



Universidade da Beira Interior  
Covilhã | Portugal

Universidade da Beira Interior

Faculdade de Ciências

*“Observações astronómicas simples como  
actividades de investigação científica para alunos  
dos ensinos básico e secundário”*

*Trabalho elaborado por Ondina Fernanda Nascimento Gonçalves*

*nºM3619*

*Orientação: Professor Doutor Luís José Maia Amoreira*

Covilhã, 2010



Trabalho apresentado no âmbito da unidade curricular ESTÁGIO EM FÍSICA E  
QUÍMICA

## Termo de responsabilidade

O conteúdo do presente trabalho é de inteira responsabilidade da autora

---

(Ondina Fernanda Nascimento Gonçalves)

## Agradecimentos

A realização deste trabalho não teria sido possível sem a contribuição do meu orientador Professor Doutor Luís José Maia Amoreira, a quem devo os meus mais sinceros agradecimentos, do Sr. Alfredo José de Jesus Dias por se ter prontificado na construção dos instrumentos de medida utilizados na parte prática desta tese, do Sr. Adriano Filipe Ferreira de Ascensão por disponibilizar material para a realização destes mesmos instrumentos de medida, do Dr. Jesuíno Simões por se ter disponibilizado para nos receber na Escola Quinta das Palmeiras e aos alunos (João Fael, Roxanda Godina e Rui Silva) que aceitaram realizar as actividades propostas.

## Resumo

Neste trabalho apresentam-se algumas observações astronómicas simples, que não necessitam de equipamento sofisticado, que permitem dar resposta a perguntas correntes sobre o sistema solar (dimensões de alguns corpos, distâncias, movimentos) e que poderão ser realizadas no contexto de actividades escolares das disciplinas de Físico-Química. Pretende-se com as observações propostas (1) sedimentar os conhecimentos adquiridos em aula; (2) encorajar a prática da reflexão crítica sobre o conhecimento científico; (3) fomentar o gosto pela investigação científica.

## Abstract

In this work we describe some simple astronomical observations, not requiring sophisticated equipment, that answer current, day-to-day questions regarding the solar system (sizes of some bodies, the distances separating them, and their motions) and that can be performed in the context of school activities in science subjects. The main objectives of the observations described are (1) to reinforce the knowledge of the science matters studied in the classroom; (2) to encourage the critical analysis on the scientific knowledge; (3) to disseminate the appreciation for the joys of scientific investigation.

## Índice

Termo de responsabilidade.....	ii
Agradecimentos.....	ii
Resumo.....	iii
Abstract .....	iii
Lista de abreviaturas .....	vi
Lista de Figuras .....	vii
1 Introdução .....	1
1.1 A astronomia do Sistema Solar .....	2
2 Actividades científicas propostas .....	4
2.1 Como nos localizamos na superfície da Terra?.....	5
2.1.1 Como determinar o instante do meio-dia e a direcção Sul-Norte?.....	5
2.1.2 Como determinamos os outros pontos cardeais?.....	7
2.1.3 Como determinar a latitude .....	7
2.1.4 Como determinar a longitude .....	7
2.2 De que tamanho são os corpos celestes e a que distância se encontram uns dos outros? 8	
2.2.1 Como medir o tamanho da Terra?.....	9
2.2.2 Como medir o tamanho da Lua? .....	11
2.2.3 Como medir a distância Terra-Lua?.....	13
2.2.4 Como medir a distância Terra-Sol?.....	14
2.2.5 Como medir o tamanho do Sol?.....	15
2.3 Como se movem os corpos celestes? .....	16
2.3.1 Para que lado roda a Terra em torno de si própria?.....	16
2.3.2 Para que lado roda a Terra em torno do Sol? .....	18
2.3.3 Para que lado roda a Lua em torno da Terra?.....	20
2.4 Outras questões .....	22
2.4.1 Excentricidade da órbita da Terra .....	22
2.4.2 Plano da órbita e plano do equador .....	24
2.5 Instrumentos desenvolvidos .....	25
3 Aplicação: trabalho com um grupo de alunos do ensino secundário .....	26
3.1 Questionários.....	26
3.2 Escolha e realização das actividades.....	26
3.2.1 Determinação da direcção Norte-Sul .....	27
3.2.2 Cálculo da razão entre os raios da Terra e da Lua.....	27
3.2.3 Determinação do sentido do movimento orbital da Lua .....	27



3.2.4	Determinação da latitude da Covilhã a partir da altura da Estrela Polar .....	27
3.3	Análise dos resultados dos questionários .....	28
3.4	Crítica ao trabalho e à sua avaliação .....	29
4	Conclusão .....	30
	Apêndice: Como medir ângulos no céu? .....	31
	Questionário prévio .....	33
	Questionário posterior .....	37
	Fotografias da actividade - Direcção Norte-Sul .....	40
5	Bibliografia .....	42

## Lista de abreviaturas

- $p$  – perímetro
- $R$  – Raio
- $D_T$  – Diâmetro da Terra
- $D_L$  – Diâmetro da Lua
- $D_S$  – Diâmetro do Sol
- $d_S$  – Distância da Terra ao Sol
- $d_L$  – Distância da Terra à Lua
- $\theta_p$  – Diâmetro aparente do Sol no Periélio
- $\theta_a$  – Diâmetro aparente do Sol no Afélio
- $r_p$  – Distância da Terra ao Sol no Periélio
- $r_a$  – Distância da Terra ao Sol no Afélio

## Lista de Figuras

Figura 1: Representação esquemática de como determinar a direcção N-S. ....	6
Figura 2: A latitude ( $\theta$ ) de um ponto no hemisfério Norte é igual à altura angular da estrela polar. ....	7
Figura 3: Esquema da determinação do perímetro da Terra por Eratóstenes de Cirena (~230a.C.). ....	9
Figura 4: Representação esquemática de como Aristarco de Samos (séc. IV a.C) estimou a razão entre os diâmetros da Lua e da Terra. ....	11
Figura 5: Imagem fotográfica de um eclipse da Lua. ....	12
Figura 6: Esquema da geometria para a determinação da distância Terra-Lua. ....	13
Figura 7: Representação esquemática do método de Aristarco para o cálculo da distância entre a Terra e o Sol. ....	14
Figura 8: [1] Representação esquemática de como calcular o diâmetro do Sol ..... 16	16
Figura 9: Sentido do movimento de rotação da Terra. ....	17
Figura 10: Pêndulo de Foucault. A rotação da Terra leva a uma rotação do plano de oscilação do pêndulo. A seta representa o sentido da rotação do plano, para um pêndulo situado no hemisfério Norte. ....	18
Figura 11: Posição relativa do Sol, da Terra e de uma estrela de referência, em duas alturas separadas por algumas semanas, supondo que o sentido do movimento de translação da Terra é igual ao do seu movimento de rotação. ....	19
Figura 12: A Lua em quarto crescente durante a tarde (esquerda) e em quarto decrescente durante a manhã (direita), vistas por um observador virado para Sul. De qualquer destas situações se deduz que o movimento orbital da Lua (m.o.) tem o sentido oposto ao do seu movimento diário aparente (m.d.a.). ....	21
Figura 13 Figura ilustrativa da órbita da Terra, a elíptica está ligeiramente exagerada. 22	22
Figura 14 Diâmetro aparente do Sol, vista por um observador de uma certa distância.. 22	22
Figura 15 Representação da posição da Terra no Periélio e no Afélio..... 23	23
Figura 16 Representação das possíveis excentricidades ..... 23	23
Figura 17 Representação dos ângulos da inclinação da elíptica ( $\delta$ ), da latitude ( $\Theta$ ) e da altura angular do Sol ( $\alpha$ ) no solstício de Inverno (esquerda) e de Verão (direita) .. 24	24
Figura 18 Compassos astronómicos artesanais usados para medir ângulos. Nas figuras, encontram-se a ser usados na medição de alturas ..... 25	25



Figura 19 Compasso digital que inspirou o desenho dos compassos artesanais. .... 25

Figura 20: Utilização de uma balestilha simples para estimar ângulos entre corpos celestes..... 31

Figura 21: Referencias para a medição de distâncias angulares e tamanhos aparentes [1] ..... 32

## 1 Introdução

É hoje em dia consensual a opinião segundo a qual uma componente fundamental da educação científica deve consistir na própria prática da actividade científica, tentando-se um “aprender fazendo” desde os estágios mais iniciais da escolaridade. Com efeito, a investigação em Ciências da Educação (bem como a prática profissional diária dos docentes) tem demonstrado claramente que o formato tradicional das aulas expositivas é muito ineficiente (Tang & Titus, 2002; Thornton, 1999; Heuvelen, 1991; McDermott, 1991), principalmente devido ao papel passivo nelas reservado aos estudantes. Tentando responder a esta situação, várias abordagens alternativas têm sido experimentadas, como a Participação Activa [*Active Engagement* (Laws, Sokoloff, & Ronald, 1999; Bernhard, 2000; Redish, Saul, & Steinberg, 1997; Buncick, Betts, & Horgan, 2001)] ou a Aprendizagem Baseada em Tarefas [*Task-Based Learning* (Van Weert & Pilot, 2003)], todas elas enfatizando o papel da investigação, da descoberta e da construção do conhecimento por parte dos alunos. Por outro lado, argumenta-se, e bem, que para além da aprendizagem dos conteúdos científicos, é importante (talvez mais importante, até) cultivar nos alunos uma atitude científica perante o mundo. Os valores da análise crítica, da atenção aos detalhes, da dúvida sistemática e do gosto pela pesquisa, essenciais à actividade científica, são considerados fundamentais não só para o desempenho das profissões científicas, mas também para uma cidadania plena nas sociedades modernas.

Neste trabalho, são apresentadas propostas de trabalho para dinamização de actividades científicas a desenvolver no âmbito de clubes de ciências escolares, tentando corresponder a essa filosofia de aprender ciência fazendo-a. Mais concretamente, são propostos temas para investigação na forma de perguntas simples (mas não triviais) para as quais se sugerem observações que permitam dar-lhes resposta. A interpretação dessas observações obriga à construção de modelos conceptuais dos aspectos da realidade em estudo, modelos esses que se irão sofisticando pouco a pouco, à medida que as respostas dadas a umas perguntas abrem o pano a novas perguntas.

Para que se possam atingir os objectivos pretendidos, o significado, a relevância, a razão de ser das perguntas colocadas para motivar as actividades científicas devem ser

facilmente compreendidos por aqueles a quem se dirigem. Devem assim ser escolhidas questões que qualquer pessoa, independentemente da sua formação, poderia colocar-se. Igualmente, as observações sugeridas devem poder ser feitas sem o recurso a equipamentos muito sofisticados, que as colocariam fora das possibilidades da maioria. Estas duas condicionantes foram tomadas em linha de conta de forma determinante na selecção do tópico de estudo, dos problemas a estudar e das actividades a desenvolver.

## 1.1 A astronomia do Sistema Solar

As actividades propostas enquadram-se no âmbito do estudo do Sistema Solar (mais especificamente, do sistema Sol-Terra-Lua). No essencial, são colocadas perguntas simples sobre o sistema solar e propostas observações que dêem resposta a essas perguntas. As razões para a escolha deste tópico em particular foram as seguintes:

1. O “espaço” continua a despertar o interesse dos jovens. Frequentemente, são os temas da Astronomia que mais contribuem para o despertar de vocações científicas, mesmo em muitos casos em que essas vocações se vêm a materializar noutras áreas da ciência. Pretendeu-se com a escolha deste tópico usar um domínio científico apelativo, entusiasmante e capaz de captar a imaginação dos participantes;
2. A estrutura geral do sistema solar é do conhecimento de quase todos. Por isso, os jovens estão, desde muito cedo, em condições de compreender a razão de ser, o significado e a relevância de perguntas simples sobre o sistema solar (muitos poderão até já se ter colocado essas mesmas perguntas), mas cujas respostas não são do conhecimento da maioria. Escolheram-se assim problemas cuja formulação está ao alcance da generalidade dos jovens;
3. Muitas das observações que aqui serão sugeridas foram inspiradas por estudos astronómicos da antiguidade, nomeadamente os efectuados por Eratóstenes e por Aristarco, numa altura em que não estavam ainda disponíveis os sofisticados instrumentos da actualidade. Ou seja, podem ser levadas a cabo apenas recorrendo a instrumentos facilmente acessíveis.

Como já se disse, todos partilhamos uma visão, mesmo que pouco detalhada, da estrutura do Sistema Solar. É do conhecimento geral que os planetas (incluindo o planeta Terra) têm forma aproximadamente esférica e que se movem em torno do Sol em órbitas aproximadamente circulares, que a Lua é um satélite da Terra, que outros planetas têm, também, satélites. É igualmente difundida a noção de que o movimento diurno aparente dos astros no firmamento é um reflexo do movimento de rotação da Terra em torno do seu eixo Norte-Sul.

Este conhecimento básico é suficiente para se poderem colocar perguntas simples: como podemos determinar a nossa posição na Terra? Quais os sentidos dos movimentos de rotação? Quais os valores dos diâmetros dos corpos celestes? Quais as dimensões das suas órbitas? Trata-se de questões que surgem naturalmente numa discussão sobre a Terra e o Sistema Solar, questões cuja relevância é compreendida mesmo numa primeira abordagem a estes assuntos, mas trata-se também de questões cujas respostas não são conhecidas pela maioria, e que não se encontram, muitas vezes, nos livros de texto escolares ou em obras de divulgação dirigidas ao público geral. As actividades científicas que são propostas neste trabalho permitirão dar resposta a estas perguntas através de observações simples, que não obrigam a grandes investimentos de tempo ou financeiros, que podem por isso ser levadas a cabo até por grupos pequenos e pouco estruturados. No entanto, apesar dessa simplicidade, estas observações obrigam, para a sua interpretação, à reflexão e à construção de modelos conceptuais com alguma sofisticação, que ultrapasse os enunciados mais triviais do modelo heliocêntrico.

## 2 Actividades científicas propostas

Como foi dito na secção anterior, decidiu-se neste trabalho focar a atenção em questões (a) que todos pudessem compreender, (b) que pudessem ser estudadas com base em observações recorrendo apenas a equipamentos disponíveis no dia-a-dia, (c) que obrigassem a reflexões com alguma profundidade e (d) que facilitassem a construção de uma imagem mais detalhada e sofisticada do que é o Sistema Solar e como ele funciona. Com este “caderno de encargos” em vista, consideraram-se três classes de problemas:

1. Como nos localizamos na superfície da Terra?
2. De que tamanho são os corpos celestes e a que distância se encontram uns dos outros?
3. Como se movem os corpos celestes?

A primeira destas famílias de questões não pertence, estritamente, ao campo da Astronomia, mas decidiu-se incluí-la porque são propostas observações astronómicas para obter as respostas correspondentes e ainda porque algumas das questões que a integram são relevantes para as observações astronómicas. O exemplo mais pertinente é o da definição da direcção Norte-Sul, necessária para se determinar o instante do meio-dia solar, em que algumas das observações devem ser feitas.

No segundo grupo, incluíram-se perguntas cujas respostas (bem como os métodos que se usaram para as obter) foram descobertas na antiguidade clássica, nomeadamente por Aristarco de Samos (~320--250 a.C.) e Eratóstenes de Cirena (~276--194 a.C.).

Por fim, no terceiro grupo incluíram-se três questões sobre o sentido do movimento de rotação da Terra, o do movimento de translação da Lua em torno da Terra e o do movimento de translação da Terra em torno do Sol.

Esta selecção de questões é, em grande medida, arbitrária. Poderiam igualmente ter-se considerado outros problemas, como da determinação da inclinação da elíptica, da excentricidade da órbita da Terra, ou observações como a dos movimentos retrógrados de alguns planetas, as manchas solares, etc. Mesmo reconhecendo alguma arbitrariedade inerente a esta escolha, considerou-se que os problemas que aqui são apresentados são os que mais imediatamente vêm à mente de quem inicia um estudo elementar sobre a

estrutura do nosso sistema solar. E é isso que os torna tão apropriados para um trabalho com os objectivos deste.

## 2.1 Como nos localizamos na superfície da Terra?

Neste primeiro conjunto de questões consideram-se observações astronómicas que permitam determinar as coordenadas geográficas (latitude e longitude) de um ponto qualquer da superfície da Terra. No entanto, uma vez que o método proposto para a medição da longitude, e mais algumas observações propostas mais adiante, envolve a determinação do instante em que ocorre o meio-dia solar, começa-se por apresentar um método para fazer esta determinação.

### 2.1.1 Como determinar o instante do meio-dia e a direcção Sul-Norte?

Várias das observações e medições sugeridas neste trabalho devem ser feitas ao meio-dia solar, isto é, no instante em que o Sol se encontra mais alto no céu durante o seu trajecto diário. Podemos definir o meio-dia como sendo o instante em que a sombra de um mastro vertical apresenta o seu valor mínimo, mas é da natureza dos extremos das funções o facto de, na sua vizinhança desses extremos, praticamente não sofrerem variações, pelo que não é fácil determinar o instante do meio-dia directamente a partir desta definição.

Uma outra possibilidade é determinar o meio-dia como sendo o instante em que o Sol se encontra exactamente na direcção Sul, ou seja, o instante em que a sombra de mastros verticais está exactamente dirigida para Norte. Esta definição do meio-dia solar obriga à determinação da direcção Sul-Norte, para o que se propõem a seguir três métodos, baseando-se (a) na orientação do campo magnético terrestre, (b) na posição no céu da Estrela Polar e (c) na análise do movimento aparente do Sol.

#### *Actividade: Como determinar o norte*

- 1- Através de uma bússola:
  - Coloque a bússola no plano horizontal e espere que a agulha magnética se imobilize, orientada paralelamente ao campo magnético local.
  - Tenha em consideração a declinação magnética no local. Para observações em Portugal continental (onde o valor da declinação é 5°W), rode suavemente a caixa da bússola, de modo a marca N no seu mostrador fique desviada 5° para Este da direcção da agulha.

- A linha Sul-Norte do mostrador da bússola coincide então com a direcção Sul-Norte geográfica
- 2- Através da estrela polar
- Este método obriga a observações nocturnas, eventualmente mais complicadas de pôr em prática. São necessárias duas pessoas para o levar a cabo com alguma precisão. Numa noite límpida, um dos participantes afasta-se do outro dez a vinte metros, para norte. Em seguida, deve seguir as indicações do colega, que o dirige de forma a que fique colocado na vertical da estrela Polar. Uma vez assim dispostos os dois, a linha que os une tem a direcção Sul-Norte local.
- 3- Através do Sol
- Escolha um local que receba directamente a luz do Sol, pelo menos das 10 horas às 15horas. O local pode ser um pequeno pátio ou uma área livre que tenha o chão liso (que não seja muito irregular) e nivelado. No período da manhã (entre as 10h e as 10h30min), fixe firmemente no chão uma vareta recta e vertical.
  - Marque no solo a posição da sombra da extremidade da vareta (ponto A) e trace uma circunferência que contenha esse ponto, com centro na base da vareta (ver a Figura 1-a).
  - No período da tarde, mantenha-se atento ao instante em a sombra da extremidade da vareta volta a “cair” num ponto da circunferência que traçou durante a manhã. Quando isso acontecer, marque esse ponto (ponto B) (Figura 1-b).
  - A mediatriz do segmento AB (que deve conter também o centro da circunferência, ou seja, o ponto onde a vareta está fixada ao chão) tem a direcção Sul-Norte. O instante médio do intervalo de tempo definido pelos instantes em que se marcaram os pontos A e B é o meio-dia solar (Figura 1-c).
  - Pode obter uma estimativa mais precisa da direcção Sul-Norte repetindo este processo partindo de pontos A marcados noutros instantes do período matinal do mesmo dia.

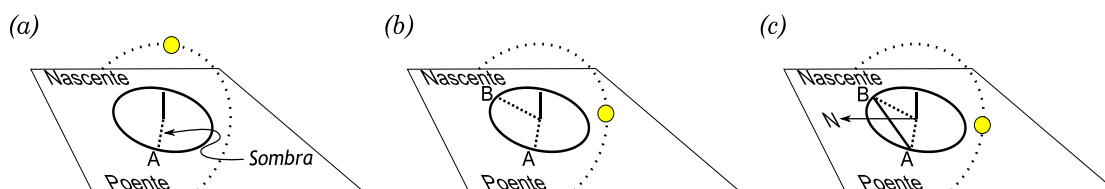


Figura 1: Representação esquemática de como determinar a direcção N-S.

Compare os resultados obtidos com os três métodos e promova uma discussão na sala de aula sobre o porquê das diferenças, se as houver.

### 2.1.2 Como determinamos os outros pontos cardeais?

Para facilitar a medição de diversos ângulos (nomeadamente os das posições no horizonte do nascimento e do ocaso de corpos celestes), é conveniente determinar-se também a direcção Este-Oeste. Mas, uma vez definida a direcção Sul-Norte como se descreveu, esta nova determinação é trivial: basta traçar um segmento que lhe seja perpendicular.

### 2.1.3 Como determinar a latitude

A latitude de um ponto na superfície terrestre é o ângulo que a direcção que une esse ponto ao centro da Terra faz com o plano do Equador. Mas, como a Figura 2 torna evidente, a latitude é também o ângulo que o eixo da Terra faz com o horizonte local. Assim, ela pode ser determinada simplesmente medindo a altura angular da Estrela Polar.

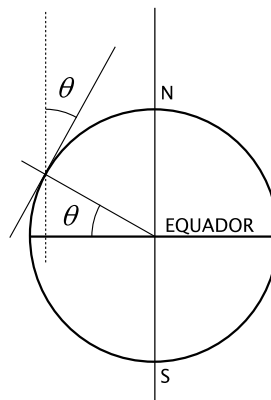


Figura 2: A latitude ( $\theta$ ) de um ponto no hemisfério Norte é igual à altura angular da estrela polar.

#### *Actividade: medição da latitude*

Numa noite limpa, estime com alguma espécie de goniómetro (transferidor, compasso, astrolábio, ou usando estimativas manuais) a altura da Estrela Polar. Compare com o valor dado por um receptor de GPS.

### 2.1.4 Como determinar a longitude

A latitude é medida a partir de um plano natural da Terra (o do Equador), mas a origem da longitude é puramente convencional. Assim sendo, não há observações que nos permitam determinar a longitude de um local em absoluto, mas podemos determinar a diferença entre as longitudes de dois locais. Essa diferença está relacionada com os fusos horários em uso nos dois locais. Em pontos a diferentes longitudes, determinados

acontecimentos (os que se prendem com a sucessão noite-dia) ocorrem em diferentes instantes. Consideremos por exemplo, o meio-dia solar. Em dois locais afastados sobre a superfície da Terra, o meio-dia solar é observado em instantes diferentes, tendo o intervalo de tempo assim definido a duração necessária para que a Terra complete a rotação correspondente à diferença entre as longitudes dos dois locais. Assim sendo, o intervalo de tempo entre os instantes em que nos dois locais se observa o meio-dia solar e a duração do dia estão na mesma proporção que a diferença das suas longitudes e a volta completa.

*Actividade: determinação da diferença das longitudes de dois sítios*

Esta actividade exige a colaboração de duas escolas, de preferência com longitudes bem distintas (por exemplo, uma das escolas pode estar situada no arquipélago dos Açores, na Catalunha, ou mais longe ainda). Estudantes em cada uma das escolas anotam o instante em que se verifica o meio-dia solar (ou o nascimento de uma determinada estrela), num determinado dia. Por e-mail, trocam essa informação. Calcula-se a diferença das longitudes das duas escolas a partir do valor da diferença temporal entre os dois valores obtidos, através da igualdade

$$\delta\phi = \frac{360^\circ \delta t}{24h} \quad (2.1)$$

## 2.2 De que tamanho são os corpos celestes e a que distância se encontram uns dos outros?

Nesta secção consideram-se as questões da determinação dos tamanhos da Terra, da Lua e do Sol e da determinação das distâncias que separam a primeira dos restantes. Os métodos que aqui se sugerem para estimar estas grandezas são, quase todos, decalcados de observações realizadas na antiguidade clássica, por Aristarco de Samos e Eratóstenes de Cirena.

Para uma frutuosa aplicação destes métodos, são necessários os seguintes “ingredientes”: (a) uma imagem mental clara da estrutura do sistema solar, (b) observações cuidadosas e (c) noções de geometria, incluindo (pontualmente) trigonometria. É particularmente feliz esta combinação de características (modelo mental detalhado, cuidado observacional/experimental e sofisticação analítica) num trabalho em que se pretende promover o gosto pela investigação científica, porque elas são essenciais à actividade científica em geral.

### 2.2.1 Como medir o tamanho da Terra?

O ângulo feito pelas direcções que unem o centro da Terra a dois pontos na sua superfície é um ângulo ao centro. Assim sendo, conhecido esse ângulo,  $\theta$ , e a distância,  $d$ , entre esses dois pontos (medida sobre a superfície da Terra), pode estimar-se o perímetro da Terra através de:

$$p = \frac{2\pi}{\theta} d \quad (2.2)$$

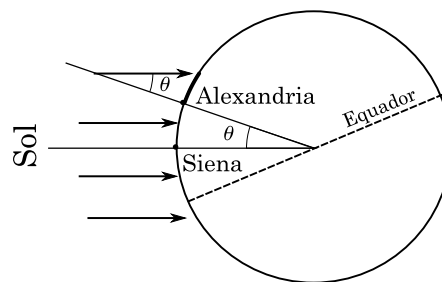


Figura 3: Esquema da determinação do perímetro da Terra por Eratóstenes de Cirena (~230AC).

Esta ideia foi seguida numa das primeiras determinações do tamanho da Terra, feita cerca de 230a.C. por Eratóstenes de Cirena. Eratóstenes constatou que, ao meio dia solar do solstício de Verão, a luz do Sol incidia verticalmente sobre a cidade de Siena (actual Assuão, situada aproximadamente sobre o Trópico de Câncer) e que, no mesmo dia do ano e à mesma hora, em Alexandria (cerca de 840km a Norte de Siena), ela incidia numa direcção que fazia com a vertical um ângulo de  $7,2^\circ$  (ver a Figura 3). Estando as duas localidades aproximadamente no mesmo meridiano, a diferença entre as suas latitudes (igual à diferença entre as respectivas inclinações da incidência solar ao meio-dia) é igual ao ângulo ao centro por elas definido. Tomando  $\theta = 7,2^\circ$  e  $d = 840$  km na fórmula acima, obtém-se para o perímetro da Terra o valor de 42000 km, muito aproximadamente o valor actualmente aceite. Na realidade, não se sabe até que ponto a estimativa de Eratóstenes é exacta, porque ainda é objecto de discussão o valor exacto, em metros, da unidade de comprimento por ele usada (o *estádio*) (Dutka, 1992).

O método pode ser igualmente aplicado considerando duas quaisquer cidades situadas no mesmo meridiano, não sendo necessário que uma delas se no Trópico de Câncer. Podem ainda usar-se duas cidades com longitudes diferentes, mas deve então tomar-se,

na fórmula acima, a distância entre os paralelos das duas cidades, em vez da distância entre elas.

Uma terceira possibilidade, ainda na mesma linha, consiste em usar directamente a distância entre duas localidades (mesmo que não se encontrem no mesmo meridiano), as suas latitudes e a diferença de longitudes. Sejam  $(\theta_1, \varphi_1)$  e  $(\theta_2, \varphi_2)$  as coordenadas geográficas (latitude, longitude) de dois pontos arbitrários na superfície da Terra. Relativamente a um referencial com origem no centro da Terra, com o plano  $xy$  coincidente com o do Equador e com o eixo dos  $z$  orientado para o Pólo Norte, os vectores posição daqueles dois pontos têm componentes

$$\vec{r}_k = \begin{pmatrix} R \cos \theta_k \cos \varphi_k \\ R \cos \theta_k \sin \varphi_k \\ R \sin \theta_k \end{pmatrix}, \quad k = 1, 2 \quad (2.3)$$

O ângulo  $\theta$  definido pelos dois vectores (ou seja, o ângulo ao centro definido pelos dois locais) é dado por:

$$\cos \theta = \frac{\vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2}{\|\vec{r}_1\| \|\vec{r}_2\|} = \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \sin \theta_1 \sin \theta_2. \quad (2.4)$$

Assim, após uma medição das latitudes de duas localidades e da diferença entre as suas longitudes, estamos em condições de calcular o ângulo ao centro definido pelas suas localizações, e, conhecida a distância entre elas, podemos usar a Equação (2.15) para estimar o perímetro da Terra.

Outros métodos para estimar o tamanho da Terra usam a posição do horizonte observado a partir de um ponto a determinada altura sobre o solo (a distância a que o horizonte se encontra, ou a sua profundidade angular medida a partir da horizontal). Estes métodos podem ser usados em localidades perto do mar ou em regiões muito planas, onde o horizonte verdadeiro não se encontra escondido pelas elevações (colinas ou montes) do terreno. Num destes métodos (Roura & Calbó, 2005), particularmente interessante, mede-se a altura angular (medida a partir do horizonte) de elevações de altitude conhecida, quando observadas de distâncias conhecidas.

### Actividade: Calcular o perímetro da Terra

Esta actividade exige a colaboração de duas escolas de duas cidades situadas no mesmo meridiano. Em cada escola, mede-se o ângulo  $\alpha$  que a direcção de incidência da radiação solar faz com a vertical. Essa medição pode ser feita indirectamente, através do arco tangente da razão entre o comprimento da sombra de uma haste vertical e o da própria haste. O perímetro da Terra fica então dado por

$$p = \frac{360^\circ}{\alpha_1 - \alpha_2} d, \quad (2.5)$$

onde  $d$  representa, como anteriormente, a distância entre as cidades das duas escolas. Caso as duas escolas se encontrem em hemisférios diferentes, deve substituir-se a subtracção no denominador por uma soma (porquê?).

#### 2.2.2 Como medir o tamanho da Lua?

O diâmetro aproximado da Lua pode ser obtido através de um processo simples, descrito por Aristarco de Samos (Heath, 1913) no séc. IV a.C. O Sol é maior do que a Terra e a distância Terra-Sol é muito maior do que a distância Terra-Lua; por este motivo, o cone da sombra que a Terra projecta sobre a Lua, num eclipse total e central, pode ser praticamente considerado um cilindro, cuja base tem o diâmetro aproximado da Terra. Estima-se a razão entre os diâmetros da Lua e da Terra a partir da análise da sombra desta na superfície daquela (ver a Figura 4).

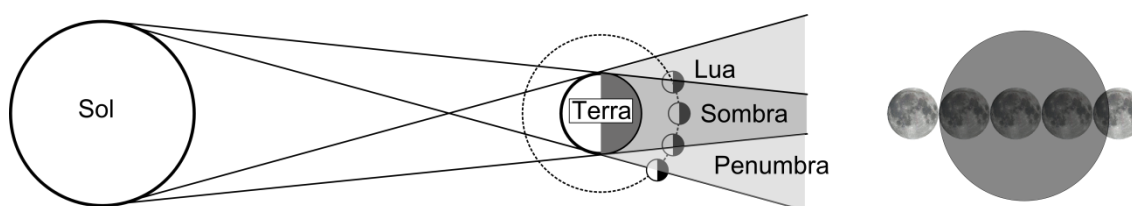


Figura 4: Representação esquemática de como Aristarco de Samos (séc. IV AC) estimou a razão entre os diâmetros da Lua e da Terra.

Uma possibilidade para fazer esta estimativa consiste em aproveitar um eclipse lunar total e central para medir o ângulo da zona de sombra da Terra, definido pelas posições em que a Lua começa nela a entrar e em que dela emerge no final, e determinar aproximadamente quantas vezes é que o disco lunar “cabe” nesse ângulo (Figura 4, à direita).

A razão entre os diâmetros da Lua e da Terra pode também determinar-se durante um eclipse parcial através de um método algébrico e observacionalmente mais sofisticado. Se for possível, recorrendo a um telescópio, fotografar a Lua com ampliação suficiente durante o eclipse, pode-se determinar o raio dos dois discos na imagem (o disco lunar e o da sombra da Terra sobre a Lua) a partir das coordenadas de três pontos situados sobre a periferia de cada um desses discos. Com efeito, pode provar-se facilmente que o raio de uma circunferência que contém três pontos com coordenadas  $(x_i, y_i)$ ,  $i = 1, 2, 3$  é dado por

$$R^2 = \frac{1}{4} \frac{[(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2][(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2][(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2]}{[x_1(y_3 - y_2) + x_2(y_1 - y_3) + x_3(y_2 - y_1)]^2}. \quad (2.6)$$

Assim, escolhidos três pontos sobre a periferia do disco lunar e três pontos situados na linha da sombra da Terra sobre a Lua, podemos calcular os raios dos dois discos, que devem estar na mesma proporção que os raios da Lua e da Terra. Por exemplo, relativamente à imagem da Figura 5, determinaram-se as coordenadas dos pontos assinalados usando um programa de análise de gráficos. Os valores são (em unidades arbitrárias),  $P_1 = (0,281; 0,309)$ ,  $P_2 = (0,496; 0,500)$ ,  $P_3 = (0,669; 0,713)$ ,  $P_4 = (0,262; 0,098)$ ,  $P_5 = (0,863; 0,177)$  e  $P_6 = (0,871; 0,868)$ . Resulta destes valores, usando a fórmula acima,  $R_T = 1,725$  e  $R_L = 0,496$  (nas mesmas unidades arbitrárias), de onde se obtém  $R_L = 0,29R_T$ , resultado bastante aproximado ao considerado correcto.

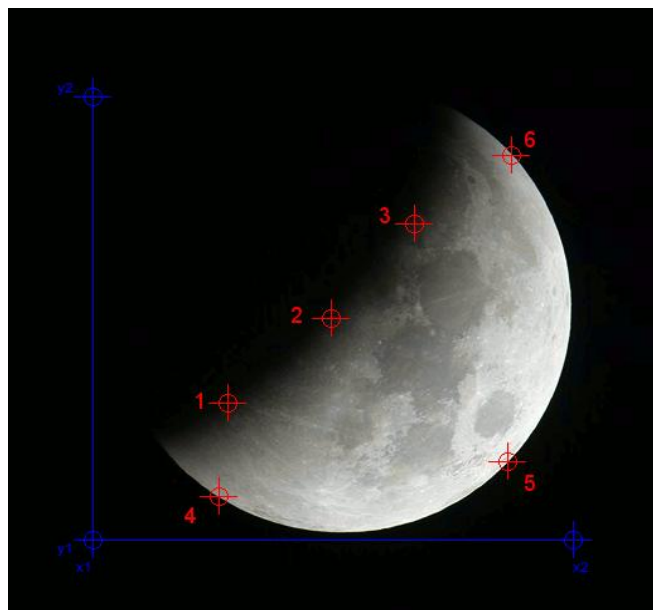


Figura 5: Imagem fotográfica de um eclipse da Lua.

*Actividade: Calcular o diâmetro da Lua*

Esta actividade exige que se espere por um eclipse lunar total. Aproveitando essa circunstância, observe com atenção o fenómeno e tente estimar o número de vezes que o círculo lunar cabe na penumbra da Terra. O inverso desse número é a razão,  $r$ , entre os diâmetros da Lua e da Terra. Calcule o diâmetro da Lua como

$$D_L = rD_T, \quad (2.7)$$

**2.2.3 Como medir a distância Terra-Lua?**

Feita uma estimativa do diâmetro real da Lua (com o método descrito na secção anterior), podemos usá-la para determinar a distância a que se encontra de nós, a partir de uma medição do seu diâmetro aparente. Designando por  $D_L$  e por  $d_L$  respectivamente (ver a Figura 6), o diâmetro da Lua e a distância a que se encontra de nós, ela define no firmamento um ângulo  $\alpha$  dado por

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{D_L}{2d_L} \approx \frac{D_L}{d_L}. \quad (2.8)$$

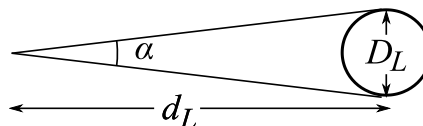


Figura 6: Esquema da geometria para a determinação da distância Terra-Lua.

Assim, a distância Terra-Lua pode ser calculada através de

$$d_L = \frac{D_L}{\alpha}. \quad (2.9)$$

Este método foi também aplicado pela primeira vez por Aristarco de Samos.

*Actividade: Calcular a distância entre a Terra e a Lua*

Determine o diâmetro angular da Lua e aplique a equação (2.9) acima para estimar a distância Terra-Lua.

### 2.2.4 Como medir a distância Terra-Sol?

É possível estimar a distância Terra-Sol, conhecida a distância Terra-Lua. Quando esta se encontra em quadratura (isto é, quando as direcções Terra-Lua e Lua-Sol são perpendiculares, encontrando-se assim a Lua em fase Quarto Crescente ou quarto Decrescente), o ângulo  $\alpha$  definido pelas direcções Terra-Sol e Terra-Lua satisfaz (ver a Figura 7)

$$\cos \alpha = \frac{d_L}{d_S}, \quad (2.10)$$

De onde se obtém imediatamente

$$d_S = \frac{d_L}{\cos \alpha}. \quad (2.11)$$

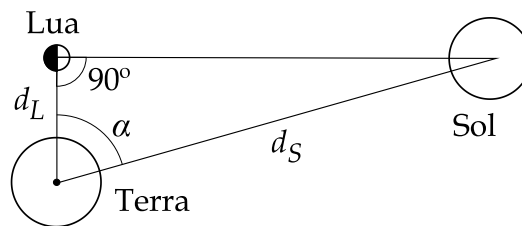


Figura 7: Representação esquemática do método de Aristarco para o cálculo da distância entre a Terra e o Sol.

*Actividade: Calcular a distância entre a Terra e o Sol*

Determine o ângulo entre a Lua e o Sol num dia em que aquela se encontra em Quarto Crescente ou Quarto Decrescente e use a equação (2.11) para estimar a distância ao Sol.

Atenção: Note que o ângulo  $\alpha$  é muito próximo de  $90^\circ$  (cerca de  $89,9^\circ$ ), pelo que este método é extremamente sensível a pequenos erros na sua determinação.

### 2.2.5 Como medir o tamanho do Sol?

Uma vez conhecida a distância Terra-Sol, é agora possível determinar o diâmetro do Sol, usando um raciocínio semelhante (mas invertido) ao apresentado para calcular a distância Terra-Lua partindo do conhecimento do diâmetro da Lua (Secção 2.2.3). O diâmetro aparente do Sol é dado por

$$\alpha = 2 \tan^{-1} \frac{D_S}{2d_S} \approx \frac{D_S}{d_S}. \quad (2.12)$$

Feita uma estimativa deste ângulo, o diâmetro do Sol pode ser imediatamente calculado como

$$D_S = \alpha d_S \quad (2.13)$$

De acordo com medições cuidadas, o diâmetro aparente do Sol varia, ao longo do ano, entre 31,5 a 32,6 minutos angulares (Almeida), em consequência da forma elíptica da órbita da Terra. O facto de ser tão pequena a variação do diâmetro aparente do Sol mostra que a órbita da Terra pouco difere de uma circunferência.

O diâmetro aparente do Sol e o diâmetro aparente da Lua são praticamente iguais (tal como o do Sol, também o diâmetro aparente da Lua varia tenuemente com o tempo, devido à pequena excentricidade da órbita lunar). Por isso é que os eclipses centrais do Sol podem ser totais, anulares (como foi o caso do último que pudemos observar na Península Ibérica, em 2005) ou, até, híbridos (observados como totais nos pontos da Terra mais próximos da Lua, e como anulares nos pontos mais afastados). Dada esta coincidência, triângulos com base nos diâmetros dos discos solar e lunar e com vértice no observador são semelhantes (ver a Figura 8). Assim sendo, as distâncias que nos separam dos dois astros estão na mesma proporção que os seus diâmetros reais,

$$\frac{d_S}{d_L} = \frac{D_S}{D_L} \quad (2.14)$$

o que nos permite calcular o diâmetro do Sol, já que temos já estimativas para a distância à Lua, o seu diâmetro e a distância ao Sol.

$$D_S = \frac{d_S}{d_L} D_L. \quad (2.15)$$

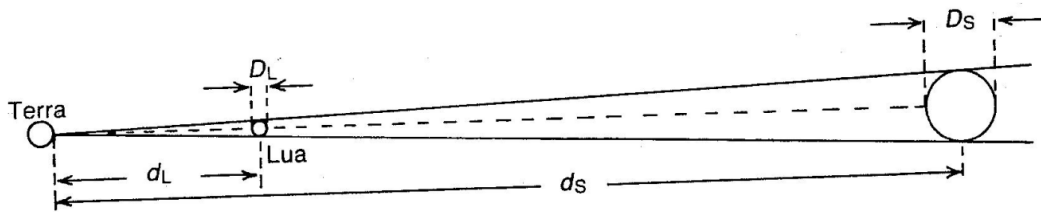


Figura 8: [1] Representação esquemática de como calcular o diâmetro do Sol

### Actividade: Calcular o diâmetro do Sol

Utilizando os valores já estimados (ou valores tabelados se não dispõe ainda de estimativas próprias) do diâmetro da Lua, da distância Terra-Lua e da distância Terra-Sol, calcule o diâmetro do Sol usando a segunda das igualdades na Eq. (2.15).

## 2.3 Como se movem os corpos celestes?

Por fim, seguem-se problemas sobre o sentido dos movimentos da Terra e da Lua. De novo, para serem correctamente compreendidas e interpretadas as observações propostas, é necessário um quadro mental claro da estrutura geral do sistema solar (mais especificamente, do sistema Sol-Terra-Lua). Estas observações e a sua interpretação podem assim funcionar como um exercício de aplicação para cimentar conhecimentos adquiridos em sala de aula.

### 2.3.1 Para que lado roda a Terra em torno de si própria?

O movimento de rotação da Terra é observável por vários efeitos, sendo o mais evidente o da sucessão do dia e da noite. Essa sucessão, ou melhor, o movimento diário aparente dos astros que lhe está associado, é suficiente para deduzir o sentido de rotação da Terra, com base em considerações puramente cinemáticas: se, como resultado do nosso movimento, vemos o Sol levantar-se a Este e deslocar-se no firmamento para Oeste até ao ocaso, então o nosso movimento tem com certeza o sentido oposto. Ou seja, a Terra roda em torno de si de Oeste para Este, como ilustra a Figura 9.



Figura 9: Sentido do movimento de rotação da Terra.

Mas há também efeitos dinâmicos do movimento de rotação da Terra, que podem igualmente ser aproveitados para o estudar. Uma vez que a Terra está em rotação, os sistemas de coordenadas em repouso relativamente à sua superfície são não inércias. Para aplicar a Segunda Lei de Newton a tais referenciais, é necessária a introdução de “forças inércias”, nomeadamente a força centrífuga e a força de Coriolis. A primeira destas “forças” depende apenas do módulo da velocidade de rotação e, por isso, não dá informação sobre o sentido do movimento. Mas a força de Coriolis depende também do sentido da rotação da Terra e por isso pode ser usada para determinar o sentido de rotação da Terra.

O efeito da força de Coriolis pode ser ilustrado através da rotação do plano da oscilação de um pêndulo (na famosa experiência do pêndulo de Foucault). De um ponto de vista qualitativo, e abdicando de uma descrição baseada em forças fictícias, pode dizer-se que, enquanto o pêndulo realiza as oscilações, a Terra roda sobre o seu eixo, resultando uma rotação do plano da oscilação, tal como ele é definido por um observador em repouso relativamente à superfície do planeta. Obviamente, o sentido da rotação do plano da oscilação do pêndulo é oposto ao do movimento da Terra.

Ainda outro efeito da força de Coriolis (logo, da rotação da Terra) que pode ser considerado nesta análise é o do sentido do vento em torno das altas e baixas pressões (com o sentido dos ponteiros do relógio para as altas pressões, no sentido inverso para as baixas pressões). Também aqui um pouco de reflexão, mesmo deixando de lá análises quantitativas detalhadas, permite deduzir o sentido da rotação da Terra.

*Actividade: Verificar para que lado roda a Terra em torno de si própria*

- Por observação directa: observe em que sentido se movem os astros (Sol, Lua, a generalidade das estrelas) no seu movimento diário aparente. Dado que este movimento aparente é um reflexo do movimento de rotação da Terra, que conclui sobre o sentido deste movimento?
- Repetindo a experiência do pêndulo de Foucault: construa um pêndulo simples e observe a rotação do seu plano de oscilação (deve ser perceptível ao fim de quinze a vinte minutos). O que conclui sobre o sentido do movimento de rotação da Terra?

Note que a resistência aerodinâmica ao movimento tem um efeito mais perceptível em pêndulos muito curtos e com massas muito pequenas; por essa razão é conveniente que o pêndulo seja longo (digamos, dois a três metros) e com uma massa razoável (cerca de dois quilogramas). Além disso, para evitar eventuais efeitos da torção das cordas, use um fio de nylon para suspender a massa.

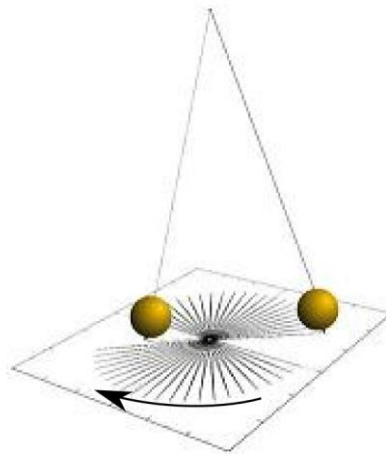


Figura 10: Pêndulo de Foucault. A rotação da Terra leva a uma rotação do plano de oscilação do pêndulo. A seta representa o sentido da rotação do plano, para um pêndulo situado no hemisfério Norte.

### 2.3.2 Para que lado roda a Terra em torno do Sol?

Observando com atenção no mesmo lugar, verificamos que o Sol nem sempre nasce no mesmo sítio do horizonte e nem sempre se põe no mesmo sítio. O Sol nasce exactamente a Oriente e só se põe exactamente a Ocidente nos dias 21 de Março e 23 de Setembro, os equinócios de Primavera e de Outono respectivamente. Mas, qualquer que seja o dia do ano, passado um ano o Sol nasce exactamente no mesmo sítio. O mesmo acontece ao aspecto do céu durante a noite, vemos o céu nocturno diferente todos os meses, porque a Terra se está a mover no espaço. É a partir destas observações que se pode determinar qual o sentido do movimento de translação da Terra em torno do Sol.

Mas, antes de se começarem as observações, é importante compreender como é que esse movimento altera a nossa percepção do céu nocturno, para que se possam delas retirar as conclusões pretendidas. Consideremos uma estrela que, numa determinada altura do ano, seja observada no firmamento em posição mais ou menos oposta ao Sol. Devemos então, nessa altura do ano, observar o nascimento diário da estrela (isto é, o instante em que ela se eleva acima do horizonte), a Este, mais ou menos na altura em que o Sol se põe, a Oeste (ver a Figura 11-a). Supondo que o sentido do movimento de translação da Terra é o mesmo que o do seu movimento de rotação, algumas semanas mais tarde a Terra ocupará uma posição tal que quando se dá o pôr-do-sol, a mesma estrela se encontra mais alto no céu (ver a figura 11-b). Ou seja, se o sentido do movimento de translação da Terra é idêntico ao do movimento de rotação, então as posições das estrelas fixas no céu devem-se ir *adiantando* semana a semana (erguem-se no horizonte cada semana mais cedo, põe-se cada semana mais cedo, etc.).

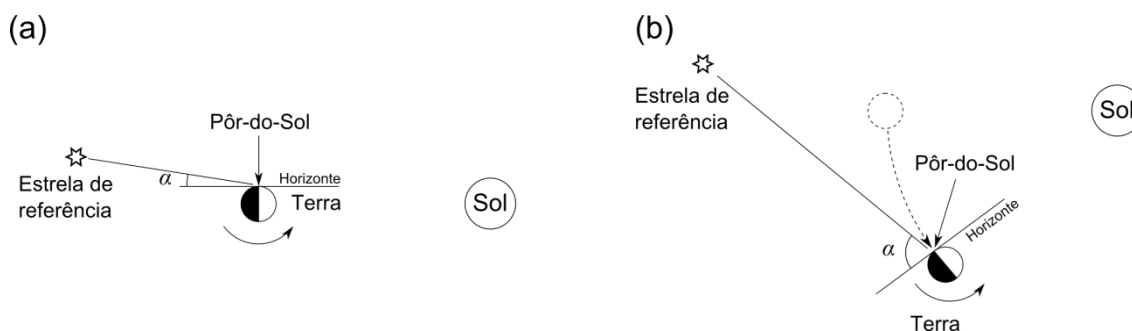


Figura 11: Posição relativa do Sol, da Terra e de uma estrela de referência, em duas alturas separadas por algumas semanas, supondo que o sentido do movimento de translação da Terra é igual ao do seu movimento de rotação.

Inversamente, repetindo este raciocínio, mostra-se que se os sentidos dos dois movimentos forem opostos, então as estrelas devem-se ir *atrasando* no seu movimento. Assim, para determinar o sentido do movimento de translação da Terra basta ver que tipo de deslocamento (atraso ou adiantamento) se verifica no movimento diário das estrelas fixas.

*Actividade: Verificar para que lado roda a Terra em torno do Sol*

Escolha uma estrela perto do equador celeste e tome nota da sua posição no céu a uma dada hora. Repita a observação à mesma hora passadas algumas semanas. Essa estrela encontra-

se mais para Oeste da sua posição inicial ou mais para Este? O que conclui sobre o sentido do movimento de translação da Terra?

### 2.3.3 Para que lado roda a Lua em torno da Terra?

As posições relativas da Lua, da Terra e do Sol vão variando ao longo do ciclo lunar, determinando as diferentes fases com que observamos a Lua: Lua Nova, quando ela se encontra entre a Terra e o Sol (vista da Terra, a Lua encontra-se no firmamento próxima do Sol); Quarto Crescente, quando a Lua se encontra em quadratura (as direcções Terra-Lua e Lua-Sol são perpendiculares); Lua Cheia, quando ela se encontra do lado oposto do Sol, vista da Terra; Quarto Decrescente, quando se encontra de novo em quadratura. Esta sucessão das fases lunares permite deduzir o sentido do movimento orbital da Lua. Com efeito, se a Lua é observada, a dada hora de um dado dia, em Quarto Crescente, é certo que ela será, passados poucos dias, observada na fase de Lua cheia, logo, ocupará no firmamento uma posição mais afastada do Sol do que a actual. Esse afastamento progressivo (que nem precisa de ser acompanhado para se perceber o seu sentido) determina o sentido do movimento orbital da Lua.

Mais concretamente, verifica-se no hemisfério Norte que o Quarto Crescente lunar é facilmente observado durante a tarde, altura em que o Sol se encontra para Oeste. Uma vez que durante a fase de Quarto Crescente a Lua se encontra num movimento de afastamento do Sol, deduzimos que o seu movimento orbital tem o sentido Oeste-Este. Reforçamos esta dedução verificando que a fase de Quarto Decrescente (quando a Lua se encontra em fase de aproximação ao Sol) pode ser facilmente observada durante a manhã, altura em que o Sol se encontra para Este: de novo deduzimos o mesmo sentido para o movimento da Lua.

Estas duas situações estão representadas na Figura 12, onde se mostram as posições relativas da Lua e do Sol nas duas fases de quadratura, tal como podem ser apreciadas por um observador virado para Sul.

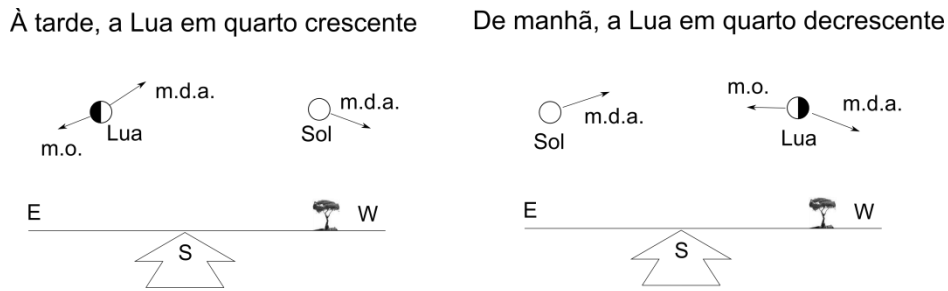


Figura 12: A Lua em quarto crescente durante a tarde (esquerda) e em quarto decrescente durante a manhã (direita), vistas por um observador virado para Sul. De qualquer destas situações se deduz que o movimento orbital da Lua (m.o.) tem o sentido oposto ao do seu movimento diário aparente (m.d.a.).

É interessante constatar que o movimento orbital da Lua tem o mesmo sentido que o movimento de rotação da Terra.

*Actividade: Verificar para que lado roda a Lua em torno da Terra*

Esta actividade consiste numa observação directa do céu, sem a necessidade de quaisquer instrumentos. Observando a Lua numa das fases de quadratura (Quarto Crescente ou Decrescente) tome nota mental da posição do Sol (mesmo que já tenha passado o ocaso, se se tratar de uma observação vespertina, ou que ainda não se tenha dado a alvorada, no caso de uma observação matinal, não deve ser difícil perceber qual posição aproximada do Sol no firmamento); dada a fase da Lua no instante em que a observa e a seguinte fase completa, considere a posição em que a Lua estará na próxima fase completa (estará mais afastada do Sol se se tratar da Lua cheia, e mais próxima do Sol se essa fase completa vier a ser a Lua Nova). Deduza destas constatações o sentido do movimento orbital da Lua.

## 2.4 Outras questões

### 2.4.1 Excentricidade da órbita da Terra

A órbita que a Terra descreve em torno do Sol é uma elipse, estando o Sol situado num dos focos dessa elipse.

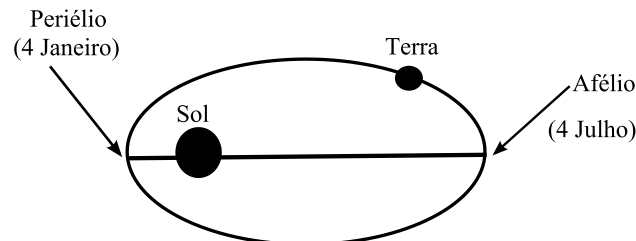


Figura 13 Figura ilustrativa da órbita da Terra, a elíptica está ligeiramente exagerada

Ao descrever a sua órbita, a Terra passa por um ponto mais afastado do Sol, a que se dá o nome de Afélio, que ocorre a 4 de Julho de cada ano. Ao ponto mais próximo do Sol dá-se o nome de Periélio, e tem a sua data a 4 de Janeiro.

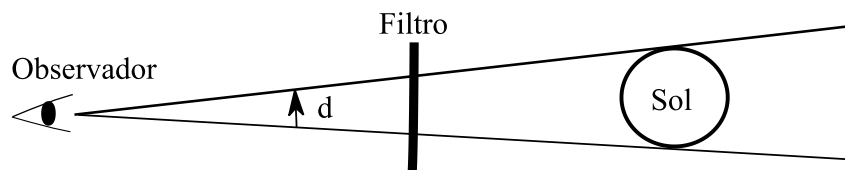


Figura 14 Diâmetro aparente do Sol, vista por um observador de uma certa distância.

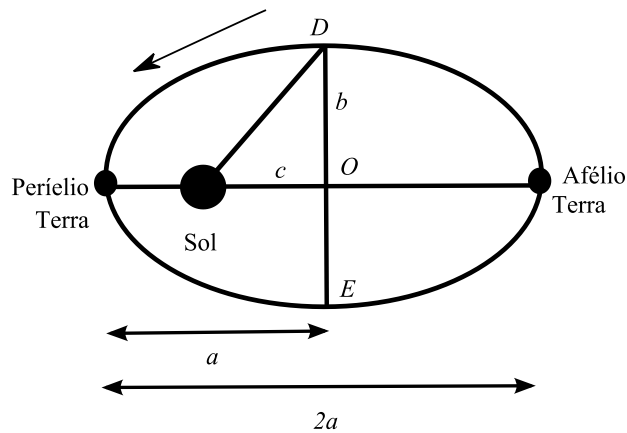
Como o diâmetro aparente do Sol é pequeno, (cerca de  $0,5^\circ$ ), pode-se dizer que este é inversamente proporcional à distância a que estamos dele. Ou seja, se a distância da Terra ao Sol duplicasse o diâmetro aparente  $\theta$  passaria para metade. Como existe essa proporcionalidade, podemos escrever que

$$\frac{\theta_p}{\theta_a} = \frac{r_a}{r_p} \quad (2.16)$$

ou seja,

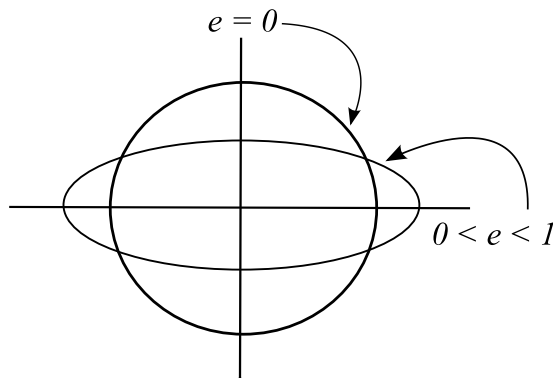
$$\frac{\theta_p}{\theta_a} = \frac{a + c}{a - c} \quad (2.17)$$

Nestas igualdades,  $\theta_p$  e  $\theta_a$  representam o diâmetro aparente do Sol no periélio e no afélio respectivamente,  $a$  o semieixo maior da elipse e  $c$  a distância que separa os seus focos do centro, conforme mostra a Figura 15.



**Figura 15** Representação da posição da Terra no Periélio e no Afélio

Dá-se o nome de excentricidade da elipse ao parâmetro  $e = c/a$ . Se a órbita fosse perfeitamente circular a sua excentricidade seria nula.



**Figura 16** Representação das possíveis excentricidades

Sendo  $c = ea$  pode-se escrever

$$\frac{\theta_p}{\theta_a} = \frac{a + ea}{a - ea} = \frac{a(1 + e)}{a(1 - e)} = \frac{1 + e}{1 - e}, \quad (2.18)$$

Desta última expressão concluímos que  $\theta_p - \theta_a = e(\theta_p + \theta_a)$ , obtêm-se uma expressão para a excentricidade da órbita como função dos diâmetros angulares do Sol no afélio e no periélio:

$$e = \frac{\theta_p - \theta_a}{\theta_p + \theta_a} \quad (2.19)$$

*Actividade: Verificar a excentricidade da órbita da Terra*

Projecte a imagem do Sol, num ecrã de papel, com um telescópio. É essencial que mantenha constante, em todas as medições, a distância entre a ocular e o ecrã de projecção. Nestas condições, o diâmetro da imagem do Sol, projectada no ecrã, é directamente proporcional ao diâmetro angular do Sol.

O ecrã deve estar fixo ao solo, com ajuda de tripé, e a imagem bem focada. Com uma régua graduada, meça o diâmetro da imagem a 4 de Julho e a 4 de Janeiro. Utilizando a expressão 2.19 calcule a excentricidade da órbita da Terra.

**2.4.2 Plano da órbita e plano do equador**

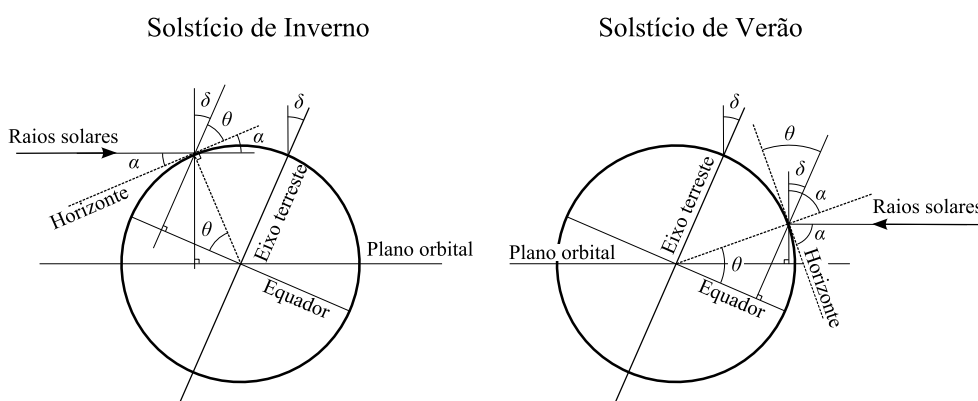
O plano do equador terrestre não é o plano da sua órbita em torno do Sol, uma vez que o eixo da Terra se encontra inclinado relativamente á normal ao plano da órbita. Esta inclinação (a chamada *inclinação da elíptica*) é, como se sabe, a responsável pela sucessão das estações do ano.

É fácil determinar a inclinação do eixo terrestre a partir da altura angular do Sol ao meio-dia nos solstícios de Inverno e de Verão, conhecida a latitude do local onde se fazem as observações. Com efeito, uma construção geométrica simples (ver Figura 17) permite demonstrar que

$$\delta = 90 - (\theta + \alpha_i) \quad (\text{solstício de Inverno}) \tag{2.20}$$

$$\delta = -90 + (\theta + \alpha_v) \quad (\text{solstício de Verão}), \tag{2.21}$$

onde  $\delta$  é a inclinação da elíptica,  $\theta$  a latitude e  $\alpha_{i,v}$  a altura do sol ao meio-dia dos solstícios de Inverno e de Verão.



**Figura 17** Representação dos ângulos da inclinação da elíptica ( $\delta$ ), da latitude ( $\theta$ ) e da altura angular do Sol ( $\alpha$ ) no solstício de Inverno (esquerda) e de Verão (direita)

Fazendo a média destas duas estimativas, elimina-se a latitude do local, obtendo-se

$$\delta = \frac{\alpha_v - \alpha_i}{2}. \quad (2.22)$$

*Actividade: Cálculo do ângulo entre o plano do equador e o plano da órbita*

Meça a altura angular do Sol ao meio-dia solar do Solstício de Verão ou de Inverno. Usando a equação correspondente (2.20 ou 2.21), calcule a inclinação da elíptica

## 2.5 Instrumentos desenvolvidos

Para a eventual utilização em trabalhos de campo, foram construídos dois compassos astronómicos angulares em madeira para a medição de distâncias angulares entre astros. A Figuras 18 ilustra estes instrumentos, cujo desenho foi inspirado num compasso digital a que tivemos acesso (Figura 19)



**Figura 18** Compassos astronómicos artesanais usados para medir ângulos. Nas figuras, encontram-se a ser usados na medição de alturas



**Figura 19** Compasso digital que inspirou o desenho dos compassos artesanais.

### 3 Aplicação: trabalho com um grupo de alunos do ensino secundário

Tentou-se fazer uma aplicação das propostas descritas no capítulo anterior, para o que foram contactados alguns docentes das escolas secundárias dos concelhos da Covilhã e do Fundão. Infelizmente, o projecto parece não ter sido considerado suficientemente atractivo por muitos professores e/ou alunos, por razões que incluirão também, com certeza, algumas falhas na forma como foi apresentado. Assim, pudemos contar apenas com um grupo de três estudantes do 11º ano de escolaridade da Escola Secundária Quinta das Palmeiras (Covilhã), alunos do Dr. Jesuíno Simões, a quem agradecemos a colaboração.

O trabalho, que se estendeu ao longo de cerca de três semanas com uma ou duas sessões em cada semana, consistiu na aplicação de dois questionário (um no início, ou outro no final da colaboração), numa palestra introdutória apresentada pelo orientador desta tese, e na escolha e realização conjunta de algumas das observações descritas.

#### 3.1 Questionários

Com o objectivo de serem avaliados os méritos pedagógicos da abordagem que propomos, foram preparados dois questionários para apresentar aos alunos, um antes de se iniciarem as actividades, o outro no final. Pretendeu-se com estes questionários aferir o efeito que as observações realizadas e a sua análise teriam sobre a evolução do conhecimento intuitivo dos alunos relativo à estrutura do sistema solar, porque nos pareceu que seria a este nível, o da intuição (mais do que o do conhecimento formal), que a abordagem que seguimos teria maior impacto.

#### 3.2 Escolha e realização das actividades

Após a realização do questionário inicial (destinado apenas, como ficou dito acima, a avaliar a abordagem proposta, não a aferir os conhecimentos prévios dos alunos envolvidos), o Professor Doutor Luís Amoreira apresentou aos alunos uma palestra de introdução, explicando as observações que se poderiam realizar e as estimativas que delas se poderiam calcular. No seguimento dessa palestra, foram escolhidas em conjunto as actividades concretas a levar a cabo, tendo as eleitas sido (1) a determinação da direcção Norte-Sul (necessária para fixar o instante do meio-dia solar e, por isso, indispensável para a realização de várias observações), (2) a medição da razão entre os diâmetros da Terra e da Lua, (3) a determinação do sentido do movimento orbital da

Lua e (4) a da determinação da latitude da Covilhã a partir da medida da altura da Estrela Polar.

### 3.2.1 Determinação da direcção Norte-Sul

Esta determinação foi feita segundo o método “solar” descrito na Secção 2.1.1. Os estudantes envolvidos neste processo executaram correctamente as observações necessárias, algumas das quais sem sequer requererem a nossa presença no local. Sem orientação nossa, fixaram uma haste horizontal no solo de um canteiro existente no exterior da escola, marcaram a posição da sombra da extremidade da haste no solo e traçaram a circunferência com centro na base da haste que passava pelo ponto definido. Da parte da tarde, já com a presença da autora, foi definido o segundo ponto necessário e determinada por fim a direcção Norte-Sul. Pudemos verificar, com a ajuda de um receptor GPS, a correcção da determinação da direcção Norte-Sul, que ficou definida com um erro inferior a 3°. Para o erro da medição contribuíram o solo irregular (canteiro) onde a circunferência foi marcada.

### 3.2.2 Cálculo da razão entre os raios da Terra e da Lua

Para este cálculo, seguiu-se o “método dos eclipses parciais da Lua”, descrito na Secção 2.2.2 (página 12), tendo-se recorrido à utilização de uma fotografia da Lua retirada da internet. O valor obtido foi  $r_L/r_T = 0,35$ , 30% acima do valor real de 0,273. Uma escolha mais cuidadosa dos pontos na fronteira (difusa) entre as zonas iluminada e obscurecida da Lua no eclipse parcial teria provavelmente permitido obter uma melhor estimativa. Outra possibilidade teria sido a repetição do cálculo por diversos alunos, tomando-se no final o valor médio das estimativas obtidas.

### 3.2.3 Determinação do sentido do movimento orbital da Lua

Enquanto decorreu esta actividade, foi possível observar a Lua na fase de quarto crescente, e os alunos puderam reflectir sobre a posição relativa da Lua e do Sol no momento da observação e a que se verificaria passados alguns dias. Verificaram por si próprios (já que estas observações foram feitas por iniciativa própria dos alunos, não durante o decorrer das sessões presenciais), correctamente, que o sentido do movimento orbital lunar é o mesmo do movimento de rotação da Terra.

### 3.2.4 Determinação da latitude da Covilhã a partir da altura da Estrela Polar

Para esta actividade, foi agendada uma sessão especial, nocturna. A altura da Estrela Polar foi medida com um dos compassos artesanais construídos no decurso dos trabalhos de preparação que descrevemos na Secção 2.5 e ainda com um astrolábio

improvisado com um transferidor escolar e um fio de prumo. Foi obtido o valor de  $40^\circ \pm 2^\circ$ , compatível, dentro da margem de erro, com o valor correcto de  $40^\circ 16'$ .

### 3.3 Análise dos resultados dos questionários

Foi feito um questionário antes da realização das actividades com intuito de perceber até que ponto os alunos estavam familiarizados com estes conceitos. Foram feitas questões simples de resposta rápida. Com este questionário pôde-se verificar que apesar destes temas, por vezes, fazem parte do nosso conhecimento dado como adquirido, o certo é que temos ideias erradas sobre alguns temas.

Na primeira questão, os alunos já tinham noção que o movimento dos astros que é consequência do movimento aparente do Sol; na segunda questão eles sabem que existe uma estrela que nos oriente; na terceira questão o nosso movimento já suscita algumas dúvidas, houve incertezas se o movimento é contrário ou é no sentido dos ponteiros do relógio; na quarta questão os alunos tiveram dificuldades em estabelecer a distância entre a Terra e o Sol; na quinta pergunta não tinham qualquer tipo de dúvidas, tem a percepção de que o meio-dia solar não ocorre em simultâneo na Terra; eles, os alunos têm noção que nos movemos todos no mesmo plano; nas questões relacionadas com os eclipses os alunos revelaram certas dificuldades em responder ao questionário.

Após realizar as actividades possíveis, foi feito um segundo questionário para perceber até que ponto a prática leva os alunos a adquirir conhecimentos.

Neste questionário verificou-se que as respostas foram muito mais coerentes, o que inicialmente suscitava mais dúvidas foi respondido acertadamente, continuando, contudo, ainda existir incertezas sobre o movimento, não do nosso planeta, mas sim do sistema solar.

Apesar deste questionário apenas visar três alunos, podemos concluir que houve um certo interesse destes alunos pelas actividades em si, dinamizaram estes encontros que se efectuaram na escola, por isso pode-se afirmar que houve um balanço positivo.

### 3.4 Crítica ao trabalho e à sua avaliação

Como já foi referido, a adesão das escolas à nossa proposta de trabalho foi muito reduzida. Ficámos limitados a um grupo de três alunos e, para minimizar a perturbação que a sua colaboração necessariamente acarretaria ao seu dia a dia escolar, optou-se por reduzir a duração e profundidade dos trabalhos.

Num período de apenas três semanas, tivemos somente quatro sessões presenciais com os alunos. Eles revelaram um grande interesse nas propostas, participaram activamente na discussão dos métodos e grande capacidade de iniciativa na sua implementação.

Como é óbvio, uma população amostral tão reduzida não permite apoiar conclusões com carácter definitivo, tendo os questionários servido mais como parte necessariamente integrante de um “ensaio geral” para o tipo de trabalhos que pretendíamos realizar. Ainda assim, pudemos constatar o evidente entusiasmo que estas actividades despertaram nos que delas participaram, o que permite encarar com optimismo futuras iniciativas, que eventualmente se possam realizar em melhores condições (contando com mais estudantes, durante um intervalo de tempo mais prolongado, integrando os projectos de um clube de ciências escolar, etc.).

## 4 Conclusão

Com este trabalho pretendeu-se iniciar a elaboração de uma lista de observações astronómicas simples, escolhidas para dar resposta a questões que imediatamente se colocam em exposições de introdução à estrutura do Sistema Solar, e desenhadas por forma a serem facilmente postas em prática, sem necessidade de se recorrer a equipamentos complexos e/ou dispendiosos.

As estimativas numéricas obtidas com estas observações são razoavelmente exactas, desde que as observações sejam feitas com algum cuidado<sup>1</sup>. Porque se trata de observações simples, tanto do ponto de vista material como conceptual, são trivialmente assimiláveis pelos alunos que as vierem a realizar, facilitando a “conquista” dos conceitos e dos modelos envolvidos. Permitem também uma colaboração entre escolas, obrigando até, nalguns casos (determinação do raio da Terra e da diferença de longitudes), à colaboração entre escolas de regiões afastadas. Estas colaborações têm muitas vezes efeitos colaterais altamente benéficos pelo diálogo e pela troca de experiências que implicam.

A aplicação destas propostas não pode ser efectuada como se pretendia, uma vez que a adesão das escolas da região foi claramente insuficiente. Mesmo assim, o excelente ambiente que se gerou nos trabalhos com o reduzido número de alunos com que se pode contar, no pequeno intervalo de tempo que essa colaboração durou, deixam boas perspectivas para um trabalho mais aprofundado num futuro que se deseja breve.

---

<sup>1</sup> A excepção a esta regra é a da determinação da distância Terra-Sol (Secção 2.2.6), que envolve um produto com a co-tangente do ângulo formado pelas direcções Terra-Sol e Terra-Lua, quando esta se encontra em quadratura, ângulo esse que é praticamente igual a  $90^\circ$ .

## Apêndice: Como medir ângulos no céu?

Em várias observações propostas neste trabalho deve medir-se, o mais precisa e rigorosamente possível, o valor do ângulo entre as direcções de observação de dois pontos de referência no firmamento. Por exemplo, propõe-se a estimativa da latitude do local onde se encontra o observador através da determinação da altura angular da estrela Polar, ou seja, o ângulo que a direcção de observação da estrela Polar faz com a horizontal.

A medição destes ângulos pode fazer-se de forma simples (e, assim se espera, suficientemente precisa para a maioria das observações propostas), recorrendo a um teodolito simplificado que consiste em duas hastes rectilíneas graduadas, cruzadas perpendicularmente (ver a Figura 20). Para medir o ângulo entre dois pontos (dois astros, por exemplo), o utilizador deve fixar a haste mais comprida na direcção de um deles e, observando desde a extremidade dessa haste, tomar nota da marca na graduação da segunda haste que está alinhada com o segundo ponto. Se chamarmos  $x$  à distância entre a segunda haste e a extremidade da primeira a partir de onde se faz a observação e  $y$  distância, medida na segunda haste, que separa a marca alinhada na segunda haste com o segundo ponto a observar da primeira haste, então a tangente do ângulo entre os dois pontos é dada por

$$\tan \theta = \frac{y}{x} \quad (2.23)$$

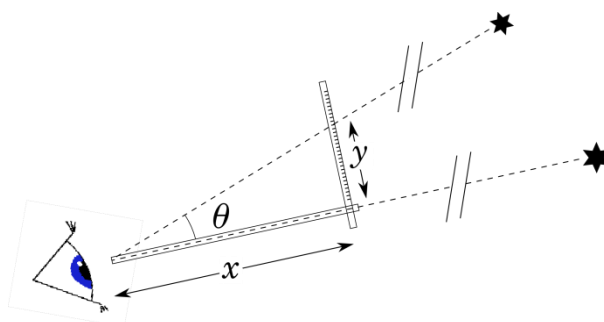


Figura 20: Utilização de uma balestilha simples para estimar ângulos entre corpos celestes.

Para estimativas mais rápidas (mas menos precisas), é costume a adopção de regras baseadas nas dimensões dos dedos e da mão, quando observados com o braço esticado.

Por exemplo, o diâmetro angular de um lápis vulgar à distância de um braço esticado é de cerca de  $0,8^\circ$ ; o do dedo indicador é aproximadamente  $2^\circ$ ; o do punho cerrado  $10^\circ$  (ver a Figura 21). Trata-se obviamente de aproximações que dependem de pessoa para pessoa, mas que produzem rapidamente estimativas aceitáveis.

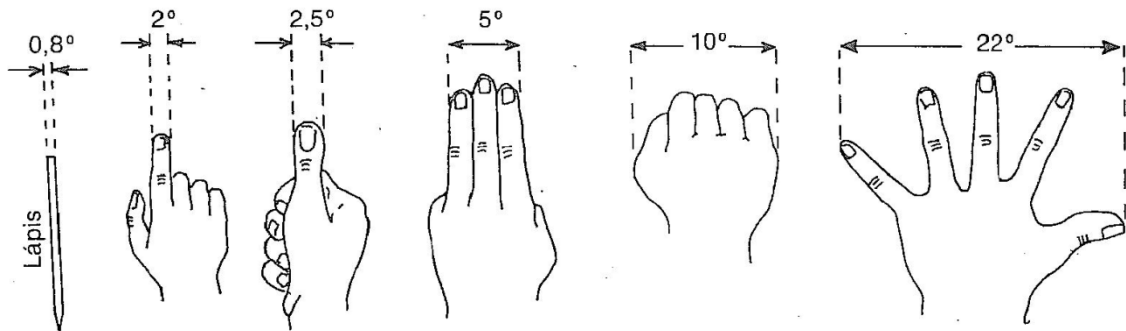


Figura21: Referencias para a medição de distâncias angulares e tamanhos aparentes [1]

## Questionário prévio

1. Todos os dias vemos o Sol erguer-se de manhã, deslocar-se de Oriente para Ocidente ao longo do dia e pôr-se, por fim, no final da tarde. Este movimento visível é um movimento real do Sol, ou é resultado aparente do movimento da Terra?

É um movimento real do Sol

É uma consequência do movimento da Terra

2. Quando se fala em orientação podemos falar em vários tipos, qual é a estrela que mais frequentemente nos guia. E o Sol pode fazer a mesma função?

R: \_\_\_\_\_

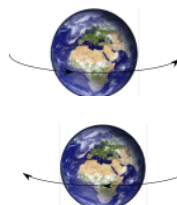
Sim

Não

3. Supondo que o movimento referido na primeira pergunta resulta do movimento da Terra, qual será o seu sentido?

De Oriente para Ocidente

De Ocidente para Oriente



4. A distância entre a Terra e o Sol é

O dobro da distância Terra-Lua

$10 \times$  maior que a distância Terra-Lua

$100 \times$  maior que a distância Terra-Lua

Ainda maior

5. O meio-dia solar é o instante do dia que o Sol se encontra mais alto no céu. O meio-dia solar ocorre simultaneamente em todas as partes da superfície da Terra?

Sim

Não

6. Quando a Lua está cheia, qual a sua posição relativamente à Terra e ao Sol?

A Lua encontra-se atrás do Sol

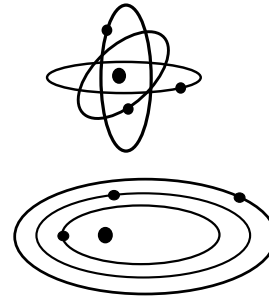
A Lua encontra-se entre a Terra e o Sol

A Lua encontra-se do lado contrário ao Sol

7. Os vários planetas que formam o sistema solar movem-se todos em redor do Sol. A sua disposição é arbitrária, ou movem-se todos aproximadamente num mesmo plano, como os pontos de um disco em rotação?

Movem-se de forma arbitrária

Movem-se todos num mesmo plano



8. O que ocorre num eclipse lunar?

A Lua esconde-se na sombra da Terra

A Lua esconde-se atrás do Sol

Outra

9. Pode ocorrer um eclipse lunar na lua-nova?

Sim

Não

10. Quando a Lua se encontra na forma de quarto crescente, qual o ângulo que a direcção Lua – Sol faz com a direcção Lua – Terra?

90°

0°

180°

Outro

11. Qual é o movimento da Terra associado as estações do ano?

Rotação

Translação

## Questionário posterior

1. O meio-dia solar coincide com o meio-dia indicado pelos nossos relógios?

Sim

Não

2. Tal como o Sol e a Lua, os vários astros visíveis tem um movimento aparente nocturno, mas há uma estrela, visível no hemisfério norte, cuja posição não muda ao longo do dia, e em torno do qual os restantes astros parecem mover-se de hora para hora. Qual é essa estrela?

R: \_\_\_\_\_

3. A Lua move-se em torno da Terra, completando uma rotação em cerca de 28 dias. Que ângulo percorre a Lua no seu movimento, ao longo de um único dia?

R: \_\_\_\_\_

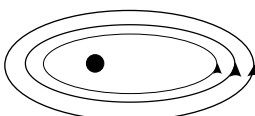
4. Quando a Lua esta nova, qual a sua posição relativamente à Terra ao Sol?

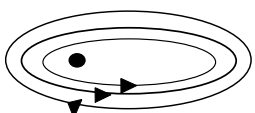
A Lua encontra-se atrás do Sol

A Lua encontra-se entre a Terra e o Sol

A Lua encontra-se do lado contrário ao Sol

5. Se considerar que os planetas do sistema solar se movem todos aproximadamente no mesmo plano, será o sentido do movimento comum, ou independente uns dos outros.

Comum 

Independente 

6. Que tipo de eclipses conheces?

R: \_\_\_\_\_

7. O que ocorre num eclipse lunar?

A Lua esconde-se na sombra da Terra

A Lua esconde-se atrás do Sol

Outra

8. Pode ocorrer um eclipse do Sol na lua-cheia?

Sim

Não

9. Quando a Lua se encontra na fase de quarto – crescente, qual o ângulo que a direcção Lua – Sol faz com a direcção Lua – Terra?

$90^\circ$

$0^\circ$

$180^\circ$

Outro

10. Qual é o fenómeno associado a sucessão dos dias e das noites?

Rotação

Translação

11. Que tipo de órbita faz a Terra com o Sol?

É uma circunferência

É uma elíptica

## Fotografias da actividade - Direcção Norte-Sul





## 5 Bibliografia

- Almeida, G. d. (s.d.). *A excentricidade da órbita da Terra (I)*. Obtido de Site da Associação Portuguesa de Astrónomos Amadores: [http://www.apaa.co.pt/GA/Excentricidade\\_Brasil\\_1.pdf](http://www.apaa.co.pt/GA/Excentricidade_Brasil_1.pdf) (acedido em Maio de 2010)
- Bernhard, J. (2000). Does active engagement curricula give long-lived conceptual understanding? *GIREP2000 "Physics Teacher Education Beyond 2000"*. Barcelona, Espanha.
- Buncick, M. C., Betts, P. G., & Horgan, D. D. (2001). Using demonstrations as a contextual road map: enhancing course continuity and promoting active engagement in introductory college physics. *International Journal of Science Education*, 23:12, 1237-1255.
- Dutka, J. (1992). Eratosthenes' Measurement of the Earth Reconsidered. *Arch. Hist. Exact Sci.* 46 (1), pp. 55-66.
- Ferreira, M., & de Almeida, G. (2001). *Introdução à Astronomia e às Observações Astronómicas*. Lisboa: Plátano Editora.
- Heath, T. (1913). *Aristarchus of Samos - The Ancient Copernicus*. Oxford: Clarendon Press.
- Heuvelen, A. V. (1991). Learning to think like a scientist: A review of research-based instructional strategies. *American Journal of Physics*, 59, 891-897.
- Laws, P., Sokoloff, D., & Ronald, T. (1999). Promoting active learning using the results of physics education research. *Article UniServe Science News*, 13, 14-19.
- McDermott, L. C. (1991). Millikan Lecture 1990: What we teach and what is learned - Closing the gap. *American Journal of Physics*, 59, 301-315.
- Michael, P. ((2004)). Does Active Learning Work? A review of the Research. *Journal of Engineering Education*, 93(3), 223-231.
- Redish, E. F., Saul, J. M., & Steinberg, R. N. (1997). On the effectiveness of active-engagement microcomputer-based laboratories. *American Journal of Physics*, 65(1), 45.
- Roura, P., & Calbó, J. (2005). Measurement of the Earth's Measurement of the Earth's radius based on historical evidence of its curvature. *Physics Education* 40(5) 455 .
- Tang, G., & Titus, A. (2002). Promoting active learning in calculus and general physics. *American Society for Engineering Education Conference and Exposition*. Montréal, Canada.
- Thornton, R. K. (1999). Using the Results in Science Education to Improve Science Learning. *International Conference on Science Education*. Nicosia, Chipre.
- Van Weert, T. J., & Pilot, A. (2003). Task-Based Team Learning with ICT, Design and Development of New Learning. *Education and Information Technologies*, 8:2, 195-214.