



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Engenharia

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

Marta Pereira Baptista

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Aeronáutica

(Ciclo de estudos integrado)

(Versão corrigida após defesa)

Orientador: Prof. Doutor Kouamana Bousson

Covilhã, outubro 2015

Agradecimentos

Agradeço aos meus pais, Isabel e António, por todo o apoio que desde sempre me deram. Às minhas irmãs, Luísa e Teresa, que apesar da distância física que nos separa, nunca deixam de estar presentes.

Um especial e sincero obrigado ao meu orientador, Professor Doutor Kouamana Bousson, pela disponibilidade, orientação e sobretudo por toda a paciência e encorajamento que sempre teve comigo e que foram essenciais para a concretização deste trabalho.

Por fim, e não menos importante, agradeço a todos os amigos que estiveram do meu lado e que com a sua boa disposição e palavras de motivação sempre me ajudaram ao longo destes anos.

Resumo

O controlo de helicópteros tem vindo a adquirir nas últimas décadas maior visibilidade por ser uma tarefa de elevada dificuldade. Esta dificuldade relaciona-se com a tendência do helicóptero para a instabilidade. Para aumentar a estabilidade dinâmica existem dois fatores de grande influência: as qualidades de voo e a ausência de falhas nos atuadores e é neles que esta dissertação se irá focar. Garantir boas qualidades de voo é um objetivo e uma necessidade constante em todas as fases de voo pois desta forma a estabilidade da aeronave é assegurada. Outra necessidade constante e mais evidente é evitar a ocorrência de falhas.

O presente trabalho visa então o desenvolvimento de um método de controlo capaz de estabilizar o sistema de modo ótimo e robusto mantendo as qualidades de voo no nível desejado mesmo na presença de falhas nos atuadores. A Alocação de Polos pelo método de Ackermann e o método de controlo LQR (*Regulador Linear Quadrático*) formam a base para toda a modelação do controlo ótimo desenvolvido. O método de Ackermann por garantir as qualidades de voo desejadas e o LQR por garantir um desempenho ótimo e robusto ao sistema. A união dos dois métodos, pelas suas vantagens individuais, permitiram chegar ao algoritmo pretendido.

A estabilidade dinâmica do helicóptero compreende um conjunto de modos naturais onde o controlador tem dificuldade em manter as qualidades de voo e foi em cada um desses modos que se testou o método proposto. Simularam-se e compararam-se as respostas obtidas pelo método de Ackermann com as do algoritmo proposto. Essas respostas envolvem a simulação da atitude para cada modo de voo, a avaliação das respetivas qualidades de voo, o custo de ambos os métodos e as respostas de controlo e de estado face à presença das falhas. Perante os resultados obtidos, constatou-se que ambos os métodos têm a capacidade de impor as qualidades de voo e estabilizar o sistema mesmo na presença de falhas. Porém o algoritmo proposto apresenta sempre melhores resultados, quer a estabilizar o sistema de forma mais rápida quer pelo facto de apresentar um menor custo e portanto o objetivo é cumprido.

Palavras-chave

Helicóptero, Controlo Ótimo, LQR, Método de Ackermann, Qualidades de Voo, Falhas nos Atuadores.

Abstract

In the last decades, helicopters' control has received a higher attention, both from academic and engineering community due to its natural instability. In order to enhance the dynamic stability, two major factors are considered: flight qualities and the absence of actuators failures. This thesis will focus both of them. The main goal is to guarantee a good flight quality necessary in all flight phases to assure the aircraft stability. Another constant necessity and even more evident is the constant necessity to avoid actuators failure.

The present work will focus in a development of a controlled, optimized and robust method able to stabilize the system, maintaining its flight qualities even in the event of an actuators failure. Ackermann's pole allocation method and the LQR control method, form the base modulation for the optimal control development. Ackermann's formula guarantees the wanted flight qualities, while LQR method guarantees an optimal and robust performance.

Both control methods, due to their individual advantages, are able to achieve an optimal algorithm. Helicopter dynamic stability is composed by natural modes in which the algorithm developed will be tested on. The proposed algorithm was simulated and compared with the responses obtained from Ackermann's method. These responses involve the simulation of the flight attitude for each mode, as well as the investigation of the respective flight qualities, the cost of both methods and the control and state responses due to the presence of faults.

The results obtained indicate that both methods have the ability to apply the flying qualities and stabilize the system even in the occurrence of failures. However, the proposed algorithm presents always better results such for quicker system stabilization and power cost. With these results, the main goal was achieved.

Keywords

Helicopter, Optimal Control, LQR, Ackermann Method, Flight Qualities, Actuator failure.

Índice

Resumo	vi
Palavras-chave	vi
Abstract	viii
Keywords	viii
Índice	x
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas.....	xvi
Lista de Acrónimos	xviii
Nomenclatura	xx
Capítulo 1- Introdução.....	1
1.1.Motivação	1
1.2. O problema e as consequências das falhas em geral	2
1.3. Controlo de Sistemas de Aeronaves	3
1.4. Objetivos	7
1.5. Estrutura do Trabalho	7
Capítulo 2 - Qualidades de Voo dos Helicópteros	9
2.1. Descrição dos comandos de helicópteros	9
2.2. Dinâmica do helicóptero.....	10
2.2.1. Forças e momentos atuantes no helicóptero	11
2.2.2. Equações do movimento	12
2.3. Sistema de controlo linearizado.....	13
2.4. Qualidades de voo e respetiva avaliação	15
2.4.1 Escala de Cooper-Harper.....	15
2.4.2 Método de avaliação das qualidades de voo segundo ADS-33	17
2.4.2.1. Resposta de termo curto (largura de banda)	18
2.4.2.2.Resposta de termo médio (rapidez da dinâmica da atitude)	20
2.4.2.3. Resposta de elevada amplitude	22
2.4.3. Estabilidade Dinâmica	24
2.4.3.1. Dinâmica Longitudinal	27
Fugóide	27
Período Curto	28
2.4.3.2. Identificação e avaliação das qualidades de voo dos modos longitudinais	28

2.4.3.3. Estabilidade Latero-Direcional	30
Espiral	30
Rolamento Holandês	30
Rolamento	31
2.4.3.4. Identificação e avaliação das qualidades de voo dos modos latero-direcionais	32
2.4.3.5 Exemplo de Aplicação	33
2.5. Vantagens e Desvantagens dos Métodos Quantitativos	34
Capítulo 3 - Método de Controlo de Atitude Tendo em Conta as Qualidades de Voo e as Falhas	35
3.1 Controlo Ótimo e Robusto	35
3.2. Controlabilidade e Observabilidade	36
3.3. Alocação de Polos segundo o Método de Ackermann	36
3.4. Controlo pelo método LQR (<i>Linear Quadratic Regulator</i>)	38
3.5. Método Proposto	39
Capítulo 4 - Simulação e análise dos resultados do algoritmo proposto	43
4.1 Qualidades de Voo Iniciais	43
4.2 Simulação do Algoritmo Proposto	45
4.2.1 Cálculo das matrizes A , B , C e D	46
4.2.2. Controlabilidade e observabilidade do sistema	46
4.2.3 Aplicação do método LQR pela formulação proposta	48
4.2.4 Comparação do custo para ambos os métodos	51
4.2.5 Simulação das falhas nos atuadores	52
Capítulo 5 - Conclusão	67
5.1. Conclusões do trabalho apresentado	67
5.2. Trabalhos Futuros	68
Bibliografia	69
Anexo 1	75
Anexo 2	91
Anexo 3	93
Anexo 4	95

Lista de Figuras

Fig. 1. Esquema genérico das redes neuronais artificiais.	4
Fig. 2 - Sistema de eixos ortogonal da dinâmica de voo do helicóptero [26].	9
Fig. 3 - Mecanismos de controlo do helicóptero [27].	10
Fig. 4 - Cinco sistemas de modelagem do helicóptero [26].	11
Fig. 5 - Sistema com m entradas e r saídas.	13
Fig. 6 - Escala de Cooper-Harper para a definição de qualidades de voo [26].	16
Fig. 7 - Gráfico que ilustra os diferentes níveis de frequência e de amplitude [26].	17
Fig. 8 - Diagrama para a determinação da largura de banda e atraso de fase [26].	18
Fig. 9 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso para o movimento de arfagem para diferentes missões [30].	19
Fig. 10 - Requisitos para a atitude de guinada de baixa amplitude [30].	20
Fig. 11 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso de fase para o movimento de rolamento para diferentes missões a baixa amplitude [30].	20
Fig. 12 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso de fase para o movimento de rolamento em diferentes missões de média amplitude [30].	21
Fig. 13 - Gráfico típico, de uma entrada de pulso, para obtenção do valor da mudança de atitude e do valor extremo da taxa de rolamento [30].	21
Fig. 14 - Gráfico da mudança de atitude em função do tempo para obter a variação mínima da atitude [30].	22
Fig. 15 - Dinâmica longitudinal do modo fugóide [29].	27
Fig. 16 - Gráfico de referência das qualidades de voo para voo longitudinal [26].	29
Fig. 17 - Estabilidade latero-direcional: Rolamento Holandês [29].	31
Fig. 18 - Ilustração do movimento de rolamento.	32
Fig. 19 - Requisitos latero-direcionais para as qualidades de voo [27].	32
Fig. 20 - Diagrama de blocos da realimentação de estados.	37
Fig. 21 - Resposta do modo fugóide sem controlador.	44
Fig. 22 - Gráfico da resposta do modo de período curto sem controlador.	44
Fig. 23 - Modos latero-direcionais iniciais (sem controlador): Rolamento inicial (R.I.), Rolamento Holandês Inicial (R.H.I) e Espiral (E.I.).	45
Fig. 24 - Comparação do movimento fugóide em relação ao método de controlo segundo Ackerman (F. Ack.) e segundo o algoritmo proposto (F. A.P.)	49

Fig. 25 - Comparação do movimento de período curto inicial, sem controlador (P.C.I), com o período curto segundo o controlo por Ackermann (P.C. Ack) e pelo Algoritmo proposto (P.C. A.P.).....	50
Fig. 26 - Representação do modo espiral inicialmente (E.I) com o modo espiral segundo o método de Ackermann (E.Ack) e algoritmo proposto (E. A.P).	50
Fig. 27 - Representação do modo rolamento holandês inicial (R.H.I) com o modo rolamento holandês segundo Ackermann (R.H.Ack) e segundo o algoritmo proposto (R.H.AP).	51
Fig. 28 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	53
Fig. 29 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	53
Fig. 30 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	54
Fig. 31 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	54
Fig. 32 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	55
Fig. 33 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	55
Fig. 34 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o algoritmo de Ackermann (θ Ack) e para o método proposto (θ A.P.).	56
Fig. 35 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann ($\theta 1s$ Ack) e para o algoritmo proposto ($\theta 1s$ A.P.).	56
Fig. 36 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	57
Fig. 37 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann ($\theta 1s$ Ack) e para o algoritmo proposto ($\theta 1s$ A.P.).	57
Fig. 38 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).	58
Fig. 39 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann ($\theta 1s$ Ack) e para o algoritmo proposto ($\theta 1s$ A.P.).	58

Fig. 40 - Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	59
Fig. 41 - Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).	59
Fig. 42 - Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	60
Fig. 43- Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).	60
Fig. 44 - Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	61
Fig. 45 - Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).	61
Fig. 46 - Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	62
Fig. 47 - Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{0T} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{0T} A.P.).	62
Fig. 48- Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	63
Fig. 49-Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{0T} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{0T} A.P.).	63
Fig. 50 - Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).	64
Fig. 51 - Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{0T} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{0T} A.P.).	64

Lista de Tabelas

Tabela 1 - Níveis das qualidades de voo e respectivas características [30].	16
Tabela 2- Requisitos das qualidades de voo para o rolamento a baixa amplitude [31].	23
Tabela 3 - Valores próprios obtidos inicialmente e respetivo nível de qualidades de voo para cada modo de voo	43
Tabela 4 - Matriz de ganho e aumentada e respetivos valores próprios para o modo fugóide, período curto e rolamento segundo o método de Ackermann.	47
Tabela 5 - Valores Próprios obtidos da matriz A aumentada, $Alqr$, e o respetivo nível obtido para o modo fugóide, período curto e rolamento.	49
Tabela 6 - Valores da função de custo de cada modo relativamente ao método de Ackermann e ao Algoritmo proposto.	51

Lista de Acrónimos

ADS-33 - Aeronautical Design Standard

EHSAT - European Helicopter Safety Analysis Team

FAA - Federal Aviation Administration

FDI - Fault Detection and Isolation

FDD- Fault Detection and Diagnosis

FTCS - Fault-tolerant control systems

GPIAA - Gabinete de Prevenção e Investigação de Acidentes com Aeronaves

HOME - Hard Over Monitoring Equipment

IHST - International Helicopter Safety Team

LQR- Regulador Linear Quadrático

MIMO - Multiple Input Multiple Output

SISO -Single Input Single Output

UAV - Unmanned Air Vehicle

VMS - Simulador de Movimento Vertical

Nomenclatura

A - Matriz de estado, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

B - Matriz de controlo, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$

C - Matriz de saída, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$

cg - centro de gravidade

D - Matriz de controlo de saída, $D \in \mathbb{R}^{q \times n}$

f e h - são funções não lineares do movimento do helicóptero, das entradas de controlo e que incluem algumas perturbações.

F_x, F_y, F_z - Forças atuantes na fuselagem nos eixos x , y e z , respetivamente.

g - aceleração gravítica $\left(\frac{m^2}{s}\right)$

H - matriz de efetividade dos atuadores.

I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} - Momentos de Inércia do helicóptero nos eixos x , y e z respetivamente ($kg.m^2$)

I_{xz} - produto de inercia com respeito ao plano (x, y) da aeronave, ($kg.m^2$).

J - função de custo

K - matriz de ganho

L, M , e N - momentos nos eixos x , y e z respetivamente ($N.m$)

M_a - massa do helicóptero (kg)

P - matriz solução da equação de Riccati.

p , q , e r - taxas angulares (taxa de rolamento, taxa de arfagem e taxa de guinada) sobre os eixos x , y e z respetivamente.

p_{pk} - taxa de rolamento

$\frac{p_{pk}}{\Delta\phi}$ - rapidez da dinâmica do rolamento, ($1/s$)

Q - matriz de ponderação de estado

R - matriz de ponderação de controlo

T_p - Período próprio

T_{rp}, T_{rc} - trações do rotor principal e de cauda (N)

u - Vetor de controlo, $u \in \mathbb{R}^p$

U_e - velocidade de equilíbrio no sistema de eixos da fuselagem (rad/s)

u , v , e w - componentes da velocidade translacional no helicóptero nos eixos x , y e z , respetivamente (m/s)

x - Vetor de estado, $x \in \mathbb{R}^n$

X, Y, Z - Forças lineares nos eixos x , y e z , respetivamente

y - Vetor de saída do sistema, $y \in \mathbb{R}^q$

β_{1c}, β_{1s} - ângulo de flapping lateral e longitudinal

Δ - matriz de controlabilidade

xx

$\Delta\phi$ - mudança de atitude

ξ - amortecimento

θ, ϕ, ψ - ângulos de Euler que definem a orientação do helicóptero em relação à Terra, (*rad*)

θ_0 - deflexão do coletivo no rotor principal (*rad*)

θ_{0T} - deflexão do coletivo no rotor de cauda (*rad*)

θ_{1c} - deflexão do cíclico lateral (*rad*)

θ_{1s} - deflexão do cíclico longitudinal (*rad*)

Θ - matriz de observabilidade

λ - valor próprio

π - constante de valor 3,14

ω_n - frequência natural (*rad/s*)

τ_p - atraso de fase (*s*)

Capítulo 1- Introdução

1.1.Motivação

O helicóptero é uma aeronave que faz parte de uma das categorias de asa rotativa e que se torna única pela variedade de funções civis e militares [1]. Esta é uma das muitas definições que caracterizam os helicópteros. Estas aeronaves marcam a diferença por possuírem asas rotativas que lhes permite pairar, subir/descolar e descer/aterrar na vertical, voar lateralmente, para trás e girar. Por isso, ao contrário das aeronaves de asa fixa, estes possuem uma vasta manobrabilidade que lhes traz diversas vantagens quer a nível civil quer militar.

Essas vantagens passam pela capacidade de operar em áreas remotas, inacessíveis para outros aviões ou veículos. Desde que haja espaço de manobra, estes conseguem operar em zonas montanhosas, selvas, sobre o mar e sobre os polos, podendo assim serem usados em inúmeras ocasiões como por exemplo em operações de guerra, de policiamento, inspeção de linhas elétricas, combate a incêndios e principalmente em operações de resgate e salvamento mesmo em condições de terreno e clima adverso. Grande parte dos especialistas na aviação considera o helicóptero a aeronave mais versátil e inovadora conhecida pelo Homem. É esta versatilidade que os torna um dos veículos mais importantes e mais úteis da aviação de hoje em dia e uma das razões pela qual foi esta aeronave a escolhida para o estudo desta dissertação.

A segunda razão passa pelo estudo do controlo da estabilidade. O grande problema dos helicópteros é a sensibilidade às perturbações internas e externas, tornando-os muito instáveis.

Por um lado, esta instabilidade resulta dos comandos de voo estarem interligados, de maneira que os ajustes que se fazem produzem efeitos que requerem compensações nos outros comandos. Por outro lado qualquer perturbação (como por exemplo falhas internas ou rajadas de vento) influencia o helicóptero exigindo do piloto uma célere intervenção de modo a corrigir a mesma.

Associadas à estabilidade, estão também as qualidades de voo. As qualidades de voo permitem avaliar a estabilidade e a atitude do helicóptero face a determinados parâmetros e missões de voo e, embora o helicóptero seja projetado para ter boas qualidades de voo, estas vão-se degradando com a presença de falhas ou até mesmo com perturbações. Nestes casos a instabilidade aumenta a dificuldade do controlador em manter a estabilidade da aeronave. Adicionalmente, existem fases de voo numa aeronave que são mais perigosas/ delicadas do que outras, como é o caso da aterragem e da descolagem e por isso exigem que o helicóptero seja necessariamente estável, caso contrário o resultado pode ser catastrófico. Por estas razões é

necessário que as qualidades de voo se mantenham no nível desejado de forma a assegurar a estabilidade para o movimento pretendido.

Torna-se então importante desenvolver métodos e sistemas que garantam eficazmente as qualidades de voo quer haja ou não ocorrência de falhas. Evidentemente que considerar a presença de falhas é mais vantajoso e mais vidas e recursos podem ser poupados.

1.2. O problema e as consequências das falhas em geral

As falhas nos atuadores podem ter efeitos prejudiciais significativos sobre o desempenho dos sistemas de controlo e precisam de ser compensados, já que muitas vezes causam um comportamento indesejado do sistema e, por vezes, levam à instabilidade, perda de controlo e acidentes catastróficos.

Para melhorar a fiabilidade e o desempenho do sistema, um controlador tem de ser capaz de acomodar essas falhas e equilibrar o efeito causado por elas instantânea e automaticamente sempre que elas ocorrem. Felizmente, o avanço tecnológico permitiu técnicas de monitoramento eletrónico de componentes críticos fazendo uma grande contribuição para a segurança. Desta forma, as falhas espontâneas são raras, porém ainda ocorrem.

Em Portugal, segundo o Gabinete de Prevenção e Investigação de Acidentes com Aeronaves (GPIAA), ocorreram nos últimos 5 anos, 15 acidentes de helicópteros com causas que vão desde a distração dos pilotos por fadiga, falta de reconhecimento da área por parte do piloto, infração do envelope de voo e raramente falhas nos motores ou no sistema de controlo [2]. Estes dados estão em conformidade com as últimas estatísticas do EHSAT (*European Helicopter Safety Analysis Team*) que mostram que a principal causa dos acidentes (70%) foi provocada por falha humana [3].

Nem sempre o resultado dos acidentes é fatal. Os helicópteros conseguem sobreviver a algumas falhas. No entanto, há determinados componentes cuja falha pode ser catastrófica, sobretudo se esta acontecer no sistema de controlo e na resposta dos atuadores [4]. O EHSAT aponta as falhas nos sistemas de controlo como uma das principais causas de acidentes (22%) [3]. Os resultados estatísticos para este tipo de falha são relativamente baixos, mas acidentes causados por elas são os mais agressivos, daí a importância em evitá-los.

O exemplo mais relevante de falhas nos sistemas de controlo são as falhas no rotor/atuadores de cauda. Com a perda do rotor de cauda, o helicóptero é incapaz de compensar o torque causado pelo rotor principal e conseqüentemente começa a cair girando em torno do seu rotor principal. Até agora a única forma de corrigir este movimento é iniciando

a autorrotação para se conseguir aterrar, onde a responsabilidade fica literalmente “nas mãos do piloto” [5].

Apesar de existirem sistemas que garantem alguma segurança, estes ainda estão fortemente dependentes da habilidade e da experiência do piloto. É por esta razão e para reduzir a quantidade de acidentes que é necessário encontrar melhores métodos de prevenção de falha e formas de evitar os acidentes através de sistemas de controlo que consigam manter minimamente a estabilidade da aeronave em caso de falha.

1.3. Controlo de Sistemas de Aeronaves

Os sistemas de controlo necessitam de ser desenvolvidos de forma que determinadas propriedades principais do sistema se mantenham quase inalteradas quando sujeitas a perturbações. Nos últimos anos têm sido realizados estudos para atingir o chamado *controlo ótimo da atitude* que pretende garantir o funcionamento do sistema com o mínimo de erros possíveis.

Os sistemas de controlo que procuram de alguma forma dar resposta às falhas dizem-se, genericamente, sistemas de controlo tolerante a falhas - FTCS (*Fault Tolerant Control Systems*) [6]. Nos FTCS existem métodos passivos e métodos ativos, muitos deles utilizados em áreas como navios, carros e satélites. No domínio aeronáutico, as pesquisas centram-se nas aeronaves de asa fixa, tilt-rotor e UAV's. Para os helicópteros a informação é escassa. No entanto os trabalhos realizados nesta área e considerados importantes serão descritos de seguida.

O controlo passivo tolerante a falhas utiliza técnicas de controlo robusto para assegurar que o desempenho do sistema de controlo se mantém aceitável mesmo quando o processo tem falhas [6]. No projeto de controladores robustos pretende-se obter um controlador que satisfaça as especificações de projeto em condições normais de funcionamento do sistema e que garanta um desempenho satisfatório na presença de falhas. Estas abordagens são usualmente baseadas na teoria do controlo robusto H_∞ . Rao e seus colegas [7] criaram um sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) com rotor duplo que se assemelha ao sistema do helicóptero com um acoplamento cruzado entre os eixos laterais e longitudinais. Neste trabalho projetou-se um observador H_∞ e um controlador H_∞ para o sistema criado, com o objetivo de tolerar as falhas nos sensores e/ou nos atuadores. De facto o sistema concebido apresentou um bom desempenho sobretudo quando o observador e o controlador foram aplicados em simultâneo. Outro exemplo de aplicação deste tipo de controlo foi o apresentado por Zhang [8] que apresentou uma metodologia de controlo robusto adaptativo H_∞ para resolver problemas de controlo na atitude de um quadcopter com falhas nos atuadores e perturbações externas. Estes são alguns dos muitos exemplos de aplicação do controlo robusto face à presença de falhas.

Os métodos ativos FTC apresentam melhor desempenho e uma maior capacidade de tratar um conjunto mais abrangente de classes de falhas [6]. A seguir são apresentadas as metodologias mais frequentes nos helicópteros, no que toca a FTC ativos.

O controlo adaptativo apresenta características adequadas ao controlo das falhas devido à sua capacidade de adaptação a alterações dos parâmetros do sistema, não necessitando, na maior parte dos casos, do mecanismo de reconfiguração nem do sistema de deteção e diagnóstico da falha (FDD- *Fault Detection and Diagnosis*). Atualmente existe um forte interesse no desenvolvimento de métodos de controlo adaptativo pela sua capacidade de ajuste perante o problema para o qual foi configurado e por isso são aplicados na resolução de problemas de controlo de voo, como são exemplo os problemas resolvidos por, Zhang [9], Kapoor [10] e Boussaid [11]. Nesta área da computação adaptativa têm sido propostos novos métodos de FTCS, nomeadamente usando redes neuronais, lógica difusa ou formulações neuro-difusas. Uma vantagem destes métodos deriva da sua aplicabilidade a sistemas não lineares usando a representação por modelos baseados em redes neuronais ou em lógica difusa. A capacidade de aprendizagem destes métodos torna possível a adaptação do modelo e do controlador em situações de falha no sistema, obtendo-se assim a desejada tolerância a falhas.

As redes neuronais artificiais representam um tipo de computação que se baseia na forma como o cérebro executa cálculos. A figura seguinte é um exemplo deste tipo de configuração, onde se pode ver essa rede que pretende imitar o funcionamento dos neurónios biológicos, daí o nome de redes neuronais artificiais [13].

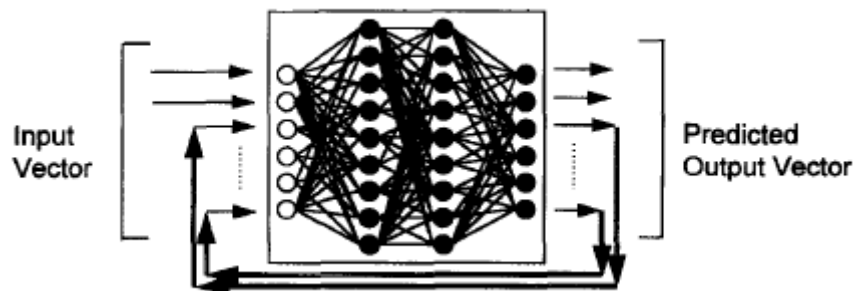


Fig. 1. Esquema genérico das redes neuronais artificiais.

O controlo adaptativo associado a redes neuronais dá origem ao controlo adaptativo neuronal [12, 13]. As suas capacidades de aproximação e inerentes características adaptativas tornam-no uma alternativa muito atrativa para a modelação de sistemas não lineares como é o caso do helicóptero [12]. Os trabalhos com base nas redes neuronais com controlo adaptativo, com aplicação em helicópteros foram investigados em [14] e apresentam bom desempenho na estabilidade da aeronave e na compensação das não-linearidades e parâmetros de incerteza aquando da ocorrência de perturbações ou falha. Para além do helicóptero, este sistema é

muito aplicado em UAV's. O Boeing-747 também utiliza este sistema num modelo matemático para deteção de falhas nos seus sensores e atuadores [15].

A utilização de modelos fuzzy ou difusos permite funcionar com sistemas com falta de informação de algumas das suas características e para tal não utiliza a lógica Booleana. Na lógica Booleana os elementos assumem valores binários, ou seja, são limitados a 2 valores (0 ou 1). A lógica difusa é uma generalização desta lógica que foi desenvolvida para aproximar as informações da linguagem humana. A diferença é que em vez de se trabalhar com variáveis binárias, trabalha-se com variáveis linguísticas (por exemplo: muito/pouco), difíceis de quantificar que variam entre zero e um, ficando assim mais próxima do raciocínio humano. Esta capacidade de descrever matematicamente o raciocínio humano, permite que estados indeterminados possam ser tratados por dispositivos de controlo tornando-se possível avaliar conceitos não-quantificáveis [17]. A estas características está associada a boa capacidade de lidar com incertezas e aproximações e é por isso que surge associado aos sistemas de redes neuronais com controlo adaptativo, dando origem ao sistema “Rapid Helicopter Drive Train Fault Detection Using Adaptive-Network-Based Fuzzy Method”. Este sistema é usado para detetar as falhas tendo em conta as vibrações no helicóptero [17]. A lógica difusa também é bastante utilizada em UAV's, para melhorar o controlo em caso de perda do rotor de cauda [18].

Em determinadas aplicações de segurança crítica, onde as avarias não podem ser toleradas, utilizam-se os métodos de deteção e isolamento de falhas (*Fault Detection and Isolation - FDI*) como o sistema FDI apresentado por Heredia [19] para o caso de um helicóptero UAV. Outro método passa pela redundância de hardware para facilitar a recuperação do sistema perante a ocorrência de falha.

A NASA também desenvolveu um sistema de segurança conhecido como Hard Over Monitoring Equipment (HOME). Este sistema é um computador independente à prova de falhas que foi projetado para complementar e melhorar a segurança de voo de um helicóptero. O HOME verifica as ordens de controlo enviadas pelo computador de controlo de voo do helicóptero. Especificamente, este pretende detetar uma entrada perigosa (*hazardous hardover*) que seja enviado para qualquer um dos quatro eixos do controlo de voo e, caso encontre, transfere o controlo do helicóptero para o piloto de segurança de voo (*safety-pilot*). Este sistema também tem sido muito útil para evitar a ocorrência de falhas e tem demonstrado bons resultados [20].

Estes são os métodos mais usados na área de controlo para evitar as falhas e consequente redução de acidentes. Em 2014 o EHSAT elaborou um relatório onde constam todos os sistemas de segurança existentes para helicópteros e refere a necessidade de continuar a desenvolver sistemas mais eficazes que melhorem a segurança e atenuem o número de

acidentes. Neste contexto, adianta ainda que juntamente com o International Helicopter Safety Team (IHST), estão a ser feitos esforços com o objetivo de reduzir em 80% a taxa de acidentes de helicópteros até 2016 [17].

No que respeita às qualidades de voo, estas envolvem o estudo e a avaliação das características de estabilidade e controlo de uma aeronave. As suas formas de avaliação estão bem definidas como se verá mais à frente, pelo que poucos são os trabalhos desenvolvidos nesta área.

Como referido anteriormente, o helicóptero é uma aeronave versátil e a sua capacidade de transportar carregamentos suspensos (por exemplo, os baldes de água para o combate a incêndios) torna-a muito útil, porém esses pesos causam a degradação das qualidades de voo. Ivler [21] aborda esta questão, propondo um sistema de controlo que utiliza medições dos movimentos de carga suspensa, bem como do feedback da fuselagem convencional para melhorar as qualidades de voo. O modelo pretendia através de um software otimizar os movimentos do cabo de forma a aumentar a estabilidade, o desempenho e as qualidades de voo do helicóptero. Suresh [22] projetou um sistema de aumento de estabilidade longitudinal e lateral para um helicóptero instável. Para tal, implementou nesse sistema o Regulador Linear Quadrático (LQR) para posteriormente avaliar, segundo a ADS-33 (Aeronautical Design Standard), as qualidades de voo que esse sistema apresenta. Os resultados mostraram, na sua maioria, qualidades de voo no nível 1.

No desenvolvimento de técnicas de melhoramento das qualidades de voo, os projetistas devem ajustar da melhor forma os ganhos das leis de controlo com vista a lidar o melhor possível com as exigências dos requisitos das qualidades de voo. No entanto, exceto com o uso de técnicas de otimização, nenhum método de síntese clássico (como o LQ, LQG, LQG/LTR, H_{∞}) parece ser adequado a este problema, devido à especificidade das leis de controlo e à especificidade dos requisitos. É por esta razão que geralmente se encontra o LQR associado aos problemas de qualidades de voo, por este ser um método de controlo ótimo [23].

A grande maioria dos trabalhos relacionados com as qualidades de voo foca-se no desenvolvimento de um problema do helicóptero e utiliza os resultados das qualidades de voo como forma de validar a teoria. Poucos são os métodos existentes que impõem as qualidades de voo ao sistema. Um desses exemplos está aplicado para helicópteros UAV's em [24]. Os métodos mais conhecidos são os métodos de Alocação de Polos, cada qual com uma determinada forma de impor os polos ao sistema através da matriz de ganho, como é o caso do método através da fórmula de Ackermann, que será explicado mais adiante.

1.4. Objetivos

Os helicópteros, como qualquer outro sistema têm certos problemas que para serem corrigidos implicam variados estudos para o seu desenvolvimento e consequente melhoramento, sobretudo nas áreas de aerodinâmica e controlo. Neste caso, o estudo incidirá na área de controlo.

O principal problema a atenuar é a instabilidade do helicóptero. Uma das formas de aumentar a estabilidade é através de sistemas que permitam impor as qualidades de voo. Como já referido anteriormente, existem determinadas fases de voo em que é obrigatório cumprir-se o nível 1 de qualidade de voo. Porém, face a perturbações, falhas ou imprecisões eletrónicas nos comandos, as qualidades de voo degradam-se e nem sempre o controlador tem capacidade de manter os requisitos relativos às qualidades de voo, como acontece com os modos de voo. Os modos de voo são movimentos da dinâmica do helicóptero que resultam de manobras ou perturbações e que aquando do seu surgimento podem levar à instabilidade do helicóptero.

Por outro lado, como visto na secção anterior, os trabalhos desenvolvidos nesta área estão relacionados com o controlo das falhas ou associados à resolução de outros problemas utilizando as qualidades de voo para validar a utilidade do método. Desta forma, mais do que um desafio seria oportuno unir a necessidade de manter as qualidades no nível desejado com a necessidade de atenuar a instabilidade causada pelas falhas nos atuadores.

Posto isto, o objetivo principal desta dissertação é o desenvolvimento de um método de controlo de atitude que desempenhe tarefas de controlo ótimo e robusto capaz de impor as qualidades do voo pretendidas e mante-las mesmo na presença falhas nos atuadores.

Serão apenas consideradas falhas parciais nos atuadores uma vez que as ocorrências de falhas totais são, em geral, impossíveis de controlar. Este método será aplicado a cada modo de voo do helicóptero, na tentativa de atenuar a instabilidade e melhorar o desempenho do controlador nestas situações.

1.5. Estrutura do Trabalho

O segundo capítulo inicia-se com a abordagem aos movimentos do helicóptero. Inicialmente apresenta os vários comandos de controlo e explica de forma sucinta o seu funcionamento. Isto permite introduzir as equações da dinâmica de voo que são constituídas pelas equações de movimento, forças e momentos e por isso todas estas equações são também apresentadas. O helicóptero possui uma dinâmica não linear que dificulta a sua manipulação e é por esta razão que se aborda o sistema de controlo linearizado da dinâmica do helicóptero,

quer para o modelo longitudinal, quer para o modelo latero-direcional. Explicada a dinâmica de voo do helicóptero, passa-se para a definição das qualidades de voo e sucessiva apresentação das três possibilidades de avaliação das mesmas: pela Escala de Cooper-Harper, pela ADS-33 (*Aeronautical Design Standard*) ou pela estabilidade dinâmica através dos valores próprios. Para melhor compreensão deu-se um exemplo de aplicação para este último método. Por fim, é feito um balanço das vantagens e desvantagens dos últimos dois métodos para assim se justificar a opção escolhida a aplicar no algoritmo proposto.

O objetivo do terceiro capítulo é apresentar o algoritmo proposto. Como se pretende que este algoritmo tenha características ótimas e robustas procedeu-se a uma breve explicação destes conceitos. De seguida são apresentados os dois métodos base para a construção do algoritmo proposto: Alocação de polos pelo método de Ackermann e controlo pelo método LQR (*Linear Quadratic Regulator*). O método proposto é então apresentado. Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são requisitos a cumprir e por isso também se procede à sua explicação.

No quarto capítulo apresentam-se os resultados associados à simulação do algoritmo proposto. São obtidas as qualidades de voo iniciais e os gráficos da atitude dos modos longitudinais e latero-direcionais sem controlador. De seguida, são apresentados os gráficos da atitude dos modos de voo para o método de Ackermann e para o método proposto. Estes gráficos são analisados e comparados com os obtidos inicialmente sem controlador. Verifica-se também se as qualidades de voo obtidas após o algoritmo proposto correspondem às impostas. Por fim, surge uma tabela comparativa dos custos associados a cada método e os gráficos que comparam a resposta dos controlos e dos estados para cada método, na presença de falhas e para cada modo de voo.

O quinto capítulo é dedicado às conclusões retiradas desta dissertação e aos possíveis trabalhos futuros.

Capítulo 2 - Qualidades de Voo dos Helicópteros

2.1. Descrição dos comandos de helicópteros

O controlo da posição e da atitude de um corpo no espaço requer o controlo das forças e dos momentos em 3 eixos (Fig.2). O helicóptero possui 6 graus de liberdade e para controlar o helicóptero, o piloto dispõe de três comandos que atuam de maneira integrada, facilitando a manobrabilidade e reunindo em vários comandos movimentos diferentes. Esses comandos são: o cíclico, o coletivo e os pedais. Como se pode ver na figura 2, o helicóptero tem liberdade de deslocamento nos três eixos espaciais, x , y e z [26].

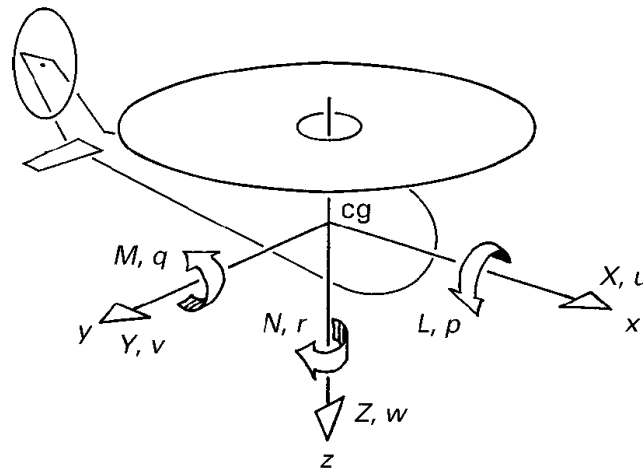


Fig. 2 - Sistema de eixos ortogonal da dinâmica de voo do helicóptero [26].

Considera-se o sistema de eixos ortogonal com os seus eixos fixos na própria aeronave e para fins da dinâmica de forças, a origem dos eixos é no centro de massa do helicóptero. Onde:

X , Y , e Z são as forças lineares nos eixos x , y e z respetivamente;

u , v , e w são as velocidades translacionais nos eixos x , y e z respetivamente;

L , M , e N são os momentos nos eixos x , y e z respetivamente;

p , q , e r são as taxas angulares (taxa de rolamento, taxa de arfagem e taxa de guinada) sobre os eixos x , y e z respetivamente.

O eixo x é de deslocamento longitudinal e é comandado pelo cíclico, que permite que a aeronave se desloque para a frente ou para trás.

O eixo y corresponde ao deslocamento lateral e também é comandado pelo cíclico, que permite o movimento lateral, para a esquerda ou para direita.

O eixo z representa o deslocamento vertical da aeronave e é orientado, normalmente, com sentido positivo para baixo. O movimento de subida e descida que ocorre neste eixo é comandado pelo coletivo, que permite apenas esse grau de liberdade.

Os pedais são os responsáveis pelo movimento de guinada do helicóptero. A mudança no ângulo das pás aumenta ou reduz a pressão do rotor de cauda e leva a fuselagem a executar o movimento de guinada na direção do pedal aplicado [27].

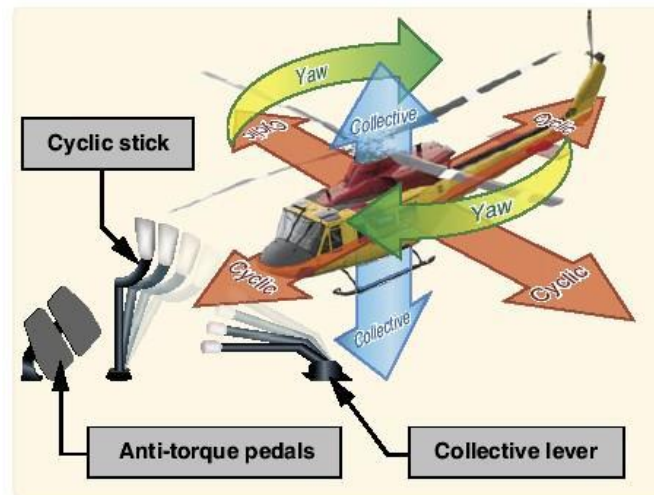


Fig. 3 - Mecanismos de controlo do helicóptero [27].

2.2. Dinâmica do helicóptero

A dinâmica do helicóptero é descrita pela resposta às entradas nos controlos. Recorrendo-se à teoria da dinâmica e da aerodinâmica, pode-se fazer a representação matemática da dinâmica do helicóptero. O seu movimento em voo é modelado pela combinação de vários subsistemas interligados entre si. A figura 4 demonstra esta interligação dos subsistemas entre os quais: o rotor principal, o rotor de cauda, a fuselagem, as empenagens e o sistema propulsivo [26].

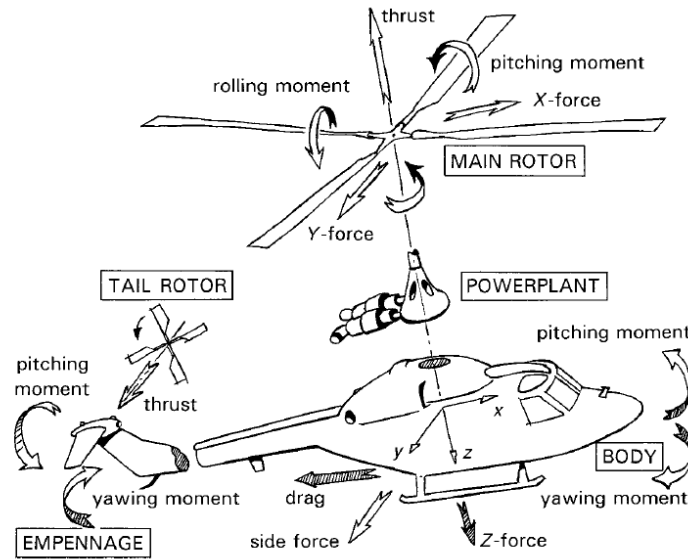


Fig. 4 - Cinco sistemas de modelagem do helicóptero [26].

Relacionando a aerodinâmica de cada subsistema, obtêm-se as equações da dinâmica do helicóptero, que são constituídas pelas equações de movimento, atitude, forças e momentos. Nestas equações estão implícitos os 6 graus de liberdade e são caracterizadas por nove variáveis de estado: três componentes da velocidade inercial translacional, u, v, w , três componentes da velocidade rotacional inercial expressas no referencial do helicóptero, p, q, r , e pelos ângulos de Euler, ϕ, θ, ψ .

2.2.1. Forças e momentos atuantes no helicóptero

Para representar o movimento do helicóptero, os efeitos das forças e dos momentos devem ter-se em conta. As forças (X, Y, Z) e os momentos (L, M, N) incluem os efeitos provenientes da aerodinâmica, da gravidade e da propulsão e as suas equações são descritas pela soma das contribuições dos cinco subsistemas abordados anteriormente. Para definir os efeitos das forças e dos momentos resultantes do rotor principal, do rotor de cauda, da gravidade e do arrasto no rotor principal, os índices rp, rc, g , e a serão, respetivamente, usados [26]:

$$F_x = X = X_{rp} + X_{rc} + X_g \quad (2.1)$$

$$F_y = Y = Y_{rp} + Y_{rc} + Y_g \quad (2.2)$$

$$F_z = Z = Z_{rp} + Z_{rc} + Z_g \quad (2.3)$$

$$L = M_x = L_{rp} + L_{rc} + L_a \quad (2.4)$$

$$M = M_y = M_{rp} + M_{rc} + M_a \quad (2.5)$$

$$N = M_z = N_{rp} + N_{rc} + N_a \quad (2.6)$$

De Padfield [26], obtêm-se as seguintes equações da força:

$$F_x = -T_{rp} \sin \beta_{1c} - \sin \theta * M_a g \quad (2.7)$$

$$F_y = T_{rp} * \sin \beta_{1s} + T_{tr} + \sin \phi * \cos \theta * M_a g \quad (2.8)$$

$$F_z = -T_{rp} * \cos \beta_{1s} * \cos \beta_{1c} + \cos \phi * \cos \theta * M_a g \quad (2.9)$$

Onde $T_{rp}, T_{rc}, \beta_{1c}, \beta_{1s}$ são, respetivamente, as forças do rotor principal e de cauda e o ângulo de flapping lateral e longitudinal.

2.2.2. Equações do movimento

Os helicópteros têm a capacidade de executar dois tipos de movimentos: translacional e rotacional. Estes movimentos provocam alterações na posição e na rotação em torno dos eixos. Para derivar as equações de movimento translacional e rotacional do helicóptero é necessário assumir o helicóptero como um corpo rígido com referência fixa no seu centro de massa.

O movimento translacional define-se pelo movimento do centro de gravidade e tem por base a *Segunda Lei de Newton* e o *Efeito de Coriolis*. A aceleração linear, em torno do sistema de eixos no corpo, ao longo dos eixos x, y, z é definida pelas seguintes equações [27]:

$$\dot{u} = vr - qw + \frac{F_x}{M_a} - g \sin \theta \quad (2.10)$$

$$\dot{v} = pw - ur + \frac{F_y}{M_a} + g \sin \phi \cos \theta \quad (2.11)$$

$$\dot{w} = uq - pv + \frac{F_z}{M_a} + g \cos \phi \cos \theta \quad (2.12)$$

onde u, v, w são as componentes da velocidade translacional da fuselagem, F_x, F_y, F_z são as forças atuantes na fuselagem e M_a é a massa do helicóptero.

Por outro lado, a aceleração angular em torno dos eixos x, y e z é definida por [27]:

$$\dot{p} = qr \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} + \frac{M_x}{I_{xx}} \quad (2.13)$$

$$\dot{q} = pr \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} + \frac{M_y}{I_{yy}} \quad (2.14)$$

$$\dot{r} = pq \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} + \frac{M_z}{I_{zz}} \quad (2.15)$$

em que p, q, r são as componentes da velocidade angular na fuselagem, I_{xx}, I_{yy}, I_{zz} são os momentos de inércia do helicóptero e M_x, M_y, M_z são os momentos externos aerodinâmicos em torno do respetivo eixo [27].

Por fim, tem-se as equações cinemáticas rotacionais. Estas equações representam o movimento do helicóptero em relação ao sistema inercial fixo na terra e são representadas por:

$$\dot{\phi} = p + (q \operatorname{sen} \phi + r \operatorname{cos} \phi) \operatorname{tg} \theta \quad (2.16)$$

$$\dot{\theta} = q \operatorname{cos} \phi - r \operatorname{sen} \phi \quad (2.17)$$

$$\dot{\psi} = (q \operatorname{sen} \phi + r \operatorname{cos} \phi) \frac{1}{\operatorname{cos} \theta} \quad (2.18)$$

2.3. Sistema de controlo linearizado

A dinâmica do helicóptero é essencialmente não linear. As expressões apresentadas anteriormente caracterizam essa mesma dinâmica. Porém, problemas não lineares são consideravelmente mais difíceis do que os lineares. Por esta razão os modelos linearizados são comumente utilizados no desenvolvimento das leis de controlo. A finalidade da linearização e a sua aplicação é obter um modelo linear correspondente ao não-linear, pois é mais simples lidar com sistemas lineares.

Em geral, um sistema é caracterizado por ter m entradas e r saídas, como é exemplo o sistema da figura a seguir (fig.5).

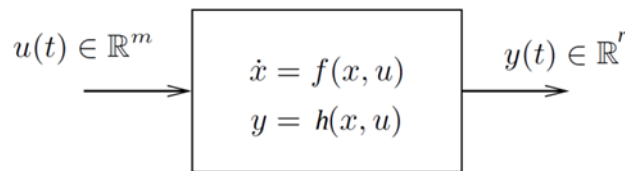


Fig. 5 - Sistema com m entradas e r saídas.

As equações que caracterizam o comportamento deste sistema são geralmente equações diferenciais não lineares, escritas na forma [28]:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u) \\ y = h(x, u) \end{cases} \quad (2.19)$$

Em que:

x : Vetor de estado, $x \in \mathbb{R}^n$

y : Vetor de saída do sistema, $y \in \mathbb{R}^q$

u : Vetor de controlo, $u \in \mathbb{R}^p$

f e h : são funções não lineares do movimento do helicóptero, das entradas de controlo e que incluem algumas perturbações.

O modelo linearizado da dinâmica do helicóptero é representado geralmente sob a forma de espaço de estados:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.20)$$

Onde:

A: Matriz de estado, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$

B: Matriz de controlo do estado, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$

C: Matriz de saída, $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$

D: Matriz de controlo de saída, $D \in \mathbb{R}^{q \times n}$ (matriz que relaciona a forma como o vetor de controlo influencia diretamente a saída do sistema).

É importante especificar os vetores de estado e de controlo. Com 6 graus de liberdade, o vetor de estado é representado por [26]:

$$x = [u, w, q, \theta, v, p, \phi, r]^T \quad (2.21)$$

As variáveis de entradas do vetor de controlo são as usuais de um helicóptero: deflexões do coletivo do rotor principal, deflexões do cíclico longitudinalmente, deflexões do cíclico lateralmente e deflexões do coletivo do rotor de cauda. O vetor de entrada de controlo é respetivamente [26]:

$$u = [\theta_0, \theta_{1s}, \theta_{1c}, \theta_{0T}] \quad (2.22)$$

Quando se trata da dinâmica longitudinal e latero-direcional, os vetores de estado e de controlo, assim como as matrizes do sistema (2.20) são constituídos de forma diferente.

No modelo longitudinal o vetor de estado é definido como $x = [u, w, q, \theta]^T$ e o vetor de controlo é definido por $u = [\theta_0, \theta_{1s}]^T$. No modelo linearizado do movimento latero-direcional, o vetor de estado é definido por $x = [v, p, \phi, r]^T$ e o vetor de controlo por $u = [\theta_{1c}, \theta_{0T}]^T$. As matrizes A e C passam a ter uma dimensão $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$ e $C \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$, respetivamente e as matrizes B e D passam a ter uma dimensão de $B \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$ e $D \in \mathbb{R}^{4 \times 2}$.

2.4. Qualidades de voo e respetiva avaliação

A descrição das qualidades de voo do helicóptero passa pela definição de um critério para avaliar o comportamento do helicóptero perante perturbações externas, perante o controlo do piloto e a carga de trabalho que o piloto deve enfrentar para gerir uma determinada fase de voo.

Existem três formas de avaliar as qualidades de voo. A primeira forma é através da escala de Cooper-Harper que se baseia sobretudo na opinião do piloto. Embora a opinião subjetiva do piloto seja na maioria das vezes o fator decisivo, levanta-se a necessidade de haver critérios quantitativos que façam uma avaliação mais exata, que são as outras duas formas de avaliação. A primeira tem por base a ADS-33 (*Aeronautical Design Standard*). A ADS-33 é a regulamentação desenvolvida pelo exército americano e que contém todos os requisitos para avaliar as qualidades de voo. A segunda passa pela análise da estabilidade dinâmica que utiliza os valores próprios dos movimentos característicos da dinâmica de voo para determinar o nível das qualidades de voo. Estes três métodos serão analisados de seguida.

2.4.1 Escala de Cooper-Harper

A escala de Cooper-Harper define uma série de níveis, de 1 a 10, em ordem crescente de carga de trabalho do piloto. Esta escala tem como objetivo classificar e dar uma “nota” ao comportamento da aeronave nas diversas situações de voo.

A classificação das eventuais deficiências detetadas durante o ensaio de voo, juntamente com as indispensáveis observações pessoais do piloto é comparada com a avaliação de outros pilotos e indicará o nível da qualidade de voo e fornecerá aos engenheiros informações sobre as áreas a serem trabalhadas, visando atingir o pleno objetivo proposto para a aeronave. A figura seguinte mostra o critério de definição das qualidades de voo segundo esta escala [27]:

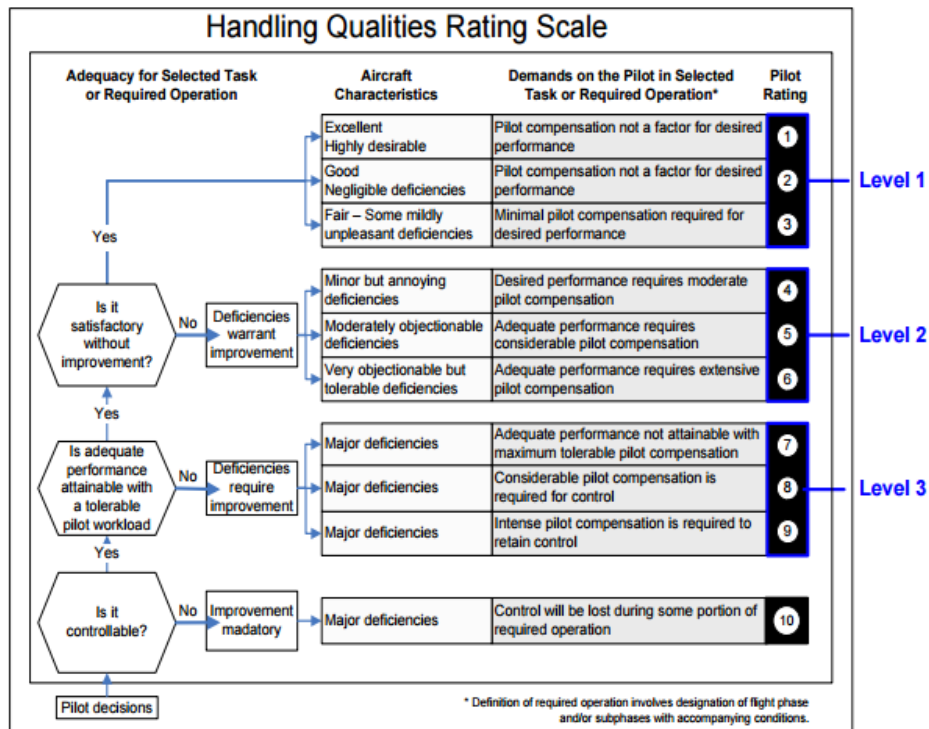


Fig. 6 - Escala de Cooper-Harper para a definição de qualidades de voo [26].

Em geral esta escala é simplificada em três níveis diferentes, segundo o critério ilustrado na tabela seguinte [26, 29]:

Tabela 1 - Níveis das qualidades de voo e respetivas características [30].

Nível	Características
1	As qualidades de voo são perfeitamente adequadas à fase de voo em causa.
2	As qualidades de voo são adequadas para realizar a missão da fase de voo em causa, mas há um aumento da carga de trabalho sobre o piloto para completar a missão ou a eficácia da missão é limitada, podendo ambos existir.
3	As qualidades de voo permitem o controlo do helicóptero, porém a eficácia da missão fica gravemente comprometida ou a carga de trabalho sobre o piloto para completar a missão fica no limite da sua capacidade, ou ambos os casos podem se verificar.

Desta forma a avaliação das qualidades de voo está restringida ao piloto, quer através da sua opinião, quer pela carga de trabalho que teve durante a operação. Daqui surgem dois problemas. O primeiro reside na dificuldade em quantificar a habilidade e a opinião do piloto, pois leva a conclusões pouco exatas. O segundo problema surge da avaliação dos pilotos, ou seja, a avaliação do piloto, mesmo seguindo a escala de Cooper-Harper, pode variar de piloto

para piloto e portanto há a necessidade de várias opiniões. Isto traduz-se num aumento da duração do programa de testes, num maior gasto económico e na necessidade de resolver as pequenas, mas decisivas, variações de opinião.

2.4.2 Método de avaliação das qualidades de voo segundo ADS-33

As especificações segundo a ADS-33 estão divididas para voo pairado e para voo em frente e apresentam os parâmetros necessários a calcular para determinar o desempenho da aeronave tendo como referência gráficos e tabelas com valores padrão para o nível 1, 2 ou 3 das qualidades de voo. Neste caso serão apresentadas as especificações para voo em frente por ser o mais usual [30].

O desempenho do helicóptero é obtido recorrendo a testes de voo que são minuciosamente estruturados dando origem às chamadas “tarefas da missão” que o helicóptero tem de executar. Em cada tarefa da missão, há uma avaliação ao nível da frequência e do tempo que mede o desempenho do helicóptero. A amplitude é outro dos critérios usados e está associada à frequência. A amplitude está dividida em três níveis (pequeno, médio e alto) que correspondem a comportamentos com frequências longas (long-), médias (mid-) e pequenas (short-term), ver figura 7:

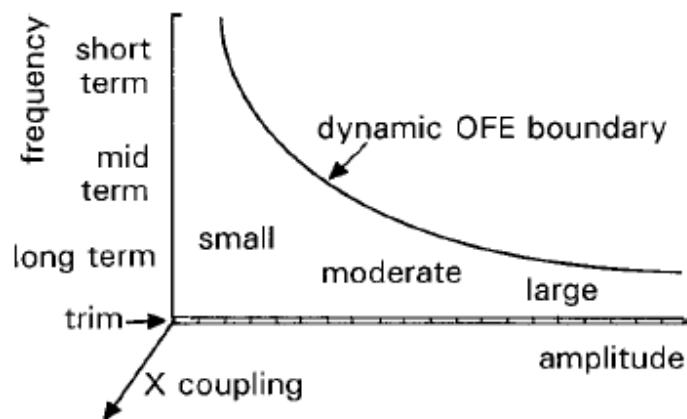


Fig. 7 - Gráfico que ilustra os diferentes níveis de frequência e de amplitude [26].

Para cada um dos níveis de amplitude há diferentes parâmetros que avaliam as qualidades de voo e conseqüentemente surgem gráficos diferentes das tarefas de missão para os movimentos de rolamento, guinada e arfagem como será apresentado de seguida [26].

2.4.2.1. Resposta de termo curto (largura de banda)

Para um sistema de controlo de voo dar uma resposta da atitude, a ADS-33E define a largura de banda (Bandwidth- $\omega_{BW\theta}$) e o atraso de fase (phase delay- $\tau_{p\theta}$) como os parâmetros para determinar o nível de voo. Para determinar estes parâmetros são necessários dados de resposta em frequência que resultam da análise do gráfico seguinte [22, 30]:

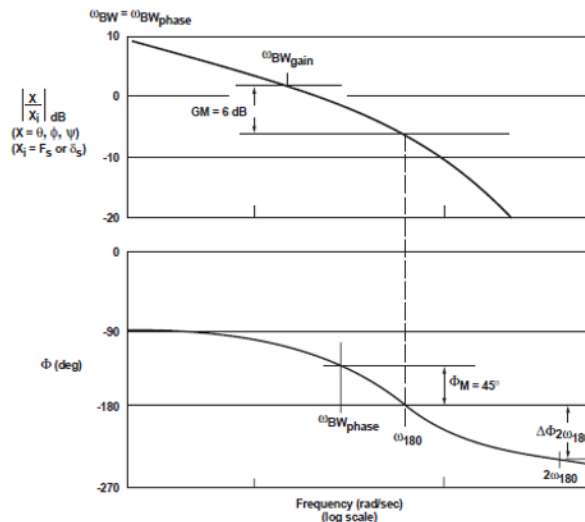


Fig. 8 - Diagrama para a determinação da largura de banda e atraso de fase [26].

A largura de banda é definida na figura 8 como sendo a menor de duas frequências: a largura de banda de fase limitada ou a largura de banda de ganho limitado. Estas são obtidas através das frequências de fase ($\omega_{BW_{phase}}$) e de ganho ($\omega_{BW_{gain}}$) da atitude de resposta ao comando do cíclico. A largura de banda de fase é dada pela frequência cuja fase é -135° . A largura de banda de ganho é determinada pela frequência cuja função de ganho aumenta 6 dB relativamente ao ganho quando a fase cruza ω_{180} . A referência de fase ω_{180} é importante porque ela representa um limite de estabilidade potencial para o controlo feito pelo piloto [26].

A ADS-33 estabelece que se a largura de banda definida pela margem de ganho é menor do que a largura de banda definida pela margem de fase, ou é indefinida, o helicóptero entra num estado designado de *PIO prone (Pilot-induced oscillations)* que se caracteriza por movimentos oscilatórios incontroláveis devido ao esforço do piloto em controlar o helicóptero [30].

Consoante o tipo de operação assim se aplicam diferentes limites de largura de banda e atraso de fase, mas em geral, procura-se alcançar uma elevada largura de banda e um baixo atraso de fase (τ_p).

O atraso de fase é definido como o declive da resposta de fase (em radianos) na gama ω_{180} a $2\omega_{180}$ rad/s. A partir deste diagrama de fase e magnitude, a frequência ω_{180} é obtida.

A diferença de fase, $\Delta\Phi_{2\omega_{180}}$ para ir de ω_{180} para $2\omega_{180}$ é calculado a partir do diagrama de Bode. O atraso de fase é então definido pela fórmula [26]:

$$\tau_p = \frac{\Delta\Phi_{2\omega_{180}}}{57.32 \times \omega_{180}} \quad (2.23)$$

Obtidos estes dois parâmetros, resta situá-los nos gráficos correspondentes das tarefas de missão para o movimento de arfagem, rolamento e guinada. As tarefas da missão estão classificadas em duas missões: atingir e perseguir o alvo e nas tarefas de missão gerais, na qual este último se divide em operações *Fully Attended Operations* (o piloto consegue dedicar atenção total à atitude e ao controlo do helicóptero) e *Divided Attention Operations* (o piloto divide a sua atenção em manobras difíceis de executar). A atitude do movimento de arfagem, por exemplo, deve cumprir os limites da figura seguinte:

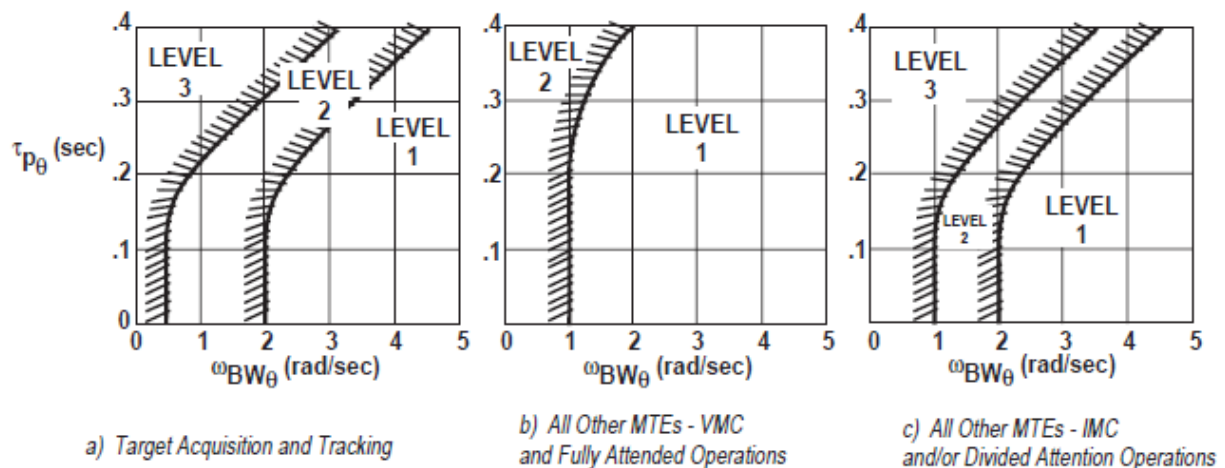


Fig. 9 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso para o movimento de arfagem para diferentes missões [30].

Como exemplo, e como já referido, para determinar o nível da qualidade de voo em que a aeronave se encontra é necessário recorrer ao diagrama de Bode para se obter os valores da largura de banda de fase e o atraso de fase. No caso das tarefas de missão gerais com a atenção do piloto dividida (Fig.9 caso c), o helicóptero para se encontrar no nível 1, terá de ter um conjunto de valores situados abaixo da linha que define o nível 1, como por exemplo $\tau_{p\theta} = 0.1 \text{ rad/s}$ e $\omega_{BW\theta} = 4 \text{ rad/s}$. O mesmo tipo de raciocínio é aplicado para os outros níveis de qualidade de voo e para os gráficos de rolamento e guinada típicos da resposta de baixa amplitude que são apresentados de seguida:

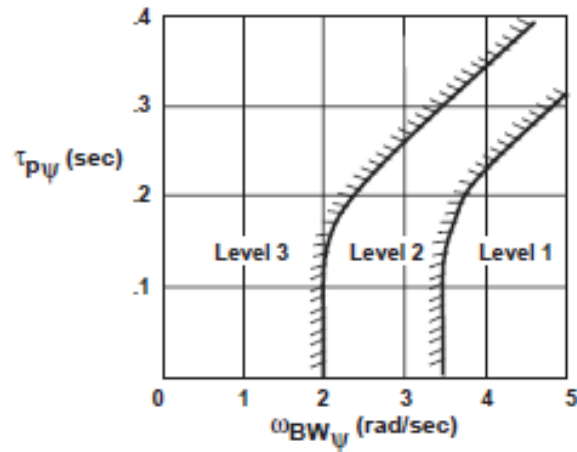
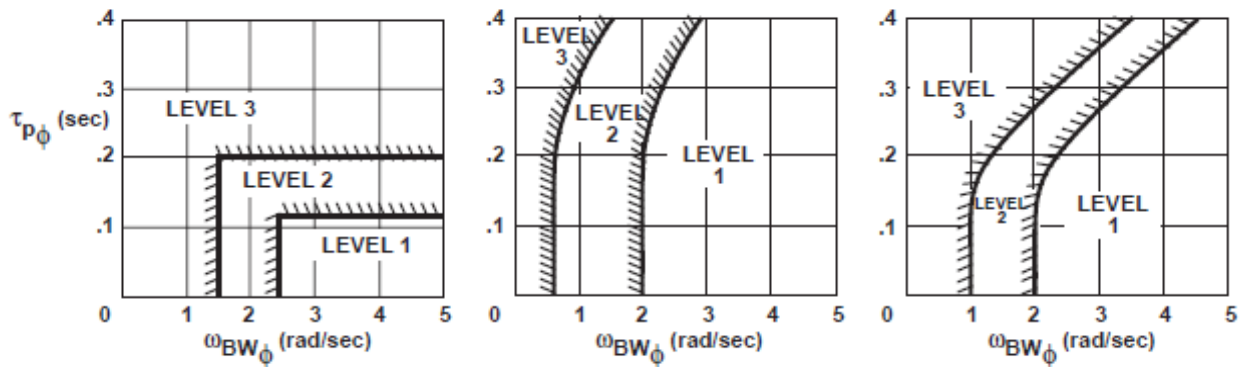


Fig. 10 - Requisitos para a atitude de guinada de baixa amplitude [30].



a) Target Acquisition and Tracking

b) All Other MTEs - VMC and Fully Attended Operations

c) All Other MTEs - IMC and/or Divided Attention Operations

Fig. 11 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso de fase para o movimento de rolamento para diferentes missões a baixa amplitude [30].

2.4.2.2. Resposta de termo médio (rapidez da dinâmica da atitude)

A ADS-33 estabelece que os requisitos para definir as qualidades de voo para voo em frente são aplicados apenas nas partes do envelope de voo cuja velocidade seja superior a 45 nós. Desta forma, a ADS-33 não possui critérios quantitativos para avaliar as qualidades de voo dos movimentos de arfagem e guinada, de modo que o rolamento é o único movimento que possui uma avaliação.

A avaliação desta resposta é feita de acordo com a variação do valor extremo da taxa de rolamento (p_{pk}) com a mudança de atitude ($\Delta\phi$) que dá origem à *rapidez da dinâmica do rolamento* [26, 30]:

$$\text{rapidez da dinâmica de rolamento} = \frac{p_{pk}}{\Delta\phi} \quad (2.24)$$

As qualidades de voo para esta resposta são dadas num gráfico da rapidez da dinâmica de rolamento em função da mudança da atitude mínima do rolamento ($\Delta\phi_{min}$), como se pode ver na seguinte figura:

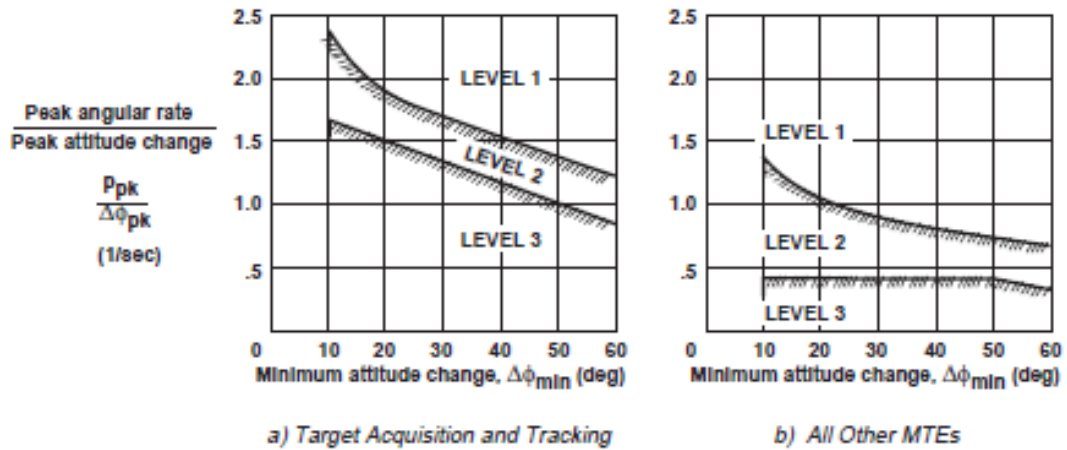


Fig. 12 - Caracterização dos níveis de qualidade de voo em função da frequência natural e do atraso de fase para o movimento de rolamento em diferentes missões de média amplitude [30].

O valor extremo da taxa de rolamento (p_{pk}) e o valor da mudança de atitude ($\Delta\phi$) são obtidos após ser dado uma entrada de pulso de cíclico lateral (θ_{1c}) com duração t_1 , como se vê na figura seguinte:

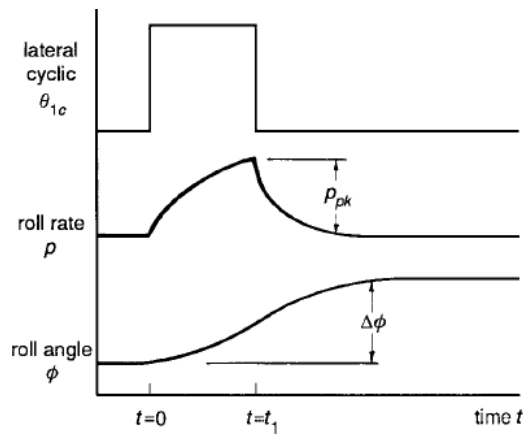


Fig. 13 - Gráfico típico, de uma entrada de pulso, para obtenção do valor da mudança de atitude e do valor extremo da taxa de rolamento [30].

As mudanças de atitude requeridas devem ser executadas com rapidez de uma atitude estável para outra, sem mudanças significativas no sinal de entrada de controlo do cockpit para a posição de equilíbrio [31].

A variação mínima da atitude do rolamento é obtida com base no gráfico da mudança da atitude em função do tempo, como é exemplo o da figura seguinte:

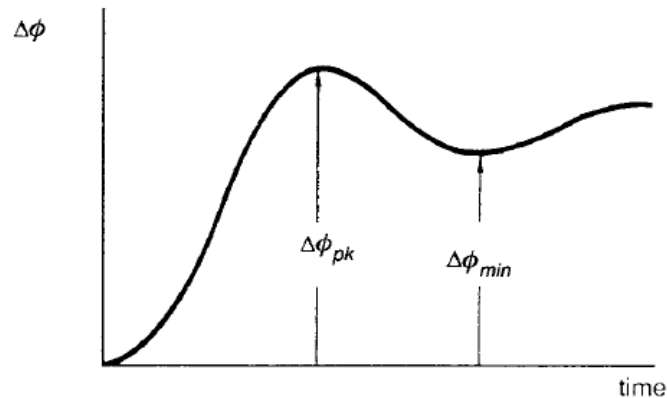


Fig. 14 - Gráfico da mudança de atitude em função do tempo para obter a variação mínima da atitude [30].

Todos estes gráficos são obtidos pegando no sistema do helicóptero e avaliando esse sistema com recurso a conhecimentos teórico-práticos de eletrónica. Como explicado na resposta de baixa amplitude, a análise do gráfico das qualidades de voo para esta resposta faz-se da mesma forma. Por exemplo, para o gráfico da Fig.12 b), para obter o nível 1, a interseção do valor da rapidez da dinâmica do rolamento com o valor da atitude mínima do rolamento deve estar situada acima da linha limite do nível 1. Um exemplo para esse caso seria $\frac{p_{pk}}{\Delta\phi} = 2 (s^{-1})$ e $\Delta\phi_{min} = 40^\circ$. O mesmo raciocínio é aplicado para os outros níveis e para o gráfico a).

2.4.2.3. Resposta de elevada amplitude

A resposta de elevada amplitude pode ser dada de acordo com as respostas da taxa angular (*rate response types*) ou de acordo com as respostas na mudança da atitude (*attitude response types*). Em voo para a frente e para alta amplitude, a ADS-33 apenas especifica os valores para os movimentos de rolamento e guinada [30].

Para o movimento de rolamento, o helicóptero deve cumprir os valores presentes na seguinte tabela:

Tabela 2- Requisitos das qualidades de voo para o rolamento a baixa amplitude [31].

AGILITY CATEGORY MTE	RATE RESPONSE-TYPES		ATTITUDE RESPONSE-TYPES	
	ACHIEVABLE ROLL RATE (deg/sec)		ACHIEVABLE BANK ANGLE (deg)	
	LEVEL 1	LEVEL 2	LEVEL 1	LEVEL 2
<u>Limited Agility</u> Decel Approach in IMC ILS Approach Missed approach Speed Control	±15	±12	±25	±15
<u>Moderate Agility</u> Slalom	±30	±15	±25	±15
<u>Aggressive Agility</u> Deceleration to Dash Transient Turn Pullup/Pushover Roll Reversal	±50	±21	±90	±30
<u>Target Acquisition and Track</u> High Yo-yo Low Yo-yo	±90	±50	Unlimited	±60

Consoante as variadas missões, assim existem valores limite de taxa de rolamento e de ângulo de rolamento que definem o nível de qualidade de voo onde o helicóptero se encontra. Por exemplo, para obter uma agilidade moderada no nível 1, a resposta da atitude deve ter um ângulo de rolamento na ordem dos 25° [30].

Para o movimento de guinada, a mudança de rumo num 1 segundo, na sequência da mudança de um deslocamento abrupto do controlo de guinada não deve ser inferior a:

Nível 1: menor do que 16 graus ou β_L ;

Nível 2: menor do que 8 graus ou $\frac{1}{2}\beta_L$;

Nível 3: menor do que 4 graus ou $\frac{1}{4}\beta_L$;

onde β_L é o limite do ângulo de derrapagem, em graus, do envelope de voo operacional. Os restantes controlos devem ser usados apenas o suficiente par reduzir as variações na atitude de arfagem e rolamento [30].

2.4.3. Estabilidade Dinâmica

Os sistemas de aumento de estabilidade são meios que permitem empenhar qualidades do voo apropriadas a uma aeronave. São baseados nos conceitos de controlo por realimentação de estados e, melhoram a estabilidade e o controlo de uma aeronave que não tem qualidades do voo desejáveis. O objetivo deste subcapítulo é apresentar uma explicação sobre como os valores obtidos nos cálculos de estabilidade podem ser utilizados na avaliação das qualidades de voo de uma aeronave.

A dinâmica do helicóptero abrange um conjunto de modos naturais, cada qual com frequência, amortecimento e distribuição das variáveis de resposta, únicos. Existem cinco modos de voo: dois longitudinais (fugóide e período curto) e três latero-direcionais (espiral, rolamento e rolamento holandês).

A caracterização de cada um destes modos é feita através das respetivas equações que permitem também o estudo de certos conceitos dos sistemas como a importância dos valores próprios, a equação característica, o amortecimento e a frequência natural. Essas equações serão representadas na forma de espaço de estados.

Começa-se por perceber o comportamento do helicóptero para a condição inicial de $x_0 = x(0)$, fazendo $u = 0$:

$$\dot{x} = Ax \quad (2.25)$$

A equação característica deste sistema é dada por [27]:

$$\det[\lambda I - A] = 0 \quad (2.26)$$

Em que λ satisfaz os valores próprios e os vetores próprios da matriz A . Qualquer solução x da equação (2.25) pode ser representada como uma combinação linear dos vetores próprios de A . Tem-se que cada vetor próprio é um modo independente do helicóptero se movimentar.

A avaliação da estabilidade dinâmica de um helicóptero está então diretamente ligada à avaliação da estabilidade individual de cada modo, a qual é determinada exclusivamente pelos sinais da parte real dos respetivos valores próprios, λ , da matriz A : as partes reais positivas indicam instabilidade, ao passo que as partes reais negativas apontam estabilidade. As raízes da equação característica da matriz A podem surgir de três formas diferentes [31]:

- a. Dois pares de raízes complexas (cada um sendo composto por raízes conjugadas);
- b. Duas raízes reais e um par de raízes complexas conjugadas;
- c. Quatro raízes reais;

A situação em que se encontram duas raízes reais e duas raízes complexas (caso b) é a mais encontrada. Explicada a estabilidade, resta perceber de que forma esta se relaciona com as qualidades de voo. Essa relação prende-se com a equação (2.26) e com os valores próprios da matriz A , como será explicado de seguida.

Para avaliar as qualidades de voo é necessário determinar os valores próprios da matriz A , que estão diretamente relacionados com os valores do amortecimento e da frequência natural. São esses valores que permitirão informar o nível de qualidade de voo e por conseguinte até que ponto o helicóptero é estável.

A matriz de estado A , na equação do modelo linearizado do voo longitudinal e latero-direcional, tem quatro linhas e quatro colunas, pelo que o determinante da equação (2.26) é normalmente escrito na forma de polinómio característico de quarta ordem [31]:

$$a_4\lambda^4 + a_3\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_1\lambda + a_0 = 0 \quad (2.27)$$

ou como o produto de fatores individuais:

$$(\lambda - \lambda_4)(\lambda - \lambda_3)(\lambda - \lambda_2)(\lambda - \lambda_1) = 0 \quad (2.28)$$

com a_4, a_3, a_2, a_1 e a_0 sendo elementos constantes dependentes dos elementos da matriz A , e λ sendo um valor próprio da matriz A quando satisfizer a equação característica. O comportamento dos diversos modos tem uma dinâmica de segunda ordem e por isso a equação característica é apresentada como uma equação quadrática em função do amortecimento (ξ) e da frequência natural (ω_n):

$$q(\lambda) = \lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 \quad (2.29)$$

Pegando nas equações características na forma quadrática e assumindo que são representadas por $q(\lambda)$, tem-se:

$$q(\lambda) = \begin{cases} \lambda^2 - (\lambda_1 + \lambda_2)\lambda + \lambda_1\lambda_2 \\ \lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 \end{cases} \quad (2.30)$$

Uma vez que ambas são iguais, pode-se fazer a seguinte relação:

$$2\xi\omega_n = -(\lambda_1 + \lambda_2) \quad (2.31)$$

$$\omega_n^2 = \lambda_1\lambda_2 \quad (2.32)$$

Sabe-se que a estabilidade do helicóptero é geralmente obtida pela análise dos pares de complexos conjugados:

$$\lambda_1 = a_1 - b_1 i \quad (2.33)$$

$$\lambda_2 = a_2 + b_2 i \quad (2.34)$$

Pela conjugação dos polos, tem-se:

$$a_1 = a_2 \quad (2.35)$$

$$b_2 = -b_1 \quad (2.36)$$

A frequência natural, o amortecimento e os valores próprios relacionam-se da seguinte forma:

$$2\xi\omega_n = -(\lambda_1 + \lambda_2) = -2a_1 \quad (2.37)$$

$$\omega_n^2 = \lambda_1 \lambda_2 = |\lambda_1|^2 \quad (2.38)$$

O amortecimento e por conseguinte, a parte real dos valores próprios é dada por:

$$\xi = \frac{-2\Re(\lambda_1)}{2\omega_n} = \frac{-\Re(\lambda_1)}{\omega_n} \quad (2.39)$$

$$\Re(\lambda_1) = -\xi\omega_n \quad (2.40)$$

A frequência natural e a parte imaginária dos valores próprios relacionam-se da seguinte forma:

$$\omega_n^2 = b_1 = \text{Im}(\lambda_1) \quad (2.41)$$

$$\text{Im}(\lambda_1) = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.42)$$

Os valores próprios podem então ser representados deste modo:

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} i \quad (2.43)$$

Como se verá mais à frente, (Fig. 16), a parte real é representada pela equação (2.40) e a parte imaginária pela equação (2.42). Com base nestas relações é possível, a partir dos valores próprios obter os valores da frequência natural e do amortecimento, e vice-versa.

Posto isto, é preciso ter em atenção que para o sistema ser estável, o amortecimento terá de ser positivo ($\xi > 0$), caso contrário indica instabilidade ($\xi \leq 0$).

2.4.3.1. Dinâmica Longitudinal

A estabilidade longitudinal do helicóptero é analisada em duas modalidades: período curto e período longo (Fugóide). Estes movimentos são frequentemente oscilatórios e são observados imediatamente depois de uma perturbação, como por exemplo uma rajada de vento.

Fugóide

A oscilação de longo período é apresentada na figura seguinte e surge após uma perturbação no equilíbrio.

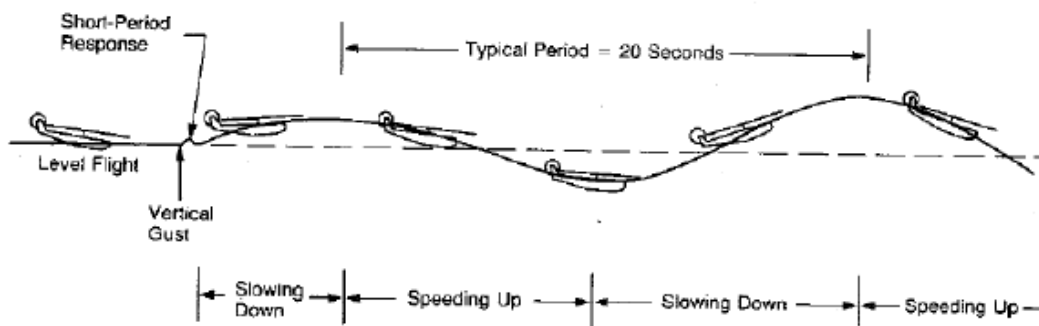


Fig. 15 - Dinâmica longitudinal do modo fugóide [29].

Este modo caracteriza-se por uma variação da altitude, a qual é acompanhada por uma mudança de velocidade, sem praticamente haver alteração do ângulo de ataque. Na oscilação fugóide, enquanto o ângulo de ataque permanece constante, ocorre uma troca lenta de energia cinética (velocidade) e energia potencial (altura) entre níveis de energia de equilíbrio na tentativa de amortecer o movimento e por conseguinte restabelecer a condição de equilíbrio que foi perturbada. A consequência da perturbação é uma oscilação na qual a aeronave sucessivamente ganha e perde altitude, enquanto ganha e perde velocidade. Este movimento é tão lento que os efeitos das forças de inércia e as forças de amortecimento são muito baixos. Embora o amortecimento seja muito fraco, o período é por norma tão longo que o piloto normalmente corrige este movimento sem estar ciente de que a oscilação está a ocorrer. Tipicamente, e como mostra a figura, o período do fugóide é longo, na ordem dos 20 a 30 segundos [31, 32].

Tendo como ponto de partida a equação (2.29), o modo fugóide pode ser representado pela seguinte equação quadrática [27]:

$$\lambda^2 - \left(X_u + g \frac{M_u}{M_q^2} \right) \lambda - g \frac{M_u}{M_q} = 0 \quad (2.44)$$

A frequência e o amortecimento são dados respetivamente por [27]:

$$\omega_p^2 \approx -g \frac{M_u}{M_q} \quad (2.45)$$

$$2\zeta_p \omega_p = - \left(X_u + g \frac{M_u}{M_q^2} \right) \quad (2.46)$$

Período Curto

O período curto é uma oscilação que se caracteriza por um movimento de arfagem repentino em torno do centro de gravidade do helicóptero. Há portanto uma variação do ângulo de ataque sem variações na altitude. O período é de tal modo curto que a velocidade não chega a sofrer alterações. A dinâmica de período curto tem ainda tendência para frequências maiores do que as típicas do movimento de período longo. A ação do estabilizador horizontal é geralmente a razão para este modo apresentar uma oscilação estável [31, 32].

A equação característica que avalia a estabilidade do período curto é dada pela equação característica já apresentada em (2.29), onde a frequência e o amortecimento são dados por [27]:

$$2\zeta_{sp} \omega_{sp} \approx -(Z_w + M_q) \quad (2.47)$$

$$\omega_{sp}^2 = Z_w M_q - (Z_q + U_e) M_w \quad (2.48)$$

2.4.3.2. Identificação e avaliação das qualidades de voo dos modos longitudinais

A avaliação dos modos longitudinais e consequente determinação do nível de voo pode ser obtida usando diretamente as fórmulas dadas anteriormente, pois estas fornecem os valores da frequência natural e do amortecimento que permitem obter o nível a partir do gráfico da figura 16. Basta que para tal, sejam fornecidos os valores dos parâmetros envolventes em cada equação. No caso de não ser possível usar as fórmulas, pode-se recorrer à avaliação dos valores próprios, usando as equações (2.40) e (2.42) da seguinte forma [33]:

1. Obter as quatro soluções da equação (2.27) que são os valores próprios da matriz A , que surgem, como já referido, na forma de complexos conjugados:

$$\lambda = a \pm bi \quad (2.49)$$

2. Para cada valor próprio obtido e, através da relação $\lambda = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2}i$, estabelecer a correspondência entre ambos os formatos dos valores próprios, isto é:

$$a = -\xi\omega_n \quad (2.50)$$

$$b = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} \quad (2.51)$$

3. Resolve-se o sistema de forma a obter o valor do coeficiente de amortecimento e da frequência natural para posteriormente calcular os períodos próprios correspondentes a estes segundo a relação:

$$T_p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2.52)$$

O período curto tem evidentemente um período curto, de modo que este corresponde ao valor mais baixo dos períodos próprios calculados. O fugóide corresponde então ao maior dos períodos próprios. Obtidos os valores do amortecimento e da frequência natural, procede-se finalmente à avaliação do respetivo nível da qualidade de voo de acordo com o gráfico seguinte:

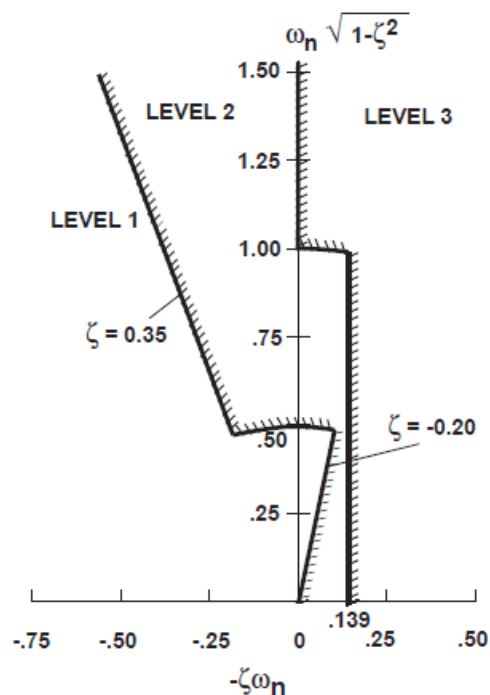


Fig. 16 - Gráfico de referência das qualidades de voo para voo longitudinal [26].

2.4.3.3. Estabilidade Latero-Direcional

Existem três respostas naturais às perturbações no movimento latero-direcional: o modo Espiral, o modo Rolamento Holandês e o modo Rolamento.

Espiral

Num helicóptero em deslizamento, a componente lateral de velocidade do ar atua principalmente sobre o rotor de cauda. O rotor de cauda destina-se a criar um momento de guinada que gire o helicóptero para a direção oposta para a qual ele está a deslizar. No entanto, se o rotor de cauda tiver uma área muito grande ou estiver situado numa posição baixa no helicóptero, o momento de rolamento que este produz pode exceder o momento de rolamento estabilizador do rotor principal e, neste caso, o helicóptero pode entrar num mergulho em espiral.

Este modo pode ser ou não amortecido e não se mantém oscilatório. Se for divergente, o movimento é caracterizado por um rolamento acompanhado por uma variação da curva segundo uma trajetória em espiral cada vez mais apertada [29, 26].

Os valores próprios deste modo são reais. A estabilidade do modo espiral é dada pela seguinte expressão [26]:

$$\lambda_s = \frac{g (L_v N_r - N_v L_r)}{L_p (U_e N_v - \sigma_s L_v)} \quad (2.53)$$

Onde, U_e é a velocidade de equilíbrio e $\sigma_s = \frac{g - N_p U_e}{L_p}$.

Rolamento Holandês

Ao contrário da espiral, quando o rotor de cauda está situado numa posição mais alta, este dificilmente consegue opor-se ao efeito de diedro do rotor principal e o helicóptero adquire uma elevada estabilidade lateral, de tal modo que se perturbada, sofre o fenómeno de rolamento holandês. Este movimento é uma oscilação que combina guinada e rolamento. Esta oscilação manifesta-se primariamente como uma derrapagem [29].

Na sequência de um deslizamento, a estabilidade lateral excessiva cria um movimento de rolamento tão forte que gera impulso suficiente para ultrapassar a atitude correta. O helicóptero então oscila em torno de uma trajetória de arfagem, rotação e de guinada, mas com diferenças de fase entre os movimentos.

Este modo oscilatório tem um período relativamente curto e pode ser fortemente amortecido, podendo acabar de vez ou estabilizar de acordo com a amplitude. Em alguns casos, a amplitude cresce indefinidamente, mas na sua maioria a intervenção do piloto impede tal divergência. A

figura seguinte exemplifica este movimento e destaca para além do rolamento e da guinada, o movimento de arfagem [29].

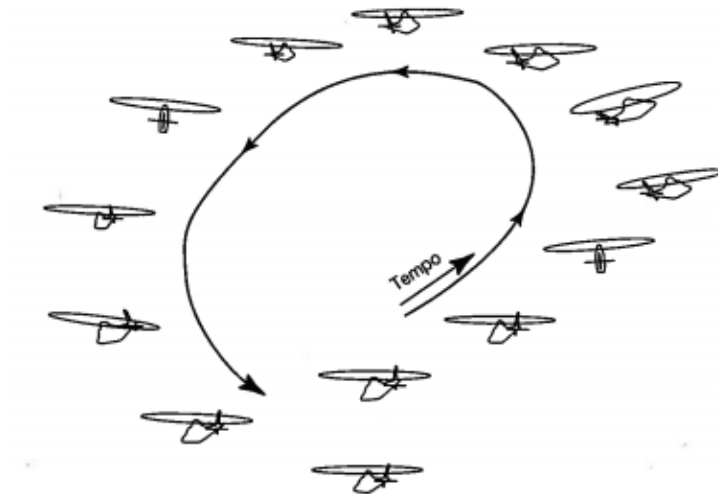


Fig. 17 - Estabilidade latero-direcional: Rolamento Holandês [29].

Uma abordagem para a avaliação do rolamento holandês é feito através do amortecimento, que é dado por [27]:

$$2\zeta_d \omega_d \approx \left(-N_r + Y_v + \sigma_d \left\{ \frac{L_r}{U_e} - \frac{L_v}{L_p} \right\} \right) / \left(1 - \frac{\sigma_d L_r}{L_p U_e} \right) \quad (2.54)$$

e da frequência pela expressão [27]:

$$\omega_d^2 \approx (U_e N_v + \sigma_d L_v) / \left(1 - \frac{\sigma_d L_r}{L_p U_e} \right), \quad \text{com } \sigma_d = \sigma_s \quad (2.55)$$

Rolamento

O modo de rolamento caracteriza-se por movimentos laterais e é simplesmente o amortecimento do movimento de rolamento e caracteriza-se por ter um período curto de 1 a 2 segundos. Não existe nenhum momento ou força proporcional ao ângulo de rolamento que tenda a reestabelecer o equilíbrio. Este modo é caracterizado por ter valores próprios reais e é caracterizado por [30, 27]:

$$\lambda_r = L_p \quad (2.56)$$

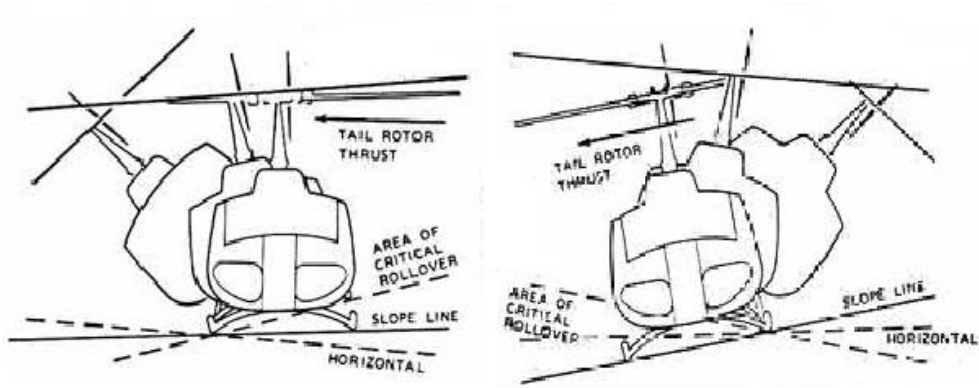


Fig. 18 - Ilustração do movimento de rolamento.

2.4.3.4. Identificação e avaliação das qualidades de voo dos modos latero-direcionais

Tal como os movimentos longitudinais, os movimentos latero-direcionais podem ser avaliados através do cálculo direto do amortecimento e da frequência natural usando as equações dadas anteriormente. Porém, usando os valores próprios obtidos da matriz A, os modos latero-direcionais podem ser identificados e analisados da seguinte forma: o movimento espiral corresponde ao mais pequeno valor próprio real em valor absoluto. O rolamento corresponde ao maior valor próprio real em valor absoluto e o rolamento holandês corresponde aos valores próprios complexos [33].

Identificado cada modo e obtidos os valores do amortecimento e da frequência natural, procede-se de seguida à avaliação do respetivo nível da qualidade de voo de acordo com o gráfico seguinte:

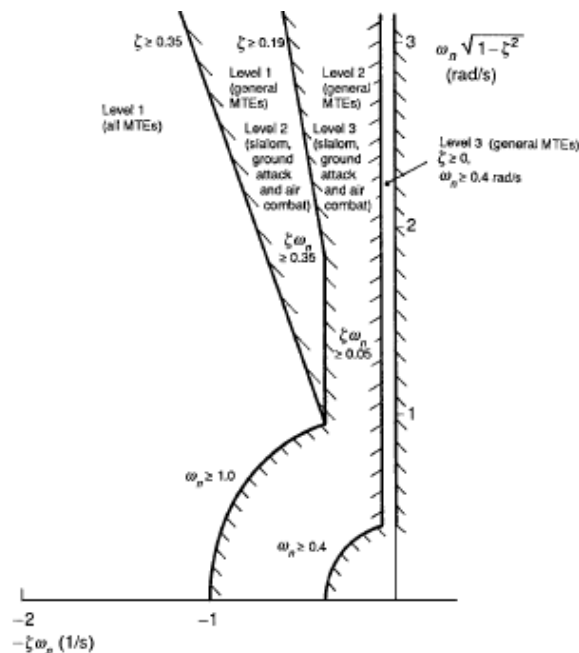


Fig. 19 - Requisitos latero-direcionais para as qualidades de voo [27].

Os movimentos de espiral e rolamento holandês são os mais perigosos pois são os que propiciam mais rapidamente a instabilidade do helicóptero. Desta forma os engenheiros projetam a aeronave de modo a que as qualidades de voo destes movimentos permaneçam nos níveis estáveis (nos níveis 1 ou 2).

2.4.3.5 Exemplo de Aplicação

Por uma questão de precisão, as fórmulas dadas para cada modo devem ser usadas sempre que possível. No caso em que tal não é possível, as qualidades de voo são determinadas a partir dos valores próprios da matriz A .

Dê-se como exemplo os valores próprios da matriz A :

Valores próprios do voo longitudinal:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= -0.65 + 0.544i \\ \lambda_2 &= -0.65 - 0.544i \\ \lambda_3 &= -0.3 + 1.2i \\ \lambda_4 &= -0.3 - 1.2i\end{aligned}$$

As partes reais são dadas por: $a_{1,2} = -\xi\omega_n = -0.65$ e $a_{3,4} = -\xi\omega_n = -0.3$

As partes imaginárias são: $b_{1,2} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0.544$ e $b_{2,3} = \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.2$

Para descobrir a qual par conjugado corresponde o modo fugóide e o modo período curto, é necessário calcular o período próprio. Para isso precisa-se de resolver um sistema de equações para se obter os valores do amortecimento e da frequência natural.

Para λ_1 e λ_2 :

$$\begin{cases} -\xi\omega_n = -0.65 \\ \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0.544 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n = 0.85 \\ \xi = 0.77 \end{cases}, \text{ então } T_p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = 11.58 \text{ s}$$

Para λ_3 e λ_4 :

$$\begin{cases} -\xi\omega_n = -0.3 \\ \omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_n = 1.24 \\ \xi = 0.24 \end{cases}, \text{ então } T_p = \frac{2\pi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}} = 5.22 \text{ s}$$

O período curto tem o período próprio mais pequeno portanto corresponde aos valores próprios λ_3 e λ_4 . O fugóide, por sua vez corresponde aos valores próprios λ_1 e λ_2 .

Resta apenas identificar os valores próprios no gráfico da figura 16: o período curto tem nível 2 e o fugóide nível 1.

Valores próprios do voo latero-direcional:

$$\lambda_1 = -0.07 + 0.544i$$

$$\lambda_2 = -0.07 - 0.544i$$

$$\lambda_3 = -8.0$$

$$\lambda_4 = -1.1$$

O movimento de rolamento corresponde ao mais elevado valor próprio real em valor absoluto e por isso é λ_3 . O movimento espiral corresponde ao menor valor próprio em valor absoluto e por isso é λ_4 . O rolamento holandês tem, portanto, os valores próprios λ_1 e λ_2 . Fazendo as mesmas relações que no movimento longitudinal, o gráfico da figura 19 mostra que o rolamento e a espiral têm nível 1 e o rolamento holandês tem o nível 3.

2.5. Vantagens e Desvantagens dos Métodos Quantitativos

Os primeiros trabalhos relacionados com as qualidades de voo marcam a data de 1952, mas sem sucesso. Só em 1982 é que a ADS-33 completou as conhecidas especificações para as qualidades de voo. A maioria dos dados contidos na ADS-33 provém de um Simulador de Movimento Vertical (VMS). Este simulador da NASA foi construído para fornecer uma capacidade de simulação de grande fidelidade para pesquisar novos conceitos de helicópteros e tecnologias que satisfaçam os requisitos das missões [35].

Através deste método de simulação, a determinação das qualidades de voo é mais intuitiva devido à facilidade visual, mas em termos de cálculo é bastante mais complicada pois, é necessário recorrer a inúmeros instrumentos de voo e de eletrónica (osciloscópios, por exemplo) para determinar com pouca exatidão os parâmetros necessários para a análise dos gráficos anteriormente apresentados. Este método usando a ADS-33 é, portanto, mais gráfico, mais difícil e incerto.

Com a chegada da programação, foram desenvolvidos novos métodos analíticos mais fáceis e mais simples de implementar. Um desses métodos é precisamente, o método dos valores próprios que permite chegar às mesmas conclusões da ADS-33 mas de uma forma mais exata e descomplicada. Para além disso, este método permite a alocação de polos no algoritmo proposto, como se verá no capítulo seguinte. Por estas razões, foi este método o escolhido para o cálculo das qualidades de voo.

Capítulo 3 - Método de Controlo de Atitude Tendo em Conta as Qualidades de Voo e as Falhas

Neste capítulo são apresentadas duas metodologias de controlo: a alocação de polos pelo método de Ackermann e o método do Regulador Linear Quadrático (LQR-Linear Quadratic Regulator) para posteriormente apresentar o método de controlo proposto. Mas antes de avançar é necessário estabelecer alguns conceitos necessários para a aplicação e melhor compreensão destes métodos.

3.1 Controlo Ótimo e Robusto

Existem duas divisões essenciais na teoria do controlo, a clássica e a moderna. O controlo clássico corresponde a todas as técnicas e métodos desenvolvidos até 1950, desde então até ao presente que se utiliza o controlo moderno.

As técnicas de controlo modernas permitem otimizar os sistemas de controlo quer ao nível do custo quer ao nível do desempenho. No entanto, os algoritmos de controlo ótimo nem sempre são tolerantes a alterações no sistema de controlo. Para lidar com as perturbações, elaborou-se o controlo robusto. O controlador robusto deve debruçar-se na minimização dos efeitos das perturbações no sistema. Uma aplicação para este controlo é, precisamente em sistemas que apresentam degradação na presença de alterações ou falhas parciais no sistema, como é este o caso.

Segundo Feng [36], a solução de um problema robusto pode ser obtida através da resolução de um problema ótimo, nomeadamente, utilizando o controlo LQR, como será utilizado.

Desta forma, o algoritmo proposto apresenta características ótimas, na medida em que as soluções serão as mais precisas e, características robustas pela capacidade de lidar com as falhas e com as perturbações dos modos de voo.

O objetivo do controlador é minimizar os efeitos de determinados parâmetros iniciais desconhecidos bem como, influências externas refletidas no comportamento do sistema. Assim, deve-se resolver um problema de estabilização e outro de desempenho.

3.2. Controlabilidade e Observabilidade

Considere-se o sistema (2.29) representado em espaço de estados:

$$(\Sigma) \begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (3.1)$$

O sistema, (Σ) , é de estado controlável se é sempre possível conduzi-lo de um dado estado inicial x_i para um estado final qualquer x_f , dentro do espaço de estado. A matriz de controlabilidade é representada por:

$$\Delta = [B \ AB \ A^2B \ , \dots, A^{n-1}B] \quad (3.2)$$

O sistema é controlável se e somente se, Δ tem n colunas linearmente independentes, isto é, a característica da matriz de controlabilidade é igual a n ($rank(\Delta) = n$). Portanto, se o número de colunas linearmente independentes da matriz de controlabilidade for igual à dimensão da matriz de estado, então o sistema é controlável.

(Σ) é de observação controlável se for possível conduzir o sistema de uma observação qualquer y_i para outra qualquer y_f , dentro do espaço de observações. A matriz de observabilidade é dada por:

$$\Theta = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \dots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

O sistema é observável se e somente se a característica da matriz de observabilidade for igual a m ($rank(\Theta) = m$), onde m representa o número de linhas da matriz C . O mesmo sistema diz-se completamente observável se e somente se a característica de Θ for igual a n , onde n se refere à dimensão da matriz A .

3.3. Alocação de Polos segundo o Método de Ackermann

Para manter as qualidades de voo em níveis aceitáveis (nível 1 ou 2) é necessário impor ao sistema os valores próprios (polos) que assegurem esses níveis. Para tal, usa-se o método de alocação de polos que utiliza o controlo por espaço de estados.

Os polos de malha fechada do sistema poderão ser alocados em qualquer posição desejada através da realimentação de estado, implementando uma matriz de ganho K apropriada. O sistema descrito pode ser apresentado sob a forma de diagramas de blocos:

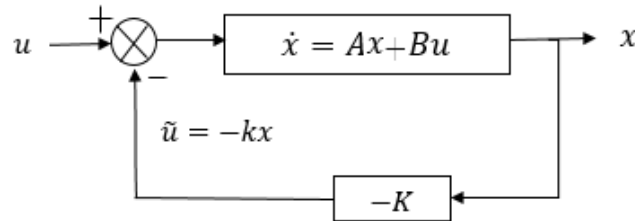


Fig. 20 - Diagrama de blocos da realimentação de estados.

Contudo, para que seja possível alocar arbitrariamente todos os polos do sistema em malha fechada é necessário que o sistema seja completamente controlável. A ideia básica da realimentação de estados consiste na projeção de um controlador na forma:

$$\tilde{u} = -Kx \quad (3.4)$$

e obter os coeficientes da matriz de ganho de realimentação de estado K , com $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, de forma a que os valores próprios do sistema em malha fechada sejam colocados nas posições desejadas.

O sistema inicial $\dot{x} = Ax + Bu$, quando realimentado por $\tilde{u} = -Kx$, passa a ser:

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (3.5)$$

A matriz de ganho, K , pode ser obtida utilizando a formulação de *Ackermann* ou o método LQR. Existem outras formas de alocar os polos mas o método de *Ackermann* foi o escolhido pois é utilizado para sistemas com uma única entrada, como é caso do sistema em questão, uma vez que se trata de uma avaliação individual de cada modo de voo (apenas uma entrada).

A fórmula de *Ackermann* é então dada por:

$$K = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \Delta^{-1} \prod_{i=1}^n (A - \lambda_i I) \quad (3.6)$$

na qual $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ são os n valores próprios que determinam a dinâmica do sistema [37].

A matriz de ganho, K , deve ser tal que a matriz aumentada $\hat{A} = A - BK$ seja uma matriz de Hurwitz (M é uma matriz de Hurwitz se todos os valores próprios da matriz tiverem partes

reais negativas) e possua os polos impostos. Note-se que, para que haja consistência nos cálculos matemáticos, a matriz de ganho deverá ter tantas linhas como o número de colunas da matriz de controlo.

3.4. Controlo pelo método LQR (*Linear Quadratic Regulator*)

O método LQR consiste num controlador, baseado na teoria do controlo ótimo, que se destina a um sistema linear e tem como objetivo determinar as soluções ótimas do sistema tendo em conta a minimização de um critério de desempenho quadrático. O LQR é um controlador ótimo porque proporciona o melhor desempenho possível fornecendo o menor erro possível às entradas. O seu esquema por realimentação de estados permite obter uma matriz de ganho K que minimiza a função objetivo de modo a ajustar o sistema para atingir um compromisso entre o uso do esforço de controlo, a amplitude e a velocidade de resposta que vai garantir um sistema estável. O tempo de resposta também é mais rápido, uma vez que este é gerado automaticamente conforme as iterações são executadas e o sistema é estabilizado, pelo que o seu desempenho também acaba por ser melhor. Para além disso permite uma aprendizagem mais rápida devido à sua simplicidade e pode ser aplicado a qualquer sistema MIMO (*Multiple Input Multiple Output*) ou SISO (*Single Input Single Output*).

Considerando o sistema linear (2.20) de forma simplificada:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.7)$$

com $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$.

A ideia base para obter a lei de controlo, é resolver um problema de otimização que pretende encontrar o vetor de controlo, u , de forma a minimizar a função de custo, J , em que esta última é dada por:

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (3.8)$$

As matrizes Q e R designam, respetivamente, as matrizes de ponderação do estado e do controlo e representam, respetivamente, a importância relativa do erro e do gasto de energia.

Para que o custo necessário para estabilizar o sistema seja positivo ou no mínimo nulo, $J \geq 0$, ambas as matrizes Q e R têm de ser simétricas ($Q = Q^T$ e $R = R^T$), a matriz Q positiva semi-definida ($Q \geq 0$), e a matriz R positivamente definida ($R > 0$).

O vetor de controlo que se pretende parametrizar e que minimiza a função de custo (3.8) surge como uma função linear do vetor de estado:

$$u = -Kx \quad (3.9)$$

onde $K \in \mathbb{R}^{m \times n}$ é a matriz de ganho do sistema. Esta matriz é dada por:

$$K = R^{-1}B^T P \quad (3.10)$$

Na equação (3.10), a matriz P é determinada resolvendo a equação de Riccati:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.11)$$

cuja solução única é uma matriz simétrica e positivamente definida, $P = P^T$ e $P > 0$.

Obtida a matriz P , pode-se finalmente obter a lei de controlo para o controlador LQR (3.8)

Portanto, o dimensionamento do controlador resume-se em determinar os elementos da matriz K de modo a minimizar o critério de desempenho, J , quando o controlo for escolhido segundo a equação $u = -Kx$.

A seleção das matrizes Q e R é baseada normalmente em procedimentos iterativos ou por tentativa erro recorrendo-se à experiência e à compreensão física dos problemas envolvidos. A escolha das matrizes de peso Q e R que por não serem bem definidas comprometem o gasto de energia de controlo, no sentido de ter uma matriz inapropriada para a energia real que seja necessária para a estabilização. Esta acaba por ser a limitação deste método.

3.5. Método Proposto

Os métodos apresentados anteriormente (Alocação de Polos pelo Método de Ackermann e o Método LQR) são metodologias de controlo completamente independentes uma da outra e para um melhor entendimento, procede-se de seguida uma breve explicação das diferenças entre ambas.

O controlo pelo método de Ackermann permite impor os polos desejados no sistema, assegurando as qualidades de voo, no entanto, este pode não ser ótimo. Apesar deste controlador conseguir estabilizar o sistema, a probabilidade deste ser ótimo é medida com base na sorte e, portanto, essa probabilidade é muito reduzida. Já o LQR clássico, apesar de não ter a capacidade de impor polos, garante uma resposta ótima e em geral robusta, por todas as razões anunciadas anteriormente.

Relembrando, o que se pretende desde início é obter um método de controlo ótimo e robusto que estabilize o sistema na presença de falhas e assegure boas qualidades de voo. Para tal, há a necessidade de unir ambos os métodos.

Surge então a questão: Como utilizar o método de controlo de Ackermann no âmbito do método de controlo LQR?

O que ambos os métodos têm em comum é a necessidade de conceber a matriz de ganho e é através dela que é possível resolver o problema.

Considere-se que a matriz de ganho obtida pelo método de *Ackermann* é definida por, K_{ack} e a matriz de ganho obtida do *LQR* definida por K_{lqr} .

A forma de resolver esta questão tem a seguinte metodologia:

1. Impor os valores próprios e encontrar a matriz de ganho K_{ack} com a fórmula de Ackermann;
2. Obter K_{lqr} , e conseqüentemente, Q e P , minimizando, através da norma de Frobenius (anexo 3), as diferenças existentes entre K_{ack} e K_{lqr} através da seguinte formulação:

$$\text{Min}_{Q,P} \|K_{ack} - K_{lqr}\|_F^2 \quad (3.12)$$

A matriz K_{ack} garante a imposição dos pólos no sistema, ao passo que K_{lqr} garante a otimização do controlo e por isso a diferença entre ambos terá de ser mínima.

O valor de K_{lqr} é desconhecido mas sabe-se, pela teoria de controlo do LQR, que $K_{lqr} = R^{-1}B^T P$, portanto a minimização resultará em:

$$\text{Min}_{Q,P} \|K_{ack} - R^{-1}B^T P\|_F^2 \quad (3.13)$$

A matriz R está relacionada com as exigências ao consumo energético e por isso pode ser assumida pelo projetista de forma adequada ao sistema. Na matriz P , à medida que a norma anterior for minimizada, os valores desta serão calculados usando como restrição imposta a equação de Riccati:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (3.14)$$

O mesmo acontece com a matriz Q . Enquanto que no controlador LQR clássico, descrito anteriormente, a matriz de ganho K é obtida arbitrando Q , neste caso isso não pode

acontecer. Isto porque segundo a equação de Riccati, para cada valor de Q existe uma única solução de P que permite impor os polos. Deste modo é necessário obter a matriz Q ótima que permita acertar os polos para obter uma matriz P também ótima.

Note-se que a matriz P , da mesma dimensão que a matriz A , tem de ser positivamente definida ($P > 0$) e simétrica ($P = P^T$) e por isso é definida por:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{n1} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Assume-se a matriz Q diagonal, da mesma dimensão que a matriz A e por isso é definida da seguinte forma:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & q_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

3. Calcular os valores próprios da matriz \hat{A} aumentada ($\hat{A} = A - BK_{lqr}$) e a partir deles, verificar se o sistema se encontra no nível pretendido.

Note-se que o algoritmo proposto é uma combinação do método de controlo de Ackermann com o método de controlo LQR.

Uma vez que se trata de um método de controlo ótimo é essencial avaliar e comparar os custos associados ao método apresentado e ao método de Ackermann. Para isso é necessário especificar uma função de custo de forma adequada para a otimização. Em geral, utiliza-se a função de custo quadrática apresentada em (3.8).

Sejam ack e lqr os índices associados ao método de controlo de Ackermann e ao método de controlo proposto, respetivamente. A função de custo para o método de Ackermann é então dada por:

$$J_{ack}(u) = \int_0^{\infty} (x_{ack}^T Q_{lqr} x_{ack} + u_{ack}^T R u_{ack}) dt \quad (3.17)$$

Onde o controlo é dado por: $u_{ack} = -K_{ack} x_{ack}$ e a matriz Q , por defeito terá de ser a calculada pelo método proposto.

Para o método proposto a função de custo e o controlo são os seguintes, respetivamente:

$$J_{lqr}(u) = \int_0^{\infty} (x_{lqr}^T Q_{lqr} x_{lqr} + u_{lqr}^T R u_{lqr}) dt \quad (3.18)$$

$$u_{lqr} = -K_{lqr} x_{lqr} \quad (3.19)$$

Por fim, para implementar as falhas é utilizado o modelo de falhas com redução da efetividade nos atuadores [38, 39, 40]. Relembrando que a matriz de controlo é de dimensão $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$, considere-se então o sistema com p atuadores.

Defina-se a seguinte matriz diagonal, H :

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & h_p \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Cada h_i representa a efetividade do atuador no sistema, pelo que as falhas em cada atuador são modeladas através da alteração do valor h_i no intervalo $h_i =]0,1]$.

Quanto mais próximo de zero for o valor de h_i , mais próximo da falha total estará o atuador ou, pelo contrário, H é uma matriz identidade no caso de todos os atuadores estarem em pleno funcionamento. Desta forma, o sistema com possíveis falhas nos atuadores pode ser modelado na forma de espaço de estados por:

$$\dot{x} = Ax + BHu \quad (3.21)$$

Neste formato, a matriz H afeta apenas o vetor de controlo. Isto significa que a falha implementada em h_i irá apenas afetar o atuador correspondente pois:

$$Hu = \begin{bmatrix} h_1 u_1 \\ h_2 u_2 \\ \vdots \\ h_p u_p \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Outra forma de simular as falhas nos atuadores seria colocar a matriz H atrás da matriz B ($\dot{x} = Ax + HBu$). Porém, neste caso, a implementação das falhas nos atuadores é geral, isto é, o valor da efetividade colocado em h_i afeta todos os atuadores da mesma forma.

Pretende-se aplicar o primeiro modelo pois permite analisar especificamente o controlo da atitude perante a falha de um atuador em particular.

Capítulo 4 - Simulação e análise dos resultados do algoritmo proposto

Neste capítulo são apresentados os resultados da simulação do algoritmo proposto no capítulo 3. Serão feitas simulações do algoritmo proposto com o método de Ackermann para, desta forma poder compara-los e verificar se o algoritmo apresentado desempenha funções ótimas (pela presença do LQR) e se consegue impor os polos pela presença do método de Ackermann.

Inicialmente será apresentado o cálculo para obter as qualidades de voo iniciais da aeronave. De seguida passa-se para a formulação do método de controlo de Ackermann onde serão apresentados os resultados dos níveis de qualidades de voo obtidos bem como a simulação para cada modo. Depois serão apresentadas as mesmas simulações mas desta vez já com a implementação do LQR através do algoritmo proposto. Por fim, será apresentada a comparação do custo entre ambos os métodos e a sua resposta face a falhas nos atuadores.

Todos os resultados apresentados foram obtidos recorrendo ao software *Matlab*®

4.1 Qualidades de Voo Iniciais

Começa-se por utilizar as fórmulas que definem cada modo de voo apresentadas no capítulo 2, (2.45, 2.46, 2.47, 2.48,2.56). Para o cálculo destas fórmulas recorreu-se aos dados do helicóptero militar SA 330 [40] presentes no anexo 2. A partir destas fórmulas obtêm-se os valores da parte real e imaginária dos valores próprios. Estes são projetados no gráfico de análise das qualidades de voo do respetivo modo (Fig. 16 e 19) para se descobrir o nível a que pertencem. Na tabela 3 estão presentes estes resultados. Os gráficos são obtidos através da função *step* do *Matlab*®.

Tabela 3 - Valores próprios obtidos inicialmente e respetivo nível de qualidades de voo para cada modo de voo

	Valores Próprios $\lambda = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2}i$	Nível de Qualidade de Voo
Fugóide	$-\xi\omega_n = -0.2478$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0.5753$	Nível 2
Período Curto	$-\xi\omega_n = -0.373$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.2139$	Nível 2
Rolamento	$-\xi\omega_n = -1.660$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0$	Nível 1

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

Espiral	$-\xi \omega_n = -0.16127$ $\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 0$	Nível 3
Rolamento Holandês	$-\xi \omega_n = -0.30769$ $\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} = 1.115$	Nível 2

Os gráficos que caracterizam a atitude de cada um destes modos numa fase inicial, sem qualquer controlador, são os seguintes:

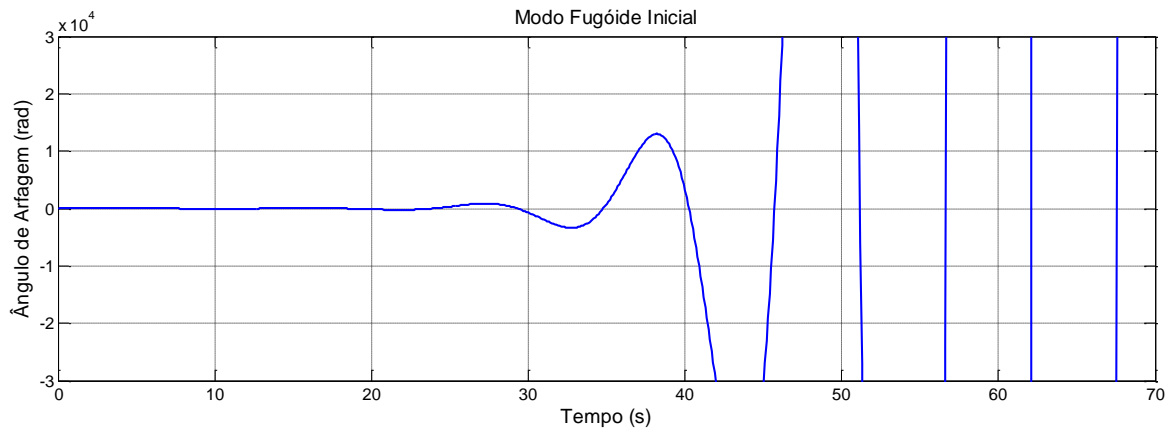


Fig. 21 - Resposta do modo fugóide sem controlador.

O modo fugóide apresenta oscilações desde o início, porém a partir dos 30 segundos e, apesar de se encontrar no nível 2 de qualidades de voo, este apresenta uma instabilidade crescente e bastante acentuada, pelo que é necessário implementar um controlador que controle e estabilize a atitude deste modo.

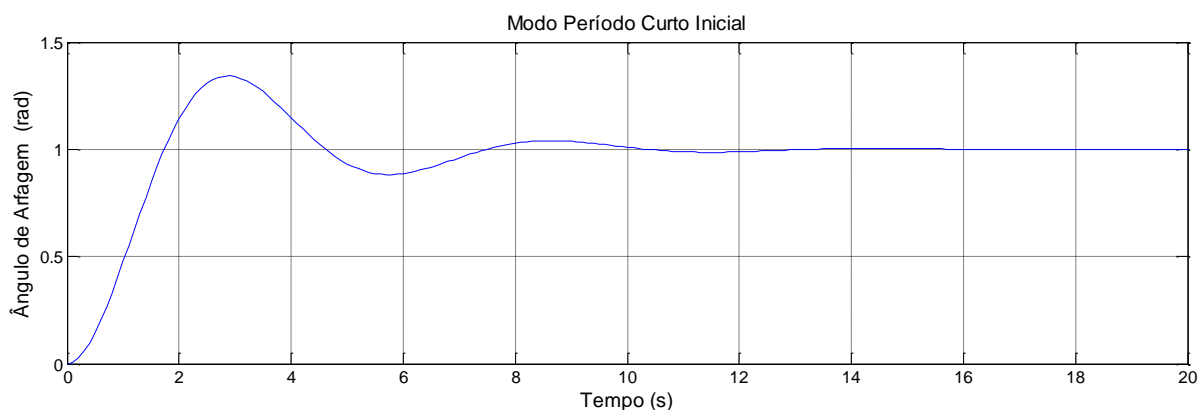


Fig. 22 - Gráfico da resposta do modo de período curto sem controlador.

O período curto mostra uma grande oscilação inicial mas estabiliza aproximadamente a partir dos 12 segundos. Neste caso, deve-se tentar tornar este modo o mais suave possível através da implementação do método proposto.

Os modos latero-direcionais obtidos estão representados no gráfico seguinte:

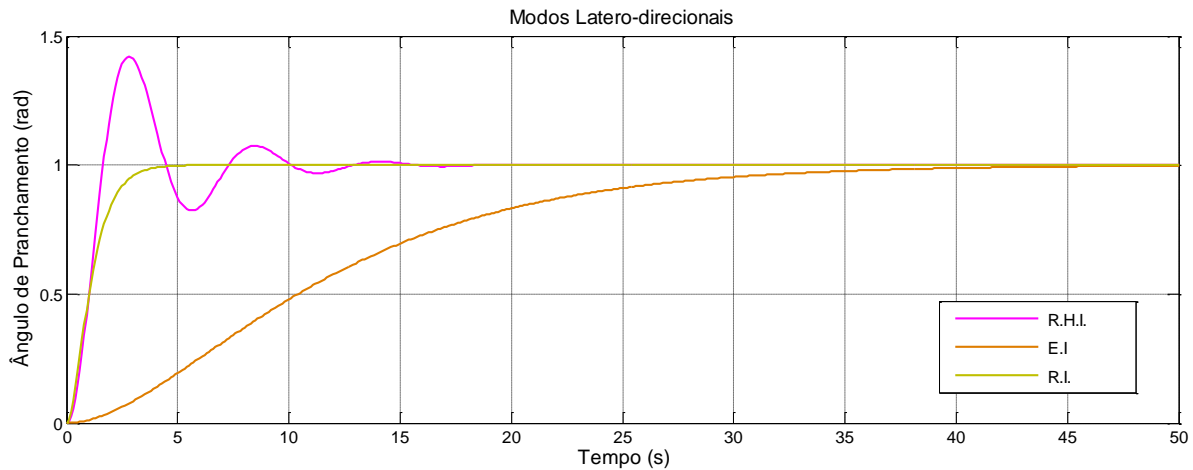


Fig. 23 - Modos latero-direcionais iniciais (sem controlador): Rolamento inicial (R.I.), Rolamento Holandês Inicial (R.H.I) e Espiral (E.I.).

O rolamento encontra-se no nível 1, pelo que é natural apresentar uma resposta sem oscilações. O modo espiral apresenta uma resposta semelhante ao modo rolamento, no entanto o tempo de estabilização é bastante maior, cerca de 40 segundos, o que se justifica pelo facto de ser um movimento bastante mais complexo. Analogamente ao modo de período curto, o Rolamento Holandês é bastante oscilante numa fase inicial, mas estabiliza a partir dos 15 segundos.

4.2 Simulação do Algoritmo Proposto

O algoritmo proposto será então implementado seguindo a ordem apresentada em 3.4. Os modos de voo são independentes uns dos outros e por isso o algoritmo é implementado para cada um deles.

Começa-se por implementar os polos através do método de controlo pelo método de Ackermann.

4.2.1 Cálculo das matrizes A, B, C e D

O primeiro passo é encontrar as matrizes A, B, C e D correspondentes a cada modo. Para tal, é usado o comando *tf2ss* do *Matlab*®:

$[A,B,C,D]=tf2ss(num,den)$, onde *num* e *den* são o numerador e o denominador da função de transferência.

Esta função utiliza os valores, obtidos anteriormente, da frequência e do amortecimento na função de transferência (4.1) deste tipo de sistemas (sistemas de segunda ordem) e, através dela, são obtidas as matrizes pretendidas.

$$H(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{com } k > 0: \text{ ganho estático;} \quad (4.1)$$

Assumiu-se um ganho estático de 1. Os valores das matrizes estão presentes no anexo 4. Antes de avançar, note-se que o modo rolamento já se encontra no nível 1 e portanto não faz sentido implementar o algoritmo que o conduza para esse mesmo nível. Assim, este algoritmo será apenas implementado para os restantes modos (fugóide, período curto, espiral e rolamento holandês).

4.2.2. Controlabilidade e observabilidade do sistema

De seguida faz-se uma análise para averiguar se o sistema é controlável e observável. Para cada modo, a matriz de controlabilidade, Δ , e a matriz de observabilidade, Θ , são obtidas recorrendo às funções *ctrb(A,B)* e *obsv(A,C)*, respetivamente. A matriz de estado A é de dimensão $n = 2$. Após o cálculo em *Matlab*® verifica-se que para todos os modos, a característica de ambas as matrizes é igual à dimensão da matriz de estado, indicando que a atitude do respetivo modo é completamente controlável e observável.

$$\begin{aligned} \text{rank}(\Delta) &= \text{rank}(\text{ctrb}(A,B)) = 2 = n \\ \text{rank}(\Theta) &= \text{rank}(\text{obsv}(A,C)) = 2 = n \end{aligned}$$

O sistema cumpre os requisitos necessários para o método de Ackermann ser implementado. Pode-se passar de seguida à alocação de polos.

4.2.3 Alocação de Polos pelo Método de Ackermann

Os polos são definidos de acordo com a figura 16 e 19, dependendo do modo de voo em questão. O modo fugóide e de período curto, como são modos longitudinais, podem ter os mesmos valores próprios, retirados da figura 16. O rolamento Holandês e a espiral como são movimentos latero-direcionais têm valores próprios diferentes, escolhidos segundo a figura 19.

Foram escolhidos os seguintes valores próprios para obter o nível 1 das qualidades de voo:

Fugóide e Período Curto: $-0.60 \pm 1.15i$;

Rolamento Holandês: $-1.5 \pm 2i$;

Espiral: $-1.5 \pm 0i$;

Aplicando a função *acker* no programa de *Matlab*®, os polos pretendidos são impostos ao sistema e é obtida a matriz de ganho K_{ack} . A matriz \hat{A}_{ack} aumentada é calculada de forma a verificar se os polos escolhidos estão de facto implementados no sistema e esta passa a ser a nova matriz de estado do sistema. A tabela seguinte apresenta os resultados para ambas:

Tabela 4 - Matriz de ganho e aumentada e respetivos valores próprios para o modo fugóide, período curto e rolamento segundo o método de Ackermann.

	Matriz de Ganho K_{ack}	Matriz Aumentada $\hat{A}_{ack} = A - BK_{ack}$	Valores próprios
Fugóide	$K_{ack} = \begin{bmatrix} 1.695700 \\ 1.290100 \end{bmatrix}^T$	$\hat{A}_{ack} = \begin{bmatrix} -1.200 & -1.68250 \\ 1.00 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda = -0.60 \pm 1.15i$
Período Curto	$K_{ack} = \begin{bmatrix} 0.45400 \\ 0.34799 \end{bmatrix}^T$	$\hat{A}_{ack} = \begin{bmatrix} -1.200 & -1.68250 \\ 1.00 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda = -0.60 \pm 1.15 i$
Rolamento Holandês	$K_{ack} = \begin{bmatrix} 2.38461 \\ 4.912005 \end{bmatrix}^T$	$\hat{A}_{ack} = \begin{bmatrix} -3.00 & -6.2500 \\ 1.00 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda = -1.5 \pm 2 i$
Espiral	$K_{ack} = \begin{bmatrix} 2.67744 \\ 6.22398 \end{bmatrix}^T$	$\hat{A}_{ack} = \begin{bmatrix} -3.00 & -6.250 \\ 1.00 & 0 \end{bmatrix}$	$\lambda = -1.5 \pm 0 i$

Como esperado, os valores próprios obtidos das matrizes aumentadas correspondem aos polos impostos a cada modo, o que significa que o método de Ackermann cumpriu o seu objetivo.

4.2.3 Aplicação do método LQR pela formulação proposta

Aplicado o método de controlo segundo Ackermann para a alocação dos polos, resta aplicar o método LQR para a otimização do controlo. A matriz de ganho correspondente, K_{lqr} , a matriz ótima de ponderação Q e a matriz ótima de Riccati, P , são calculadas aplicando a minimização apresentada em (3.12), no *Matlab*®

A matriz R , tem o mesmo número de colunas que a matriz de estado e após se avaliar alguns resultados do sistema, assumiu-se igual a:

$$R = 2 \quad (4.1)$$

As matrizes Q e P têm a mesma dimensão que a matriz de estado:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} q_{11}^2 & 0 \\ 0 & q_{22}^2 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

pelo que as incógnitas a serem calculadas através da minimização são apenas cinco: $q_{11}, q_{22}, p_{11}, p_{12}, p_{22}$:

$$\text{Min}_{q_{11}, q_{22}, p_{11}, p_{12}, p_{22}} \|K_{ack} - R^{-1}B^T P\|_F^2 \quad (4.3)$$

Com a restrição:

$$\hat{A}_{ack}^T P + P \hat{A}_{ack} - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (4.4)$$

Os resultados das matrizes Q , P e K_{lqr} apresentam-se no anexo 3. Depois de obter o valor de K_{lqr} , a matriz \hat{A}_{ack} aumentada é recalculada com a matriz K_{lqr} , passando a ser: $\hat{A}_{lqr} = \hat{A}_{ack} - B K_{lqr}$. Os seus valores próprios são também calculados de forma a verificar, no gráfico correspondente, se as qualidades de voo se apresentam no nível pretendido. Posto isto, a matriz aumentada, os seus valores próprios e o nível correspondente são:

Tabela 5 - Valores Próprios obtidos da matriz A aumentada, \hat{A}_{lqr} , e o respetivo nível obtido para o modo fugóide, período curto e rolamento.

	Valores Próprios	Nível de qualidade de voo
Fugóide	$\lambda = -1.4478 \pm 0.93612 i$	Nível 1
Período Curto	$\lambda = -0.82700 \pm 1.16041 i$	Nível 1
Espiral	$\lambda = -4.73195 \pm 0i$	Nível 1
Rolamento Holandês	$\lambda = -2.69230 \pm 1.978250 i$	Nível 1

Analisando os valores próprios de todos os modos, apesar destes não serem exatamente iguais aos impostos, mantêm-se no nível 1. Em todos eles se verificou uma deslocação, no respetivo gráfico (Fig.16 e19), para a esquerda afastando-se por isso dos níveis menos desejados.

Os gráficos seguintes comparam o movimento obtido segundo a aplicação do método de controlo por Ackermann e o algoritmo proposto (com LQR).

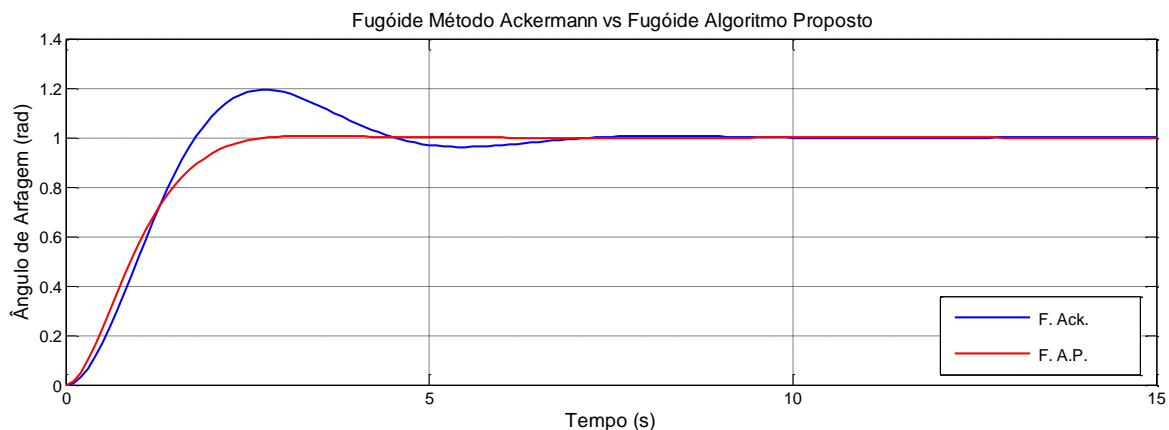


Fig. 24 - Comparação do movimento fugóide em relação ao método de controlo segundo Ackerman (F. Ack.) e segundo o algoritmo proposto (F. A.P.)

O modo fugóide inicial (Fig.21) não está representado por ter uma dimensão demasiado grande que impede a sua simulação em conjunto com esta. Fazendo a comparação deste gráfico com o gráfico da figura 21, nota-se claramente que o modo fugóide estabilizou. Ambos os métodos apresentaram bons resultados na estabilização, porém o algoritmo proposto teve um melhor desempenho. A amplitude no método de Ackermann é bastante maior, apresenta

algumas oscilações até estabilizar e só o consegue próximo dos 7 segundos. Já o algoritmo proposto estabiliza por volta dos 3 segundos.

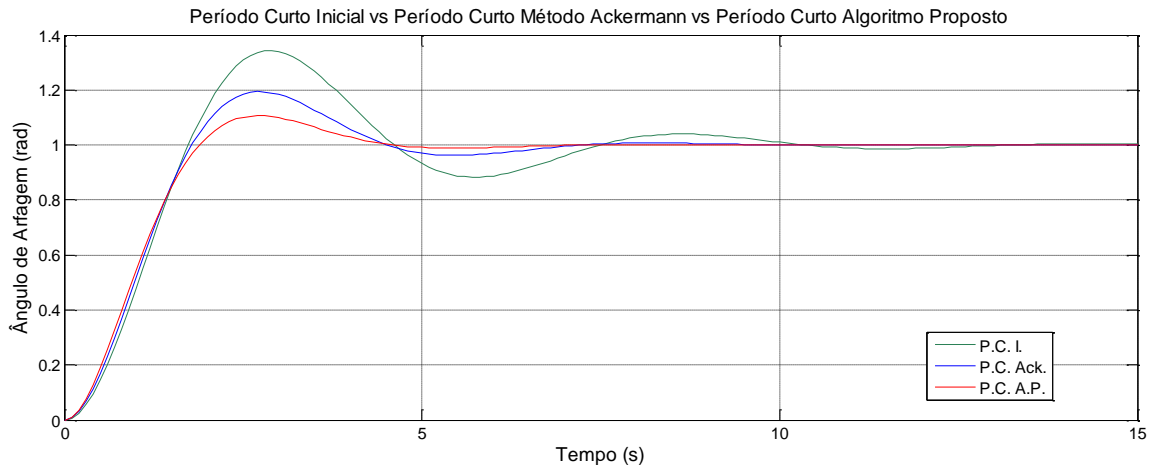


Fig. 25 - Comparação do movimento de período curto inicial, sem controlador (P.C.I), com o período curto segundo o controlo por Ackermann (P.C. Ack) e pelo Algoritmo proposto (P.C. A.P.)

Nesta simulação do período curto, há nitidamente uma evolução na redução das oscilações. O algoritmo proposto apresenta um melhor desempenho, estabiliza aos 4,5 segundos e não necessita de tanta energia para o fazer (menor amplitude). A resposta do período curto face ao método de Ackermann é satisfatória mas apresenta algumas oscilações, fazendo-o estabilizar mais tarde (8 segundos).

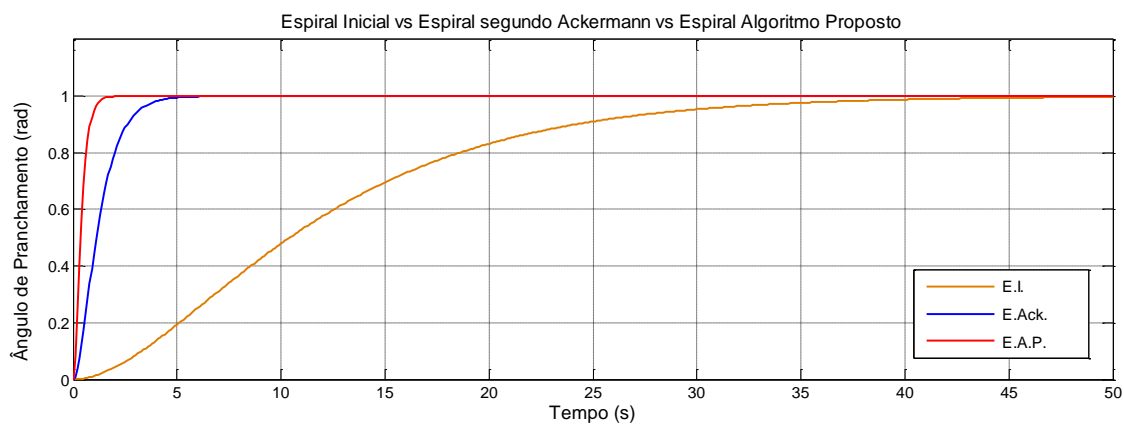


Fig. 26 - Representação do modo espiral inicialmente (E.I) com o modo espiral segundo o método de Ackermann (E.Ack) e algoritmo proposto (E. A.P.).

Neste modo a primeira observação que salta à vista é o tempo de estabilização que foi significativamente reduzido. O modo espiral inicialmente estabiliza aos 40 segundos e com a aplicação dos métodos, a estabilização é reduzida. O algoritmo proposto apresenta um melhor

desempenho, uma vez que atinge a estabilidade mais rapidamente (2 s) do que o método de Ackermann (5 s).

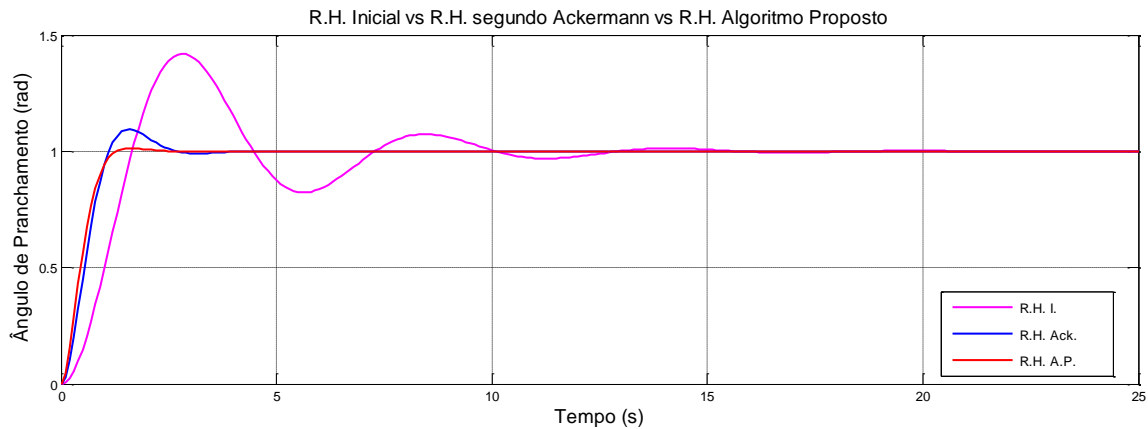


Fig. 27 - Representação do modo rolamento holandês inicial (R.H.I) com o modo rolamento holandês segundo Ackermann (R.H.Ack) e segundo o algoritmo proposto (R.H.AP).

A resposta deste modo é muito semelhante à obtida no período curto. O algoritmo proposto apresenta melhor desempenho, estabilizando mais cedo que pelo método de Ackermann. O método de Ackermann exige um gasto de energia maior para conseguir estabilizar quase ao mesmo tempo que método proposto.

4.2.4 Comparação do custo para ambos os métodos

Nesta simulação, e para cada método, é necessário calcular o próximo estado, x_{k+1} , recorrendo ao estado e ao controlo no instante anterior, x_k e u_k . Para isso utilizam-se as respetivas expressões de controlo ($u_{ack} = -K_{ack}x_{ack}$ e $u_{lqr} = -K_{lqr}x_{lqr}$) e o método de Butcher (anexo 4) para resolver as respetivas equações de estado ($\dot{x}_{ack} = \hat{A}_{ack}x_{ack} + Bu_{ack}$ e $\dot{x}_{lqr} = \hat{A}_{lqr}x_{lqr} + Bu_{lqr}$). Este é um processo de sucessivas iterações que permite obter os vetores de estado e controlo de cada método para posteriormente se utilizarem na resolução do integral da função de custo através do método de Simpson (anexo 4).

Tabela 6 - Valores da função de custo de cada modo relativamente ao método de Ackermann e ao Algoritmo proposto.

	Custo Método de Ackermann (J_{ack})	Custo Método de Proposto (J_{lqr})
Fugóide	0.85683	0.56036
Período Curto	0.217023	0.182120
Espiral	1.2021	0.81529
Rolamento Holandês	41.787735	28.89567

A função de custo deve ser minimizada de forma a minimizar os desvios indesejáveis, a limitar a energia dos estados e da ação do controlo. A energia dos estados e da ação do controlo estão relacionadas com a matriz Q e com a matriz R , respetivamente. Neste caso, a matriz Q foi calculada de forma ótima, já a matriz R foi arbitrada de forma a obter os melhores resultados. Quanto maior a matriz R , maior será o valor do custo e vice-versa.

A função de custo pelo método de Ackermann tem valores superiores, o que significa que o gasto energético do controlador é maior e por isso não é vantajoso. O maior custo, por ordem decrescente, verificou-se no rolamento holandês, de seguida, na espiral, fugóide e por fim, período curto. Os movimentos latero-direcionais tiveram, portanto, um maior custo pelo facto de serem movimentos mais complexos e por isso exigem maior desempenho do controlador.

Este resultado era espectável na medida em que, comparando o método de Ackermann com algoritmo proposto, no método de Ackermann os valores de amplitude vão diminuindo também de acordo com esta ordem.

4.2.5 Simulação das falhas nos atuadores

Obtidas as matrizes de ganho, pode-se agora simular as falhas nos atuadores e consequentemente comparar as respostas do controlo e dos estados em relação método de Ackermann, por si só, com o algoritmo proposto.

A metodologia aplicada para esta simulação tem por base a utilizada para o cálculo do custo, ou seja, os vetores de estado e de controlo (x_k e u_k) para cada método são obtidos através de sucessivas iterações utilizando, para tal, o *método de Butcher*. A diferença está na equação de estado, pois como se pretende representar as falhas, é necessário implementar a matriz H , como explicado no capítulo 3:

$$\dot{x}_{ack} = \hat{A}_{ack}x_{ack} + Bu_{ack} \text{ passa a ser } \dot{x}_{ack} = \hat{A}_{ack}x_{ack} + BHu_{ack}$$

$$\dot{x}_{lqr} = \hat{A}_{lqr}x_{lqr} + Bu_{lqr} \text{ passa a ser } \dot{x}_{lqr} = \hat{A}_{lqr}x_{lqr} + BHu_{lqr}$$

Cada vetor de controlo obtido no processo iterativo é de dimensão $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$ e portanto, a matriz H terá a mesma dimensão, ou seja, será um escalar. Como será um escalar, o facto de estar atrás do vetor u ou da matriz B , tem exatamente o mesmo efeito.

Foram feitas as simulações para os seguintes valores de efetividade do atuador: $H = 0.3$, $H = 0.5$ e $H = 0.7$, cada qual comparada com a atitude do controlo com o atuador na sua potencialidade máxima, $H = 1$. Com estes valores de H estão-se a assumir falhas de 70%, 50% e 30% nos atuadores, respetivamente.

Fugóide:

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,3$:

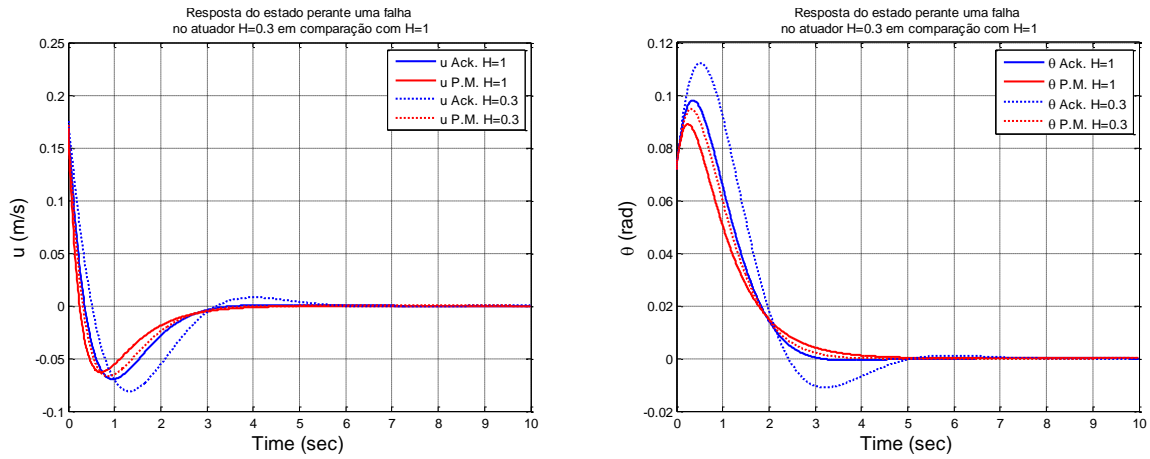


Fig. 28 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

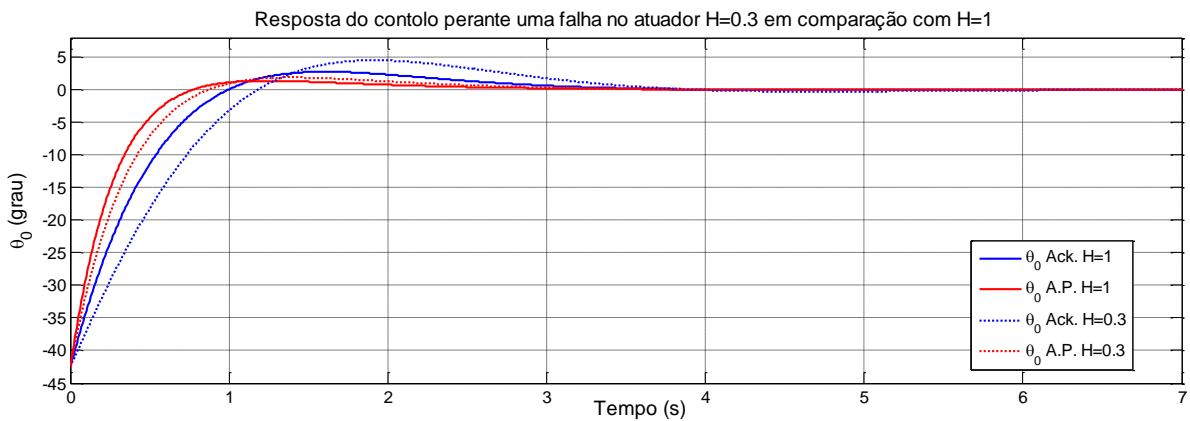


Fig. 29 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,5$:

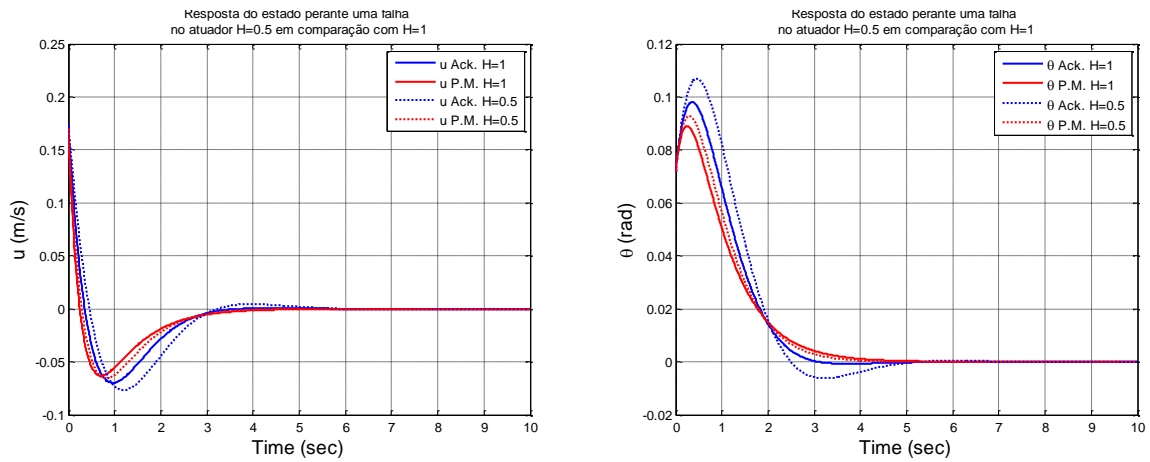


Fig. 30 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

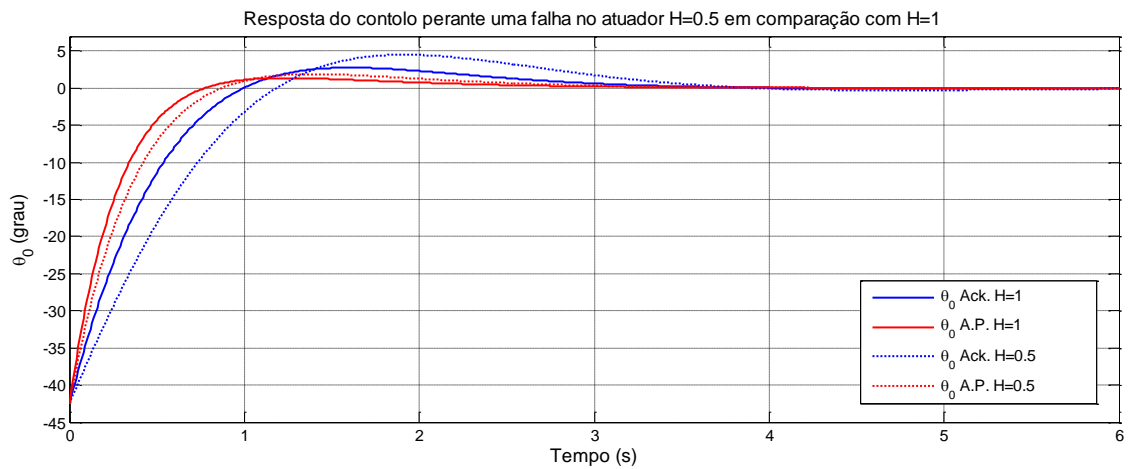


Fig. 31 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,7$:

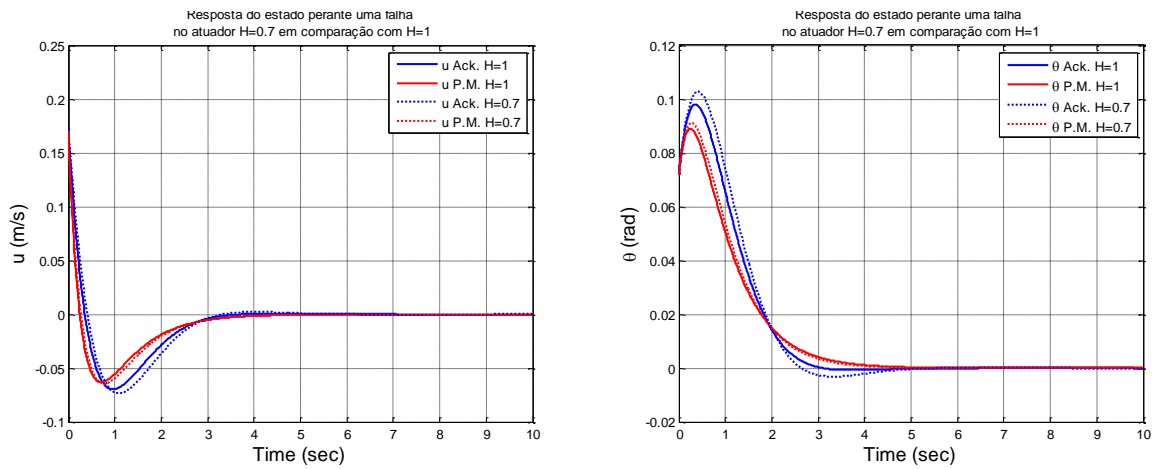


Fig. 32 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

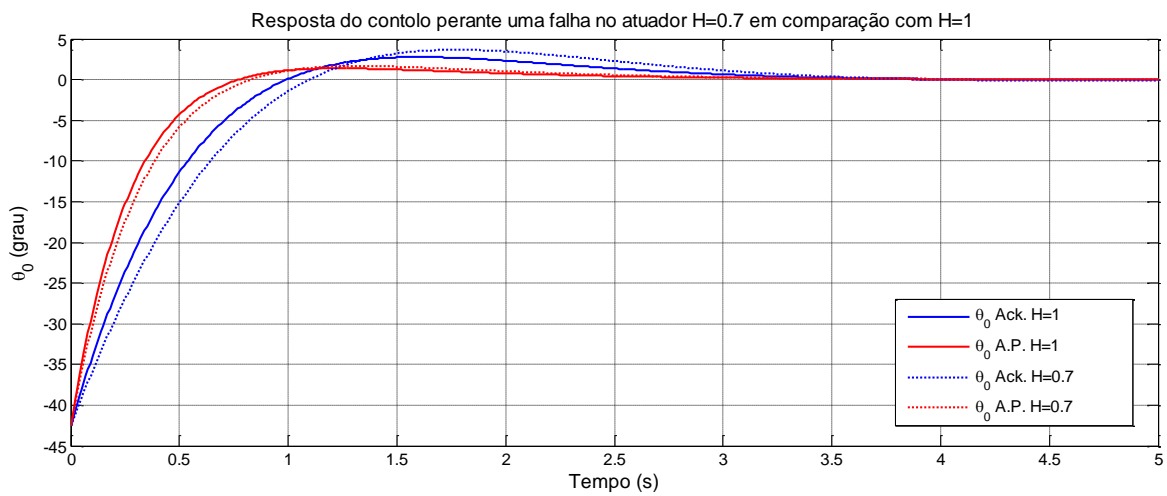


Fig. 33 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

Período Curto:

- Respostas de estado e de controlo do modo período curto para $H=0,3$:

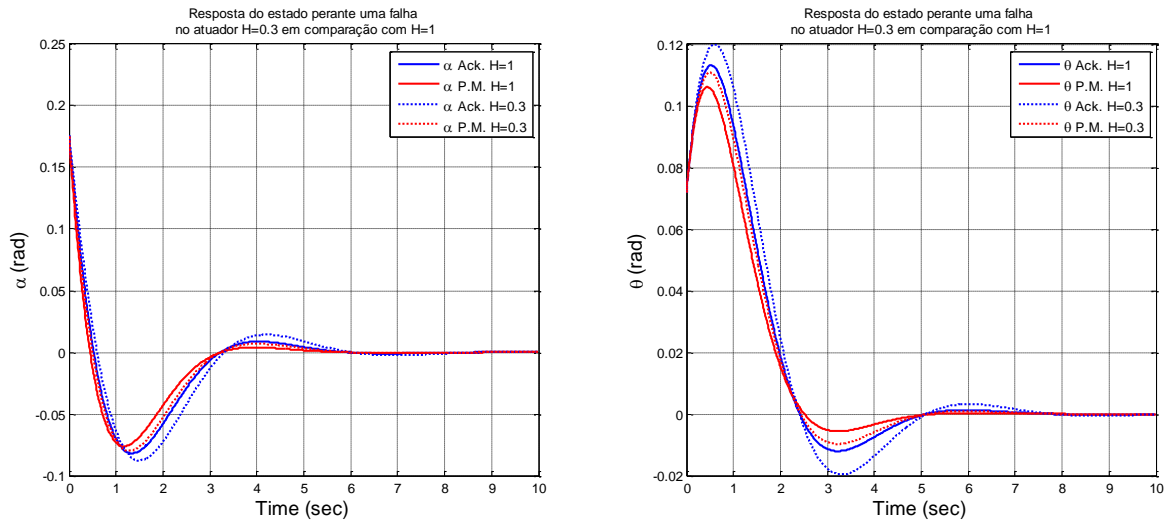


Fig. 34 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o algoritmo de Ackermann (θ Ack) e para o método proposto (θ A.P.).

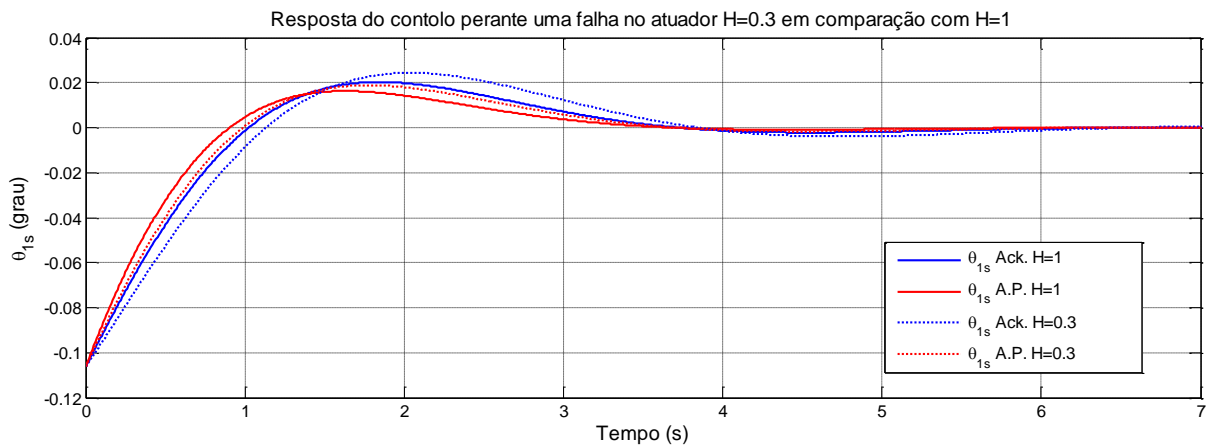


Fig. 35 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1s} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1s} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo período curto para $H=0,5$:

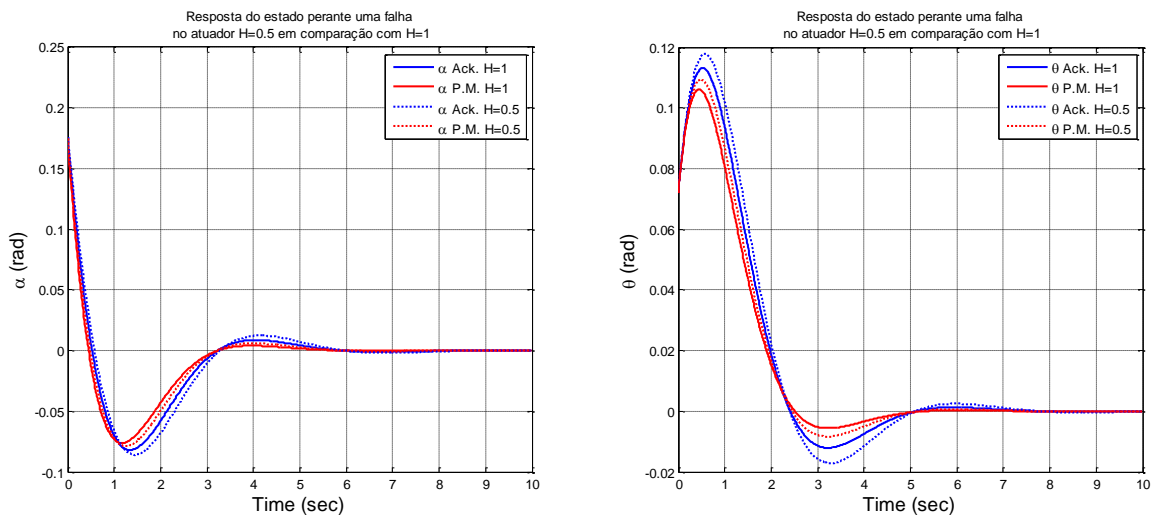


Fig. 36 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

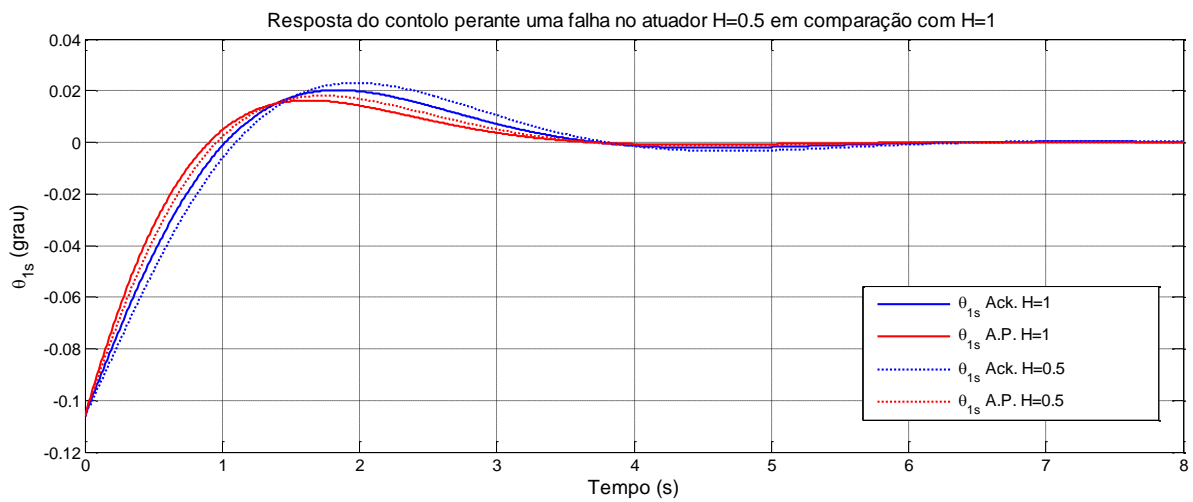


Fig. 37 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1s} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1s} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo período curto para $H=0,7$:

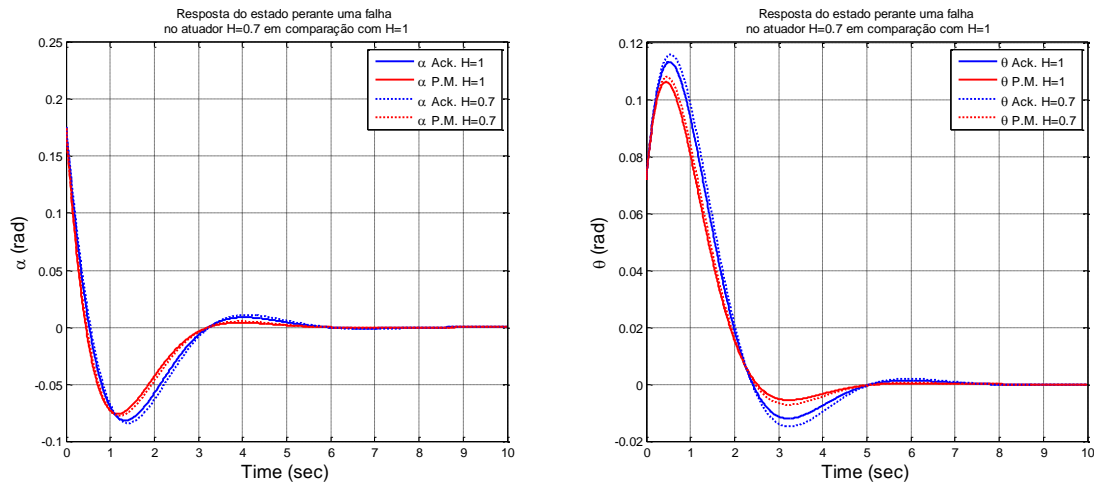


Fig. 38 - Respostas do estado (ângulo de ataque, α , e ângulo de arfagem, θ) do modo período curto, perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

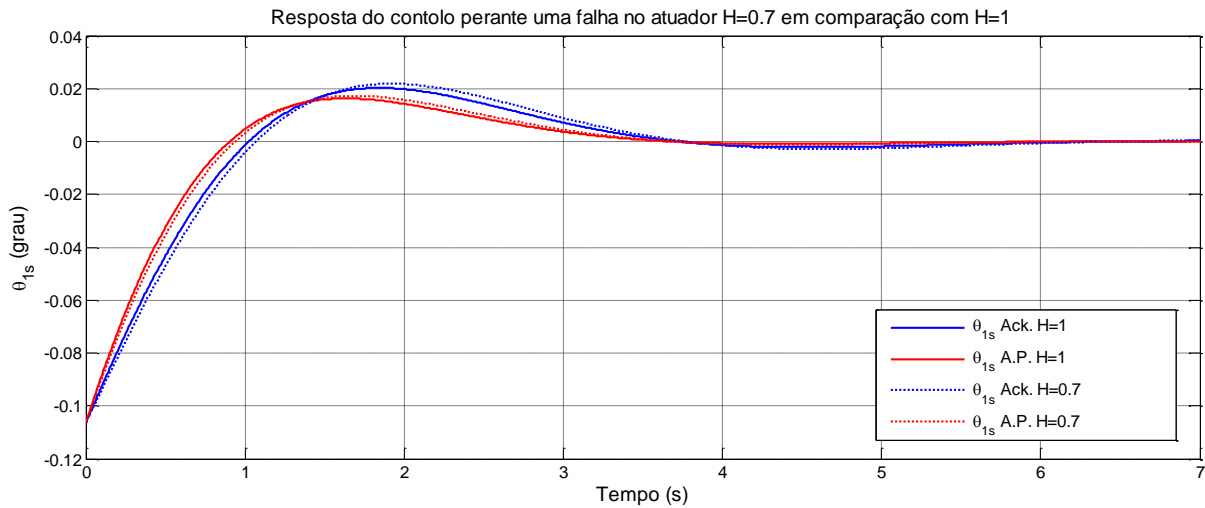


Fig. 39 - Respostas do controlo no modo período curto perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1s} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1s} A.P.).

Espiral:

- Respostas de estado e de controlo do modo espiral para $H=0,3$:

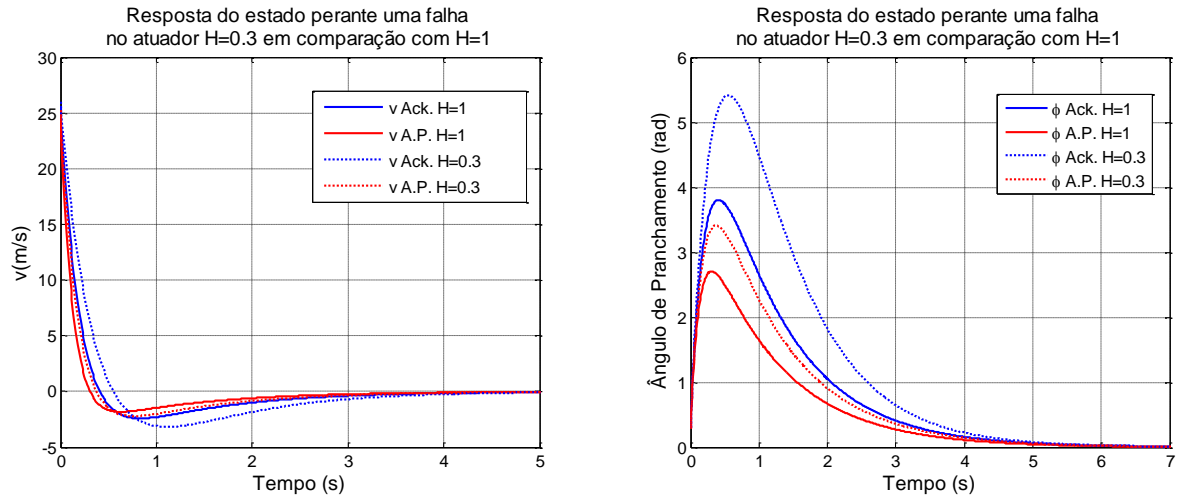


Fig. 40 - Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).

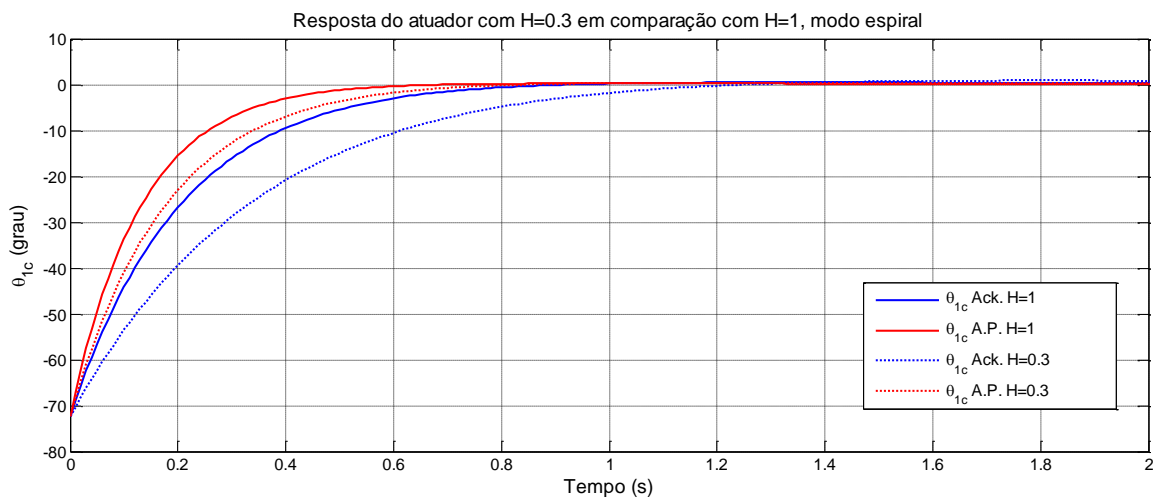


Fig. 41 - Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H= 1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo espiral para $H=0,5$:

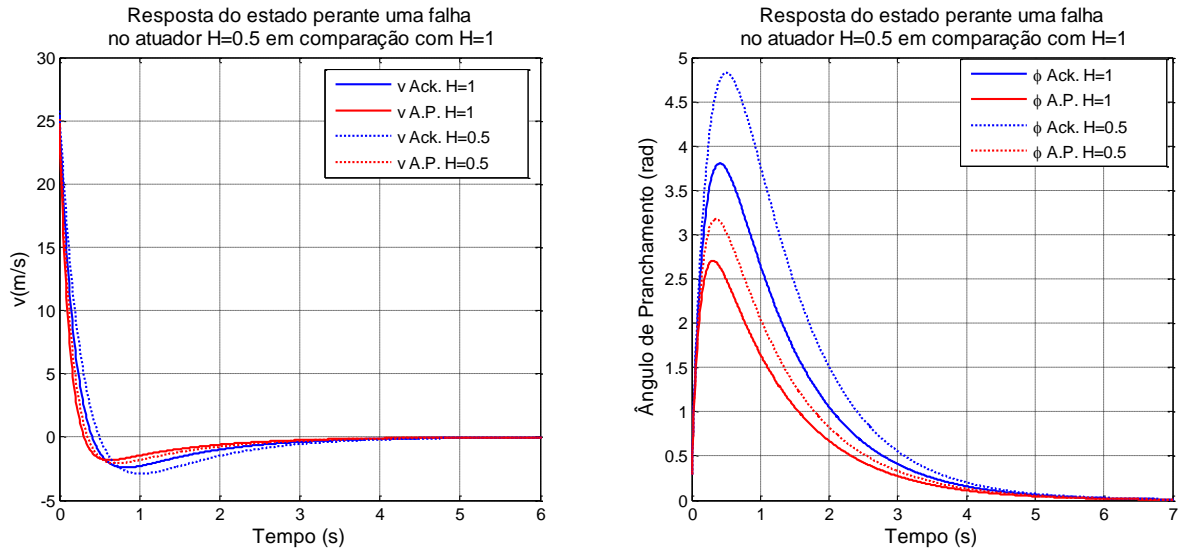


Fig. 42 -Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).

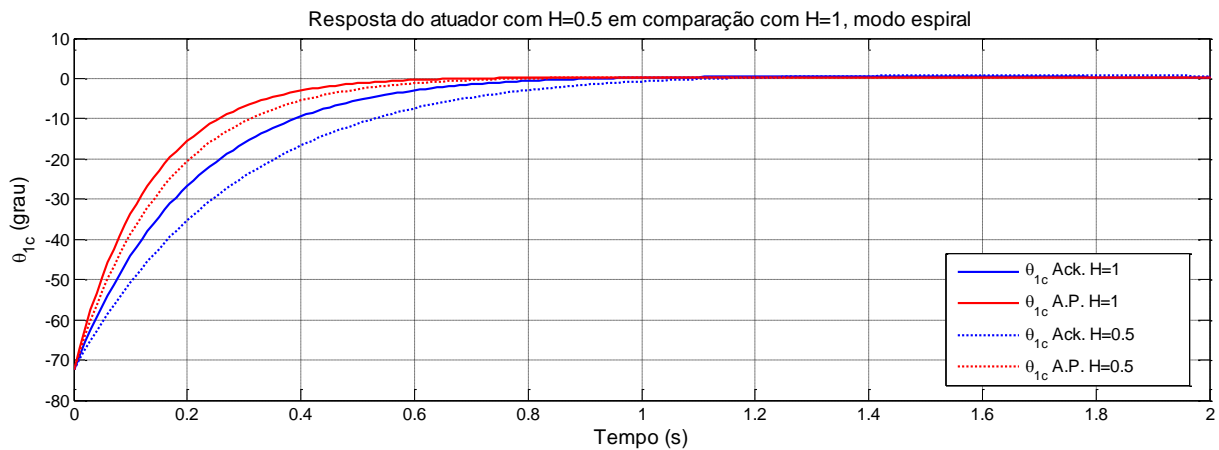


Fig. 43- Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo espiral para $H=0,7$:

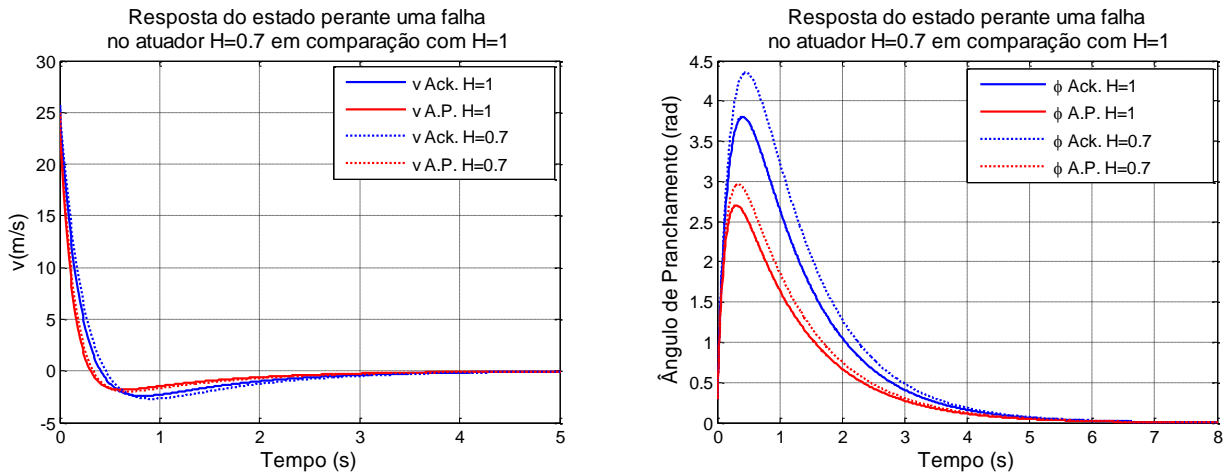


Fig. 44 - Respostas do estado (velocidade vertical, v , e ângulo de pranchamento, ϕ) do modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).

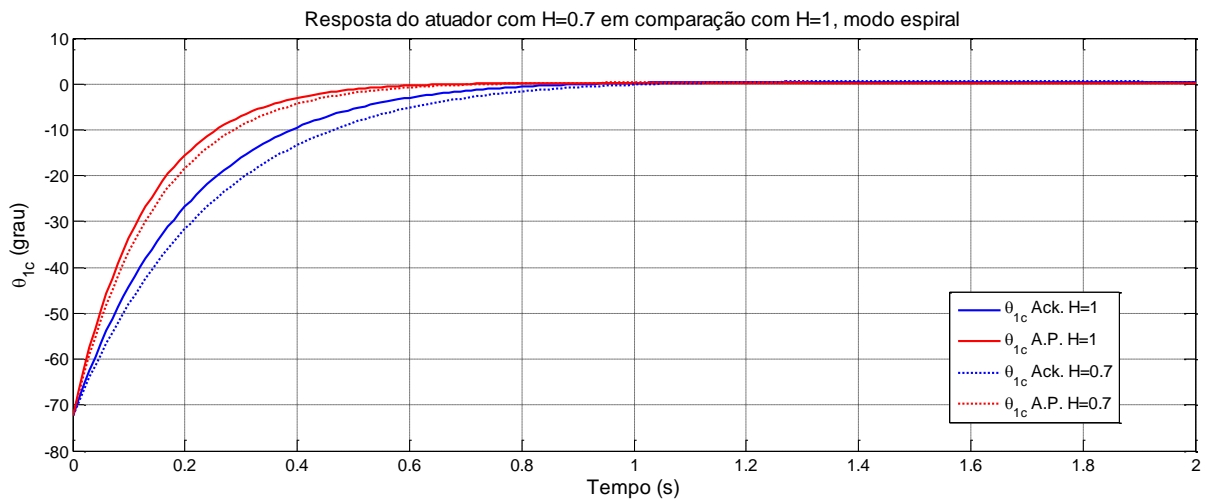


Fig. 45 - Respostas do controlo no modo espiral perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H= 1$ para o método de Ackermann (θ_{1c} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{1c} A.P.).

Rolamento Holandês:

- Respostas de estado e de controlo do modo Rolamento Holandês para $H=0,3$:

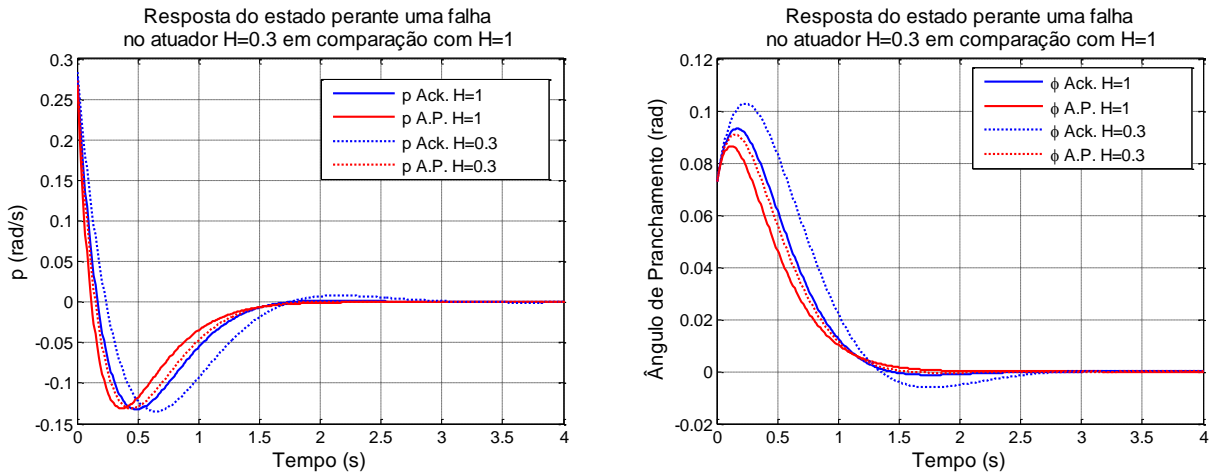


Fig. 46 - Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).

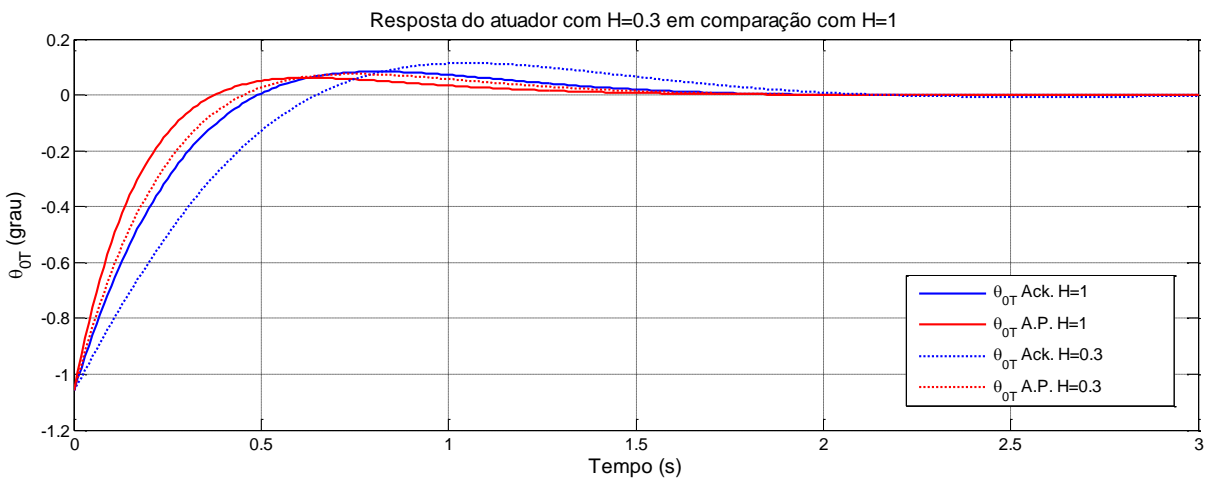


Fig. 47 - Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{OT} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{OT} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo Rolamento Holandês para $H=0,5$:

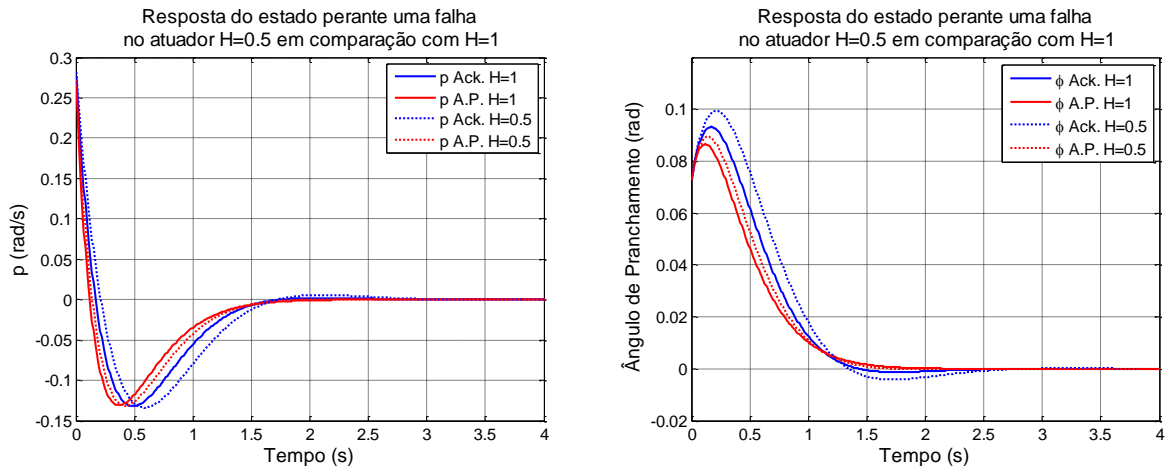


Fig. 48- Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.).

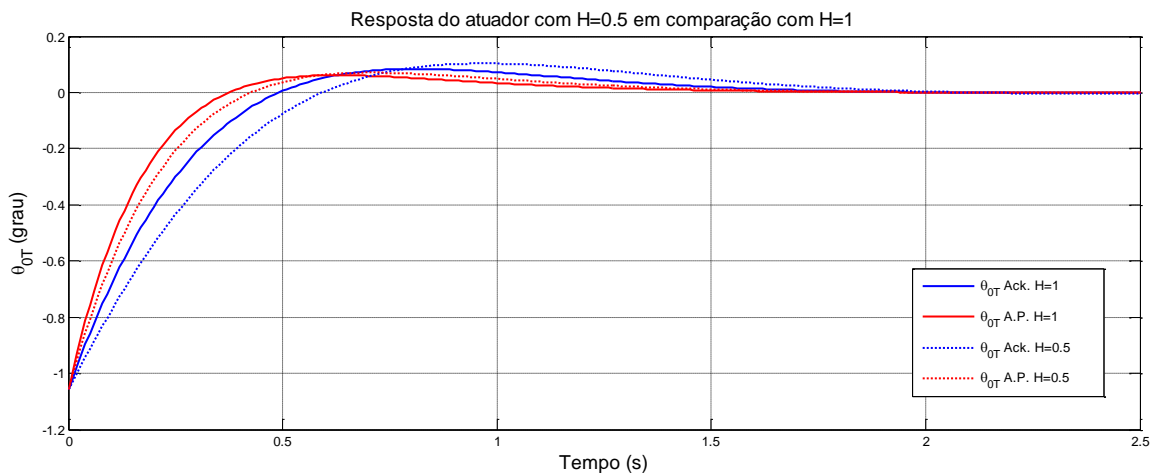


Fig. 49-Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{OT} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{OT} A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo Rolamento Holandês para $H=0,7$

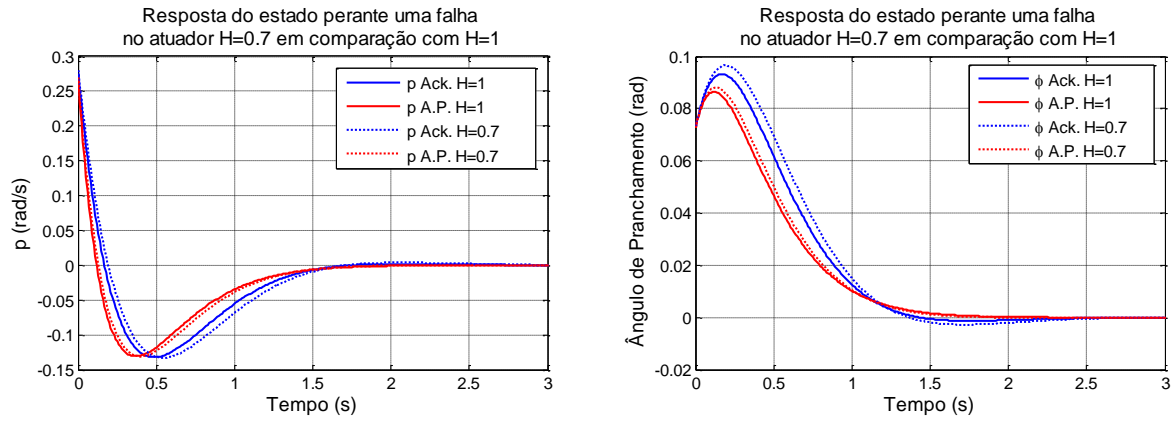


Fig. 50 - Respostas do estado (taxa de rolamento, p , e ângulo de pranchamento, ϕ) do Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (ϕ Ack) e para o algoritmo proposto (ϕ A.P.)

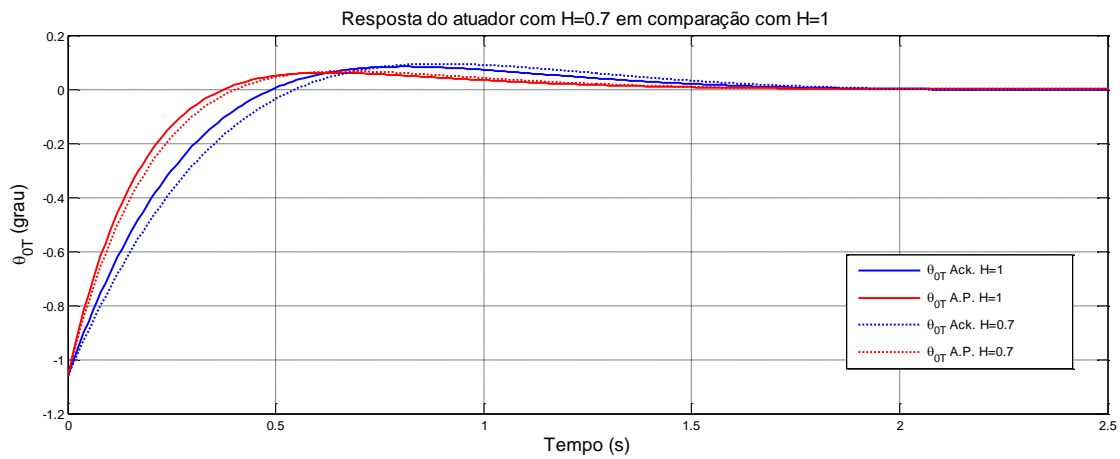


Fig. 51 - Respostas do controlo no Rolamento Holandês perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_{OT} Ack) e para o algoritmo proposto (θ_{OT} A.P.).

Analisando os gráficos obtidos, verifica-se desde logo que o padrão de comportamento é semelhante em todos os modos, havendo apenas variações na amplitude e no tempo de estabilização consoante a severidade da falha. Portanto, existem conclusões comuns a todos eles, quer ao nível das respostas de controlo quer ao nível das respostas de estado.

Comece-se pela análise ao nível das respostas do controlo. A primeira conclusão mais evidente é o facto de que independentemente do modo de voo e da falha no atuador, a resposta do controlo pelo algoritmo proposto é sempre mais rápida e mais eficaz na medida em que as suas amplitudes são sempre mais baixas e estabiliza mais rapidamente.

Comparando, em cada gráfico, o pleno funcionamento dos atuadores (-Ack.H=1 e -A.P. H=1), verifica-se que apesar dos dois métodos estabilizarem praticamente ao mesmo tempo, a amplitude do controlo atingida pelo método de Ackermann é sempre maior e por isso o gasto de energia também é maior.

Já fazendo a comparação na presença de falhas (-Ack.H<1 e -A.P. H<1), nota-se que a estabilização para ambos é mais demorada, ainda assim o algoritmo proposto atinge a estabilização mais rapidamente. Para além disso, o controlo por Ackermann continua a apresentar oscilações (por exemplo, no período curto), mesmo depois da estabilização do algoritmo proposto estar completa e como era de prever, quanto maior a falha maior a demora a estabilizar e maior a amplitude e respetivo gasto energético.

Outra conclusão a tirar está na análise individual de cada método de controlo com e sem falha. Isto é, analisando as duas respostas pelo método de Ackermann (-Ack H=1 e -Ack H<1), verifica-se que quanto maior a falha, maior o afastamento da resposta com falha em relação à resposta do controlo sem falha no atuador. Fazendo a mesma análise para o algoritmo proposto (-A.P. H=1 e -A.P. H<1), nota-se também algum afastamento, porém não é tão acentuado como pelo método de Ackermann. Em relação ao controlo, o modo fugóide é o melhor exemplo para fazer esta última constatação. No que respeita aos estados, os gráficos dos ângulos de arfagem e de pranchamento (gráficos da esquerda), são os que melhor traduzem esta conclusão. Isto significa que as respostas do controlo e dos estados, pelo algoritmo proposto e na presença de falhas, mantêm-se próximas das respostas com os atuadores em total funcionamento. Assim, conclui-se que por maior que seja a falha aplicada no atuador, este algoritmo apresenta melhor capacidade de resposta face à presença dessas falhas e expõe as suas capacidades enquanto controlador ótimo.

As conclusões retiradas para as respostas dos controlos também se aplicam às respostas de estado. Resta realçar mais alguns aspetos através das respostas de estados.

Em todos os modos, as respostas dos estados apresentam overshoots (gráficos da direita) e undershoots (gráficos da esquerda) mais acentuados. Neste caso, estes não são necessariamente prejudiciais, antes pelo contrário, a sua ocorrência é necessária na medida

em que o sistema ganha uma energia suficientemente grande para estabilizar. Tenha-se como exemplo os gráficos da figura 50. Uma estabilização mais linear em direção a zero seria um bom resultado, no entanto a energia de estabilização do sistema seria mais fraca e consequentemente, uma pequena perturbação durante o processo levaria novamente o sistema a destabilizar. A presença de undershoot e overshoot mostra que o sistema vai com energia relativamente grande e por isso tem força suficiente para o estabilizar, sendo menos sensível a perturbações. Posto isto e fazendo as comparações das respostas de estados e de controlos em cada modo, verifica-se que os valores de undershoot e de overshoot do método de Ackermann são maiores ou iguais aos do algoritmo proposto, o que aparentemente faz dele um melhor controlador. No entanto, ambos os métodos estabilizam o sistema praticamente ao mesmo tempo (por exemplo, Fig.40), para além de que em alguns casos o método de Ackermann estabiliza mais tarde e na presença de mais oscilações (por exemplo, Fig.38). Isto significa que, com menos energia, o algoritmo proposto consegue obter os mesmos e melhores resultados que o método de Ackermann. Desta forma verificam-se as características ótimas e robustas do algoritmo proposto

As qualidades de voo na presença de falhas mantêm-se constantes (tabela 5). Isto porque tanto para o método de Ackermann como para o algoritmo proposto, os valores próprios finais são obtidos da matriz \hat{A} aumentada correspondente (\hat{A}_{ack} ou \hat{A}_{lqr}). É esta matriz que, aplicada na equação de estado correspondente ($\dot{x}_{ack} = \hat{A}_{ack}x_{ack} + Bu_{ack}$ ou $\dot{x}_{lqr} = \hat{A}_{lqr}x_{lqr} + Bu_{lqr}$) permite a obtenção do controlo. Desta forma, o controlo será dependente das qualidades de voo impostas e não o contrário e por isso apresentará uma resposta no nível pretendido.

Capítulo 5 - Conclusão

5.1. Conclusões do trabalho apresentado

Esta dissertação tinha como objetivo o desenvolvimento de um método de controlo de atitude capaz de estabilizar o sistema de modo ótimo e robusto na presença de eventuais falhas e, ao mesmo tempo, mantendo as qualidades de voo no nível pretendido.

Numa parte inicial deste trabalho foi exposta a base teórica que serviu como fundamento do método desenvolvido. A primeira análise caiu sobre as qualidades de voo para cada modo de voo onde foram apresentadas três formas de obter os níveis das qualidades de voo. Optou-se pelo método de determinação pelos valores próprios que, entre outras razões, permite a alocação de polos pelo método de Ackermann.

O algoritmo proposto desenvolveu-se tirando partido das especificações de estabilidade e desempenho de dois métodos de controlo. O primeiro foi o método de controlo clássico de implementação de polos pelo método de Ackermann. O segundo foi o conhecido método de controlo ótimo LQR que permitiu ao algoritmo proposto adquirir um desempenho ótimo. Uma vez que o método de Ackermann está implementado no algoritmo proposto, fez-se a simulação e respetiva comparação entre ambos, para desta forma avaliar o desempenho do método proposto.

A primeira simulação comparou, para ambos os métodos, a atitude de cada modo de voo numa fase inicial sem controlador. Os modos longitudinais apresentaram mais oscilações do que os latero-direcionais. Após a implementação do método proposto, os gráficos mostraram uma atenuação das oscilações e um melhor desempenho, comparativamente ao método de Ackermann. Fez-se o estudo do custo para ambos os métodos onde se conclui que o algoritmo proposto tem de facto um menor custo e portanto um menor gasto de energia, como já era de esperar pela análise dos gráficos. Por fim, a simulação da atitude do controlo perante uma efetividade 0.3, 0.5 e 0.7 apresentou um bom desempenho de ambos os métodos, mas mais uma vez, o algoritmo proposto apresentou melhores resultados.

A implementação do método de Akermann é limitada para sistemas com uma única entrada. No entanto, este algoritmo pode ser aplicado a sistemas de múltiplas entradas e múltiplas saídas se, no *Matlab*®, for usar a função *place*.

De forma geral, os resultados obtidos demonstram que ambos os métodos apresentam boas capacidades de estabilização do sistema, porém o algoritmo proposto tem sempre um melhor desempenho quer ao nível de controlo das falhas, gasto de energia e de estabilização,

como se pôde ver pela análise dos gráficos e do custo; O algoritmo proposto é implementado com um critério quadrático e portanto apresenta sempre solução, mesmo com a imposição da equação de Riccati como restrição. Consoante o modo em questão, o sistema passa de um nível de qualidade de voo 2 ou 3 para o nível 1, como pretendido e, mesmo na presença de falhas, esse nível é mantido. Conclui-se também que com o acentuar da falha, a amplitude e o tempo de estabilização do sistema aumentam mas o algoritmo proposto consegue dar uma melhor resposta e estes problemas. Além disso, conseguiu-se que a instabilidade dos modos de voo fosse atenuada. Posto isto, o objetivo proposto foi cumprido.

Como principais contribuições, esta dissertação, apresentou metodologias de cálculo das qualidades de voo, de alocação de polos e imposição de falhas, descreveu a técnica da teoria de realimentação de um controlador, sugeriu uma metodologia para o controlo de um sistema (modos) com falhas e simulou e comparou as duas metodologias apresentadas.

5.2. Trabalhos Futuros

Como um futuro trabalho seria interessante adicionar implicitamente a este algoritmo um método de deteção de falhas com base na lógica difusa, com o objetivo de detetar a falha e recorrer à redundância de atuadores só em caso de falha de nível 3 (onde não há solução de correção). Para além disso, também seria interessante a validação do algoritmo proposto ou até mesmo do algoritmo sugerido como trabalho futuro, num helicóptero UAV para poder comprovar na prática a fiabilidade e a eficácia destes métodos. Estas são duas das propostas que poderão ser consideradas em trabalhos futuros, por forma a validar e explorar outros campos ou métodos que possam vir a revelar-se interessantes dentro da área de controlo de helicópteros.

Bibliografia

- [1] G. Leishman, *Principles of Helicopter Aerodynamics*, 2ª ed., Grã-Bretanha: Cambridge University Press, 2006.
- [2] “Investigação de acidentes e incidentes,” [Online]. Available: www.gpcaa.gov.pt. [Acedido em 3 Setembro 2015].
- [3] EHEST, “EHEST Analysis of 2000-2005 European Helicopter Accidents,” 2010. [Online]. Available: <http://easa.europa.eu/essi/ehest/wpcontent/uploads/2010/10/EHEST-Brochure.pdf>.
- [4] J. Watkinson, “The Art of Helicopter”, 1 ed., Grã-Bretanha: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2004.
- [5] R. Garcia e A. Brown, “Control and Limitations of Navigating a Tail rotor/Actuator Failed Unmanned Helicopter,” *Springer*, 2010.
- [6] A. Cardoso, “Supervisão e Controlo de Sistemas Dinâmicos com Tolerância a Falhas - Contribuição para uma abordagem estruturada e robusta,” Tese de doutoramento, Coimbra-Portugal, 2006.
- [7] V. S. Rao, V. George, S. Kamath e S. C., “Reliable H-infinity Observer-Controller Design for Sensor and Actuator Failure in TRMS,” em *International Conference on IEEE*, Manipal-India, pp. 1-5, 2014.
- [8] D. Ye, X.-G. Zhao e K.-K. Zhang, “Fault Tolerant Tracking Control for Quad-Rotor Helicopter via Robust Adaptive Technique,” em *33rd Chinese Control Conference*, China, pp.3233 - 3237, 2014.
- [9] G. Zhang, Y. Yang e Z. Wang, “Adaptive Fault Tolerant Control System Design for Nonlinear Systems With Actuator Failures,” em *Proceedings of 2005 International Conference*, China, pp.499 - 505, 2005.
- [10] D. Kapoor, D. Deb, A. Sahai e H. Bangar, “Adaptive Failure Compensation for Coaxial Helicopter Under Propeller Failure,” em *American Control Conference*, Canada, pp.2539 - 2544, 2012.
- [11] B. Boussaid e C. Aubrun, “A design method for fault adaptation with actuators saturations avoidance,” *Proceedings of the 7th workshop on Advanced Control and Diagnosis*, vol. 2, pp. 19-20, November 2009.
- [12] W. Faller e S. Schreck, “Neural networks: applications and opportunities in aeronautics,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 32(5), pp. 433-456, 1996.

- [13] P. Melin e O. Catillo, "Adaptive intelligent control of aircraft systems with a hybrid approach combining neural networks , fuzzy logic and fractal theory," *Applied Soft Computing*, vol. 3(4), pp. 352-362, 2003.
- [14] J. Leitner, A. J. Calise e J. V. Prasad, "Analysis of Adaptive neural networks for helicopter flight control," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* 20, vol. 20(5), pp. 972-979, 1997.
- [15] G. Heredia, A. Mahtani, A. Ollero e R. Béjar, "Detection of sensor Faults in Autonomous Helicopters," em *International Conference on Robotics and Automation IEEE*, Espanha, pp. 2229, 2005.
- [16] O. Castillo e P. Melin, *Type-2 Fuzzy logic*, Springer Berlin Heidelberg, 2008.
- [17] J. Stevens e J. Vreeken, "The Potential of Technologies to Mitigate Helicopter Accident Factors: An EHEST Study," 2014. [Online]. Available: <http://reports.nlr.nl:8080/xmlui/bitstream/handle/10921/985/TP-2014-311.pdf?sequence=1>. [Acedido em 12 Abril 2015].
- [18] R. D. Garcia, K. P. Valavanis e A. Kandel, "Autonomous Helicopter Navigation during a Tail Rotor Failure Utilizing Fuzzy Logic," em *Mediterranean Conference on Control and Automation IEEE*, Athens-Greece, pp. 1-6, 2007.
- [19] G. Heredia, A. Ollero e M. Bejar, "Sensor and Actuator Fault Detection in Small Autonomous Helicopters," *International Conference on Robotics and Automation IEEE*, vol. 18, pp. 90-99, 2007.
- [20] D. Vergun, *Spartan Unmanned Surface Vehicle Envisioned for Array of High-Risk Missions*, vol. 46(5), Sea power, 2003.
- [21] C. Ivler, M. Tischler e J. Powell, "Cable Angle Feedback Control Systems to Improve Handling Qualities for Helicopters with Slung Loads," em *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, Portland OR, 2011.
- [22] S. Suresh, S. Omkar e V. Mani, "Nonlinear Neural Flight Control System Design," em *AIAA 1st Intelligent System Conference*, nº 2004-6219, 2004.
- [23] J. C. Antonioli, A. Taghizad, T. Rakotomamonjy e M. Ouladsine, "Development of Flying Qualities based charts as a support for the initialization of the gains of helicopter control laws," em *IEEE Conference on Control Applications (CCA)*, Juan Les Antibes-France, pp. 445 - 450, 2014.
- [24] A. A. Wahab e R. Mamat, "The effectiveness of Pole Placement Method in Control System Design for An Autonomous Helicopter Model in Hovering Using Pole Placement Method," *International Journal of Integrated Engineering*, vol. 1(3), pp. 33-46.
- [25] J. Seddon, *Basic Helicopter Aerodynamics*, Oxford: BSP Professional Books, 1990.
- [26] G. D. Padfield, *Helicopter Flight Dynamics: The Theory and Application of Flying Qualities and Simulation Modelling*, 2 ed., Washington DC: Blackwell Publishing, 2007.

- [27] Federal Aviation Administration, *Helicopter Flying Handbook*, Oklahoma City: U.S. Department of Transportation, 2012.
- [28] A. Raptis e K. Valavanis, *Linear and Nonlinear Control of Small-Scale Unmanned Helicopters*, vol. 45, London: Springer Science and Business Media, 2010.
- [29] M. Arra, *L'elicottero*, Milão: Ulrico Hoepli Editore, 2012, pp. 227-229.
- [30] B. Baskett, *Aeronautical Design Standard performance specification Handling Qualities requirements for military rotorcraft*, Alabama: Army Aviation and Missile Command Redstone Arsenal AL, 1996.
- [31] J. O'Neill, "Calculation of the Longitudinal Stability Derivatives and Modes of Motion for Helicopter Aircraft," Master Thesis, Naval Postgraduate School, Monterey-California, 1983.
- [32] S. ÇALIŞKAN, "Development of Forward Flight Trim and Longitudinal Dynamic Stability Codes and Their Application to a UH-60 Helicopter," Master Thesis, Middle East Technical University, German, 2009.
- [33] K. Bousson, "Apontamentos da unidade curricular de Dinâmica e Controlo de Voo," Departamento de Ciências Aeroespaciais, Universidade da Beira Interior, 2013.
- [34] B. L. Aponso, D. T. Tran e J. A. Schroeder, "Rotorcraft Research at NASA Vertical Motion Simulator," *Annual Forum Proceedings American Helicopter Society*, vol. 64, nº 3, p. 2390, 2008.
- [35] F. Lin, *Robust Control Design: An Optimal Control Approach*, Inglaterra: John Wiley & Sons, Ltd, 2007.
- [36] A. Lordelo e H. Fazzolari, "Controle robusto de posição do motor DC com estrutura variável e modos deslizantes de ordem completa," em *Congresso Brasileiro de Automática*, Brasil, 2012.
- [37] K. Bousson e M. Quintiães, "An Optimal Linearization Approach to Spacecraft Attitude Stabilization," *International Review of Aerospace Engineering (I.RE.AS.E)*, vol. 1, pp. 503-511, 2008.
- [38] H. S. Barbosa, R. Kawakami, H. Galvão e T. Yoneyama, "Modelagem bilinear e controle preditivo de sistemas sujeitos a degradação de atuador," em *Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, São João del-Rei-MG-Brasil, 2011.
- [39] Q. Zhao e J. Jiang, "Feedback Control System Design Against Actuators Failures," *Elsevier Science*, vol. 34, nº 10, pp. 1267-1272, 1998.
- [40] F. Al Mahmood, "Constructing & Simulating a Mathematical Model of Longitudinal Helicopter Flight Dynamics," [Online]. Available: http://www.codeforge.com/read/239442/license.txt__html. [Acedido em Agosto 2015].
- [41] A. Bramwell, G. Done e D. Balmford, *Bramwell's Helicopter Dynamics*, 2 ed., Grã-Bretanha: Elsevier Butterworth-Heinemann, 2001.

Anexos

Anexo 1

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

Marta P. Baptista

Resumo: *O helicóptero tem grande tendência para a instabilidade. Para aumentar a estabilidade dinâmica é necessário garantir boas qualidades de voo em todas as fases de voo e evitar a ocorrência de falhas. O presente trabalho visa então o desenvolvimento de um método de controlo capaz de estabilizar o sistema de modo ótimo e robusto mantendo as qualidades de voo no nível desejado mesmo na presença de falhas nos atuadores.*

A Alocação de Polos pelo método de Ackermann e o método de controlo LQR (Regulador Linear Quadrático) formam a base para toda a modelação do controlo ótimo desenvolvido. O método de Ackermann por garantir as qualidades de voo desejadas e o LQR por garantir um desempenho ótimo e robusto ao sistema. A união dos dois métodos, pelas suas vantagens individuais, permitiram chegar ao algoritmo pretendido. A estabilidade dinâmica do helicóptero compreende um conjunto de modos naturais onde o controlador tem dificuldade em manter os requisitos das qualidades de voo e foi em cada um desses modos que se testou o método proposto. Simularam-se e compararam-se as respostas da atitude para cada modo de voo, a avaliação das respetivas qualidades de voo, o custo de ambos os métodos e as respostas de controlo e de estado face à presença das falhas. Perante os resultados obtidos, constatou-se que ambos o algoritmo proposto apresenta sempre melhores resultados, quer a estabilizar o sistema de forma mais rápida quer pelo facto de apresentar um menor custo.

Palavras-chave: Helicóptero, LQR, Método de Ackermann, qualidades de voo, falhas nos atuadores

Nomenclatura:

A - Matriz de estado, $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

B - Matriz de controlo, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$

H - matriz de efetividade dos atuadores.

J - função de custo

K - matriz de ganho

Q - matriz de ponderação de estado

R - matriz de ponderação de controlo

ξ - amortecimento

ω_n - frequência natural (rad/s)

λ - valor próprio

x - vetor de estado

u - vetor de estado

I. Introdução

Os helicópteros, como qualquer outro sistema têm certos problemas que para serem corrigidos implicam variados estudos para o seu desenvolvimento e consequente melhoramento, sobretudo nas áreas de aerodinâmica e controlo. Neste

caso, o estudo incidirá na área de controlo. O principal problema a atenuar é a instabilidade do helicóptero.

Uma forma de aumentar a estabilidade é reduzir a ocorrência de falhas. Os sistemas de controlo que procuram de alguma forma dar resposta às falhas dizem-se, genericamente, sistemas de controlo tolerante a falhas - FTCS. Um destes sistemas é o controlo robusto H_∞ , aplicado por Rao e Zhang [1,2]. O controlo adaptativo neuronal [3], o controlo difuso [4] e o controlo neuro-difuso são outros exemplos de prevenção de falha usados em helicópteros tripulados e não tripulados. Em alguns casos, estes sistemas não conseguem lidar com as falhas e por isso existem os sistemas FDI, como o presente em [5]. Em último caso, quando o sistema não consegue lidar com a falha, o sistema recorre à redundância.

Outra forma de aumentar a estabilidade é através de sistemas que permitam impor as qualidades de voo. As qualidades de voo permitem avaliar a estabilidade e a atitude do helicóptero face a determinados parâmetros e missões de voo e, embora o helicóptero seja projetado para ter boas qualidades de voo, estas vão-se degradando face a perturbações, falhas ou com imprecisões eletrónicas nos comandos. Nestes casos a instabilidade aumenta e nem sempre o controlador tem capacidade de manter os requisitos relativos às qualidades de voo, como acontece com os modos de voo. Os modos de voo são movimentos da dinâmica do helicóptero que resultam de manobras ou perturbações e que aquando do seu surgimento podem levar à instabilidade do helicóptero.

Adicionalmente, existem fases de voo numa aeronave que são mais perigosas/ delicadas do que outras, como é o caso da aterragem e da descolagem e por isso exigem que o helicóptero seja necessariamente estável, caso contrário o resultado pode ser catastrófico. Por estas razões é necessário que as qualidades de voo se mantenham no nível desejado de forma a assegurar a estabilidade para o movimento pretendido.

Os trabalhos desenvolvidos nestas áreas estão relacionados com o controlo das falhas ou associados à resolução de outros problemas utilizando as qualidades de voo para validar a utilidade do método. Desta forma, mais do que um desafio seria oportuno unir a necessidade de manter as qualidades no nível desejado com a necessidade de atenuar a instabilidade causada pelas falhas nos atuadores.

Então, o objetivo principal deste artigo é o desenvolvimento de um método de controlo de atitude que desempenhe tarefas de controlo ótimo e robusto capaz de impor as qualidades do voo pretendidas e mante-las mesmo na presença falhas nos atuadores. Serão apenas consideradas falhas parciais nos atuadores uma vez que as ocorrências de falhas totais são, em geral, impossíveis de controlar. Este método será aplicado a cada modo de voo do helicóptero, na tentativa de atenuar a instabilidade e melhorar o desempenho do controlador nestas situações.

II. Avaliação das qualidades de voo

Existem três formas de avaliar as qualidades de voo. A primeira forma é

através da escala de Cooper-Harper que se baseia sobretudo na opinião do piloto. Embora a opinião subjetiva do piloto seja na maioria das vezes o fator decisivo, levanta-se a necessidade de haver critérios quantitativos que façam uma avaliação mais exata, que são as outras duas formas de avaliação. A primeira tem por base a ADS-33 (*Aeronautical Design Standard*). A ADS-33 é a regulamentação desenvolvida pelo exército americano e que contém todos os requisitos para avaliar as qualidades de voo. A segunda passa pela análise da estabilidade dinâmica que utiliza os valores próprios dos movimentos característicos da dinâmica de voo para determinar o nível das qualidades de voo. Neste artigo será utilizada a avaliação através dos valores próprios, apresentada de seguida.

II.1. Dinâmica do Helicóptero

A dinâmica do helicóptero é constituída por cinco modos naturais: dois longitudinais (fugóide e período curto) e três latero-direcionais (espiral, rolamento e rolamento holandês). Para avaliar as qualidades de voo é necessário determinar os valores próprios da matriz A , que estão diretamente relacionados com os valores do amortecimento e da frequência natural. São esses valores que permitirão informar o nível de qualidade de voo e por conseguinte até que ponto o helicóptero é estável. O comportamento dos diversos modos têm uma dinâmica de segunda ordem e por isso a equação característica é apresentada como uma equação quadrática em função

do amortecimento (ξ) e da frequência natural (ω_n):

$$q(\lambda) = \lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2 \quad (1)$$

A solução desta equação é:

$$\lambda = -\xi\omega_n \pm \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} i \quad (2)$$

O amortecimento e por conseguinte, a parte real dos valores próprios é dada por:

$$\Re(\lambda_1) = -\xi\omega_n \quad (3)$$

A frequência natural e a parte imaginária dos valores próprios relacionam-se da seguinte forma:

$$\text{Im}(\lambda_1) = \omega_n\sqrt{1 - \xi^2} \quad (4)$$

Note-se que para o sistema ser estável é necessário que o amortecimento seja positivo.

II.2. Dinâmica Longitudinal

1. Fugóide

Tendo como ponto de partida a equação (1), o modo fugóide é representado pela seguinte equação quadrática [6]:

$$\lambda^2 - \left(X_u + g \frac{M_u}{M_q^2}\right)\lambda - g \frac{M_u}{M_q} = 0 \quad (5)$$

A frequência e o amortecimento são dados respetivamente por [6]:

$$\omega_p^2 \approx -g \frac{M_u}{M_q} \quad (6)$$

$$2\zeta_p\omega_p = -\left(X_u + g\frac{M_u}{M_q^2}\right) \quad (7)$$

2. Período Curto

A equação característica que avalia a estabilidade do período curto é dada pela equação característica já apresentada em (1), onde a frequência e o amortecimento são dados por [6]:

$$2\zeta_{sp}\omega_{sp} \approx -(Z_w + M_q) \quad (8)$$

$$\omega_{sp}^2 = Z_w M_q - (Z_q + U_e)M_w \quad (9)$$

Estas equações fornecem os valores da parte real e imaginária dos valores próprios.

Estes valores são usados no seguinte gráfico para determinar o nível de qualidade de voo:

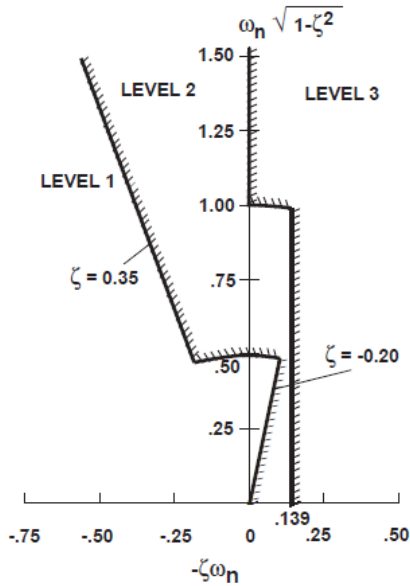


Figura 1 - Gráfico dos níveis de voo da dinâmica longitudinal.

II.3. Dinâmica Latero- Direcional

1. Modo Espiral

Os valores próprios deste modo são reais. A estabilidade do modo espiral é dada pela seguinte expressão [6]:

$$\lambda_s = \frac{g \cdot (L_v N_r - N_v L_r)}{L_p (U_e N_v - \sigma_s L_v)} \quad (10)$$

Onde, U_e é a velocidade de equilíbrio e $\sigma_s = \frac{g - N_p U_e}{L_p}$.

2. Rolamento

O rolamento é caracterizado por ter valores próprios reais e é caracterizado por [6]:

$$\lambda_r = L_p \quad (11)$$

3. Rolamento Holandês

Uma abordagem para a avaliação do rolamento holandês é feito através do amortecimento, que é dado por [6]:

$$2\zeta_{dr}\omega_{dr} \approx \left(-N_r + Y_v + \sigma_d \left(\frac{L_r}{U_e} - \frac{L_v}{L_p}\right)\right) / \left(1 - \frac{\sigma_d L_r}{L_p U_e}\right) \quad (12)$$

e da frequência pela expressão [6]:

$$\omega_{dr}^2 \approx (U_e N_v + \sigma_d L_v) / \left(1 - \frac{\sigma_d L_r}{L_p U_e}\right), \quad \text{com} \quad \sigma_{dr} = \sigma_s \quad (13)$$

Tal como na dinâmica longitudinal, as equações dadas anteriormente, fornecem os valores da parte real e imaginária dos valores próprios que permitem determinar

o nível de qualidade de voo através do gráfico seguinte:

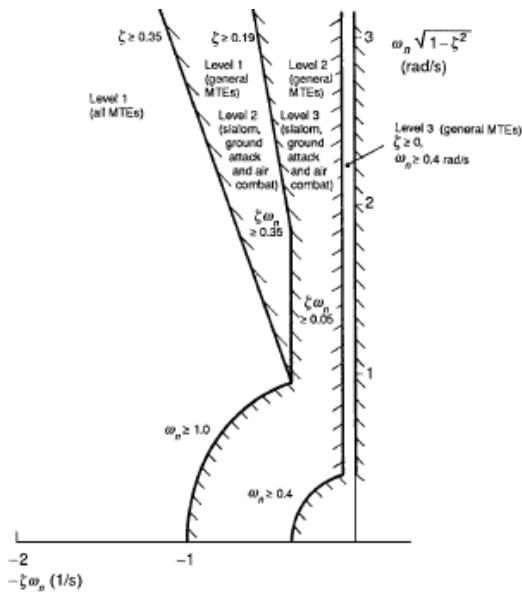


Figura 2 - Gráfico dos níveis para a dinâmica latero-direcional.

III. Método Proposto

III.1. Alocação de pólos pelo Método de Ackermann

Para manter as qualidades de voo em níveis aceitáveis (nível 1 ou 2) é necessário impor ao sistema os valores próprios (polos) que assegurem esses níveis. Para tal, usa-se o método de alocação de polos que utiliza o controlo por espaço de estados.

Os polos de malha fechada do sistema poderão ser alocados em qualquer posição desejada através da realimentação de estado, implementando uma matriz de ganho K apropriada.

O sistema descrito pode ser apresentado sob a forma de diagramas de blocos:

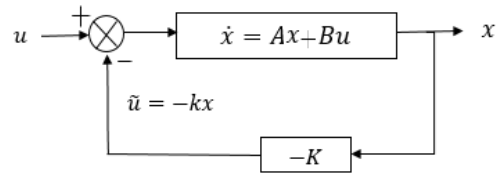


Figura 3- Diagrama de blocos da realimentação de estados.

Contudo, para que seja possível alocar arbitrariamente todos os polos do sistema em malha fechada é necessário que o sistema seja completamente controlável. A ideia básica da realimentação de estados consiste na projeção de um controlador na forma:

$$\tilde{u} = -Kx \quad (14)$$

e obter os coeficientes da matriz de ganho de realimentação de estado K , com $K \in \mathbb{R}^{1 \times n}$, de forma a que os valores próprios do sistema em malha fechada sejam colocados nas posições desejadas.

O sistema inicial $\dot{x} = Ax + Bu$, quando realimentado por $\tilde{u} = -Kx$, passa a ser:

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (15)$$

A fórmula de *Ackermann* é então dada por:

$$K = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \Delta^{-1} \prod_{i=1}^n (A - \lambda_i I) \quad (16)$$

na qual $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ são os n valores próprios que determinam a dinâmica do sistema.

III.2. Método de controlo LQR

O Regulador Linear Quadrático pretende encontrar a matriz de ganho de controlo, K , tal que o controlo

$$u = -Kx \quad (17)$$

Minimize a seguinte função de custo:

$$J(u) = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T u) dt \quad (18)$$

As matrizes Q e R são, respetivamente, as matrizes de estado e de controlo e são definidas, respetivamente, simétricas positiva semi-definida e simétrica positiva definida. A teoria de controlo LQR prova que o ganho ótimo, K , ($\in \mathbb{R}^{m \times n}$) é:

$$K = R^{-1} B^T P \quad (19)$$

Onde a matriz P é simétrica positiva definida e é a solução da equação de Riccati:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (20)$$

Em que A ($A \in \mathbb{R}^{n \times n}$) e B ($B \in \mathbb{R}^{n \times m}$) são, respetivamente, as matrizes de estado e de controlo.

III.3. Método proposto

O controlo pelo método de Ackermann permite impor os polos

desejados no sistema, assegurando as qualidades de voo. Já o LQR clássico, apesar de não ter a capacidade de impor polos, garante uma resposta ótima. Tendo em conta o objetivo, existe a necessidade de unir os dois métodos. O que ambos os métodos têm em comum é a necessidade de conceber a matriz de ganho e é através dela que é possível resolver o problema.

Considere-se que a matriz de ganho obtida pelo método de Ackermann é definida por, K_{ack} e a matriz de ganho obtida do LQR definida por K_{lqr} .

A forma de resolver esta questão tem a seguinte metodologia:

1. Impor os valores próprios e encontrar a matriz de ganho K_{ack} com a fórmula de Ackermann;
2. Obter K_{lqr} , e consequentemente, Q e P , minimizando, através da norma de Frobenius, as diferenças existentes entre K_{ack} e K_{lqr} através da seguinte formulação:

$$\text{Min}_{Q,P} \|K_{ack} - K_{lqr}\|_F^2 \quad (21)$$

O valor de K_{lqr} é desconhecido mas sabe-se, pela teoria de controlo do LQR, que $K_{lqr} = R^{-1} B^T P$, portanto a minimização resultará em:

$$\text{Min}_{Q,P} \|K_{ack} - R^{-1} B^T P\|_F^2 \quad (22)$$

A matriz R é arbitrada pelo projetista e a matriz é obtida através da

minimização anterior impondo a equação de Riccati como restrição:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (23)$$

O mesmo acontece com a matriz Q . A matriz P , da mesma dimensão que a matriz A , tem de ser positivamente definida ($P > 0$) e simétrica ($P = P^T$) e por isso é definida por:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} & \dots & p_{n1} \\ p_{21} & p_{22} & \dots & p_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{n1} & p_{n2} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Assume-se a matriz Q diagonal, da mesma dimensão que a matriz A e por isso é definida da seguinte forma:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & q_n^2 \end{bmatrix} \quad (25)$$

4. Calcular os valores próprios da matriz \hat{A} aumentada ($\hat{A} = A - BK_{lqr}$) e a partir deles, verificar se o sistema se encontra no nível pretendido.

O algoritmo proposto é uma combinação do método de controlo de Ackermann com o método de controlo LQR.

IV. Simulações e resultados

IV.1. Qualidades de voo iniciais

A partir das fórmulas de (5) a (13), obtêm-se os valores próprios de cada modo e através deles é possível identificar os níveis no respetivo gráfico. Para calcular

estas fórmulas foram utilizados os dados do helicóptero militar SA 330 [7]. Na tabela seguinte estão presentes estes resultados.

Tabela 1: Valores Próprios iniciais e respetivo nível de qualidade de voo para cada modo

	Valores Próprios λ $= -\xi\omega_n$ $\pm \omega_n\sqrt{1-\xi^2}i$	Nível de Qualidade de Voo
Fugóide	$-\xi\omega_n = -0.2478$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0.5753$	Nível 2
Periodo curto	$-\xi\omega_n = -0.373$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.2139$	Nível 2
Rolamento	$-\xi\omega_n = -1.660$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0$	Nível 1
espiral	$-\xi\omega_n = 0.16127$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 0$	Nível 3
Rolamento holandês	$-\xi\omega_n = 0.30769$ $\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = 1.115$	Nível 2

IV.2. Alocação de polos pelo método de Ackermann

Através dos valores de amortecimento e da frequência obtidos anteriormente, obtêm-se as matrizes A , B , C e D de cada modo. Para tal, é usado o comando *tf2ss* do Matlab®.

O modo rolamento já se encontra no nível 1 e portanto não faz sentido implementar o algoritmo que o conduza para esse mesmo nível. Assim, este algoritmo será apenas implementado para os restantes modos (fugóide, período curto, espiral e rolamento holandês).

Após verificar a controlabilidade, pode-se passar à imposição dos polos usando a função *acker* no Matlab®.

Foram escolhidos os seguintes valores próprios para obter o nível 1 das qualidades de voo:

Fugóide e Período Curto: $-0.60 \pm 1.15i$;

Rolamento Holandês: $-1.5 \pm 2i$;

Espiral: $-1.5 \pm 0i$;

A matriz de ganho K_{ack} é obtida e a partir dela obtem-se a matriz \hat{A}_{ack} aumentada ($\hat{A}_{ack} = A - BK_{ack}$). Esta matriz permite verificar se os polos escolhidos estão de facto implementados no sistema e esta passa a ser a nova matriz de estado do sistema. A tabela seguinte apresenta os resultados para ambas:

Tabela 2: Valores próprios obtidos após implementação do método de Ackermann

	Valores próprios
Fugóide	$\lambda = -0.60 \pm 1.15i$
Período Curto	$\lambda = -0.60 \pm 1.15i$
Rolamento Holandês	$\lambda = -1.5 \pm 2i$
Espiral	$\lambda = -1.5 \pm 0i$

Como esperado, os valores próprios obtidos das matrizes aumentadas correspondem aos polos impostos a cada modo, o que significa que o método de Ackermann cumpriu o seu objetivo.

IV.3. Implementação do método LQR pelo método proposto.

Aplicado o método de controlo segundo Ackermann para a alocação dos polos, resta aplicar o método LQR para a otimização do controlo. A matriz de ganho correspondente, K_{lqr} , a matriz ótima de ponderação Q e a matriz ótima de Riccati, P , são calculadas aplicando a minimização apresentada em (22), no Matlab®.

A matriz R , tem o mesmo número de colunas que a matriz de estado e após se avaliar alguns resultados do sistema, assumiu-se igual a:

$$R = 2$$

As matrizes Q e P têm a mesma dimensão que a matriz de estado e por isso são definidas por:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix} \quad Q = \begin{bmatrix} q_{11}^2 & 0 \\ 0 & q_{22}^2 \end{bmatrix}$$

pele que as incógnitas a serem calculadas através da minimização são apenas cinco: $q_{11}, q_{22}, p_{11}, p_{12}, p_{22}$:

$$\text{Min}_{q_{11}, q_{22}, p_{11}, p_{12}, p_{22}} \|K_{ack} - R^{-1}B^T P\|_F^2$$

Com a restrição:

$$\hat{A}_{ack}^T P + P \hat{A}_{ack} - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

Depois de obter o valor de K_{lqr} , a matriz \hat{A}_{ack} aumentada é recalculada com a matriz K_{lqr} , passando a ser: $\hat{A}_{lqr} = \hat{A}_{ack} - BK_{lqr}$.

Os seus valores próprios são também calculados de forma a verificar, no gráfico correspondente, se as qualidades de voo se apresentam no nível pretendido. Posto isto, os novos valores próprios e o nível correspondente são:

Tabela 3 :Valores próprios finais e o respetivo nível de qualidade de voo para cada modo.

	Valores Próprios	Nível de qualidade de voo
Fugóide	$\lambda = -1.4478 \pm 0.93612 i$	Nível 1
Período Curto	$\lambda = -0.82700 \pm 1.16041 i$	Nível 1
Espiral	$\lambda = -4.73195 \pm 0i$	Nível 1
Rolamento Holandês	$\lambda = -2.69230 \pm 1.978250 i$	Nível 1

Os valores próprios finais não são iguais aos impostos, mas o nível é 1 é assegurado. Em todos os modos verificou-se uma deslocação, no respetivo gráfico (Fig.1 e 2), para a esquerda afastando-se por isso dos níveis menos desejados.

Os gráficos seguintes comparam o movimento sem controlador, com a aplicação do método de controlo por Ackermann e com o algoritmo proposto (com LQR).

Os resultados gráficos de cada modo são:

1. Fugóide;

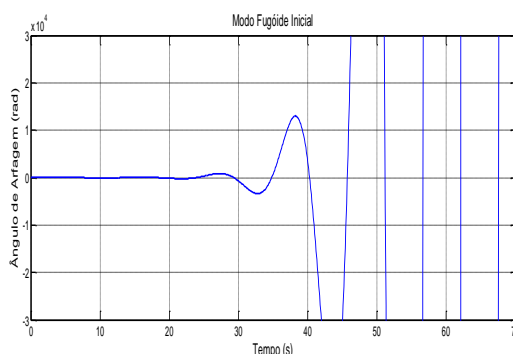


Figura 4- Resposta do Modo fugóide inicial

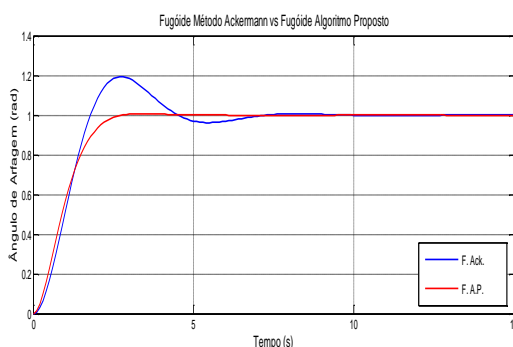


Figura 5: Resposta do modo fugóide depois de implementar o método de Ackermann e o método proposto.

O modo fugóide inicial apresenta grandes oscilações. Após a aplicação do método de Ackermann e do método proposto, nota-se claramente que o modo fugóide estabilizou. Ambos os métodos apresentaram bons resultados na estabilização, porém o algoritmo proposto teve um melhor desempenho. A amplitude no método de Ackermann é bastante maior, apresenta algumas oscilações até estabilizar e só consegue próximo dos 7 segundos. Já o algoritmo proposto estabiliza por volta dos 3 segundos.

2. Período curto

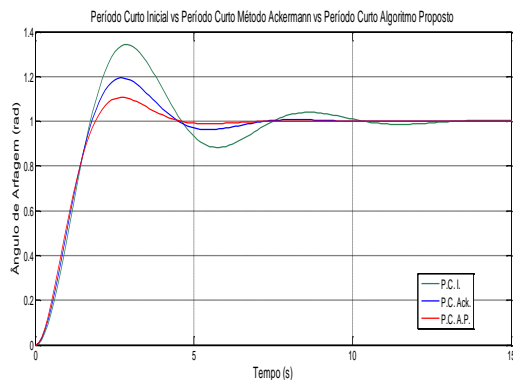


Figura 6: Resposta do modo período curto sem controlador, com o método de Ackermann e com método proposto.

Nesta simulação do período curto, há nitidamente uma evolução na redução das oscilações. O algoritmo proposto apresenta um melhor desempenho, estabiliza aos 4,5 segundos e não necessita de tanta energia para o fazer (menor amplitude). A resposta do período curto face ao método de Ackermann é satisfatória mas apresenta algumas oscilações, fazendo-o estabilizar mais tarde (8 segundos).

3. Espiral

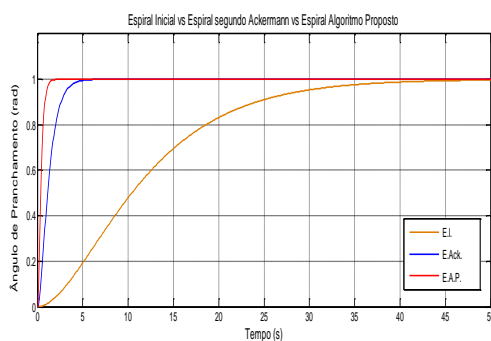


Figura 7: Resposta do modo espiral sem controlador, com o método de Ackermann e com método proposto.

Neste modo a primeira observação que é que o tempo de estabilização foi 84

significativamente reduzido. O modo espiral inicialmente estabiliza aos 40 segundos e com a aplicação dos métodos, a estabilização é reduzida, em ambos, para os 3 segundos aproximadamente. O algoritmo proposto apresenta um melhor desempenho, uma vez que atinge a estabilidade mais rapidamente (1 s) do que o método de Ackermann (5 s).

4. Rolamento holandês

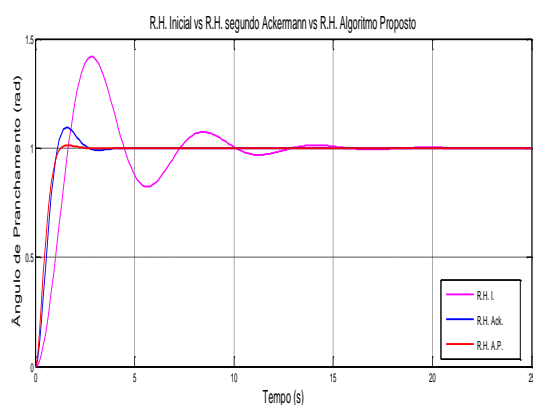


Figura 8: Resposta do rolamento holandês sem controlador, com o método de Ackermann e com método proposto.

A resposta deste modo é muito semelhante à obtida no período curto. O algoritmo proposto apresenta melhor desempenho, estabilizando mais cedo que pelo método de Ackermann. O método de Ackermann exige um gasto de energia maior para conseguir estabilizar quase ao mesmo tempo que método proposto.

IV.4. Comparação do custo de ambos os métodos

Sejam ack e lqr os índices associados ao método de controlo de Ackermann e ao método de controlo proposto,

respetivamente. A função de custo para o método de Ackermann é então dada por:

$$J_{ack}(u) = \int_0^{\infty} (x_{ack}^T Q_{lqr} x_{ack} + u_{ack}^T u_{ack}) dt$$

Onde o controlo é dado por:

$u_{ack} = -K_{ack} x_{ack}$ e a matriz Q , por defeito terá de ser a calculada pelo método proposto.

Para o método proposto a função de custo e o controlo são os seguintes, respetivamente:

$$J_{lqr}(u) = \int_0^{\infty} (x_{lqr}^T Q_{lqr} x_{lqr} + u_{lqr}^T u_{lqr}) dt$$

$$u_{lqr} = -K_{lqr} x_{lqr}$$

Os resultados obtidos são:

Tabela 4: Valores do custo obtidos para cada método

	Custo Método de Ackermann (J_{ack})	Custo Método de Proposto (J_{lqr})
Fugóide	0.85683	0.56036
Período Curto	0.217023	0.182120
Espiral	1.2021	0.81529
Rolamento Holandês	41.787735	28.89567

A função de custo pelo método de Ackermann tem valores superiores, o que significa que o gasto energético do controlador é maior e por isso não é tão vantajoso.

IV.5. Simulação das falhas

Para implementar as falhas é utilizado o modelo de falhas com redução da efetividade nos atuadores. Isto é conseguido implementando a matriz de efetividade no sistema, da seguinte forma:

$$\dot{x} = Ax + BHu.$$

Onde, H é a matriz de efetividade com o mesmo numero de colunas que a matriz B :

$$H = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & h_p \end{bmatrix}$$

Em que cada h_i representa a efetividade do atuador no sistema, pelo que as falhas em cada atuador são modeladas através da alteração do valor h_i no intervalo $h_i =]0,1[$.

Neste caso foram simuladas falhas de $H=0.3$, $H=0.5$, $H=0.7$ e comparadas com a atitude do atuador com $H=1$. Para todos os modos em análise, obteve-se o mesmo padrão de resultados. Desta forma, apenas são apresentados os resultados para o modo fugóide:

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,3$:

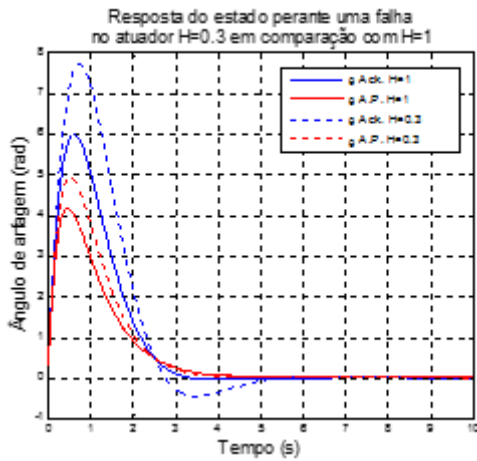
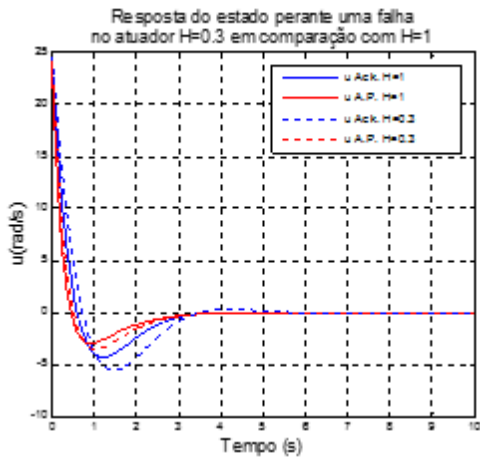


Figura 9- Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0,3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

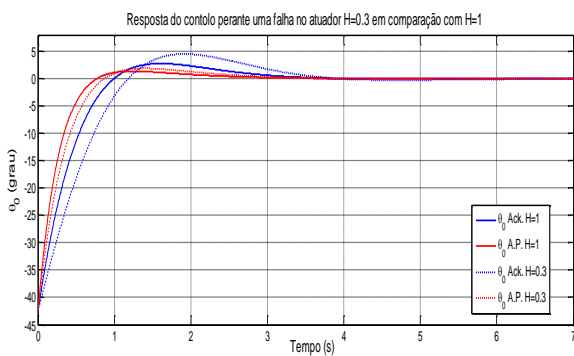


Figura 10 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de

$H=0,3$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,5$:

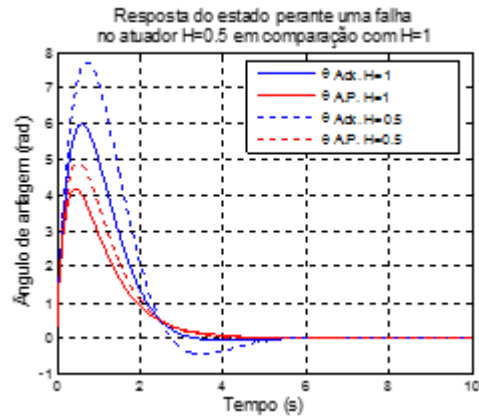
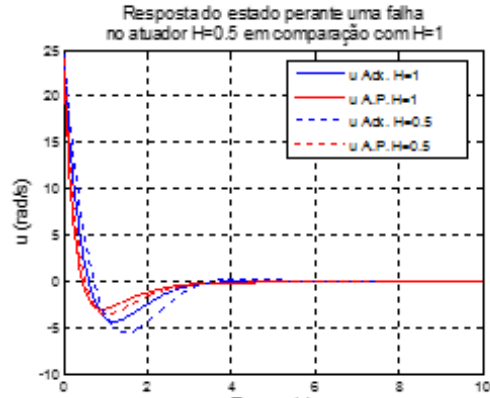


Fig. 11- Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0,5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

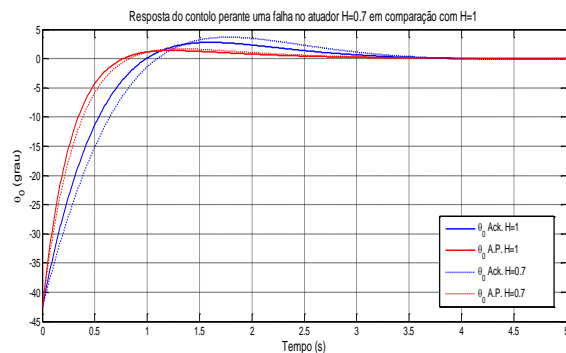


Figura 12 - Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0,5$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

- Respostas de estado e de controlo do modo fugóide para $H=0,7$:

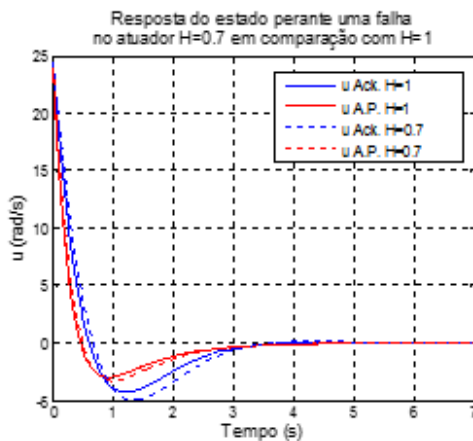
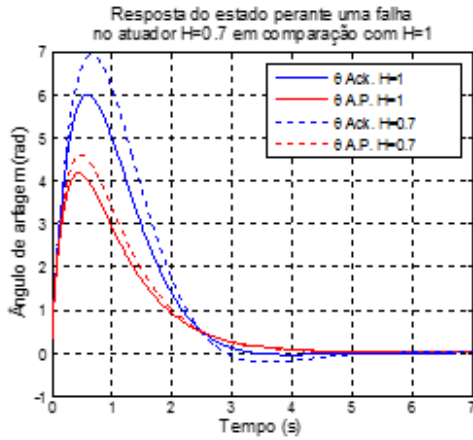


Figura 13 - Respostas do estado (velocidade horizontal, u , e ângulo de arfagem, θ) do modo fugóide, perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ Ack) e para o algoritmo proposto (θ A.P.).

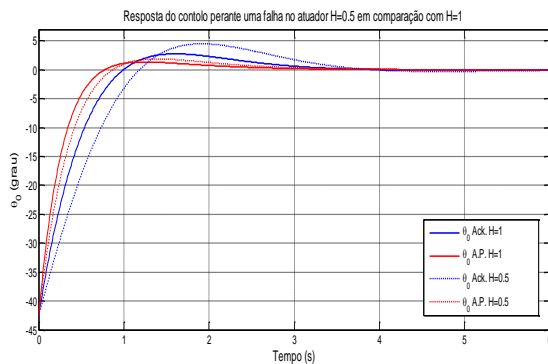


Figura 14- Respostas do controlo no modo fugóide perante uma efetividade no atuador de $H=0.7$ e de $H=1$ para o método de Ackermann (θ_0 Ack) e para o algoritmo proposto (θ_0 A.P.).

Analisando os gráfico obtidos, verifica-se desde logo que o padrão de comportamento é semelhante, havendo apenas variações na amplitude e no tempo de estabilização em cada modo consoante a severidade da falha. Portanto, existem conclusões comuns a todos eles, quer ao nível das respostas de controlo quer ao nível das respostas de estado.

A primeira conclusão mais evidente é o facto de que independentemente do modo de voo e da falha no atuador, a resposta pelo algoritmo proposto é sempre mais rápida e mais eficaz na medida em que as suas amplitudes são sempre mais baixas e estabiliza mais rapidamente.

Comparando, em cada gráfico, o pleno funcionamento dos atuadores (-Ack.H=1 e -A.P. H=1), verifica-se que apesar dos dois métodos estabilizarem praticamente ao mesmo tempo, a amplitude do controlo atingida pelo método de Ackermann é sempre maior e por isso o gasto de energia também é maior. Já fazendo a comparação na presença de falhas (-Ack.H<1 e -A.P. H<1), nota-se que a estabilização para ambos é mais demorada, ainda assim o algoritmo proposto atinge a estabilização mais rapidamente. Para além disso, o controlo por Ackermann continua a apresentar oscilações mesmo depois da estabilização do algoritmo proposto estar completa e como era de prever, quanto maior a falha maior a demora a estabilizar e maior a amplitude e respetivo gasto energético.

Outra conclusão a tirar está na análise individual de cada método de controlo com e sem falha. Isto é, analisando

as duas respostas pelo método de Ackermann (-Ack $H=1$ e -Ack $H<1$), verifica-se que quanto maior a falha, maior o afastamento da reposta com falha em relação à reposta do controlo sem falha no atuador. Fazendo a mesma análise para o algoritmo proposto (-A.P. $H=1$ e -A.P. $H<1$), nota-se também algum afastamento, porém não é tão acentuado como pelo método de Ackermann. Nas respostas de estado, os gráficos dos ângulos de arfagem, são os que melhor traduzem esta conclusão. Isto significa que as respostas do controlo e dos estados, pelo algoritmo proposto e na presença de falhas, mantêm-se próximas das respostas com os atuadores em total funcionamento. Assim, conclui-se que por maior que seja a falha aplicada no atuador, este algoritmo apresenta melhor capacidade de resposta face à presença dessas falhas e expõe as suas capacidades enquanto controlador ótimo.

Finalmente, as qualidades de voo na presença de falhas mantêm-se constantes (tabela 5). Isto porque tanto para o método de Ackermann como para o algoritmo proposto, os valores próprios finais são obtidos da matriz \hat{A} aumentada correspondente (\hat{A}_{ack} ou \hat{A}_{lqr}). É esta matriz que, aplicada na equação de estado correspondente ($\dot{x}_{ack} = \hat{A}_{ack}x_{ack} + Bu_{ack}$ ou $\dot{x}_{lqr} = \hat{A}_{lqr}x_{lqr} + Bu_{lqr}$) permite a obtenção do controlo. Desta forma, o controlo será dependente das qualidades de voo impostas e não o contrário e por isso apresentará uma resposta no nível pretendido.

V. Conclusão

Este trabalho tinha como objetivo o desenvolvimento de um método de controlo de atitude capaz de estabilizar o sistema de modo ótimo e robusto na presença de eventuais falhas e, ao mesmo tempo, mantendo as qualidades de voo no nível pretendido. O algoritmo proposto desenvolveu-se tirando partido das especificações de estabilidade e desempenho do método de controlo clássico de implementação de polos pelo método de Ackermann e pelo método de controlo ótimo LQR que permitiu ao algoritmo proposto adquirir um desempenho ótimo.

Os resultados obtidos demonstram que ambos os métodos apresentam boas capacidades de estabilização do sistema, porém o algoritmo proposto tem sempre um melhor desempenho quer ao nível de controlo das falhas, gasto de energia e de estabilização, como se pôde ver pela análise dos gráficos e do custo; O algoritmo proposto é implementado com um critério quadrático e portanto apresenta sempre solução, mesmo com a imposição da equação de Riccati como restrição. Consoante o modo em questão, o sistema passa de um nível de qualidade de voo 2 ou 3 para o nível 1, como pretendido e, mesmo na presença de falhas, esse nível é mantido. Conclui-se também que com o acentuar da falha, a amplitude e o tempo de estabilização do sistema aumentam mas o algoritmo proposto consegue dar uma melhor resposta e estes problemas. Além disso, conseguiu-se que a instabilidade dos

modos de voo fosse atenuada. Posto isto, o objetivo proposto foi cumprido.

VI. Bibliografia

- [1] V. S. Rao, V. George, S. Kamath e S. C., “Reliable H-infinity Observer-Controller Design for Sensor and Actuator Failure in TRMS,” em *International Conference on IEEE*, Manipal-India, pp. 1-5, 2014.
- [2] G. Zhang, Y. Yang e Z. Wang, “Adaptive Fault Tolerant Control System Design for Nonlinear Systems With Actuator Failures,” em *Proceedings of 2005 International Conference*, China, pp.499 - 505, 2005.
- [3] W. Faller e S. Schreck, “Neural networks: applications and opportunities in aeronautics,” *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 32(5), pp. 433-456, 1996.
- [4] R. D. Garcia, K. P. Valavanis e A. Kandel, “Autonomous Helicopter Navigation during a Tail Rotor Failure Utilizing Fuzzy Logic,” em *Mediterranean Conference on Control and Automation IEEE*, Athens-Greece, pp. 1-6, 2007.
- [5] G. Heredia, A. Ollero e M. Bejar, “Sensor and Actuator Fault Detection in Small Autonomous Helicopters,” *International Conference on Robotics and Automation IEEE*, vol. 18, pp. 90-99, 2007.
- [6] Federal Aviation Administration, *Helicopter Flying Handbook*, Oklahoma City: U.S. Department of Transportation, 2012.
- [7] F. Al Mahmood, “Constructing & Simulating a Mathematical Model of Longitudinal Helicopter Flight Dynamics,” [Online]. Available: http://www.codeforge.com/read/239442/license.txt_html. [Acedido em Agosto 2015].

Anexo 2

Dados do Helicóptero SA 330 Puma, retirados da referência [40].

$X_u = -0.0275 \text{ 1/s}$	$Z_u = -0.026 \text{ 1/s}$	$M_u = 0.03 \text{ rad/s.m}$
$X_v = 0.006 \text{ 1/s}$	$Z_v = 0.03 \text{ 1/s}$	$M_v = -0.004 \text{ rad/s.m}$
$X_w = 0.004 \text{ 1/s}$	$Z_w = 0.004 \text{ 1/s}$	$M_w = -0.025 \text{ rad/s.m}$
$X_p = 0.33 \text{ m/s.rad}$	$Z_p = 0.85 \text{ m/s.rad}$	$M_p = -0.22 \text{ 1/s}$
$X_r = 1.5 \text{ m/s.rad}$	$Z_r = 1.5 \text{ m/s.rad}$	$M_r = -0.75 \text{ 1/s}$
$X_{\dot{\theta}_0} = -2.5 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$L_{\dot{\theta}_0} = -7.5 \text{ 1/s}^2$	$I_{xx} = 9638 \text{ kg.m}^2$
$X_{\dot{\theta}_{1s}} = -9.4 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$L_{\dot{\theta}_{1s}} = -3 \text{ 1/s}^2$	$I_{xz} = 2226 \text{ kg.m}^2$
$X_{\dot{\theta}_{1c}} = 0.5 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$L_{\dot{\theta}_{1c}} = 25 \text{ 1/s}^2$	$I_{yy} = 33,240 \text{ kg.m}^2$
$X_{\dot{\theta}_{1r}} = 0$	$L_{\dot{\theta}_{1r}} = 5.3 \text{ 1/s}^2$	$I_{zz} = 25,889 \text{ kg.m}^2$
$Y_{\dot{\theta}_0} = -3.2 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$M_{\dot{\theta}_0} = 2.5 \text{ 1/s}^2$	$\Omega_a = 27 \text{ rad/s}$
$Y_{\dot{\theta}_{1s}} = -0.7 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$M_{\dot{\theta}_{1s}} = 7.5 \text{ 1/s}^2$	
$Y_{\dot{\theta}_{1c}} = 10 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$M_{\dot{\theta}_{1c}} = 0$	
$Y_{\dot{\theta}_{1r}} = 5 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$M_{\dot{\theta}_{1r}} = 0$	
$Z_{\dot{\theta}_0} = -115 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$N_{\dot{\theta}_0} = -5 \text{ 1/s}^2$	
$Z_{\dot{\theta}_{1s}} = -41 \text{ m/s}^2 \text{ rad}$	$N_{\dot{\theta}_{1s}} = 1.67 \text{ 1/s}^2$	
$Z_{\dot{\theta}_{1c}} = 0$	$N_{\dot{\theta}_{1c}} = 0$	
$Z_{\dot{\theta}_{1r}} = 0$	$N_{\dot{\theta}_{1r}} = -9.5 \text{ 1/s}^2$	

Anexo 3

Tenha-se em conta o vetor P representado no espaço vetorial,

$$P = [P_1 \dots P_n]$$

A norma Euclidiana de P é dada por: $\|P\| = (P_1^2 + \dots + P_n^2)^{1/2} \Leftrightarrow \|P\|^2 = \sum_{i=0}^n P_i^2$

Problema: Achar \bar{p} que seja o mais próximo possível de um dado vetor p .

A modelação do problema é feita da seguinte forma:

$$\text{Min}_{\bar{p}} \|\bar{p} - p\|^2.$$

Tenha-se agora em conta a matriz P representada por:

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \vdots & p_{ij} & \vdots \\ p_{n1} & \dots & p_{nn} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n \times n}$$

Para se trabalhar no espaço vetorial é necessário converter a matriz num vetor. Pretende-se então transformar a matriz $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ num vetor $p \in \mathbb{R}^{n^2}$ do espaço vetorial. O vetor é dado por:

$$p = \begin{bmatrix} p_{11} \\ p_{1n} \\ p_{21} \\ \vdots \\ p_{nm} \end{bmatrix}, \text{ pelo que a norma Euclidiana deste vetor será:}$$

$$\|p\|^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P_{ij}^2$$

A norma Euclidiana do vetor p corresponde à norma de Frobenius da matriz P associada. Posto o problema: Seja P uma dada matriz, achar \bar{P} que seja a mais próxima possível de P . A modelação para este problema é aplicando $\text{Min}_{\bar{P}} \|\bar{P} - P\|^2$. Portanto, a norma de Frobenius permite lidar com espaços matriciais.

Anexo 4

Tabela 1- Matrizes A, B, C e D para cada modo obtidas na fase inicial.

	Matriz A	Matriz B	Matriz C	Matriz D
Fugóide	$A = \begin{bmatrix} 0.4957000 & -0.392400 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 0.392400]$	$D = 0$
Período Curto	$A = \begin{bmatrix} -0.746000 & -1.334500 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 1.334500]$	$D = 0$
Rolamento	$A = \begin{bmatrix} -3.32000 & -2.75560 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 2.28998609290]$	$D = 0$
Rolamento Holandês	$A = \begin{bmatrix} -0.6153 & -1.33799 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 1.33799434711]$	$D = 0$
Espiral	$A = \begin{bmatrix} -0.32255 & -0.02601 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$C = [0 \quad 0.02601111639]$	$D = 0$

Tabela 2 - Valores obtidos da matriz Q, P, K_{lqr} e \hat{A}_{lqr} após a aplicação do algoritmo proposto para a espiral.

	Espiral
Matriz Q	$Q = \begin{bmatrix} 0.16000 & 0 \\ 0 & 0.2500 \end{bmatrix}$
Matriz P	$P = \begin{bmatrix} 5.354881645759260 & 4.447977884124854 \\ 4.447977884124854 & 0.10 \end{bmatrix}$
Matriz K_{lqr}	$K_{lqr} = \begin{bmatrix} 2.677440822879630 \\ 2.223988942062427 \end{bmatrix}^T$
Matriz \hat{A}_{lqr}	$\hat{A}_{lqr} = \begin{bmatrix} -5.677440822879630 & -4.473988942062427 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

Tabela 3 - Valores obtidos da matriz Q, P, K_{lqr} e \hat{A}_{lqr} após a aplicação do algoritmo proposto para o modo Fugóide

	Fugóide
Matriz Q	$Q = \begin{bmatrix} 0.16000 & 0 \\ 0 & 0.25000 \end{bmatrix}$
Matriz P	$P = \begin{bmatrix} 3.391400057271818 & 2.580200058311565 \\ 2.580200058311565 & 0.10 \end{bmatrix}$
Matriz K_{lqr}	$K_{lqr} = \begin{bmatrix} 1.695700028635909 \\ 1.290100029155782 \end{bmatrix}^T$
Matriz \hat{A}_{lqr}	$\hat{A}_{lqr} = \begin{bmatrix} -2.895700028635909 & -2.972600029155782 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Tabela 4 - Valores obtidos da matriz Q, P, K_{lqr} e \hat{A}_{lqr} após a aplicação do algoritmo proposto para o modo período curto.

	Período Curto
Matriz Q	$Q = \begin{bmatrix} 0.16000 & 0 \\ 0 & 0.25000 \end{bmatrix}$
Matriz P	$P = \begin{bmatrix} 0.908000004002560 & 0.696000000628637 \\ 0.696000000628637 & 0.10 \end{bmatrix}$
Matriz K_{lqr}	$K_{lqr} = \begin{bmatrix} 0.454000002001280 \\ 0.348000000314318 \end{bmatrix}^T$
Matriz \hat{A}_{lqr}	$\hat{A}_{lqr} = \begin{bmatrix} -1.654000002001280 & -2.030500000314318 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Controlo Ótimo da Atitude de um Helicóptero com Falha de Atuadores

Tabela 5 - Valores obtidos da matriz Q, P, K_{lqr} e \hat{A}_{lqr} após a aplicação do algoritmo proposto para o modo Rolamento Holandês

Rolamento Holandês	
Matriz Q	$Q = \begin{bmatrix} 0.16000 & 0 \\ 0 & 0.2500 \end{bmatrix}$
Matriz P	$P = \begin{bmatrix} 4.769238516921585 & 9.824012540290962 \\ 9.824012540290962 & 0.10 \end{bmatrix}$
Matriz K_{lqr}	$K_{lqr} = \begin{bmatrix} 2.384619258460793 \\ 4.912006270145481 \end{bmatrix}^T$
Matriz \hat{A}_{lqr}	$\hat{A}_{lqr} = \begin{bmatrix} -5.384619258460793 & -11.162006270145481 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

Algoritmo de Butcher:

$$\dot{x} = Ax + Bu = f(x, u)$$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{90}(7k_1 + 32k_3 + 12k_4 + 32k_5 + 7k_6)$$

$$k_1 = h \cdot f(x_k, u_k)$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_k + \frac{k_1}{4}, u_k\right)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_k + \frac{k_1}{8} + \frac{k_2}{8}, u_k\right)$$

$$k_4 = h \cdot f\left(x_k + \frac{k_2}{2} + k_3, u_k\right)$$

$$k_5 = h \cdot f\left(x_k + \frac{3k_1}{16} + \frac{9k_4}{16}, u_k\right)$$

$$k_6 = h \cdot f\left(x_k - \frac{3k_1}{7} + \frac{2k_2}{7} + \frac{12k_3}{7} - \frac{12k_4}{7} + \frac{8k_5}{7}, u_k\right)$$

As variáveis com k alimentam o algoritmo e são calculadas em cada instante pelo produto do passo de simulação, $h=0.01$.

Regra de Simpson

A regra de Simpson é uma forma de se obter uma aproximação de um integral definido num intervalo de integração [a, b] qualquer. É obtida a partir da integral de um polinómio interpolador de segundo grau $P_2(x)$ que passa por três pontos igualmente espaçados para a interpolação, ou seja, $\{x_0, x_1, x_2\}$, onde $x_0 = a$ e $x_2 = b$. Tem-se a expressão:

$$A = \int_{x_0}^{x_2} f(x)dx \approx \int_{x_0}^{x_2} P_2(x)dx$$

Assim, tomando $h = \frac{b-a}{n}$, tem-se:

$$A = \int_a^b f(x)dx \approx \frac{h}{3} [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)] + \frac{h}{3} [f(x_2) + 4f(x_3) + f(x_4)] + \dots + \frac{h}{3} [f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

A função de custo é resolvida aplicando esta fórmula no programa de *Matlab*®. O intervalo de integração utilizado foi de [0,80], com $h=0.01$. O número de intervalos, n , tem de ser necessariamente par.