

Capítulo 5 – Conclusão

Neste capítulo pretende-se dar uma resposta ao problema apresentado, tendo em conta a análise dos dados recolhidos e o seu confronto com a revisão de literatura. Começa por fazer-se uma breve síntese do processo seguido no presente estudo.

5.1 Síntese do processo no estudo

As dificuldades que os alunos mostram ter no tema “funções” sugeriram a necessidade de um estudo sobre os aspectos mais problemáticos na aprendizagem daquele tema da Matemática.

Assim, através deste estudo, pretendia-se identificar e compreender as dificuldades que os alunos do 7.º ano de escolaridade enfrentam ao trabalharem com funções.

Seguiu-se uma metodologia qualitativa e os participantes foram vinte e três alunos de uma turma de 7.º ano de escolaridade. Centrou-se na realização de uma cadeia de tarefas de modo a que o aluno compreendesse os conceitos, ganhasse destreza e conseguisse uma aprendizagem mais sólida. Cada tarefa foi desenvolvida individualmente ou em pequenos grupos ao longo de oito aulas de 90 minutos.

Frequentemente, no final de cada aula, era solicitada a resolução de uma tarefa produzida pelos alunos para ser entregue à professora como forma de identificar estratégias e possíveis dificuldades do conteúdo leccionado na aula. Também, como recolha de dados, foram utilizados testes de avaliação, tarefas propostas nas aulas, respostas a questões colocadas pela professora, perguntas que eram feitas pelos alunos, participações orais pelos alunos e os registos no caderno da professora como forma de reflexão sobre a actividade matemática dos alunos no decorrer de cada aula.

Tendo em conta a importância da diversificação de tarefas na aprendizagem, a proposta pedagógica incluiu tarefas contextualizadas.

5.2 As dificuldades dos alunos

As dificuldades estão estruturadas segundo os subtemas considerados: coordenadas de pontos; domínio, contradomínio, objectos e imagens; e função definida graficamente.

Coordenadas de pontos: Após o ensino deste conteúdo e através de uma tarefa inicial, seis dos vinte e um alunos da turma conseguiram identificar e representar coordenadas de pontos num referencial cartesiano; nove apresentaram troca do sinal no valor da abcissa e no valor de ordenada; quatro apresentaram pontos isolados no referencial cartesiano como uma resposta incorrecta; e dois alunos não responderam, apresentando os dados do enunciado. Trata-se de um fraco desempenho, evidenciando dificuldades em grande parte dos alunos da turma, confirmando existir este tipo de dificuldades referida na literatura.

Posteriormente, e no primeiro teste de avaliação, apenas três alunos da turma responderam correctamente às questões relacionadas com este assunto. Esta aparente regressão poderá ser explicada por todos os factores que condicionam um teste de avaliação (nervosismo, ansiedade) e, ainda, pelo facto de os alunos, na tarefa inicial, possuírem a consulta de conteúdos através dos seus cadernos diários e manual escolar. Contudo estes números revelam uma fraca consolidação de conteúdos relativamente à marcação e identificação das coordenadas de pontos num referencial cartesiano. Os alunos continuaram a apresentar dificuldades ao trocarem a ordem das coordenadas e o sinal ou valor. Na correcção do primeiro teste de avaliação, ainda, foi detectada a dificuldade de identificar coordenadas dos pontos situados sobre os eixos coordenados. Por exemplo, na resolução de Guilherme, Manuela e Mário verificamos que os alunos apresentam falhas nas coordenadas dos pontos que estavam situados sobre os eixos. Estes alunos evidenciam alguma dificuldade em identificar o zero como um possível valor a ser atribuído.

Com a consolidação do conteúdo através das tarefas que foram resolvidas nas aulas e em trabalho de casa, verificou-se no segundo teste de avaliação uma evolução positiva quanto à identificação das coordenadas de pontos num referencial. Apenas um aluno apresentou uma resposta totalmente incorrecta.

Verificou-se, também, que os alunos apresentaram mais dificuldades com os pontos localizados nos 3º e 4º quadrantes, fazendo como que uma inversão na ordem das coordenadas. O caso de Helena traduz essa situação, onde a aluna responde correctamente aos casos dos pontos situados nos 1º e 2º quadrantes, contudo nos pontos situados nos 3º e 4º quadrantes, troca a ordem das coordenadas. Outra situação semelhante é a de Guilherme que erra a ordenada de um ponto situado sobre o semi-eixo positivo das abcissas, e ainda a ordenada de dois outros pontos, situados nos 4º e 3º quadrantes. Quanto aos pontos situados no 1º e 2º quadrantes o aluno identificou correctamente as suas coordenadas.

Guilherme para além de permanecer com a dificuldade em atribuir o valor zero às ordenadas, também partilha a dificuldade de Helena, que baralha a ordem das coordenadas quando os pontos estão localizados nos 3º e 4º quadrantes.

A evolução verificada não é suficiente para ignorar como dificuldades dos alunos a identificação das coordenadas dos pontos sobre os eixos, a troca da ordem das coordenadas, e os enganos no sinal das coordenadas, ou de alguma delas. Estes erros persistiram mesmo depois de diversas estratégias aplicadas e diferentes tarefas apresentadas. Os alunos mostraram dificuldade no seu pensamento abstracto quando trabalhavam com espaços

bidimensionais, como é apontado por Ponte (1992), que afirma que a maioria dos alunos sente muitas dificuldades, em particular no trabalho com gráficos cartesianos. Estas dificuldades também são identificadas por Barreto e Filho (2008) que referem a dificuldade em os alunos perceberem que um par ordenado de números identifica apenas um ponto e não dois (por exemplo, marcar no referencial o ponto de coordenadas (2, 3) é para os alunos marcar dois pontos: o de coordenadas (2,0) e o de coordenadas (0,3)). Esta dificuldade também se verificou pontualmente nos alunos desta turma do 7º ano, mas foi-se dissipando ao longo da leccionação do tema funções, pois os alunos compreenderam que era solicitada a marcação de apenas um ponto e não de dois.

Domínio, contradomínio, objectos e imagens: Ao longo da aprendizagem do conteúdo funções, a maioria dos alunos identificou correctamente o domínio e o contradomínio de uma função. Apenas alguns deles trocaram “domínio” por “contradomínio”. Esta dificuldade é concordante com Ponte, Branco e Matos (2009) que salientam que os alunos sentem dificuldade em fixar a terminologia própria do tema funções, nomeadamente domínio, contradomínio, objecto e imagem. Por exemplo, foi apresentada uma representação gráfica de uma função, onde o valor 12 era um objecto, mas também uma imagem. Alguns alunos da turma sentiram dificuldade em identificar dois objectos com a mesma imagem. Joel, na questão em que era solicitado dois objectos com a mesma imagem respondeu 18 e não 8 e 20, que seria o correcto. Desta forma, Joel trocou a imagem pelo objecto. Outra aluna, a Rute respondeu os números 9, 12, 15 e 18 como sendo objectos da imagem 12. Neste caso, a aluna não só trocou os objectos por imagens como ainda considerou os pontos resultantes das intersecções das linhas a tracejado do gráfico fornecido.

Numa outra questão, os alunos continuaram a identificar com relativa facilidade objectos e imagens tanto numa representação gráfica como por meio de um diagrama sagital. Contudo, na representação gráfica de uma função onde a primeira questão perguntava o objecto cuja imagem é 500, e a segunda o valor de $f(t)$, quando $t = 10$, os alunos mostraram grande dificuldade em responder à segunda questão. Maria interpretou $f(t)$ como sendo $f \times t$. *Nesta segunda questão as dificuldades prenderam-se com a interpretação dos símbolos matemáticos.*

Assim, na presença da representação gráfica, estes alunos mostraram alguma dificuldade na interpretação da simbologia, interligada com os conceitos objecto e imagem, apresentada pelo enunciado o que é concordante com Ponte, Branco e Matos (2009), segundo os quais os alunos têm dificuldade em trabalhar com a simbologia x , y , $f(x)$.

Uma função pode ser apresentada através de várias representações, que contêm informações específicas e que têm ligações entre si. Existe muita informação num único conceito, o qual tem de ser trabalhado, estudado com tempo suficiente para o aluno superar as dificuldades no pensamento abstracto que ele exige.

Função definida graficamente: Com a apresentação de uma função definida graficamente os alunos desta turma revelaram alguma dificuldade em identificar o objecto de imagem zero e a imagem do objecto zero.

Com a mesma representação, mas com um tipo de questão diferente, estes alunos, mais uma vez, mostraram ter dificuldade na interpretação do símbolo matemático. Por exemplo, ao serem solicitados para calcular $f(3) + f(-1)$, os alunos interpretaram a situação como sendo a soma de dois termos em que cada um era o produto de um número pela mesma letra f . Juliana e Inês associaram $f(3)$ ao produto de f , que funcionou como constante de valor 4, por transporte de um exercício resolvido anteriormente na aula, pelo valor que está dentro de parênteses, o valor 3. Outro par de alunos não retirou informação a partir do gráfico e calculou $f(3) + f(-1)$ por uma forma algébrica. Consideraram a soma do produto de f por 3 com o produto de f por -1 , respectivamente. Nesse sentido, colocaram f em evidência e chegaram ao resultado $f(2)$.

Estes alunos apresentam dificuldades em interpretar os símbolos matemáticos pois não compreenderam que o que se pedia era somar a imagem de 3 com a de -1 , neste caso a simbologia matemática vem atrapalhar a resolução da questão colocada. Tal como refere Sajka (2003), a notação das funções é bastante ambígua e é necessária alguma flexibilidade para compreendê-la. No mesmo sentido, Pais (2010) refere que a ambiguidade e a condicionalidade do uso da notação podem confundir os alunos.

Relativamente à identificação da função linear e da função constante definidas graficamente, numa fase inicial, a maioria dos alunos respondeu correctamente a todas as perguntas. Contudo houve alunos que julgaram que as representações gráficas que continham linhas curvas não eram representações de funções.

Posteriormente observou-se que muitos alunos não haviam consolidado os conceitos de função constante e de função linear, pois numa outra tarefa com representações gráficas daquele tipo de funções apresentaram várias incorrecções na sua identificação, o que é concordante com Akkoç e Tall (2002), para quem o estudo da função constante cria dificuldades na compreensão do conceito função. No caso de Ana, esta aluna trocou as funções lineares por funções constantes; Matilde pensa que só poderão existir representações gráficas de funções, pois ao agrupar todas as representações gráficas em funções lineares e funções constantes não identifica as representações gráficas que não representam funções.

Na interpretação de uma representação gráfica apresentada no teste de avaliação, que exige a capacidade de interpretar e que obriga a relembrar a identificação de pares ordenados no referencial cartesiano e, ainda, uma flexibilidade entre a representação gráfica e a interpretação por meio de uma linguagem natural, os alunos mostraram ter dificuldade em exteriorizar para o papel aquilo que interpretavam através do gráfico. Também, através de um exercício onde era apresentada uma representação gráfica que traduzia uma situação de vida real e onde era questionada a veracidade das afirmações colocadas relativas à representação fornecida, embora alguns alunos tivessem respondido correctamente quanto à veracidade das afirmações, contudo verificaram-se muitas dificuldades na sua justificação. Um dos alunos soube interpretar correctamente três afirmações, mas não soube transmitir a sua justificação para o papel. Uma outra aluna, apresentou uma resposta correcta, com a excepção da última afirmação tendo feito a contabilização apenas de um dos caminhos, ou a

ida para a escola ou o regresso a casa e pretendia-se que conseguisse identificar os dois. Há uma nítida concordância com o que afirma Booth (1984) sobre a dificuldade existente entre a ligação de linguagem natural com a linguagem matemática.

Porém, no segundo teste de avaliação os alunos já mostraram uma maior capacidade de interpretação da situação apresentada no problema através do gráfico, e uma justificação das suas escolhas de uma forma muito mais clara. Foi apresentado um exercício com uma história real onde uma menina fazia um determinado passeio e posteriormente foi solicitado aos alunos que de quatro representações gráficas apresentadas escolhessem aquela que mais se adequaria ao trajecto da menina. Juliana apresentou uma resposta correcta e clara. Escolheu correctamente a representação gráfica B e justificou o porquê de não escolher os restantes gráficos. Afirmou não ter escolhido o gráfico A, porque a distância não tem o valor correcto quando a menina sai de casa; nem o gráfico C, pois o gráfico representa que ela demorou mais tempo quando saiu do que quando regressou, e pretendia-se o inverso; nem o gráfico D, “porque assim ela não tinha tido tempo para lanchar”; e, por fim, Juliana não seleccionou o gráfico D, pois ele não traduz a situação de paragem que a menina fez para lanchar. Contudo, há que referir que a questão do teste anterior, relativamente à interpretação de um gráfico, possuía um maior grau de dificuldade em relação à questão do segundo teste de avaliação.

É clara a necessidade de que os alunos têm de articular vários conceitos do tema funções para conseguirem fazer correctamente uma interpretação gráfica, o que é concordante com Friel, Curcio e Bright (2001), que consideram que a representação gráfica envolve leitura, descrição, interpretação e análise de dados, sendo necessário ter consciência das relações entre as variáveis e o contexto no qual elas estão a ser utilizadas.