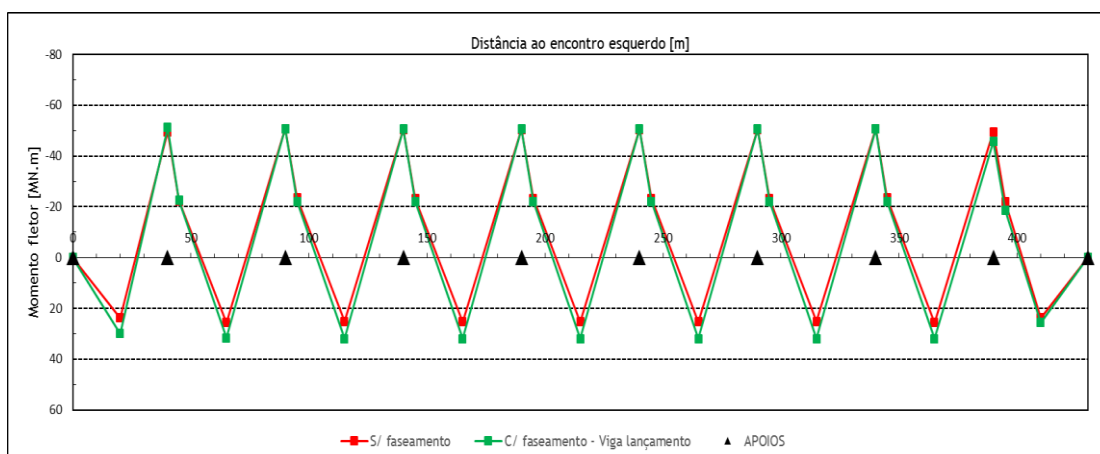


Figura 5.12 - Envolvente de momentos fletores para a hipótese da junta de betonagem a 10% do vão

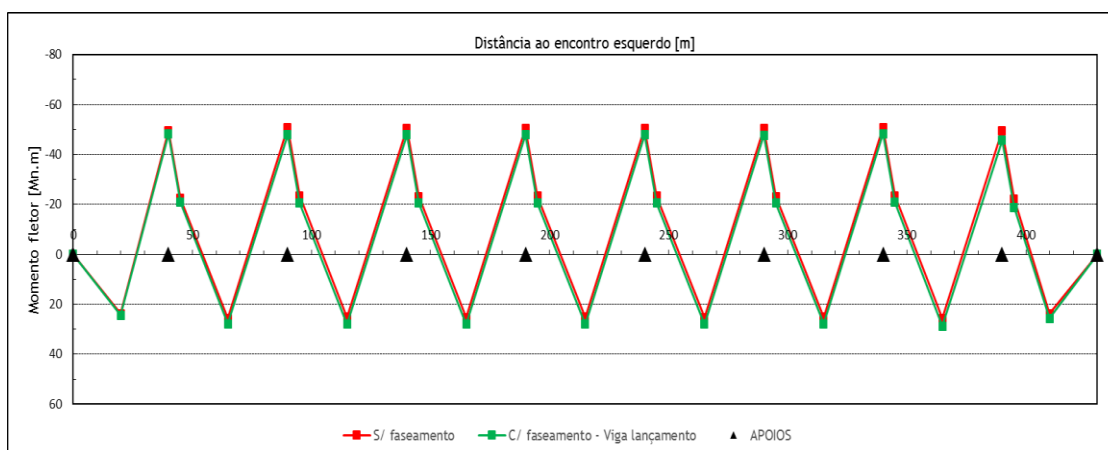


Figura 5.13 - Diagrama de momentos fletores finais para a hipótese da junta de betonagem a 10% do vão

Com base na análise das Figuras 5.12 e 5.13 observa-se que a execução da junta de betonagem a 10% do vão conduz a esforços de flexão similares quer se considere ou não o efeito do faseamento construtivo. Para além disso, a envolvente de momentos fletores também praticamente coincide com o diagrama de esforços finais. Nas secções das juntas de betonagem surgem momentos fletores máximos negativos da ordem dos 20 MNm.

5.2.3.4 Comparação das diferentes hipóteses

Com base na análise realizada nos pontos anteriores, observa-se que em nenhuma das hipóteses o diagrama de momentos fletores considerando o faseamento construtivo se aproxima de um valor nulo nas zonas das juntas de betonagem. Desta forma, é possível afirmar que a escolha

da posição da junta de betonagem deve ser realizada considerando as envolventes para as diferentes posições e adotando-se aquela que conduz a esforços menores, em valor absoluto, na secção em questão.

A Figura 5.14 apresenta a envolvente de momentos fletores para as diferentes hipóteses.

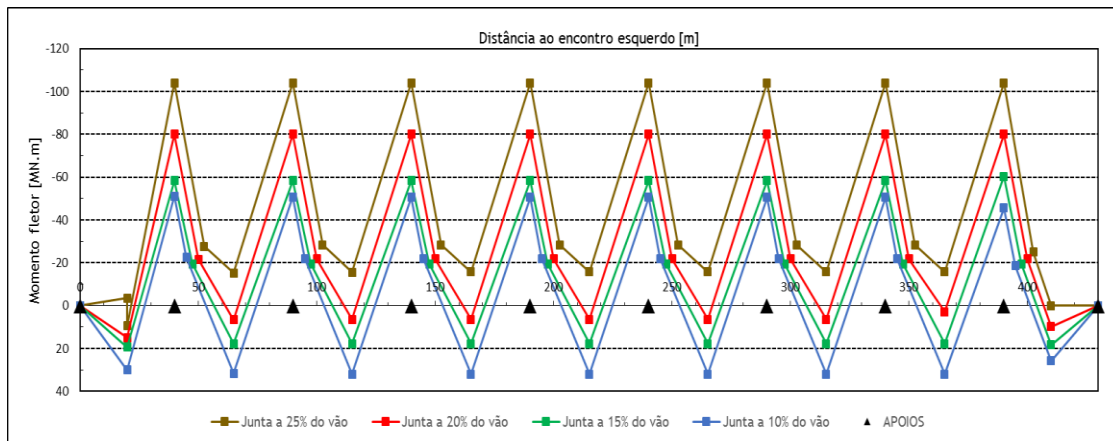


Figura 5.14 - Envolvente de momentos fletores para as diferentes posições da junta de betonagem

Com base na análise do gráfico apresentado observa-se que, para a estrutura em estudo, as posições que conduzem a esforços menores nas, respetivas, zonas da junta de betonagem são as hipóteses em que a junta se localiza a 20%, 15% e 10% do vão. Dentro destas possibilidades a que se considera mais viável é a da junta executada a 15% do vão, uma vez que é a hipótese cuja relação entre os momentos positivos e negativos conduz a uma solução mais económica.

5.3 Edifícios

Na análise estrutural de edifícios de grande altura para além das ações diretamente aplicadas sobre a estrutura é necessário ter em consideração os efeitos resultantes do faseamento construtivo. Assim, foi definido um exemplo em que foi analisado o efeito do faseamento construtivo em edifícios de 15, 30, 45 e 60 pisos.

Ainda no âmbito dos edifícios foi considerado um exemplo em que se pretende simular o desmantelamento de uma estrutura deste tipo. Este tipo de processo pode implicar grandes riscos de segurança durante a sua execução. Desta forma, é relevante conhecer de que forma variam os esforços ao longo do desmantelamento, para que se possa realizar de forma coerente e pormenorizada um projeto de execução.

5.3.1 Estudo dos efeitos do faseamento construtivo em edifícios de 15, 30, 45 e 60 pisos

Com o intuito de realizar uma análise comparativa entre os diferentes edifícios, definiu-se que estes apresentam o mesmo modelo geométrico, as mesmas secções transversais e se encontram sujeitas às mesmas ações. Apesar desta hipótese poder conduzir a um sobredimensionamento dos edifícios com menor número de pisos, também permite comparar de forma direta os resultados obtidos para um piso comum aos diferentes edifícios.

Na Figura 5.15 apresenta-se o modelo geométrico do primeiro piso, repetindo-se este por todos os outros pisos.

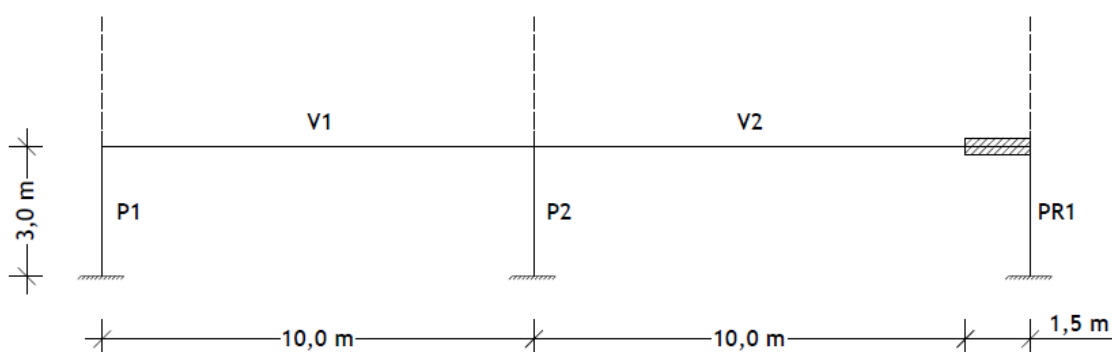


Figura 5.15 - Modelo geométrico dos diferentes edifícios

No que concerne às secções transversais consideram-se três tipos diferentes de secções para as vigas e pilares, uma secção transversal constante para parede e uma secção transversal para o troço rígido (entre a face da parede e o seu eixo). Na Figura 5.16 apresentam-se as propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais, assim como os intervalos dos pisos em que as secções das vigas e pilares variam.

		Piso 1 - Piso 8		Piso 9 - Piso 24		Piso 25 - Piso 60		Parede	Troço rígido
		Vigas	Pilares	Vigas	Pilares	Vigas	Pilares		
h	[m]	1,00	1,20	0,75	0,60	0,75	0,30	3,00	3,00
b	[m]	0,50	1,20	0,40	0,60	0,30	0,30	0,30	0,30
A	[m ²]	0,50	1,44	0,30	0,36	0,23	0,09	0,90	0,90
I	[m ⁴]	4,17E-02	1,70E-01	1,41E-02	1,08E-02	1,05E-02	6,75E-04	6,80E-01	6,80E-01
E	[GPa]	30							

Figura 5.16 - Propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais dos edifícios

Em termos de ações sobre a estrutura, considera-se nos elementos verticais a atuação do peso próprio como uma ação uniformemente distribuída segundo o seu eixo longitudinal.

Relativamente às vigas considera-se a atuação do respetivo peso próprio e de uma reação proveniente das lajes anexas ao pórtico-parede, a Figura 5.17 apresenta uma síntese das ações referidas.

	Piso 1 - Piso 8	Piso 9 - Piso 24	Piso 25 - Piso 60
	[kN/m]	[kN/m]	[kN/m]
Pilares	36,00	9,00	2,25
Vigas	76,50	71,50	58,40
Parede	22,50	22,50	22,50

Figura 5.17 - Síntese das ações atuantes sobre os elementos estruturais

O faseamento construtivo dos edifícios foi considerado admitindo que numa primeira fase são executados os pilares, a parede e o troço rígido de um determinado piso e numa fase posterior as vigas acima desses elementos. No que concerne às ações considerou-se que as que se encontram aplicadas sobre os elementos verticais atuam a partir do instante em que o respetivo elemento é construído e que as ações sobre as vigas atuam 7 dias após a sua construção. Uma vez que se considera que os edifícios são construídos através do escoramento dos pisos, após a betonagem de um determinado piso as ações sobre ele aplicadas são consideradas no piso anterior. Esta ação é removida a partir do instante em que o piso em questão pode suportar as próprias ações (7 dias após a sua construção).

Com base nos dados referidos, os diferentes edifícios foram analisados com e sem faseamento construtivo através do programa de cálculo automático. Seguidamente, apresentam-se os resultados obtidos para os deslocamentos e esforços de flexão no último piso e no 10º piso de cada um dos edifícios.

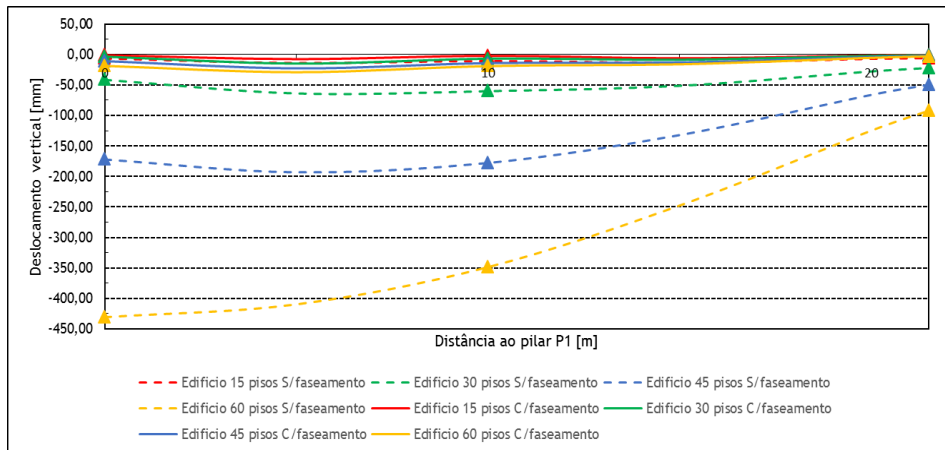


Figura 5.18 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo dos diferentes edifícios

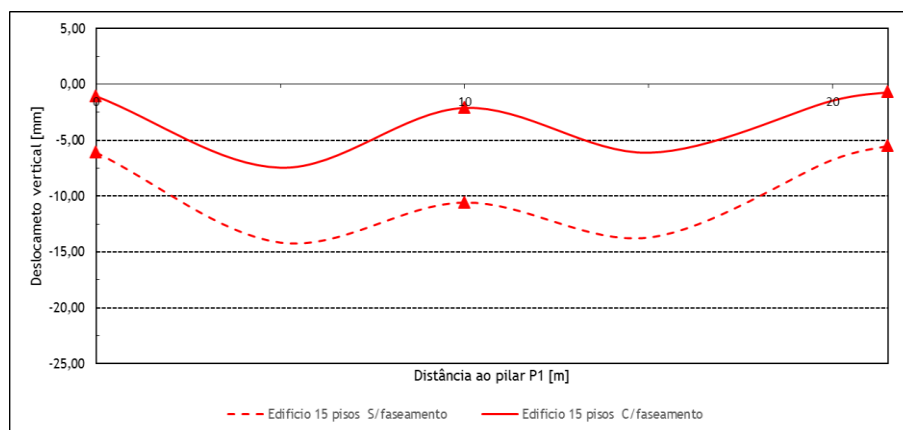


Figura 5.19 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 15 pisos

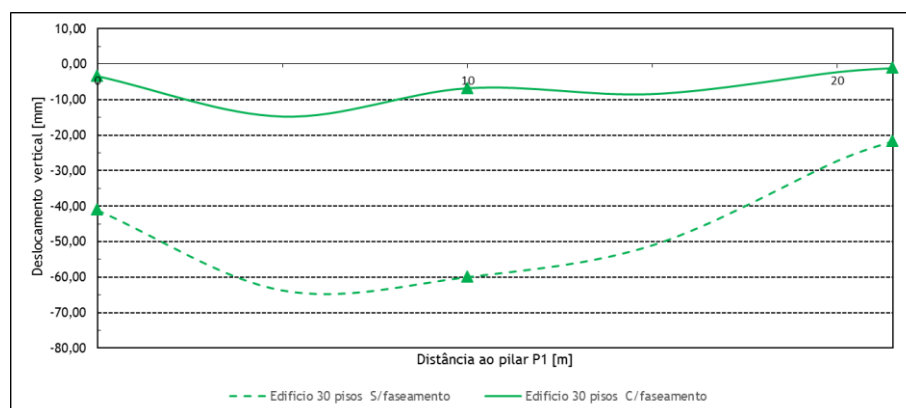


Figura 5.20 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 30 pisos

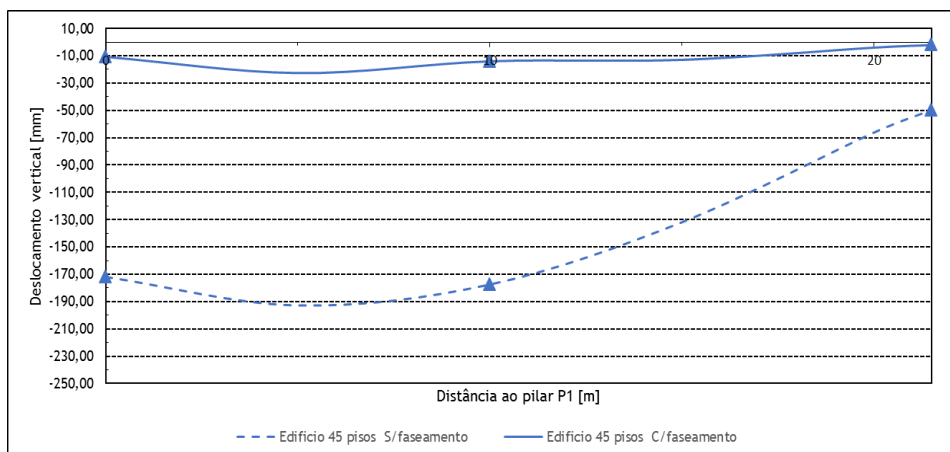


Figura 5.21 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 45 pisos

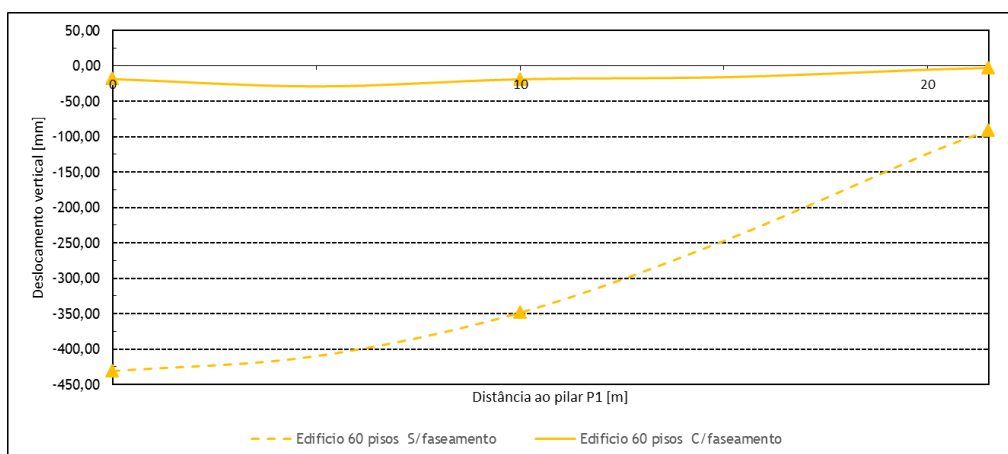


Figura 5.22 - Deformada do último piso com e sem faseamento construtivo de um edifício de 60 pisos

Através da análise das Figuras 5.18 a 5.22 pode concluir-se que os efeitos do faseamento construtivo nos deslocamentos no último piso aumentam com o número de pisos do edifício. Esta constatação vai de encontro ao exposto em [5].

Pode também afirmar-se que a não consideração do faseamento construtivo em estruturas que combinem elementos verticais de diferente rigidez conduz a deslocamentos relativos entre os diferentes elementos verticais, que conseqüentemente introduzirão esforços na estrutura. Este efeito também aumenta com o número de pisos do edifício.

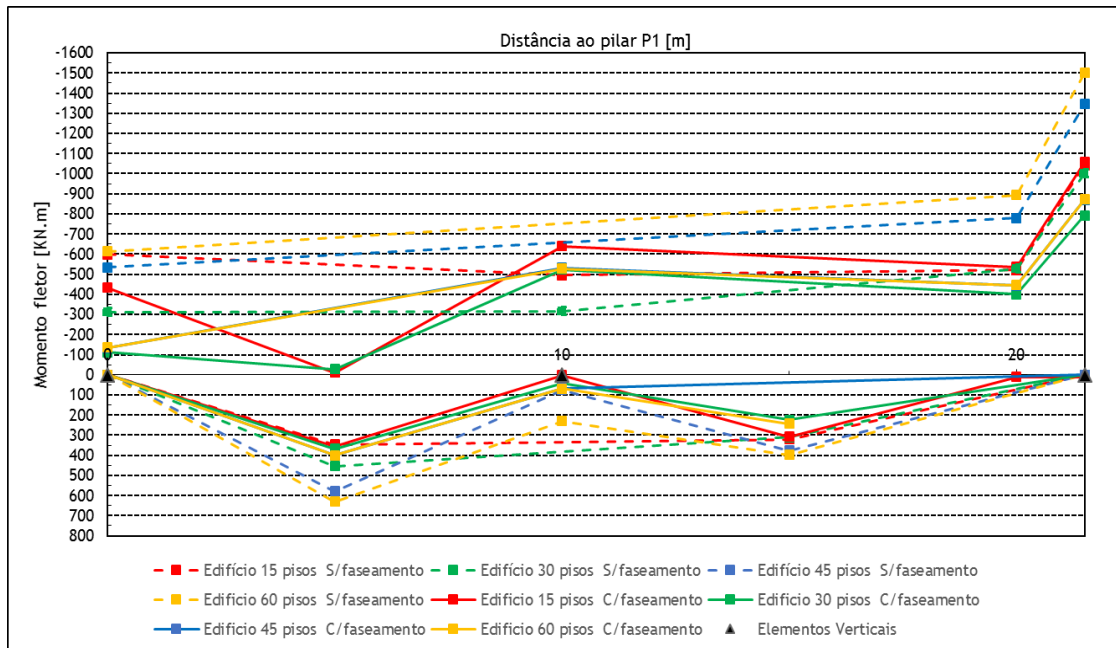


Figura 5.23 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no último piso dos diferentes edifícios

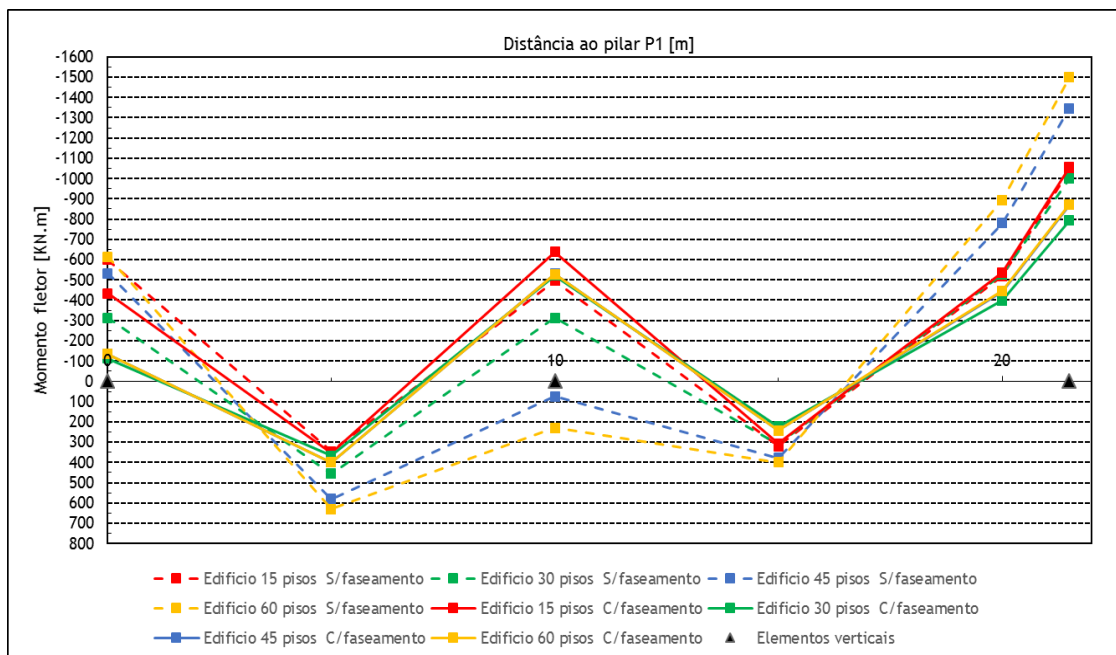


Figura 5.24 - Diagrama de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no último piso dos diferentes edifícios

Com base na análise das Figuras 5.23 e 5.24 relativas, respetivamente, à envolvente e ao diagrama de momentos fletores final no último piso verifica-se que apenas se for tido em consideração o faseamento construtivo se aproximam os esforços no último piso dos diferentes

edifícios. Também neste caso os resultados obtidos pelo programa de cálculo vão de encontro ao exposto em [5].

Pode também observar-se que a não consideração dos efeitos do faseamento construtivo provoca, nos edifícios de maior número de pisos (45 e 60 pisos), o aparecimento de momentos positivos sobre o pilar P2. Este facto deve-se à existência de assentamentos diferenciais entre os vários elementos verticais.

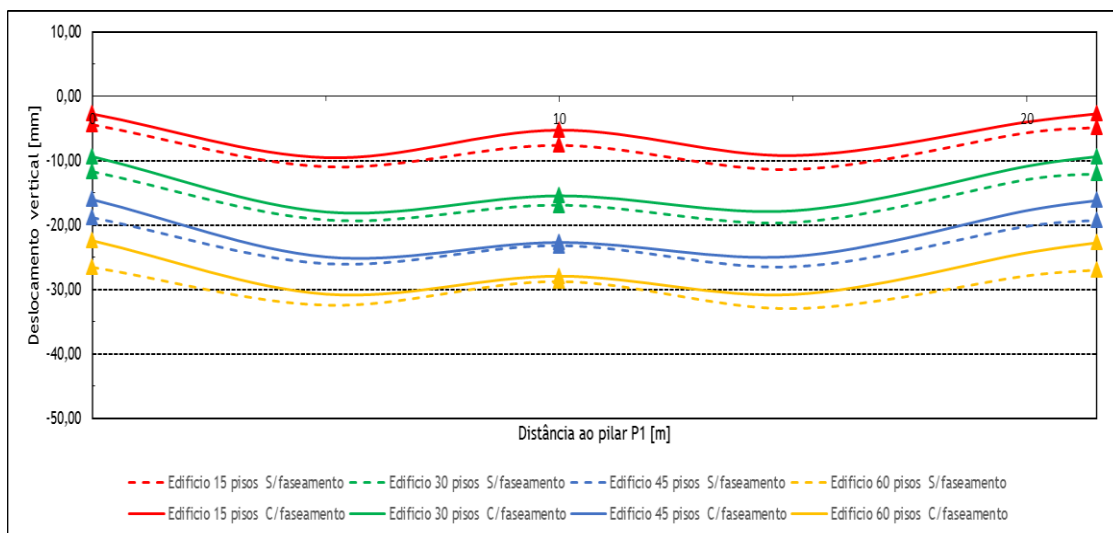


Figura 5.25 - Deformada do 10º piso com e sem faseamento construtivo dos diferentes edifícios

Relativamente aos deslocamentos no 10º piso dos diferentes edifícios, a Figura 5.25 permite concluir que os efeitos do faseamento construtivo não dependem da posição relativa do piso mas sim da absoluta. Consta-se também que o efeito do faseamento é menor nos pisos inferiores, podendo não constituir qualquer relevância na análise de edifícios correntes.

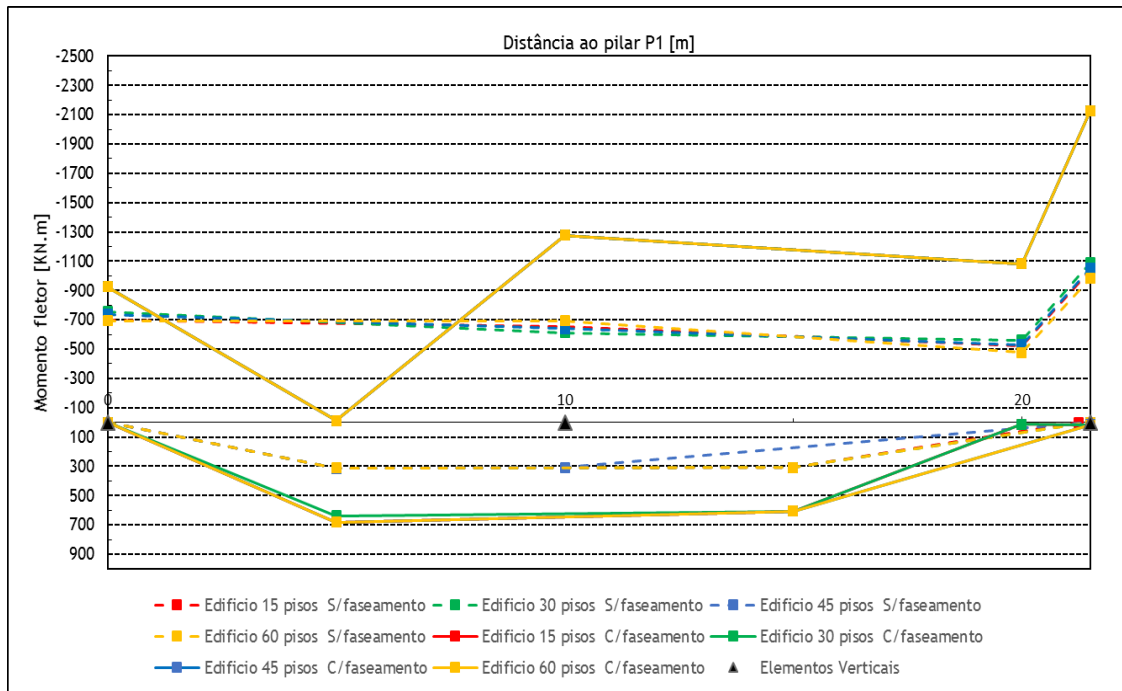


Figura 5.26 - Envolvente de momentos fletores com e sem faseamento construtivo no 10º piso dos diferentes edifícios

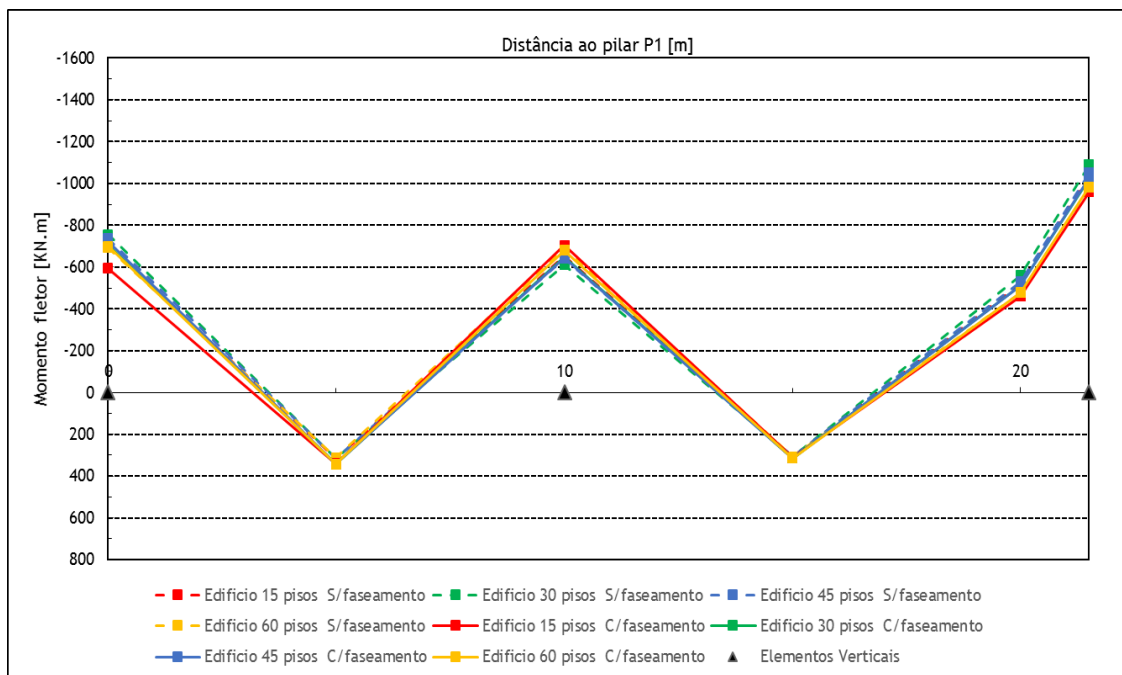


Figura 5.27 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso dos diferentes edifícios

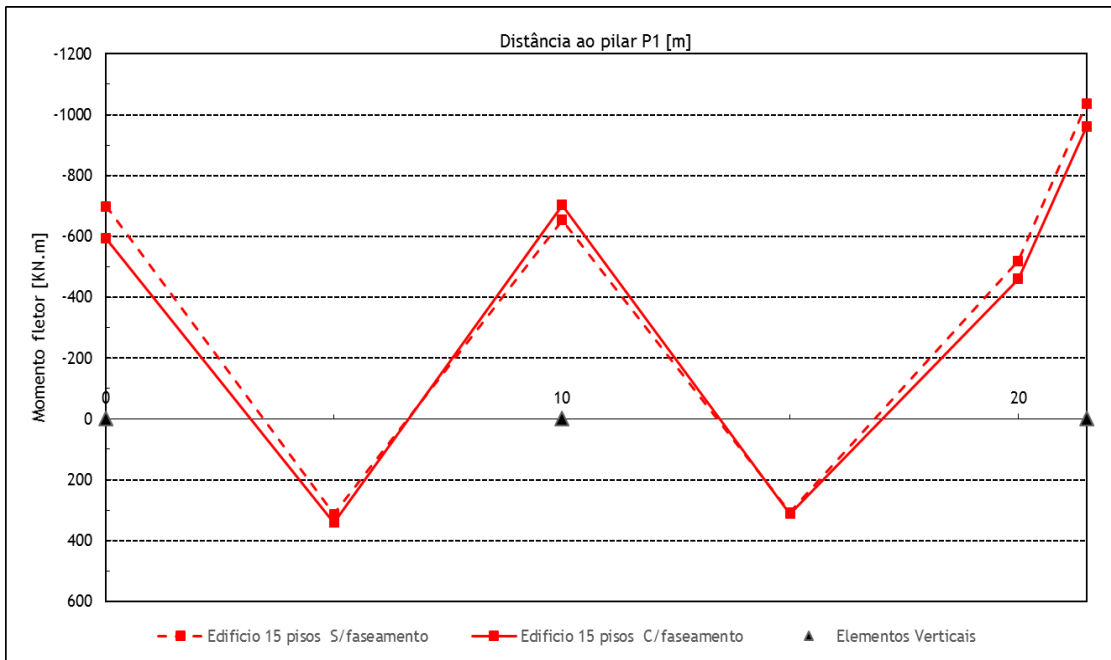


Figura 5.28 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso de um edifício de 15 pisos

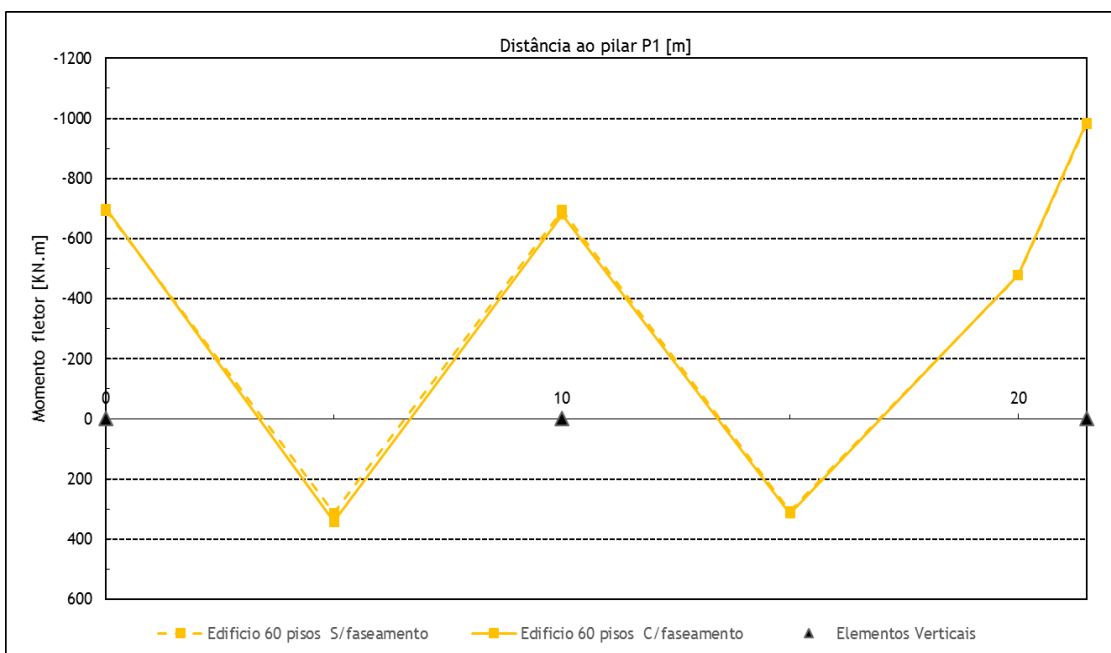


Figura 5.29 - Diagrama de momentos fletores finais com e sem faseamento construtivo no 10º piso de um edifício de 60 pisos

Através da análise das Figuras 5.27, 5.28 e 5.29, constata-se que quanto maior for o número de pisos a construir acima de um determinado piso menores serão as consequências do faseamento construtivo. Estes resultados encontram-se em concordância com o apresentado em [5]. A envolvente de esforços, da Figura 5.26, permite também observar a ocorrência de inversões de momentos na zona do meio vão das vigas e na parede, durante o processo construtivo.

5.3.2 Estudo do processo de desmantelamento de um edifício

Para a análise deste exemplo, considerou-se um edifício de três pisos em que no primeiro existe uma viga pré-esforçada. A viga em questão é constituída por três cabos pré-esforçados, um parabólico e dois poligonais, que pretendem contrariar o efeito das ações aplicadas sobre o primeiro, segundo e terceiro pisos, respetivamente. O efeito do pré-esforçado é simulado, de forma simplificada, fazendo atuar sobre a estrutura as respetivas cargas equivalentes.

A Figura 5.30 apresenta o modelo geométrico do edifício.

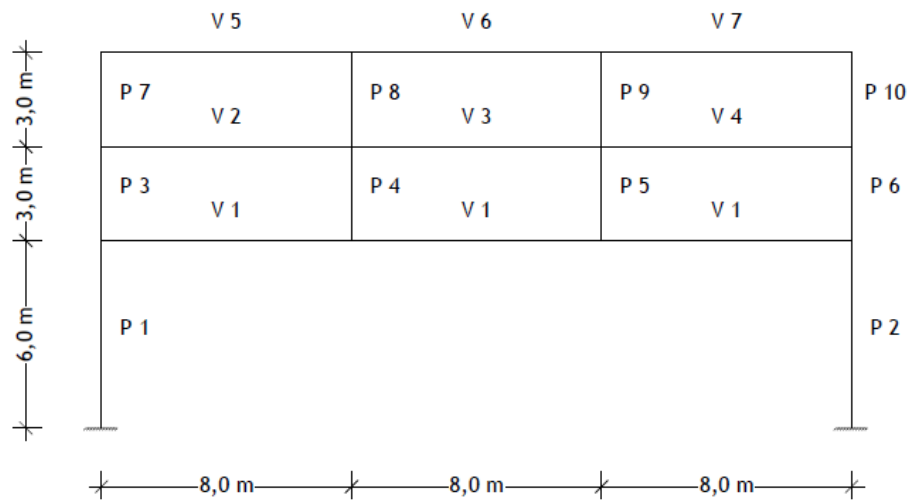


Figura 5.30 - Modelo geométrico do edifício em análise

Para além de se simular o desmantelamento do edifício foi também considerado o processo construtivo do mesmo. Assim, definiu-se que em cada piso eram executados em primeira instância os pilares e posteriormente as vigas. Durante o processo construtivo os pisos são escorados, sendo o seu peso próprio suportado pelo piso anterior. Quando o escoramento é retirado são esticados os cabos de pré-esforços correspondentes ao piso em questão. No desmantelamento do edifício considerou-se a remoção do 3º e 2º pisos, em instantes diferentes.

Na Figura 5.31 apresentam-se as propriedades geométricas e mecânicas das vigas e pilares da estrutura.

		1º Piso		2º e 3º Pisos	
		Vigas	Pilares	Vigas	Pilares
h	[m]	1,20	1,40	0,70	1,20
b	[m]	0,50	0,50	0,30	0,30
A	[m ²]	0,60	0,70	0,21	0,36
I	[m ⁴]	7,20E-02	1,14E-01	8,58E-03	4,32E-02
E	[GPa]	30			

Figura 5.31 - Propriedades geométricas e mecânicas das secções transversais dos elementos estruturais

As ações consideradas na análise da estrutura foram o peso próprio dos elementos estruturais e, no caso das vigas, uma ação resultante das lajes por elas suportadas. As forças equivalentes ao pré-esforço correspondem a 90% da ação aplicada no 1º piso, no caso do cabo parabólico, e a uma ação igual ao valor do peso dos pisos superiores que é descarregado nos pilares interiores, para os cabos poligonais. Para além disso, foram consideradas nas extremidades da viga as forças resultantes da aplicação do pré-esforço. Nas Figuras 5.32 e 5.33 apresentam-se, respetivamente, o valor das ações devidas ao peso dos elementos estruturais (vigas, pilares e lajes) e as ações equivalente ao pré-esforço.

	1º Piso	2º e 3º Pisos
	[KN/m]	[KN/m]
Pilares	17,50	9,00
Vigas	65,00	55,00

Figura 5.32 - Síntese da ações aplicadas sobre as vigas e pilares dos diferentes pisos

Cabo parabólico			Cabos poligonais		
Acção equivalente	Resultantes		Acção equivalente	Resultantes	
	Força OX	Força OY		Força OX	Força OY
[KN/m]	[KN]	[KN]	[KN]	[KN]	[KN]
60	9440	720	444	7893	444

Figura 5.33 - Síntese das ações equivalentes à aplicação do pré-esforço

Com base nos dados referidos a estrutura foi calculada através do programa de cálculo automático, obtendo-se o valor dos deslocamentos e esforços na viga do primeiro piso após a construção e para as diferentes fases do desmantelamento.

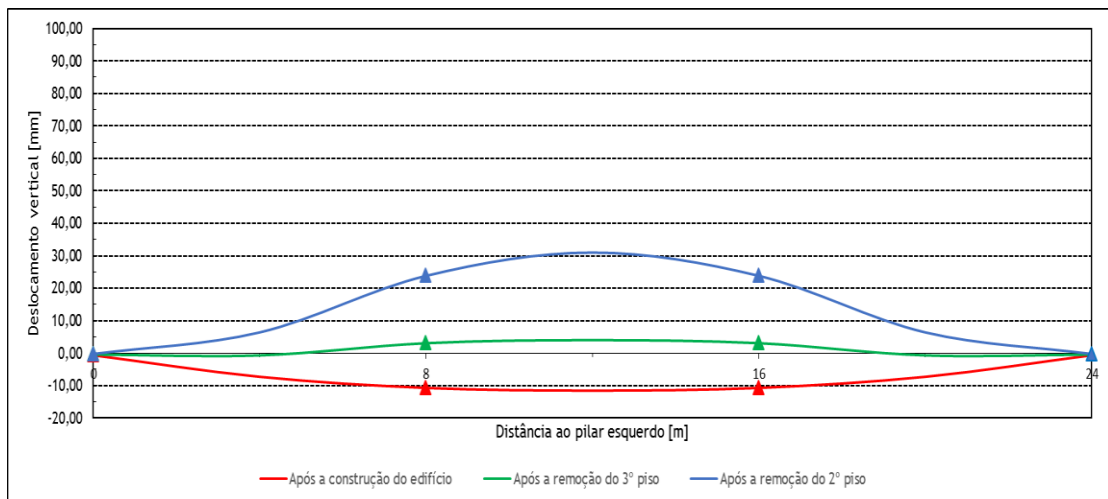


Figura 5.34 - Deformada da viga pré-esforçada para as diferentes etapas do desmantelamento

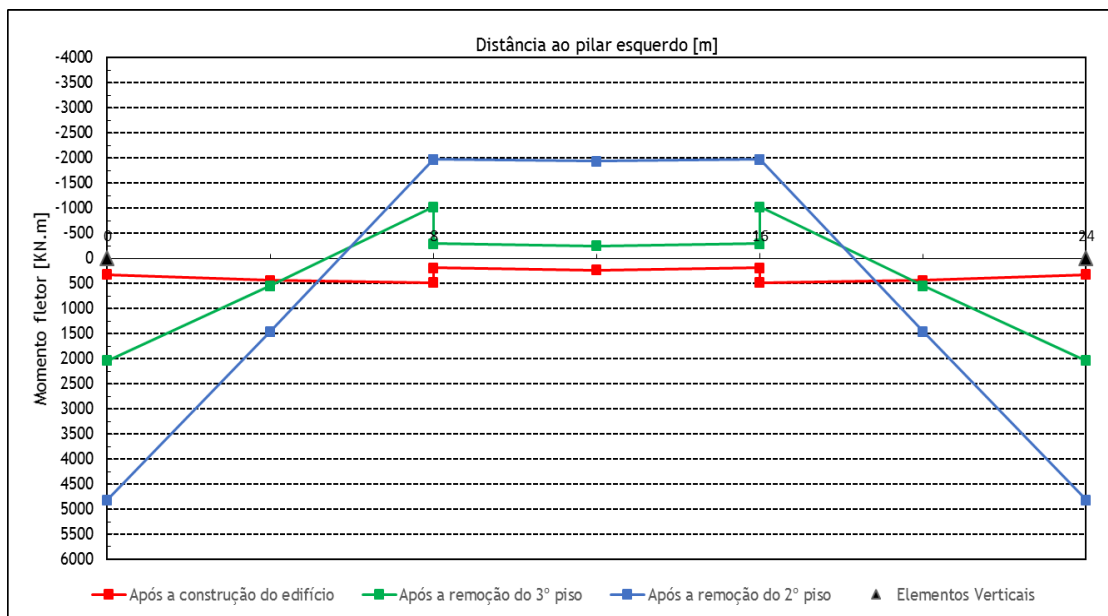


Figura 5.35 - Diagrama momentos fletores na viga pré-esforçada para as diferentes etapas do desmantelamento

A análise da deformada e do diagrama de momentos fletores apresentados, permite constatar que a remoção dos pisos superior sem o alívio do pré-esforço conduz a uma inversão dos deslocamentos e momentos no vão viga. Em termos absolutos registam-se valores do momento fletor negativo, após a remoção dos dois pisos, quatro vezes superiores ao momento máximo positivo antes do processo de desmantelamento.

Uma vez que os cabos de pré-esforço se encontram aderentes com o betão que constitui a viga, não é possível aliviar os cabos durante o processo de remoção dos pisos. Desta forma, comprava-se que este tipo de operação não constitui uma tarefa trivial, requerendo uma análise cuidada.

5.4 Estudo da influência dos efeitos diferidos no tempo devido à fluência e retração do betão

Os efeitos diferidos ao longo do tempo devido à fluência e retração do betão constituem uma ação indireta sobre as estruturas, podendo ter grande influência nos esforços a longo prazo das mesmas. No exemplo seguinte pretende-se analisar uma viga contínua de dois tramos sujeita aos efeitos diferidos, a uma carga uniformemente distribuída de 20 kN/m e a um assentamento de apoio de 10 mm no apoio intermédio. Considera-se que a estrutura se encontra inserida num ambiente com uma percentagem de humidade relativa de 80%.

Na Figura 5.36 e no Quadro 5.2 apresentam-se, respetivamente, a geometria da estrutura e as propriedades geométricas da secção transversal.

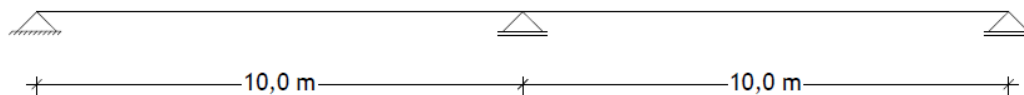


Figura 5.36 - Modelo geométrico da estrutura

Quadro 5.2 - Propriedades geométricas da secção transversal

h	[m]	0,50
b	[m]	1,20
A	[m ²]	0,60
I	[m ⁴]	7,20E-02
u_s	[m]	-0,60
u_i	[m]	0,60
μ	[m]	3,40

No Quadro 5.3 apresentam-se as propriedades do material que constitui a estrutura:

Quadro 5.3 - Propriedades do material

f_{ck}	[Mpa]	30
α	[°/C]	1,00E-05
E	[GPa]	30
Classe cimento	[-]	R

Com base nos dados apresentados, a estrutura foi analisada através do programa de cálculo automático obtendo-se os resultados apresentados na Figura 5.37. Note-se que as condições de apoio definidas para a estrutura permitem que ocorram deformações longitudinais sem que sejam gerados esforços. Desta forma, a deformação por retração não terá qualquer influência nos esforços.

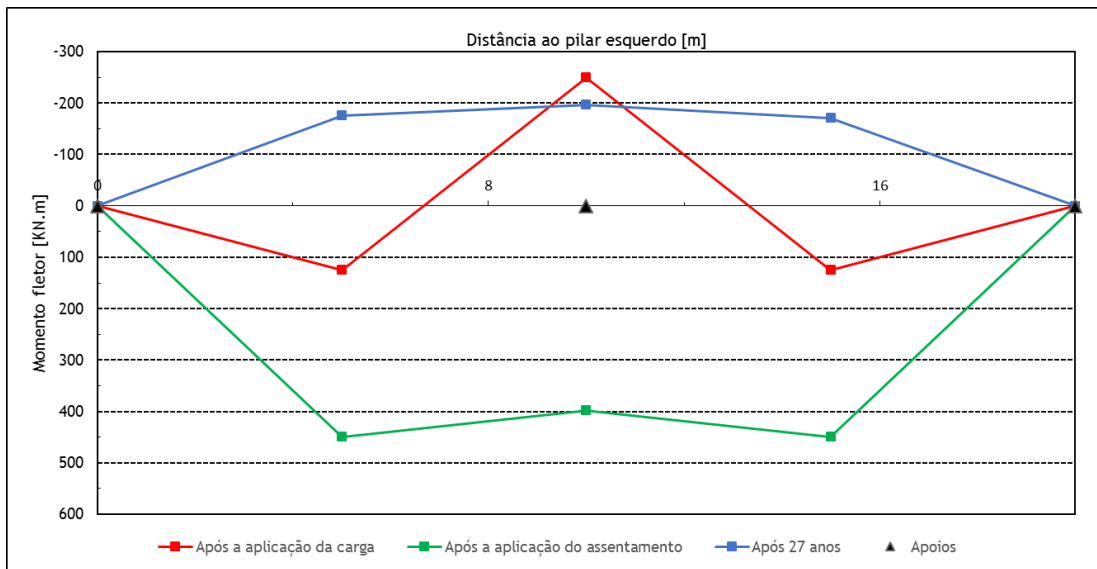


Figura 5.37 - Diagrama de momentos fletores para a diferentes fases de carregamento

Através da análise da Figura 5.37, observa-se que a consideração da deformação por fluência faz com que o momento fletor no apoio intermédio, que era positivo após o assentamento de apoio, se aproxime a longo prazo do momento inicial resultante da carga uniformemente distribuída. Apesar deste resultado ser expectável, o valor obtido para o momento fletor no vão não é coerente. Para que os resultados obtidos se pudessem considerar fiáveis, após a deformação por fluência devia-se manter a mesma flecha sobre o apoio e no vão, como esquematizado na Figura 5.38.

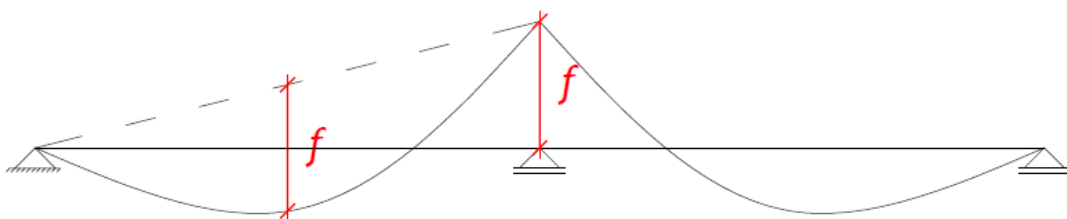


Figura 5.38 - Relação entre a flecha sobre o apoio e no vão

Capítulo 6 - Conclusões

6.1 Considerações finais

Os resultados obtidos, com o programa de cálculo automático desenvolvido no âmbito do presente trabalho, para os exemplos de aplicação apresentados demonstram a influência do faseamento construtivo na análise de estruturas de grandes dimensões e complexidade. Comprova-se que a não consideração dos efeitos do faseamento construtivo conduz a resultados distintos do real comportamento destas estruturas. Os resultados permitem também validar o modelo de análise desenvolvido.

Nos edifícios altos os efeitos do faseamento construtivo nos pisos superiores podem inclusive provocar uma mudança de sinal nos esforços de flexão.

A versatilidade na análise de diferentes tipos de estruturas reticuladas constitui uma mais-valia do programa de cálculo automático desenvolvido, destacando-se a liberdade conferida ao utilizador na simulação de diferentes processos e etapas construtivas.

O estudo da posição da junta de betonagem em pontes ou viadutos de múltiplos vãos semelhantes permite demonstrar que a utilidade do programa de cálculo não se resume à análise dos processos e modelos estruturais convencionais, podendo ser utilizado no estudo de novos processos construtivos e soluções estruturais.

Relativamente aos efeitos diferidos no tempo devido à fluência e retração do betão, apesar dos resultados obtidos com o programa de cálculo ainda não oferecerem total fiabilidade, pode considerar-se que a abordagem realizada a esta temática constitui um princípio base para análises futuras destes efeitos.

Como conclusões específicas da aplicação dos diferentes exemplos reporta-se para a discussão de resultados apresentada no capítulo 5.

6.2 Propostas para desenvolvimento futuro

Durante a realização deste trabalho surgiram várias questões que, por limites de tempo, não puderam ser implementadas no programa desenvolvido. Consideram-se algumas sugestões para eventuais desenvolvimentos futuros no domínio em que se enquadra o presente trabalho.

No contexto do programa de cálculo automático, para além da otimização da introdução de dados e análise de resultados, enumeram-se alguns aspetos que poderão ser incluídos em novas versões:

- a) Consideração de outro tipo de ligações nodais;
- b) Criação de um modelo de análise tridimensional;
- c) Consideração da não linearidade geométrica.

Bibliografia

- [1] Freitas, João António Teixeira de; Carlos Tiago. *Análise Elástica de Estruturas Reticuladas*. Lisboa : Instituto Superior Técnico, 2014.
- [2] Tavares, Segadães. *Análise matricial de estruturas*. 2°. Lisboa : Laboratório Nacional de Engenharia Civil, 2012. p. 254. 978-972-49-1175-5.
- [3] Martha, Luiz Fernando. *Métodos Básicos da Análise de Estruturas*. Rio de Janeiro : Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. p. 328.
- [4] Cruz, Paulo J. S. Um novo modelo para a análise não linear e diferida de estruturas evolutivas. Parte I: Descrição geral. 1995, pp. 5-16.
- [5] Tavares, A. Segadães, Tavares, João e Gonçalves, Filipe. Workshop Edifícios de Grande Altura - Acções características/comportamento. [Online] 2009. [Citação: 10 de Maio de 2014.] <http://www.sta-eng.com/DOCUMENTOS/ARTIGOS/0-WORKSHOP%20-%20EDIFICIOS%20GRANDE%20ALTURA.pdf>.
- [6] Bennetts, I.D.; Kowalczyk, Ryszard M.; Sinn, Robert; Kilmister, Max R.; Council on Tall Buildings and Urban Habitat. Committee 3. *Structural Systems for Tall Buildings*. New York : McGraw-Hill, 1995. p. 422. 0-07-012541-4.
- [7] Clerman, Norman S e Spector, Walter. *Modern Fortran: style and usage*. Cambridge : Cambridge University Press, 2012. p. 334. 978-0-521-51453-8.
- [8] Ghali, A. e Neville, A.M. *Structural Analysis - A Unified Classical and Matrix Approach*. 2°. London : Chapman and Hall Ltd, 1978. p. 779. 0470993316.
- [9] Negrão, J.H. *Estática Aplicada para Engenharia Civil e Arquitectura*. [ed.] do autor. Coimbra : Negrão, J. H., 2006. p. 260.
- [10] Ferraz, Miguel Ângelo Carvalho. Um modelo de análise para o estudo de pontes como estruturas evolutivas. Porto : Universidade do Porto, 2001. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil.
- [11] Machado, Cristina Ferreira Xavier de Brito. *Processos construtivos de pontes de betão de médio vão*. Lisboa : Instituto Superior Técnico, 1993.
- [12] Martins, Octávio Manuel Leite Peres. *Modelo virtual de simulação visual da construção de pontes executadas por lançamento incremental*. Lisboa : Instituto Superior Técnico, 2009. Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil, p. 100.
- [13] Leonhardt, F. *Construções de Concreto: Princípios básicos da construção de pontes de concreto*. [trad.] João Luís Escosteguy Merino. Rio de Janeiro : Interciência LTDA., 1979. p. 241. Vol. VI. 9788571933378.
- [14] Montoya, Pedro Jiménez, Meseguer, Álvaro García e Cabré, Francisco Morán. *Hormigón Armado*. 14°. Barcelona : Gustavo Gili, SA, 2000. p. 844. 84-252-1825-X.
- [15] Naaman, Antoine E. *Prestressed Concrete Analysis and Design: Fundamentals*. 2°. Ann Arbor : Techno Press 3000, 2004. p. 1072. 0-9674939-1-9.
- [16] Lapko, Andrzej. *Mechanics and Design of Reinforced Concrete Members in the Light of Eurocode 2*. Covilhã : Universidade da Beira Interior, 1996. p. 295. 972-9209-54-5.

- [17] Nilson, Arthur H., Darwin, David e Dolan, Charles W. *Design of Concrete Structures*. 13°. New York : The McGraw-Hill Companies, 2003. p. 783. 0072483059.
- [18] NP EN 1992-1-1. Eurocódigo 2 - Projeto de estruturas de betão. Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios. Caparica : IPQ, 2010, p. 259.
- [19] Mourachev, V., Sigalov, E. e Baikov, V. *Construções de betão armado*. [trad.] H. Fabères dos Santos Leite. Porto : Lopes da Silva, 1980. p. 768.
- [20] Silva, Vitor Dias da Silva. *Mecânica e Resistência dos Materiais*. 3°. Coimbra : Zuari, 2004. p. 476. 972-98155-1-8.
- [21] Watkins, David S. *Fundamentals of Matrix Computations*. Canada : John Wiley and Sons, Inc., 1991. p. 449. 0-471-54601-1.
- [22] Duque, J. Sebenta de Matemática Computacional. *Acessível no Departamento de Matemática*. Covilhã : Universidade da Beira Interior, 2008.
- [23] Conte, Samuel D. e Boor, Carl de. *Elementary numerical analysis: An algorithmic approach*. Singapore : McGraw-Hill Inc., 1981. p. 432. 0-07-012447-7.
- [24] Hinton, E. e Owen, D.R.J. *Finite Element Programming*. London : Academic Press Inc., 1977. p. 305. 0 12 349350 1.
- [25] Autodesk AutoCAD, 2012. [Online] <http://www.autodesk.com/education/free-software/autocad>.
- [26] JAVA. [Online] <http://www.oracle.com/technetwork/java/javase/downloads/index.html>.

Anexo A.1

Exemplo de um ficheiro de introdução de dados

Anexo A.2

Exemplo de um ficheiro de saída de dados

Anexo A.3

Exemplo de um ficheiro de resultados

Anexo A.4

Identificação de erros diagnosticados pela rotina CHECK

Anexo A.5

Listagem de variáveis