



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Engenharia

Estudos sobre o desempenho de rotores cicloidais
Modelação analítica e numérica de efeitos transitórios

Jakson Augusto Leger Monteiro

Tese para obtenção do Grau de Doutor em

Engenharia Mecânica

(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor José Carlos Páscoa Marques

Covilhã, Julho de 2017

Para os amores da minha vida Lita e Rodrigo

Agradecimentos

Parte do presente trabalho foi desenvolvido no âmbito do projeto internacional CROP (*Cycloidal Rotor Optimized for Propulsion*) financiado pela Comissão Europeia no âmbito do *7th Framework Programme*, Grant number 323047. Além do desenvolvimento do trabalho, tal projeto possibilitou-me a apresentação de artigos científicos em conferências internacionais. Assim sendo, exponho os meus sinceros agradecimentos ao projeto CROP e a todos os atores que da sua realização participaram.

À Universidade da Beira Interior, e de um modo muito especial, à Unidade de Investigação No. 151 C-MAST (*Centre for Mechanical and Aerospace Sciences and Technologies*), expresso também a minha gratidão pela plena disponibilização de recursos físicos e pela competente atuação dos seus recursos humanos durante todo o processo do desenvolvimento do presente trabalho.

Uma importante personalidade afirmou: “Um líder corrige sem ofender e orienta sem humilhar”. Assim sendo, agradeço ao professor Páscoa por ter sido um líder. Mais ainda, pela oportunidade, pelo ânimo, pelo estímulo e confiança em mim depositada, manifesto ao meu orientador, Professor José Carlos Páscoa Marques, o meu mais sincero, profundo, profuso e eterno agradecimento. Agradeço não só pelo trabalho, mas também pelos conselhos úteis e beneficentemente determinantes para uma vida que vale a pena ser vivida.

Pela constante presença e apoio na realização do presente trabalho, faço emergir a minha sincera gratidão aos Doutores Carlos Manuel Cipriano Xisto, e Mahdi Abdollahzadeh.

Por todos os suportes disponibilizados para a realização do presente trabalho, deixo um especial agradecimento ao Rui Vizinho, João Morgado, Amilcar Baptista, Frederico Rodrigues, Galina Illeva, e Shyam.

Aos meus pais, Rui e Nununa, à minha sogra Ivone e ao meu sogro Domingos registo um particular agradecimento pelo apoio dado à minha família aquando da minha ausência. De igual modo, agradeço ao Doutor Victor Fortes (Ney), Lole, e Mauricio pela força e pelo acertado conselho.

Com a mais elevada consideração e admiração, registo um especial e prócero agradecimento à minha esposa Emilita por, em Cabo Verde e na minha ausência, ter sacrificado com empenho e dedicação na educação e no cuidado constante do nosso filho Rodrigo aquando da minha estadia em Portugal. De igual modo, e com alguma ternura, agradeço ao próprio Rodrigo por, embora muito pequeno e inocente, ter suportado a minha ausência desde os 5 meses de idade.

Finalmente, e por não haver palavras que cheguem, agradeço a Deus.

Resumo

O rotor cicloidal é também denominado de ciclorotor, ou propulsor cicloidal, e é uma turbomáquina que permite converter energia, quer em modo propulsivo quer como gerador. À medida que as pás do rotor se movimentam, elas oscilam periodicamente ao longo de um ciclo de rotação. O controlo do ângulo de inclinação de cada pá possibilita ao rotor cicloidal alterar de um modo quase instantâneo a direção e a magnitude da força gerada. Devido a esta importante habilidade, o rotor cicloidal pode melhorar o comportamento de veículos aéreos para uma vasta gama de aplicações, nomeadamente a descolagem e aterragem vertical, o alcance do voo em estado pairado (*hover*), etc. Embora a abordagem baseada em CFD (*Computational Fluid Dynamics*) seja o meio adequado para analisar o comportamento do escoamento em torno das pás, os modelos analíticos são úteis para fornecer informações relevantes numa fase preliminar do projeto dos rotores cicloidais. No presente trabalho fez-se a proposta de um modelo analítico composto de uma subcomponente cinemática e de uma subcomponente dinâmica. O modelo visa estudar minuciosamente a operação física dos rotores cicloidais e fornecer aproximações para a força gerada e para a potência consumida pelo rotor cicloidal. Tendo em conta as limitações deste modelo analítico, o presente trabalho incluiu ainda a modelação numérica 2D e 3D que permitiu estudar com mais precisão o desempenho e as características do escoamento em rotores cicloidais. Através da modelação numérica, realizaram-se estudos sobre o desempenho dos rotores cicloidais. Também se averiguou a existência de vantagens concernentes à operação de rotores cicloidais em modo inverso, isto é, o caso em que o rotor cicloidal funciona como uma Turbina de Vento de Eixo Vertical. A força gerada por uma pá depende do escoamento em torno dela. E o escoamento em torno de uma pá pode ser alterado através do movimento da própria pá. No presente trabalho propôs-se a alteração do movimento das pás através da imposição de uma vibração harmónica, isto é, as pás do rotor vibram à medida que descrevem o caminho cicloidal convencional. Assim, com a finalidade de melhorar o desempenho do rotor cicloidal, estudaram-se vários casos em que o perfil alar vibra à medida que descreve o movimento de picada oscilante com resultados promissores.

Palavras-chave

Rotor cicloidal, análise cinemática, modelo analítico, modelação numérica tridimensional, movimento harmónico.

Abstract

A cycloidal rotor, also known as a cyclorotor, or cycloidal propeller, is a turbomachine that allows to convert energy in propulsive mode and in generator mode. The blades of a cycloidal rotor describe a periodic change on their pitch angle over a cycle of rotation. The control of the pitch angle provides to the cycloidal rotor the ability to vary the direction and magnitude of the thrust vector almost instantly. This important characteristic features the cycloidal rotor with an attractive vector thrust capability which may enhance the behavior of a aircraft for a wide range of applications; e.g. VTOL (Vertical Take-Off and Landing), STOL (Short Take-Off and Landing), hover, etc. Although in recent years the CFD based approaches have been able to provide adequate means to analyze the flow behavior around blades, analytical models are useful to provide immediate guidelines in the preliminary stages of the cycloidal rotor design. In the present work it was proposed a novel analytical model composed of a kinematic sub-component and a dynamic sub-component. The model aims to study the physical operation of the cycloidal rotors and to provide approximate estimations of the overall generated thrust and the power required by the operation of the cycloidal rotor. Considering the limitations of the analytical model, the present work includes also the 2D and 3D CFD models that allowed to study with more accuracy the performance and characteristics of the cycloidal rotors. Through numerical modeling, studies were conducted on the performance of the cycloidal rotors. It was also investigated the potential of cycloidal rotors operating in reverse mode, i.e., the case where the cycloidal rotor operates as a Vertical Axis Wind Turbine. The force generated by a blade depends on the flowfield around it. The flowfield around a blade can be changed by changing the motion of the blade. In the present work, it was proposed to change the movement of the blades by imposing an harmonic vibration, that is, the blades vibrate as they describe the conventional cycloidal path. Thus, in order to improve the performance of the cycloidal rotor, several cases in which an airfoil vibrates, while it describes an oscillating motion, were studied with promising results.

Keywords

Cycloidal rotor, kinematic design, analytical modeling, 3D CFD model, harmonic motion.

Índice

Capítulo 1	1
Introdução	1
1.1 Apresentação do rotor cicloidal	1
1.2 Projeto CROP	4
1.3 Objetivos do trabalho	5
1.4 Organização da tese	6
Capítulo 2	7
Revisão Bibliográfica	7
2.1 A evolução do conhecimento sobre os rotores cicloidais	7
2.2 PECyT - Controlo do escoamento com atuadores a plasma	10
2.3 Estudos sobre perfis alares com oscilação	11
2.4 Aerodinâmica não-estacionária de rotores cicloidais	12
2.5 Operação do rotor cicloidal no modo inverso. Turbinas de vento	15
2.6 Controlo harmónico de alta-frequência (HHC)	17
Capítulo 3	19
Modelo analítico	19
3.1 Análise cinemática do rotor cicloidal	19
3.1.1 Tratamento matemático do sistema mecânico	19
3.1.1.1 <i>Geração matemática de uma animação real para determinada configuração do rotor cicloidal</i>	22
3.1.1.2 <i>Centro de direção e movimento cicloidal do rotor</i>	24
3.1.1.3 <i>Distribuição de velocidades ao longo da corda da pá</i>	26
3.2 Análise dinâmica do rotor cicloidal	29
3.3 Introdução da aproximação semi-empírica	33
3.4 O modelo analítico alternativo baseado no tubo de corrente, proposta de uma nova formulação	38
Capítulo 4	43
Modelo numérico de CFD	43
4.1 Equações de governo do escoamento	43
4.2 Camada limite	45
4.3 Turbulência e escalas de Kolmogorov	47
4.4 A Lei da Parede	49
4.5 Modelação da turbulência	51
4.5.1 Equações de Navier-Stokes para o escoamento médio	52
4.5.2. A viscosidade turbulenta e a aproximação de Boussinesq	54
4.5.3 O Modelo de turbulência $k - \omega$ SST com transição	55

4.5.4 Simulação numérica direta (DNS).....	57
4.5.5 Simulação numérica de grandes escalas (LES)	58
4.6 Ambiente numérico. Discretização espacial	59
4.7 Acoplamento pressão - velocidade	60
4.8 Discretização temporal das equações	61
4.9 Funções definidas pelo usuário (UDF)	62
4.10 Geração da malha	62
4.11 Modelação numérica de perfis alares e de rotores cicloidais.....	64
Capítulo 5.....	71
Sistemas dinâmicos e caos em ciclorotores.....	71
5.1 Comportamento de sistemas dinâmicos	71
5.2 Análise de sistemas dinâmicos com Mapa de Poincaré	76
5.3 A equação de Van der Pol	79
5.4 Aplicação do controlo harmónico de alta-frequência em helicópteros	79
5.5 Proposta de conceito do controlo harmónico de alta-frequência em rotores cicloidais	82
Capítulo 6.....	89
Resultados do modelo analítico	89
6.1 Cinemática do rotor cicloidal.....	89
6.2 Geração da configuração real do rotor cicloidal	95
6.3 O movimento da pá e do centro de direcção.....	97
6.4 Distribuição de velocidades ao longo da pá	100
6.5 Força gerada e potência consumida pelo ciclorotor.....	107
Capítulo 7.....	117
Resultados da modelação com CFD	117
7.1 Resultados para um perfil alar oscilante em regime não estacionário	117
7.1.1 Estudo de independência da malha e de passo de tempo.....	119
7.2 Resultados do modelo numérico bidimensional e tridimensional do rotor cicloidal.....	127
7.2.1 Apresentação do caso-teste L3 da IAT21.....	127
7.2.2 Resultados 2D para o ciclorotor L3 de IAT21	133
7.2.3 Comparação entre resultados 2D e 3D para o ciclorotor L3 da IAT21	134
7.3. Análise paramétrica dos efeitos da geometria das pás	141
7.4 O ciclorotor usado como turbina eólica.....	149
Capítulo 8.....	153
Resultados da vibração harmónica sobre a dinâmica do escoamento	153
8.1 Descrição dos casos de estudo para um perfil isolado	153
8.2. Análise do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático.....	155
8.3 Análise do efeito da vibração harmónica num perfil alar em movimento de picada oscilante.....	164
8.4. Análise do efeito da vibração harmónica no rotor cicloidal.....	173

Capítulo 9	181
Conclusão	181
9.1 Síntese global	181
9.2 Conclusões finais	183
9.3 Trabalhos futuros	186
Bibliografia	189
Anexo A	203
A1 - Geração matemática de uma animação real para determinada configuração do rotor cicloidal	203
A2 - Centro de direção e o movimento cicloidal	215
A3 - Distribuição de velocidades ao longo da corda da pá	227
A4 - Análise dinâmica do rotor cicloidal	231
A5 - UDF para o modelo numérico do rotor cicloidal	240
A6 - Mapa do Poincaré	250
Anexo B	253
B1 - Publicações durante o trabalho sobre a tese	253
Artigos em revistas de circulação internacional com arbitragem científica	253
Artigos em conferências internacionais com arbitragem científica	253

Lista de Figuras

Figura 1.1: a) Representação tridimensional do rotor cicloidal. b) Trajecto angular descrito pela pá do rotor cicloidal.	2
Figura 1.2: Possível veículo aéreo operando com rotor cicloidal.	3
Figura 1.3: VAWT (NovaEnergia 2015).....	4
Figura 3.1: Sistema mecânico do rotor cicloidal.	20
Figura 3.2: Coordenadas da pá do rotor cicloidal.	23
Figura 3.3: Análise do ângulo de picada ideal $[\theta P]$, traduzindo um movimento cicloidal perfeito.	25
Figura 3.4: Análise do movimento de rotação em torno do centro do rotor $[O]$	26
Figura 3.5: Análise do movimento de oscilação em torno do ponto pivô $[A]$	28
Figura 3.6: Componentes horizontal e vertical da força resultante numa pá do rotor cicloidal em estado hover, ou de voo pairado.	30
Figura 3.7: Representação das velocidades induzidas devido ao downwash.	30
Figura 3.8: Placa plana em movimento de picada, adaptado de Heerenbrink (Heerenbrink 2011).	32
Figura 3.9: Ângulo de flecha do perfil alar.	33
Figura 3.10: Análise do ângulo induzido $[\phi]$	35
Figura 3.11: Fluxograma da parte do modelo analítico relacionado com o cálculo da força gerada e da potência consumida.	37
Figura 3.12: Modelo do escoamento usado para a análise da teoria da quantidade de movimento através do rotor cicloidal em estado pairado (hover), Yun et al. (Yun et al. 2004).	39
Figura 3.13: Volume de controlo e vizinhança do ponto B.	40
Figura 4.1: Representação esquemática da camada limite na superfície de uma placa plana.	45
Figura 4.2: Perfil de velocidade típico junto a uma superfície sólida, adaptado de Wilcox (Wilcox 1994).	51
Figura 4.4: Representação esquemática da conceção do domínio computacional do perfil alar em movimento de oscilação.	67

Figura 4.5: Representação esquemática da conceção do domínio computacional do rotor cicloidal.....	67
Figura 5.1: Projeção do espaço de fases de um sistema dinâmico no plano x, y (Rössler 1976)	72
Figura 5.2: Ilustração de sistemas dinâmicos onde o ponto fixo pode ser ou não um atrator.....	73
Figura 5.3: Reconstrução do atrator no espaço de fases $x, dxdt$ do sistema dinâmico representado na Fig. 5.1, a partir da série temporal (Packard et al. 1979).....	74
Figura 5.4: Ilustração de um atrator ciclo limite (Tsatsos 2006).	75
Figura 5.5: Representação de uma projeção do atrator de Lorenz (Sprott 2009).	76
Figura 5.6: Secção de Poincaré [Sc].....	77
Figura 5.7: Montagem do sistema HHC no veículo de teste UH – 1A (Wernicke & Drees 1963).	81
Figura 5.8: Montagem do sistema HHC no veículo de teste OH – 6A (Wood et al. 1985).	82
Figura 5.9: Representação das pás de um rotor cicloidal. Velocidade constante ao longo da envergadura da pá.	83
Figura 5.10: Representação da configuração do rotor do Helicóptero. Variação da velocidade ao longo da corda e envergadura da pá	83
Figura 5.11: Representação genérica de uma curva de picada de uma pá do rotor cicloidal sem a vibração harmónica.	84
Figura 5.12: Representação genérica de uma curva de picada de uma pá do rotor cicloidal com a vibração harmónica.	85
Figura 5.13: Representação genérica da inclinação de uma pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmónica, e com a vibração harmónica.	86
Figura 5.14: Representação das curvas “curtate”, “cycloid”, e “prolate”.	86
Figura 5.15: Representação do caminho cicloidal para diferentes valores da razão de avanço.	87
Figura 6.1: Variação do ângulo de picada em função do ângulo azimutal, para diferentes valores de magnitude de excentricidade [eR], e considerando o ângulo de fase de excentricidade [ϵ] igual a 450	90
Figura 6.2: Variação do ângulo de picada em função do ângulo azimutal, para diferentes valores do ângulo de fase de excentricidade [ϵ], e considerando a magnitude de excentricidade [eR] igual a 0.038 m	91
Figura 6.3: Variação da velocidade angular [ω], para dois valores da velocidade de rotação do rotor [Ω].	91

Figura 6.4: Variação da aceleração angular $[acc]$, para dois valores da velocidade de rotação do rotor $[\Omega]$	92
Figura 6.5: Variação da velocidade angular $[\omega]$, para dois valores do ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$	92
Figura 6.6: Variação da aceleração angular $[acc]$, para dois valores do ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$	93
Figura 6.7: Variação da velocidade angular $[\omega]$, para dois valores da magnitude de excentricidade $[eR]$	93
Figura 6.8: Variação da aceleração angular $[acc]$, para dois valores da magnitude de excentricidade $[eR]$	94
Figura 6.9: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[eR]$ igual a 0.038 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 45°	95
Figura 6.10: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[eR]$ igual a 0.038 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 180°	96
Figura 6.11: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[eR]$ igual a 0.07 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 180°	96
Figura 6.12: Comparação entre as curvas do ângulo de picada obtidas pelas Eqs (3.4) e (3.22).	97
Figura 6.13: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1, com um ângulo de fase de excentricidade de 45° e o eixo de picada localizado a 25% da corda. Demonstração da impossibilidade do movimento cicloidal perfeito usando o ângulo de picada $[\theta]$ imposto pelo sistema mecânico.	98
Figura 6.14: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, as pás descrevendo um ângulo de picada $[\theta P]$ de tal modo que exista o centro de direção. Demonstração do movimento cicloidal perfeito usando o ângulo de picada $[\theta P]$	99
Figura 6.15: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, magnitude de excentricidade $[eR]$ igual a 0.02 m . ..	99
Figura 6.16: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, magnitude de excentricidade $[eR]$ igual a 0.07 m . .	100
Figura 6.17: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá, para uma posição azimutal $[\Psi]$ igual a 00	101
Figura 6.18: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá, para uma posição azimutal $[\Psi]$ igual a 1500	101
Figura 6.19: Mudanças na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá em movimento de rotação.	102

Figura 6.20: Mudanças na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá em movimento de rotação.	102
Figura 6.21: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá cujo eixo de picada se localiza a meio da corda.	103
Figura 6.22: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá cujo eixo de picada se localiza a 75% do bordo de ataque.....	103
Figura 6.23: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda, sem o efeito do ângulo de picada $[\theta]$	104
Figura 6.24: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda com o efeito do ângulo de picada $[\theta]$	104
Figura 6.25: Efeito da velocidade de rotação do rotor na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá.	105
Figura 6.26: Distribuição de velocidades nas pás do rotor a 1000 RPM e em movimento ascendente 10ms	105
Figura 6.27: Distribuição de velocidades das pás do rotor a 1000 RPM e em movimento descendente -10ms	106
Figura 6.28: Dados experimentais e resultados analíticos referentes à força gerada $[FR]$, em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor da Bosch Aerospace (Boschma 1998; McNabb 2001).	108
Figura 6.29: Dados experimentais e resultados analíticos referente à potência requerida PR , em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor da Bosch Aerospace (Boschma 1998; McNabb 2001).	108
Figura 6.31: Dados experimentais e resultados analíticos para a potência requerida PR em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor do IAT21 (Wills & Schwaiger 2012).	110
Figura 6.32: Dados experimentais e resultados analíticos para a força gerada $[FR]$ em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).	111
Figura 6.33: Dados experimentais e resultados analíticos para a potência requerida PR em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).	111
Figura 6.34: Força gerada FR em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numéricos (linha sólida).	113
Figura 6.35: Variação da potência requerida PR em função da velocidade de rotação $[\Omega]$ para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numéricos (linha sólida).	114

Figura 6.36: Variação da razão carga-potência PRL em função da carga no disco [DRL] para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numérico (linha sólida).	114
Figura 7.1: a) Vista global de uma das malhas computacionais Malha – 1 usada para o cálculo do perfil alar em condições de perda. b) Região da pá com a interface circular onde é aplicada a condição de malha deslizante.	118
Figura 7.2 A região da camada limite em torno da pá é calculada com uma zona de malha refinada.	119
Figura 7.3: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário CLa , a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha – 0	120
Figura 7.4: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário CLa , a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha – 1	120
Figura 7.5: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário CLa , a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha – 2	121
Figura 7.6: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário CLa , a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha – 3	121
Figura 7.7: Análise de permenor dos valores do coeficiente de sustentação CLa na zona de pico do movimento de oscilação - $\alpha_0 \in 20^\circ - 25^\circ$, obtidos com o passo de tempo igual a dt1	122
Figura 7.8: Variação dos valores do coeficiente de resistência CDA com o passo de tempo igual a dt2	122
Figura 7.9: Análise dos valores do coeficiente de resistência CLa na região pico do movimento de oscilação - $\alpha_0 \in 20^\circ - 25^\circ$, obtidos com o passo de tempo igual a dt2	123
Figura 7.10: Representação da variável $\omega z c U_\infty$, ou seja, da vorticidade na forma adimensional.	124
Figura 7.11: Representação da vorticidade adimensional $\omega z c U_\infty$. Detalhes para o ângulo de picada máximo igual a 25°	125
Figura. 7.12: Velocidade do escoamento adimensionalizada pela velocidade do escoamento de aproximação $V_{int} U_\infty$. Detalhes para o ângulo de picada máximo igual a 25°	126
Figura. 7.13: Exemplo de verificação do valor de y^+ ao longo do perfil alar para o ângulo de picada máximo igual a 25°	126
Figura 7.14: a) Exemplo do rotor cicloidal com discos nas extremidades usados no conceito do ciclogiro proposto por IAT21. b) Rotor L3 da IAT21 GmbH com discos nas extremidades.	128
Figura 7.15: Domínio numérico bidimensional no instante do passo de tempo inicial: a) Vista global. b) Vista detalhada da zona do rotor.	129

Figura 7.16: Pormenores da zona bidimensional da pá no instante do passo de tempo inicial, e correspondente a 60° do ângulo azimutal: a) Vista global. b) Vista detalhada da zona da malha usada para calcular a camada limite.	129
Figura 7.17 Discos e configurações das pás no instante do passo tempo inicial para o rotor L3 da IAT21.	130
Figura 7.18 a) Vista frontal do rotor cicloidal. É visível a folga entre as pás e os dois discos laterais. b) Vista global do domínio numérico do rotor.	130
Figura 7.19: Representação tridimensional da zona das várias pás.	131
Figura 7.20: Representação da vista frontal da zona da pá no instante do passo de tempo inicial. Malha tridimensional.	131
Figura 7.21: Vista da base do cilindro da zona da pá no instante do passo de tempo inicial, e a 60° do ângulo azimutal: a) Vista global. b) Vista detalhada da região para a camada limite. Malha tridimensional.	132
Figura 7.22: Vista frontal do domínio numérico bidimensional das pás do rotor cicloidal, no terceiro passo de tempo do último ciclo de rotação.	133
Figura 7.23: Valores da distância adimensional y^+ para o caso do rotor L3 da IAT21 com a configuração apresentada na Fig. 7.22.	133
Figura 7.24: Valores da distribuição da pressão estática nas paredes das pás do rotor cicloidal com a configuração apresentada na Fig. 7.22.	134
Figura 7.25: Dados experimentais e resultados numéricos de CFD da força gerada $[FR]$ em função da velocidade de rotação $[\Omega]$	134
Figura 7.26: Dados experimentais e resultados numéricos da potência consumida PR em função da velocidade de rotação $[\Omega]$	135
Figura 7.27: Configuração do rotor cicloidal definida pela posição azimutal da primeira $[\Psi_1]$: a) Configuração 1 e configuração 2. b) Configuração 3 e configuração 4.	136
Figura 7.28: Força gerada pelo rotor cicloidal $[FR]$ em função da posição das pás do rotor medida pelo ângulo azimutal da primeira pá $[\Psi_1]$	137
Figura 7.29: Diferença entre os valores máximo e mínimo da força gerada num ciclo de rotação, em função da velocidade de rotação $[\Omega]$	137
Figura 7.30: Direção da força gerada pelo rotor cicloidal em função da configuração das pás do rotor medida pelo ângulo azimutal da primeira pá $[\Psi_1]$	138
Figura 7.31: Componentes horizontal e vertical da força gerada por uma pá em função da sua posição azimutal $[\Psi]$	139
Figura 7.32: Desempenho do rotor cicloidal em termos da razão carga-potência em função da carga no disco.	140

Figura 7.33: Variação da razão entre os coeficientes da carga gerada e da potência consumida, para diferentes velocidades de rotação do rotor.	140
Figura 7.34: Variação da razão carga-potência em função da carga no disco, para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.	142
Figura 7.35: Força gerada em função da velocidade de rotação, para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.	142
Figura 7.36: Potência consumida PR em função da velocidade de rotação Ω , para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.	143
Figura 7.37: Ângulo de saída do escoamento ζ , em função da velocidade de rotação do rotor Ω , para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.	143
Figura 7.38: Linhas de corrente para a vorticidade adimensional, para a pá no topo da posição azimutal do rotor ($\Psi = 90^\circ$).	144
Figura 7.39: Variação da razão carga-potência em função da carga no disco, para rotores cicloidais com diferentes valores da razão corda/raio.	145
Figura 7.40: Variação da razão carga-potência em função da razão corda/raio, para valores constantes da carga no disco.	145
Figura 7.42: Variação da razão carga-potência, em função da carga no disco, para rotores cicloidais com diferente localização do eixo de picada.	147
Figura 7.43: Razão carga-potência, em função da localização do eixo de picada, para valores constantes de carga no disco.	147
Figura 7.44: Contornos da velocidade calculados para uma velocidade de rotação do rotor de 200 RPM, para o rotor cicloidal de 4 pás com diferente localização do eixo de picada: a) a 12.5% da corda; b) a 25% da corda; c) a 35% da corda; d) a 50% da corda.	148
Figura 7.45: Representação esquemática da turbina cicloidal com quatro pás.	150
Figura 7.46: Variação do coeficiente da potência da turbina. Contribuição de uma pá em função da posição zimulal.	151
Figura 7.47: Potência extraída por uma pá em função da razão de velocidade de ponta, $TSR = 0.5$	151
Figura 7.58: Linhas de corrente e contornos da velocidade para $TSR = 1.5$: a) VAWT de passo fixo (4°); b)VAWT de passo variável ($\pm 14^\circ$).	152
Figura 8.1: a) Vista global da malha computacional usada para o estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático ou em movimento de picada (564843 células). b) Região da pá com a interface circular onde é aplicada a condição de malha deslizante 312399 células.	154
Figura 8.2 A região da camada limite em torno da pá é calculada com uma zona de malha refinada ($y^+ < 1$).	154

Figura 8.3: Coeficiente de sustentação do perfil alar estático C_{Le} , a diferentes valores do ângulo de inclinação. O valor médio da oscilação para o caso do perfil alar inclinado de 18° é 0.936.	156
Figura 8.4: Coeficiente de resistência do perfil alar estático C_{De} , a diferentes valores do ângulo de inclinação. O valor médio da oscilação para o caso do perfil alar inclinado de 18° é 0.356.	157
Figura 8.5: Visualização das linhas de corrente para os casos do perfil alar estático, sem vibração harmónica: 5° , 10° , 15° e 18°	157
Figura 8.6: Transformada Rápida de Fourier dos valores dos coeficientes de sustentação, e de resistência, para o perfil alar estático inclinado de 18°	158
Figura 8.7: Comparação dos valores do coeficiente de sustentação do perfil alar estático, sem vibração harmónica e com vibração harmónica (5° , 10° , 15°).	159
Figura 8.8: Comparação dos valores do coeficiente de resistência do perfil alar estático, sem vibração harmónica e com vibração harmónica (5° , 10° , 15°).	159
Figura 8.9: Comparação dos valores do coeficiente de sustentação do perfil alar estático, sem vibração harmónica e com vibração harmónica (18°).	160
Figura 8.10: Comparação dos valores do coeficiente de resistência do perfil alar estático, sem vibração harmónica e com vibração harmónica (18°).	160
Figura 8.11: Efeito da variação da frequência da vibração harmónica sobre o escoamento, para 18°	162
Figura 8.12: Efeito da frequência da vibração harmónica sobre o escoamento, para a frequência da libertação dos vórtices, 304 Hz.	163
Figura 8.13: Diagrama de fase obtido pelo teorema de reconstrução de Takens para os coeficientes de sustentação do perfil NACA0012 em oscilação. Órbitas no plano $dCLadt - CLa$	165
Figura 8.14: Secção de Poincaré das órbitas obtidas na Fig. 8.13, referentes aos coeficientes de sustentação para o perfil NACA0012.	165
Figura 8.15: Transformada Rápida de Fourier dos valores dos coeficientes de sustentação e de resistência do perfil alar NACA0012 em movimento de picada oscilante.	166
Figura 8.16: Comparação dos valores dos coeficientes de sustentação do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, -180° , 2° e 10 Hz	169
Figura 8.17: Comparação dos valores dos coeficientes de resistência do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, -180° , 2° e 10 Hz	170
Figura 8.18: Comparação dos valores dos coeficientes de sustentação do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, 90° , 1.5° e 10 Hz	170

Figura 8.19: Comparação dos valores dos coeficientes de resistência do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, 90° , 1.5° e 10 Hz	171
Figura 8.20: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmónica de 0°	171
Figura 8.21: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmónica de 90°	172
Figura 8.22: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmónica de 180°	172
Figura 8.23: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmónica de -180°	173
Figura 8.24: Diagrama de fases obtido pelo teorema de reconstrução de Takens para os coeficientes de sustentação da pá do rotor cicloidal. Órbitas no plano [$dCLdt - CL$]..	174
Figura 8.25: Valores do coeficiente de sustentação da pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica de frequência 80 Hz , fase de 0° e amplitude de 1°	175
Figura 8.26: Valores do coeficiente de sustentação da pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica de frequência 160 Hz , fase de 0° e amplitude de 1°	175
Figura 8.27: Contornos da intensidade da vorticidade para a velocidade de rotação do rotor a 200 RPM : a) Rotor cicloidal sem a vibração harmónica; b) Rotor com a vibração harmónica (80 Hz); c) Rotor com a vibração harmónica (160 Hz).....	177
Figura 8.28: Análise do efeito da vibração harmónica sobre o ruído da operação do rotor cicloidal.....	178
Figura 8.29: Análise do efeito da vibração harmónica sobre o ruído de apenas uma pá do rotor cicloidal.....	178

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Parâmetros geométricos do rotor e das barras de controlo.....	90
Tabela 6.2: Definição dos parâmetros geométricos do rotor da Bosch (Boschma 1998; McNabb 2001).	107
Tabela 6.3: Definição dos parâmetros no caso do rotor do IAT21 (Wills & Schwaiger 2012). .	109
Tabela 6.4: Definição dos parâmetros para o caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).	110
Tabela 6.5: Parâmetros usados para analisar os rotores com variação do número de pás (Xisto et al. 2016).	113
Tabela 7.1: Dimensões do rotor cicloidal usado no estudo paramétrico.....	141
Tabela 8.1: Casos considerados para o estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático, e num perfil alar com movimento de picada.	155
Tabela 8.2: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar estático, sem e com vibração harmónica. Ângulos de inclinação de 5°, 10°, e 15°.	161
Tabela 8.3: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar estático, sem e com vibração harmónica. Ângulo de inclinação de 18°.....	161
Tabela 8.4: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar NACA0012 oscilante, sem vibração harmónica e com vibração harmónica. Ângulo de fase 0° e 90°.	167
Tabela 8.5: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar NACA0012 oscilante, sem vibração harmónica e com vibração harmónica. Ângulo de fase 180° e -180°.	168
Tabela 8.6: Análise dos valores do desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal a partir da razão carga-potência	176

Notação

Caracteres Latinos

a	Distância do ponto pivô ao ponto de excentricidade (m)
a_{cc}	Aceleração angular em torno do ponto pivô ($^{\circ}/s^2$)
A	Ponto pivô
A_p	Área Projetada da pá, $S.c$ (m^2)
A_R	Razão de aspeto da pá, S^2/A_p
A_{S2}	Área do disco atuador (m^2)
A_S	Ponto extremo do disco atuador
b	Semi-corda da pá (m)
B	Centro de direção
\overrightarrow{BA}	Vetor com origem no centro de direção e extremidade no ponto pivô (m)
c	Corda da pá (m)
C_D	Coefficiente de resistência da pá, $C_{D0} + C_L^2/\pi e_o A_R$
C_{Da}	Coefficiente de resistência do perfil alar em oscilação
C_{D0}	Coefficiente parasita de resistência
C_{FR}	Coefficiente da força gerada pelo rotor
C_L	Coefficiente de sustentação da pá, $L/0.5 \rho V_{RS}^2 A_p$
C_{La}	Coefficiente de sustentação do perfil alar em oscilação
$C_{L\alpha}$	Declive da curva de sustentação bidimensional
$C_{L\alpha 3D}$	Declive da curva de sustentação tridimensional
C_{PR}	Coefficiente da potência requerida pelo rotor
d	Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de controlo (m)
dA_{2v}	Área infinitesimal vertical (m^2)
dA_{2h}	Área infinitesimal horizontal (m^2)
$d\Psi$	Ângulo azimutal infinitesimal ($^{\circ}$)
D	Força de resistência, (N)
D_{RL}	Carga no disco (disc loading) N/m^2
e_a	Desempenho do perfil alar em movimento de picada oscilante, sem a vibração harmónica

e_e	Desempenho do perfil alar estático sem a vibração harmónica
e_h	Desempenho do perfil alar, com a vibração harmónica
e_o	Fator Oswald
e_R	Magnitude de excentricidade, (m)
E	Parâmetro semi-empírico
f	Domínio da frequência de uma determinada função (Hz)
F	Componente real da função de Theodorsen
F_R	Força gerada pelo rotor cicloidal (N)
F_X	Componente da força horizontal atuando sobre a pá (N)
F_Y	Componente da força vertical atuando sobre a pá (N)
G	Componente complexa da função de Theodorsen
G_k	Geração da energia cinética turbulenta
G_ω	Geração da taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta
$h(t)$	Função real contínua no tempo
$H(f)$	Função transformada de Fourier de uma função contínua
I	Posição do ponto pivô medida a partir do eixo u (m)
j	Distância, relativamente ao ponto pivô, do ponto genérico P localizado sobre a corda (m)
JP	Função matemática da configuração real do rotor cicloidal
k	Frequência reduzida de oscilação da pá, $c/2R$
K	Energia cinética turbulenta (J)
l	Comprimento da barra de controlo (m)
l_o	Escala de comprimento
L	Força de sustentação em regime não-estacionário (N)
L_c	Comprimento característico do sistema
L_X	Coordenada horizontal do bordo de ataque (m)
L_Y	Coordenada vertical do bordo de ataque (m)
M	Ponto de excentricidade
M_R	Momento criado pelas forças nas pás do rotor cicloidal (N.m)
Ma	Número de Mach
n	Eixo normal à órbita descrita pela pá, passando pelo ponto pivô
N	Número de pás do rotor cicloidal
N_c	Amostra finita, de um sinal variável no tempo
O	Centro do rotor cicloidal
\overrightarrow{OA}	Vetor com origem no centro do rotor e extremidade no ponto pivô (m)
\overrightarrow{OP}	Vetor com origem no centro do rotor e extremidade no ponto genérico P (m)

p	Pressão do fluido (Pa)
P	Ponto genérico localizado sobre a corda da pá
\vec{P}_c	Mapa de Poincaré
\vec{PA}	Vetor com a direção da pá descrevendo o movimento cicloidal perfeito
\vec{POP}	Vetor perpendicular ao vetor \vec{OP}
P_R	Potência requerida pelo rotor cicloidal (W)
P_{RL}	Razão carga-potência (power loading) (N/W)
\vec{PR}_{AP}	Vetor perpendicular ao vetor \vec{R}_{AP}
Q	Ponto de conexão
r	Distância entre o centro de direção e o centro do rotor, (m)
R	Raio do rotor cicloidal, (m)
Re	Número de Reynolds
$Re_{\theta t}$	Número de Reynolds para o início da transição
$Re_{x,crit}$	Número de Reynolds crítico para o escoamento laminar estacionário
$Re_{x,tr}$	Número de Reynolds de transição
R_P	Distância do ponto genérico P ao centro do rotor (m)
\vec{R}_{AP}	Vetor com origem no ponto pivô e extremidade no ponto genérico P (m)
s_{ij}	Tensor da taxa de deformação
S	Envergadura da pá (m)
S_c	Secção de Poincaré
t	Tempo (s)
\vec{TA}	Vetor tangente à órbita descrita pela pá em cada posição azimutal
tg	Eixo tangencial à órbita descrita pela pá passando pelo ponto pivô
T_X	Coordenada horizontal do bordo de fuga (m)
T_Y	Coordenada vertical do bordo de fuga (m)
u	Velocidade do fluido (m/s)
u_c	Eixo com a direção da pá passando pelo ponto pivô
U_c	Velocidade característica do sistema
$u_f(y)$	Perfil de velocidades do escoamento
u_τ	Velocidade de atrito
U_∞	Velocidade de aproximação da corrente livre (m/s)
u^+	Velocidade adimensional
\vec{uV}_{P1}	Versor do vetor \vec{V}_{P1}

$\overrightarrow{uV_{P2}}$	Versor do vetor $\overrightarrow{V_{P2}}$
V_{IX}	Componente horizontal da velocidade induzida (m/s)
V_{IX}	Componente vertical da velocidade induzida (m/s)
V_N	Componente normal da velocidade resultante (m/s)
V_{P1}	Velocidade do ponto P devido ao movimento de rotação em torno do centro do rotor (m/s)
$\overrightarrow{V_{P1}}$	Vetor velocidade do ponto P devido ao movimento de rotação em torno do centro do rotor (m/s)
V_{P2}	Velocidade do ponto P devido ao movimento de oscilação em torno do ponto pivô (m/s)
$\overrightarrow{V_{P2}}$	Vetor velocidade do ponto P devido ao movimento de oscilação em torno do ponto pivô (m/s)
V_{Pr}	Velocidade resultante do ponto genérico P situado sobre a corda da pá do rotor cicloidal (m/s)
$\overrightarrow{V_{Pr}}$	Vetor velocidade resultante do ponto genérico P situado sobre a corda da pá do rotor cicloidal (m/s)
V_R	Velocidade resultante em condições aerodinâmicas de estado não-estacionário (m/s)
V_{RS}	Velocidade resultante em cada pá no ponto pivô para o “rotor equivalente”, teoricamente em condições aerodinâmicas de estado estacionário (m/s)
V_T	Velocidade tangencial imposta pela rotação do rotor (m/s)
V_{TG}	Componente tangencial da velocidade resultante (m/s)
v_o	Escala de velocidade
v_u	Velocidade induzida no modelo de “tubo de corrente” (m/s)
w	Velocidade induzida pela esteira da metade superior do rotor no modelo de “tubo de corrente” (m/s)
X	Eixo horizontal passando pelo centro do rotor cicloidal (m)
\bar{X}_K	Função transformada de Fourier de dados discretos
x_A	Coordenada do ponto pivô no eixo horizontal X (m)
\vec{x}_q	Sequência de pontos na secção de Poincaré
x_m	Sequência de pontos discretos de um sinal variável no tempo
x_P	Coordenada do ponto genérico P no eixo horizontal X (m)
$x(t)$	Sinal variável no tempo
$x_v(t)$	Posição do sistema oscilador descrito pela equação de Van der Pol
Y	Eixo vertical passando pelo centro do rotor cicloidal (m)
y_A	Coordenada do ponto pivô no eixo vertical Y (m)
y_P	Coordenada do ponto genérico P no eixo vertical Y (m)

y^+ Distância adimensional normal à parede

Símbolos Gregos

α	Ângulo definido pela pá e pelo eixo normal à órbita por ela descrita (°)
$\alpha_o(t)$	Amplitude instantânea de oscilação do perfil alar (°)
α_m	Ângulo médio de oscilação do perfil alar (°)
$\alpha_{oh}(t)$	Amplitude instantânea de oscilação do perfil alar considerando a vibração harmónica (°)
α_v	Coefficiente do termo de amortecimento no sistema de Van der Pol
β	Fator de compressibilidade de Prandtl-Glauert
κ	Constante de von Karmam
γ	Intermitência
$\gamma_a(x, t)$	Vorticidade na placa plana, que está harmonicamente em movimento de picada
$\gamma_\omega(x, t)$	Vorticidade na esteira da placa plana harmonicamente em movimento de picada
Γ_k	Difusividade efetiva da energia cinética turbulenta
Γ_ω	Difusividade efetiva da taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta
μ	Viscosidade dinâmica molecular do fluido (Pa.s)
μ_t	Viscosidade turbulenta (Pa.s)
δ	Delta de Kronecker
$\Delta\alpha$	Amplitude de oscilação do perfil alar (°)
$\Delta\alpha_h$	Amplitude de oscilação do perfil alar considerando a vibração harmónica (°)
ΔF_R	Amplitude da força gerada pelo rotor (N)
ε	Ângulo de fase de excentricidade (°)
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta (l/s)
ζ_{FR}	Direção da força gerada (°)
θ	Ângulo de picada (°)
θ_m	Média dos valores máximo e o mínimo do ângulo de picada (°)
θ_p	Ângulo de picada da pá descrevendo a curva cicloidal perfeita (°)
ν	Viscosidade cinemática molecular do fluido (m^2/s)
ν_t	Viscosidade turbulenta cinemática (m^2/s)

π	Constante pi
ρ	Massa específica do fluido, kg/m^3
σ_R	Solidez do rotor, $Nc/2\pi R$
τ	Tensor das tensões (N/m^2)
τ_w	Tensão na superfície (N/m^2)
Φ	Ângulo de ataque induzido ($^\circ$)
Φ_f	Uma variável do escoamento
$\bar{\Phi}_f$	Componente média de uma variável do escoamento
Φ'_f	Componente flutuante de uma variável do escoamento
Ψ	Ângulo azimutal ($^\circ$)
Ψ_1	Posição azimutal da primeira pá ($^\circ$)
φ_h	Ângulo de fase da vibração harmónica ($^\circ$)
$\Psi_i(0)$	Posição azimutal inicial de cada pá ($^\circ$)
$\Psi_i(t)$	Posição azimutal instantânea de cada pá ($^\circ$)
Ψ_r	Posição azimutal do centro de direcção do rotor ($^\circ$)
Ψ_{S1}	Posição azimutal do ponto B_S ($^\circ$)
Ψ_{S2}	Posição azimutal do ponto A_S ($^\circ$)
ω	Velocidade angular em torno do ponto pivô ($^\circ/\text{s}$)
ω	Taxa de dissipação específica da energia cinética turbulenta ($\text{J}/\text{kg}\cdot\text{s}$)
ω_h	Velocidade angular em torno do ponto pivô considerando a vibração harmónica, ($^\circ/\text{s}$)
ω_Z	Vorticidade em relação ao eixo Z (s^{-1})
Ω	Velocidade de rotação do rotor (RPM)

Índices Superiores

→ Vetor

Índices Inferiores

i	Cada pá do rotor cicloidal
X	Com a direcção do eixo X
Y	Com a direcção do eixo Y
q	Pontos no mapa de Poincaré

Abreviações

CFD	Computational Fluid Dynamics
CROP	Cycloidal Rotor Optimized for Propulsion
DBD	Dielectric Barrier Discharge
DES	Detached Eddy Simulation
DFT	Discrete Fourier Transform
DNS	Direct Numerical Simulation
FFT	Fast Fourier Transform
HALE	High Altitude Long Endurance
HAWT	Horizontal Axis Wind Turbine
HHC	Higher Harmonic Control
IAT21	Innovative Aeronautics Technologies, 21
LES	Large Eddy Simulation
MAV	Micro Air Vehicle
MRF	Multiple Reference Frame
PECyT	Plasma Enhanced Cycloidal Thruster
PIV	Particle Image Velocimetry
PISO	Pressure-Implicit with Splitting of Operatos
PRESTO	Pressure Staggering Option
PSD	Power Spectral Density
SST	Shear Stress Transport
SIMPLE	Semi-implicit method for pressure-linked equations
SIMPLEC	SIMPLE Consistent
UAV	Unmanned Air Vehicle
URANS	Unsteady Reynolds averaged Navier-stokes
VAWT	Vertical Axis Wind Turbine
V-PVAWT	Variable - Pitch Vertical Axis Wind Turbine

Capítulo 1

Introdução

Neste capítulo é apresentado o conceito do rotor cicloidal, as suas características e relevância para a comunidade militar e a sociedade civil. Após a contextualização e aplicação do rotor cicloidal como máquina de conversão de energia, apresentam-se os objetivos ambicionados com a realização deste trabalho. Por fim, este capítulo encerra-se com a exposição de tarefas em cada um dos capítulos que compõe esta tese.

1.1 Apresentação do rotor cicloidal

O rotor cicloidal também denominado de ciclorotor, ou propulsor cicloidal, é uma turbomáquina que permite converter energia, quer em modo propulsivo ou gerador. Em modo propulsivo, a aceleração do fluido é causada pela atuação, sobre o fluido, das pás ao rodarem em torno de um eixo perpendicular à direção do voo e paralelo à envergadura, Fig.1.1-a). Uma vez que a rotação é de tal forma que as pás, ao realizá-la, descrevem um caminho cicloidal, então este dispositivo propulsor é denominado rotor cicloidal (Boirum & Post 2009).

O rotor cicloidal gera força aerodinâmica pela combinação do movimento de rotação e do de oscilação. Cada pá do rotor cicloidal, além de oscilar em torno de um ponto fixo, faz também rotação em torno do centro do rotor, Fig.1.1-b). O movimento combinado em torno destes dois pontos faz com que as pás alterem os respetivos ângulos de inclinação. Assim, em cada rotação, as pás variam ciclicamente os respetivos ângulos de ataque (Gagnon, Quaranta, et al. 2014; Trancossi et al. 2014; Yu, Bin & Rong 2006). Sendo o movimento cíclico, ele caracteriza-se pela respetiva frequência, amplitude e fase. A alteração da fase e amplitude do movimento cíclico das pás possibilita a mudança da direção e intensidade da força gerada (Nakonechny 1961; Yun et al. 2005; Sirohi et al. 2007). Esta notável característica permite o uso do rotor cicloidal para propulsão, sustentação, e controlo de veículos aéreos e aquáticos tanto em aplicações militares como civis (Foshag & Boehler 1969; Gagnon, Morandini, et al. 2014; Hwang et al. 2007; Kim et al. 2003). Assim, o ciclogiro, veículo aéreo cuja principal fonte de propulsão e sustentação é o rotor cicloidal, pode descolar e aterrar verticalmente (VTOL - *Vertical Take-off and Landing*), descolar e aterrar em pistas curtas, pairar, e movimentar em qualquer direção perpendicular

ao eixo de rotação (Nozaki et al. 2009; Kirsten 1928; Boschma 2001; Hwang et al. 2008). Mais ainda, pela potencial produção da sustentação e propulsão a baixo número de Reynolds, eles podem ser utilizados em veículos aéreos de grande altitude onde o Reynolds é baixo (HALE - *High Altitude Long Endurance*). A Fig.1.2 ilustra um exemplo de ciclogiro.

Um dos temas de maior interesse no domínio aeronáutico relaciona-se com os veículos VTOL (*Vertical Take-Off and Landing*) quer para missões militares ou aplicações de natureza civil. De modo similar, tem-se constatado uma necessidade de passar do desenvolvimento de veículos aéreos não tripulados (UAV - *Unmanned Air Vehicle*), de asas fixas, para os UAV de asas rotativas. Os UAV de asas rotativas são vantajosos em termos de capacidade de alcançar o estado de voo pairado (hover), bem como a capacidade de VTOL. Há muitos tipos de UAV de asas rotativas, como o helicóptero tradicional, assim como os veículos com rotores coaxiais (*contra-rotating propellers*), os com *Tilt-rotor*, e os com rotores do tipo *Ducted-fan*. De entre eles, principalmente os de configuração de helicóptero têm sido adaptados para UAV (Park et al. 2004). No entanto, os veículos com estas configurações são intrinsecamente limitados em situações de voo de avanço, devido ao facto de o respetivo rendimento ser inferior ao dos veículos com asas fixas, para condições de voo horizontal de cruzeiro (cruise conditions). Consequentemente, com o fito de superar os problemas associados a instabilidades que ocorrem durante a transição das condições do voo vertical para as condições do voo horizontal, não raras vezes têm de ser feitos esforços em prol do desenvolvimento de asas rotativas com características factíveis, não só para VTOL, mas também para a execução almejada do voo horizontal de cruzeiro, como é o caso do *Canard rotor wing* e do *Tilt-rotor*.

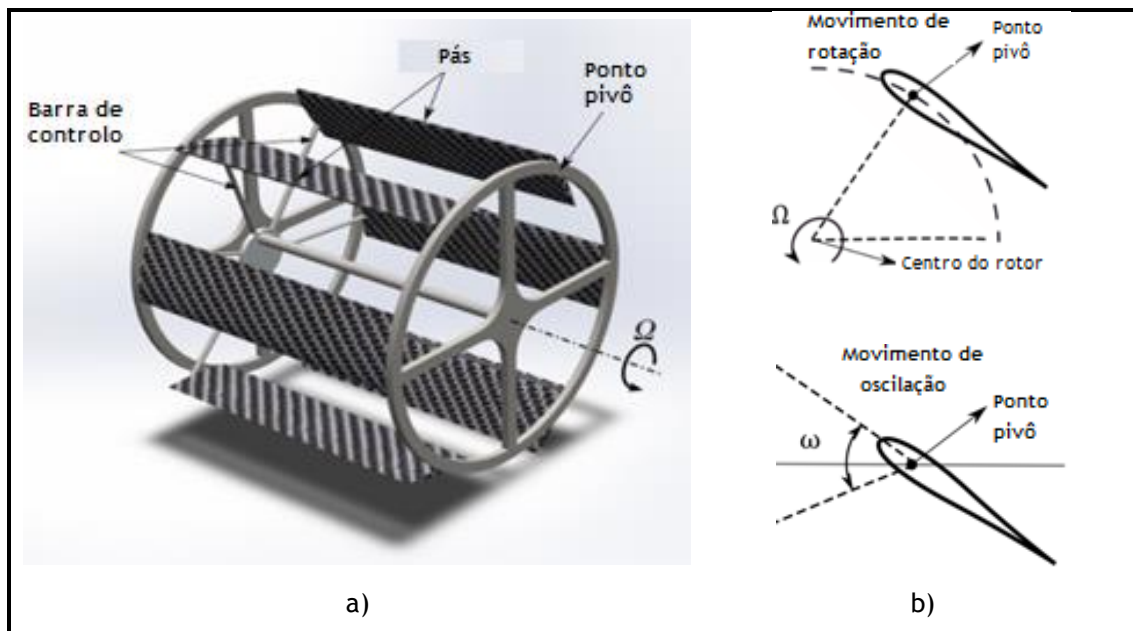


Figura 1.1: a) Representação tridimensional do rotor cicloidal. b) Trajetos angulares descritos pela pá do rotor cicloidal.

Não obstante importa, para a segurança do voo, existir a capacidade de autorotação. A autorotação, um fenômeno observado relativamente ao caso do voo dos helicópteros, é extremamente importante em termos de segurança. Pois, quando o principal engenho falha é possível fazer o veículo aéreo planar de forma a retardar a descida e conseqüentemente auferir uma aterragem segura (Stephiewski & Keys 1984). No caso dos rotores cicloidais, a capacidade de autorotação também se verifica (Strandgren 1933). Um fator que pode limitar a velocidade nos helicópteros e outros veículos aéreos de asas rotativas é a perda aerodinâmica devido à retração das pás (*retreating blade stall*). Este problema, no caso dos rotores cicloidais, não é muito grave, o que pode proporcionar aos rotores cicloidais o alcance de valores superiores de velocidade subsônica. Além disso, os pontos ao longo da envergadura das pás do rotor cicloidal operam em condições aerodinâmicas similares (ângulo de ataque, velocidade, e número de Reynolds), possibilitando, em princípio, a facilitação da otimização do desempenho aerodinâmico. Uma vez que o rotor cicloidal, comparado aos helicópteros, tem não só excelentes características em voo pairado, como também boa capacidade da realização do voo horizontal de cruzeiro (Gibbens 2003; Daizong 2013; Schwaiger et al. 2014), este dispositivo quando instalado em veículos aéreos pode ser a solução para a realização eficiente de muitas manobras relativamente ao alcance de condições de voo, bem como a alteração destas mesmas condições.

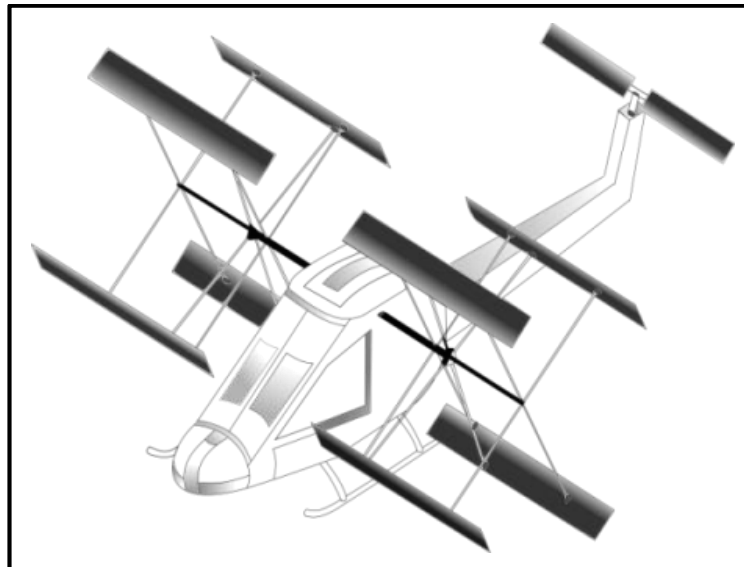


Figura 1.2: Possível veículo aéreo operando com rotor cicloidal.

Apreciando a Fig.1.1, e lembrando a configuração de uma Turbina de Vento de Eixo Vertical (VAWT), Fig.1.3, uma característica do rotor cicloidal, que é digna de ser trazida à baila, é precisamente a sua versatilidade e capacidade de ser usado em modo inverso, proporcionando a produção de energia.

Embora geralmente possuam pás cujo ângulo de picada é fixo, as Turbinas de Vento de Eixo Vertical movimentam-se similarmente ao rotor cicloidal. Grandes esforços têm sido feitos para o desenvolvimento de métodos para prever o desempenho aerodinâmico das VAWTs (Paraschivoiu, Desy, et al. 1985; Paraschivoiu, Fraunie, et al. 1985; Masson 1988). No entanto, a oscilação das pás do rotor cicloidal pode revelar-se como sendo uma particularidade benéfica para o aumento do desempenho na geração de energia. Assim, as Turbinas Eólicas constituem também uma potencial aplicação dos rotores cicloidais (Lazauskas 1992). Neste caso, os dispositivos cicloidais são denominados de Turbinas de Vento de Eixo Vertical de Passo Variável (*Variable-Pitch Vertical Axis Wind Turbines*). Além do facto de este tipo de turbinas apresentar proveitosas vantagens com relação a tradicionais VAWTs (Pawsey 2002), ele é indicado para superar a maioria das limitações do tradicional VAWTs do tipo Darrieus (Kirke & Lazauskas 2011).



Figura 1.3: VAWT (NovaEnergia 2015)

1.2 Projeto CROP

CROP, acrónimo de “*Cycloidal Rotor Optimized for Propulsion*”, foi um projeto financiado pela Comissão Europeia no âmbito do *7th Framework Programme*, *Grant number 323047*. Iniciou-se em 2013, o projeto foi coordenado pelo grupo de investigação ClusterDEM (clusterdem.ubi.pt), pertencente ao Departamento de Engenharia Electromecânica e Centro para a Ciência e Tecnologia Mecânica e Aeroespacial da Universidade da Beira Interior. O consórcio restante, composto por um grupo multidisciplinar de universidades e empresas Europeias, prendia-se com nomeadamente, *Università di Modena e Reggio Emilia*, *IAT21* -

innovative aeronautics technologies GmbH IAT21, University of Sheffield - UoS, Grob Aircraft - AG Grob, e Politecnico di Milano. Incluindo portanto representantes de Itália, Áustria, Reino Unido, e Alemanha.

O projeto tinha como objetivo demonstrar a possibilidade de um novo sistema de propulsão com base no dispositivo cicloidal, normalmente referido como PECyT (*Plasma Enhanced Cycloidal Thruster*), que vem sendo desenvolvido na Universidade da Beira Interior. Este dispositivo, quando associado a um controle de camada limite baseado em atuadores a plasma, proporciona benefícios na geração da força propulsiva. Além disso, e a fim de alcançar uma redução na razão peso/potência, uma integração com novas transmissões elétricas, semelhante às desenvolvidas no *Rolls-Royce UTC* de Universidade de Sheffield, foi também considerada.

Foi também objetivo do projeto CROP a associação deste novo conceito a diversos tipos de veículos aéreos. Ora, isto tem suscitado criação de novas tipologias que, a longo prazo podem resultar em avanços no transporte aéreo no que tange à obtenção de pequeno impacto ambiental. O sistema tem sido concebido visando a alimentação por energia solar fotovoltaica e/ou células de combustível. Portanto, globalmente, fica claro que o CROP tem estado fortemente empenhado em contribuir, através deste novo conceito, para o sucesso de uma nova Era Verde, do ponto de vista ambiental, no transporte aéreo.

1.3 Objetivos do trabalho

Sendo o rotor cicloidal uma turbomáquina com características benéficas que permitem a sua utilização em várias áreas e de diferentes modos, importa conhecer de forma mais aprofundada as suas características e o seu desempenho em operação. Assim, um dos objetivos deste trabalho é a proposta de um modelo analítico capaz de prover informação que nos possibilita entender melhor o comportamento do rotor cicloidal operando no modo direto e em estado pairado.

Tendo em conta as limitações do modelo analítico, este trabalho inclui modelações numéricas que objetivam aferir com mais precisão sobre o desempenho e características dos rotores cicloidais. Assim pretende-se, através de criação de modelos numéricos, realizar estudos que visam explorar os rotores cicloidais quanto ao seu comportamento em operação e, conseqüentemente, quanto à sua potencialidade de ser usado eficientemente no modo direto, isto é como mecanismos de propulsão.

É também objetivo deste trabalho averiguar a existência ou não de vantagens concernentes à operação de rotores cicloidais em modo inverso, isto é, o caso em que o rotor cicloidal funciona como uma Turbina de Vento de Eixo Vertical.

Finalmente pretendemos averiguar a possibilidade de aumentar o desempenho de rotores cicloidais a partir da alteração do campo do escoamento em torno das pás.

1.4 Organização da tese

A exposição do presente trabalho será feita em nove capítulos. O Capítulo 1, como já se sabe, prende-se com introdução da noção de rotor cicloidal, a sua contextualização, a exposição do projeto impulsor inicial deste trabalho, e aspetos sobre os quais o presente trabalho se debruça. A evolução da investigação no âmbito de rotores cicloidais, bem como os aspetos mais relevantes para a execução técnico-científica do presente trabalho serão apreciados no Capítulo 2. No Capítulo 3 expor-se-á um modelo analítico útil para a análise cinemática e dinâmica do rotor cicloidal, provendo respostas úteis numa fase preliminar do projeto do rotor cicloidal. Este modelo analítico é complementado com o modelo numérico descrito no Capítulo 4, visando assim o alcance de resultados mais precisos, bem como a visualização do escoamento em torno de rotores cicloidais. No entanto, a natureza do comportamento das flutuações das variáveis do escoamento que são induzidas pela formação e convecção dos vórtices será apreciada no Capítulo 5. O tratamento e a plena compreensão do comportamento das variáveis do escoamento permitirão, visando a consecução do melhor desempenho para o rotor, a atuação sobre o próprio escoamento. Os Capítulos 6, 7, e 8 prendem-se com a apresentação e discussão de resultados dos tópicos tratados nos Capítulos 3, 4, e 5, respetivamente. O Capítulo 9 terá em conta a conclusão do estudo narrado ao longo do presente trabalho e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, o presente trabalho além de incluir anexos referentes a detalhes matemáticos e computacionais usados na execução do mesmo (Anexos A1, A2, A3, A4, A5 e A6), exhibe também um anexo no qual são dispostas as publicações com arbitragem científica, tanto em revistas de circulação internacional como em conferências internacionais, que foram desenvolvidas ao longo do presente trabalho (Anexo B).

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Neste capítulo é apresentada uma narrativa no âmbito dos rotores cicloidais. São expostos por ordem cronológica vários estudos elaborados e as conclusões destes estudos. De seguida, são apresentados e analisados vários fenómenos intrínsecos à operação dos rotores cicloidais, nomeadamente cargas nas estruturas, perdas aerodinâmicas em regime não-estacionário, e cambrura virtual. Ainda neste capítulo são analisadas qualitativamente as características de turbinas de vento comparando as de pás fixas e as cicloidais. O capítulo encerra com uma breve descrição do controlo harmónico de alta-frequência (HHC) das pás com vista a melhorar o desempenho do ciclorotor.

2.1 A evolução do conhecimento sobre os rotores cicloidais

Frederick Kirsten, um professor de aeronáutica na Universidade de Washinton, estudou na década de 1920 os rotores cicloidais (Kirsten 1928; Kirsten 1935). Ele estudou, num túnel de vento, a possibilidade de aplicar os rotores cicloidais em dirigíveis, aviões, e navios.

Em meados dos anos 30, os rotores cicloidais foram profundamente estudados por Strandgren (Strandgren 1933) e Wheatley (Wheatley 1933; Wheatley & Windler 1935). Strandgren desenvolveu um modelo analítico que avalia a quantidade da sustentação e propulsão que pode ser gerada por um rotor cicloidal. Wheatley conduziu atividades experimentais e estudos teóricos sobre o desempenho dos rotores cicloidais em condições de voo horizontal de cruzeiro e voo pairado. Wheatley testou um rotor cicloidal num túnel de vento de comprimento igual a 20 pés. O ciclorotor possuía 4 pás cujo comprimento da corda era igual a 0.312 pés. O diâmetro do ciclorotor e a envergadura das pás eram iguais a 8 pés. Com este estudo ele mostrou que o rotor testado era capaz de descolar verticalmente, pairar no ar, e voar horizontalmente. Ele também mostrou que o ciclorotor era capaz de autorotação no caso de falha do motor propulsor. Entretanto Wheatley concluiu que, embora os rotores cicloidais pudessem ter aplicação prática para a propulsão aeronáutica, o desempenho alcançável em comparação às hélices da altura estava muito aquém do almejado. No entanto os seus trabalhos eram limitados, pois foi analisada apenas uma única geometria do ciclorotor. Além disso, vários

aspectos relacionados com o escoamento em redor das pás não eram plenamente compreendidos, nomeadamente em termos de aerodinâmica não-estacionária.

Entre os anos de 1940 e 1980 os estudos sobre ciclorotores para propulsão aerodinâmica foram limitados. Mais tarde, anos 90, a empresa *Bosch Aerospace* estudou a aplicação de rotores cicloidais em veículos aéreos mais leves de que o ar (*lighter-than-air vehicle*). Neste estudo foram analisadas as potencialidades do rotor cicloidal relativamente à sua descolagem, aterragem, alcance e controlo de dirigíveis (Gibbens & Boschma 1999). Para efeito de teste, consideraram um rotor cicloidal com 6 pás de perfil NACA0012 cujas corda e envergadura eram, respetivamente, 1 pé e 3 pés. O rotor operou a um número de Reynolds máximo de cerca de 730 000. Nestas condições, o desempenho foi aproximadamente 6 N/kW, o que era um valor alto comparado às hélices convencionais.

Em 2001 McNabb (McNabb 2001) desenvolveu um modelo analítico para a previsão da força gerada e potência consumida pelo rotor cicloidal. A conceção do modelo teve como base a teoria da quantidade de movimento e a teoria do perfil delgado em regime não-estacionário. No entanto, este modelo é fortemente dependente de resultados experimentais do próprio rotor cicloidal a estudar. Assim, a sua aplicação torna-se bastante limitada para os casos onde os dados experimentais são desconhecidos.

Kim et al. (Kim et al. 2003) estudaram experimentalmente o desempenho de um rotor cicloidal. A envergadura e a corda das pás eram, respetivamente, 0.8 m e 0.15 m. O perfil usado foi um NACA0012. O número de Reynolds máximo foi aproximadamente 260 000. Eles analisaram o efeito do ângulo de picada da pá, o raio do rotor cicloidal, e o número de pás. Observaram que a força gerada e a potência requerida pelo rotor cicloidal variavam proporcionalmente com o quadrado e o cúbico da velocidade de rotação, respetivamente. A razão carga-potência observada foi em torno de 158 N/kW e 66 N/kW, para os níveis baixos e elevados da força gerada, respetivamente.

Yun et al. (Yun et al. 2004) projetaram um VTOL UAV com rotores cicloidais. O objetivo era alcançar descolagem com o peso de 50 kg. Posteriormente Yu et al. (Yu, Bin & Rong 2006) estudaram experimentalmente o efeito de algumas geometrias da pá no desempenho de um rotor cicloidal. Concluíram que o perfil placa plana apresentava um melhor desempenho a baixo número de Reynolds. As experiências também sugeriram que a pá afunilada não melhorava o desempenho quando o bordo de fuga da pá era reto. Observaram ainda que o desempenho melhorava quando o ângulo de ataque máximo da pá, na parte superior do ciclo, era um pouco menor que o máximo ângulo de ataque na parte inferior. O que introduziu o conceito de ângulos diferentes no topo e base dos ciclorotores.

Iosilevskii e Levy (Iosilevskii & Levy 2006) estudaram experimentalmente, e numericamente, o desempenho de um MAV (Micro-Air-Vehicle) propulsionado por dois rotores cicloidais com 4 pás.

A envergadura e o comprimento da corda eram 0.11 m e 0.022 m, respectivamente. Deste estudo concluíram que o desempenho do rotor cicloidal era comparável ao desempenho dos rotores de helicópteros para cargas elevadas.

Com base num modelo analítico Sirohi et. al. (Sirohi et al. 2007) estudaram o desempenho de um rotor cicloidal com um diâmetro e envergadura iguais a 6 polegadas. O modelo analítico foi desenvolvido com base num modelo teórico de tubo de corrente, em conjunção com a formulação da função Wagner para a inclusão de efeitos não-estacionários. As principais hipóteses para a conceção do modelo foram a desconsideração de qualquer interferência entre as pás, a consideração da geração da força, como sendo igual nas metades superior e inferior do rotor, e a assunção de escoamento uniforme na entrada (*inflow*) das pás do rotor. Realizaram-se testes com ciclorotores com 6 e 3 pás. Observaram que o rotor com 6 pás produzia somente mais 30 % da força gerada que o de 3 pás à mesma velocidade de rotação.

Hwang et al. (Hwang et al. 2008) desenvolveram um ciclogiro com quatro rotores cicloidais cujas pás possuíam superfícies elípticas. O objetivo da investigação era a verificação da viabilidade do rotor cicloidal como um meio de propulsão em MAVs. Os resultados mostraram que o ciclogiro pode produzir força suficiente para o estado de voo pairado e para o voo horizontal de cruzeiro a baixa velocidade.

Nakaie et al. (Nakaie et al. 2010) visualizaram experimentalmente o campo do escoamento em torno de um rotor cicloidal pelo uso do sistema PIV (*Particle Image Velocimetry*). Para um número de Reynolds igual a 140 000 os resultados demonstraram a presença do fenómeno *downwash* em torno do rotor durante a geração da sustentação. Eles também visualizaram fenómenos como recolamento do escoamento e existência de vórtices derramados em certas posições azimutais.

Um estudo mais detalhado sobre o comportamento dos rotores cicloidais foi conduzido por Benedict et al. (Benedict, Ramasamy & Chopra 2010; Benedict, Ramasamy, Chopra, et al. 2010; Benedict et al. 2013). Eles analisaram experimentalmente os efeitos de vários parâmetros geométricos sobre o desempenho do rotor cicloidal de pequena escala. Deste estudo verificaram que, para um número de Reynolds baixo, a secção do perfil alar não assumia um papel significativo no desempenho do rotor cicloidal. Perfis curvos resultaram numa redução do desempenho quando comparados àqueles simétricos. Concluíram também que o desempenho do rotor cicloidal era influenciado significativamente pelo efeito da cambrura virtual e pela razão c/R . Relativamente ao esquema de picada observaram que um ângulo de picada assimétrico era benéfico para o desempenho aerodinâmico, quando o ângulo de picada no topo da trajetória da pá era inferior àquele na posição inferior da mesma confirmando os resultados de Yu et al. (Yu, Bin & Rong 2006).

Recentemente, Tang et al. (Tang et al. 2016), visando prever as cargas aerodinâmicas nas pás do rotor cicloidal, propuseram uma abordagem analítica baseada no acoplamento da teoria da quantidade de movimento com vários métodos, nomeadamente o método da linha de sustentação (*lifting-line*) (Strickland et al. 1980; Coton & Wang 1999), o modelo da esteira livre (*free wake model*), e o modelo semi-empírico de perda aerodinâmica de Leishman-Beddoes (*Leishman-Beddoes semi-empirical dynamic stall model*) (Leishman & Beddoes 1989; Leishman & Nguyen 1990). Os resultados deste modelo, embora razoáveis, mostraram uma sobre-estimação e sub-estimação da força gerada e da potência requirida, respetivamente.

Com o propósito de aprofundar pesquisas científicas num domínio exterior à atmosfera terrestre, Husseyin (Husseyin 2016) estudou a possibilidade de usar rotores cicloidais para a execução do voo em todos os níveis atmosféricos do planeta Vénus, como também a aterragem na superfície do mesmo planeta. Para tal, ele considerou três projetos de rotor cicloidal e testou-os com diferentes ângulos de guinada (de 0 a 90°). Ele concluiu que a configuração do rotor cicloidal com quatro pás e com 0° do ângulo de guinada é a mais indicada para a geração da sustentação durante a fase de voo planado em grande altitude.

O projeto Europeu CROP visou a conceção de um sistema de propulsão cicloidal para veículos aéreos tripulados ou não tripulados, mas considerando escalas ao nível de uma carga de 100 kgs. Foram realizados estudos analíticos que visaram avaliar a aplicabilidade de rotores cicloidais em escala macro (Leger et al. 2013a; Leger et al. 2013b; Leger et al. 2015b; Leger et al. 2016). Além destes, levaram-se a cabo vários estudos numéricos baseados em CFD (Leger et al. 2015a; Xisto, Pascoa, Leger, Masarati, et al. 2014; Xisto et al. 2016). O projeto Europeu CROP contribuiu para apresentar ao mercado da aeronáutica várias vantagens que podem advir dos ciclogiros em relação aos veículos VTOL tradicionais, veículos aéreos de asas fixas, e veículos aéreos híbridos.

2.2 PECyT - Controlo do escoamento com atuadores a plasma

Uma vez que o principal componente do rotor cicloidal compreende o controlo do ângulo de picada do perfil alar, qualquer técnica de controlo de camada limite com o efeito sobre a ocorrência de perda (*stall*), que incremente o desempenho, é altamente desejada. Vários mecanismos de controlo do escoamento passivo e ativo têm sido reportados na literatura. De entre eles os atuadores a plasma do tipo *Dielectric Barrier Discharge* (DBD) são considerados como sendo uma técnica bastante promissora (Patel et al. 2008; Post & Corke 2006; Lombardi et al. 2013; Mitsuo et al. 2013). Os atuadores a plasma DBD constituem um novo meio de controlo do escoamento pela criação de um vento iónico junto à superfície da pá (Abdollahzadeh et al. 2012; Abdollahzadeh et al. 2013; Abdollahzadeh et al. 2014). Relativamente a outros sistemas de controlo do escoamento, estes atuadores a plasma

apresentam diversas vantagens por serem totalmente eletrônicos e menos complexos, com capacidades de resposta rápida e de fácil integração ao sistema.

O projeto Europeu CROP estudou a possibilidade de inclusão de atuadores a plasma DBD para o controle ativo do escoamento em rotores cicloidais. Este sistema foi denominado de PECyT (*Plasma Enhanced Cycloidal Thruster*). Neste projeto mostrou-se que o sistema PECyT podia retardar a separação do escoamento a ângulos de ataque elevados. A análise numérica do escoamento foi realizada recorrendo ao uso de modelos numéricos para a dinâmica dos gases (Pascoa et al. 2010; Xisto et al. 2012) com um modelo multifísico apropriado baseado em CFD (Xisto et al. 2013; Xisto, Pascoa & Oliveira 2014). A análise envolveu um perfil alar em movimento de oscilação com variação sinusoidal do ângulo de picada. O objetivo desta análise era a obtenção de informações úteis para a otimização do sistema PECyT e, conseqüentemente, o aprimoramento do desempenho do rotor cicloidal.

2.3 Estudos sobre perfis alares com oscilação

Ao longo dos anos, não raras vezes foram feitas tentativas para o projeto de perfis alares que produzissem a maior sustentação possível e a menor resistência possível. O problema particular apreciado nesta otimização foi precisamente o de manter o escoamento colado à superfície do perfil alar a ângulos de ataque elevados (Barakos & Drikakis 2003). Enquanto o escoamento está colado, as linhas de corrente são essencialmente paralelas à superfície do perfil alar. A quantidade da sustentação que pode ser gerada é proporcional ao ângulo de ataque até que o perfil alar entre em perda, isto é, até à ocorrência de perdas (*stall*). O valor máximo do coeficiente de sustentação ocorre imediatamente antes da ocorrência de perdas. Assim, a ocorrência de perdas limita a força máxima de sustentação e, por conseguinte, a força propulsiva que um perfil alar pode alcançar. Para todos os perfis alares, o máximo coeficiente de sustentação diminui com a diminuição do número de Reynolds. Este fenômeno limita o desempenho de todos os sistemas propulsores e turbinas conhecidos. Pois depois da ocorrência de perdas há um aumento da resistência e uma diminuição abrupta da sustentação aerodinâmica. A diminuição dramática da sustentação com o número de Reynolds ocasiona problemas significativos em aplicações onde a potência deve, a baixas velocidades do escoamento, ser transferida eficientemente do fluido ou para ele como são, respetivamente, os casos de turbinas e rotores cicloidais.

Não obstante é por outro lado possível, ainda que temporariamente, obter coeficientes de sustentação que são bem maiores que o coeficiente de sustentação máximo atingido quando o perfil alar é estaticamente mantido com um determinado ângulo de ataque. O efeito é descrito como sustentação dinâmica (*dynamic lift*) uma vez que envolve a mudança de ângulos de ataque a taxa elevada. A separação do escoamento próximo do bordo de ataque forma vórtices

que criam uma região de baixa pressão no seu centro. Esta reduzida pressão é responsável pelo aumento do coeficiente de sustentação. No entanto, como os vórtices são movidos pelo próprio escoamento ao longo da superfície do perfil alar, este aumento da sustentação cessa quando os vórtices deixam o bordo de fuga do perfil alar. Assim, o incremento da sustentação é apenas temporário. Este efeito tem sido estudado extensivamente através de técnicas experimentais (Lee & Gerontakos 2004; Pruski & Bowersox 2013). Além disso, vários estudos numéricos incluíram também a apreciação deste fenómeno de perda dinâmica (*dynamic stall*) (Spentzos et al. 2005; Gleize et al. 2008; Wang et al. 2012; Gharali & Johnson 2013).

Os rotores cicloidais são constituídos por diversas pás que alteram o ângulo de picada, a uma determinada taxa, dependendo da velocidade de rotação do próprio rotor. Portanto, é evidente a presença do mecanismo do escoamento não-estacionário que também pode ser relevante para o desempenho de rotores cicloidais (Iosilevskii & Levy 2003). Pois a agitação do escoamento cria na superfície de sucção das pás vórtices resistentes ao gradiente adverso de pressão que, por conseguinte, se transportam ao longo das pás. Este transporte possibilita o retardamento da separação do escoamento e, conseqüentemente, o aumento da quantidade da sustentação produzida por cada pá. Além disso, e devido à configuração das pás do rotor cicloidal, a interação entre as pás e as esteiras derramadas por outras pás pode atrasar a ocorrência de perdas (*stall*) (Pascoa & Llieva 2012; Yu et al. 2013).

A locomoção altamente eficiente das aves, insetos, e peixes é baseado em efeitos não-estacionários do escoamento do fluido. Os estudos revelaram que estes animais alcançam o voo por criarem um padrão de vórtices conhecido por estrada de vórtices de von Karman, que é o resultado da oscilação das asas. Assim, embora ciente da necessidade do uso do rotor cicloidal com mais de uma pá, Siegel et al. (Siegel et al. 2007) avaliaram com apenas uma pá, a praticabilidade do rotor cicloidal quando o padrão do escoamento gerado é a estrada de vórtices de von Karman. Com isto, concluíram que os rotores cicloidais são potencialmente capazes de produzirem propulsão tendo como base a aerodinâmica não-estacionária.

2.4 Aerodinâmica não-estacionária de rotores cicloidais

A terminologia “cicloidal” veio do facto de as pás do rotor cicloidal descreverem um caminho cicloidal. No entanto, podem obter-se três tipos de curvas cicloidais dependendo do raio do rotor e da distância do centro do mesmo a um ponto fixo denominado centro de direção (*steering center*) (Manen & Terwisga 1997). Se o ponto fixo pertence à região interior à órbita descrita pelas pás, o caminho traçado é denominado “*prolate cycloid*”. Caso o ponto fixo se localize sobre a órbita, o caminho traçado é denominado de “*cycloid*”. Por fim, se a localização do ponto é exterior à órbita, o caminho descrito chama-se “*curtate cycloid*”. Estas três curvas relacionam-se com a velocidade de rotação do rotor e com a velocidade do avanço do mesmo

(Bushler & Foshag 1969). Definindo a razão de avanço como o quociente entre a velocidade de avanço do rotor e a velocidade de rotação do rotor, podem obter-se três casos: razão superior à unidade, razão igual à unidade, e razão inferior à unidade correspondendo, respetivamente, ao traçado de “*prolate cycloid*”, “*cycloid*”, e “*curtate cycloid*”. Cada um dos casos exige diferentes movimentos das pás. Com efeito, se a razão é maior que a unidade, a velocidade do avanço tem mais peso na velocidade resultante e por isso o bordo de ataque da pá deve normalmente estar alinhada com a direção do movimento, ou seja com a velocidade do avanço. Por outro lado, se a razão é menor que a unidade, a velocidade de rotação tem mais peso na velocidade resultante e por isso o movimento de picada das pás deve processar-se perto da linha tangente à orbita descrita pelo rotor. Em termos de controlo, o primeiro é conhecido como “*high pitch motion*” e o segundo, “*low pitch motion*”. Não obstante, o sistema mecânico do rotor cicloidal que é precisamente o sistema que pelas suas dimensões geométricas impõe o movimento das pás, possui características que permitem a alteração do movimento das pás. Uma vez que um sistema mecânico de controlo não adequado ao movimento das pás pode prejudicar o desempenho do rotor cicloidal, torna-se necessário saber até que ponto um determinado esquema do movimento das pás é adequado ao sistema mecânico. Assim, importa conceber ferramentas matemáticas que permitam analisar a localização do centro de direção do rotor.

Tratando-se da propulsão de veículos aéreos, um fator que naturalmente exige cuidado é o peso. Park et al. (Park et al. 2004) efetuaram um estudo cujo foco principal foi o projeto estrutural e a minimização do peso do sistema ciclorotor. Pois o desempenho dos sistemas de propulsão e, em particular a efetividade do ciclogiro para VTOL, está criticamente relacionado ao projeto ótimo das pás. Se pelo lado da propulsão é conveniente auferir menor peso, do ponto de vista da resistência às solicitações a que as pás do rotor cicloidal estão submetidas, é desejável a robustez que, naturalmente e inconvenientemente, pode implicar mais peso. Um corpo em movimento de rotação está sujeito à força centrífuga. Sendo as pás do rotor cicloidal animadas do movimento de rotação, elas estão submetidas a cargas centrífugas elevadas. No entanto, e contrariamente ao que se sucede aos helicópteros, as pás são carregadas transversalmente à direção da envergadura, de tal modo que a força centrífuga causa o momento fletor que, por sua vez, causa deformação e concentração de tensão (Yu, Bin & Beng 2006). A deformação da pá causa diminuição do desempenho aerodinâmico, e a concentração de tensão causa destruição da pá (Benedict et al. 2011). Assim, sendo a força centrífuga a principal carga na pá e é, pelo supracitado, um fator com efeitos muito nocivos à própria estrutura da pá e conseqüentemente ao desempenho do sistema cicloidal, importa quantificá-la. Ora, não é novidade que tal força é dependente do quadrado da velocidade de rotação. Assim entende-se que é necessário que para cada localização do eixo de picada, porém antes da construção da própria pá, saber a que velocidades os pontos da pá estarão submetidos enquanto ela oscila à medida que roda.

Não obstante, a força centrífuga também depende da massa do sistema. Assim, as pás devem ser desenhadas de modo a reduzir o peso e, porém, aumentar a robustez. Neste sentido, para resistir ao nível relativamente alto da carga transversal, recorre-se a um sistema do fabrico das pás com uso de materiais compósitos avançados, maximizando desta forma, a razão robustez/peso. No entanto, não se trata de uma tarefa fácil já que o aumento da rigidez e robustez implica indesejavelmente o aumento da força centrífuga. Por isso, é fundamental que o sistema estrutural das pás seja otimamente projetado e sem inclusão de componentes estruturais supérfluos. Neste advento, Hwang et al. (Hwang et al. 2007) procurando projetar pás robustas e suficientemente leves, instalaram na pá uma longarina de secção transversal circular em material compósito à base de carbono. Esta componente foi a principal estrutura para o suporte de cargas. A forma da pá foi obtida pela inclusão de várias estrias/nervuras. A pá foi posteriormente através de rolamentos esféricos, conectada ao braço de cubo no ponto pivô. Uma vez que a posição central da pá conectada ao braço do cubo também é uma posição expectável de ocorrência de concentração de tensões, a estria central foi reforçada com compósito de vidro entrelaçado. O número e a disposição espacial das fibras na superfície das pás, a localização e o número de longarinas foram aspetos apreciados durante o processo de otimização. Com o aparecimento de computadores com elevado desempenho, muitas realizações experimentais custosas e construção de prótipos foram substituídas por simulações numéricas para o dimensionamento estrutural (Foster & Kesselman 1998; Foster et al. 2001). Vários estudos de otimização estrutural foram realizados em supercomputadores com vista à otimização de ciclorotores (Nakada et al. 1999; Arnold et al. 2001; Eldred et al. 2004). No entanto, não só a segurança estrutural do rotor cicloidal deve ser garantido. Como um sistema dinâmico que é, importa sobremaneira, além da análise estática, a análise dinâmica.

Enquanto a pá do rotor cicloidal descreve o seu trajeto orbital, a força que sobre ela atua varia em virtude da variação do ângulo de ataque. O efeito prático desta variação é precisamente a vibração do sistema cicloidal. Sendo o movimento da pá um movimento periódico, naturalmente pode pensar-se sobre a frequência da variação da força. Matematicamente, facilmente se apercebe que esta frequência é dependente do número de pás e da velocidade de rotação do próprio rotor. Se a frequência da variação da força coincidir com a frequência natural do sistema, por menor que seja o valor da força, o sistema cicloidal pode produzir vibrações de grandes amplitudes. Assim, o sistema cicloidal pode ficar sujeito às condições favoráveis de ocorrência da ressonância. Portanto, a análise dinâmica deve, para todas as velocidades de rotação a que o rotor opera, garantir a não coincidência entre a frequência natural do sistema e a frequência da variação da força. Para o efeito, normalmente considera-se o diagrama de Campbell que representa cada uma destas frequências em função da velocidade de rotação num rotor cicloidal (Hwang et al. 2005; Hwang et al. 2006). Neste diagrama os pontos de cruzamento da frequência natural do sistema e da frequência da força indicam a possível ocorrência da condição de ressonância. Deste modo, estes pontos devem localizar-se suficientemente longe dos pontos das velocidades de operação do rotor cicloidal.

2.5 Operação do rotor cicloidal no modo inverso. Turbinas de vento

As VAWTs podem ser classificadas como sendo dispositivos que funcionam à base da resistência ou à base da sustentação. As turbinas à base da sustentação, turbinas Darrieus, são compostas por perfis retos ou curvos cuja forma é um “troposkein”. Estas turbinas geram energia através do momento da componente tangencial da força de sustentação. As pás com a curva com o formato “troposkein” foram propostas para reduzir as cargas centrífugas que atuam nas estruturas. O rotor composto de pás retas, também conhecido como *H-rotor*, é mais sensível às cargas centrífugas, mas possui ampla área de operação. Pois, todos os pontos da envergadura da pá operam à mesma velocidade. No entanto estas turbinas são limitadas em termos da quantidade de energia que podem extrair do vento, que é normalmente menor que aquela extraída pelas Turbinas de Vento de Eixo Horizontal (HAWTs).

Existem vários aspetos que permitem a introdução das VAWTs no mercado da produção de energia (Eriksson et al. 2008). Uma vantagem clara das VAWTs sobre as HAWTs é o facto de elas aceitarem vento de todas as direções sem a necessidade de um sistema de guinada para redirecionar a turbina para o vento. Esta característica é bastante útil para regiões onde vento é direcionavelmente instável e altamente turbulento, o que pode causar problemas de operação significativos para os HAWTs (Pope et al. 2010). No caso das VAWTs o sistema gerador está localizado no nível do solo, enquanto que no caso das HAWTs é preciso ser montado no topo da torre. A montagem no topo da torre aumenta o custo do capital inicial uma vez que a estrutura de suporte das HAWTs é mais pesada e mais cara. É também expectável que o custo de operação das HAWTs seja mais alto uma vez que as componentes são mais inacessíveis para a manutenção.

Uma outra vantagem inerente é que os rotores em H são compostos por um conjunto de perfis alares simétricos cujo custo de fabrico é mais barato. Por outro lado, as pás do HAWTs são muito mais complexas, uma vez que requerem conicidade, torção e perfis de secção variável na direção da envergadura. Ainda assim, há uma grande diferença entre o desempenho de uma HAWT e uma VAWT em condições ideais de vento. Com o objetivo de colmatar esta lacuna é desejável uma nova tecnologia de VAWT com a possibilidade de ter eficiência superior ou equivalente às HAWT. O nível de ruído numa turbina eólica está principalmente relacionado com a velocidade nas extremidades das pás e com as componentes do sistema de transmissão. As VAWTs produzem normalmente menos ruído aerodinâmico, uma vez que operam a velocidades de ponta inferiores àquelas a que operam as HAWTs, que são normalmente projetadas para razões de velocidade de ponta muito mais elevadas (Pope et al. 2010).

O conceito das Turbinas de Vento de Eixo Vertical de Passo Variável (V-PVAWT) pode ser uma solução. Há muitos aspetos possíveis de melhorar no projeto das V-PVAWT quando comparados

com as VAWTs e as HAWTs clássicas (Xisto, Pascoa, Leger & Trancossi 2014). Neste sistema, além de rodar, as pás oscilam em torno de um eixo de picada. O movimento das pás, isto é a amplitude e o esquema de controlo de picada, é controlado por um mecanismo mecânico de quatro barras. Este sistema possibilita melhorar a distribuição da carga azimutal e a conversão de energia para valores baixos e médios da razão de velocidades de ponta. Uma turbina Darrieus de pás retas é normalmente composta por perfis de secção simétrica, que normalmente são projetados para operar a ângulos de ataque pequenos. Se o ângulo de ataque crítico for alcançado, o escoamento separa da superfície de baixa pressão e a pá entra em perda (*stall*). Numa VAWT convencional, isto é com um ângulo de picada fixo, cada pá experiencia uma variação periódica do ângulo de ataque que tem contribuições da velocidade do vento de entrada e da velocidade de rotação. Para valores elevados da razão de velocidades de ponta, a velocidade tangencial é muito superior à velocidade do vento, a amplitude da variação do ângulo de ataque diminui e, por conseguinte, a variação do ângulo de ataque é quase desprezável. Por outro lado, para valores baixos e intermédios da razão de velocidades de ponta as pás que se encontram na metade traseira, relativamente à direção do vento, entram em perda. Este facto é devido à larga variação cíclica do ângulo de ataque.

Para operar o rotor cicloidal em modo inverso é necessário definir o esquema de controlo de picada em função da posição das pás ao longo do ciclo de rotação. O movimento de oscilação das pás minimiza a variação do ângulo de ataque e, conseqüentemente, reduz efeitos de perda aerodinâmica na metade traseira do rotor para valores baixos e intermédios da razão de velocidades de ponta. Para valores pequenos da razão de velocidades de ponta, a velocidade tangencial é muito inferior à velocidade do vento, e as pás podem até mesmo ser orientadas para atuar como dispositivos de resistência mais eficientes, permitindo a produção suficiente de momento para iniciar a turbina (Pawsey 2002).

O coeficiente de potência, que descreve a quantidade de energia que pode ser extraída do vento é normalmente usado para estimar o desempenho das turbinas de vento. As HAWTs alcançam normalmente valores de 0.4 a 0.45 (Duquette & Visser 2003). Relativamente a VAWTs, valores de 0.4 - 0.43 foram obtidos há 20 anos (Eriksson et al. 2008) quando muitos pesquisadores provaram, experimentalmente e analiticamente, que as VAWTs podiam alcançar níveis de desempenho comparáveis às suas homólogas de eixo horizontal. Existem muitos aspetos que podem influenciar o desempenho de uma turbina de vento, nomeadamente o projeto de um perfil alar otimizado (Mohamed 2012), a modificação da solidez do rotor (Duquette & Visser 2003; Roh & Kang 2013), ou a inclusão de um mecanismo de variação do ângulo de picada (Chougule & Nielsen 2014).

2.6 Controlo harmónico de alta-frequência (HHC)

Os helicópteros são veículos aéreos que ao longo dos tempos têm mostrado um enorme progresso em relação ao desempenho operacional, facilidade de realização de manobras, e conforto. No entanto, o alto nível de vibração e de ruído limita a aplicação destes veículos aéreos em várias circunstâncias, nomeadamente em missões secretas e em determinados ambientes públicos. Além disso, as vibrações prejudicam o conforto do piloto e causam um aumento dos custos e esforços de manutenção. Com o objetivo de eliminar ou reduzir estes problemas intrínsecos ao funcionamento dos helicópteros, têm sido investigadas muitas tecnologias para o controlo ativo do rotor dos helicópteros (Kessler 2011). Uma destas tecnologias é o chamado controlo harmónico de alta-frequência (HHC - *Higher Harmonic Control*).

O HHC é uma tecnologia de controlo ativo para reduzir os níveis de vibração dos helicópteros. O sistema de controlo detecta vibrações originadas pelas forças aerodinâmicas que atuam nas pás do rotor e aplica, nestas pás, um movimento de picada harmónico de alta-frequência e com pequenos ângulos. O movimento harmónico é aplicado de modo a que o seu efeito suprima ou reduza a excitação aerodinâmica e, conseqüentemente, reduza o nível de vibração e ruído (Wood et al. 1985; Miao et al. 1986). Além de reduzir os níveis de vibração e ruído, alguns estudos mostraram que o controlo harmónico de alta-frequência proporciona outros benefícios, nomeadamente melhor desempenho aerodinâmico, e maior robustez na alteração das condições de voo (Nguyen et al. 2000). Embora esta tecnologia tenha sido usada para o controlo ativo dos rotores dos helicópteros, ela nunca foi usada nos rotores cicloidais.

Capítulo 3

Modelo analítico

Ao longo deste capítulo desenvolver-se-á o modelo analítico para rotores cicloidalis em estado de voo pairado, isto é, a situação em que a velocidade do avanço do rotor é nula. O modelo proposto é composto de uma parte cinemática que inclui a avaliação e a compreensão minuciosa da operacionalidade física do sistema mecânico; e de uma parte dinâmica que envolve a previsão de valores aproximados da força total produzida e da potência total requerida pela operação do rotor cicloidal. Assim, este capítulo trata da exposição matemática e teórica do modelo analítico desenvolvido neste trabalho. Entretanto, ainda neste capítulo, far-se-á uma proposta de uma nova equação para um modelo analítico proposto por outros autores.

3.1 Análise cinemática do rotor cicloidal

O movimento das pás é imposto pelas dimensões do sistema mecânico. Deste modo, a alteração deste movimento depende do controlo do sistema mecânico. Portanto, a força produzida pela operação do rotor cicloidal é uma função do movimento das pás e da configuração espacial das mesmas. Portanto, ao longo desta análise, levar-se-á em consideração o estudo de parâmetros que são determinantes para o movimento e a configuração das pás do rotor cicloidal.

3.1.1 Tratamento matemático do sistema mecânico

A fim de iniciar o tratamento matemático do movimento das pás, consideremos o sistema mecânico representado na Fig. 3.1. À medida que a pá se movimenta, os pontos $[A]$ e $[Q]$ descrevem, respetivamente, o movimento de rotação em torno do centro do rotor $[O]$ e em torno do ponto de excentricidade $[M]$. Devido à excentricidade, ao descrever o movimento de rotação, a pá oscila em torno do ponto $[A]$, variando assim a sua inclinação, isto é, o seu ângulo de picada $[\theta]$. Além da inclinação da pá variar ao longo do ciclo de rotação, ela pode ser alterada em cada posição específica do ciclo de rotação pela deslocação do ponto de excentricidade. Portanto, fica claro que a finalidade do sistema mecânico é alterar o ângulo

de picada da pá. Uma vez descrita a lógica operacional do sistema mecânico, importa determinar o ângulo de picada da pá em função da sua localização azimutal, isto é, $\theta = f(\Psi)$.

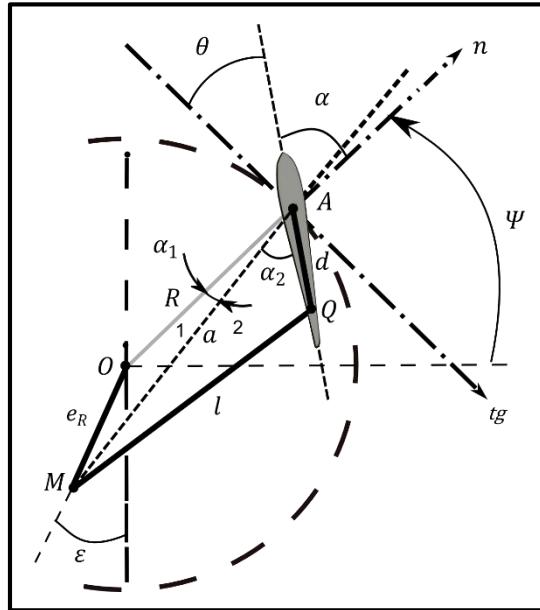


Figura 3.1: Sistema mecânico do rotor cicloidal.

Matematicamente, analisando a Fig. 3.1, o ângulo de picada $[\theta]$ é igual à quantidade angular $[\frac{\pi}{2} - \alpha]$, onde $[\alpha]$ é igual ao somatório de $[\alpha_1]$ e $[\alpha_2]$. Pela aplicação do teorema do seno ao triângulo 1, o ângulo $[\alpha_1]$ e a distância do ponto pivô ao ponto de excentricidade podem ser facilmente obtidos. A aplicação do teorema do cosseno ao triângulo 2 permite o cálculo do comprimento da barra de controle $[l]$. Estas relações podem ser expressas pelas seguintes equações:

$$a^2 = e_R^2 + R^2 - 2e_R R \cos\left(\Psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right), \quad (3.1)$$

$$\frac{\sin(\alpha_1)}{e_R} = \frac{\sin\left(\Psi + \varepsilon + \frac{\pi}{2}\right)}{a}, \quad (3.2)$$

$$l^2 = a^2 + d^2 - 2ad \cos(\alpha_2). \quad (3.3)$$

Pela combinação das equações anteriores, a expressão da variação do ângulo de picada pode agora ser facilmente obtida,

$$\theta = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left[\frac{e_R}{a} \cos(\Psi + \varepsilon) \right] - \cos^{-1} \left[\frac{(a^2 + d^2 - l^2)}{2ad} \right]. \quad (3.4)$$

Uma vez que o rotor cicloidal movimenta-se a uma velocidade de rotação constante $[\Omega]$, a posição azimutal de cada pá, $[\Psi_i]$, é uniformemente variável no tempo. Assim, considerando $[\Psi_i(0)]$ como a posição azimutal inicial, a localização de cada pá em cada instante de tempo $[t]$ é traduzida facilmente pela equação,

$$\Psi_i(t) = \Psi_i(0) + \Omega t \quad (3.5)$$

A posição azimutal inicial de cada pá é diferente. E, para determiná-la, assumimos que a posição inicial de uma pá é conhecida e que o rotor cicloidal possui $[N]$ pás. Chamemos essa posição inicial assumida e conhecida de $[\Psi_1(0)]$. As posições azimutais da segunda, terceira, e quarta pá, representadas respetivamente por, $[\Psi_2(0)]$, $[\Psi_3(0)]$, e $[\Psi_4(0)]$, são obtidas pelas seguintes equações:

$$\Psi_2(0) = \Psi_1(0) + \frac{2\pi}{N}, \quad (3.6)$$

$$\Psi_3(0) = \Psi_2(0) + \frac{2\pi}{N} = \Psi_1(0) + 2 \cdot \frac{2\pi}{N}, \quad (3.7)$$

$$\Psi_4(0) = \Psi_3(0) + \frac{2\pi}{N} = \Psi_1(0) + 3 \cdot \frac{2\pi}{N}. \quad (3.8)$$

Analisando as Eqns (3.6), (3.7), e (3.8), pode-se facilmente constatar que se trata de uma progressão aritmética de razão $\frac{2\pi}{N}$. Assim, a posição azimutal inicial da i -ésima pá, $[\Psi_i(0)]$, é dada pela equação,

$$\Psi_i(0) = \Psi_1(0) + \frac{(i-1)2\pi}{N}. \quad (3.9)$$

Uma vez conhecidas as posições iniciais de cada pá, as respetivas posições em cada instante de tempo, $[\Psi_i(t)]$ na Eqn (3.5) também são conhecidas. Consequentemente, o ângulo de picada de cada pá em cada instante, $[\theta(t)]$, pode ser imediatamente determinado.

Como visto anteriormente, a pá oscila em torno do ponto pivô, $[A]$, segundo o ângulo $[\theta(t)]$, doravante conhecido. A fim de incluir efeitos aerodinâmicos devidos ao movimento de oscilação é necessário proceder ao cálculo da velocidade angular de oscilação $[\omega]$, e da aceleração

angular de oscilação [a_{cc}]. Pelas leis básicas da física e da matemática, sabe-se que a velocidade angular de rotação do rotor [Ω], a velocidade angular de oscilação da pá [ω], e a aceleração angular de oscilação da pá [a_{cc}] são, respectivamente, iguais às derivadas em ordem ao tempo do ângulo azimutal [Ψ], do ângulo de picada [θ], e da velocidade angular de oscilação da pá [ω]. Matematicamente,

$$\Omega = \frac{d\Psi}{dt}, \quad (3.10)$$

$$\omega = \frac{d\theta}{dt}, \quad (3.11)$$

$$a_{cc} = \frac{d\omega}{dt}. \quad (3.12)$$

Tendo presente que o ângulo de picada [θ] é função do ângulo azimutal [Ψ] que, por sua vez, é função do tempo [t], a aplicação da noção da deriva por cadeia é inevitável. Assim, as seguintes equações são naturalmente escritas:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta}{d\Psi} \cdot \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\theta}{d\Psi} \cdot \Omega, \quad (3.13)$$

$$\frac{d\omega}{d\Psi} = \frac{d}{d\Psi} \left[\frac{d\theta}{d\Psi} \cdot \Omega \right] = \Omega \cdot \frac{d}{d\Psi} \left(\frac{d\theta}{d\Psi} \right) = \Omega \cdot \frac{d^2\theta}{d\Psi^2}, \quad (3.14)$$

$$a_{cc} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\Psi} \cdot \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d\omega}{d\Psi} \cdot \Omega = \Omega^2 \cdot \frac{d^2\theta}{d\Psi^2}. \quad (3.15)$$

3.1.1.1 Geração matemática de uma animação real para determinada configuração do rotor cicloidal

Analisando o sistema mecânico da Fig. 3.1, facilmente se entende que nem todas as combinações das dimensões dos componentes mecânicos possibilitam a operação física do rotor cicloidal. Portanto, a escolha das dimensões corretas e a visualização da configuração real, bem como a criação de uma animação do rotor cicloidal, são extremamente úteis para avaliar vários parâmetros geométricos que dominam a operação mecânica do rotor cicloidal,

nomeadamente: o tamanho da corda da pá relativamente ao raio do rotor, a posição do eixo de picada em torno do qual a pá oscila (ponto pivô), a distância do eixo de picada ao ponto de conexão da barra de controlo, o espaçamento entre as pás, a localização do ponto de excentricidade, a posição e a inclinação das pás em função do ângulo de excentricidade, etc. Assim, representando as pás do rotor pelas respectivas cordas, interessa deduzir uma função matemática variável no tempo, dependente das dimensões impostas pelo sistema mecânico, e cuja representação gráfica coincida com a configuração real das pás do rotor cicloidal. Ainda, e pelo uso de uma linguagem de computação adequada, neste caso MAPLE, importa auferir a animação dessa função matemática, vislumbrando-se assim a real operação mecânica do rotor cicloidal.

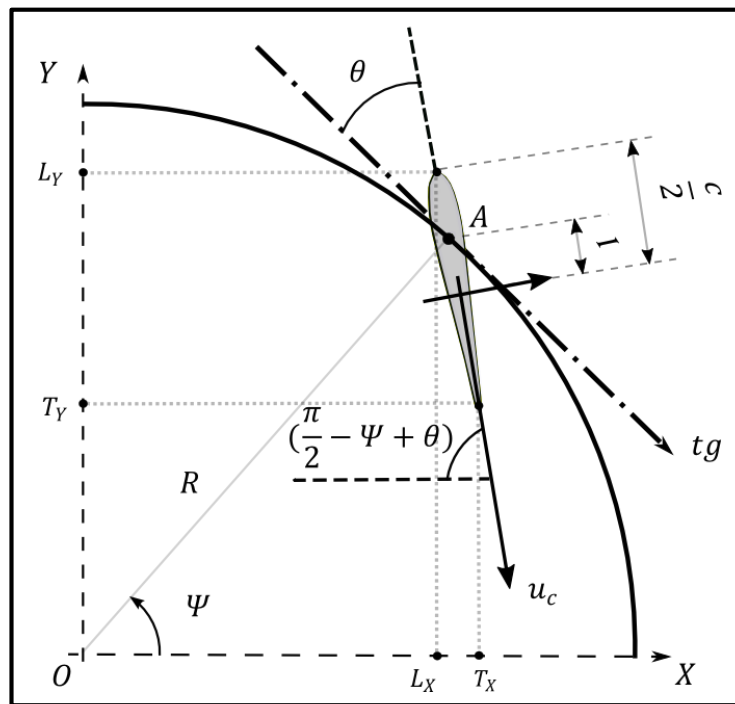


Figura 3.2: Coordenadas da pá do rotor cicloidal.

$$L_x = R \cos(\Psi) - \left(\frac{1}{2}c + l\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right), \quad (3.16)$$

$$L_y = R \sin(\Psi) + \left(\frac{1}{2}c + l\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right) \quad (3.17)$$

$$T_x = R \cos(\Psi) + \left(\frac{1}{2}c - l\right) \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right) \quad (3.18)$$

$$T_Y = R \sin(\Psi) - \left(\frac{1}{2}c - I\right) \sin\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right) \quad (3.19)$$

Para a consecução da visualização são necessárias expressões matemáticas que definem as coordenadas do bordo de ataque e do bordo de fuga da pá, equações que desenham a pá, o ponto pivô, o ponto de excentricidade, o ângulo de excentricidade, o centro do rotor, o raio do rotor, o ponto de conexão da barra de controlo, e a barra de controlo. Cada uma destas expressões matemáticas deve, após serem particularizadas para cada pá do rotor cicloidal, compor uma única função matemática, $[JP]$, cuja imagem gráfica e animação permitam vislumbrar a configuração real e o movimento das pás do rotor cicloidal. Por ser longa, complexa, e composta de numerosas expressões matemáticas calculadas pelo *Software Maple*, a função é apresentada em anexo ao presente trabalho (anexo A1). No entanto, procedemos aqui à dedução das equações que definem as coordenadas do bordo de ataque, e do bordo de fuga, com a finalidade de facilitar a compreensão das equações exibidas no anexo deste trabalho. Assim, consideremos a Fig. 3.2. Ela representa uma pá do rotor cicloidal inclinada de um ângulo de picada $[\theta]$, localizada a um ângulo azimutal $[\Psi]$, e que oscila em torno do ponto pivô $[A]$ cuja localização é determinada pela variável $[I]$. Tendo em conta os eixos cartesianos, as coordenadas do bordo de ataque e do bordo de fuga nos referenciais $[X]$ e $[Y]$, representadas respetivamente por $[L_X]$, $[L_Y]$, $[T_X]$, e $[T_Y]$, são obtidas pelo uso das Eqns (3.16), (3.17), (3.18) e (3.19).

3.1.1.2 Centro de direção e movimento cicloidal do rotor

Uma vez que a configuração real e o movimento das pás do rotor cicloidal podem ser instantaneamente obtidos, está-se em condições de analisar o movimento descrito pelas pás. Para que as pás descrevam o movimento cicloidal perfeito, é necessário que todas as linhas perpendiculares à linha da corda das pás, passando pelo ponto pivô, se intersectem no mesmo ponto. Este ponto comum é normalmente identificado como o centro de direção (Manen & Terwisga 1997; Bartels & Jürgens 2006). Assim, analisar o movimento cicloidal das pás exige verificar a existência e a localização do centro de direção. Para tal, propor-se-á a equação do ângulo de picada que cada pá deve ter em cada posição azimutal, de modo a que as linhas perpendiculares cruzem num único ponto. Em outras palavras, o ângulo de picada será fixado para cada posição azimutal de forma a obter o centro de direção. Este ângulo de picada que traduz o movimento das pás numa curva cicloidal perfeita é representado pela variável $[\theta_p]$. Para qualquer dimensão do sistema mecânico, o ângulo real de picada $[\theta]$ na Eqn (3.4) poderá ser comparado ao ângulo de picada $[\theta_p]$.

Com o objetivo de aprimorar esta análise, além desta comparação elaborou-se, usando o *Software Maple*, um programa de cálculo que gera as linhas perpendiculares, possibilitando o

conhecimento da localização e da existência ou inexistência do centro de direção. Este programa em MAPLE descreve o movimento, com base em geometria analítica, e encontra-se, por ser extenso, apresentado no anexo do presente trabalho (anexo A2). A fim de encontrar a expressão matemática para $[\theta_p]$ consideremos a Fig. 3.3, através da qual se representa uma pá localizada a um ângulo azimutal $[\Psi]$, oscilando em torno do ponto pivô $[A]$.

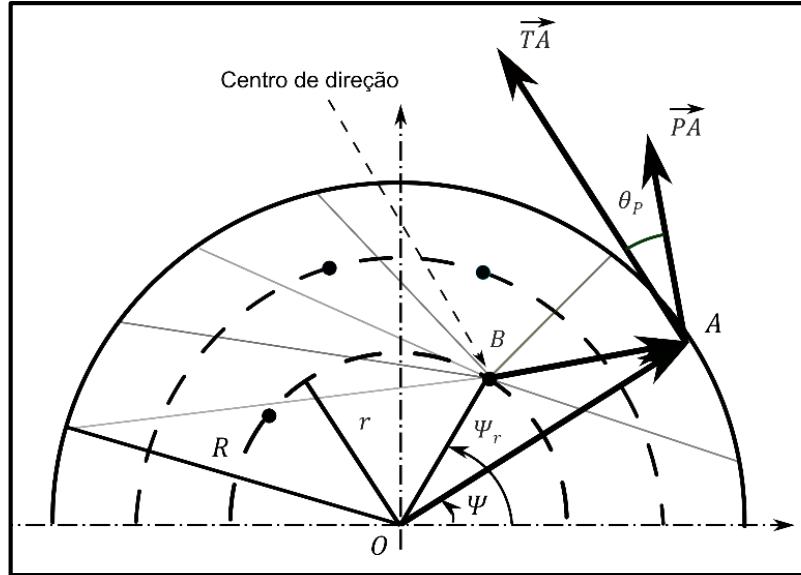


Figura 3.3: Análise do ângulo de picada ideal $[\theta_p]$, traduzindo um movimento cicloidal perfeito.

Analisando a Fig. 3.3, os vetores $[\overline{OA}]$ e $[\overline{BA}]$ podem então ser definidos. Recorrendo à geometria analítica, os vetores perpendiculares aos vetores $[\overline{OA}]$ e $[\overline{BA}]$, representados nas Eqns (3.20) e (3.21), são facilmente determinados.

$$\overline{TA} = (-R \sin(\Psi), R \cos(\Psi)). \quad (3.20)$$

$$\overline{PA} = (-R \sin(\Psi) + r \sin(\Psi_r), R \cos(\Psi) - r \cos(\Psi_r)). \quad (3.21)$$

O vetor $[\overline{TA}]$, que é perpendicular ao vetor $[\overline{OA}]$, é o vetor tangente ao círculo descrito pelo rotor. Assumindo que o ponto $[B]$ é centro de direção, então a inclinação do vetor perpendicular ao vetor $[\overline{BA}]$, isto é $[\overline{PA}]$, pode ser usada para a determinação do ângulo $[\theta_p]$, em cada posição azimutal, de tal modo que exista um único ponto de intersecção. Isto pode ser facilmente feito pela aplicação da noção do produto interno entre os vetores $[\overline{TA}]$ e $[\overline{PA}]$. No entanto, o produto interno ignora o facto do vetor $[\overline{PA}]$ ocupar a posição interna ou externa ao círculo descrito pelo rotor, oferecendo assim, sempre o mesmo valor. Em verdade, para cada um dos casos, os

ângulos de picada têm sinais opostos. Este pequeno problema é sumariamente resolvido pela aplicação do produto externo. Assim, com o objetivo de obter o centro de direção, o ângulo de picada $[\theta_p]$ deve ser inteiramente expresso por,

$$\theta_p = \frac{\overline{PA} \times \overline{TA}}{|\overline{PA} \times \overline{TA}|} \cdot \cos^{-1} \frac{\overline{PA} \cdot \overline{TA}}{|\overline{PA}| |\overline{TA}|}. \quad (3.22)$$

3.1.1.3 Distribuição de velocidades ao longo da corda da pá

Pontos diferentes de um corpo em movimento de rotação podem possuir velocidades lineares diferentes. Ora, como a pá do rotor cicloidal descreve um movimento de rotação oscilante, é inevitável que pontos ao longo da corda possuam velocidades diferentes. Embora a distribuição de velocidades dos pontos da pá ao longo da corda não corresponda com exatidão à descrição do escoamento ao longo da corda, a sua determinação e, conseqüentemente o seu valor máximo, é útil na obtenção de uma ideia preliminar para a avaliação da curvatura do escoamento, e do valor máximo do número de Mach.

Matematicamente, considerar-se-á separadamente o movimento de rotação e o movimento de oscilação. Para cada um dos casos, determinar-se-ão as velocidades ao longo da corda. Em seguida, somar-se-ão vetorialmente essas velocidades. Assim, consideremos a Fig. 3.4 que ilustra a pá em rotação a uma velocidade $[\Omega]$ em torno do centro do rotor.

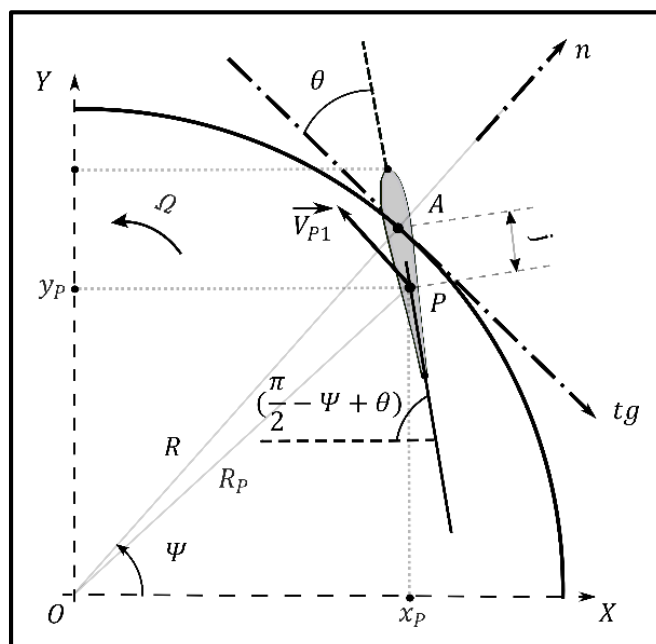


Figura 3.4: Análise do movimento de rotação em torno do centro do rotor $[O]$.

Em termos do valor absoluto, a velocidade de um ponto $[P]$, $[V_{P1}]$, localizado a uma distância $[j]$ ao longo da corda, é o produto da velocidade de rotação pela distância do ponto ao centro de rotação $[R_p]$. Essa distância é naturalmente função das coordenadas (x_p, y_p) . Estas relações são expressas pelas equações,

$$V_{P1} = \Omega \cdot R_p , \quad (3.23)$$

$$R_p = (x_p^2 + y_p^2)^{1/2} , \quad (3.24)$$

$$x_p = R \cos(\Psi) + j \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right) , \quad (3.25)$$

$$y_p = R \sin(\Psi) - j \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \Psi + \theta\right) . \quad (3.26)$$

No entanto, a Eqn (3.23) é insuficiente para o que pretendemos. É preciso conhecer também o valor vetorial de $[V_{P1}]$, isto é, a sua direção e o seu sentido. Tendo presente as noções de física básica, o vetor velocidade de um ponto em rotação é perpendicular ao vetor posição. No presente caso, o vetor posição é o vetor $[\overrightarrow{OP}]$ dado na Eqn (3.27). Pela geometria analítica, um vetor perpendicular ao vetor $[\overrightarrow{OP}]$, $[\overrightarrow{POP}]$, é facilmente determinado pela simples troca de coordenadas, alterando o sinal de uma delas. Tendo em atenção o sentido do movimento de rotação, o vetor $[\overrightarrow{POP}]$, e o versor com a direção e sentido de $[V_{P1}]$, $[\overrightarrow{uV_{P1}}]$, são dados, respetivamente, pelas Eqns (3.28) e (3.29). Com estas informações, a Eqn (3.30) pode ser naturalmente usada.

$$\overrightarrow{OP} = P - O = (x_p, y_p) \quad (3.27)$$

$$\overrightarrow{POP} = (-y_p, x_p) \quad (3.28)$$

$$\overrightarrow{uV_{P1}} = \frac{\overrightarrow{POP}}{|\overrightarrow{POP}|} \quad (3.29)$$

$$\overrightarrow{V_{P1}} = V_{P1} \cdot \overrightarrow{uV_{P1}} \quad (3.30)$$

Uma vez tratado o movimento de rotação, concentremos a atenção no movimento de oscilação. Matematicamente, o raciocínio a aplicar é análogo ao usado no tratamento do movimento de rotação. Assim, considerando a Fig.3.5, determinar-se-á o módulo da velocidade devido ao movimento de oscilação, $[V_{P2}]$, e em seguida proceder-se-á ao cálculo do versor com a direção e o sentido de $[V_{P2}]$, $[\overline{uV_{P2}}]$.

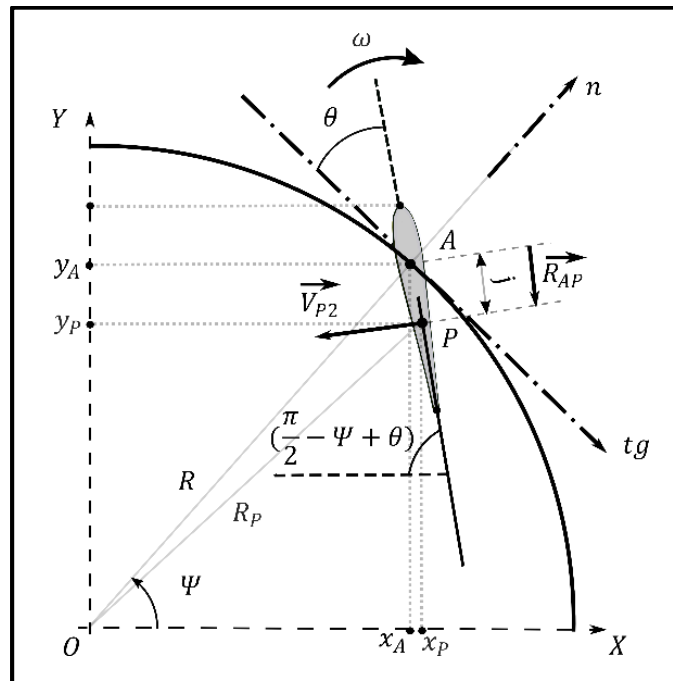


Figura 3.5: Análise do movimento de oscilação em torno do ponto pivô [A].

Sendo que o movimento de oscilação se processa em torno do ponto pivô de coordenadas (x_A, y_A) determinadas pelas Eqns (3.31) e (3.32), a distância de cada ponto [P] ao ponto pivô pode ser facilmente obtida através do vetor $[\overline{R_{AP}}]$ definida na Eqn (3.33).

$$x_A = R \cos(\Psi) \quad (3.31)$$

$$y_A = R \sin(\Psi) \quad (3.32)$$

$$\overline{R_{AP}} = (x_P - x_A, y_P - y_A) \quad (3.33)$$

Portanto, o valor absoluto da velocidade devido ao movimento de oscilação é dado na Eqn (3.34). A direção desta velocidade será sempre a direção do vetor perpendicular ao vetor $[\overline{R_{AP}}]$,

$[\overrightarrow{PR_{AP}}]$, que pode ser obtido de modo semelhante ao que o vetor $\overrightarrow{PO\hat{P}}$ foi obtido. No entanto, relativamente ao sentido, é preciso cuidado especial. Pois as velocidades dos pontos ao longo da corda, localizados acima do ponto pivô, possuem sentidos contrários aos das velocidades daqueles localizados abaixo do ponto pivô. Assim, o versor com a direção e o sentido de $[V_{P2}]$, $[\overrightarrow{uV_{P2}}]$ é definido a partir do vetor $[\overrightarrow{PR_{AP}}]$, em que, após a troca das componentes de $[\overrightarrow{R_{AP}}]$, tanto a primeira como a segunda componente podem ser, não simultaneamente, afetados do sinal negativo. Com este aspeto em mente, o versor e o vetor em análise podem ser expressos pelas Eqns (3.35) e (3.36);

$$V_{P2} = \omega \cdot |\overrightarrow{R_{AP}}|, \quad (3.34)$$

$$\overrightarrow{uV_{P2}} = \frac{\overrightarrow{PR_{AP}}}{|\overrightarrow{PR_{AP}}|}, \quad (3.35)$$

$$\overrightarrow{V_{P2}} = V_{P2} \cdot \overrightarrow{uV_{P2}}. \quad (3.36)$$

Uma vez conhecidos os vetores velocidade devidos aos movimentos de rotação e de oscilação pode-se, pelo princípio da sobreposição, determinar a velocidade dos pontos ao longo da corda. Representando esta velocidade pela variável $[\overrightarrow{V_{Pr}}]$, pode-se escrever a seguinte equação;

$$\overrightarrow{V_{Pr}} = \overrightarrow{V_{P1}} + \overrightarrow{V_{P2}}. \quad (3.37)$$

Usando o Software Maple elaborou-se um programa que, além do cálculo das velocidades dos pontos ao longo da corda da pá, disponibiliza a animação da distribuição de velocidades à medida que a pá se movimenta. Tal programa pode ser encontrado em anexo ao presente trabalho (anexo A3).

3.2 Análise dinâmica do rotor cicloidal

Embora a velocidade do escoamento varie ao longo da corda considera-se, para a análise do cálculo da força gerada e da potência consumida, a velocidade do escoamento no ponto pivô. Durante o movimento em voo pairado, a velocidade resultante em cada pá no ponto pivô, $[V_R]$ é, devido ao fenómeno *downwash*, desviada em relação à direção tangencial de um ângulo $[\phi]$. Este efeito é representado na Fig. 3.6.

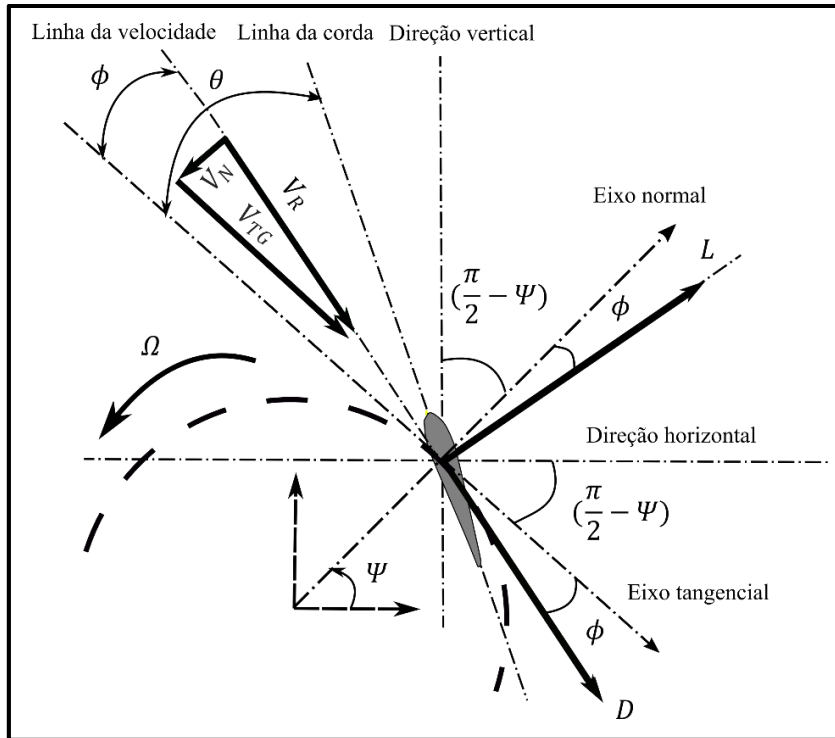


Figura 3.6: Componentes horizontal e vertical da força resultante numa pá do rotor cicloidal em estado *hover*, ou de voo pairado.

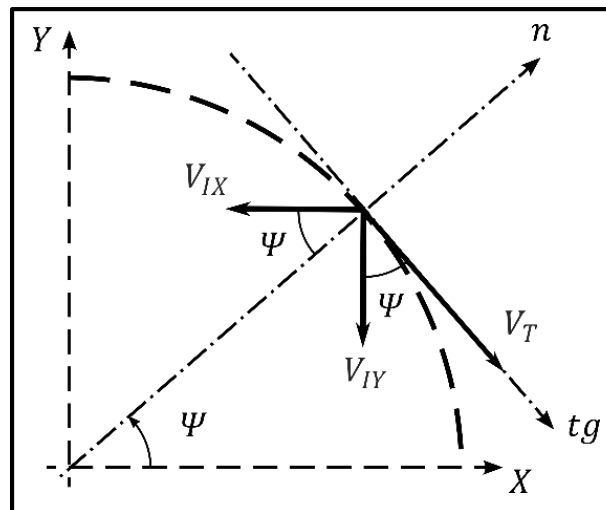


Figura 3.7: Representação das velocidades induzidas devido ao *downwash*.

Devido a interação da pá com o fluido origina-se, em cada pá, a força de sustentação $[L]$ e a força de resistência $[D]$. Naturalmente, estas forças podem, pelas Eqns (3.38) e (3.39), ser expressas nas suas componentes resultantes horizontal $[F_x]$, vertical $[F_y]$,

$$F_X = L \cos(\Psi - \phi) + D \sin(\Psi - \phi), \quad (3.38)$$

$$F_Y = L \sin(\Psi - \phi) - D \cos(\Psi - \phi). \quad (3.39)$$

Ainda, considerando a Fig. 3.6, são escritas as seguintes equações relativamente às componentes tangencial $[V_{TG}]$ e normal $[V_N]$ da velocidade resultante;

$$\phi = \tan^{-1}(V_N / V_{TG}), \quad (3.40)$$

$$V_{TG} = V_R \cos \phi, \quad (3.41)$$

$$V_N = V_R \sin \phi. \quad (3.42)$$

Alternativamente, atendendo a Fig. 3.7, a velocidade resultante pode ser expressa através da análise das velocidades induzidas $[V_{IX}]$ e $[V_{IY}]$, e não através do ângulo induzido $[\phi]$ representado na Fig. 3.6. Assim, as Eqns (3.43) e (3.44) mostram a velocidade resultante nas direções tangencial e normal. A velocidade $[V_T]$ é a velocidade tangencial imposta pelo movimento rotacional do rotor. Portanto, facilmente se sabe que ela é igual à quantidade ΩR .

$$V_{TG} = V_T - V_{IX} \sin(\Psi) + V_{IY} \cos(\Psi), \quad (3.43)$$

$$V_N = -V_{IX} \cos(\Psi) - V_{IY} \sin(\Psi). \quad (3.44)$$

Combinando as Eqns (3.43) e (3.44) com aquelas obtidas pela análise do ângulo induzido $[\phi]$, representado na Fig. 3.6, as velocidades induzidas podem ser expressas como,

$$V_{IX} = V_T \sin(\Psi) - V_R \sin(\Psi + \phi), \quad (3.45)$$

$$V_{IY} = V_R \cos(\Psi + \phi) - V_T \cos(\Psi). \quad (3.46)$$

Como é sabido, as pás do rotor cicloidal oscilam à medida que descrevem o movimento de rotação. Assim, como visto anteriormente, o escoamento em torno das pás envolve efeitos não-estacionários que influenciam a força de sustentação $[L]$.

O estudo da aerodinâmica não-estacionária é, ainda hoje, consequência direta do trabalho desenvolvido por Theodorsen (Theodorsen 1935) envolvendo escoamento potencial, e os seus cálculos para a sustentação e o momento de picada, em particular para perfis delgados ou conjunto de perfis com aileron, realizando oscilações sinusoidais estáveis em qualquer um dos destes três diferentes graus de liberdade: movimento ascendente e descendente, movimento de oscilação em torno de um eixo fixo paralelo à envergadura, e a oscilação do aileron em torno de uma articulação.

Garrick (1936) desenvolveu o seu trabalho apresentando uma equação para a força propulsiva num perfil delgado em movimento de picada oscilante. O balanço da conservação de energia é obtido visando o cálculo da força propulsiva em função do déficit de energia na esteira. Assim, no presente trabalho, o modelo do Garrick é usado com o objetivo de incluir os efeitos dos movimentos de oscilação e de rotação da pá. A equação (3.47) considera o cálculo da força de sustentação $[L]$ com efeitos aerodinâmicos não-estacionários no caso bidimensional (McNabb 2001; Garrick 1936). As variáveis $[F]$ e $[G]$ são componentes da função de Theodorsen que, por sua vez, é uma combinação de funções Hankel de segunda espécie (Heerenbrink 2011).

$$\frac{L}{s} = \rho b^2 (V_R \pi \omega - \pi b I a_{cc}) + C_{L\alpha 3D} \rho V_R b F \left[V_R (\theta + \phi) + b \left(\frac{1}{2} - I \right) \omega \right] + \dots$$

$$\dots + \frac{C_{L\alpha 3D} \rho V_R b G}{\Omega} \left[V_R \omega + b \left(\frac{1}{2} - I \right) a_{cc} \right]. \quad (3.47)$$

Os valores destas componentes, por serem dependentes somente do parâmetro $[k]$ denominado frequência reduzida, são usados para expressar analiticamente uma distribuição de vorticidade no perfil, $[\gamma_a(x, t)]$, para uma placa plana harmonicamente em movimento de oscilação (Heerenbrink 2011). O modelo linearizado da placa plana, em movimento de oscilação, criado com a distribuição de vórtices projetada sobre uma linha paralela ao escoamento, é mostrado na Fig. 3.8. A vorticidade na esteira é denotado por $[\gamma_\omega(x, t)]$.

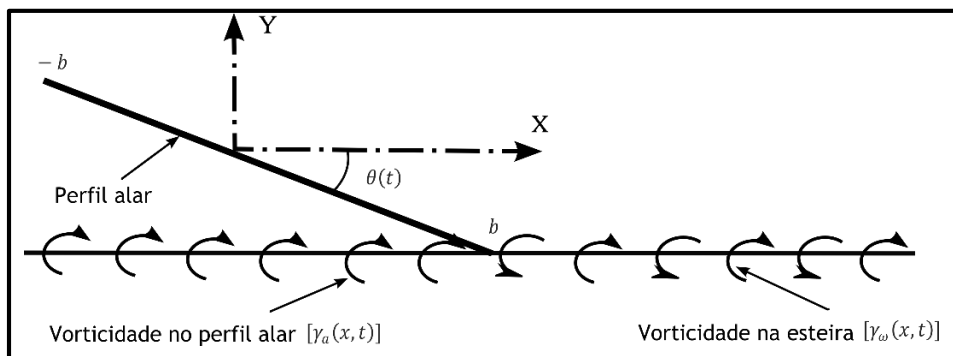


Figura 3.8: Placa plana em movimento de picada, adaptado de Heerenbrink (Heerenbrink 2011).

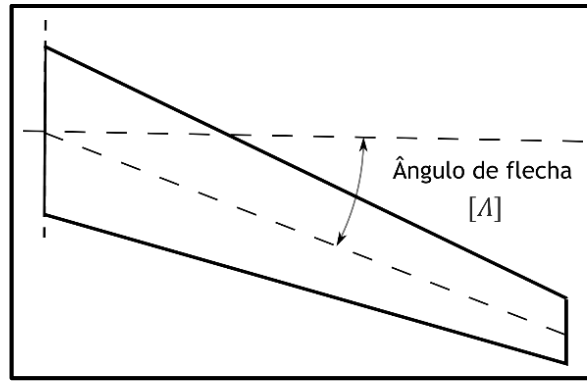


Figura 3.9: Ângulo de flecha do perfil alar.

O declive da curva de sustentação tridimensional [$C_{L\alpha 3D}$] é dado pela Eqn (3.48) (Raymer 1989; Etkin & Reid 1996). A Fig. 3.9 mostra o ângulo de flecha de um perfil alar [Λ]. Facilmente se percebe que as pás do ciclorotor não possuem ângulo de flecha.

$$\frac{C_{L\alpha 3D}}{A_R} = \frac{2\pi}{2 + \sqrt{\frac{4\pi^2 A_R^2}{C_{l\alpha}^2} \left(1 + \frac{\tan^2(\Lambda)}{\beta^2}\right) + 4}}. \quad (3.48)$$

A variável $\beta = \sqrt{1 - Ma^2}$ na Eqn (3.48) é o fator de compressibilidade de Prandtl-Glauert. Pelo uso da Eqn (3.37), mostrar-se-á na secção de resultados que a velocidade máxima dos pontos ao longo da corda é muito inferior à velocidade do som. Assim, é razoável assumir que o fator de compressibilidade Prandtl-Glauert [β] é aproximadamente 1. Desta forma a Eqn (3.48) reduz a;

$$C_{L\alpha 3D} = \frac{2\pi A_R}{2 + \sqrt{\frac{A_R^2 4\pi^2}{C_{l\alpha}^2} + 4}}. \quad (3.49)$$

3.3 Introdução da aproximação semi-empírica

Analisando todas as equações constata-se que a não-estacionaridade do escoamento, da qual depende o cálculo da força gerada e da potência consumida, envolve um número de variáveis desconhecidas superior ao número de equações. Assim, e com o propósito de simplificar o problema, o modelo proposto baseia-se em três conjecturas principais:

Conjetura 1. Considera-se um “rotor cicloidal equivalente” que, teoricamente, opera em condições aerodinâmicas de estado estacionário, com um ângulo induzido desprezável envolvendo, porém, a mesma quantidade de força gerada e de potência consumida que o

rotor operando em condições reais, isto é, com efeitos aerodinâmicos não-estacionários e com um ângulo induzido. Deste modo, o rotor em condições aerodinâmicas de estado estacionário, e com um ângulo induzido desprezável, é “equivalente” ao rotor funcionando em condições reais no que concerne à força gerada e à potência consumida.

Com o objetivo de garantir condições aerodinâmicas de estado estacionário, considerou-se o parâmetro adimensional normalmente usado para descrever o grau de não-estacionaridade. Tal parâmetro é a frequência reduzida $[k]$. Quando a frequência reduzida assume valores inferiores a 0.05, os efeitos não-estacionários podem ser ignorados (Parsons 2005). Para considerar válida a assunção de “rotor equivalente” é necessário que o movimento da pá em oscilação, ou rotação, seja muito mais lento em comparação ao tempo que o fluido leva para viajar do bordo de ataque ao bordo de fuga. Assim, a velocidade resultante para o “rotor equivalente” $[V_{RS}]$, teoricamente em condições aerodinâmicas de estado estacionário, e com um ângulo induzido desprezável, é calculada usando:

$$V_{RS} = \frac{k}{0.05} V_R. \quad (3.50)$$

A variável $[V_R]$ é a velocidade do fluido do rotor operando em condições reais, isto é, considerando condições aerodinâmicas de estado não-estacionário. Efetivamente, se o fluido se movimenta suficientemente rápido, de tal modo que durante este movimento o fluido não sente o movimento da pá, os efeitos não-estacionários podem ser razoavelmente ignorados. Note-se que $[V_{RS}]$ é sempre maior $[V_R]$ porque $[k]$ é sempre superior a 0.05. Realmente, se $[k]$ não é superior a 0.05, então não há propósito nenhum em considerar a assunção do “rotor equivalente”, teoricamente em condições de aerodinâmica estacionária porque o rotor em condições reais já estaria em condições aerodinâmicas de estado estacionário.

Conjetura 2. *Considera-se que, em cada pá, o fluido é defletido verticalmente para baixo, $\phi = \psi$.*

É assumido que no rotor em condições aerodinâmicas não-estacionárias, com *downwash*, o fluido é defletido verticalmente para baixo. As pás produzem sustentação ao forçar um escoamento do ar para baixo. Como reação, o rotor é impulsionado para cima. Uma vez que o modelo é desenvolvido considerando o rotor em estado do voo pairado, a reação deve ser essencialmente vertical, visando o cancelamento do peso do sistema. O ângulo induzido $[\phi]$ é o ângulo entre a velocidade resultante e a linha tangente, ver Fig. 3.6. É claramente visível, por uma simples análise geométrica da Fig. 3.10, que $[\phi]$ coincide com o ângulo azimutal $[\psi]$.

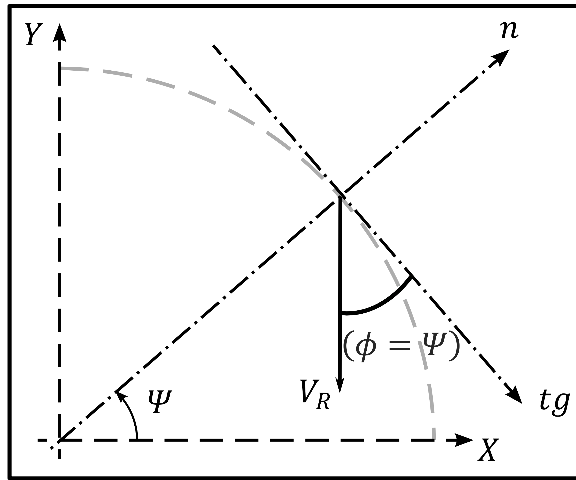


Figura 3.10: Análise do ângulo induzido $[\phi]$.

Conjetura 3. Finalmente, considera-se que em todas as posições azimutais a velocidade $[V_R]$ é inferior a ΩR . Esta velocidade será escalada usando um parâmetro empírico.

Sabe-se que há posições azimutais onde a velocidade $[V_R]$ é superior a ΩR e outras onde a velocidade é inferior. Na verdade, estes valores dependem do vetor velocidade induzida. No entanto, no presente modelo, assumiu-se que a velocidade em cada pá é inferior a ΩR porque as pás não contribuem igualmente para a produção da força. Certas posições do ângulo azimutal correspondem a um ângulo de ataque bastante pequeno e, por conseguinte, as pás nestas posições dificilmente contribuem para a produção da força. Assim, a presente análise baseia-se na contribuição total das pás e não na contribuição individual da pá, porque o escoamento em torno da pá individual é bastante complexo e impossível de ser predito analiticamente. Um exemplo desta complexidade é a variação do centro aerodinâmico ao longo da corda, à medida que a pá muda de posição azimutal. Assim, no contexto da presente análise, a velocidade resultante em condições aerodinâmicas de estado não-estacionário, $[V_R]$, é escalada através do parâmetro empírico $[E]$,

$$V_R = \frac{\Omega R}{E}, E > 1. \quad (3.51)$$

Com o objetivo de encontrar a função $[E]$ fez-se o uso de dados experimentais do rotor cicloidial da *Bosch Aerospace* (Boschma 1998; McNabb 2001). Pelo uso de tais dados determinou-se a expressão genérica da função $[E]$, representada na Eqn (3.52), de tal modo que a força gerada e a potência consumida variem, respetivamente, com o quadrado e o cubo da velocidade de rotação $[\Omega]$. A expressão da Eqn (3.52) é adimensional, pois o valor 34 é a quantidade $[NcRS\theta_m]$ obtido usando os dados do rotor cicloidial da Bosch Aerospace.

$$E = 1.864 \left[\frac{34}{NcRS\theta_m} \right]^{-0.187} \quad (3.52)$$

A variável $[\theta_m]$ é a média dos valores máximo e mínimo do ângulo de picada. Estes valores extremos do ângulo de picada podem ser obtidos pelo cálculo da derivada da Eqn (3.4). Com o objetivo de testar a generalidade da Eqn (3.52) fez-se o uso de dados experimentais relativos a outros rotores (Yun et al. 2004; Xisto, Pascoa, Leger & Abdollahzadeh 2014). Os resultados serão apresentados na secção de resultados.

No caso do “rotor equivalente”, teoricamente funcionando em condições aerodinâmicas de estado estacionário, a velocidade $[V_{RS}]$ é tangente ao círculo descrito pela pá. Assim, as Eqns (3.38) e (3.39) assumem as seguintes expressões:

$$F_x = L \cos(\Psi) + D \sin(\Psi) , \quad (3.53)$$

$$F_y = L \sin(\Psi) - D \cos(\Psi) . \quad (3.54)$$

O cálculo do momento $[M_R]$ e da potência $[P_R]$ é feito considerando,

$$F_R = \left[\left(\sum_{i=1}^N F_{xi} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N F_{yi} \right)^2 \right]^{1/2} , \quad (3.55)$$

$$M_R = \sum_{i=1}^N (F_{yi} R \cos(\Psi_i) + F_{xi} R \sin(\Psi_i)) , \quad (3.56)$$

$$P_R = M_R \Omega . \quad (3.57)$$

A parte do modelo aqui proposto, relativamente ao cálculo da força gerada e da potência consumida é, toda ela, minuciosamente descrita pelo fluxograma da Fig. 3.11. Os números no interior dos retângulos, e a seguir descritos, indicam a sequência dos cálculos.

1. Parâmetros de entrada $[R], [l], [d], [e], [S], [c], [I], [\Omega], [\varepsilon]$.
2. Cálculo do ângulo de picada, θ , usando a Eqn (3.4).
3. Cálculo da velocidade angular $[\omega]$ e da aceleração angular $[a_{cc}]$.

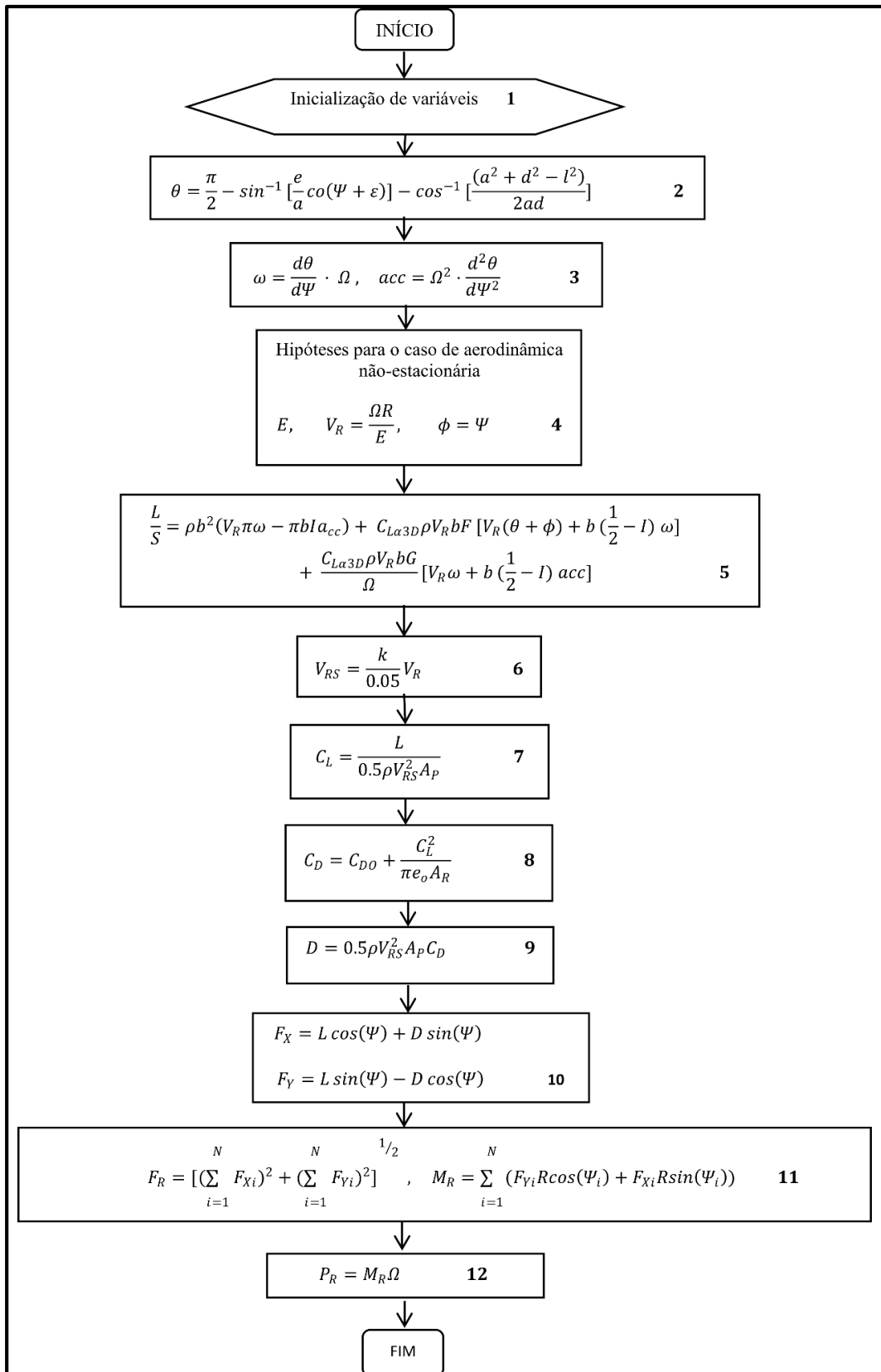


Figura 3.11: Fluxograma da parte do modelo analítico relacionado com o cálculo da força gerada e da potência consumida.

4. Cálculo do parâmetro empírico E (Eqn (3.52)) com o objetivo de obter a velocidade escalada $[V_R]$ (Eqn (3.51)). A assunção de que o escoamento é defletido verticalmente para baixo, ($\phi = \psi$).
5. Cálculo da força de ascensão, $[L]$ usando a aproximação para a situação da aerodinâmica de estado não-estacionário, Eqn (3.47).
6. Cálculo da velocidade $[V_{RS}]$ (Eqn (3.50)) para o “rotor equivalente” operando em condições aerodinâmicas de estado estacionário.
7. Cálculo do coeficiente aerodinâmico de sustentação $[C_L]$ para o “rotor equivalente”, de modo que seja gerada a mesma sustentação que, era o rotor em condições aerodinâmicas de estado estacionário.
8. Cálculo do coeficiente de resistência, $[C_D]$.
9. Cálculo da força de resistência, $[D]$.
10. Decomposição das forças nas direções vertical e horizontal.
11. Cálculo da força gerada e do momento.
12. Cálculo da potência.

Como já se sabe, a expressão do coeficiente de resistência $[C_D]$ (número 8 do fluxograma) envolve o conhecimento dos valores do coeficiente de resistência parasita, $[C_{D0}]$ e do fator de Oswald $[e_0]$. Naturalmente, estes valores dependem fortemente do número de Reynolds e do efeito da curvatura do escoamento. Uma vez que o presente modelo é puramente analítico, a fim de definir os valores aproximados do $[C_{D0}]$ e do $[e_0]$ usaram-se os dados experimentais considerados na determinação da função $[E]$. Assim, os valores obtidos do $[C_{D0}]$ e do $[e_0]$ foram, respectivamente, 0.043 e 0.26. A implementação do código para o modelo analítico referente à parte aerodinâmica encontra-se em anexo ao presente trabalho (anexo A4).

3.4 O modelo analítico alternativo baseado no tubo de corrente, proposta de uma nova formulação

Além do modelo analítico apresentado nas secções anteriores e, no decurso do presente trabalho, foi também estudada uma formulação baseada no tubo de corrente e na teoria do elemento da pá. A essência desta análise prende-se, à parte as hipóteses subjacentes, com a definição de um volume de controlo sobre o qual é aplicado o princípio da conservação de massa, de conservação do momento, e de conservação da energia. Embora não o tivermos usado é aqui feita uma proposta de formulação que me deleitou muito desenvolver.

Considere-se o volume de controlo representado na Fig. 3.12. A intersecção da órbita das pás com o volume de controlo é o chamado disco atuador. Neste modelo considerou-se que o fluido

com velocidade induzida $[v_u]$, após atravessar radialmente o disco atuador, é desviado verticalmente para baixo atingindo a velocidade induzida pela esteira da metade superior do rotor $[w]$.

Focalizando na parte superior do rotor, $\psi \in]0; \frac{\pi}{2}[$, e considerando a Fig. 3.13 e a lei da conservação de massa derivam-se as seguintes equações;

$$\rho dA_{2v} v_u \cos(\psi) + \rho dA_{2h} v_u \sin(\psi) = \rho dA_{2h} w, \quad (3.58)$$

$$\frac{dA_{2v}}{dA_{2h}} = \frac{w - v_u \sin(\psi)}{v_u \cos(\psi)}. \quad (3.59)$$

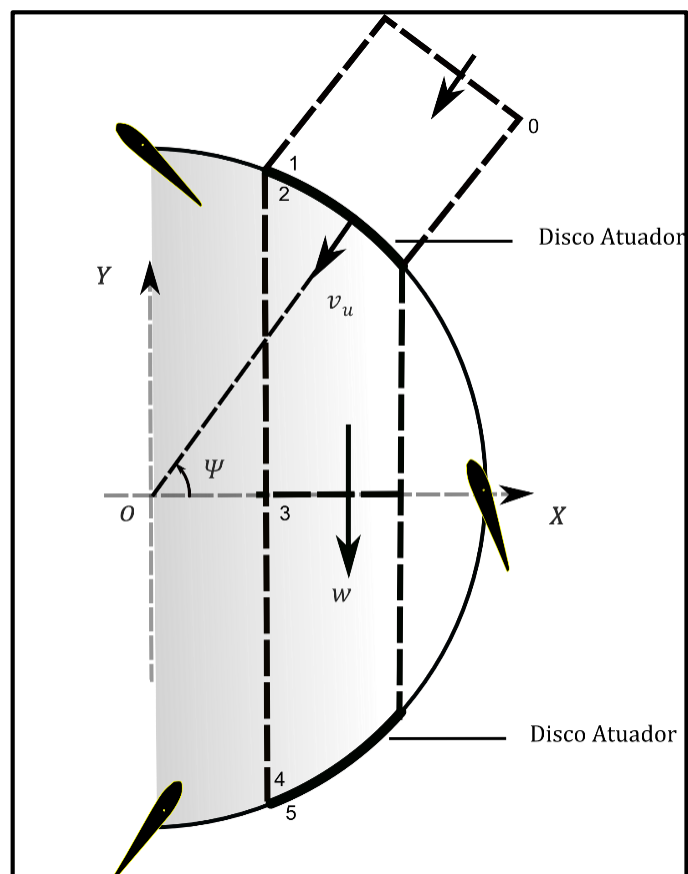


Figura 3.12: Modelo do escoamento usado para a análise da teoria da quantidade de movimento através do rotor cicloidal em estado pairado (hover), Yun et al. (Yun et al. 2004).

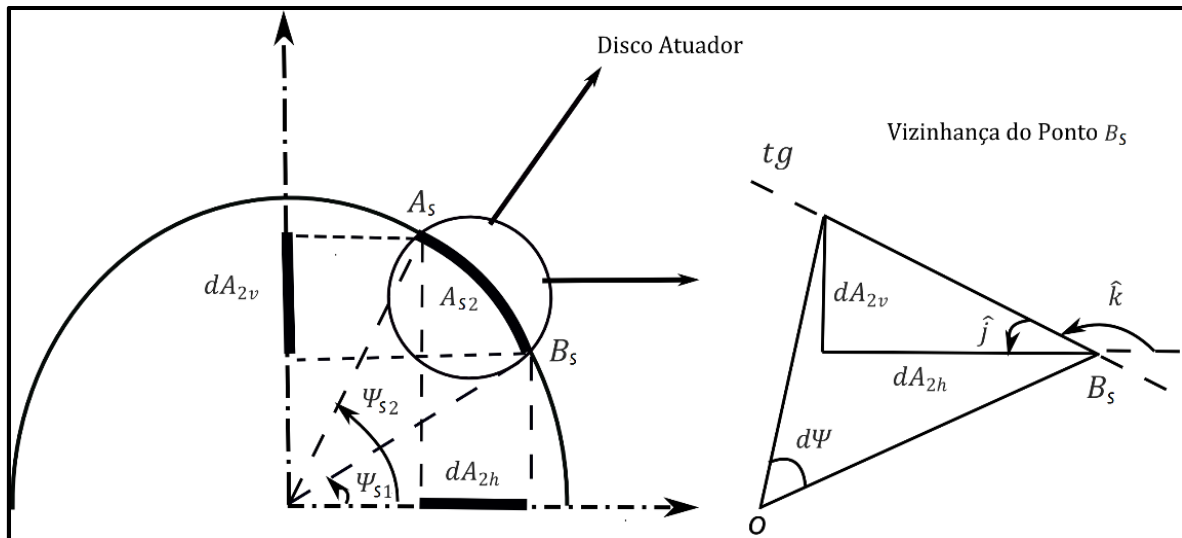


Figura 3.13: Volume de controle e vizinhança do ponto B.

Considerando a vizinhança do ponto $[B_s]$, Fig. 3.13, e recorrendo ao cálculo diferencial, constata-se a existência das seguintes relações:

$$\frac{dA_{2v}}{dA_{2h}} = \tan(\hat{j}), \quad (3.60)$$

$$\tan(\hat{k}) = \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=R\cos(\Psi)}. \quad (3.61)$$

A órbita descrita pela pá é trivialmente descrita pela Eqn. (3.62). Assim, o cálculo da derivada pode ser facilmente obtido. Pelas equações anteriores, e tendo em atenção a relação existente entre os ângulos $[\hat{j}]$, e $[\hat{k}]$, é obtida a Eqn. (3.64). Não obstante a Eqn. (3.64) pode, conjuntamente às equações apresentadas em Yun et al. (Yun et al. 2004), ser avaliada e utilizada, uma vez que relaciona as duas velocidades induzidas e o ângulo azimutal.

$$X^2 + Y^2 = R^2 \quad (3.62)$$

$$\left. \frac{dY}{dX} \right|_{x=R\cos(\Psi)} = \frac{-2R\cos(\Psi)}{2\sqrt{R^2(1-\cos^2(\Psi))}} = -\cot(\Psi) \quad (3.63)$$

$$\cot(\Psi) = \frac{w - v_u \sin(\Psi)}{v_u \cos(\Psi)} \quad (3.64)$$

Como referimos, apenas apresentamos este desenvolvimento sem contudo ter focado a nossa atenção posterior sobre o mesmo.

Capítulo 4

Modelo numérico de CFD

O modelo analítico apresenta limitações em termos da sua capacidade de apresentar detalhes do escoamento. Por outro lado as estimativas dos valores da força gerada e da potência consumida têm limitações de precisão. Assim, doravante, e neste trabalho importa desenvolver modelos numéricos através dos quais se possa obter uma melhor compreensão do escoamento em torno de rotores cicloidalis e, conseqüentemente, obter resultados mais precisos. Com este propósito considerou-se, em primeiro lugar, o recurso à CFD (*Computational Fluid Dynamics*), começando com modelos bidimensionais de um único perfil alar em movimento de oscilação. As pás do rotor cicloidalis estão dotadas do movimento de oscilação enquanto descrevem o movimento de rotação. Assim, antes da modelação do rotor cicloidalis no seu todo, faremos uma análise comparativa entre os resultados provenientes do estudo experimental e o estudo numérico considerando um único perfil alar em oscilação. Depois de, pelo uso de dados experimentais, ter validado o modelo do perfil alar em movimento de oscilação, proceder-se-á ao estudo numérico do rotor cicloidalis no seu todo. Neste advento, desenvolveram-se modelos bidimensional e tridimensional de rotores cicloidalis que, após a devida validação, podem ser usados para a análise de escoamento bidimensional e tridimensional em torno do rotor cicloidalis sob diferentes condições de operação. Não obstante, a modelação do escoamento exige o conhecimento do comportamento do fluido na camada limite bem como a identificação dos modelos de turbulência mais adequados ao caso em estudo.

4.1 Equações de governo do escoamento

Da mecânica básica, sabe-se que forças são as causas do movimento e, quando há movimento, naturalmente pensa-se na existência de valores não nulos de velocidade. Assim sendo, uma equação que descreve o movimento inclui a relação de forças e velocidade. No entanto, o fluido, diferentemente de um sólido rígido, é uma substância que deforma continuamente sob a ação de tensões de corte. Embora facilmente e, até intuitivamente, apercebemo-nos da existência da relação entre forças e deformação, mas aferir com exatidão qual é esta relação não é de modo algum uma tarefa vulgar. Não obstante, estamos cientes de que força é uma grandeza vetorial e a pressão uma grandeza escalar, falar de forças a atuar na superfície do

elemento fluido é o mesmo que falar de tensões, pois, as tensões são quocientes entre forças e áreas de superfícies. Assim, a procura de relação para a equação do movimento, entre forças atuantes na superfície e deformações do fluido, facilmente se torna na procura de relações entre as tensões e deformações. Por outro lado, ainda pelo facto de o fluido se deformar, naturalmente, pontos diferentes do fluido podem movimentar-se a velocidades diferentes. Matematicamente, esta variação de velocidade nas várias direções do espaço pode ser expressa pelo seu gradiente. Pode-se então, imaginar que a camada do fluido que move a uma velocidade maior tende a acelerar aquela que vai a uma velocidade menor; ou, a camada do fluido que move a uma velocidade menor tende a desacelerar aquela que vai a uma velocidade maior. No entanto, essa aceleração e desaceleração não ocorreriam se essas camadas deslizassem perfeitamente uma sobre as outras, o que só não ocorre, pelo facto do fluido ser uma substância aderente, isto é, viscosa. Desta forma, fica claro que a deformação do fluido se relaciona às variações espaciais de velocidade e com a própria aderência do fluido. Em suma, ainda que qualitativamente, esta breve e simples análise mostra que as forças superficiais, que podem ser expressas por tensões, se relacionam às deformações que, por sua vez, podem ser expressas por gradientes de velocidades nas suas várias direções no espaço e pela capacidade de aderência do fluido. As equações de Navier-stokes descrevem matematicamente a física do escoamento de um fluido.

Para o presente estudo, equações da continuidade Eqn (4.1) e da conservação da quantidade de movimento Eqn (4.2) são as mais relevantes uma vez que, como será demonstrado no capítulo 6, o escoamento em torno de rotores cicloidalis pode ser considerado incompressível.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j + \delta_{ij} p - \tau_{ij}) = 0 \quad (4.2)$$

As variáveis $[\rho]$, $[u]$, $[p]$, $[\tau]$ e $[\delta]$ são, respetivamente, a massa específica do fluido, a velocidade, a pressão do fluido, o tensor das tensões e o delta de Kronecker. Estas equações são ambas acopladas e não-lineares (Sondak 1992). A solução de escoamentos complexos pode ser obtida pela resolução, através de processo iterativo, das equações na forma discretizada. No entanto, para que o computador seja capaz de trabalhar com equações, o domínio computacional, incluindo a geometria envolvida, também devem ser discretizados. O modelo discreto do domínio computacional é chamado de malha. Não obstante, antes de resolver as equações relativas ao escoamento de fluido, importa perceber minuciosamente a física do escoamento.

4.2 Camada limite

Todos os escoamentos viscosos próximos de superfícies sólidas desenvolvem uma camada fina onde se faz importante o efeito da viscosidade (Jones et al. 1998). Na região além desta camada o efeito da viscosidade é desprezável e o fluido pode ser tratado como não viscoso. Esta fina camada é, considerando o escoamento com velocidade uniforme $[U_\infty]$ sobre uma superfície plana, representada na Fig. 4.1.

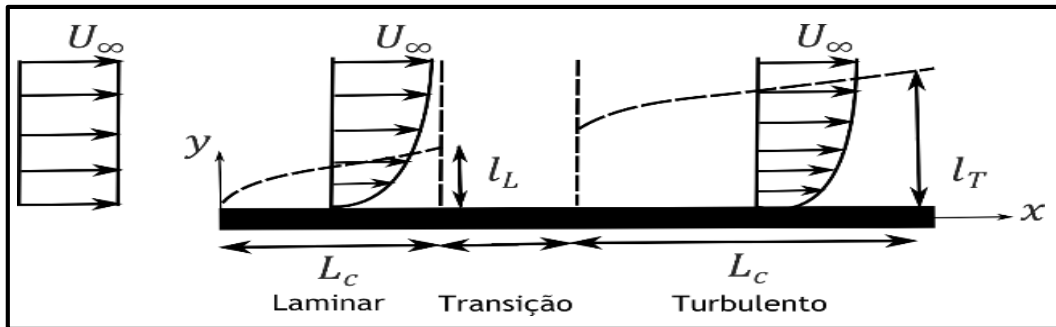


Figura 4.1: Representação esquemática da camada limite na superfície de uma placa plana.

A presença da placa causa, na sua vizinhança, desaceleração do fluido. Se há desaceleração do fluido é porque sobre ele atuam forças. Estas forças criam tensões de corte que, atuando sobre a partícula do fluido, alteram a velocidade do mesmo procurando igualá-la àquela da superfície, atendendo à condição de não-deslizamento. Da física básica sabe-se que se há variação da velocidade é porque há variação da quantidade de movimento, pois esta última é simplesmente o produto da primeira pela quantidade de massa transportada. Assim, em termos de quantidade de movimento, se a placa estiver em repouso a quantidade de movimento junto à superfície será nula, enquanto no escoamento livre será expresso por $[\rho U_\infty]$. Isto significa que a presença da placa provoca, na camada adjacente, um déficit de quantidade de movimento em relação àquela do escoamento livre. A zona do escoamento que, em termos de quantidade de movimento, sente a repercussão da presença da placa, é denominada de camada limite. A forma como, na zona de tal repercussão, a tensão de corte se relaciona à variação da velocidade do fluido à medida que se afasta da superfície sólida é, no caso da Fig. 4.1, o escoamento unidirecional na direção horizontal x , expressa por

$$\tau_{yx} = \mu \frac{du_f}{dy}. \quad (4.3)$$

Conhecida como lei de Newton da viscosidade, a Eqn (4.3) relaciona a tensão de corte $[\tau_{yx}]$, com o coeficiente de viscosidade dinâmica molecular do fluido $[\mu]$ e a função que define o perfil de velocidades do escoamento, $[u_f(y)]$. Em termos práticos, define-se a camada limite de um perfil alar como sendo a região em que a velocidade paralela é menos de 99 % da

velocidade de corrente livre. Se a presença da superfície sólida é responsável, na camada adjacente, pelo déficit de quantidade de movimento em relação àquela do escoamento livre é natural que o fluido mais próximo da superfície seja mais afetado que o restante. Portanto, é expectável que a variação da velocidade do fluido não ocorra linearmente. Por outro lado, o déficit de quantidade de movimento em relação àquela do escoamento livre mostra que tanto as forças inerciais quanto as viscosas são importantes na camada limite. A relação entre a natureza das duas forças é expressa por meio de uma quantidade adimensional referida como número de Reynolds (quociente entre forças de inércia e forças viscosas), Eqn (4.4), que é um parâmetro importante na caracterização de escoamentos em camada limite (Tritton, 1977). $[U_c]$, $[L_c]$, e $[\nu]$ são, respetivamente, a velocidade característica do sistema, o comprimento característico do sistema, e a viscosidade cinemática do fluido.

$$Re = \frac{U_c L_c}{\nu} \quad (4.4)$$

Não só se constata mudanças à medida que há afastamento da superfície sólida, como também se verificam alterações à medida que o fluido percorre a placa. Inicialmente a camada limite desenvolve-se laminarmente. No entanto, as instabilidades fazem com que, em algum lugar ao longo do comprimento da superfície, ela normalmente se torne turbulento. Esta mudança não instantânea do escoamento laminar para o escoamento turbulento, acompanhado de crescimento em espessura da camada limite, além de imputar alterações no perfil de velocidades do fluido, implica a existência de uma zona de transição, Fig. 4.1. Embora valores baixos e elevados do número de Reynolds correspondam a, respetivamente, escoamento laminar e escoamento turbulento, este parâmetro usado na transição do escoamento laminar ao turbulento não assume um valor crítico universal na determinação do ponto de transição. À medida que o escoamento laminar atinge um certo número de Reynolds, $[Re_{x,crit}]$, ele torna-se instável e as pequenas perturbações são amplificadas. À medida que o número de Reynolds aumenta, observam-se mais estruturas de turbulência no escoamento até que, eventualmente, é alcançado o número de Reynolds de transição, $[Re_{x,tr}]$, após o qual, o escoamento se torna completamente turbulento com vórtices de tamanhos variados.

Não obstante, embora um número de Reynolds elevado indique que o termo viscoso é negligenciável quando comparado ao termo inercial, em determinadas situações do escoamento sobre uma superfície sólida, como é o caso das pás do rotor cicloidal, é necessária a consideração da camada limite com o fito de incluir efeitos viscosos relevantes para a análise do escoamento. Ora, isto sugere a associação de efeitos viscosos a uma escala de comprimento que seja compatível com a camada limite, seja ela laminar ou turbulenta. Portanto, deverá ser uma escala de comprimento na camada limite laminar $[l_L]$ ou turbulenta $[l_T]$, onde os termos viscosos subsistam e sejam tão importantes quanto os termos de inércia. Estas escalas de comprimento estão associadas à espessura da camada limite e é transversal à superfície, tendo

em vista que elas estão associadas à difusão da quantidade de movimento na direção normal do escoamento. Na direção paralela ao escoamento, esta difusão é negligenciável quando comparada ao transporte inercial de quantidade de movimento (Tennekes & Lumley 1972).

Uma vez que a camada limite turbulenta possui maior quantidade de energia cinética que a laminar, ela mostra mais resistência a gradientes de pressão adversos e, por conseguinte, separa da superfície para valores de gradientes de pressão adversos superiores em comparação ao caso do escoamento laminar (Eppler 1990). No entanto, a separação do escoamento não é desejável no caso de um perfil alar devido ao favorecimento da ocorrência de perda (*stall*).

Apesar da existência da região de transição, ela é ignorada por vários modelos de turbulência, modelando-se o escoamento como sendo totalmente laminar ou turbulento. Não raras vezes, a região de transição é pequena em comparação ao tamanho do domínio do escoamento de interesse e, por conseguinte, o erro envolvido torna-se muito pequeno. No entanto, sendo laminar e turbulento o escoamento sobre um perfil alar, como é o caso das pás do rotor cicloidal, modelá-lo como sendo totalmente turbulento pode resultar num erro significativo (Eppler 1990). Não obstante, ainda que a camada limite seja turbulenta, a turbulência diminui em direção à parede de tal modo que os efeitos viscosos dominem o escoamento, possibilitando o desenvolvimento de uma fina subcamada laminar, onde os efeitos inerciais são subjugados por aqueles viscosos (Shames 1973). Ora, se assim é, isto induz o pensamento segundo o qual o tamanho dos vórtices diminui à medida que se aproxima da parede, sugerindo, conseqüentemente, uma escala mais refinada para a análise do respetivo comportamento. Visando então uma melhor compreensão do comportamento dos vórtices para, posteriormente escolher o modelo de turbulência adequado aos rotores cicloidais, consideremos alguns aspetos da turbulência e as chamadas escalas de Kolmogorov.

4.3 Turbulência e escalas de Kolmogorov

As flutuações irregulares e aparentemente aleatórias da velocidade instantânea num escoamento turbulento inviabilizam o tratamento determinístico da turbulência. Desta forma, não raras vezes, o fenómeno da turbulência é analisado recorrendo a ferramentas estatísticas (Schwind 1980). Comparativamente à difusão molecular nos escoamentos laminares, tais flutuações possibilitam o transporte, a taxas mais elevadas, da quantidade de movimento, massa e energia (Schwind 1980). Além da turbulência ser um processo dissipativo, isto é, a continuidade do seu processo exige alimentação energética contínua para suprir as perdas viscosas, ela é um fenómeno contínuo, pois os menores vórtices são tipicamente muito maiores que a escala de comprimento molecular. Desta forma, justifica-se a hipótese do contínuo e o uso de equações de Navier-Stokes no estudo da turbulência (Tennekes & Lumley 1972). Além

de irregular, dissipativo, e contínuo, o escoamento turbulento é sempre rotacional, isto é, integra sempre vórtices, e é altamente não linear (Kundu & Cohen 2002).

A presença simultânea, numa vasta gama de escalas temporais e espaciais, de uma grande quantidade de vórtices possibilita uma elevada interação entre os mesmos. A partir desta interação, os maiores vórtices retiram energia do escoamento médio e a transferem para outros menores, e estes para outros ainda menores, e assim sucessivamente (Stull 1988). Esta transferência de energia processa-se em direção a uma escala de tamanhos cada vez menor onde a energia passa a ser dissipada pelas tensões viscosas, atingindo-se um estado de equilíbrio. Este processo, descrito por Kolmogorov, é conhecido por "cascata de energia". Ainda, e na direção de vórtices de grande escala para os de pequena escala verifica-se a intensificação do carácter aleatório. Pois sendo os grandes vórtices dependentes fortemente da geometria do escoamento, e da maneira como são gerados, eles acabam por possuir características anisotrópicas e comportamento em parte determinístico. No entanto, por não sentirem a influência da geometria do escoamento, os menores vórtices comportam-se de um modo muito mais aleatório induzindo um padrão do campo turbulento mais isotrópico. Assim, um elemento fluido em rotação ao redor de um determinado eixo fica sujeito à influência de uma deformação linear ao longo deste eixo. Portanto, em virtude da conservação do seu momento angular, produto da inércia pela velocidade de rotação, o elemento será estirado ou contraído acompanhado de aumento ou diminuição da velocidade de rotação. Em consequência desta deformação, a escala de comprimento do próprio elemento é aumentada ou diminuída nas direções perpendiculares, deformando os elementos do fluido nas proximidades que, por sua vez, também sofrerão variação no seu momento angular, e assim sucessivamente; de tal modo que os vórtices de pequena escala libertam da orientação preferencial do movimento dos de larga escala, isto é, tendem à isotropia (Zhurbas 2001). Neste contexto, a energia vai sendo transferida dos maiores para menores vórtices e, finalmente, nos menores vórtices ela dissipa-se na forma de calor. Fica claro que a complexidade do comportamento dos vórtices dificulta sobremaneira uma abordagem estritamente analítica do escoamento turbulento.

A escolha de escala de comprimento da espessura da camada limite turbulenta [l_T] Fig. 4.1 leva, ainda que implicitamente, à consideração apenas de vórtices de maior escala desta camada. À medida, porém, que nos aproximamos da superfície, o tamanho de vórtices vai diminuindo e outras escalas menores têm que ser consideradas. Como os movimentos nas menores escalas tendem a ter escalas de tempo também menores, pois as flutuações ficam mais rápidas, pode-se assumir que estes movimentos são estatisticamente independentes da turbulência de larga escala e do escoamento médio que, comparavelmente, são mais lentos. Supondo válida esta hipótese, este movimento de pequena escala depende somente da taxa de energia que ele recebe das grandes escalas e da viscosidade molecular. No equilíbrio, a taxa de energia (oriunda das grandes escalas) tem que ser igual à taxa de dissipação de energia (envolvida com as pequenas escalas). Esta conceção é a base da chamada teoria do equilíbrio

universal de Kolmogorov (Tennekes & Lumley 1972). As escalas, referidas como microescalas de Kolmogorov, que incluem a taxa de dissipação de energia por unidades de massa $[\varepsilon_\kappa]$ e a viscosidade cinemática $[\nu]$ são expressas pelas Eqns (4.5), (4.6), e (4.7). $[\lambda]$, $[\tau_m]$ e $[\vartheta]$ são, respetivamente, as escalas de comprimento, de tempo, e de velocidade.

$$\lambda = \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon_\kappa} \right)^{1/4} \quad (4.5)$$

$$\tau_m = \left(\frac{\nu}{\varepsilon_\kappa} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

$$\vartheta = (\nu \varepsilon_\kappa)^{1/4} \quad (4.7)$$

As relações entre as pequenas e as grandes escalas da turbulência podem ser contempladas nas Eqns (4.8), (4.9), e (4.10). Observa-se que as escalas de comprimento, tempo e velocidade dos menores vórtices de turbulência são muito menores que aquelas dos grandes vórtices e, principalmente, esta diferença é tanto maior quanto maior for o número de Reynolds do escoamento médio.

$$\frac{\lambda_\kappa}{L_c} = Re^{-3/4} \quad (4.8)$$

$$\frac{\tau_m}{t} = Re^{-1/2} \quad (4.9)$$

$$\frac{\vartheta}{U_c} = Re^{-1/4} \quad (4.10)$$

4.4 A Lei da Parede

Anteriormente foi citado que mesmo o escoamento turbulento inclui uma sub-camada laminar em virtude da não sobrevivência de vórtices devido à ação das tensões viscosas. Tendo presente a condição de não-deslizamento, e supondo constante a tensão de corte ao longo de toda a espessura da sub-camada laminar em virtude da sua pequena espessura, a integração ao longo

da espessura desta camada da equação que expressa a lei da Viscosidade de Newton, Eqn (4.3), resulta em Eqn (4.11). Esta equação governa a velocidade $[u_f(y)]$ na subcamada viscosa cuja tensão na superfície sólida é $[\tau_w]$. A velocidade adimensional $[u^+]$, e a distância adimensional $[y^+]$ é obtida considerando a chamada velocidade de atrito, $[u_\tau]$. As equações (4.12), e (4.13), e as expressões (4.14), e (4.15) têm em conta tais relações.

$$u_f(y) = \frac{\tau_w}{\rho\nu} y \quad (4.11)$$

$$[u_\tau] = \sqrt{\tau_w/\rho} \quad (4.12)$$

$$\frac{u_f(y)}{u_\tau} = \frac{\sqrt{\tau_w/\rho}}{\nu} y \quad (4.13)$$

$$u^+ \equiv \frac{u_f(y)}{u_\tau} \quad (4.14)$$

$$y^+ \equiv \frac{\sqrt{\tau_w/\rho}}{\nu} y \quad (4.15)$$

Da Eqn (4.13) é evidenciado, em termos adimensionais, a relação linear entre a velocidade e a distância normal à parede, pois $u^+ = y^+$. A sub-camada laminar é muito fina e estende-se da superfície até $y^+ = 5$. Para $y^+ > 30$ existe uma região onde os efeitos de inércia dominam, isto é, o transporte de quantidade de movimento devido às tensões de Reynolds é dominante, e o escoamento é turbulento (Kundu & Cohen 2002). Sendo que, nesta região, a tensão de corte varia suavemente com a distância à parede, o perfil de velocidade altera-se em relação àquele da subcamada laminar, Fig. 4.2. Este perfil de velocidades para a camada turbulenta é obtido considerando, entre outros, o conceito de comprimento da mistura de Prandtl, expresso como uma relação de proporcionalidade envolvendo a constante de von Karman, $\kappa = 0.4$, e a distância normal à parede $[y]$, por

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C_E, \quad (4.16)$$

em que C_E é uma constante de integração igual a 5, obtida experimentalmente. Não obstante, uma vez que os valores de $[y^+]$ são dependentes das características do escoamento, eles não

são conhecidos durante o pré-processamento. Assim sendo, é importante analisar os valores adimensionais da distância à parede durante o pós-processamento dos resultados numéricos visando o controlo em termos de correspondência às exigências do modelo de turbulência. Em caso de inconformidade, a malha deve ser alterada.

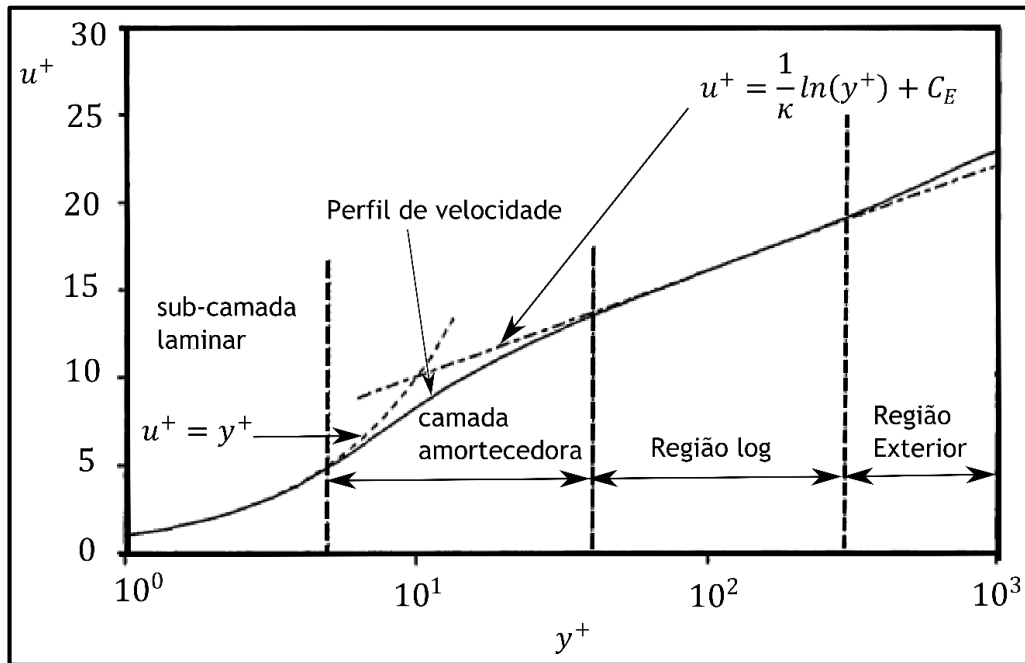


Figura 4.2: Perfil de velocidade típico junto a uma superfície sólida, adaptado de Wilcox (Wilcox 1994).

4.5 Modelação da turbulência

A turbulência é normalmente analisada recorrendo a abordagens experimentais, analíticas, e numéricas. Na situação de inexistência de um modelo teórico que cabalmente represente o fenómeno, a abordagem experimental revela-se, relativamente às demais, como uma opção vantajosa e com o benefício de tratamento da configuração real do problema. No entanto, esta abordagem é, pelos constrangimentos concernentes às infraestruturas e escala máxima do modelo físico possível, inviabilizada. Os modelos empíricos, baseados na decomposição de Reynolds, isto é, na decomposição das variáveis das equações de Navier-Stokes numa parte média e noutra flutuante, tratam o escoamento alicerçando-se no conhecimento empírico do escoamento na camada limite (Burchard & Bolding 2001; Large et al. 1994; Durski et al. 2004). Tal como a abordagem experimental a analítica é, embora obviamente por razões diferentes, limitada pela complexidade do comportamento físico do fenómeno a modelar. Portanto, esta abordagem requer, além de hipóteses simplificadoras, geometrias e condições de contorno muito simples. Embora seja teórica, tal como a abordagem analítica, a simulação numérica

permite solucionar com mais precisão problemas mais complexos. Como anteriormente referido, precisamente por esta razão, a metodologia numérica é selecionada para a modelação de rotores cicloidais visando a obtenção de resultados com maior precisão. No entanto, além de uma adequada validação de resultados, a simulação numérica não é imune a um custo computacional que, tanto temporalmente como em termos de precisão de resultados se verifica. Assim sendo, para a seleção de modelos de turbulência, com vista à simulação numérica do escoamento em torno de rotores cicloidais, considerámos alguns modelos numéricos de turbulência alternativos estando, porém, cientes dos custos computacionais envolvidos.

4.5.1 Equações de Navier-Stokes para o escoamento médio

Num escoamento turbulento os perfis de velocidade, além de não serem suaves, diferem significativamente dos perfis médios. Mais ainda, tais perfis mudam de forma não só com o tempo mas também ao longo da direção normal à parede (Wilcox 1994). Assim, por estas alterações ocorrerem de um modo não determinístico, elas devem ser tratadas como variáveis aleatórias, isto é, a estatística é a ferramenta fundamental. Quando os momentos estatísticos de uma variável aleatória, isto é, média, desvio padrão e variância, são independentes do tempo, espaço, e da orientação dos eixos coordenados em relação aos quais são medidos, diz-se que o processo é, respetivamente, estacionário, homogêneo, e isotrópico. Concordemente, a turbulência pode ser estacionária, homogênea, ou isotrópica. Matematicamente o comportamento instantâneo de uma variável $[\phi_f]$, num escoamento turbulento, é descrito pela decomposição de Reynolds, Eqn (4.17). Basicamente, Reynolds sugeriu que o escoamento instantâneo fosse desdobrado em uma componente média $[\bar{\phi}_f]$ e numa componente flutuante $[\phi'_f]$ (Tucker & Pan 2001).

$$\Phi_f = \bar{\Phi}_f + \Phi'_f \quad (4.17)$$

No modelo URANS supõe-se que as componentes da velocidade se comportam como sugerido por Reynolds. As variações de pequenas escalas são modeladas através de modelos de turbulência, enquanto que as de grande escala são solucionadas em função do tempo. Considerando o fluido incompressível, $d\rho/dt = 0$, e ignorando a aceleração da gravidade, as equações de conservação de massa e de quantidade de movimento são:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0, \quad (4.18)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu s_{ij}), \quad (4.19)$$

onde $[s_{ij}]$ é o tensor da taxa de deformação;

$$s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad (4.20)$$

e $[2\mu s_{ij}]$ é o tensor das tensões viscosas. Rearranjando estas equações após efetuar decomposição usando os valores médios e flutuantes das variáveis, Eqn (4.17), obtém-se Eqns (4.21) e (4.22) conhecidas como “*unsteady Reynolds-averaged Navier-Stokes (URANS) equations*”.

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4.21)$$

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (2\mu \bar{s}_{ij} - \rho \overline{u'_j u'_i}) \quad (4.22)$$

Relativamente à Eqn (4.19), o novo termo $[\rho \overline{u'_j u'_i}]$ na Eqn (4.22) representa a taxa média de transferência de quantidade de movimento devido à turbulência. As tensões provenientes deste termo são conhecidas como tensões de Reynolds e definem o tensor de tensões de Reynolds,

$$\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_j u'_i}, \quad (4.23)$$

com a simetria $\tau_{ij} = \tau_{ji}$. No entanto, por serem desconhecidas, quando avaliadas em todas as direções, este novo termo imputa mais seis incógnitas àquelas já existentes e relativas à pressão e às três componentes da velocidade, perfazendo um total de dez incógnitas. Sendo notável o crescimento de número de incógnitas, relativamente ao número de equações, este novo termo além de descrever a complexidade do escoamento turbulento causa um problema de não-fechamento do problema. Dependendo da abordagem adotada na resolução deste problema de não-fechamento do sistema de equações, definem-se diferentes modelos de turbulência.

4.5.2. A viscosidade turbulenta e a aproximação de Boussinesq

A aproximação de Boussinesq, da viscosidade turbulenta constitui a base para fechar os modelos de turbulência de primeira ordem. O conceito de viscosidade turbulenta, introduzido em 1877 por Boussinesq em analogia com a lei de viscosidade de Newton, estabelece uma relação entre as tensões turbulentas de Reynolds $[(-\overline{u_i u_j})]$ e os gradientes de velocidade média do escoamento, de acordo com a equação,

$$\frac{\tau_{ij}}{\rho} = -\overline{u_i' u_j'} = \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} K \delta_{ij}. \quad (4.24)$$

Por outras palavras, Boussinesq propôs que as tensões de Reynolds podiam ser proporcionais à taxa média de deformação. Nesta equação, $[\nu_t]$ é a viscosidade turbulenta, $[\delta_{ij}]$ é a função delta de Kronecker cujo valor é 1 se $i = j$ e 0, se $i \neq j$. A presença do termo que contém o delta de Kronecker é necessária para a correta consideração das tensões normais que compõem a diagonal principal do tensor das tensões turbulentas, quando $i = j$. A energia cinética turbulenta por unidade de massa $[K]$, é expressa por

$$K = \frac{1}{2} \overline{u_i' u_i'} = \frac{1}{2} (\overline{u_1'^2} + \overline{u_2'^2} + \overline{u_3'^2}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 \overline{u_i'^2}. \quad (4.25)$$

Alguns modelos incluem a modelação da viscosidade turbulenta $[\mu_t]$ em função da escala de comprimento e da escala de velocidade,

$$\frac{\mu_t}{\rho} = \nu_t = \frac{1}{2} v_o l_o. \quad (4.26)$$

As diferentes abordagens empregues na determinação das escalas de comprimento $[l_o]$, e de velocidade $[v_o]$, separam os diferentes modelos; de uma ou duas equações. Em contraste com a viscosidade molecular $[\nu]$, a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido e sim do escoamento, pois depende fortemente do estado de turbulência, podendo variar significativamente de um ponto a outro no interior do escoamento. Sob determinadas condições de temperatura e pressão, o coeficiente $[\nu]$ mantém um valor constante e característico para cada fluido. No movimento turbulento, o correspondente coeficiente de viscosidade turbulenta $[\nu_t]$, é considerado proporcional a uma velocidade e um comprimento característicos das flutuações turbulentas, o qual Prandtl denominou comprimento de mistura. Considerando ainda a Eqn (4.24) observa-se que o coeficiente de viscosidade turbulento é assumido igual para todas as componentes das tensões de Reynolds $[\tau_{ij}]$. Esta conceção de viscosidade turbulenta assume a simplificação isotrópica. Em situações de escoamentos mais complexos introduzem-

se coeficientes de viscosidade turbulentos diferentes para diferentes direções do campo de escoamento, a fim de considerar a anisotropia.

4.5.3 O Modelo de turbulência $k - \omega$ SST com transição

A aproximação de Boussinesq Eqn (4.24) reduz o número de incógnitas de seis para 2, $[k]$ e uma outra variável do escoamento, para modelos a duas equações. Os modelos a duas equações incluem normalmente uma equação para a energia cinética turbulenta $[k]$ e uma outra para a descrição da escala de comprimento $[l_o]$, ou uma variável equivalente. Uma vez que, dentro de determinadas condições, descrevem completamente a matemática do escoamento, os modelos a duas equações são considerados completos. As escalas de velocidade $[u_o]$, comprimento $[l_o]$, e viscosidade turbulenta $[v_t]$, providenciadas pelo modelo de transição SST são, respetivamente, \sqrt{k} , \sqrt{k}/ω , e k/ω .

O modelo $k - \omega$, base para o modelo $k - \omega$ SST, foi proposto por Kolmogorov como o primeiro modelo de turbulência a duas equações. A dissipação específica da energia cinética turbulenta $[\omega]$ enquanto a segunda variável de fecho foi obtida por Kolmogorov recorrendo à análise dimensional. No Fluent, o modelo $k - \omega$, baseado na versão apresentada em Wilcox (Wilcox 1994), é expresso por duas equações de transporte,

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G_k - Y_k, \quad (4.27)$$

e

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega, \quad (4.28)$$

onde $[\Gamma_k]$ e $[\Gamma_\omega]$ são difusividades efetivas; $[G_k]$ e $[G_\omega]$ representam, respetivamente, geração de energia cinética turbulenta devido a gradiente de velocidade média e geração de $[\omega]$; e $[Y_k]$ e $[Y_\omega]$ representam, respetivamente, dissipação de $[k]$ e $[\omega]$ devido à turbulência. O modelo é adequado para escoamentos complexos na camada limite e sob gradiente de pressão adverso e com separação.

Visando melhorar o modelo $k - \omega$ padrão, Menter (Menter 1994) introduziu o modelo $k - \omega$ SST (Shear-stress transport). O modelo faz uso de uma função de mistura que o obriga a comportar-se como um modelo $k - \omega$ na região próxima da parede e como o modelo $k - \varepsilon$ na região da esteira. Assim, o modelo $k - \omega$ SST objetiva alcançar o melhor de ambos os modelos. Para uma classe vasta de escoamentos, nomeadamente escoamentos em zonas de gradiente de pressão adverso, o modelo $k - \omega$ SST, cujas expressões no Fluent são apresentadas pelas Eqns (4.29) e

(4.30), revela-se como sendo mais preciso que o modelo $k - \omega$. Embora com uma pequena diferença conceptual, $[\widetilde{G}_k]$ é similar a $[G_k]$. $[D_\omega]$ é o termo resultante da combinação dos modelos $k - \varepsilon$ e $k - \omega$.

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \widetilde{G}_k - Y_k \quad (4.29)$$

$$\frac{D\rho\omega}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega \quad (4.30)$$

Uma das maiores desvantagens dos modelos de turbulência a duas equações basedos na decomposição de Reynolds é estes modelarem o escoamento como totalmente turbulento. Em consequência, no caso de escoamento sobre um perfil alar, a força de resistência é sobre-estimada. Assim sendo, são necessárias novas equações para a descrição de ambos os regimes, laminar e turbulento e, conseqüentemente, prever o início da transição. Assumindo válida a aproximação de Boussinesq, não são necessárias equações adicionais para solucionar o problema de fechamento. No entanto, os modelos de turbulência com transição introduzem variáveis que visam descrever melhor a região laminar e a região de transição de escoamento laminar para o turbulento.

O modelo $k - \omega$ SST com transição envolve duas novas equações que, aclopadas às equações originais, provenientes do modelo $k - \omega$ SST, originam um modelo de quatro equações. Concordemente, são incluídas uma equação para a intermitência $[\gamma]$ e uma para o número de Reynolds de início da transição $[Re_{\theta t}]$. A intermitência determina o desencadeamento da transição, e a equação para $[Re_{\theta t}]$ visa impedir operações adicionais não-locais introduzidas pelas variáveis com origem nas correlações experimentais. $[Re_{\theta t}]$ é tratado como uma quantidade escalar que permite que o valor de $[Re_{\theta t}]$ da corrente livre, corrigido experimentalmente, se difunda dentro da camada limite. Por conseguinte, $[Re_{\theta t}]$ depende da intensidade local da turbulência e não somente de intensidade da turbulência da corrente livre.

No Fluent, algumas das correlações empíricas do modelo de turbulência $k - \omega$ SST com transição são ligeiramente alteradas objetivando melhor previsão quanto à transição em situações de escoamento separado ou em transição natural. A função intermitência é, no Fluent, acoplada ao modelo de turbulência pelas expressões

$$\frac{D\rho k}{Dt} = \widetilde{P}_k - \widetilde{D}_k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right), \quad (4.31)$$

$$\widetilde{P}_k = \gamma_{eff} P_k, \quad (4.32)$$

$$\widetilde{D}_k = \min(\max(\gamma_{eff}, 0.1), 1.0) D_k, \quad (4.33)$$

$$\gamma_{eff} = \max(\gamma, \gamma_{sep}), \quad (4.34)$$

onde $P_k = \widetilde{G}_k$ e $D_k = Y_k$ são os termos originais de produção e destruição de energia cinética turbulenta k para o modelo $k - \omega$ SST e $[\gamma_{sep}]$ é o valor modificado de $[\gamma]$ para incluir a transição induzida por separação. Este acoplamento faz com que $[\gamma_{eff}]$ ative o termo de produção da energia cinética turbulenta a jusante do ponto de transição.

Os modelos de turbulência baseados na decomposição de Reynolds (URANS) são também conhecidos como modelos de fechamento em um ponto (*single-point closures*), ou modelos de fechamento local (*local closure*), pelo facto da variável turbulenta em qualquer ponto do escoamento ser parametrizada a partir do gradiente do valor médio no mesmo ponto ou local. Portanto, a parametrização das variáveis turbulentas faz-se relacionando-as com as propriedades do escoamento médio. Os modelos mais simples relacionam o coeficiente de viscosidade turbulenta com a distribuição da velocidade média, por exemplo, e com o gradiente local desta. Estes modelos, implicitamente, assumem que a turbulência é dissipada no mesmo local onde foi gerada, o que significa que não existe transporte de turbulência ou da entidade que a caracteriza. No entanto existem modelos mais complexos, que resolvem duas equações de transporte para duas entidades representativas do estado de turbulência do escoamento, como por exemplo a escala de velocidade e a escala de comprimento característico da turbulência (Mellor & Yamada 1982; Hassid & Galperin 1983; Blumberg & Mellor 1987; Galperin et al. 1988; Kantha & Clayson 1994; Burchard & Petersen 1999; Umlauf & Burchard 2003; Ilicak et al. 2008). Independentemente do critério de classificação, é importante que a turbulência seja vista como uma entidade que pode ser produzida, dissipada e transportada através do escoamento, ainda que muitos modelos não incluam equações de transporte para a mesma.

4.5.4 Simulação numérica direta (DNS)

O modelo *Direct Numeric Simulation* (DNS) consiste em resolver as equações completas de Navier-Stokes para todos os pontos da malha e para todas as escalas temporais e espaciais do movimento. Sendo o escoamento turbulento sempre tridimensional e transiente, ele é caracterizado pela presença profusa de vórtices que ocupam uma larga faixa de escalas de comprimento e de tempo. Assim sendo, a resolução de todas as escalas requer refinamento

extremo, quer a nível de espaço quer a nível de tempo, o que fatalmente demanda um hiperbólico esforço computacional. Apesar da possibilidade de se prescindir desta metodologia em situações de escoamentos com baixos valores de número de Reynolds, como a DNS resolve diretamente as equações de Navier-Stokes sem a necessidade de decomposição na média de Reynolds, ela revela-se como sendo uma ferramenta relevante para análise qualitativa ou quantitativa do comportamento do escoamento, em particular quanto à sua transição ao estado turbulento. Pois a DNS simula todas as escalas espaciais e temporais. Portanto, a DNS pode ser interpretada como uma ferramenta de pesquisa, análoga a uma experiência de laboratório, a partir da qual se pode obter informação importante para a simulação do movimento turbulento. Hoje em dia muitos dos estudos fundamentais sobre a física da turbulência recorrem a DNS, em face da impossibilidade de medir determinados comportamentos a pequenas escalas.

4.5.5 Simulação numérica de grandes escalas (LES)

O *Large Eddy Simulation* (LES) é uma alternativa para simulação numérica de escoamentos turbulentos, no qual se faz o uso de um filtro que separa as grandes estruturas de turbulência, ou seja os grandes vórtices que transportam energia e quantidade de movimento, das pequenas estruturas, representadas pelos pequenos vórtices, onde prevalece a isotropia. O procedimento visa a redução de número de graus de liberdade e, por conseguinte, permitir a simulação de escoamentos com maior número de Reynolds em comparação com a técnica DNS. A simulação das grandes escalas, tal como a técnica DNS, envolve discretizações espaciais e temporais bastante mais refinadas que as do URANS, onde são resolvidas as equações de Navier-Stokes para os valores instantâneos, porém, apenas as escalas mais energéticas do escoamento. As pequenas escalas de comprimento e tempo, as quais têm um comportamento mais isotrópico e menos dependente de contornos físicos são, no modelo de resolução LES, interpretadas como sendo escalas submalha. A modelação destas pequenas escalas faz-se por meio de um modelo de turbulência denominado modelo submalha. Do ponto de vista de flutuações das variáveis, a técnica LES pode ser situada entre a técnica DNS, onde todas as flutuações são resolvidas, e a modelagem RANS, onde somente os valores médios são resolvidos, enquanto as flutuações são parametrizadas.

Avaliando as características das técnicas de modelação numérica apresentadas e, devido à restrição concernente à capacidade computacional dos computadores disponíveis aquando da realização do presente trabalho, todas as simulações numéricas efetuadas descuraram completamente das técnicas de modelação DES e LES.

4.6 Ambiente numérico. Discretização espacial

Tal como é importante a escolha do modelo de turbulência adequado ao fenómeno em estudo, também a escolha do método numérico usado para resolver as equações é de importância crucial na obtenção de resultados precisos. Existem diferentes métodos de discretização de equações de governo do escoamento de fluidos. Os mais notáveis são diferenças finitas, volumes finitos, e método dos elementos finitos. Para a simulação numérica do rotor cicloidal fez-se o uso da versão 16 do Software Ansys Fluent que usa o método dos volumes finitos. O método dos volumes finitos envolve a discretização da forma integral de equações de Navier-Stokes. O aspeto essencial do método é a integração num volume de controlo, onde a equação diferencial parcial é integrada em todo o domínio composto por uma distribuição de valores de controlo de integração. Os integrais de volume resultantes são convertidos em integrais de superfície usando a divergência.

Todas as simulações numéricas deste trabalho foram feitas considerando o “*pressure based solver*”, em que a equação da pressão é derivada das equações da continuidade e de quantidade de movimento, e não o “*density based solver*”. Sendo o método de resolução um processo iterativo, importa, em cada iteração, conhecer o quão grande são as mudanças ocorridas nas propriedades do escoamento em análise. Este aspeto é controlado através de fatores de sub-relaxação. A mudança computacional na variável $[\phi_e]$, $[\Delta\phi_e]$ é obtida pela Eqn (4.35) onde $[\beta_e]$ é o fator de sub-relaxação.

$$\phi_e = \phi_{eant} + \beta_e \Delta\phi_e. \quad (4.35)$$

Incrementos elevados nas propriedades de solução podem, por vezes, causar divergência. No entanto, fixar valores menores de fatores de sub-relaxação pode auxiliar a atingir a convergência. De uma forma geral, os valores do fator de sub-relaxação não afetam a precisão dos resultados. No entanto, valores baixos do fator de sub-relaxação exigem, normalmente, maior número de iterações para a obtenção da mesma solução.

No método dos volumes finitos os valores das propriedades são normalmente estabelecidos nos pontos nodais. Assim, o estabelecimento de valores nas faces exige interpolação. Em todas as simulações numéricas deste trabalho usou-se o esquema de discretização espacial “*upwind*” de segunda ordem. Sendo que a informação é propagada principalmente na direção do escoamento, é preferível um esquema de interpolação que use, para a célula em questão, informação das células a montante (Versteeg & Malalasekera 2007). O esquema “*upwind*” usa valores nodais das células a montante para os valores da face da célula em questão. Uma vez que as células que estão a montante do escoamento variam com a direção do escoamento, os nós que determinam o valor da face em questão mudam com a direção do escoamento. No Fluent o esquema de discretização espacial “*upwind*” usa uma abordagem de reconstrução

linear, multidimensional, para quantidades nas faces da célula. O valor da propriedade na face $[\phi_{ef}]$ é dado por

$$\phi_{ef} = \phi_e + \nabla\phi_e \cdot r_e \quad (4.36)$$

onde $[\phi_e]$ é o valor nodal da célula a montante, $[\nabla\phi_e]$ é o respetivo gradiente, e $[r_e]$ é o vetor deslocamento a partir do nó da célula a montante até o centróide da face. O Fluent apresenta três opções para a avaliação de gradientes e derivadas: *Green-Gauss Cell-Based*, *Green-Gauss Node-Based*, e *Least Squares Cell-Based*. Os métodos *Green-Gauss Node-Based* e *Least Squares Cell-Based* são, relativamente à precisão, superiores ao método *Green-Gauss Cell-Based*. Embora em malhas irregulares a precisão do método de *Least Squares Cell-Based* seja comparável à do *Green-Gauss Node-Based*, o método de *Least Squares Cell-Based* revela, relativamente ao cálculo, maior rapidez. O método de *Least Squares Cell-Based*, que assume variação linear da solução, foi usado em todos os casos de estudo numérico efetuado neste trabalho.

Relativamente ao esquema de interpolação da pressão, o Fluent dispõe de cinco opções: *standard*, *linear*, *second order*, *body force weighted*, e PRESTO. O esquema de interpolação *standard*, apresentado por defeito pelo Fluent, interpola os valores de pressão nas faces usando coeficientes da equação de quantidade de movimento (Rhie & Chow 1983). O esquema de interpolação Linear calcula a pressão na face como a média dos valores de pressão nas células adjacentes. Os esquemas de interpolação de segunda ordem, de ponderação pela força mássica e PRESTO são mais precisos que os esquemas de interpolação linear e de interpolação *standard*. Enquanto que o esquema de interpolação de ponderação pela força mássica é adequado nos casos em que as forças do campo são conhecidas à priori, o esquema de interpolação PRESTO é apropriado para escoamentos com gradientes de pressão elevados. Neste estudo considerou-se o esquema de interpolação de segunda ordem.

4.7 Acoplamento pressão - velocidade

No tocante às equações de continuidade e de quantidade de movimento, cada uma das componentes da velocidade, além de satisfazerem a equação de continuidade possuem a sua própria equação de transporte. E uma vez que as equações de continuidade e de quantidade de movimento são altamente não-lineares, não existe solução analítica simples. No caso de a pressão ser conhecida, podem usar-se as equações da quantidade de movimento para a determinação das componentes da velocidade. No entanto, além de não haver garantia que a continuidade seja satisfeita, a equação da continuidade não pode ser usada para a determinação da pressão. A resolução deste problema exige um esquema de acoplamento pressão - velocidade. No Fluent estão disponíveis quatro diferentes métodos para o

acoplamento pressão - velocidade, dos quais três são de tipo segregados: SIMPLE, SIMPLEC e PISO; e um acoplado (*Coupled*). Tanto o SIMPLEC como o PISO são versões modificadas do algoritmo SIMPLE (Versteeg & Malalasekera 2007). Neste estudo usou-se o *Coupled* para algoritmo de acoplamento pressão - velocidade.

4.8 Discretização temporal das equações

A forma integral da equação de transporte para uma variável $[\phi_e]$ assume a seguinte forma para escoamentos dependentes de tempo:

$$\int \frac{\partial \rho \phi_e}{\partial t} dV + \oint \rho \phi_e v \cdot dA_s = \oint \Gamma_{\phi_e} \nabla \phi_e \cdot dA + \int S_{\phi_e} dV, \quad (4.37)$$

Onde $[A_s]$ é o vetor de superfície, $[\Gamma_{\phi_e}]$ é o coeficiente de difusão da variável $[\phi_e]$, $[\nabla \phi_e]$ é o gradiente de $[\phi_e]$, e $[S_{\phi_e}]$ é o termo fonte de $[\phi_e]$ por unidade de volume. Usando um esquema de resolução baseado na pressão no Fluent, o valor da variável $[\phi_e]$ no próximo passo - tempo, indicado pelo nível de tempo $[n + 1]$, é avaliado através da discretização implícita da Eqn (4.37):

$$\int \frac{\partial \rho \phi_e}{\partial t} dV + \oint \rho^{n+1} \phi_e^{n+1} v^{n+1} \cdot dA_s = \oint \Gamma_{\phi_e}^{n+1} \nabla \phi_e^{n+1} \cdot dA + \int S_{\phi_e}^{n+1} dV, \quad (4.38)$$

A discretização temporal envolve a integração, ao longo do passo - tempo, de todos os termos na equação integral $[\Delta t]$, como é o caso da Eqn (4.38). A evolução temporal da variável $[\phi_e]$ é dada por

$$\frac{\partial \phi_e}{\partial t} = F_e(\phi_e), \quad (4.39)$$

onde a função $[F_e]$ incorpora qualquer discretização espacial. A discretização de segunda ordem é, no Fluent, dada por

$$\frac{3\phi_e^{n+1} - 4\phi_e^n + \phi_e^{n-1}}{2\Delta t} = F_e(\phi_e), \quad (4.40)$$

onde $[\phi]$ é uma quantidade escalar, $[n]$, $[n + 1]$, e $[n - 1]$ indicam valores nos níveis de tempo atual, futuro, e passado, respetivamente. A função $[F_e(\phi_e)]$ pode ser avaliada implicitamente ou explicitamente. No entanto, o esquema de resolução baseado na pressão apenas permite a integração implícita no tempo,

$$\frac{3\phi_e^{n+1} - 4\phi_e^n + \phi_e^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi_e^{n+1}), \quad (4.41)$$

A equação implícita é resolvida iterativamente, em cada nível de tempo, até que o critério de convergência ou o limite de iteração seja atingido para esse passo - tempo. O esquema implícito é incondicionalmente estável com relação ao tamanho de passo - tempo, para problemas lineares. Introduzindo entretanto algumas limitações para certas variáveis, isto é, definindo limites superior e inferior, o esquema fornece melhor estabilidade com o mesmo nível de precisão. No presente estudo utilizou-se a discretização implícita de segunda ordem.

4.9 Funções definidas pelo usuário (UDF)

Uma UDF (*user-defined function*) é uma função que, embora não esteja integrada na definição padrão do código, pode ser dinamicamente carregada pelo *solver*, neste caso Fluent, no sentido de reproduzir a física do problema que se pretende analisar. Portanto, UDF é uma forma de enriquecer os recursos padrão do código adaptando-o às necessidades do utilizador relativamente ao problema em análise. Os casos de estudo no presente trabalho, o perfil alar em movimento de oscilação e o rotor cicloidal em estado pairado, implicaram a conceção e a codificação de UDFs para a inclusão dos respetivos efeitos dinâmicos, nomeadamente os movimentos de oscilação e rotação segundo as leis de movimento associadas à dinâmica de ciclorotores (ver Anexo A5).

4.10 Geração da malha

O estudo numérico de problemas relativos ao escoamento de fluido exige, como anteriormente referido, a modelação da turbulência e a resolução das equações de governo por meio de discretização, seja espacial seja temporalmente. No entanto, estas exigências são necessárias mas não suficientes. O cálculo computacional exige, após a definição da geometria do problema a estudar, a discretização da geometria abrangendo todo o domínio computacional (malhas). Uma malha, seja ela estruturada ou não, quando desprovida de qualidade pode, tanto quanto um método numérico inadequado, prejudicar a precisão de resultados obtidos. A criação de uma boa malha depende de muitos fatores, tais como a geometria do problema, a estrutura do escoamento a modelar, e do número de Reynolds, entre outros. Uma malha de qualidade reduzida pode resultar em não convergência de solução ou numa convergência da solução completamente irrealista. De uma forma geral, considera-se uma malha boa se dela advêm resultados que mostram estar em boa concordância com os dados experimentais que, em muitos casos, são simplesmente desconhecidos. Assim sendo, são necessárias propriedades métricas

adicionais para a avaliação da malha quanto à sua qualidade. Normalmente, uma malha mais refinada conduz a resultados mais precisos. No entanto, além de ser de fácil geração, uma malha grosseira requer menos tempo computacional e, em geral, converge mais facilmente. Assim sendo, a malha grosseira é a que, para efeitos de simulação, mais frequentemente usada para alcançar rapidamente resultados iniciais, que servirão de suporte para a criação de uma malha mais refinada.

Como anteriormente referido, a camada limite que se desenvolve na proximidade de superfícies sólidas integra também vórtices de pequenas escalas. Uma descrição adequada desses vórtices é posta em causa quando as células, sendo muito largas, não captam apropriadamente os efeitos de pequena escala. Portanto, além de impossibilitar que o método de resolução capture os vórtices, uma malha grosseira pode permitir que os vórtices se difundam de uma forma não natural devido à difusão numérica. Não obstante, um outro parâmetro a ter em conta é a razão entre o lado mais longo e o lado mais curto de uma mesma célula, a razão de aspeto é considerada ideal quando assume valor igual a 1. Embora o valor ideal não seja prático, nem necessário em muitos casos, a razão de aspeto não deve exceder 10. Entretanto, em regiões onde o escoamento possui direção dominante, como é o caso da proximidade das paredes das pás do rotor cicloidal, é aceitável um valor muito mais elevado da razão de aspeto. A assimetria de uma célula é normalmente medida através da função adimensional “*Equiangle Skew*” que assume intervalo de valores de 0 (células equilaterais) para 1 (células degradadas). Valores abaixo de 0.25 e valores acima de 0.75 correspondem, respetivamente, a qualidade excelente e pobre.

Não raras vezes, a geometria do problema que envolve escoamento de um fluido integra partes que se movimentam relativamente a outras que, por sua vez, podem também estar em movimento, ou em repouso absoluto. Uma vez que, numericamente, analisar geometrias é analisar malhas, então aos movimentos relativos das geometrias correspondem movimentos relativos de malhas. Ora, o rotor cicloidal, cujas componentes se movimentam umas relativamente às outras, é, no presente trabalho, modelado com as chamadas malhas deslizantes. Relativamente a esta técnica, duas ou mais zonas têm de ser especificadas, cada uma limitada com pelo menos uma interface. Uma vez que umas zonas se movem relativamente a outras, o método de resolução atualiza a malha em cada passo - tempo.

Uma outra abordagem para o tratamento de subdomínios de cálculo com movimento relativo é o modelo MRF (*Multiple Reference Frame*). O modelo da estrutura de referência múltipla (MRF) é uma aproximação de estado estacionário em que zonas de células individuais movem a diferentes velocidades de rotação e/ou translação. O uso de referências múltiplas é relevante somente para escoamento em estado estacionário. No entanto, FLUENT pode permitir a resolução do escoamento em estado não-estacionário quando se usam estruturas de referências múltiplas. Neste caso, os termos não-estacionários são adicionados a todas as equações do governo. No entanto, deve-se verificar cuidadosamente os resultados obtidos por esta técnica

uma vez que para escoamento não-estacionário, o cálculo através da técnica de malhas deslizantes (*sliding mesh*) produz geralmente melhores resultados (Luo et al. 1994).

Na implementação do modelo MRF pelo FLUENT, o domínio do cálculo é dividido em subdomínios. Cada subdomínio pode estar em rotação e/ou translação em relação ao referencial inercial. As equações governantes em cada subdomínio são escritas em relação à referência desse subdomínio. Assim, o escoamento em subdomínios estacionários e em translação é governado por equações que são diferentes das que governam o escoamento em subdomínios rotativos. Uma das diferenças é a expressão das equações em termos de velocidade relativa. Além disso, a equação da quantidade de movimento em subdomínios rotativos inclui dois termos adicionais da aceleração: a aceleração de Coriolis e a aceleração centrípeta (Batchelor 2000).

Uma utilização potencial do modelo MFR é o cálculo do campo do escoamento que pode ser usado como condição inicial para cálculo com malhas deslizantes em estado não-estacionário. Isto pode eliminar a necessidade de um cálculo de inicialização.

Uma das limitações da estrutura de referência múltipla prende-se com a definição das interfaces que separam uma região em movimento relativamente a outras adjacentes. As interfaces devem ser orientadas de tal modo que a componente da velocidade da estrutura normal à fronteira seja nula. Esta condição requer, no caso do movimento de rotação, que as fronteiras sejam normalmente circulares. No caso do movimento de translação, tal condição requer que as fronteiras das zonas em movimento sejam paralelas ao vetor velocidade de translação.

4.11 Modelação numérica de perfis alares e de rotores cicloidais

A modelação numérica de casos considerados no presente trabalho envolve o caso de um único perfil alar em movimento de oscilação e o caso de rotores cicloidais nos domínios bidimensional e tridimensional. O estudo de um perfil alar em movimento de oscilação justifica-se pelo facto de o rotor cicloidal ser composto de perfis aerodinâmicos que oscilam enquanto rodam. Além disso, este estudo pode prover informações profícuas para a modelação de rotores cicloidais, seja ela bidimensional ou tridimensional, nomeadamente a adequação de escolha de modelo de turbulência bem como de todos os parâmetros físicos e matemáticos com efeitos na aferição de resultados, e verificação de qualidade da malha computacional usada no estabelecimento de geometria física das componentes integrantes do problema em questão e do meio envolvente. Por fim, a utilidade do estudo numérico do perfil alar em movimento de rotação revela-se por permitir uma melhor compreensão de fenómenos como a perda dinâmica, a formação e deslocação de vórtices, a separação e a recolagem do escoamento.

A modelação numérica do rotor cicloidal possibilita ainda a inclusão de um efeito que ocorre em escoamento curvilíneo sobre um corpo sólido como é o caso das pás do rotor cicloidal. Este efeito pode contribuir para a alteração da força gerada por uma pá em várias posições azimutais. Pois as pás do rotor cicloidal não se encontram em movimento retilíneo. Elas encontram-se em movimento orbital. Uma vez em movimento orbital, elas ficam a todo momento sujeitas ao escoamento curvilíneo. Ora, o comportamento de uma pá em movimento curvilíneo é muito diferente comparado ao comportamento dela quando imersa num escoamento retilíneo (Benedict et al. 2012). Esta diferença advém do facto de, nas diferentes posições ao longo da corda da pá, tanto a velocidade como o ângulo de ataque assumirem valores diferentes. Deste modo, uma pá simétrica e com zero graus do ângulo de picada num escoamento curvilíneo pode, em termos de comportamento, ser vista como se fosse uma pá curva imersa porém, num escoamento retilíneo. Este efeito é conhecido como cambrura virtual (Lee et al. 2013), Fig. 4.3. Este fenómeno aerodinâmico é comumente encontrado nas Turbinas de Vento de Eixo Vertical. Se um observador se imaginasse a viajar calmamente ao longo da corda de uma pá do ciclorotor enquanto ela descreve o seu percurso, ele não sentiria nenhuma diferença no ângulo de ataque e na velocidade do escoamento se o raio do rotor fosse infinito. Portanto neste caso não haveria efeito do escoamento curvilíneo, pois matematicamente, é válido considerar uma reta como curva de raio infinito. Por outro lado, mesmo se o raio do rotor tivesse qualquer dimensão finita, o mesmo observador só sentiria tal efeito caso houvesse uma dimensão não nula da corda da pá. Ou seja, se a pá se reduzisse a um ponto material, o efeito da curvatura do escoamento simplesmente não ocorreria. Pode dizer-se então que quando a corda da pá é muito pequena comparada ao raio de rotação do rotor, isto é, aproximando-se do caso do ponto material, o efeito pode ser desprezado. No entanto, é expectável que o efeito se torne relevante se a corda assumir dimensão considerável comparada ao raio, isto é, afastando-se do caso do ponto material. Assim, fica claro que as dimensões do raio do rotor cicloidal e da corda da pá influenciam a intensidade do efeito da curvatura do escoamento.

Pelo supracitado, facilmente se entende que as posições superior e inferior da órbita não têm as mesmas características aerodinâmicas porque nem o raio do rotor é infinito e nem a pá é um ponto material. Concomitantemente, a geração da força aerodinâmica pode, em cada posição orbital, ser beneficiada ou prejudicada repercutindo positivamente ou negativamente no desempenho do rotor ciloidal. Neste sentido, ciente de que o movimento das pás do rotor cicloidal é a sobreposição do movimento de rotação e do movimento de oscilação, importa neste momento questionar, pelo menos para o voo pairado, quanto à distribuição de velocidades ao longo da corda da pá em função da sua posição orbital, e em função das dimensões do raio do rotor e da corda da pá.

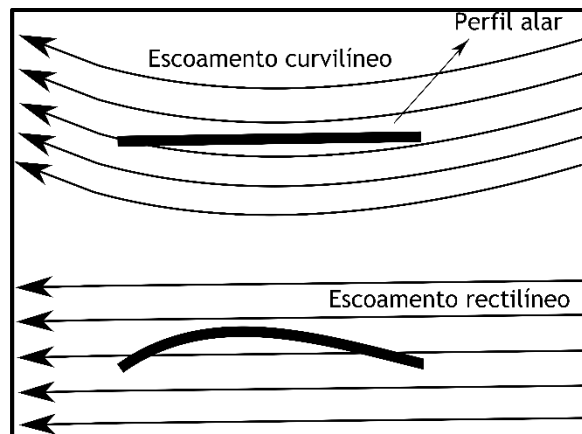


Figura 4.3: Representação esquemática da cambrura virtual num escoamento curvilíneo.

O domínio numérico que envolve o perfil alar integra duas regiões circulares, Fig. 4.4. A região interior, que é a região do perfil alar, além de se movimentar relativamente à região exterior, ela corresponde também à zona do domínio computacional com maior resolução. A elevada resolução justifica-se, como se sabe do superacitado, pela captura de vórtices de pequena escala nas proximidades da parede do perfil alar que, embora pequenos, introduzem efeitos significativos na obtenção e precisão de resultados. Assim, a região da pá inclui uma fina região para a camada limite concebida considerando, para o cálculo do espaçamento na parede, um $y^+ < 1$ (0.5). Sendo que a região do perfil alar se movimenta em relação à região exterior, havendo troca de informação entre as regiões modeladas através de uma interface de malhas deslizantes. A modelação do movimento relativo entre as regiões fez-se recorrendo à elaboração de um código (UDF) e à sua respetiva compilação pelo Fluent. Um pseudocódigo deste UDF é apresentado no fim desta secção. A superfície do perfil alar foi definida como uma parede sólida com a imposição da condição de não deslizamento. Entretanto, a fronteira do domínio exterior foi definida com as condições velocidade à entrada (velocity-inlets) ou pressão à saída (pressure-outlets).

Embora o rotor cicloidal seja composto por perfis alares que, no âmbito de rotores cicloidais, são referidos como pás, a sua modelação, seja bidimensional ou tridimensional, revela-se, em virtude de ter maior número de pás, como sendo um processo mais complexo. Diferentemente do domínio computacional, e do caso de um único perfil alar em movimento de oscilação, o domínio numérico do rotor cicloidal envolve três regiões: região das pás, região do rotor, e a região do ambiente, Fig. 4.5.

Enquanto que a região de cada pá descreve, relativamente à região do rotor, o movimento oscilatório, a região do rotor descreve, relativamente à região do ambiente, o movimento de rotação a uma velocidade de rotação constante $[\Omega]$. A região do ambiente, ao contrário das regiões das pás e do rotor, é sempre fixa.

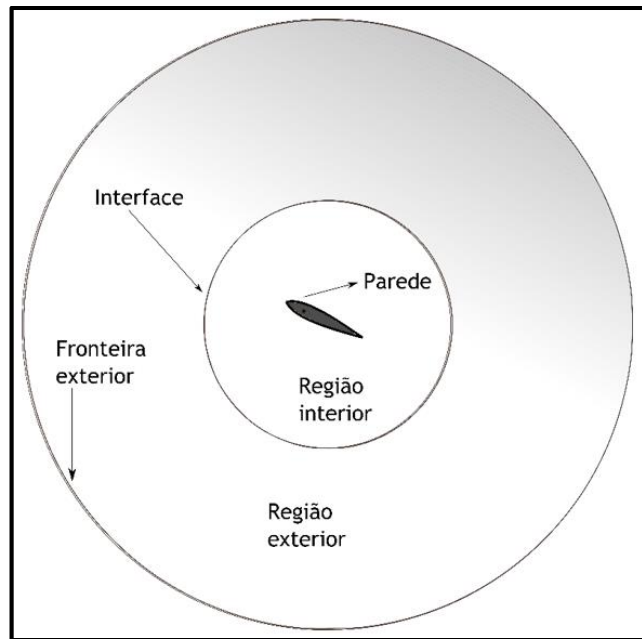


Figura 4.4: Representação esquemática da concepção do domínio computacional do perfil alar em movimento de oscilação.

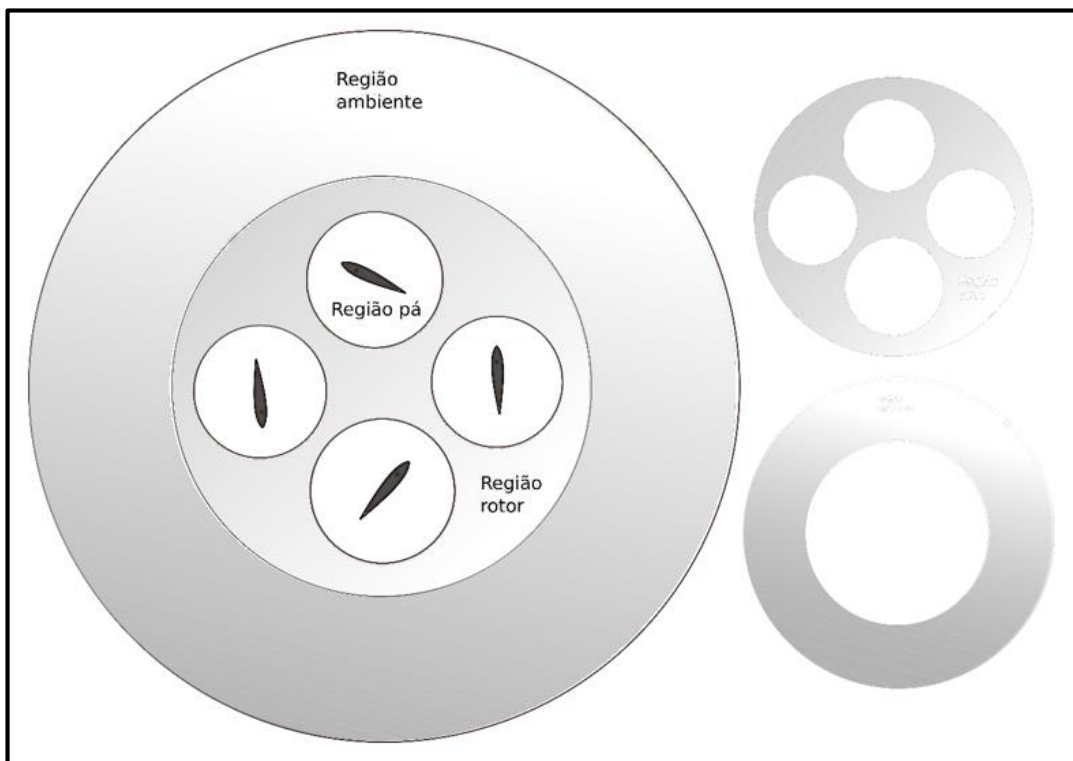


Figura 4.5: Representação esquemática da concepção do domínio computacional do rotor cicloidal.

Os movimentos relativos entre as regiões são definidos através de elaboração do código elaborado no âmbito desta tese (UDF) (Anexo 5). Entretanto, um pseudocódigo do código elaborado para o cálculo numérico de uma pá do ciclorotor é apresentado no fim desta secção. Assim como os domínios numéricos do rotor e do ambiente, os domínios numéricos das pás e do rotor trocam informação através de malhas deslizantes. Assim como as fronteiras do caso numérico do perfil alar, as superfícies das pás do rotor cicloidal foram definidas como uma parede sólida com a imposição da condição de não-deslizamento; e a fronteira do domínio exterior foi definida com as condições velocidade à entrada (*velocity-inlets*) ou pressão à saída (*pressure-outlets*).

O domínio tridimensional do rotor cicloidal envolve, em vez de regiões circulares bidimensionais, regiões cilíndricas tridimensionais e superfícies no espaço tridimensional. Embora a conceção do domínio tridimensional seja um processo muito mais complicado comparativamente ao caso bidimensional, pode-se, por analogia com o caso bidimensional, aferir quanto à comunicação entre as malhas e às condições de fronteira.

Pseudocódigo do UDF usado para a modelação numérica do movimento do perfil alar

- | | |
|--|---|
| <code>1.Amp</code> | Ler a amplitude de oscilação do perfil alar. |
| <code>2.freq</code> | Ler a frequência de oscilação do perfil alar. |
| <code>3.origin[0]</code>
<code>origin[1]</code>
<code>origin[2]</code> | Ler as coordenadas do ponto em torno do qual oscila o perfil alar. |
| <code>4.omega = amp*freq*</code>
<code>cos(freq * time)</code> | Calcular a velocidade angular de oscilação do perfil alar em torno do ponto pivô. |
| <code>5.retorna</code> | |

Pseudocódigo do UDF usado para a modelação numérica do movimento das pás do rotor cicloidal

1. `r, d, e, epsilon, L, psi0`

Ler os parâmetros geométricos do rotor cicloidal: raio do rotor cicloidal (r), a distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de controlo (d), a magnitude de excentricidade (e), o ângulo de fase de excentricidade (ϵ), o comprimento da barra de controlo (L), e a posição inicial da pá (ψ_0).
2. `omegac`

Ler a velocidade de rotação do rotor cicloidal.
3. `psi=omegac*(time+dttime)+psi0; Eqn(3.5)`

Calcular a nova posição da pá.
4. `origin[0] = r*cos(psi); Eqn(3.31)`
`origin[1] = r*sin(psi); Eqn(3.32)`
`origin[2] = 0.0`

Calcular a variação temporal das coordenadas da região da pá.
5. `(dtheta/dpsi)*Omega; Eqn(3.11)`

Calcular a velocidade angular de oscilação da pá em torno do ponto pivô.
6. `retorna`

Capítulo 5

Sistemas dinâmicos e caos em ciclorotores

Este capítulo descreve o comportamento de sistemas dinâmicos e a proposta da sua aplicação a ciclorotores. O capítulo inclui algumas técnicas matemáticas de análise do comportamento de sistemas dinâmicos, nomeadamente a Transformada Rápida de Fourier (FFT), o teorema de reconstrução de Takens, e o mapa de Poincaré. Estas ferramentas possibilitam a análise do comportamento dos vórtices que também são estruturas dinâmicas. Assim, a partir da análise matemática apresentada ao longo deste capítulo, é possível saber se o comportamento dinâmico dos vórtices desenvolvidos em torno de um perfil alar é periódico, quasiperiódico, caótico, ou aleatório. Portanto, pretende-se com este capítulo, identificar as ferramentas de análise de sistemas dinâmicos a fim de compreender a natureza da dinâmica de vórtices num escoamento para então, se possível, atuar sobre o próprio escoamento. No caso do rotor cicloidal, a atuação sobre o escoamento visa alterar a dinâmica dos vórtices de modo a obter-se um melhor desempenho aerodinâmico. A proposta da alteração da dinâmica do escoamento é feita com o controlo harmónico de alta frequência (HHC). Esta técnica tem sido aplicada em rotores de helicópteros com o objetivo essencial de reduzir a vibração. Assim, são apresentados ao longo deste capítulo alguns casos de aplicação desta técnica em helicópteros. O capítulo encerra com a proposta e análise teórica do controlo harmónico para o caso da sua aplicação ao rotor cicloidal.

5.1 Comportamento de sistemas dinâmicos

As quantidades físicas que descrevem o comportamento de um sistema dinâmico variam em função do tempo. E uma vez que variam com o tempo, o modelo matemático que descreve o comportamento das variáveis de um sistema com um comportamento dinâmico envolve inevitavelmente equações diferenciais. Assim, a análise da natureza do comportamento dinâmico de um sistema é uma análise de soluções das equações diferenciais que descrevem esse sistema. Por outro lado, as soluções das equações diferenciais que modelam o

comportamento dinâmico de um sistema podem ser expressas como curvas no espaço. Portanto, um sistema dinâmico pode então ser representado por um conjunto de pontos que são soluções de equações diferenciais que modelam esse sistema dinâmico. Cada um desses pontos representa um estado do sistema dinâmico. E o espaço formado por todos os estados do sistema dinâmico é denominado espaço de fases. A título de exemplo, a Fig. 5.1 representa um espaço de fases de um sistema dinâmico definido por três equações diferenciais ordinárias: $\frac{dx}{dt} = -(y + z)$, $\frac{dy}{dt} = x + 0.2y$, e $\frac{dz}{dt} = 0.4 + xz - 5.7z$. Este sistema foi estudado por Rossler (Rössler 1976).

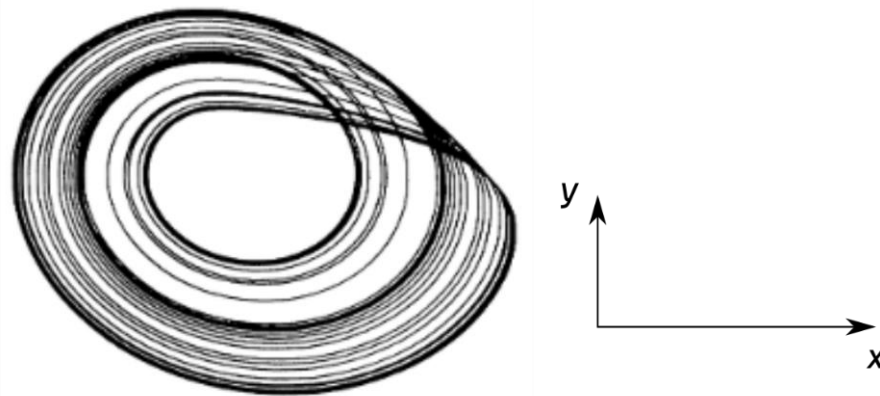


Figura 5.1: Projecção do espaço de fases de um sistema dinâmico no plano (x, y) (Rössler 1976)

A evolução temporal de um sistema dinâmico a partir de um estado (um ponto no espaço de fases) para outro estado (outro ponto no espaço de fases), pode ser identificada através de uma trajetória no espaço de fases. Normalmente esta trajetória define uma órbita no espaço de fases, Fig. 5.1. Assim, o espaço de fases possibilita uma descrição qualitativa da evolução temporal de um sistema dinâmico. Esta descrição propicia em vários casos a previsão da tendência de uma trajetória, no espaço de fases, ser usada quando um sistema dinâmico parte de um ponto para outro ponto. Ou seja, quando o sistema evolui de um estado para outro estado. Por outras palavras, o espaço de fases torna possível descrever a tendência que cada órbita, isto é, o trajeto de um estado ao outro, tem de percorrer (Broer & Takens 2011). Tratando-se de sistemas dissipativos, as órbitas tendem a aproximar-se de um pequeno conjunto de pontos, isto é, estados. Este conjunto de estados constitui regiões limitadas do espaço de fases para as quais as trajetórias convergem. Tais regiões são chamadas de atractores (Milnor 1985). Assim atractores são, de uma forma geral, conjuntos para os quais convergem as soluções de um sistema dinâmico. Por exemplo, o atrator de uma bola rolando sobre uma superfície com atrito é a velocidade nula. Isto é, esse sistema caminha sempre para um estado de repouso relativamente à superfície. Ou, se abandonarmos uma esfera numa superfície parabólica, a esfera sempre tenderá para um ponto fixo no fundo da superfície. Este ponto fixo

é o atrator para esse sistema. No entanto, o ponto fixo pode não ser o atrator. A mesma esfera pode ser colocada num ponto fixo no topo de uma superfície convexa e ficar em repouso nesse ponto. No entanto se abandonarmos a esfera a partir de um ponto qualquer da superfície convexa ela não tenderá ao ponto situado no topo da superfície convexa, Fig. 5.2. Portanto, fica claro que um atrator pode ser um ponto fixo mas, um ponto fixo não é necessariamente um atrator.

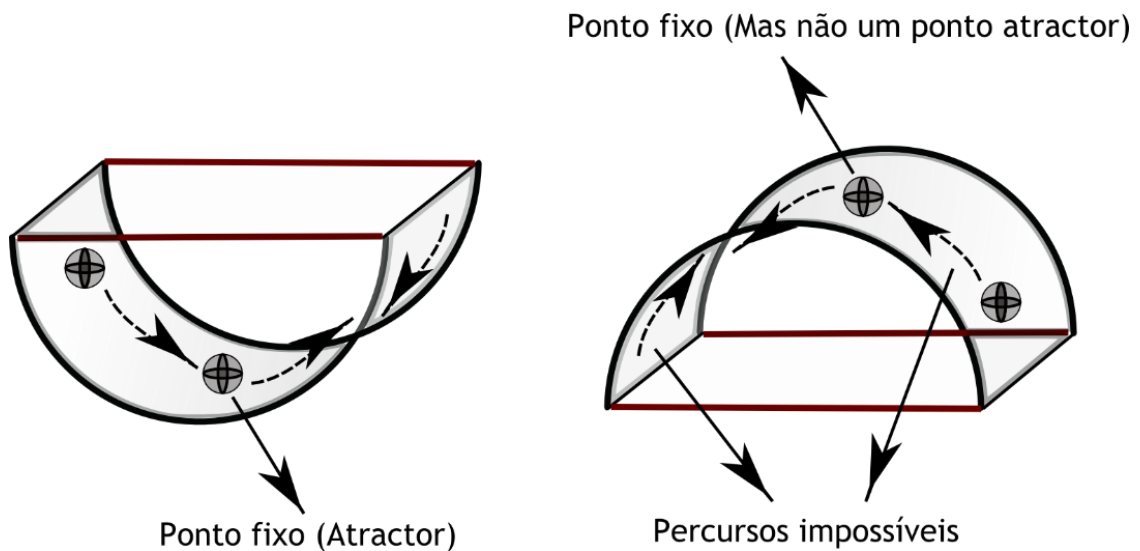


Figura 5.2: Ilustração de sistemas dinâmicos onde o ponto fixo pode ser ou não um atrator.

Considere-se um sistema dinâmico modelado por equações diferenciais que envolvem as variáveis independentes x, y , e z . Neste caso, cada estado desse sistema depende dos valores de cada uma das coordenadas. Assim, a dimensão do espaço de fases prende-se com o número de variáveis necessárias para especificar o estado do sistema. No entanto, não raras vezes, não estão disponíveis todas as variáveis do sistema de equações que modelam um sistema dinâmico. Além disso, muitas vezes, mesmo que se disponha de todas as variáveis, a resolução das equações diferenciais que modelam o sistema encontra-se comprometida devido à complexidade matemática das equações. É de extrema importância notarmos que em problemas reais tem-se amiúde uma série temporal de dados experimentais, ou numéricos, em que não se sabe de antemão qual a forma de equações diferenciais que governam a evolução destes dados. Ou seja, desconhece-se o comportamento de todas as variáveis que determinam o comportamento de um sistema dinâmico. Portanto, não raras vezes, deparamos com sistemas dinâmicos com déficit de informação das variáveis que descrevem esse sistema. Ora, se não se dispõe da informação de todas as variáveis que determinam o comportamento de um sistema dinâmico, então não se pode construir o espaço de fases desse mesmo sistema dinâmico. E sem

o espaço de fases de um sistema dinâmico torna-se difícil analisar o comportamento dinâmico desse sistema.

A pergunta que excita a curiosidade é se é possível auferir, ao menos qualitativamente, sobre o comportamento do sistema dinâmico nas situações de complexidade matemática e/ou de informação incompleta sobre todas as variáveis que definem o estado do sistema dinâmico. Por outras palavras, dispondo-se da informação do comportamento de apenas uma das variáveis que definem um sistema dinâmico, obviamente aquela que é conhecida, importa saber se é possível aferir com segurança acerca do comportamento dinâmico deste sistema. Um exemplo é o caso dos dados obtidos através da simulação numérica usando CFD, por exemplo para a força de sustentação de um perfil alar em movimento de oscilação. Normalmente esses dados são função do tempo. Portanto, normalmente não se trabalha com o comportamento da força de sustentação em cada coordenada espacial x ou y do perfil alar. Este problema é ultrapassado pelo Teorema de Reconstrução de Takens. Este teorema mostra como reconstruir o sistema dinâmico cujo estado é definido por várias variáveis x, y , e z , a partir da observação do comportamento, em relação ao tempo, de uma variável desse sistema. Assim, o teorema de Takens permite analisar o comportamento de um sistema dinâmico dependente, por exemplo, das coordenadas espaciais x, y , e z , a partir apenas da informação sobre o comportamento de uma única variável do estado relativamente à variável tempo. Ou seja, a partir da série temporal de uma única variável (Rand & Young 1981). Assim, o espaço de fases do sistema dinâmico que é impossível de ser construído devido a não conhecimento do comportamento de todas as variáveis que definem cada estado desse sistema, pode ser reconstruído a partir do teorema de Takens. A Fig. 5.3 mostra a reconstrução do atrator no espaço de fases $\left[x, \frac{dx}{dt}\right]$ do sistema dinâmico representado na Fig. 5.1 no espaço de fases $[x, y]$.

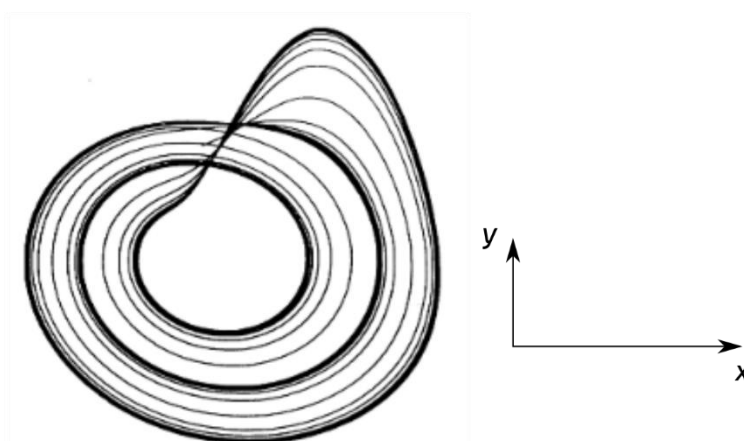


Figura 5.3: Reconstrução do atrator no espaço de fases $\left[x, \frac{dx}{dt}\right]$ do sistema dinâmico representado na Fig. 5.1, a partir da série temporal (Packard et al. 1979).

Embora a reconstrução do espaço de fases não preserve a forma geométrica do sistema dinâmico no espaço de fases que seria construído nas x, y , e z , ela preserva as propriedades do sistema dinâmico que não mudam com mudanças suaves de coordenadas (Shalizi 2006). Assim mostrou-se que o estado para o qual converge o comportamento de um sistema dinâmico no espaço de fases $[x, y, z]$ (atractor original no espaço de fases $[x, y, z]$) e o estado para o qual converge o comportamento de um sistema dinâmico no espaço de fases $[x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}]$ (atractor reconstruído no espaço $[x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}]$) são topologicamente equivalentes (Monteiro 2011). Portanto, a partir da evolução temporal de uma única variável de um sistema dinâmico, podem determinar-se as características do atractor e, conseqüentemente, caracterizar o comportamento do sistema dinâmico. Ora, a partir de agora fica evidente que a análise do comportamento de um sistema dinâmico, através do atractor no espaço de fases $[x, y, z]$, prende-se com a análise do correspondente atractor no espaço de fases $[x, \frac{dx}{dt}, \frac{d^2x}{dt^2}]$. O teorema de Takens será aplicado, no capítulo 8, para a análise do comportamento dinâmico dos vórtices do escoamento em torno de um perfil alar em movimento de oscilação.

Um atractor pode ser um ponto fixo, um número finito de pontos, um ciclo limite, um toro limite, ou um atractor estranho (Taylor 2011). O ponto fixo significa que as soluções do sistema dinâmico convergem para ele. As soluções podem convergir para um conjunto de pontos de forma sequencial. Cada um destes pontos é denominado ponto periódico. No caso de as soluções convergirem periodicamente para uma curva fechada e isolada no espaço, o atractor denomina-se ciclo limite, e a curva fechada de órbita periódica, Fig. 5.4 (Tsatsos 2006). No entanto o ciclo limite torna-se num toro limite quando o sistema apresenta periodicidade irregular, originando um comportamento quasiperiódico "quasiperiodic" (Crutchfield et al. 1986).

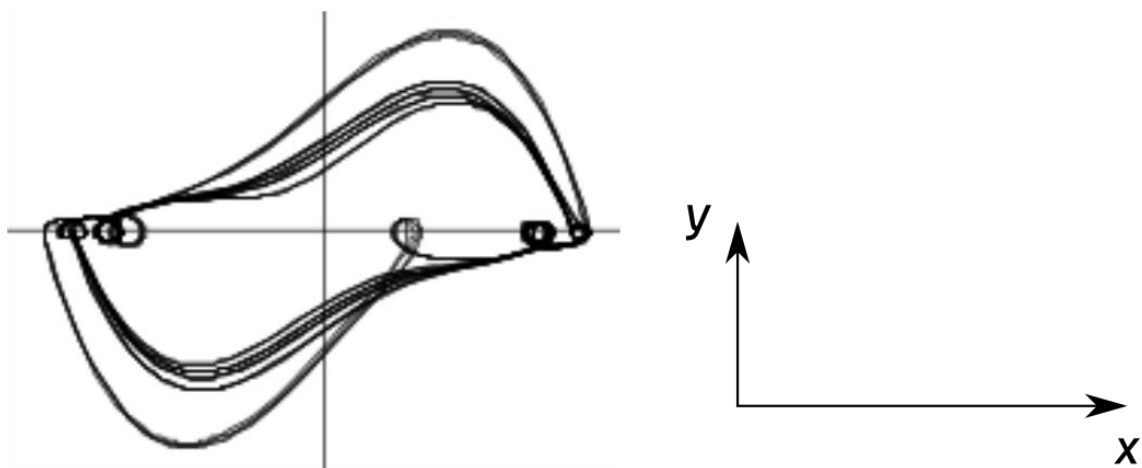


Figura 5.4: Ilustração de um atractor ciclo limite (Tsatsos 2006).

Um atrator estranho é um atrator que exibe estrutura fractal (Moon 1992), isto é, uma figura geométrica com padrão repetitivo que revela detalhes numa escala infinitesimal. Quando o atrator estranho exibe uma alta dependência relativamente às condições iniciais, de tal modo que pequeníssimas variações nas condições iniciais levem a grandes diferenças nos resultados futuros dificultando, por conseguinte, a previsão de tais estados, tal atrator estranho é dito caótico. O atrator de Lorenz é considerado o paradigma de caos, Fig. 5.5 (Sprott 2009). Não obstante, dois pontos iniciais arbitrariamente próximos num atrator caótico resultam, depois de várias iterações, em dois pontos arbitrariamente distantes um do outro e depois de vários outros números de iterações, em dois pontos arbitrariamente próximos um do outro. Assim o sistema dinâmico caótico é, embora globalmente estável, localmente instável, uma vez que embora os pontos próximos divirjam um do outro, eles estão sempre sujeitos aos limites do atrator.

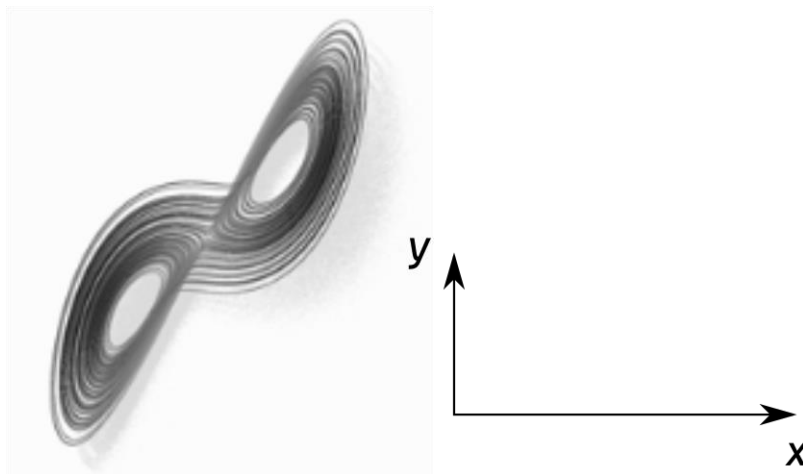


Figura 5.5: Representação de uma projeção do atrator de Lorenz (Sprott 2009).

Uma vez analisado o comportamento de sistemas dinâmicos num espaço providenciado pelo Teorema de Reconstrução de Takens, resta usar as ferramentas matemáticas para a identificação e discernimento de tal comportamento. Assim, na próxima secção apresenta-se o método da análise de sistemas dinâmicos que, neste caso, se prende com o chamado mapa de Poincaré.

5.2 Análise de sistemas dinâmicos com Mapa de Poincaré

No espaço de fases, a trajetória de um sistema dinâmico que começa num ponto e, após um certo tempo, retorna ao mesmo ponto, é claramente uma trajetória fechada com período de

fluxo igual ao tempo decorrido (Khalid et al. 2015). Assim, se o sistema retornar ao mesmo ponto após $[n_c]$ ciclos, a resposta será periódica de ordem $[n_c]$. Concomitantemente se o sistema retornar ao mesmo ponto após um, dois, ou três ciclos, a resposta será periódica de primeira, segunda, ou terceira ordem, respetivamente. No entanto, à medida que $[n_c]$ cresce, aumenta a dificuldade em constatar se uma órbita fecha ou não e, caso feche, torna-se complexo determinar o número de ciclos decorrido antes do fecho. Neste sentido, é essencial um método mais confiável para a análise das órbitas.

Poincaré, matemático, físico e filósofo da ciência, mostrou que é possível analisar as soluções de equações diferenciais a partir de uma análise de pontos discretos. Ou seja, é possível estudar sistemas dinâmicos contínuos a partir de sistemas dinâmicos discretos. Assim, o estudo da estabilidade de uma órbita periódica reduz-se à estabilidade de pontos fixos (Poincaré 1899). Geometricamente, estes pontos fixos são obtidos pela intersecção de um plano com as curvas do espaço de fases. O plano e os correspondentes pontos de intersecção são, respetivamente, denominados de secção de Poincaré e mapa de Poincaré. Matematicamente, tal mapa é definido pela Eqn. (5.1). Assim, o mapa de Poincaré $[\vec{P}_c]$ relaciona a sequência de pontos $[\vec{x}_q]$ com que um fluxo intersecta uma secção de Poincaré $[S_c]$ que, por sua vez, é transversal ao fluxo, Fig.5.6.

$$\vec{x}(q + 1) = \vec{P}(\vec{x}(q)) \quad (5.1)$$

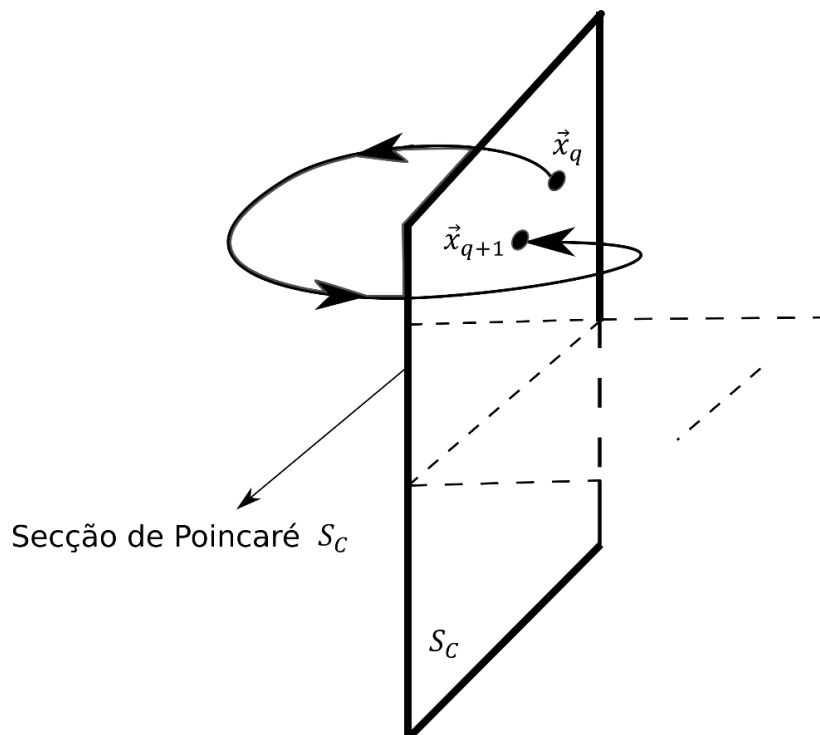


Figura 5.6: Secção de Poincaré $[S_c]$.

Analisando a equação do mapa, constata-se que o mapa toma um ponto inicial e o mapeia durante um intervalo temporal correspondente à próxima intersecção. Assim numa projeção bidimensional do espaço de fase, a órbita periódica de ordem $[n_c]$ é reduzida a $[n_c]$ pontos na secção de Poincaré. Concomitantemente as órbitas periódicas de primeira, segunda, ou terceira ordem são reduzidas a um, dois, ou três pontos, respetivamente. Portanto, respostas periódicas correspondem a um número finito de pontos discretos na secção de Poincaré. Um número infinito de pontos alocados sobre uma curva fechada corresponde a respostas quasiperiódicas “quasiperiodic” (Marzouk 2009). Pelo contrário, uma resposta caótica não corresponde a nenhum dos casos anteriores, pois, como é obviamente expectável pelos aspetos supracitados, a resposta caótica normalmente exhibe estrutura fractal. Com o fito de analisar as respostas de um sistema dinâmico, o presente trabalho inclui a elaboração de um programa computacional capaz de gerar o mapa de Poincaré. Este programa é apresentado em anexo ao presente trabalho (anexo A6).

Uma vez que os dados evoluem com o tempo, as secções de Poincaré devem ser geradas a cada período de excitação do sistema. No entanto, a frequência de oscilação das variáveis do sistema pode não estar fundamentalmente sincronizada com a frequência de excitação do sistema. Além disso, a oscilação das variáveis do sistema pode incluir fortes componentes de oscilação que possuem frequências diferentes da frequência de excitação. No caso do escoamento em torno de um sólido, estas componentes de forte intensidade podem estar relacionadas com interação dos vórtices na esteira e, conseqüentemente, com o fenómeno da deflexão da esteira (Khalid et al. 2014). Assim e com a finalidade de apurar estas informações, isto é, de obter as frequências das componentes da oscilação das variáveis do sistema, considera-se o espectro destas variáveis a partir da Transformada Rápida de Fourier.

A Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática que na sua essência expressa uma variação no domínio temporal $[t]$ numa variação no domínio da frequência $[f]$ (Sneddon 1995). Portanto, esta ferramenta matemática ao ser aplicada a uma variável real temporalmente contínua $[h(t)]$, transforma-a numa variável complexa função da frequência $[H(f)]$. E, sendo uma variável complexa, ela é expressa pela sua amplitude e fase. Por outras palavras, a transformada de Fourier permite interpretar um sinal complexo no tempo pela sua decomposição numa série de sinais mais simples com as respetivas frequências e amplitudes (Folland 1992). No entanto, nem sempre um fenómeno é expresso de forma contínua no tempo. Muitas vezes está-se perante fenómenos representados por valores discretos no tempo. Neste caso, sendo que esta transformada atua sobre dados discretos, ela é então denominada de transformada discreta de Fourier (DFT) (Blahut 1985). O seu cálculo faz-se recorrendo a um algoritmo que, pela sua eficiência, é denominada de transformada rápida de Fourier (FFT) (Cooley, J., and Tukey 1965).

5.3 A equação de Van der Pol

A equação de Van der Pol representa um sistema em oscilação com um termo de amortecimento não linear. O comportamento temporal de tais sistemas é descrito pela equação diferencial de segunda ordem, Eqn (5.2). A principal característica dos sistemas que permitem a modelação pela equação de Van der Pol é a existência de um atrator em forma de ciclo limite no espaço de fases associado. Independentemente da amplitude inicial do movimento destes sistemas, o diagrama de fases sempre tende para uma única curva que corresponde à solução periódica quando o tempo tende ao infinito. Portanto neste espaço, condições iniciais que impliquem amplitudes maiores do que a estabelecida no ciclo limite resultam em respostas positivamente amortecidas, pelo que as amplitudes decaem gradualmente até atingirem o valor de equilíbrio. Por outro lado, condições iniciais que impliquem amplitudes menores do que a estabelecida no ciclo limite resultam em respostas que são negativamente amortecidas, ou seja as respostas são amplificadas. Neste caso as amplitudes crescem até atingirem o valor limite (Thornton & Marion 2012).

$$\frac{d^2 x_v}{dt^2} - \alpha_v(1 - x_v^2) \frac{dx_v}{dt} + x_v \quad (5.2)$$

O termo $[\alpha_v(1 - x_v^2)]$ é o termo correspondente ao amortecimento não linear. O amortecimento assume valores negativos para pequenas amplitudes de movimento caracterizando o sistema como acreativo; e assume valores positivos para grandes amplitudes de movimento caracterizando o sistema como dissipativo. No caso de $[\alpha_v]$ assumir valor nulo, tem-se o oscilador harmónico simples.

5.4 Aplicação do controlo harmónico de alta-frequência em helicópteros

Um fator que limita a aplicação dos helicópteros é o alto nível de vibração e de ruído. Uma das tecnologias que é usada para o controlo das vibrações é o chamado controlo harmónico de alta-frequência (HHC - *Higher Harmonic Control*). O HHC é uma tecnologia de controlo ativo que permite reduzir os níveis de vibração do helicóptero. O sistema de controlo detecta vibrações originadas pelas forças aerodinâmicas que atuam nas pás do rotor e aplica, nestas pás, um movimento de picada harmónico de alta-frequência e com pequenos ângulos. O movimento harmónico é aplicado de modo a que o seu efeito suprima, ou reduza, a excitação aerodinâmica e, conseqüentemente, reduza o nível de vibração e ruído.

As principais componentes da força que atua nas pás do rotor são periódicas e de frequência igual à taxa de rotação do próprio rotor e das suas harmónicas. Um por revolução, ou "1P", são

as forças de frequência igual a frequência de rotação do rotor (Bramwell 1976). As harmônicas são então múltiplas de "1P". Assim 2P, 3P, 4P e assim sucessivamente é a segunda, terceira, e quarta harmônica, respetivamente. Para o helicóptero OH - 6 A, o rotor roda em média 483 RPM ou 8.05 Hertz. Assim, a frequência da segunda harmônica é 16.1 Hertz, a da terceira harmônica é 24.15 Hertz, e assim sucessivamente. Portanto, 1P, 2P, 3P são múltiplos da velocidade de rotação do rotor. Em voo o rotor do helicóptero opera a uma velocidade de rotação quase constante, variando menos que 2%. Dado que a velocidade de rotação do rotor varia ligeiramente com o tempo, então as frequências associadas às harmônicas também variam em quantidades muito pequenas com o tempo (Martinus 1990).

A causa principal das forças vibratórias nas pás do rotor é a carga assimétrica nas pás durante o movimento de avanço do helicóptero. O voo de avanço faz com que as pás do rotor experimentem mudanças constantes do fluxo de ar. Estas mudanças criam uma variação periódica do ângulo de ataque na secção das pás do rotor. Além disso, cada pá interage com os vórtices libertados por outras pás do rotor. A variação da carga do ar e o escoamento não-uniforme de entrada causam a vibração das pás do rotor. Mais ainda, para velocidades de avanço elevadas as pás do rotor em retração experimentam perdas (*stall*), e as pás do rotor em avanço experimentam efeitos de compressibilidade (Prouty 1986). O rotor é a principal fonte de vibração num helicóptero. Estas vibrações são causadas essencialmente a uma única frequência. Os sistemas ativos de supressão das vibrações podem contrariar as vibrações de uma determinada frequência. O sistema HHC reduz a vibração pela modificação da excitação da carga aerodinâmica. Este sistema de controlo de vibrações, que envolve o uso de computadores, monitoriza continuamente as variações causadas pelo rotor e suprime-as através da picada das pás do rotor. O nome do sistema HHC adveio precisamente do facto de a frequência de picada das pás ser um múltiplo da frequência de rotação do rotor. O sistema HHC funciona através do disco oscilante, que é uma parte do sistema de controlo do helicóptero. O disco oscilante transmite informações de entrada a partir da estrutura estacionária ou fuselagem para a estrutura rotativa ou rotor. O disco é oscilado através de atuadores fixos à fuselagem com variações contínuas de amplitude, frequência, e fase. Determinadas combinações destes parâmetros podem resultar em reduções significativas de vibrações. O disco é oscilado a uma frequência igual ao produto entre o número de pás do rotor e a velocidade de rotação do rotor.

Existem vários modos do movimento do disco oscilante: lateral, longitudinal, e coletivo. O modo lateral refere-se à inclinação lateral do disco oscilante (*side-to-side direction*). O modo longitudinal refere-se à inclinação do disco oscilante na direcção longitudinal (*fore and aft direction*), e o modo coletivo refere-se ao movimento coletivo do disco oscilante ou somente ao movimento vertical de subida e descida (*up and down direction*).

Os primeiros testes de voo usando este conceito foram realizados pela empresa Bell com um helicóptero UH – 1A, com um rotor semi-rígido de duas pás. Testou-se um sistema passivo simples que gerava a segunda harmónica (2/rev) em 1960 (Wernicke & Drees 1963). No entanto, suspeitava-se que a variação do ângulo de picada da harmónica não estava na fase correta para a obtenção do máximo benefício. A Fig. 5.7 mostra a montagem do sistema HHC no UH – 1A. As amplitudes e os ângulos de fase em relação ao ângulo azimutal das pás foram ajustados com o helicóptero em voo.

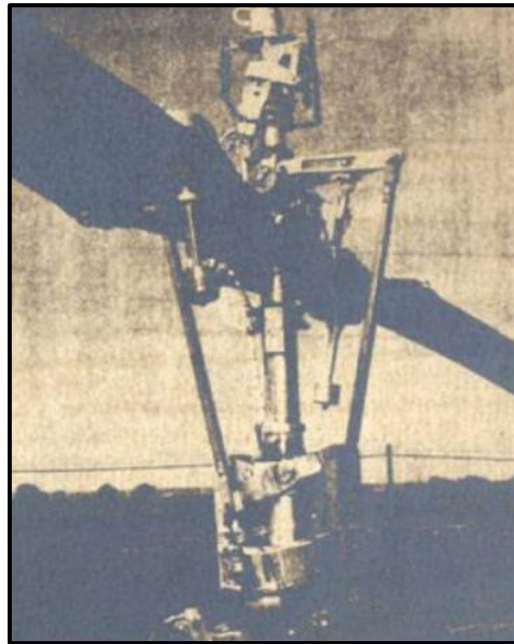


Figura 5.7: Montagem do sistema HHC no veículo de teste UH – 1A (Wernicke & Drees 1963).

Mais de 20 anos após os testes de voo da empresa Bell, a NASA e o exército dos Estados Unidos (US Army) realizaram conjuntamente testes num helicóptero OH – 6A, de quatro pás, com um rotor articulado (Wood et al. 1985; Wood & Powers 1980). O objetivo do estudo foi reduzir o conteúdo da vibração na fuselagem usando uma harmónica de frequência 3 – 5/rev. O teste realizado em 1982 com o helicóptero OH – 6A foi o primeiro caso de teste da aplicação de HHC bem-sucedido. A amplitude da HHC foi mantida constante a 0.5° e a fase foi variada. Concluíram que a configuração de controlo ótima para o caso em estudo foi de 0.22° de amplitude e 30° de fase. Estes valores foram obtidos manualmente, alterando primeiro a fase e depois a amplitude. Desta forma, um dos fatores que dificulta a precisão dos valores são as flutuações estocásticas durante as medições. Embora esta forma de regulação não tenha cancelado todas as vibrações, a redução de vibração resultante da componente da força normal foi bastante satisfatória (Kessler 2011). A Fig. 5.8 mostra o sistema HHC no helicóptero OH – 6A. Vários estudos sobre

o projeto dos componentes mecânicos do sistema HHC foram então delineados (Wood et al. 1978; Wood & Powers 1980). Os autores estimaram um peso para o sistema HHC de 0.5% do peso do helicóptero.

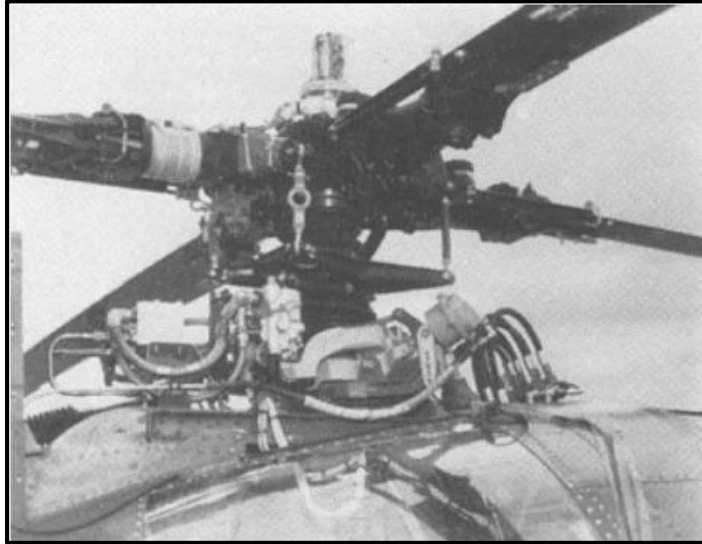


Figura 5.8: Montagem do sistema HHC no veículo de teste OH – 6A (Wood et al. 1985).

5.5 Proposta de conceito do controlo harmónico de alta-frequência em rotores cicloidais

Dadas as vantagens obtidas pelo controlo harmónico de alta-frequência usado em helicópteros, estamos interessados em averiguar qual é o efeito sobre o desempenho do rotor cicloidal se for imposto um movimento harmónico, de pequena amplitude, nas pás do rotor cicloidal. Sabe-se que a força aerodinâmica depende das características geométricas do corpo e das características da camada do fluido que se desenvolve nas proximidades da superfície desse corpo (Batchelor 2000). Deste modo, o mesmo corpo sólido pode, em virtude da alteração do campo do escoamento, gerar diferentes valores da força aerodinâmica. Assim sendo, pretendemos analisar a situação em que as pás do rotor cicloidal vibram ao descreverem o tradicional percurso cicloidal.

A configuração das pás do rotor cicloidal é diferente da configuração das pás do rotor dos helicópteros. Esta diferença da disposição geométrica das pás causa diferenças em termos do comportamento das variáveis do escoamento em cada ponto da pá. Por exemplo, para o caso dos rotores cicloidais, a velocidade dos pontos da pá ao longo da envergadura não varia. Isto acontece porque cada ponto da pá ao longo da envergadura situa-se à mesma distância do eixo de rotação do rotor, e do eixo de picada da pá.

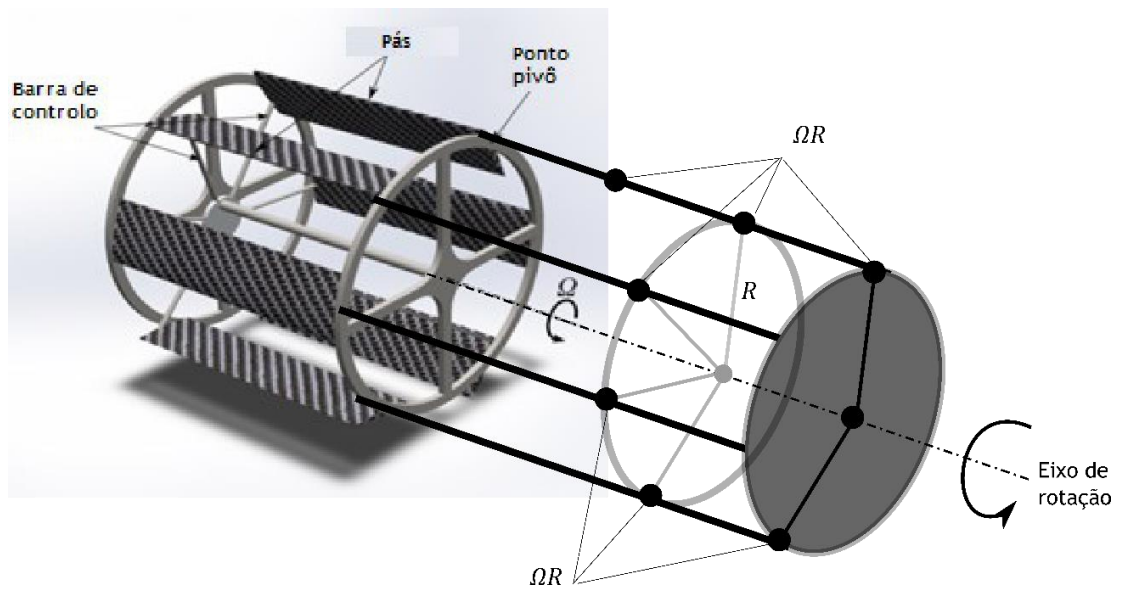


Figura 5.9: Representação das pás de um rotor cicloidal. Velocidade constante ao longo da envergadura da pá.

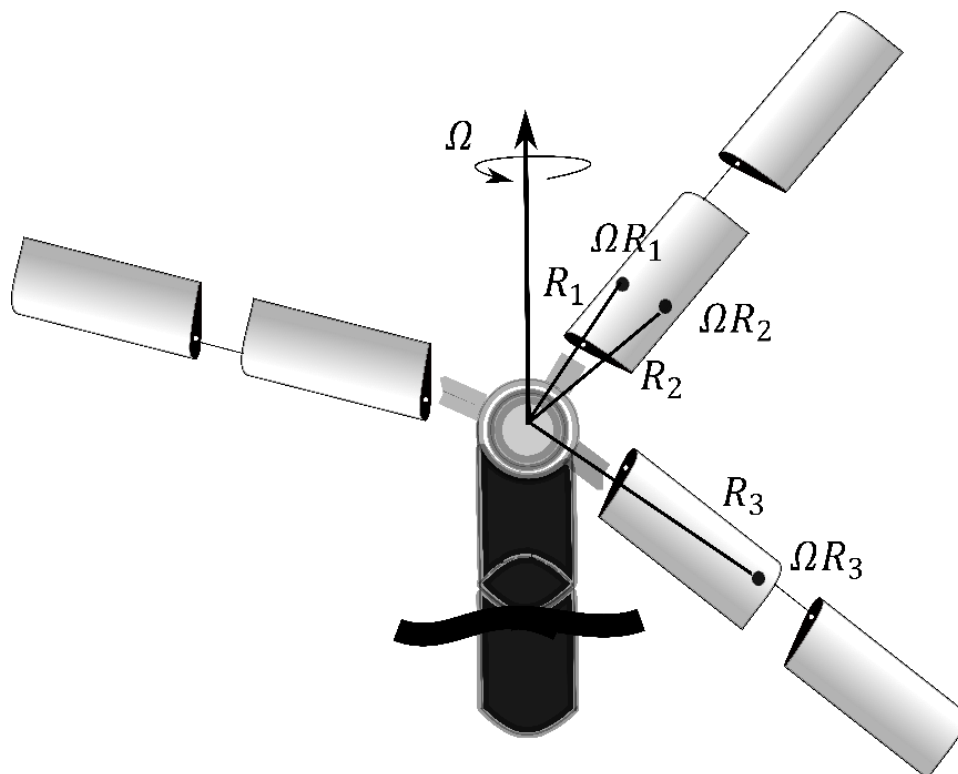


Figura 5.10: Representação da configuração do rotor do Helicóptero. Variação da velocidade ao longo da corda e envergadura da pá .

No entanto, a velocidade dos pontos ao longo da corda varia porque os pontos ao longo da corda situam-se a distâncias diferentes do eixo de rotação, e do eixo de picada, Fig. 5.9. Para o caso do rotor dos helicópteros a situação é diferente. Nesse caso, os pontos situados ao longo da envergadura não possuem todas a mesma velocidade, Fig. 5.10. Desta forma, há diferenças em termos de existência ou inexistência de fenómenos como a ocorrência da perda dinâmica (*dynamic stall*), a perda na pá em retração (*retreating blade stall*), fenómenos aeroelásticos, etc. Assim sendo, espera-se que as condições que definem o controlo harmónico aplicado ao movimento das pás do rotor cicloidal sejam diferentes das aplicadas aos rotores dos helicópteros.

À medida que as pás do rotor cicloidal rodam em torno do centro do rotor elas descrevem o respetivo movimento de picada. Este movimento de picada pode, em termos ideal, ser descrito pela Eqn (5.3). $[\alpha_o(t)]$ é o ângulo instantâneo de picada da pá, $[\Delta\alpha]$ é a amplitude do movimento de picada da pá, e $[\omega]$ é frequência angular de picada da pá em torno do eixo de picada. O aspeto genérico de uma curva de picada obtida a partir da Eqn (5.3) é representado na Fig. 5.11.

$$\alpha_o(t) = \Delta\alpha \sin(\omega t) . \quad (5.3)$$

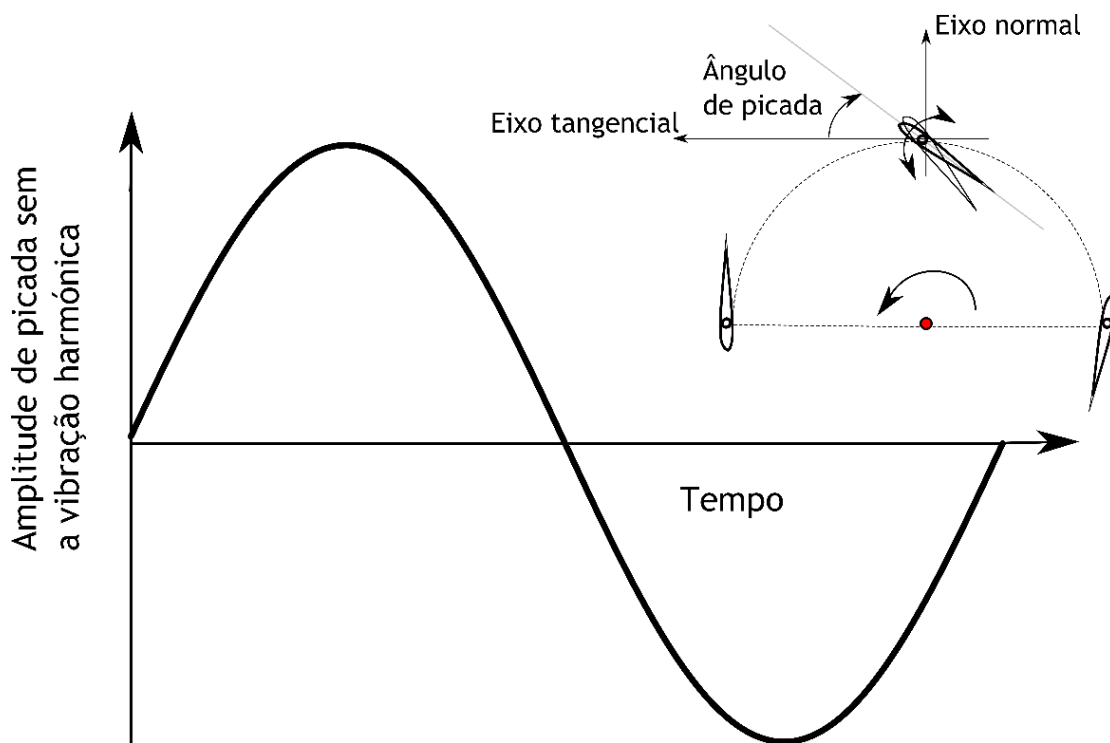


Figura 5.11: Representação genérica de uma curva de picada de uma pá do rotor cicloidal sem a vibração harmónica.

O conceito que se propõe para o controlo harmónico, neste caso do rotor cicloidal, é que as pás vibrem à medida que descrevem o movimento de picada. Desta forma, a curva de picada da Fig. 5.11 passa a ter o aspeto representado na Fig. 5.12. Fisicamente, a vibração das pás ocorre em torno do trajeto cicloidal. Ou seja, o movimento vibratório que é, doravante, denominado de vibração harmónica processa-se em torno da curva de picada do movimento cicloidal tradicional. Por isso, matematicamente, à equação do ângulo de picada das pás adiciona-se a equação da vibração das pás. A Eqn (5.4) representa a descrição de uma pá em movimento de picada com vibração harmónica. $[\alpha_{oh}(t)]$ é o ângulo instantâneo do movimento de picada da pá com vibração harmónica, $[\Delta\alpha_h]$ é a amplitude instantânea do ângulo de picada da pá com vibração harmónica, e $[\omega]$ é a frequência angular de picada da pá em torno do eixo de picada. A Fig. 5.13 mostra a diferença entre os dois movimentos de picada das pás; sem a vibração harmónica e, com a vibração harmónica. Pode notar-se que a diferença dos ângulos do movimento de picada para os dois casos é precisamente a amplitude da vibração harmónica.

$$\alpha_{oh}(t) = \alpha_o(t) + \Delta\alpha_h \sin(\omega_h t + \varphi_h) \quad (5.4)$$

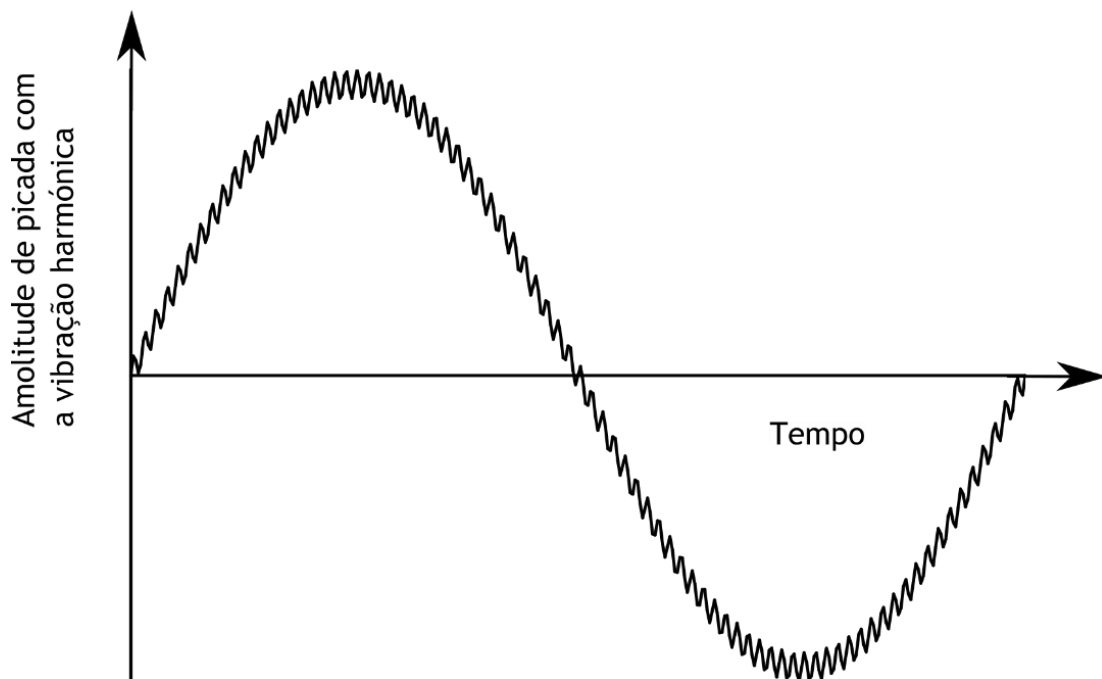


Figura 5.12: Representação genérica de uma curva de picada de uma pá do rotor cicloidal com a vibração harmónica.

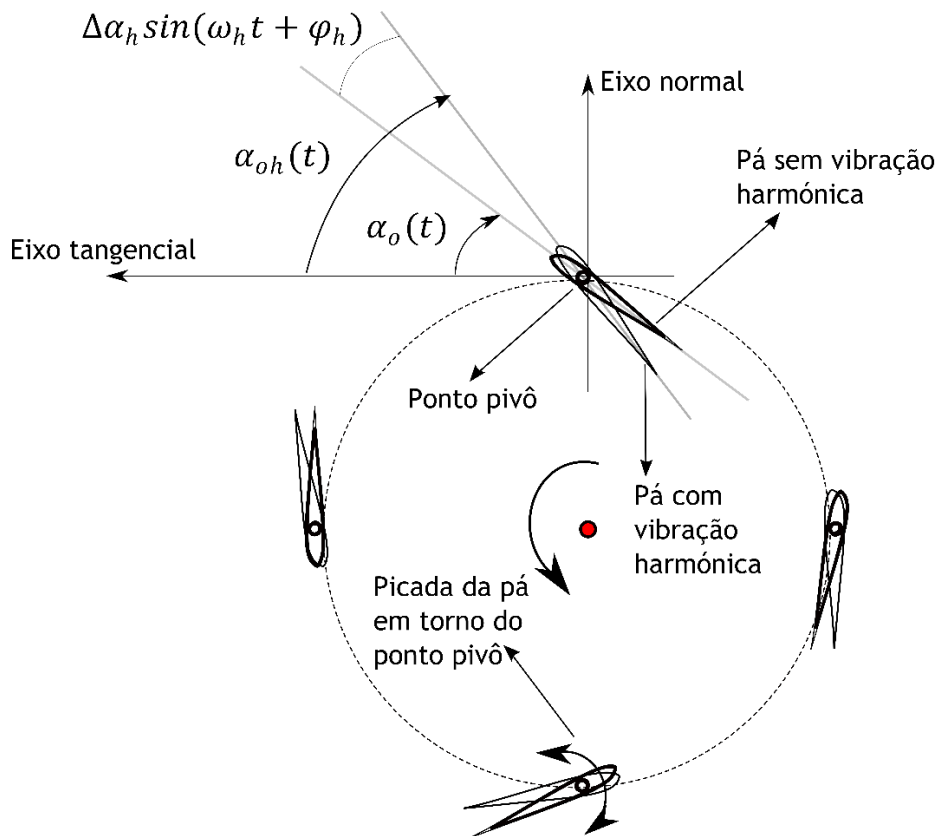


Figura 5.13: Representação genérica da inclinação de uma pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmónica, e com a vibração harmónica.

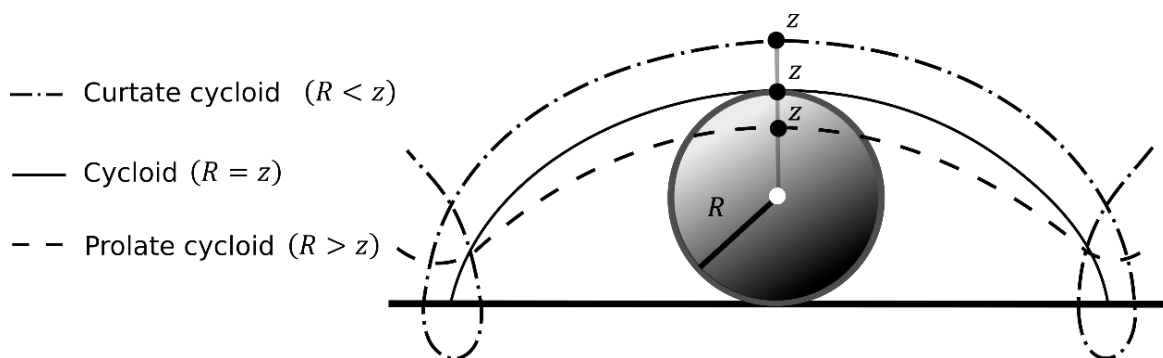


Figura 5.14: Representação das curvas "curtate", "cycloid", e "prolate".

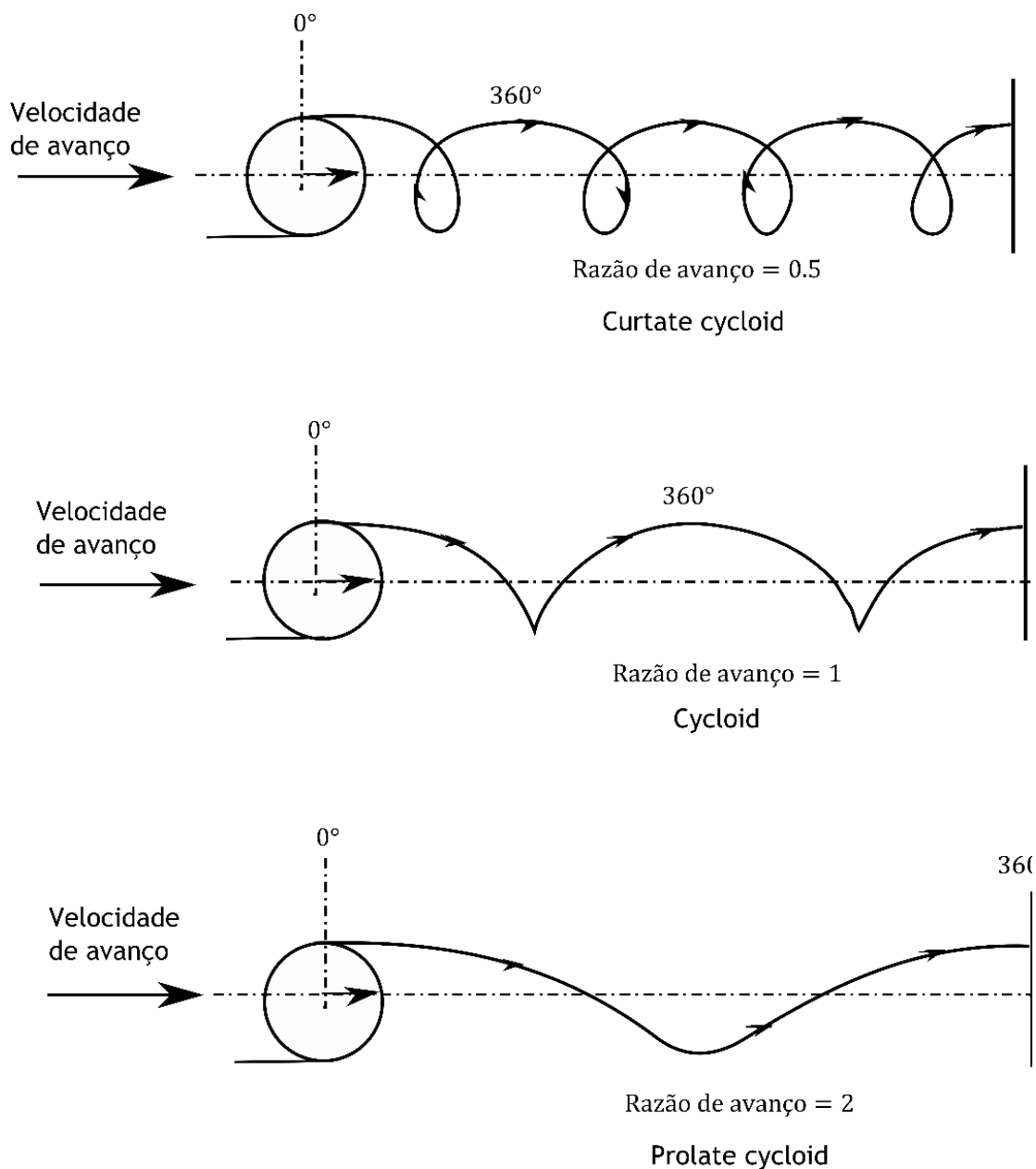


Figura 5.15: Representação do caminho cicloidal para diferentes valores da razão de avanço.

Um outro aspeto que pode influenciar o efeito da harmónica para o caso do rotor cicloidal é o trajeto das pás quando o rotor se encontra em avanço. Isto porque, quando o rotor cicloidal se encontra em avanço a curva descrita pelas pás do rotor depende da razão da velocidade de avanço (quociente entre a velocidade de avanço do rotor e a velocidade de rotação do rotor). Estas curvas podem ser descritas pela localização dos pontos do rotor relativamente ao raio do mesmo. Se o ponto fixo pertence à região interior à órbita descrita pelas pás, o caminho traçado é denominado “*prolate cycloid*”. Caso o ponto fixo se localize sobre a órbita, o caminho traçado é denominado de “*cycloid*”. Por fim, se a localização do ponto é exterior à órbita, o caminho descrito chama-se “*curtate cycloid*”, Fig. 5.14. Estas três curvas relacionam-se com

a velocidade de rotação do rotor e com a velocidade do avanço do mesmo (Bushler & Foshag 1969). A razão de avanço é o quociente entre a velocidade de avanço do rotor e a velocidade de rotação do rotor. Assim, podem obter-se três casos: razão superior à unidade, razão igual à unidade, e razão inferior à unidade correspondendo, respetivamente, ao traçado de "prolate cycloid", "cycloid", e "curtate cycloid", Fig. 5.15. Cada um destes trajetos cicloidalis pode influenciar o efeito da vibração harmónica uma vez que o ângulo de ataque para cada um deles é alterado com a razão da velocidade de avanço. Assim, pode haver a necessidade de alterar os parâmetros que definem a vibração harmónica, isto é, a fase, a frequência, e amplitude da vibração harmónica, quando o rotor cicloidal, que se encontra em estado de voo pairado, começa a introduzir as condições para passar ao voo horizontal de cruzeiro.

Os resultados deste capítulo serão apresentados no capítulo 8 do presente trabalho.

Capítulo 6

Resultados do modelo analítico

Neste capítulo são apresentados resultados do modelo analítico proposto no capítulo 3. Apresentamos em primeiro lugar os resultados da parte cinemática do modelo analítico. A principal carga nas pás do rotor cicloidal é a força centrífuga. Esta força cria tensões nas pás e causa deformação das mesmas. Indesejavelmente, a deformação das pás causa diminuição do desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal. Portanto, esta força tem efeitos que são muito nocivos à própria estrutura da pá e conseqüentemente ao desempenho do rotor cicloidal. Em equilíbrio a força centrífuga iguala à força centrípeta que depende do quadrado da velocidade a que este ponto se movimenta, entende-se que é necessário, para cada localização do eixo de picada, porém, antes da construção da própria pá, saber a que velocidade os pontos da mesma estarão submetidos enquanto ela oscila à medida que roda. Neste sentido, além dos resultados da análise do movimento das pás do rotor cicloidal, é apresentado os resultados para a distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá. Mais ainda, levaram-se em consideração estes cálculos para também, no caso da modelação numérica do rotor cicloidal, decidirmos se o escoamento em torno das pás do rotor cicloidal é compressível ou incompressível. Pois, estes resultados informam-nos sobre a velocidade máxima que ocorre nos pontos da pá, para cada velocidade de rotação e em cada posição azimutal. Depois de os resultados relativos à parte cinemática do modelo analítico, apresentam-se resultados para a força gerada e potência consumida pelo rotor cicloidal. Estes resultados são, depois de validados, comparados com dados experimentais e resultados numéricos de rotores cicloidais com diferentes configurações.

6.1 Cinemática do rotor cicloidal

Após a exposição minuciosa do modelo analítico no cap. 3, passaremos à apresentação dos resultados relativos a cada um dos aspectos tratados ao longo da análise cinemática e dinâmica do rotor cicloidal. Neste sentido, a fim de obter uma melhor compreensão sobre o sistema mecânico e o movimento por ele imposto, consideremos o rotor cujos parâmetros são descritos na seguinte tabela:

Tabela 6.1: Parâmetros geométricos do rotor e das barras de controle.

Variável	Valor
Geometria da pá	NACA 0012
Diâmetro do rotor (m)	1.2
Envergadura (m)	1.2
Corda (m)	0.4
Número de pás	6
Comprimento da barra de controle (m)	0.6055
Magnitude de excentricidade (m)	0.038
d (m)	0.09

O eixo de picada das pás, isto é, o ponto $[A]$ (ver Fig.), localiza-se a 25% da corda medido a partir do bordo de ataque. Pelo uso da Eqn (3.4), o efeito na variação do ângulo de picada $[\theta]$ da magnitude de excentricidade $[e_R]$, e do ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$, pode ser analisado através das Figs. 6.1 e 6.2. Naturalmente, os valores da velocidade angular e da aceleração angular dependem da velocidade de rotação do rotor. Pelo uso das Eqns (3.13), e (3.15), esta dependência é, considerando ainda o rotor da tabela 6.1 com o ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 0° , mostrada nas Figs. 6.3 e 6.4. Os efeitos que o ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ e da magnitude de excentricidade $[e_R]$ têm sobre os valores da velocidade e da aceleração angular em torno do ponto pivô, $[\omega]$ e $[a_{cc}]$, são mostrados nas Figs. 6.5 - 6.8. O comportamento da velocidade e da aceleração angular foi obtido considerando o rotor cicloidal a uma velocidade de rotação $[\Omega]$ igual a 500 RPM.

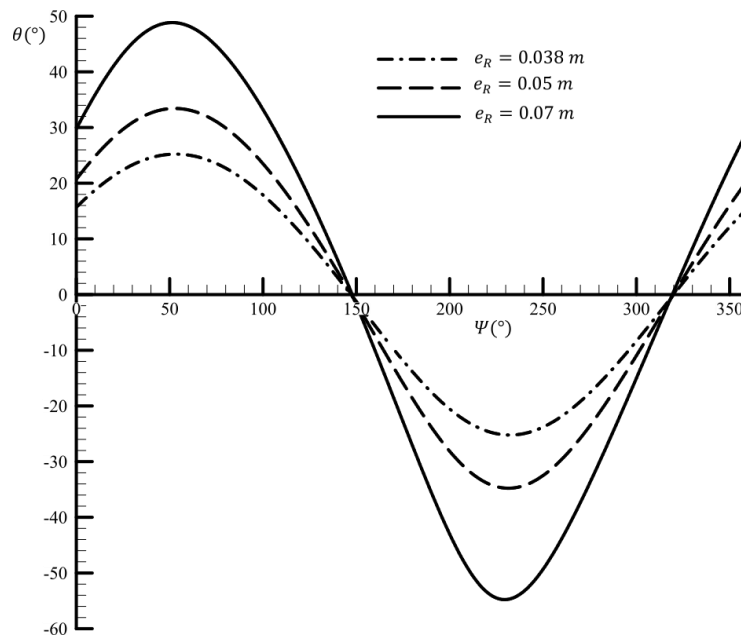


Figura 6.1: Variação do ângulo de picada em função do ângulo azimutal, para diferentes valores de magnitude de excentricidade $[e_R]$, e considerando o ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 45° .

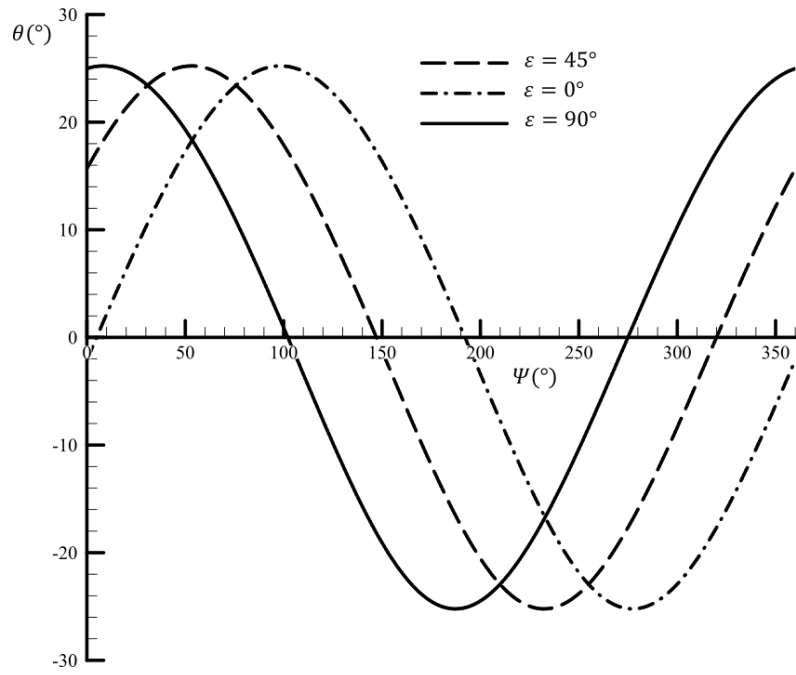


Figura 6.2: Variação do ângulo de picada em função do ângulo azimutal, para diferentes valores do ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$, e considerando a magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a 0.038 m.

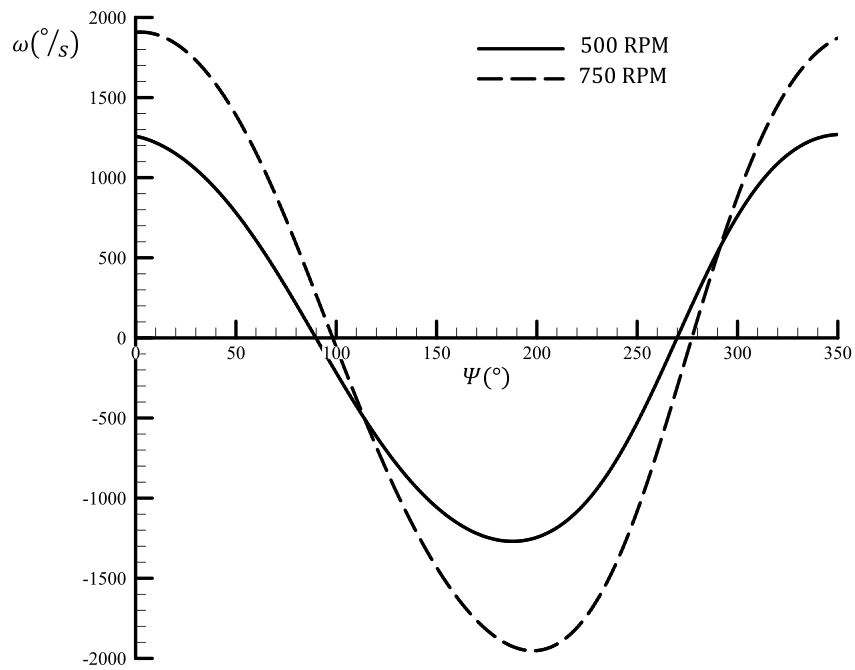


Figura 6.3: Variação da velocidade angular $[\omega]$, para dois valores da velocidade de rotação do rotor $[\Omega]$.

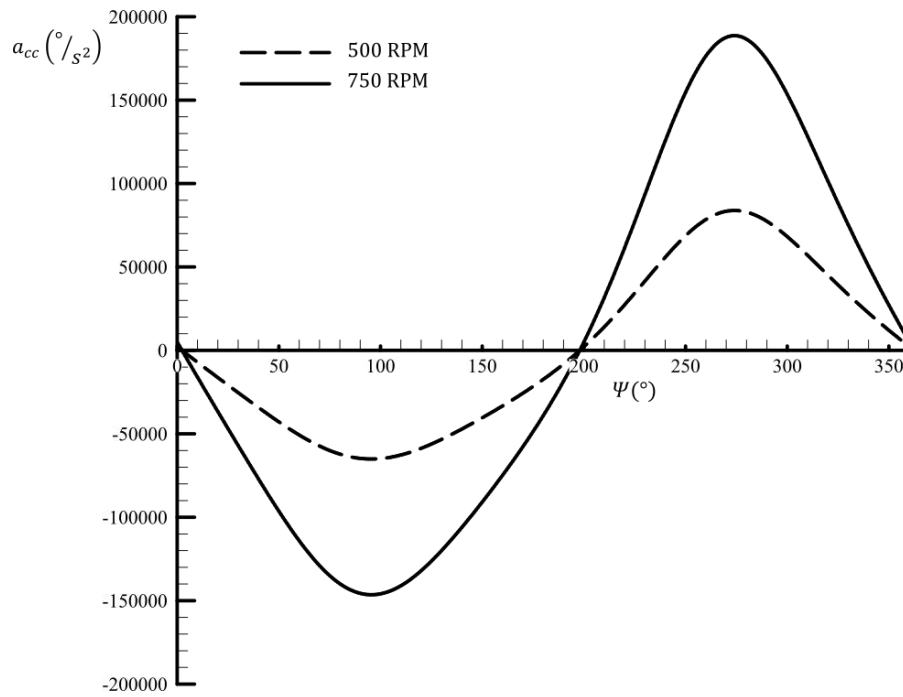


Figura 6.4: Variação da aceleração angular $[a_{cc}]$, para dois valores da velocidade de rotação do rotor $[\Omega]$.

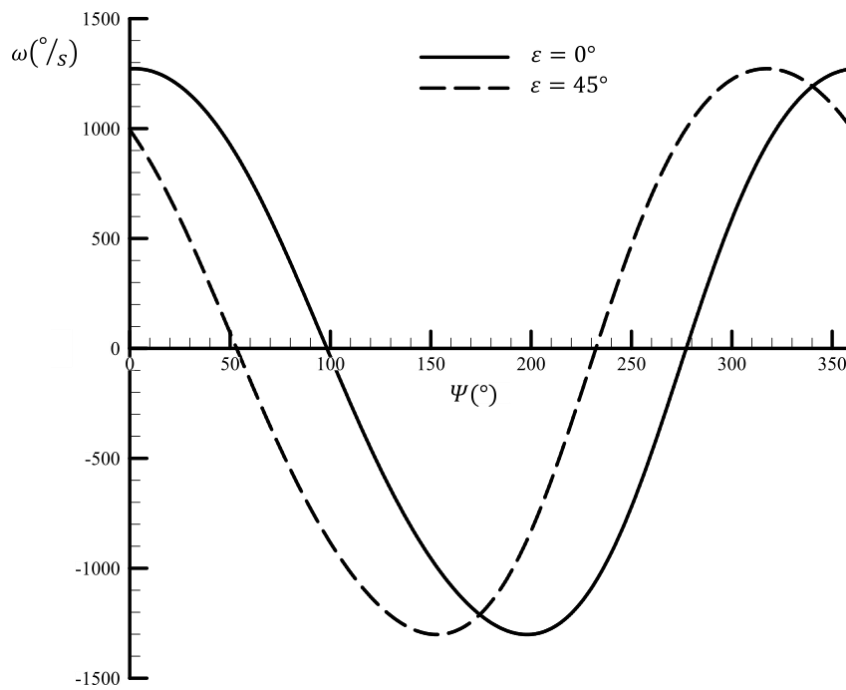


Figura 6.5: Variação da velocidade angular $[\omega]$, para dois valores do ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$.

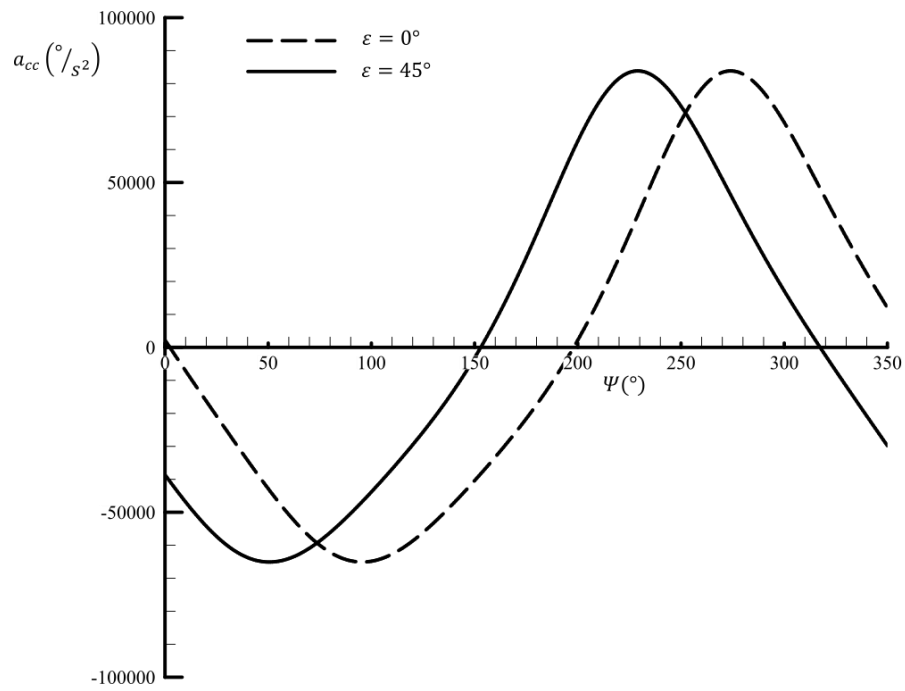


Figura 6.6: Variação da aceleração angular [a_{cc}], para dois valores do ângulo de fase de excentricidade [ε].

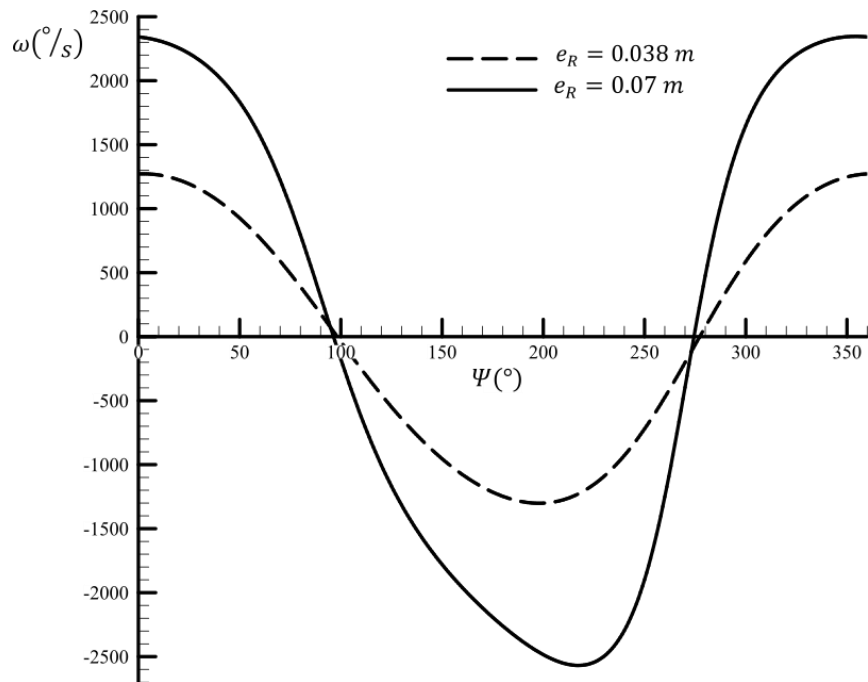


Figura 6.7: Variação da velocidade angular [ω], para dois valores da magnitude de excentricidade [e_R].

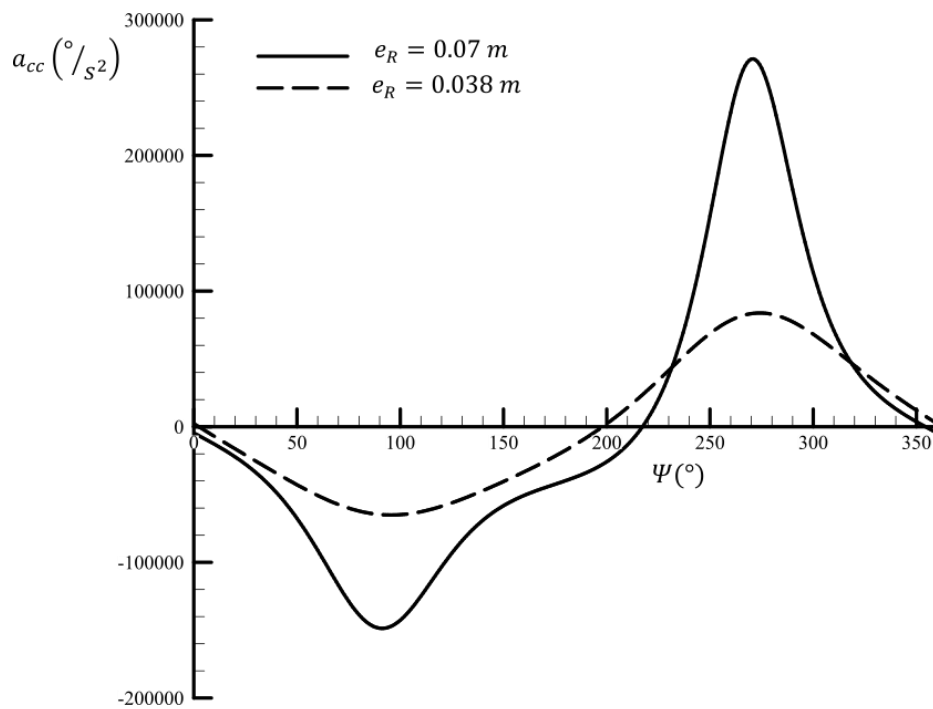


Figura 6.8: Variação da aceleração angular [a_{cc}], para dois valores da magnitude de excentricidade [e_R].

Pela análise das Figs. 6.1 e 6.2, facilmente se entende que, embora a alteração do ângulo de excentricidade cause mudança do ângulo de picada das pás ao longo da posição azimutal, os valores máximo e mínimo permanecem inalterados. No entanto, a alteração da magnitude de excentricidade causa uma alteração dos valores máximo e mínimo do ângulo de picada, permanecendo, desta feita, os valores maximizantes e minimizantes do ângulo azimutal. Assim, percebe-se que o sistema mecânico do rotor cicloidal possibilita alteração da direção e da intensidade da força gerada. Mais ainda, o ângulo de excentricidade também define posições azimutais onde ocorrem valores máximos e mínimos da velocidade e da aceleração angular, Figs. 6.5 e 6.6. No entanto, além da velocidade de rotação do rotor, a magnitude da excentricidade impõe os valores extremos da velocidade angular e da aceleração angular, Figs. 6.3, 6.4, 6.7 e 6.8. Assim, tanto a velocidade de rotação como também toda a gama dos valores da magnitude de excentricidade devem ser considerados, em particular aquando do estudo do dimensionamento estrutural das pás, a fim de que estas possam suportar as solicitações dinâmicas a que elas estão sujeitas durante a operação do rotor.

6.2 Geração da configuração real do rotor cicloidal

A configuração real do rotor cicloidal, descrita na tabela 6.1, pode ser visualizada usando o código apresentado no anexo A1. Mais ainda, a operacionalidade do sistema mecânico pode ser analisada, através desta animação do gráfico da função matemática $[JP]$, gerada matematicamente em função das dimensões do sistema mecânico. Assim, e nas Figs. 6.9 - 6.11, podemos contemplar a configuração real das pás do rotor cicloidal.

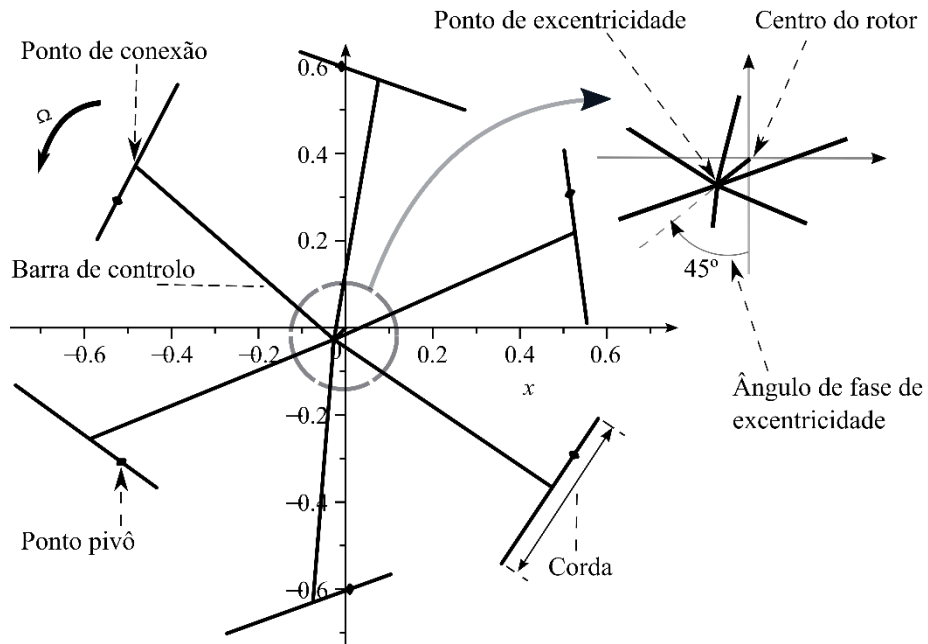


Figura 6.9: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a 0.038 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 45° .

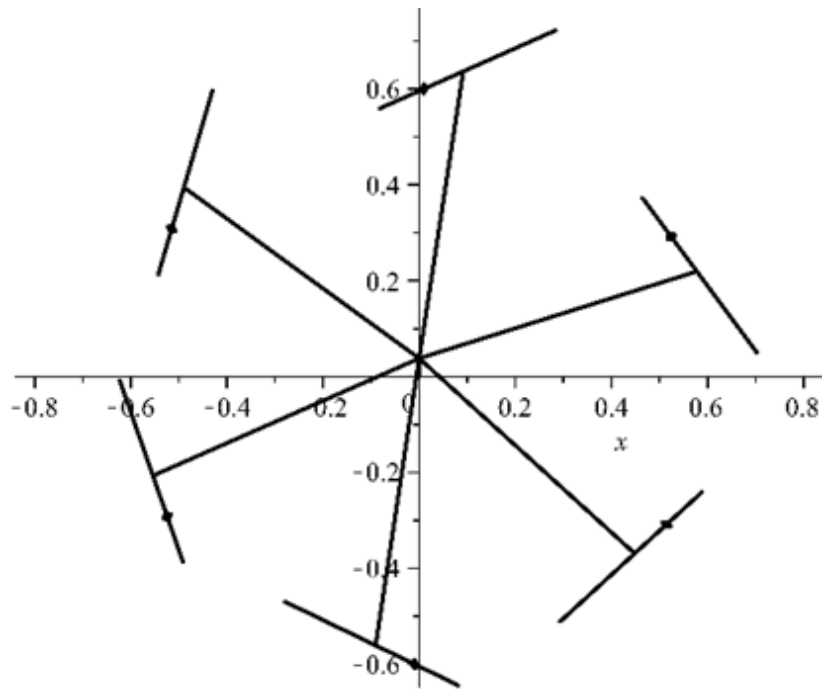


Figura 6.10: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a 0.038 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 180° .

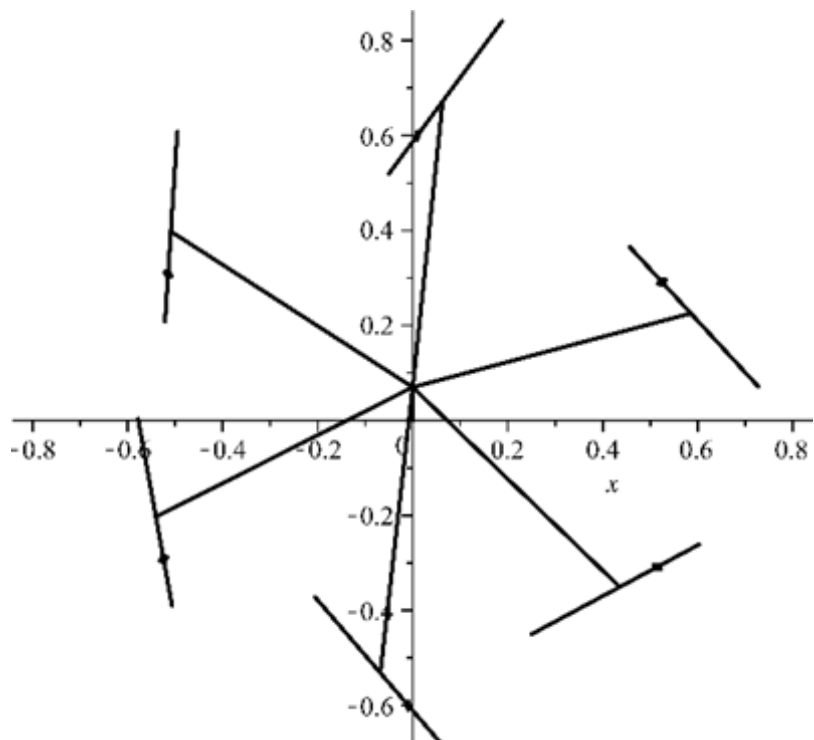


Figura 6.11: Configuração real do rotor cicloidal com a magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a 0.07 m , e para um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 180° .

Claramente, a representação geométrica da função $[JP]$ tem em conta o tamanho da corda da pá relativamente ao raio do rotor, bem como a posição do ponto em torno do qual a pá oscila (ponto pivô). Além disso a função $[JP]$ tem em conta ainda a distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de controlo, o espaçamento entre as pás, a localização do ponto de excentricidade, a posição e a inclinação das pás em função do ângulo de excentricidade, etc. As Figs. 6.10 e 6.11 mostram como a inclinação das pás é alterada relativamente ao caso representado na Fig. 6.9. No entanto, ignotas ainda permanecem as implicações desta alteração em termos da adequação do sistema mecânico ao próprio movimento das pás.

6.3 O movimento da pá e do centro de direção

Agora que a configuração real das pás do rotor cicloidal pode ser instantaneamente obtida, está-se em condições de verificar se o movimento das pás é um movimento cicloidal, isto é, se existe o centro de direção. Para tal, testemos as Eqns (3.4) e (3.22), considerando o rotor da tabela 6.1 com um ângulo de excentricidade igual a 45° . No entanto, é necessário cuidado relativamente ao sistema de eixos. Um ângulo de excentricidade de 45° , no sistema mecânico da Fig. 3.1, corresponde a 225° no sistema definido para o estudo do centro de direção representado na Fig. 3.3. A magnitude de excentricidade no sistema da Fig. 3.3, é definida de tal modo que os valores extremos do ângulo de picada sejam os mesmos que os do sistema mecânico da figura da qual derivou-se a Eqn (3.4). Assim, atendendo as condições supracitadas pode-se ver, pela Fig. 6.12, nitidamente a diferença entre as duas curvas do ângulo de picada, obtidas pelo uso das Eqns (3.4) e (3.22).

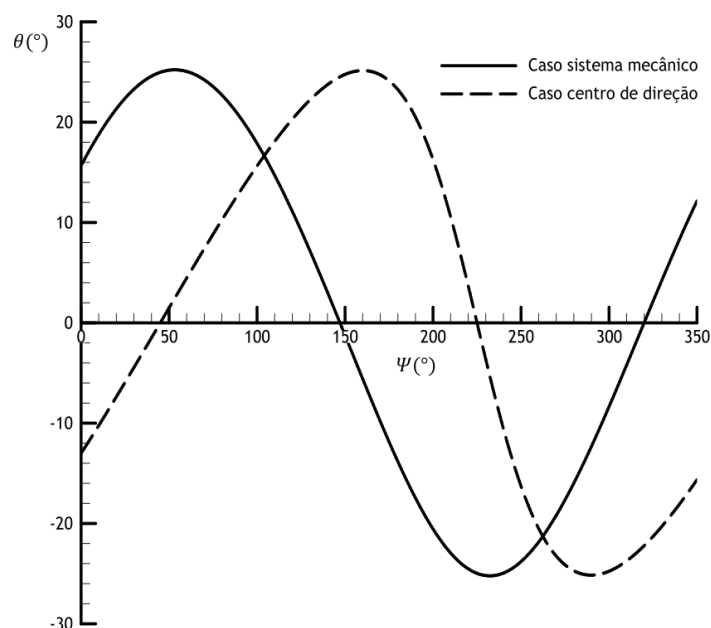


Figura 6.12: Comparação entre as curvas do ângulo de picada obtidas pelas Eqns (3.4) e (3.22).

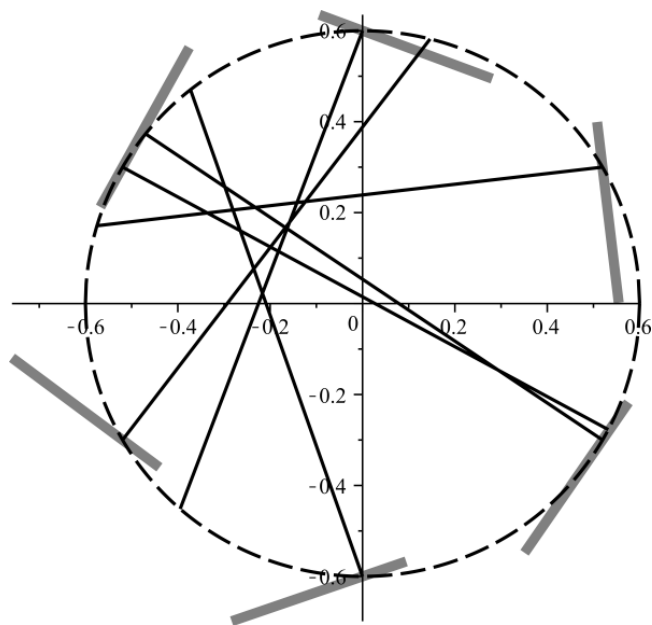


Figura 6.13: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1, com um ângulo de fase de excentricidade de 45° e o eixo de picada localizado a 25% da corda. Demonstração da impossibilidade do movimento cicloidal perfeito usando o ângulo de picada $[\theta]$ imposto pelo sistema mecânico.

As duas curvas não coincidem. Assim, o movimento imposto pelo sistema mecânico não é um movimento cicloidal perfeito. Com o uso do programa computacional que foi concebido através da aplicação de uma análise por geometria analítica (anexo A2), poderem visualizar-se as linhas perpendiculares geradas para cada um dos casos analisando, desta forma, a existência ou inexistência do centro de direção. As Figs. 6.13 e 6.14 foram assim obtidas. A Fig. 6.13 mostra a inclinação real das pás imposta pelo sistema mecânico, Eqn (3.4). No entanto a Fig. 6.14 representa a inclinação que as pás teriam de ter para que o caminho por elas descrito seja um percurso cicloidal perfeito. Como referido anteriormente, o ângulo de picada que traduz o caso representado na Fig. 6.14 corresponde à Eqn (3.22). Mais uma vez, é visível geometricamente que nem todas as dimensões do sistema mecânico resultam em movimento cicloidal das pás.

As Figs. 6.15 e 6.16 foram geradas considerando, respetivamente, para os valores da magnitude de excentricidade iguais a 0.02 m e 0.07 m . Fica claro que, à medida que a magnitude de excentricidade aumenta, as zonas de intersecção das linhas perpendiculares se dispersam cada vez mais, deslocando-se para o exterior do círculo descrito pelo rotor e podendo, inclusive, atingir situações em que não é possível defini-las. Assim, para certos valores de magnitude de excentricidade, o movimento das pás pode requerer do sistema mecânico valores elevados de ângulos de picada (high pitch motion).

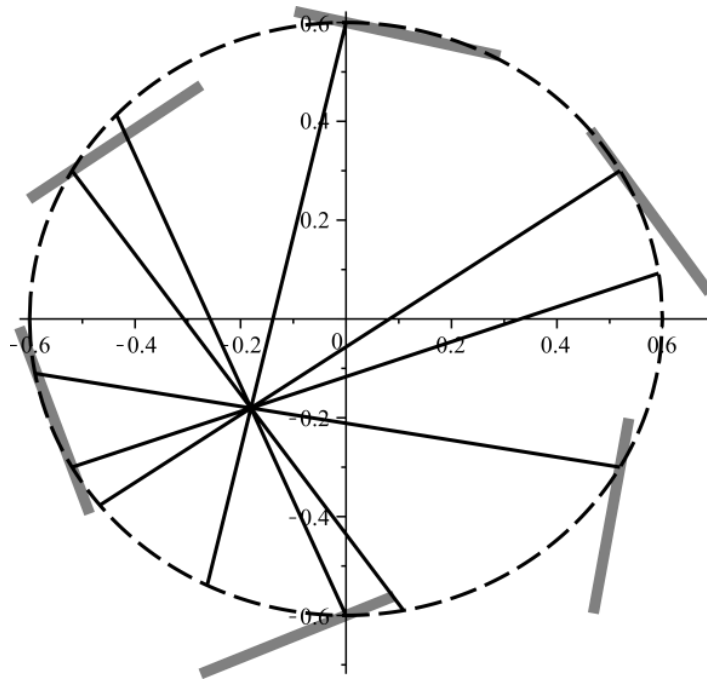


Figura 6.14: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, as pás descrevendo um ângulo de picada $[\theta_p]$ de tal modo que exista o centro de direção. Demonstração do movimento cicloidal perfeito usando o ângulo de picada $[\theta_p]$.

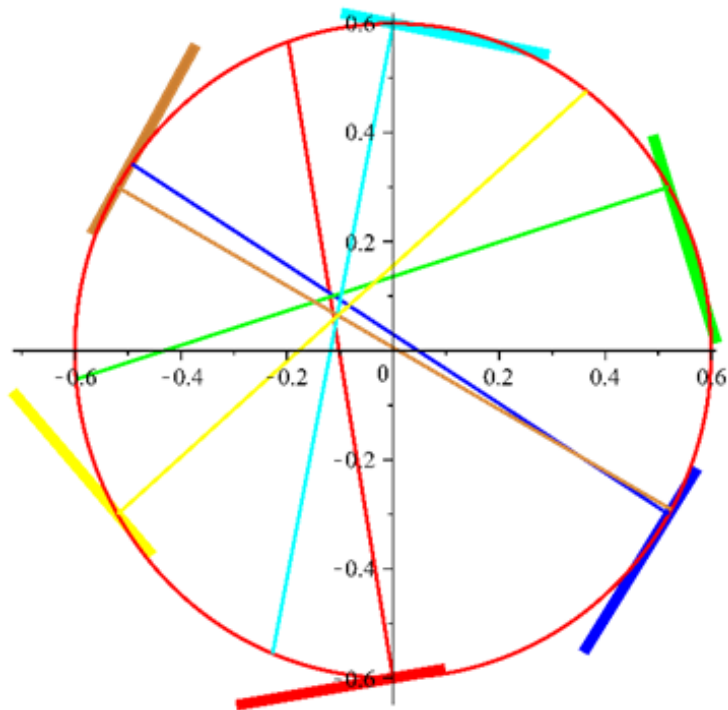


Figura 6.15: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a 0.02 m .

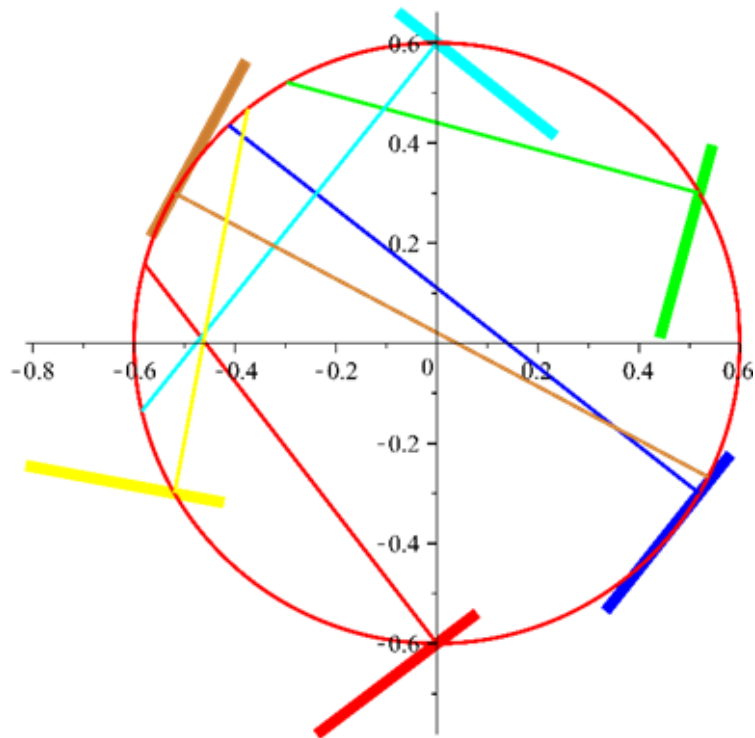


Figura 6.16: Análise geométrica das linhas perpendiculares para o rotor cujos parâmetros são descritos na tabela 1 com porém, magnitude de excentricidade $[e_R]$ igual a $0.07 m$.

Neste momento, convém realçar a necessidade de haver uma atenção especial ao efeito das gamas dos valores assumidos para a magnitude de excentricidade uma vez que, como se tem demonstrado, pequenas variações nos valores deste parâmetro geométrico podem, além de inviabilizar a operação do sistema mecânico, expor intensamente o rotor cicloidal a ações de força centrífuga e às respetivas implicações, nomeadamente o aumento de tensões de corte e da deformação das pás. No entanto, é necessário determinar a velocidade dos pontos ao longo da pá para, de entre várias razões citadas no Capítulo 2, aferir quanto aos possíveis valores do número de Mach e, desta forma, justificar a abordagem requerida no modelamento numérico por CDF do escoamento, considerando-o compressível ou não.

6.4 Distribuição de velocidades ao longo da pá

Usando valores obtidos das Eqns (3.30) e (3.37), pode obter-se obter a distribuição de velocidades dos pontos ao longo da corda da pá. Este cálculo encontra-se detalhado no anexo A3. Utilizando, mais uma vez, o rotor cicloidal da tabela 6.1 a uma velocidade de rotação de 1000 RPM, e com um ângulo de fase de excentricidade $[\varepsilon]$ igual a 0^0 , foram geradas as Figs. 6.17 - 6.20.

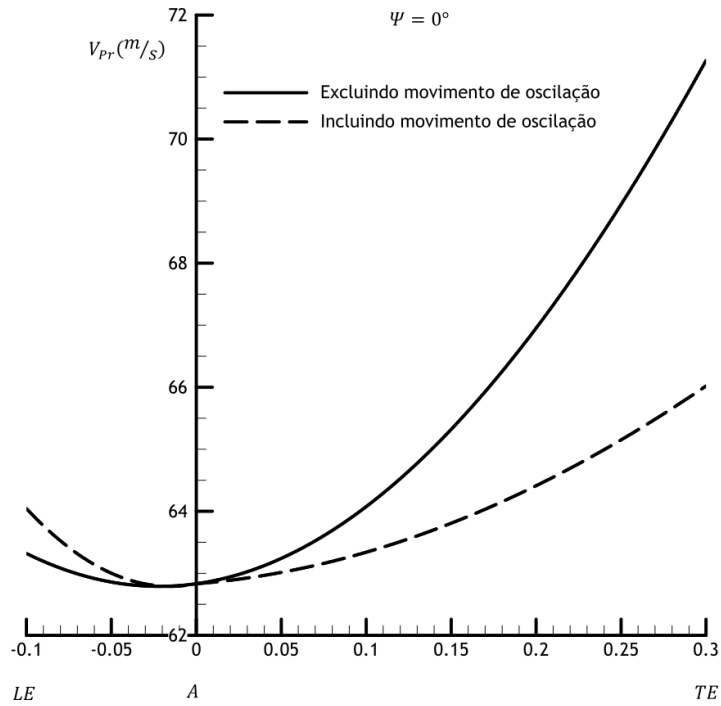


Figura 6.17: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá, para uma posição azimutal $[\Psi]$ igual a 0^0 .

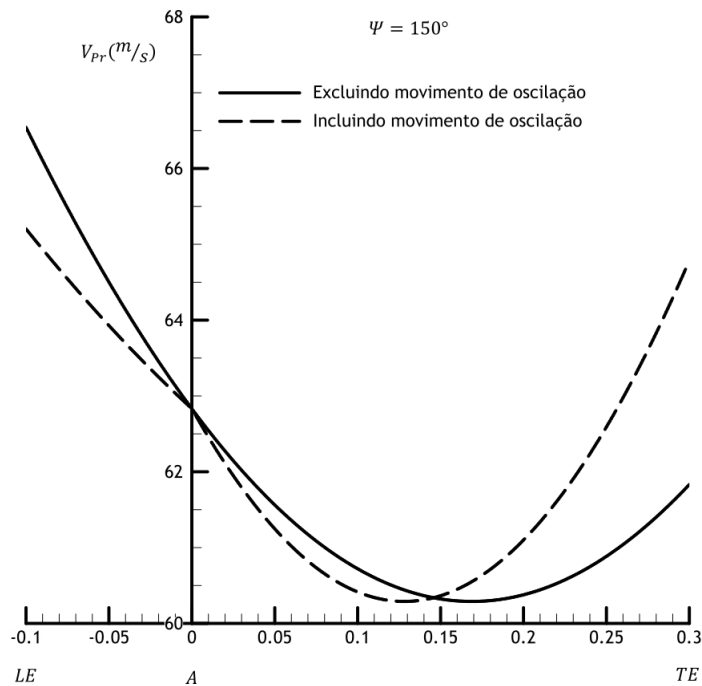


Figura 6.18: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá, para uma posição azimutal $[\Psi]$ igual a 150^0 .

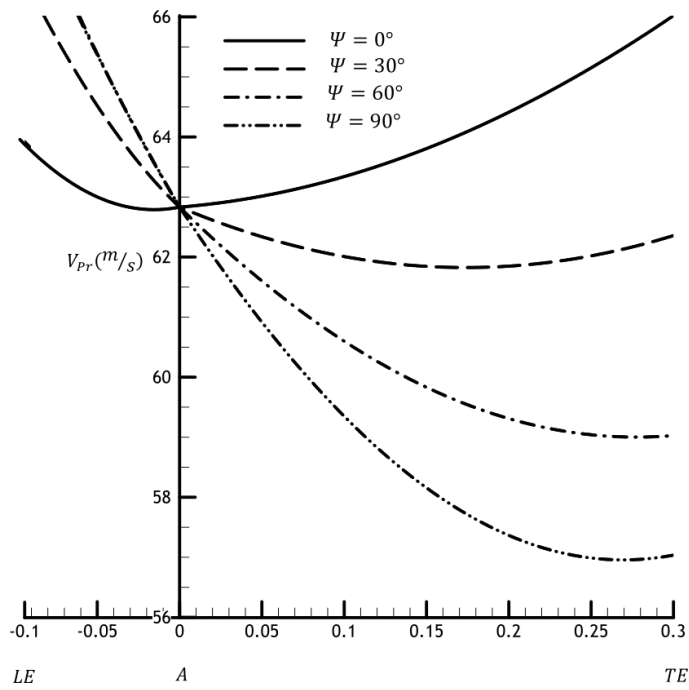


Figura 6.19: Mudanças na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá em movimento de rotação.

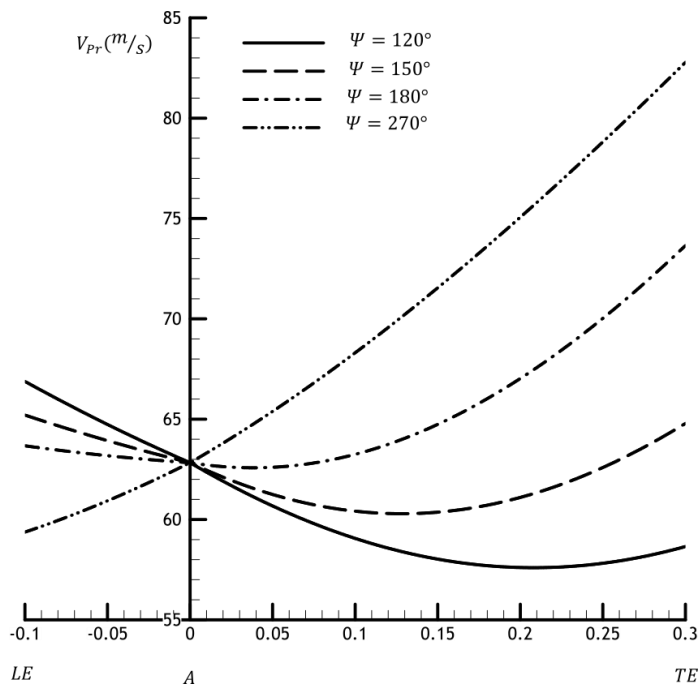


Figura 6.20: Mudanças na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda da pá em movimento de rotação.

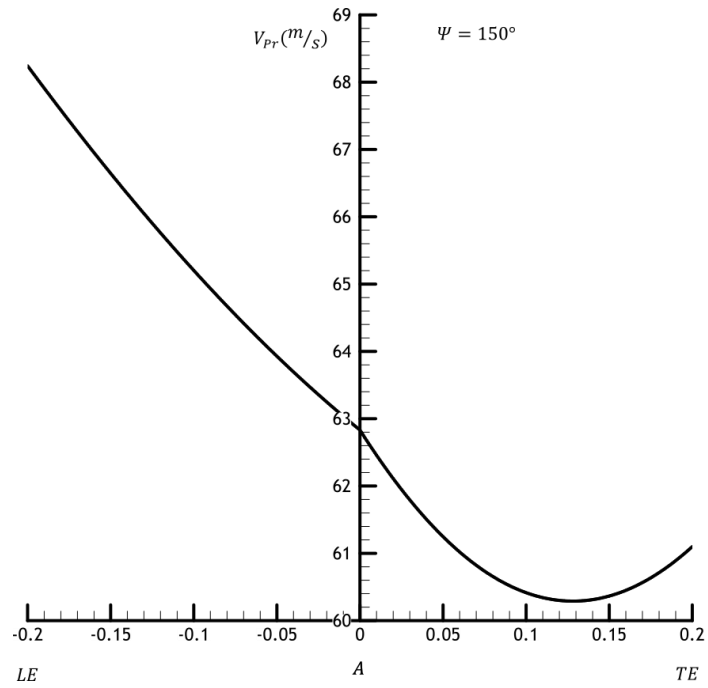


Figura 6.21: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá cujo eixo de picada se localiza a meio da corda.

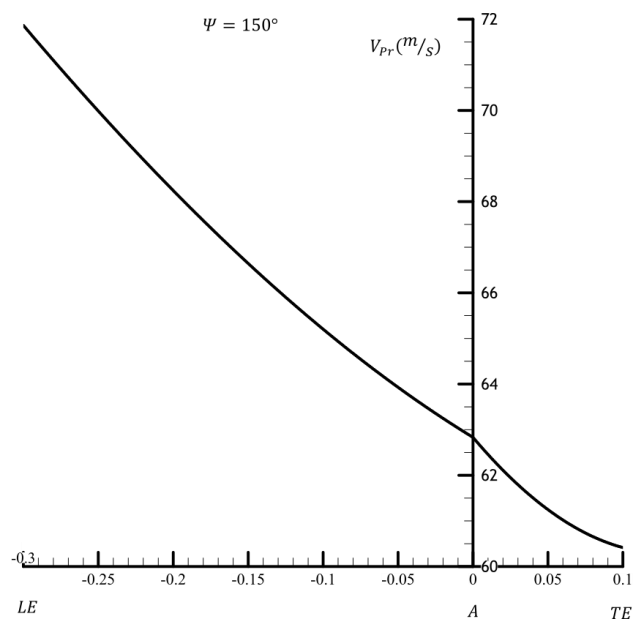


Figura 6.22: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá cujo eixo de picada se localiza a 75% do bordo de ataque.

O efeito da relação c/R , é visualizada considerando o rotor da tabela 6.1 com, porém, apenas uma pá com o dobro do comprimento da corda. Esta situação é representada pelas Figs. 6.23 e 6.24. O efeito da alteração da velocidade de rotação do rotor é apresentado na Fig. 6.25.

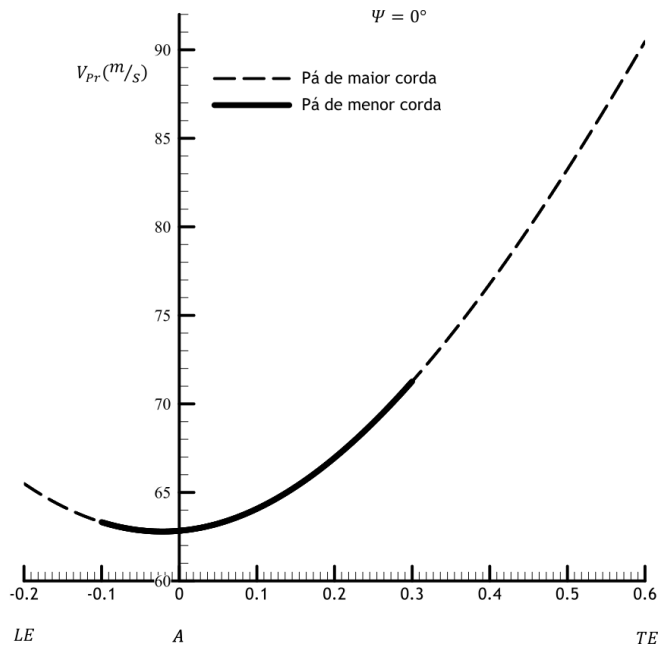


Figura 6.23: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda, sem o efeito do ângulo de picada $[\theta]$.

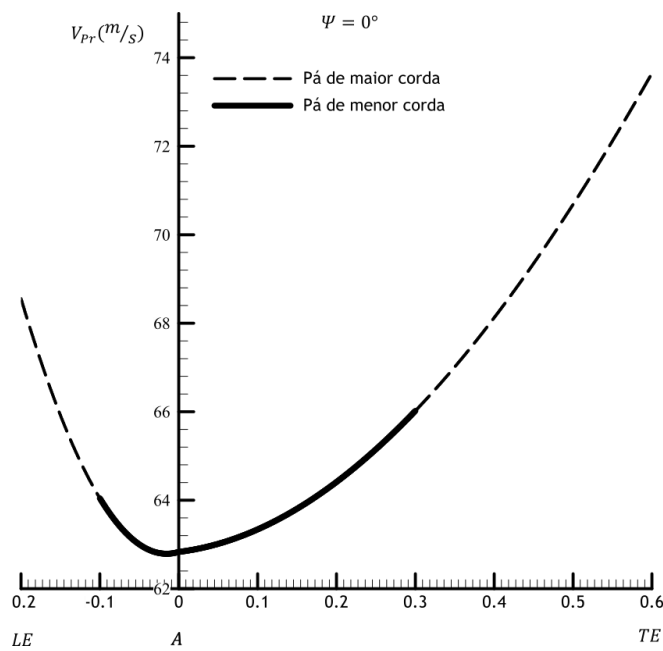


Figura 6.24: Distribuição de velocidades nos pontos ao longo da corda com o efeito do ângulo de picada $[\theta]$.

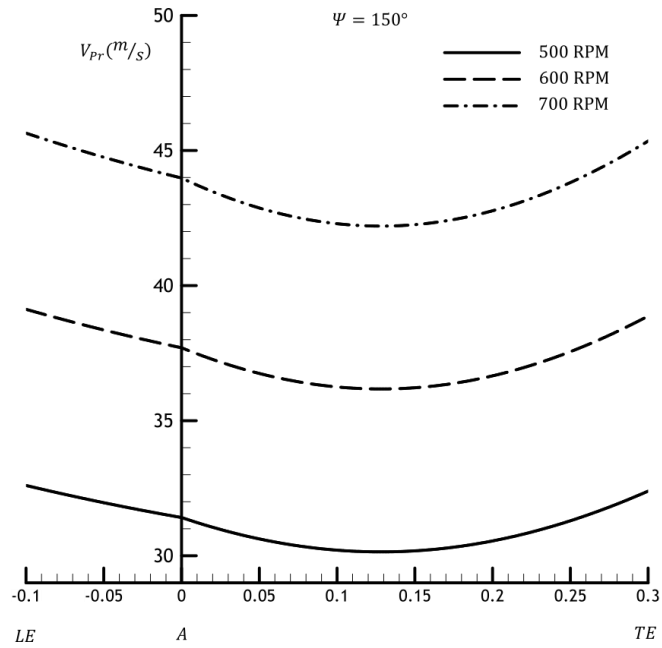


Figura 6.25: Efeito da velocidade de rotação do rotor na distribuição de velocidades nos pontos ao longo da pá.

Embora tenha sido apreciada a análise do rotor cicloidal em voo pairado (hover), é também apresentada a alteração no perfil de velocidades considerando o rotor cicloidal em movimento vertical, ascendente e descendente, Figs. 6.26 e 6.27.

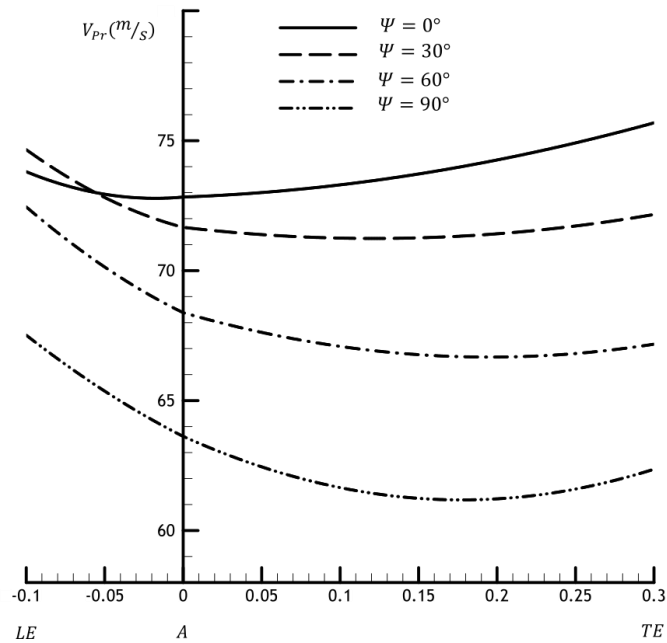


Figura 6.26: Distribuição de velocidades nas pás do rotor a 1000 RPM e em movimento ascendente (10 m/s).

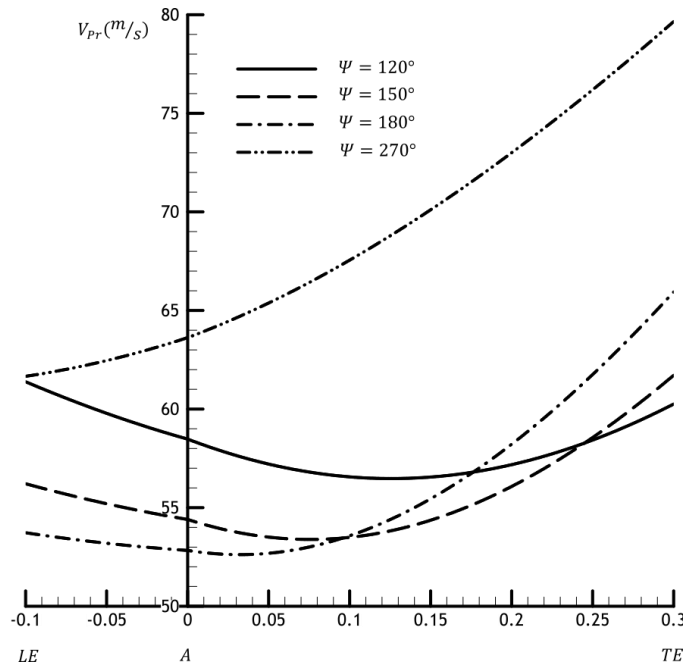


Figura 6.27: Distribuição de velocidades das pás do rotor a 1000 RPM e em movimento descendente (-10 m/s).

Analisando as Figs. 6.17 - 6.20, facilmente se constata que o perfil de velocidades ao longo da pá se altera à medida que a pá se movimenta. No entanto, esta alteração ocorre sempre em torno do ponto pivô, isto é, embora o perfil de velocidades mude, a velocidade do ponto pivô permanece constante. Nos casos apresentados consta que, ao longo da variação azimutal, os valores extremos da velocidade ocorrem nas posições superior e inferior do rotor cicloidal. No entanto, estes valores extremos ocorrem sempre no bordo de fuga, atingindo o máximo e o mínimo quando a pá se encontra, respetivamente, nas posições inferior e superior da órbita, Figs. 6.19 e 6.20. As Figs. 6.21 e 6.22 mostram claramente que estes valores extremos, bem como a acentuação da curvatura na distribuição de velocidades se alteram com a mudança da localização do ponto pivô. Apesar disso, e de modo diferente, esta acentuação na curvatura na distribuição de velocidades, bem como a alteração dos valores extremos, também se verificam quando aumenta a relação c/R , Figs. 6.23 e 6.24. Neste caso, ainda que a distribuição de velocidades se mantenha ao longo da corda, a curvatura é maior por haver mais do comprimento da corda ao longo do qual ocorre tal curvatura. O que, de facto não altera a curvatura da distribuição de velocidades é a alteração da velocidade de rotação do rotor, causa apenas uma translação vertical ascendente ou descendente, consoante a velocidade de rotação aumenta ou diminui, Figs. 6.25.

Embora a concavidade da curva de velocidades não se altere com o movimento de picada da pá, nota-se, no ponto pivô, uma quebra na curva da velocidade, Figs. 6.17 - 6.25. Assim, em relação ao ponto pivô, o efeito do movimento de picada da pá é a descontinuidade da curvatura da distribuição de velocidades nesse ponto. Entretanto, esta descontinuidade não é

significante. Embora a curva de velocidades seja representada com a corda da pá na posição horizontal, deve imaginar-se a pá na sua real posição azimutal e com a sua real inclinação. Assim, se a pá se encontra na posição inferior da trajetória, a concavidade da curva de velocidades passaria a estar voltada para baixo.

Analisando os valores máximos da velocidade ao longo da corda, constata-se que estes são bem menores que a velocidade do som. Por esta razão considerou-se, para o cálculo do $[C_{L\alpha 3D}]$, ser razoável a assunção de que o fator de compressibilidade de Prandtl-Glauert, $[\beta]$, seja aproximadamente 1, Eqn (3.48).

Constatação curiosa é revelada pelas Figs. 6.26, e 6.27. Além de não se notar uma quebra na curva de velocidades no ponto pivô; é de realçar que, em comparação ao estado pairado (hover), quando o rotor cicloidal se movimenta, no caso verticalmente, a curvatura altera-se como se a posição do ponto pivô se alterasse constantemente e, mais ainda, como se a velocidade de rotação do rotor também alterasse. Assim, as figuras sugerem que, quando o rotor cicloidal se encontra em movimento, o efeito da curvatura pode assumir comportamento completamente diferente e, conseqüentemente, o desempenho aerodinâmico também altere.

6.5 Força gerada e potência consumida pelo ciclorotor

Relativamente à parte aerodinâmica, isto é, ao cálculo aproximado da força produzida e da potência consumida, os resultados obtidos foram comparados com os dados experimentais disponíveis. Com o propósito de validação, consideraram-se dados experimentais de diferentes fontes, nomeadamente: Bosch Aerospace (Boschma 1998; McNabb 2001); Seoul National University (Yun et al. 2004); e IAT21 (Wills & Schwaiger 2012). Os parâmetros dos rotores são descritos nas tabelas 6.2, 6.3, e 6.4. Os resultados obtidos para cada um dos rotores encontram-se representados nas Figs. 6.28 - 6.33.

Tabela 6.2: Definição dos parâmetros geométricos do rotor da Bosch (Boschma 1998; McNabb 2001).

Variável	Valor
Geometria da pá	NACA 0012
Diâmetro do rotor (m)	1.2192
Envergadura (m)	1.2192
Corda (m)	0.3048
Eixo de picada (m)	25% da corda
Número de pás	6
Comprimento da barra de controlo (m)	0.6134
Magnitude de excentricidade (m)	0.0315
Ângulo de fase de excentricidade (grau)	0
d (m)	0.075
Máximo e mínimo ângulo de picada (grau)	25; -25

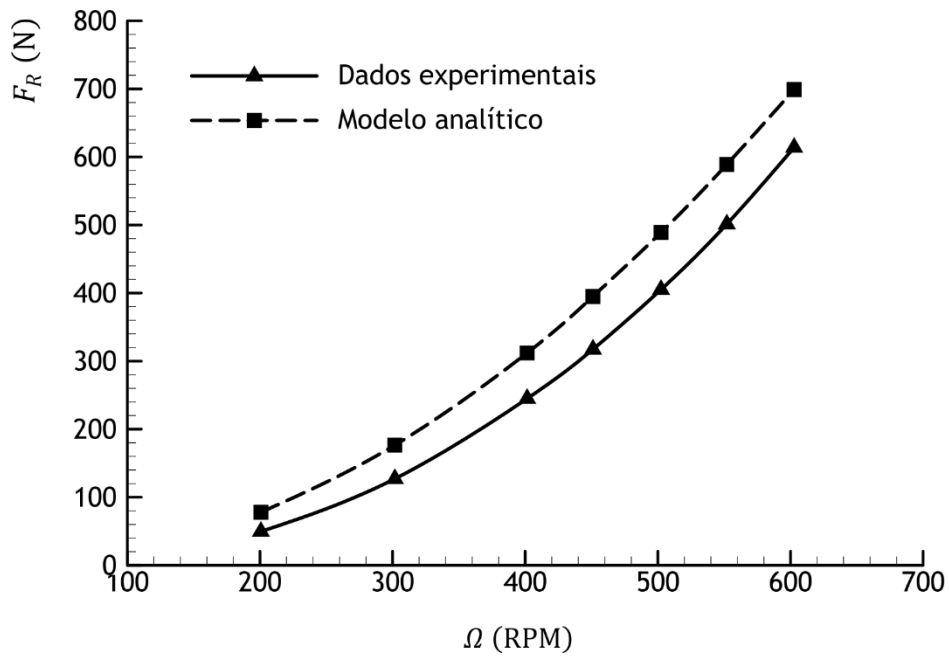


Figura 6.28: Dados experimentais e resultados analíticos referentes à força gerada [F_R], em função da velocidade de rotação [Ω], no caso do rotor da Bosch Aerospace (Boschma 1998; McNabb 2001).

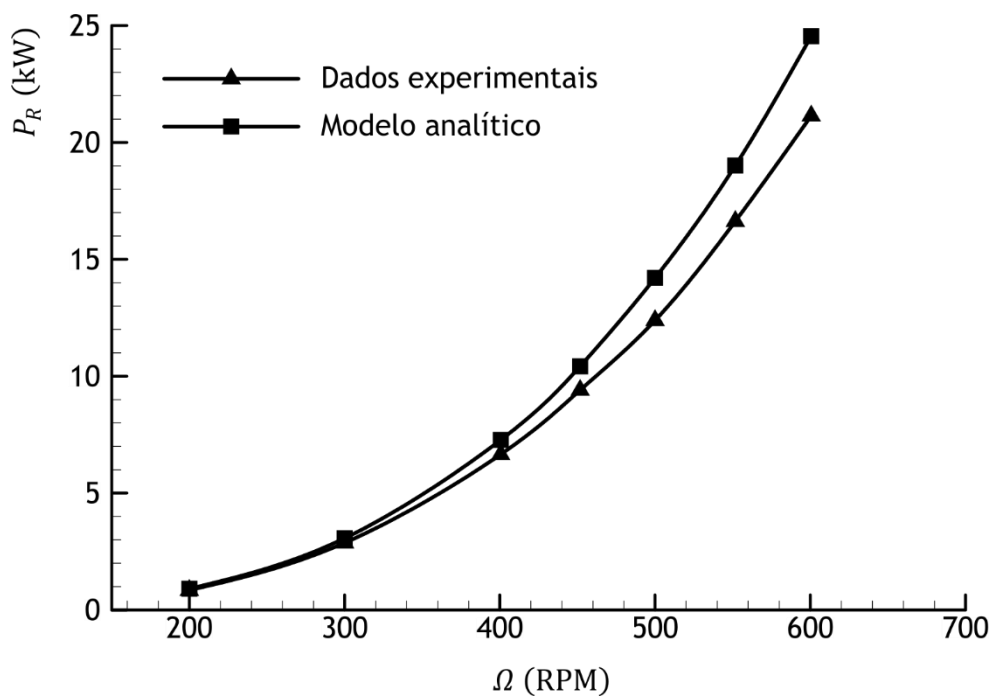


Figura 6.29: Dados experimentais e resultados analíticos referente à potência requerida [P_R], em função da velocidade de rotação [Ω], no caso do rotor da Bosch Aerospace (Boschma 1998; McNabb 2001).

Tabela 6.3: Definição dos parâmetros no caso do rotor do IAT21 (Wills & Schwaiger 2012).

Variável	Valor
Geometria da pá	NACA 0016
Diâmetro do rotor (m)	1.2
Envergadura (m)	1.2
Corda (m)	0.3
Eixo de picada (m)	35% da corda
Número de pás	6
Comprimento da barra de controlo (m)	0.61
Magnitude de excentricidade (m)	0.072
Ângulo de fase de excentricidade (grau)	0
d (m)	0.12
Máximo e mínimo ângulo de picada (grau)	36.1; -39.1

Comparando as tabelas referentes aos dois rotores pode verificar-se que o número de pás é igual. São diferentes a localização do eixo de picada em torno do qual elas oscilam, o perfil delas, bem como o esquema de picada por elas traçado. Outro ponto a destacar é a assimetria do ângulo de picada das pás. Para o caso do rotor da IAT21, a pá apresenta maior inclinação na posição inferior da trajetória por ela descrita (-39,1°)

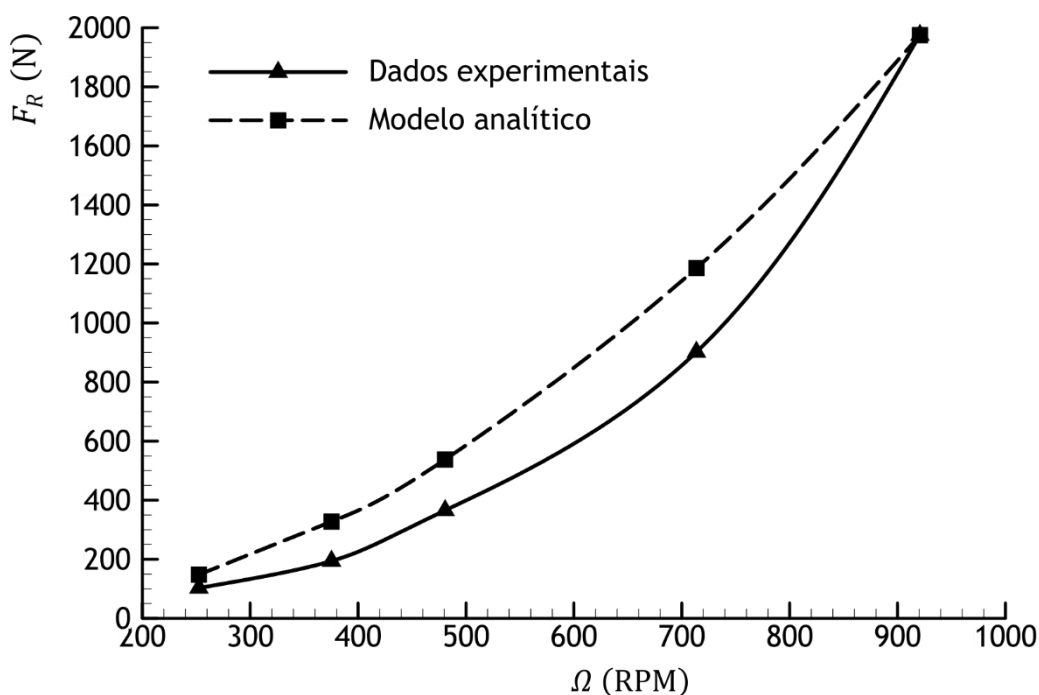


Figura 6.30: Dados experimentais e resultados analíticos para a força gerada $[F_R]$ em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, no caso do rotor do IAT21 (Wills & Schwaiger 2012).

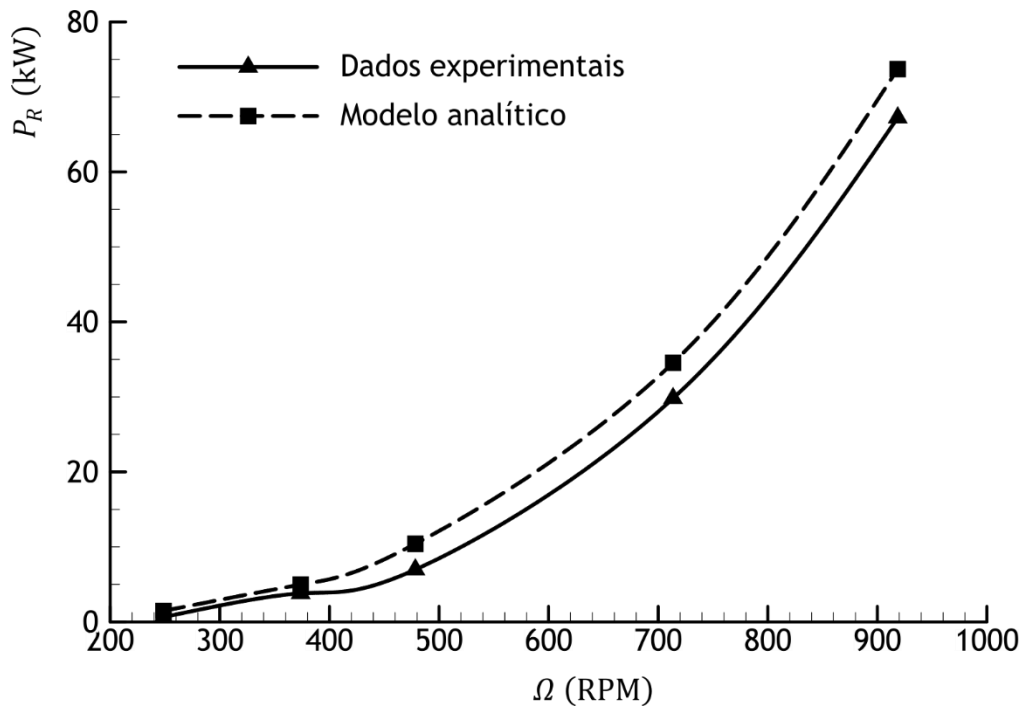


Figura 6.31: Dados experimentais e resultados analíticos para a potência requerida [P_R] em função da velocidade de rotação [Ω], no caso do rotor do IAT21 (Wills & Schwaiger 2012).

Tabela 6.4: Definição dos parâmetros para o caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).

Variável	Valor
Geometria da pá	NACA 0012
Diâmetro do rotor (m)	0.8
Envergadura (m)	0.8
Corda (m)	0.15
Eixo de picada (m)	25% da corda
Número de pás	2
Comprimento da barra de controlo (m)	0.4023
Magnitude de excentricidade (m)	0.05R
Ângulo de fase de excentricidade (grau)	10
d (m)	0.0475
Máximo e mínimo ângulo de picada (grau)	25; -25

O terceiro rotor analisado apresenta uma diferença enorme em relação ao número de pás por comparação com os dois rotores precedentes. Além disso, embora a localização do eixo de picada, o perfil e os valores extremos do ângulo de picada sejam iguais aos do primeiro rotor, este terceiro rotor é de muito menor dimensão.

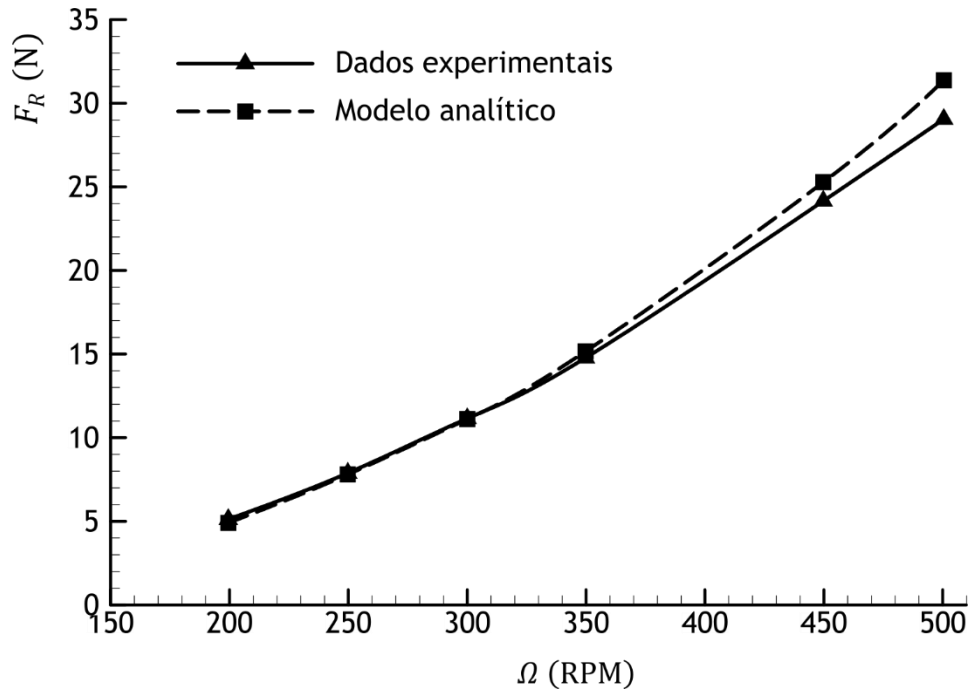


Figura 6.32: Dados experimentais e resultados analíticos para a força gerada [F_R] em função da velocidade de rotação [Ω], no caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).

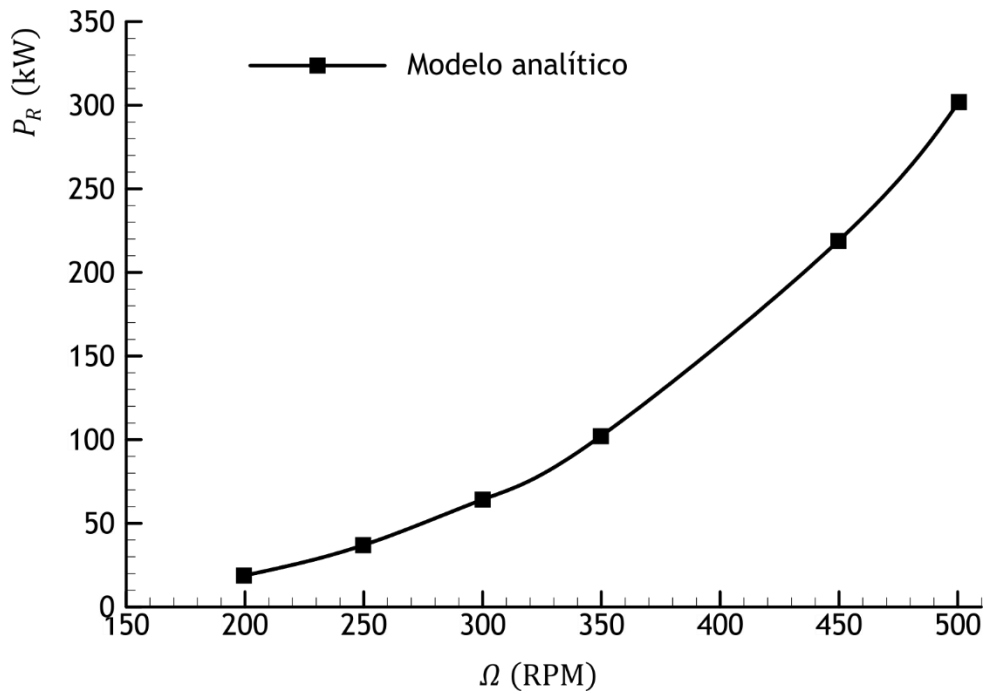


Figura 6.33: Dados experimentais e resultados analíticos para a potência requerida [P_R] em função da velocidade de rotação [Ω], no caso do rotor do Seoul National University (Yun et al. 2004).

O Crescimento da força gerada e da potência consumida é observado através dos resultados obtidos nas Figs. 6.28 - 6.33. Este comportamento é expectável porque a função $[E]$ foi determinada experimentalmente com base nas formas das curvas da força gerada e da potência consumida para o caso do rotor da Bosch. Uma das razões que levou à consideração da função empírica $[E]$ foi a inclusão de aspetos impossíveis de serem modelados analiticamente devido à elevada complexidade. Como exemplo desta complexidade, podem apontar-se os efeitos aeroelásticos, e a variação do centro aerodinâmico ao longo da corda à medida que a pá se movimenta. Considerando o caso do rotor da Bosch, representado nas Figs. 6.28, e 6.29, pode constatar-se que, tanto para a força gerada como também para a potência consumida, os desvios são aproximadamente os mesmos. Isto não acontece no caso do rotor da IAT21, ver Figs. 6.30, e 6.31. Tal comportamento pode ser explicado pelo facto da função $[E]$ ter sido determinada experimentalmente, através do rotor da Bosch, e pelo facto do rotor da IAT21 operar a ângulos de picada mais elevados, contribuindo desta forma para um aumento de efeitos de não-estacionaridade. A força gerada e a potência consumida são, devido ao movimento de rotação e de oscilação, fortemente dependentes dos efeitos da curvatura do escoamento. No entanto, pelas análises anteriores sobre a avaliação da distribuição de velocidades ao longo da corda da pá, fica claro que, ao longo da trajetória da pá, a curvatura do escoamento não é constante. Assim, modelar analiticamente de forma plena e detalhada os efeitos da curvatura do escoamento numa pá, em particular, tem sido até ao momento impossível de alcançar com ferramentas analíticas.

Uma das razões que aumenta a instabilidade no sistema cicloidal é a configuração espacial das pás. A configuração das pás permite que o escoamento em torno delas seja afetado pelas esteiras derramada pelas pás anteriores. A Fig. 6.32 mostra uma boa concordância entre os resultados analíticos e os dados experimentais. Esta concordância pode estar relacionada com os efeitos de interferência que, neste caso, são menos intensos porque o razão c/R é inferior aos casos anteriores, e ao facto deste rotor apresentar menor número de pás, ver Tabela 6.4. Outra razão é que as pás operam a ângulos de picada inferiores aos dos casos anteriores, o que pode atrasar a ocorrência do fenómeno "stall" e, conseqüentemente, reduzir os efeitos de instabilidade. Assim, no caso do rotor da IAT21 em que as pás alcançam ângulos de picada de aproximadamente 40° o desvio aumenta.

O presente modelo analítico foi desenvolvido considerando o rotor cicloidal como um sistema global, e não com base na contribuição individual de cada pá. Por isso, o modelo é incapaz de prever a ocorrência da separação do escoamento, bem como os efeitos da perda dinâmica numa pá individual. No entanto, por uma questão de estabilidade do sistema, o número de pás do rotor tem de ser pelo menos 4, o que significa que, no caso da ocorrência do stall numa pá em particular, é pouco provável que o sistema global falhe. Este aspeto reforça a ideia segundo a qual, relativamente ao cálculo da força total gerada, considerou-se o rotor cicloidal como um todo.

Além da comparação com resultados experimentais, o modelo analítico também foi comparado com os resultados numéricos apresentados em (Xisto et al. 2016), que foram devidamente validados. Os parâmetros dos rotores usados são apresentados na tabela 6.5. Portanto, entende-se que são rotores com diferente solidez $[\sigma_R]$ devido ao número de pás diferente. Os resultados são apresentados nas Figs. 6.34 - 6.36.

Tabela 6.5: Parâmetros usados para analisar os rotores com variação do número de pás (Xisto et al. 2016).

Variável	Valor
Geometria da Pá	NACA 0018
Diâmetro do rotor (m)	1
Envergadura (m)	1
Corda (m)	0.25
Eixo de picada (m)	25% da corda
Número de pás	2, 3, 4, 6
Comprimento da barra de controlo (m)	0.5012
Magnitude de excentricidade (m)	0.03
Ângulo de fase de excentricidade (grau)	0
d (m)	0.0467
Máximo e mínimo ângulo de picada (grau)	40; -40

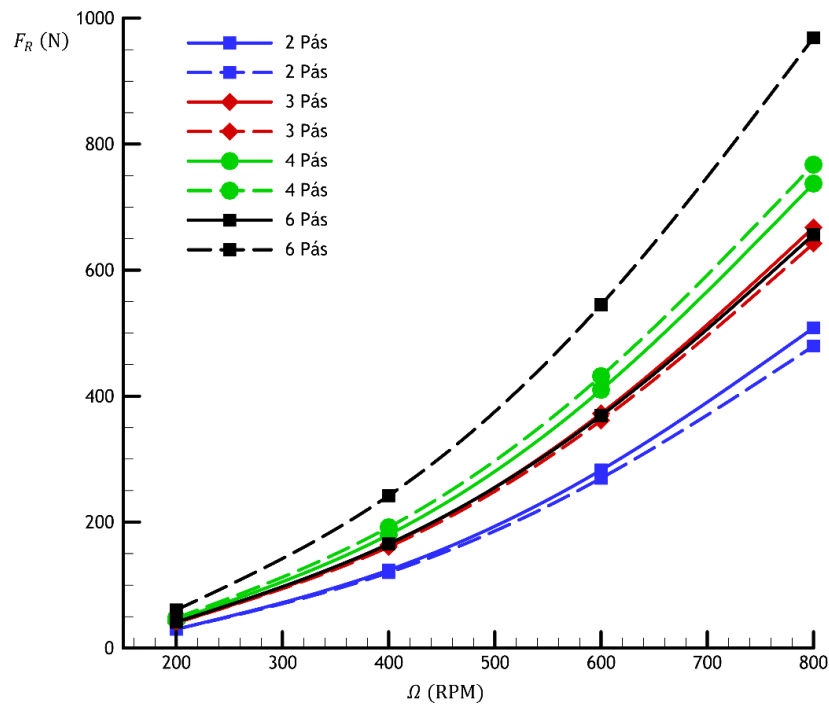


Figura 6.34: Força gerada F_R em função da velocidade de rotação $[\Omega]$, para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numéricos (linha sólida).

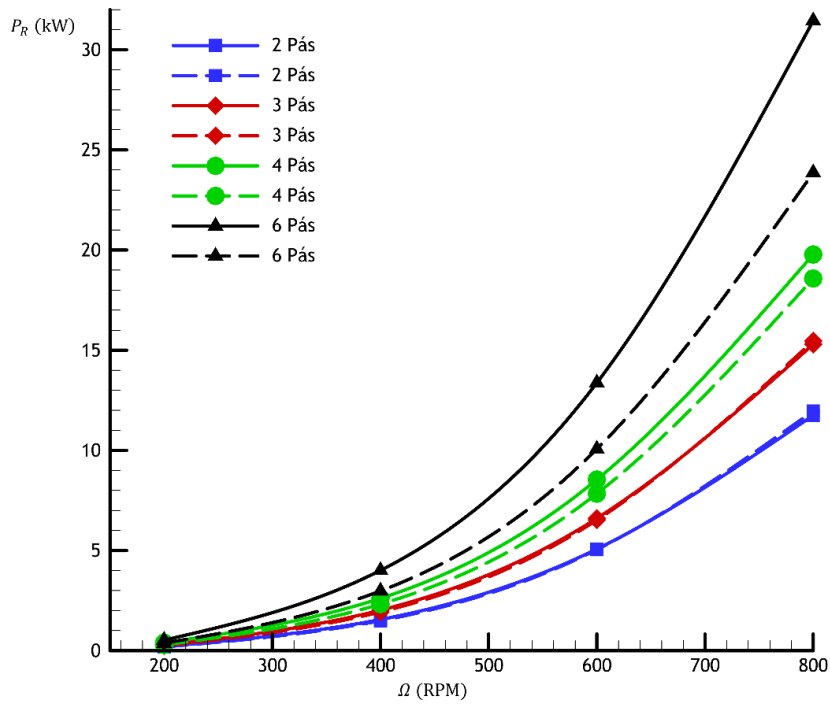


Figura 6.35: Variação da potência requerida P_R em função da velocidade de rotação $[\Omega]$ para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numéricos (linha sólida).

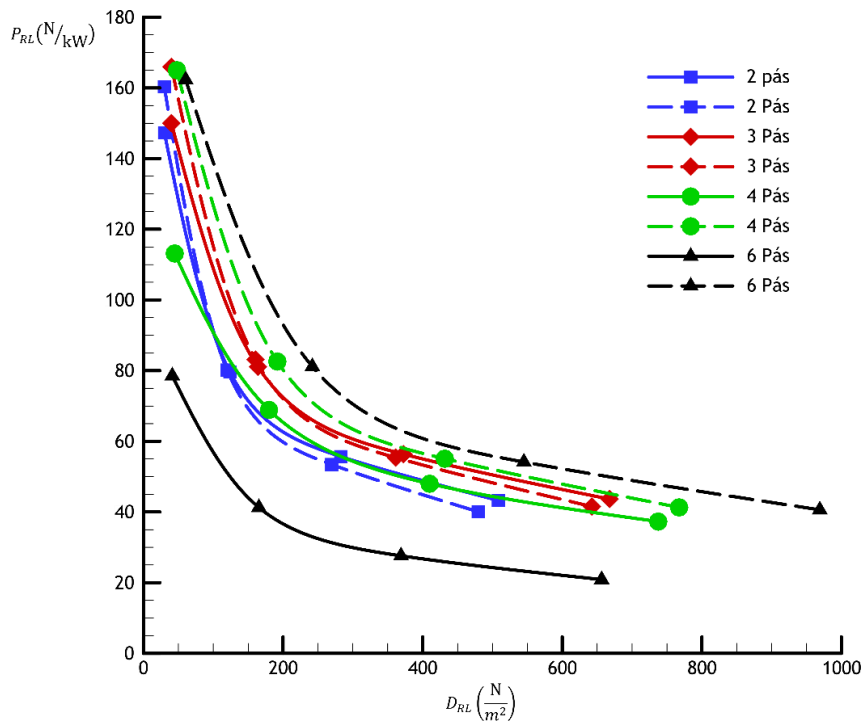


Figura 6.36: Variação da razão carga-potência P_{RL} em função da carga no disco $[D_{RL}]$ para rotores cicloidais com diferentes números de pás: Modelo analítico (linha tracejada); cálculos numéricos (linha sólida).

As Figs. 6.34, e 6.35 mostram resultados obtidos com um modelo numérico de CFD (linha sólida) e resultados analíticos (linha tracejada) para o comportamento, relativamente à velocidade de rotação do rotor, da força gerada e da potência requerida. A Fig. 6.36 tem em consideração a visualização do comportamento da razão carga-potência em função da carga no disco. Pode ver-se que em relação ao modelo analítico, a força gerada aumenta à medida que o número de pás aumenta, mostrando, em comparação ao numérico, uma boa concordância para os casos cujo número de pás é inferior a 6, Fig. 6.34. No entanto, em relação à potência requerida, esta tendência de crescimento com o aumento do número de pás verifica-se inclusive para os resultados numéricos de CFD, Fig. 6.35. Portanto, embora seja facilmente e patentemente visível, quer nos resultados numéricos de CFD quer nos resultados analíticos, que a razão carga-potência em cada rotor é maior para menores valores de carga no disco, isto é, para menores valores da força gerada; a Fig. 6.36 mostra que o rotor que gera maior valor da força não é o que necessariamente apresenta melhor desempenho aerodinâmico. Mais ainda, constata-se que à medida que o número de pás aumenta, aumenta também a discrepância entre os resultados analíticos e os numéricos. Este espectável facto pode, além das razões anteriormente citadas, ser justificado pelas crescentes interfências entre o escoamento em torno das pás e as esteiras de outras pás que, analiticamente, não são devidamente detectadas. Assim, torna-se necessária uma modelação numérica bidimensional e tridimensional para o rotor cicloidal, visando a percepção de detalhes do escoamento que, embora provavelmente relevantes para o desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal, são indesejavelmente ignorados pelo modelo analítico.

Capítulo 7

Resultados da modelação com CFD

Neste capítulo são apresentados resultados que se prendem com a modelação com CFD dos casos descritos no capítulo 4. Estes resultados, devidamente validados, garantem que o uso destes modelos numéricos em diversas situações que envolvem análises de rotores cicloidais. Uma vez que as pás do rotor cicloidal estão em movimento de oscilação e rotação apresentam-se, primeiramente, resultados relativos ao perfil alar em oscilação. Desta forma, antes da obtenção dos resultados relativos à modelação do rotor cicloidal tivemos, a partir dos resultados para o caso do perfil alar em oscilação, o conhecimento do nível de precisão com que é calculado o escoamento, nomeadamente a formação e a deslocação de vortices, a ocorrência da perda dinâmica (stall) e a recolagem do escoamento na camada limite do perfil. Os resultados procedentes de modelos numéricos carecem de validação. Desta forma, para efeitos de validação, tivemos em consideração dados provenientes de testes experimentais que envolveram o estudo de um perfil alar oscilando em regime não estacionário, bem como os dados da operação de rotores cicloidais. Após a validação dos resultados numéricos procedeu-se à análise de vários aspetos característicos do desempenho do rotor cicloidal. Apresentam-se ainda resultados de um estudo paramétrico para o rotor cicloidal, considerando os efeitos que os vários parâmetros geométricos têm sobre o seu desempenho. Este capítulo encerra com uma averiguação da potencialidade de o rotor ciloidal ser usado em modo inverso, funcionando como uma turbina de vento.

7.1 Resultados para um perfil alar oscilante em regime não estacionário

O estudo experimental, realizado em Lee (Lee & Gerontakos 2004), teve como objetivo analisar os valores dos coeficientes de sustentação, de resistência, e de momento para um perfil alar em oscilação. O perfil utilizado foi o NACA0012. A experiência envolveu um túnel de vento ($0.9\text{ m} \times 1.2\text{ m} \times 2.7\text{ m}$), operando a uma intensidade de turbulência de 0.08% e a uma velocidade do corrente livre de 35 m/s . O perfil alar, feito de alumínio, apresentava corda e envergadura iguais a 0.150 m e 0.375 m , respetivamente. O eixo de oscilação foi localizado a

um quarto da corda a partir do bordo de ataque. Com o objetivo de minimizar os efeitos do escoamento tridimensional na secção de medição do túnel de vento, utilizaram-se duas placas circulares com 0.3 m de diâmetro. Cada uma destas placas localizava-se nos extremos do perfil alar. A distância entre as extremidades do perfil alar e a placa foi de menos que 1 mm. Pelo uso de uma sonda de fio quente, com um diâmetro de 5 μm , determinou-se a não uniformidade do escoamento bidimensional. O seu valor foi em torno de $\pm 4\%$ do valor do escoamento de aproximação. O máximo bloqueio, devido ao túnel de vento, foi em torno de 5%. O movimento de oscilação foi controlado por um sistema mecânico de quatro barras e usando um mecanismo de volante capaz de oscilar o perfil alar a várias amplitudes e frequências. A amplitude instantânea de oscilação $[\alpha_o(t)]$ é, como se pode ver pela Eqn (7.1), função do ângulo médio de oscilação $[\alpha_m]$, da amplitude de oscilação $[\Delta\alpha]$ e da frequência angular $[\omega]$.

$$\alpha_o(t) = \alpha_m + \Delta\alpha \sin(\omega t) . \quad (7.1)$$

As condições do estudo envolveram os seguintes valores: $\alpha_m = 10^\circ$, $\Delta\alpha = 15^\circ$ e $\omega = 18.67 \text{ rad/s}$, para uma frequência reduzida de $k = \omega c / 2U_\infty = 0.1$. A velocidade média da corrente livre $[U_\infty]$ foi igual a 14 m/s, correspondendo a um número de Reynolds ao longo da corda, $Re = U_\infty c / \nu = 1.35 \times 10^5$.

O estudo computacional 2D envolveu a geração de vários domínios numéricos, que visam fazer o estudo de sensibilidade dos resultados obtidos relativamente às malhas, e garantir que a solução final seja independente da dimensão destas. Assim, consideraram-se quatro domínios numéricos com diferente número de células: Malha – 0, Malha – 1, Malha – 2, e Malha – 3 com, respetivamente, 127489, 230688, 522064 e 1176179 células. De modo a evitar que as fronteiras exteriores influenciem o comportamento do escoamento, nas proximidades da superfície do perfil alar, cada domínio numérico tem a forma circular de raio igual a $33.33 \times c$.

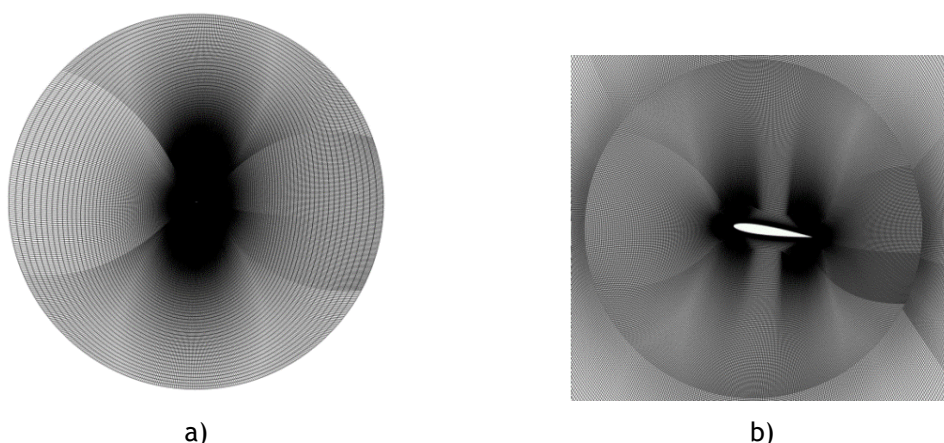


Figura 7.1: a) Vista global de uma das malhas computacionais (Malha – 1) usada para o cálculo do perfil alar em condições de perda. b) Região da pá com a interface circular onde é aplicada a condição de malha deslizante.

As Figs. 7.1 e 7.2 mostram o domínio numérico considerando a Malha – 1. Com malhas estruturadas do tipo O criaram-se duas regiões: uma região exterior e uma outra refinada na zona pá. A região da pá é um domínio circular com o centro localizado a um quarto do comprimento da corda. Esta região descreve o movimento descrito pela Eqn (7.1). Como já referido, a região da pá troca informação com a região exterior através de uma interface de malhas deslizantes, usando o procedimento de malhas deslizantes. A região da pá inclui ainda uma zona para a camada limite concebida considerando, para o cálculo do espaçamento na parede, um $y^+ < 1$ (0.5). O que é visível pela zona mais densa, junto à pá, na Fig.7.2.

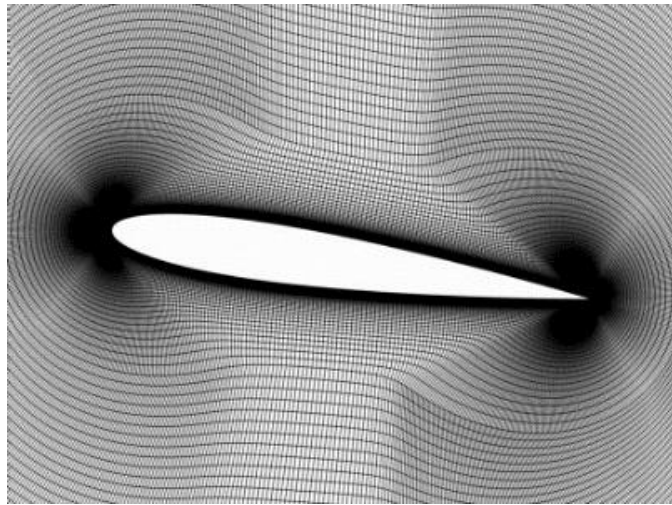


Figura 7.2 A região da camada limite em torno da pá é calculada com uma zona de malha refinada.

Além da análise da independência das malhas, foi realizado para cada malha um estudo da independência de passo de tempo. Assim, com base no período do movimento de oscilação, $[T_c]$, consideraram-se três valores diferentes do passo de tempo: $dt1 = T_c/500$, $dt2 = T_c/1000$ e $dt3 = T_c/2000$. Cada um dos casos foi calculado em vinte ciclos completos de oscilação.

7.1.1 Estudo de independência da malha e de passo de tempo

A física do problema prende-se com uma variação temporal, e espacial, das variáveis determinantes do comportamento do escoamento. No entanto, e como demonstrado analiticamente, é perfeitamente aceitável considerar que, para números de Reynolds aos quais operam os rotores cicloidais, o escoamento é incompressível. Pois que, a máxima velocidade a que normalmente o ciclorotor opera é bastante inferior a velocidade do som. Assim, para a resolução das equações de Navier-Stokes, foi seleccionado um esquema de resolução baseado na pressão. A precisão no tempo e no espaço foi considerada usando esquemas de interpolação de segunda ordem implícita de segunda ordem linear-upwind, respetivamente. O modelo de

turbulência seleccionado foi o -SST $k - \omega$. As Figs. 7.3 - 7.9 mostram a confrontação entre dados experimentais e resultados numéricos considerando, em cada malha, diferentes valores do passo de tempo.

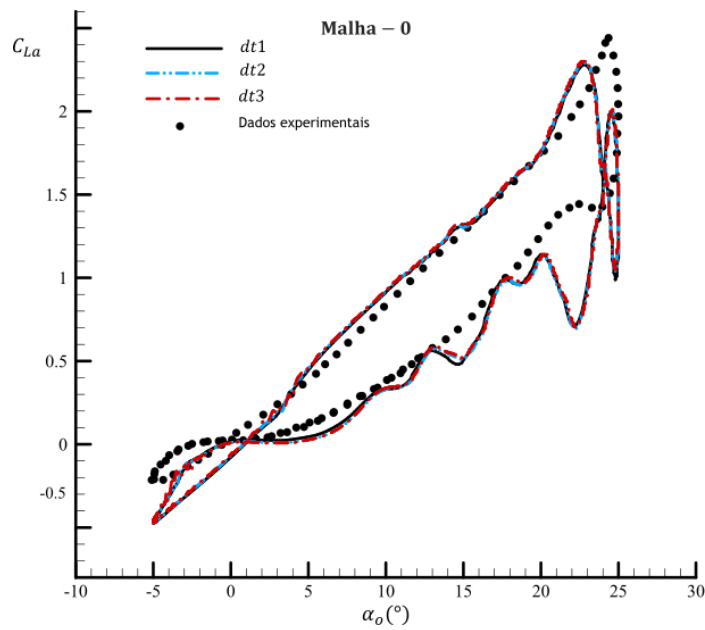


Figura 7.3: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário [C_{La}], a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha - 0.

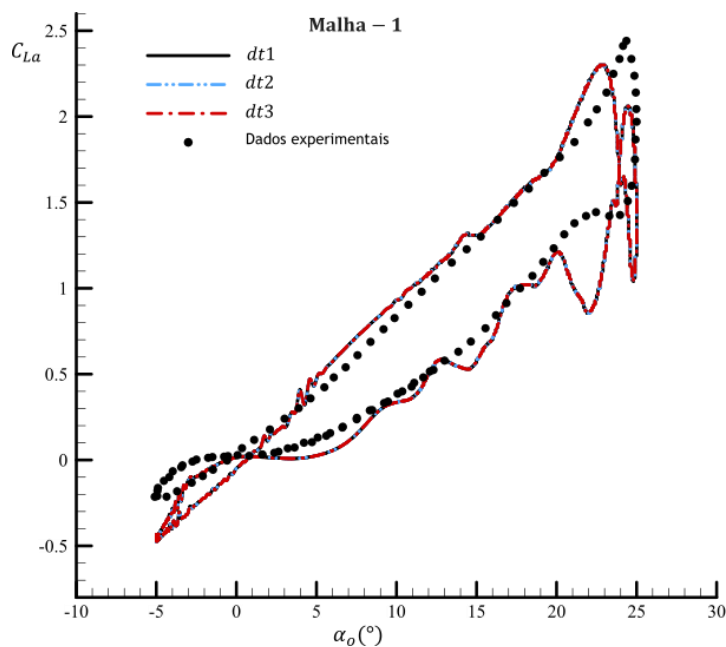


Figura 7.4: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário [C_{La}], a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha - 1.

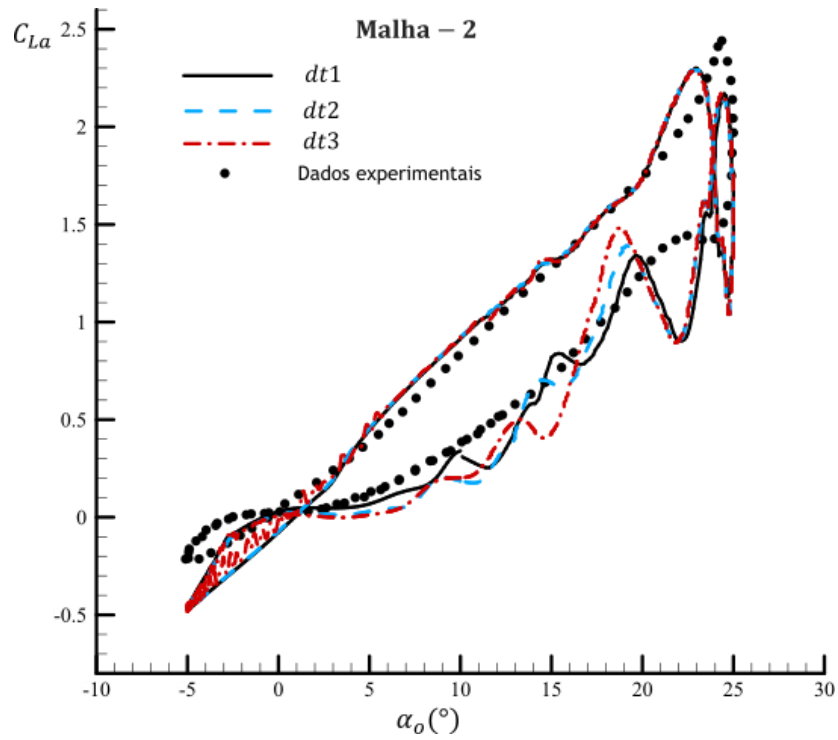


Figura 7.5: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário [C_{La}], a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha - 2.

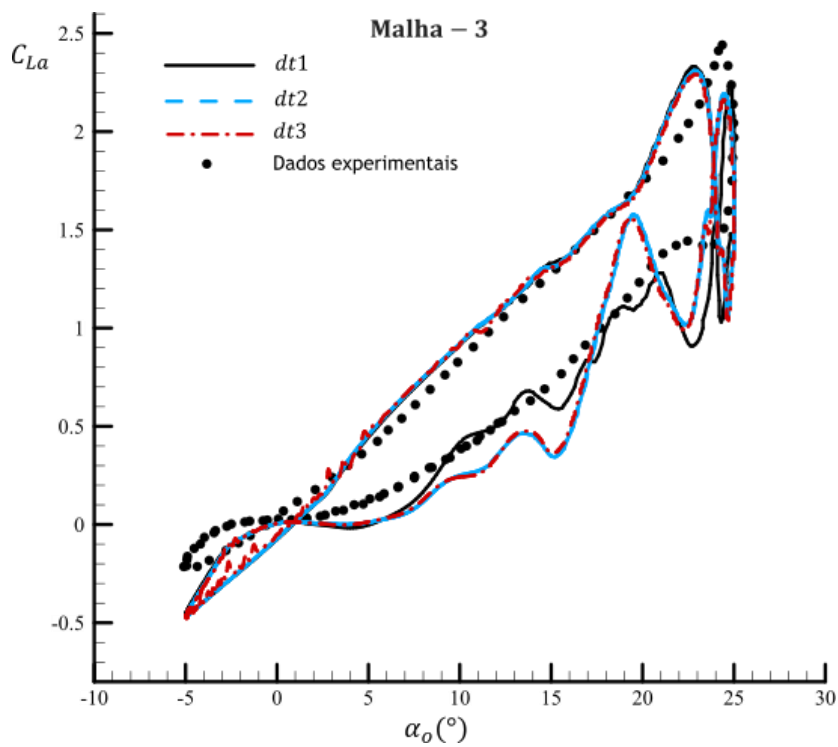


Figura 7.6: Coeficiente de sustentação do perfil alar em regime não estacionário [C_{La}], a diferentes valores do passo de tempo, usando a Malha - 3.

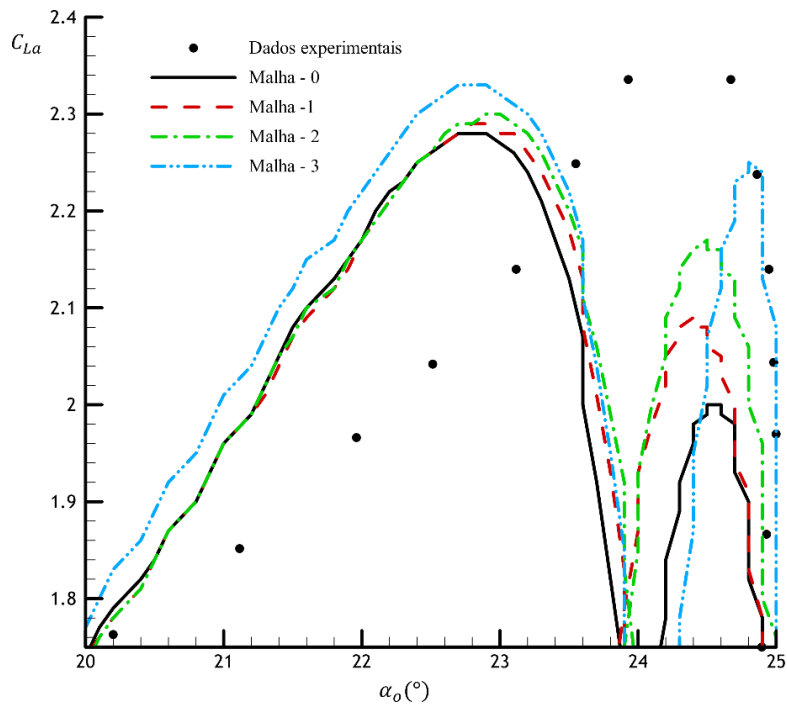


Figura 7.7: Análise de permenor dos valores do coeficiente de sustentação [C_{La}] na zona de pico do movimento de oscilação - $\alpha_o \in [20^\circ - 25^\circ]$, obtidos com o passo de tempo igual a $[dt1]$.

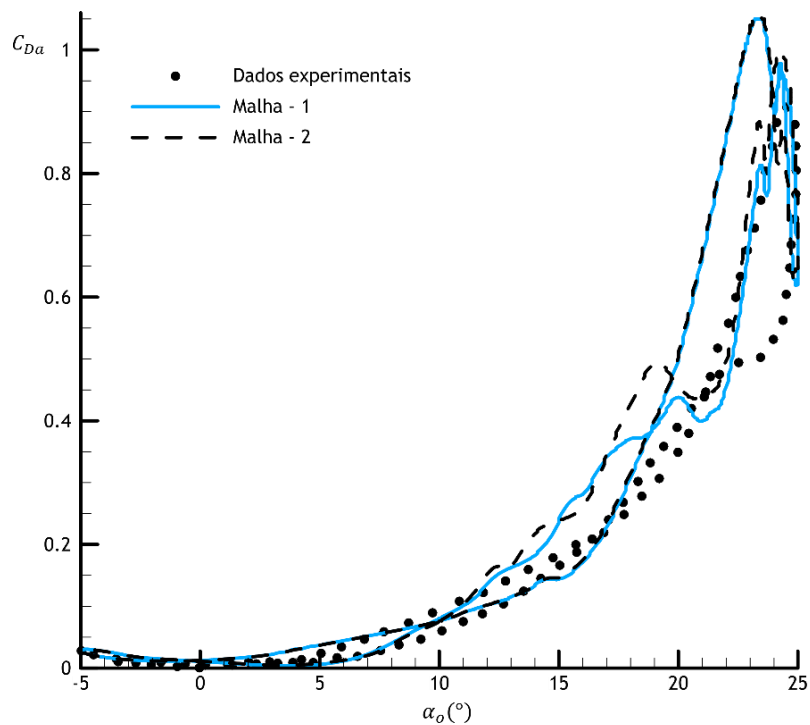


Figura 7.8: Variação dos valores do coeficiente de resistência [C_{Da}] com o passo de tempo igual a $[dt2]$.



Figura 7.9: Análise dos valores do coeficiente de resistência $[C_{La}]$ na região pico do movimento de oscilação - $\alpha_0 \in [20^\circ - 25^\circ]$, obtidos com o passo de tempo igual a $[dt2]$.

Para os casos da Malha - 0 e da Malha - 1, a influência do passo de tempo nos resultados é irrelevante, porque as curvas dos valores de $[C_{La}]$ são praticamente coincidentes, como se pode notar pelas Figs. 7.3 e 7.4. No entanto encontrando-se o perfil alar na fase superior do movimento, porém no percurso descendente do ângulo de picada, nota-se uma ligeira diferença entre os resultados obtidos com o passo de tempo $[dt1]$ e os obtidos com os passos de tempo $[dt2]$ e $[dt3]$, refere-se as Figs. 7.5 e 7.6. Na fase intermédia do movimento, em que o perfil alar se encontra em movimento ascendente, as curvas sobrepõem-se praticamente. Esta boa aproximação não se verifica na região pico e na região correspondente à fase inferior do movimento, onde os resultados mostram uma maior discrepância. No entanto, como se pode ver nas Figs. 7.7 a Malha - 2 e a Malha - 3 apresentam na região pico uma boa concordância, fornecendo melhores resultados que a Malha - 0 e a Malha - 1. Constata-se também, através da Fig. 7.7, que para o mesmo passo de tempo, o efeito da diferença de malhas se torna bastante menor à medida que consideramos malhas mais refinadas. Independentemente das malhas e dos valores do passo de tempo considerados, um aspeto facilmente perceptível é o facto de que, relativamente aos resultados numéricos, o perfil alar entra em perda (stall) num intervalo de tempo relativamente menor de que o tempo indicado pelos dados experimentais. Mais ainda, a queda no valor do coeficiente de sustentação é acompanhado de um aumento de valores do coeficiente de resistência, como pode ser observado pelas Figs. 7.8 e 7.9, que também mostram o efeito da complexidade do escoamento na região pico. A visualização do escoamento, Figs. 7.10 e 7.11, ajuda a entender a causa de tal comportamento.

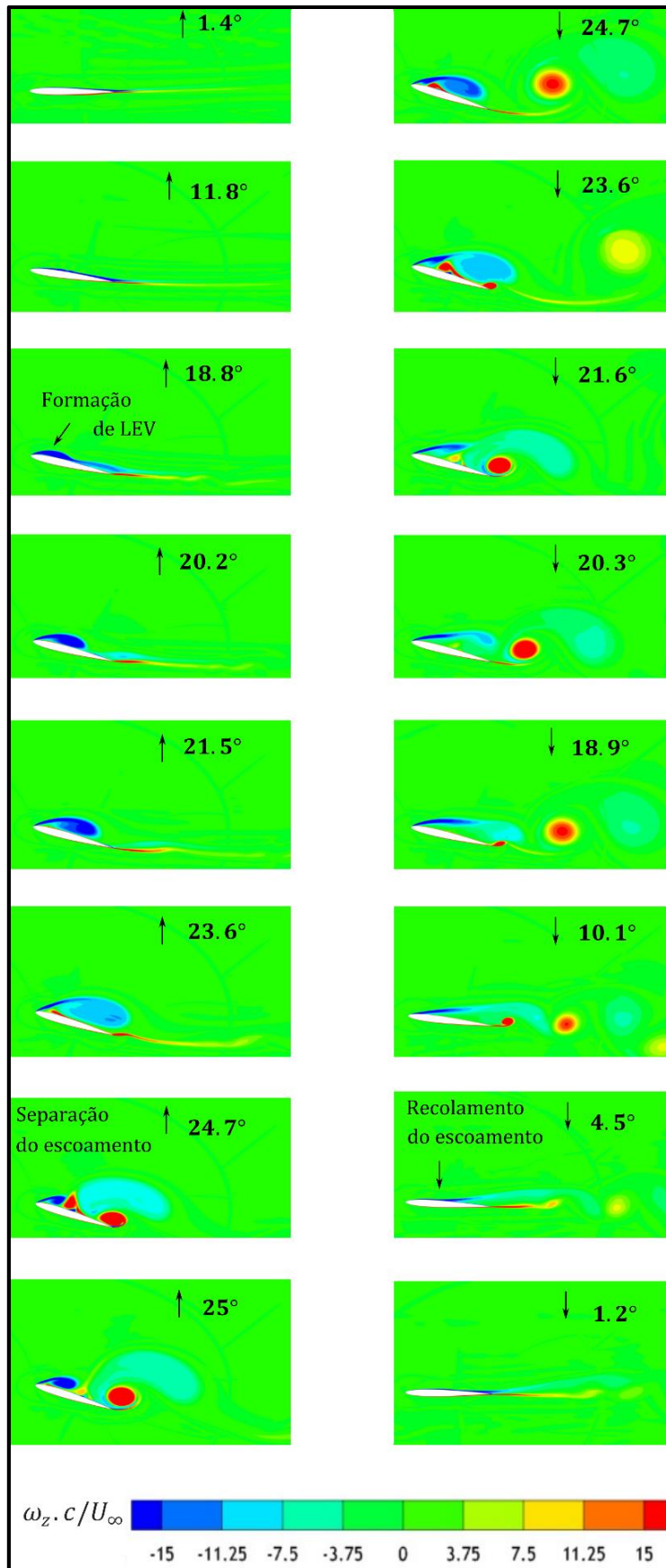


Figura 7.10: Representação da variável $\omega_z c / U_\infty$, ou seja, da vorticidade na forma adimensional.

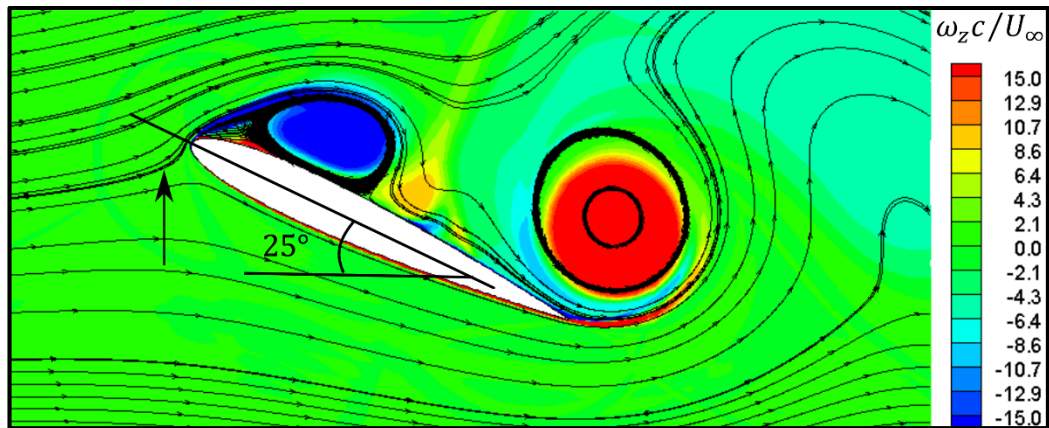


Figura 7.11: Representação da vorticidade adimensional $\omega_z c/U_\infty$. Detalhes para o ângulo de picada máximo igual a 25° .

A Fig. 7.10 mostra a evolução do escoamento desenvolvido em torno do perfil alar durante um período de oscilação. O facto de o modelo numérico prever a perda ligeiramente antes de o perfil alar, ensaiado experimentalmente, realmente entrar em perda pode estar relacionado com a não modelação plena dos vórtices que se desenvolvem no bordo de ataque. De facto, resultados com maior precisão implicam que os vórtices sejam melhor modelados em termos de intensidade e de tamanho, por exemplo usando LES. Por outro lado, a formação e a convecção da estrutura dos vórtices induz flutuações de pressão que mantém o escoamento colado em certas zonas da pá a ângulos de ataque elevados. Através da visualização do escoamento percebe-se que, quando o vórtice desenvolvido a partir do bordo de ataque deixa o bordo de fuga, deslocando-se para dentro da esteira, o escoamento separa-se completamente, Figs. 7.10 e 7.11. Esta separação provoca uma diminuição abrupta no valor do coeficiente de sustentação e um aumento no valor do coeficiente de resistência. Uma vez que é espectável que o centro dos vórtices seja uma zona de baixa pressão fica claro que, sendo as estruturas não estanques, estas se movimentam na superfície superior do perfil alar criando, embora com duração curta, zonas de baixa pressão. Este facto ocasiona um decréscimo de pressão na superfície superior e, conseqüentemente, um acréscimo ainda que num período curto do coeficiente de sustentação, em relação ao valor que seria de esperar caso o perfil alar estivesse em situação estática. No entanto, pode constatar-se através da Fig. 7.10 que a zona a montante do perfil alar é, especialmente após a separação, intensamente povoada por vórtices. Estes vórtices ocasionam, relativamente à zona a jusante do perfil alar, uma queda de pressão. Esta diferença de pressão determina, para elevados valores de ângulo de picada, o aumento do coeficiente de resistência aerodinâmico. A Fig. 7.12 mostra os contornos da velocidade do escoamento $[V_{int}]$ adimensionalizada pela velocidade do escoamento de aproximação $[U_\infty]$ para o ângulo de picada máximo igual a 25° . Nota-se claramente a existência de bolha de recirculação na proximidade do bordo de fuga. A maior parte da resistência e da sustentação ocorre em razão de um núcleo de baixa pressão desenvolvido na parte interna da

bolha, o qual é indispensável para fornecer as forças centrípetas que são necessárias para sustentar a circulação das partículas do fluido. Pode notar-se também que a velocidade do escoamento na proximidade do bordo de fuga atinge o dobro da velocidade do escoamento de aproximação.

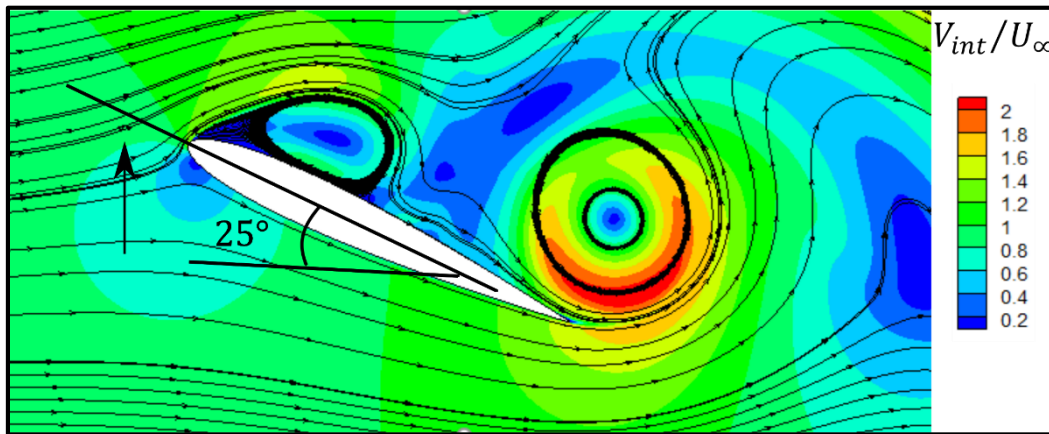


Figura. 7.12: Velocidade do escoamento adimensionalizada pela velocidade do escoamento de aproximação V_{int}/U_{∞} . Detalhes para o ângulo de picada máximo igual a 25° .

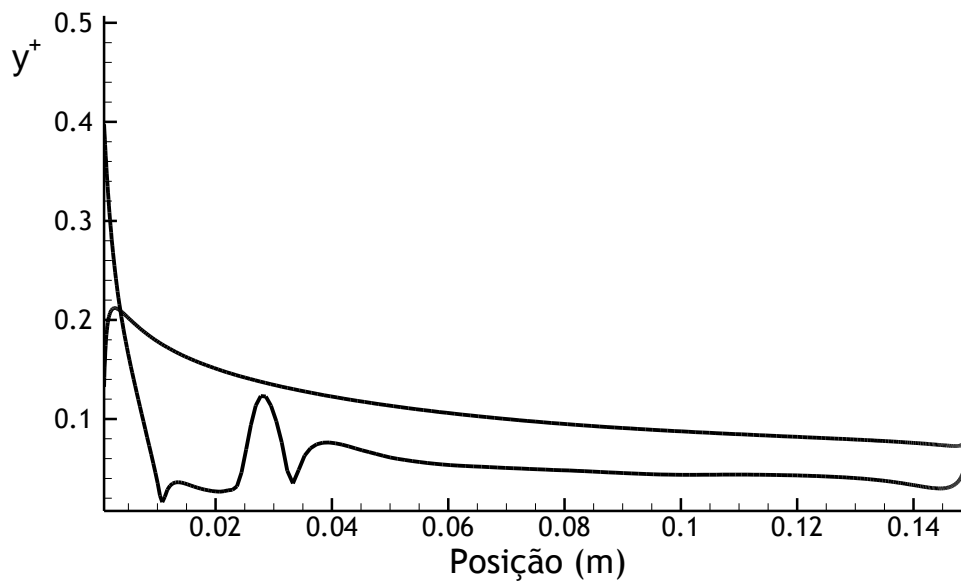


Figura. 7.13: Exemplo de verificação do valor de y^+ ao longo do perfil alar para o ângulo de picada máximo igual a 25° .

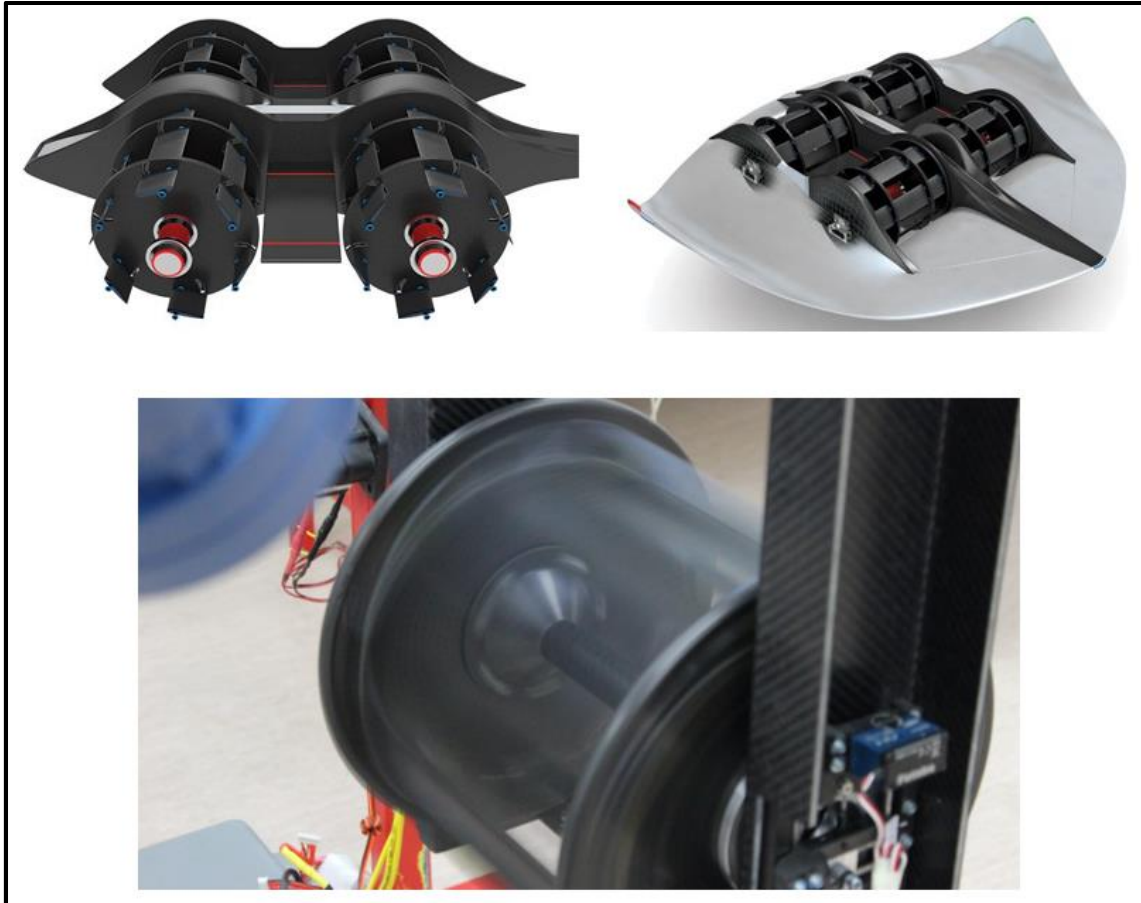
Os valores da função distância à parede adimensional $[y^+]$ podem ser analisados na Fig. 7.13. Estes valores foram obtidos para um ângulo de picada máximo de 25° com a Malha – 1. Constatase facilmente que os valores são perfeitamente aceitáveis. Vamos agora, proceder à análise da situação em que os vórtices interagem com os vórtices criados pelo escoamento em torno de outros perfis alares, como é o caso dos rotores cicloidais.

7.2 Resultados do modelo numérico bidimensional e tridimensional do rotor cicloidal

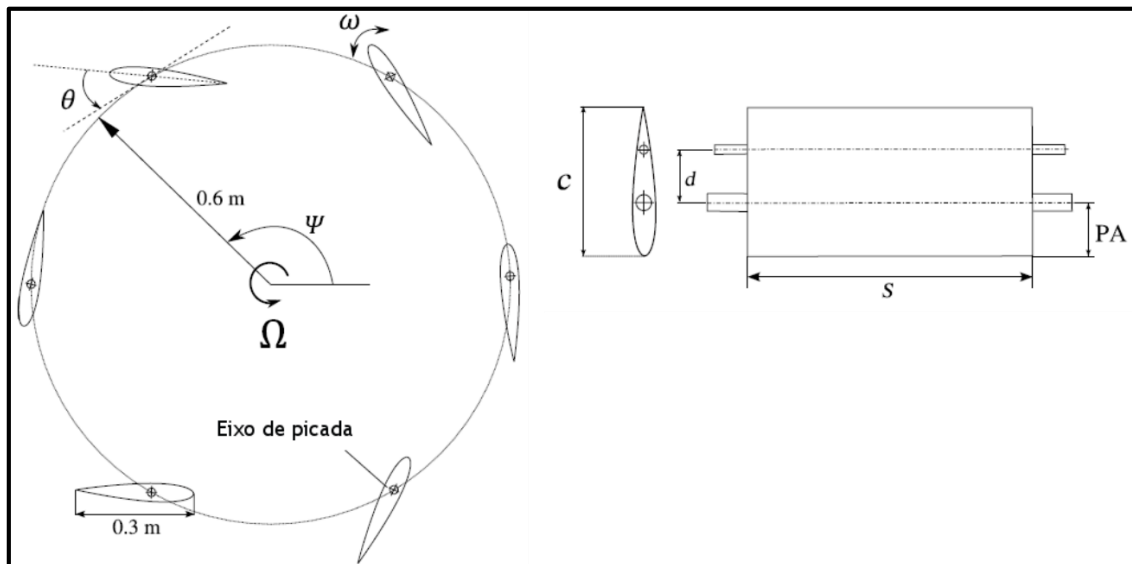
Para a realização deste estudo numérico considerou-se o rotor com referência L3 da IAT21 GmbH, Fig. 7.14-a) e b). Os parâmetros do rotor são os mostrados na tabela 6.3 do capítulo 6. Pode-se notar que os ciclorotores da empresa IAT21 incluem discos nas extremidades. A modelação tridimensional do rotor cicloidal inclui tais discos. Diferentemente do estudo anterior, relativo a um único perfil em oscilação, as pás do rotor cicloidal oscilam e rodam simultaneamente. Além disso, é necessário estar ciente de que a configuração das pás do rotor cicloidal possibilita a interação das pás com as esteiras de outras pás. Esta interação altera o campo de escoamento ao redor delas e, conseqüentemente, afeta os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência. Adicionalmente, em resultado de as pás descreverem movimento de rotação, é também necessário estar ciente do efeito de cambrura virtual, Fig. 4.3, nas metades inferior e superior do ciclo de rotação.

7.2.1 Apresentação do caso-teste L3 da IAT21

A análise numérica do rotor cicloidal envolveu estudos bidimensionais e tridimensionais. O estudo tridimensional é importante porque permite a contabilização de efeitos tridimensionais, que podem ser relevantes para o desempenho dos rotores cicloidais. Em ambos os estudos consideraram-se três zonas para a definição das malhas: a zona das pás, a zona do rotor, e a zona do ambiente. A zona de cada pá descreve, relativamente à zona do rotor, um movimento oscilatório segundo a Eqn (3.4). A zona do rotor descreve, relativamente à zona do ambiente, um movimento de rotação a uma velocidade de rotação constante $[\Omega]$. A zona do ambiente, ao contrário das regiões das pás e do rotor, é sempre fixa. Assim como os domínios numéricos do rotor e do ambiente, os domínios numéricos das pás e do rotor trocam informações através da técnica de malhas deslizantes. O domínio numérico bidimensional do rotor cicloidal é mostrado na Fig. 7.15-a). Usando malhas estruturadas do tipo O, o domínio numérico bidimensional possui forma circular de raio aproximadamente 111 vezes maior que a corda da pá, e com 721 812 células. A zona do rotor tem 166 020 células, e é exibida na Fig. 7.15-b).



a)



b)

Figura 7.14: a) Exemplo do rotor cicloidal com discos nas extremidades usados no conceito do ciclo giro proposto por IAT21. b) Rotor L3 da IAT21 GmbH com discos nas extremidades.

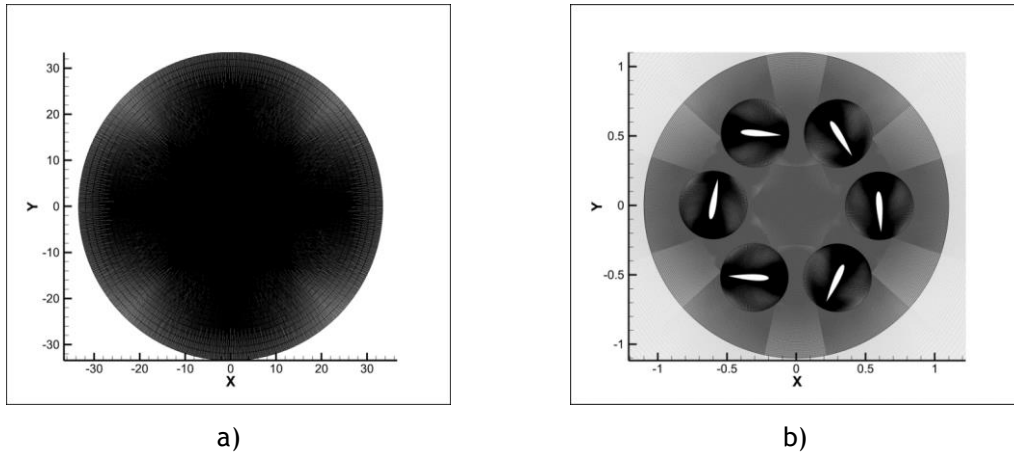


Figura 7.15: Domínio numérico bidimensional no instante do passo de tempo inicial: a) Vista global. b) Vista detalhada da zona do rotor.

Cada zona da pá, com o centro localizado a 35 % do comprimento da corda, contém 376 992 células e inclui uma zona refinada para a camada limite, Figs. 7.16-a) e b). Esta camada fina foi concebida considerando condições para o cálculo do espaçamento à parede com $y^+ < 1$ (0.5).

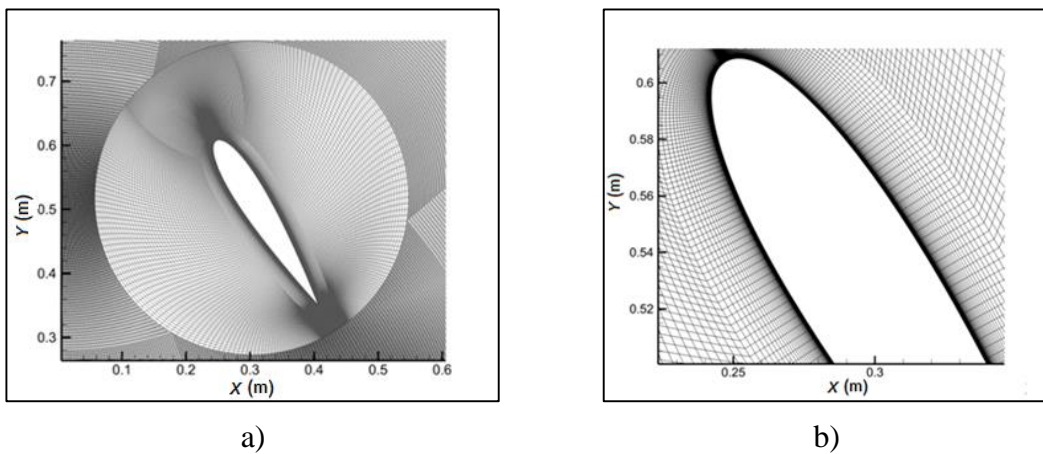


Figura 7.16: Pormenores da zona bidimensional da pá no instante do passo de tempo inicial, e correspondente a 60° do ângulo azimutal: a) Vista global. b) Vista detalhada da zona da malha usada para calcular a camada limite.

Diferentemente dos discos circulares usados para o estudo numérico bidimensional, o estudo tridimensional foi feito criando domínios numéricos de forma cilíndrica, Fig.7.17. Desta forma, com 5 341 704 células, o domínio global é um cilindro com raio e altura iguais a 25.17 m e 15.3 m, respetivamente. Um outro aspeto digno de ser realçado é precisamente a inclusão de discos físicos nas extremidades das pás uma vez que, como visto na Fig. 7.14, o rotor cicloidal ensaiado experimentalmente possui discos nas extremidades. Assim, o domínio numérico para

o estudo tridimensional do rotor compreende discos localizados a 0.03 m das extremidades das pás. As Figs. 7.17 e 7.18-a) mostram os discos e a configuração das pás usados para o desenvolvimento do modelo numérico tridimensional. É mostrada na Fig. 7.18-b) a zona cilíndrica do rotor com 619 432 células, que possui raio e altura iguais a 1.17 m e 1.8 m , respectivamente.

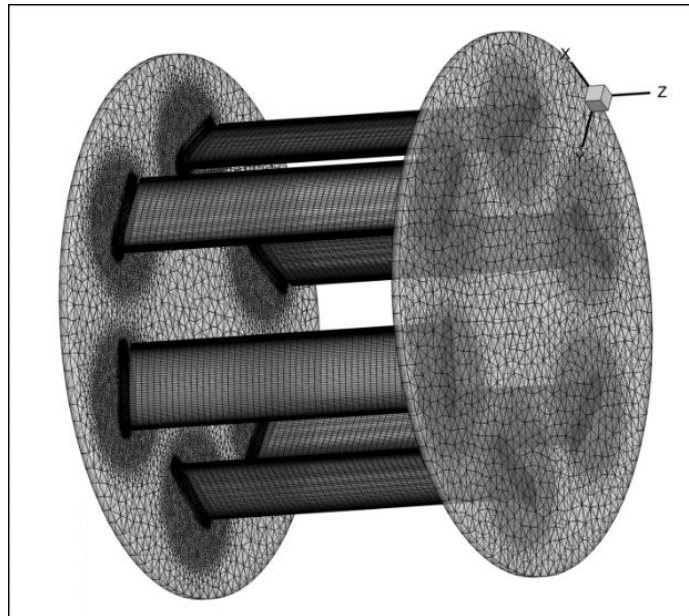


Figura 7.17 Discos e configurações das pás no instante do passo tempo inicial para o rotor L3 da IAT21.

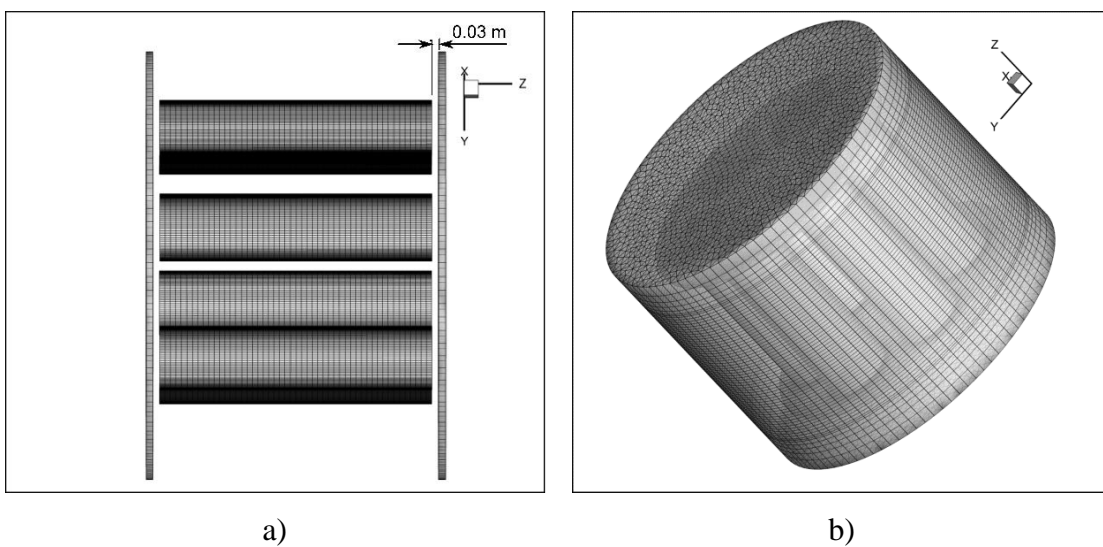


Figura 7.18 a) Vista frontal do rotor cicloidal. É visível a folga entre as pás e os dois discos laterais.
b) Vista global do domínio numérico do rotor.

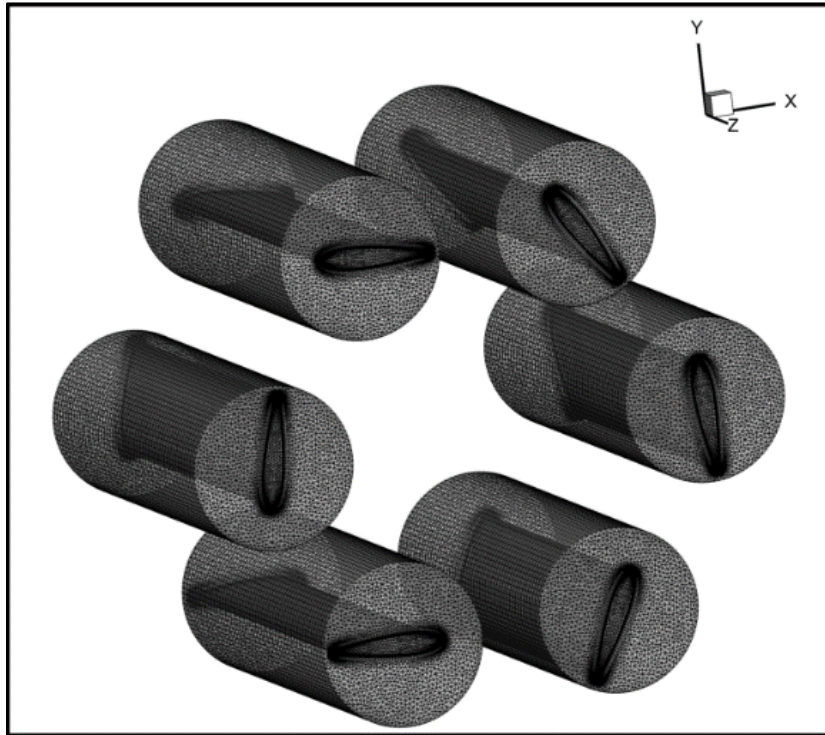


Figura 7.19: Representação tridimensional da zona das várias pás.

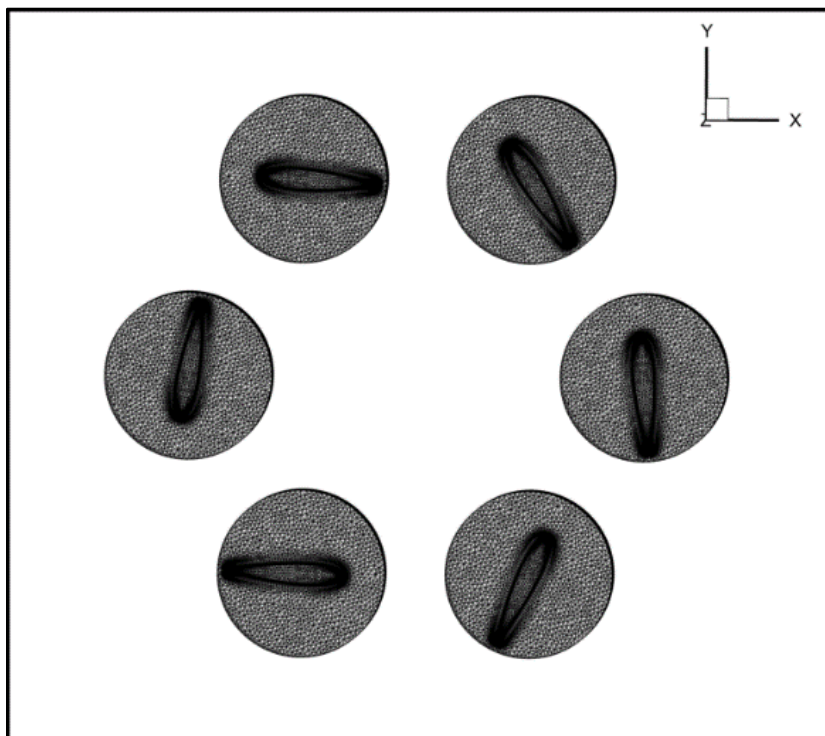


Figura 7.20: Representação da vista frontal da zona da pá no instante do passo de tempo inicial.
Malha tridimensional.

Cada região da pá, Figs. 7.19 e 7.20, é também um cilindro com 3 904 124 células. A altura é 1.23 m, e o raio com o centro localizado a 35% do comprimento da corda é 0.22 m. Pode ver-se que o cilindro da pá é suficientemente grande para conter as dimensões da pá, porém suficientemente pequeno para não tocar nas paredes dos discos que, neste caso, cada uma está a 0.015 m das bases do cilindro da pá.

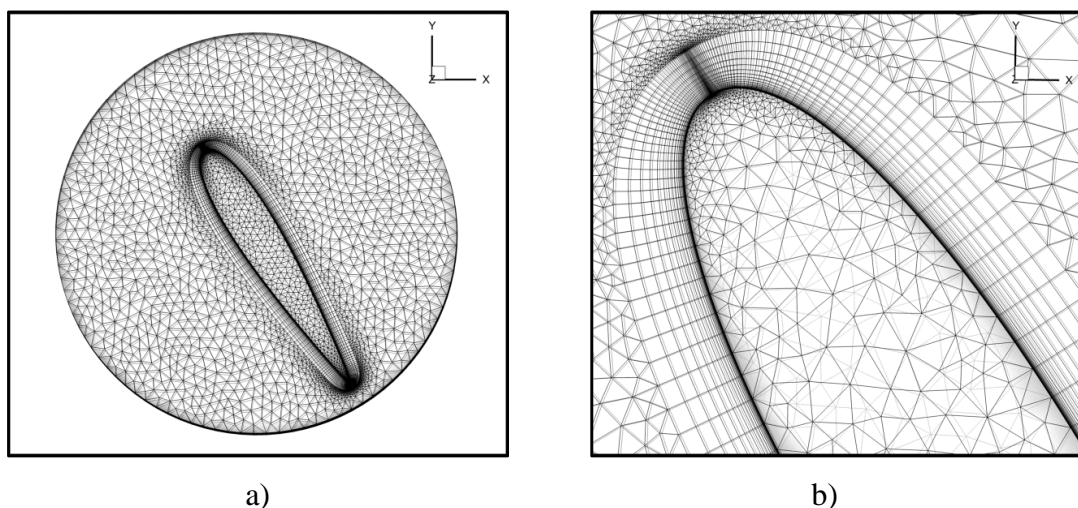


Figura 7.21: Vista da base do cilindro da zona da pá no instante do passo de tempo inicial, e a 60° do ângulo azimutal: a) Vista global. b) Vista detalhada da região para a camada limite. Malha tridimensional.

Ao contrário do caso bidimensional em que se usou somente malhas estruturadas do tipo O, para o estudo tridimensional somente uma zona da camada limite, que é uma parte dessa zona da pá foi gerada com malhas estruturadas do tipo O, ver Figs. 7.21-a) e b). As restantes zonas foram geradas com malhas não estruturadas. Ademais, facilmente se entende que a zona do ambiente que, neste caso, contém 818 148 células, deve ter espaço vazio que é preenchido pela região do rotor que, por sua vez, contém espaços vazios que são preenchidos pela região das pás. As interfaces são superfícies que comunicam através do processo de malhas deslizantes.

No caso do rotor cicloidal, o passo de tempo utilizado tanto para o estudo bidimensional como para o estudo numérico tridimensional foi obtido com base no período do movimento de rotação. Assim, a solução no caso do rotor cicloidal foi obtida considerando 0.5° por passo de tempo ao longo de 30 ciclos. Para a resolução das equações de Navier-Stokes foi seleccionado um esquema de resolução baseado na pressão do tipo acoplado (coupled). A precisão no tempo e no espaço foi definida pelo uso de esquemas de interpolação de segunda ordem implícita e

segunda ordem linear-upwind, respetivamente. O modelo de turbulência seleccionado foi o $k - \omega$ SST.

7.2.2 Resultados 2D para o ciclorotor L3 de IAT21

As Figs. 7.23 e 7.24 mostram, para o caso da modelação bidimensional do rotor cicloidal, os valores da função de parede e da distribuição de pressão estática nas paredes das pás do rotor cicloidal, com a configuração mostrada na Fig. 7.22. Como pode constatar-se, o rotor é composto de seis pás. Os valores da distância adimensional y^+ , em cada uma das pás, são perfeitamente aceitáveis pois que os valores máximos ocorridos são, em cada pá, inferiores a 1. Como é esperado, a distribuição de pressão nas paredes das pás altera-se com a posição azimutal das mesmas, Fig. 7.24.

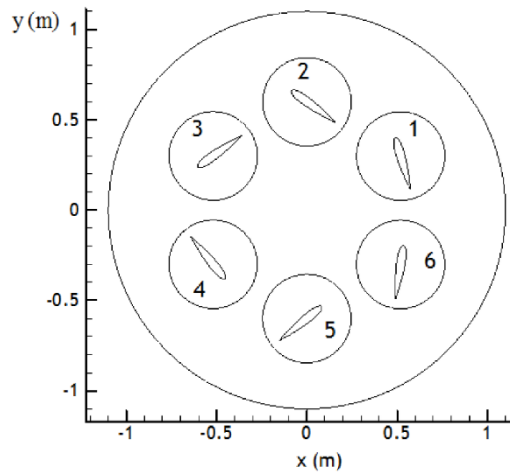


Figura 7.22: Vista frontal do domínio numérico bidimensional das pás do rotor cicloidal, no terceiro passo de tempo do último ciclo de rotação.

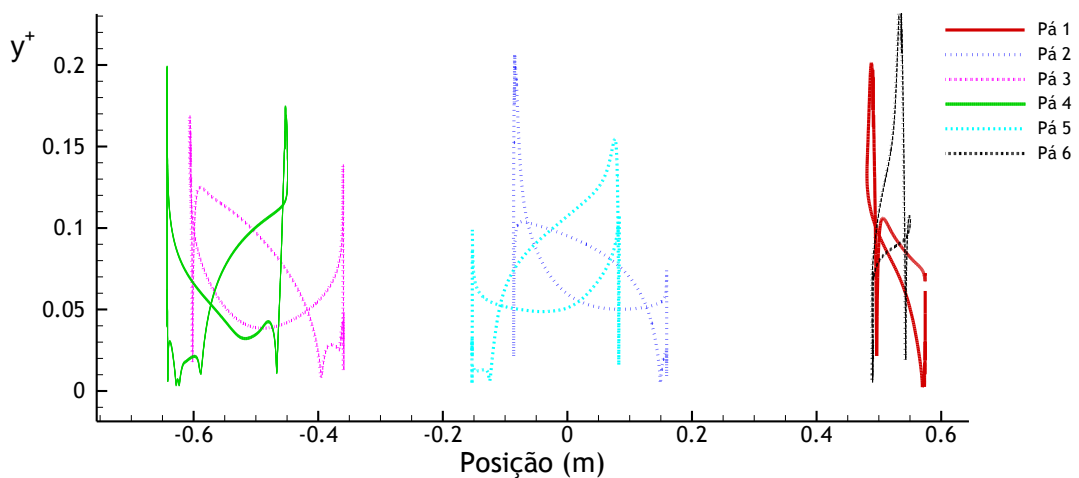


Figura 7.23: Valores da distância adimensional y^+ para o caso do rotor L3 da IAT21 com a configuração apresentada na Fig. 7.22.

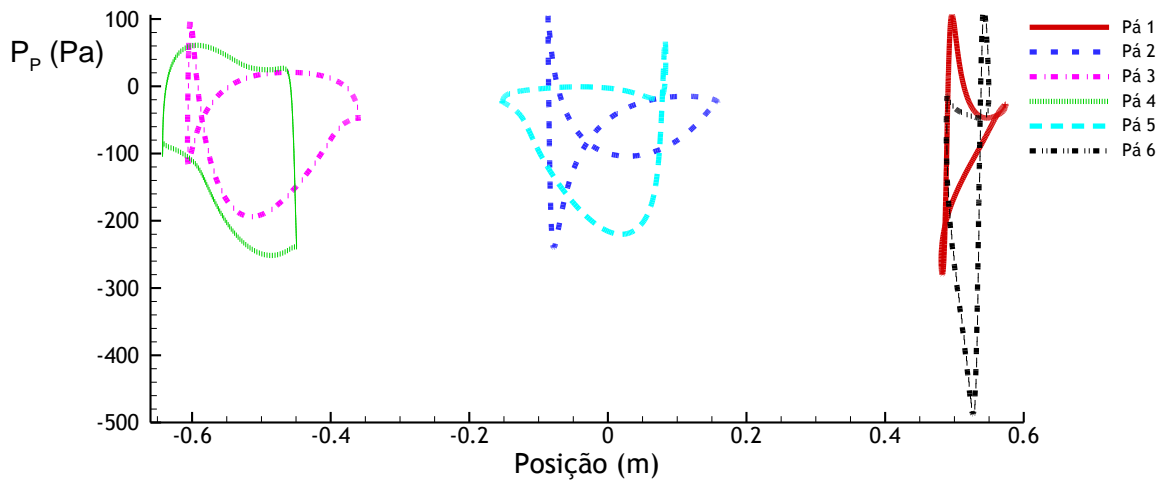


Figura 7.24: Valores da distribuição da pressão estática nas paredes das pás do rotor cicloidal com a configuração apresentada na Fig. 7.22.

7.2.3 Comparação entre resultados 2D e 3D para o ciclorotor L3 da IAT21

A força gerada e a potência consumida foram estimadas através dos coeficientes da força e do momento, calculados para cada pá e, posteriormente, somados para determinar as quantidades totais. Os resultados da força gerada, e da potência consumida, obtidos tanto pela análise bidimensional como pela análise tridimensional podem ser contemplados nas Figs. 7.25 e 7.26. Com o propósito de validação, tais figuras exibem também os dados experimentais do rotor L3 da IAT21 (Tab. 6.3).

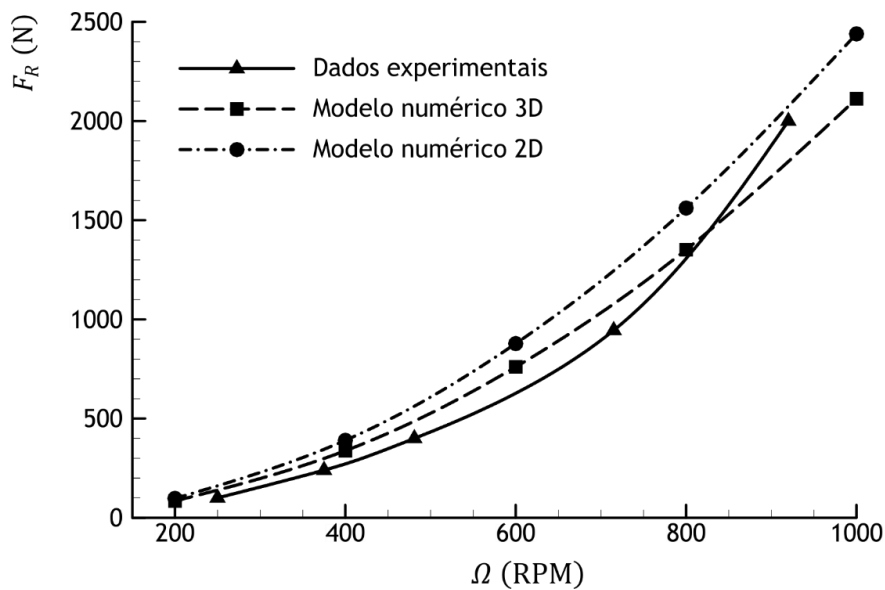


Figura 7.25: Dados experimentais e resultados numéricos de CFD da força gerada $[F_R]$ em função da velocidade de rotação $[\Omega]$.

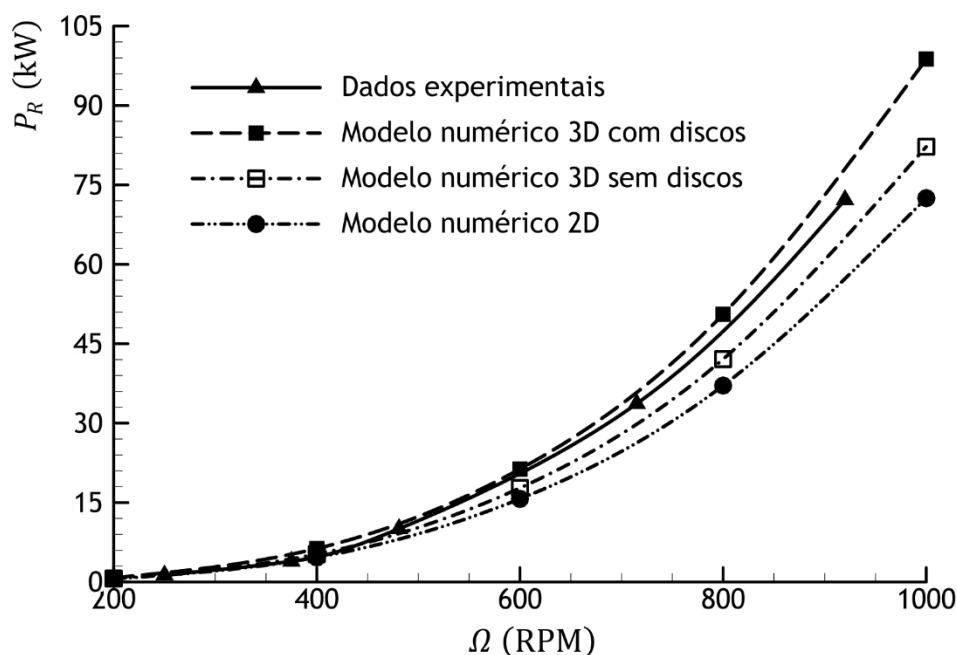
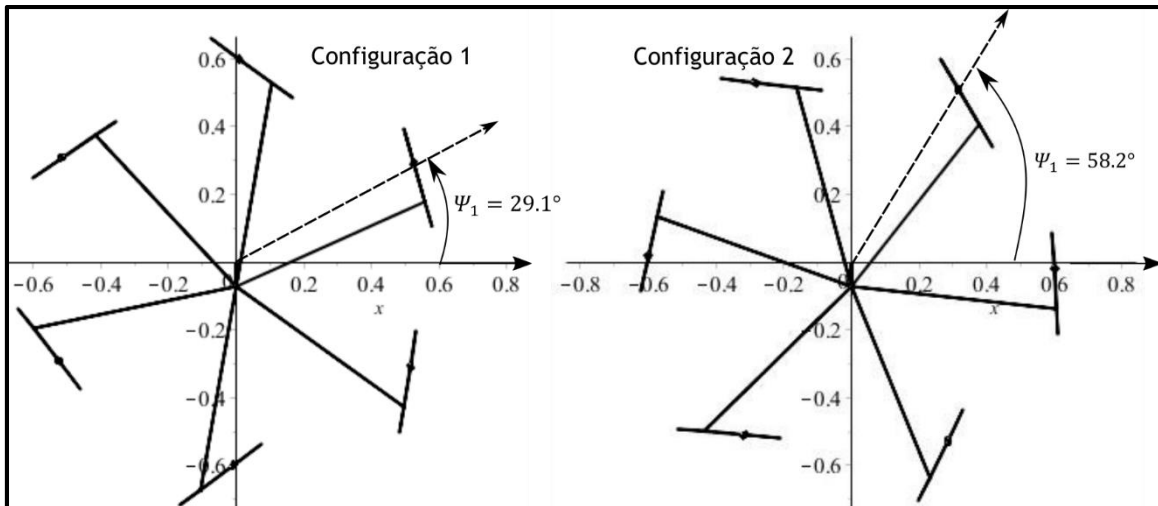


Figura 7.26: Dados experimentais e resultados numéricos da potência consumida [P_R] em função da velocidade de rotação [Ω].

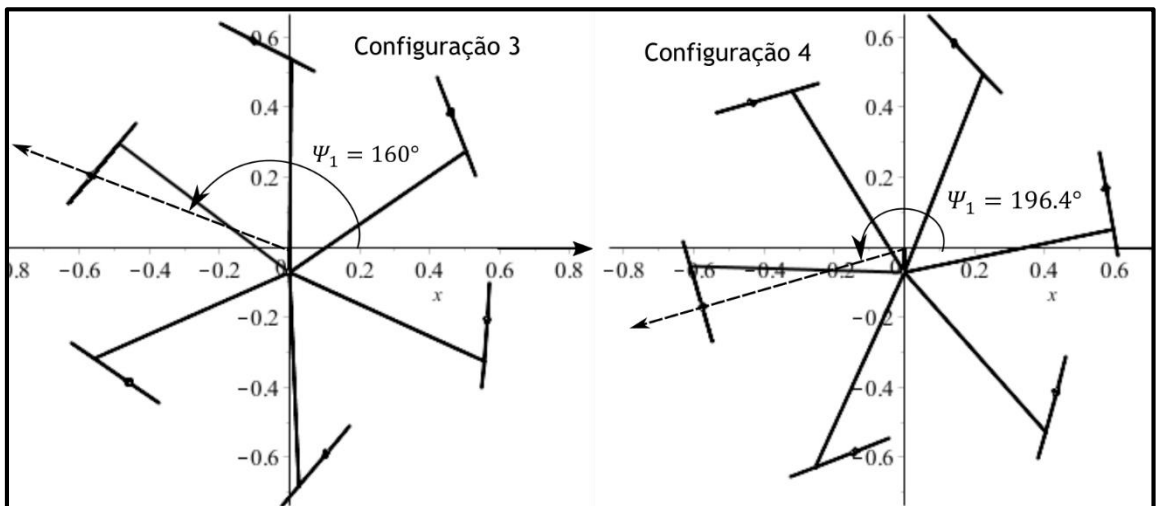
Pela análise das Figs. 7.25 e 7.26 nota-se facilmente que a força gerada e a potência consumida aumentam à medida que a velocidade de rotação do rotor aumenta. Embora tanto os resultados do estudo bidimensional como os do estudo tridimensional mostrem uma boa tendência evolutiva, quando comparados com os dados experimentais constata-se, principalmente no que concerne à força gerada no caso bidimensional, que o desvio relativamente aos resultados experimentais aumenta com o aumento da velocidade de rotação do rotor. Ainda relativamente ao caso bidimensional, um outro aspeto claramente perceptível é o facto de a força gerada ser superior aos correspondentes dados experimentais, e o facto de a potência consumida assumir valores inferiores aos obtidos experimentalmente. Tal comportamento pode ser justificado através das perdas tridimensionais que, no caso bidimensional, não foram consideradas. Neste sentido, pode indicar-se, como exemplos de aspetos ignorados os vórtices nas extremidades das pás, bem como a potência parasita não incluída no cálculo da potência total. Não obstante, as perdas tridimensionais, os efeitos de interferência, e os efeitos de instabilidades são melhor modelados no cálculo tridimensional do rotor cicloidial. Assim, a concordância entre os resultados numéricos e os experimentais é melhor no caso tridimensional de que no caso bidimensional. A diferença deve-se às limitações que o modelo URANS tem em calcular vórtices libertados. Uma opção alternativa seria usar LES, se houvesse capacidade de cálculo disponível.

Os resultados apresentados nas Figs. 7.25 e 7.26 correspondem a valores médios para a força gerada e para a potência consumida. No entanto, estas quantidades podem variar à medida que as pás do rotor se movimentam. Consideremos a primeira pá, aquela cuja posição azimutal no

início do primeiro passo de tempo é zero graus. A configuração do rotor cicloidal pode ser definida a partir da posição azimutal da primeira pá. Para uma melhor compreensão considere as Figs. 7.27-a) e b) geradas pela função da configuração real do rotor $[JP]$ do modelo analítico proposto. Assim, expressando a configuração das pás do rotor pela posição azimutal da primeira pá, o comportamento instantâneo da força gerada pelas pás do rotor cicloidal, a uma velocidade de rotação igual a 200 [RPM], pode ser contemplado na Fig. 7.27.



a)



b)

Figura 7.27: Configuração do rotor cicloidal definida pela posição azimutal da primeira $[\psi_1]$: a) Configuraçã 1 e configuração 2. b) Configuração 3 e configuração 4.

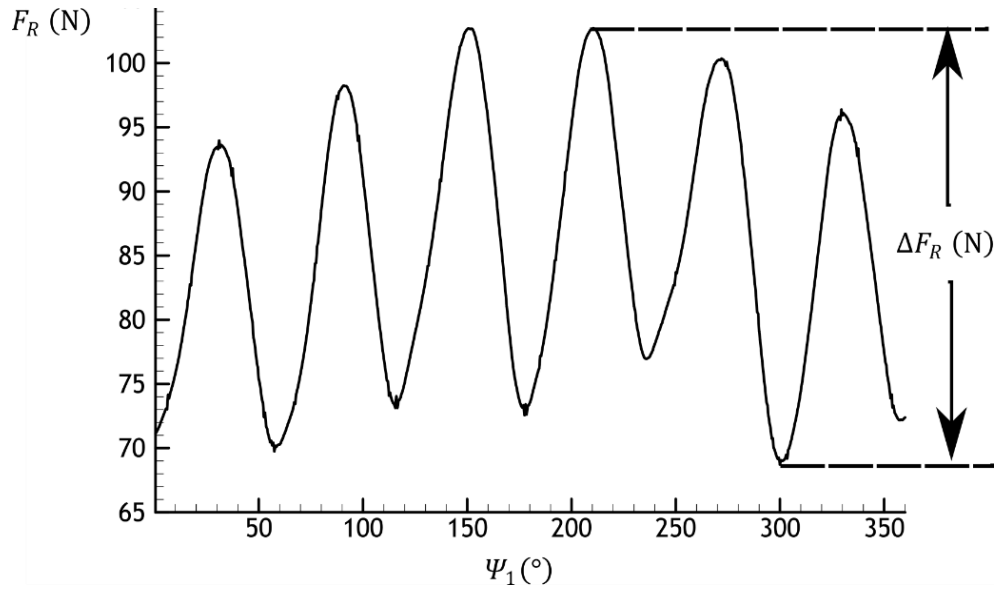


Figura 7.28: Força gerada pelo rotor cicloidal [F_R] em função da posição das pás do rotor medida pelo ângulo azimutal da primeira pá [ψ_1].

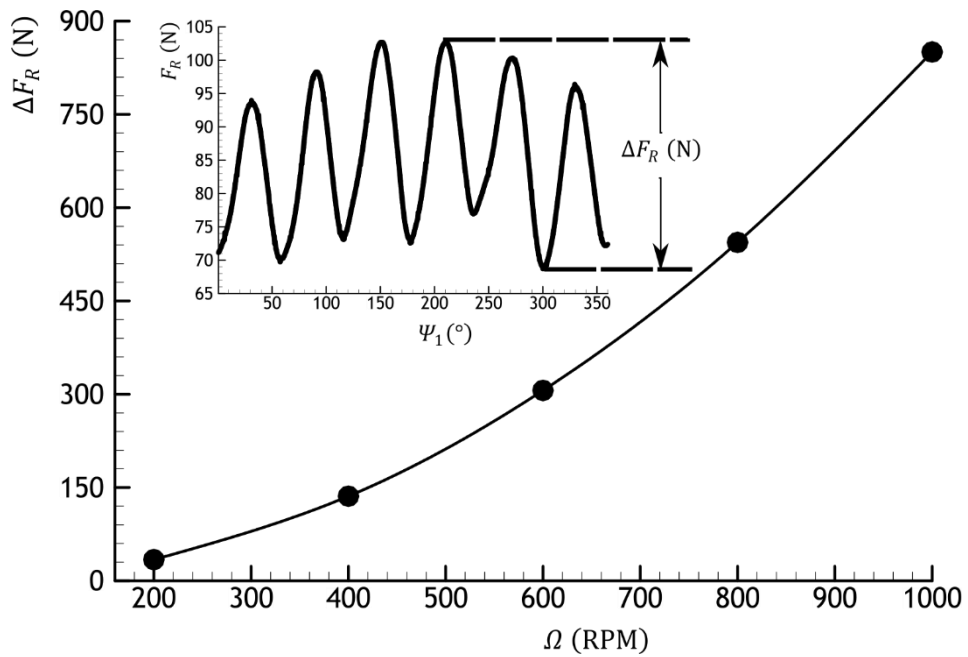


Figura 7.29: Diferença entre os valores máximo e mínimo da força gerada num ciclo de rotação, em função da velocidade de rotação [Ω].

Pela figura anterior, à medida que as pás rodam, fica claro que a força gerada oscila tal como previsto usando o modelo analítico (Leger et al. 2013b). Esta informação pode ser importante

para o controlo do rotor cicloidal. A variação, ou a diferença, entre os valores máximo e mínimo da força gerada em função da velocidade de rotação pode ser observada na Fig. 7.29. Assim, conclui-se facilmente que a amplitude de variação da força aumenta com o aumento da velocidade de rotação. No entanto, é preciso estar ciente de que o aumento da amplitude da força gerada, devido ao aumento da velocidade de rotação, não é razão para afirmar que o controlo do rotor cicloidal se agrave também. Isto ocorre porque a oscilação se dá em torno do valor médio, que também aumenta com a velocidade de rotação. Para melhor entendermos este facto, trágamos à baila a estatística. O coeficiente de variação de um conjunto de dados é precisamente uma medida de dispersão relativa igual a quociente entre o desvio - padrão do conjunto de dados e a respetiva média. Esta quantidade calculada para cada valor da velocidade de rotação é sempre a mesma. No presente caso, o coeficiente de variação dos dados relativamente à força gerada para cada velocidade de rotação é de 11.4 %. Este valor corresponde a uma dispersão relativamente baixa. Assim, para o controlo do rotor cicloidal sugere-se o conhecimento desta variação que, no caso de assumir valores elevados, pode ainda assim comprometer o controlo do rotor cicloidal no que concerne à estabilidade do mesmo.

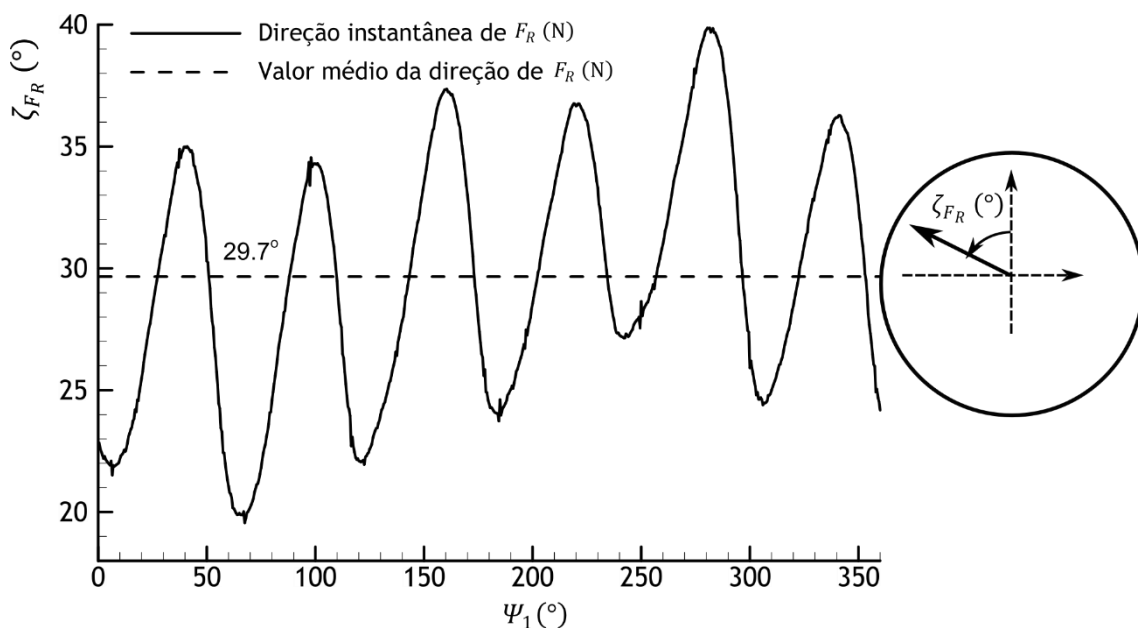


Figura 7.30: Direção da força gerada pelo rotor cicloidal em função da configuração das pás do rotor medida pelo ângulo azimutal da primeira pá [ψ_1].

Um outro aspeto de interesse, neste estudo, é analisar a direção da força gerada pelo rotor cicloidal. Assim, expressando a direção da força relativamente ao eixo vertical pode constatar-se, através da Fig. 7.30, obtida considerando a velocidade de rotação igual a 200 [RPM], que esta direção da força oscila com uma amplitude relativamente baixa, em função da posição das pás do rotor cicloidal. Portanto no presente estudo, verifica-se que a força gerada é um vetor

do 2º quadrante que, em média, se desvia 30º do eixo vertical. Outro aspeto a apontar é que, ao contrário da intensidade da força gerada que aumenta com o aumento da velocidade de rotação do rotor, a amplitude de oscilação da direção da força gerada não varia. Portanto, aumentando a velocidade de rotação do rotor, o acréscimo relativamente à componente vertical da força gerada é acompanhada pelo mesmo acréscimo relativamente à componente horizontal. Este comportamento é perfeitamente aceitável uma vez que, embora a velocidade de rotação varie, o ângulo de fase de excentricidade permanece constante. Pois sabe-se pelo modelo analítico que a alteração da direção da força gerada depende essencialmente do ângulo de excentricidade.

Para uma velocidade de rotação igual a 200 [RPM], a Fig. 7.31 mostra a contribuição individual de uma pá para a geração da força aerodinâmica, à medida que ela varia a sua posição azimutal. Fica claro que a força vertical gerada nas proximidades do ponto mais baixo da trajetória, isto é, a posição cujo ângulo azimutal [ψ] está em volta de 270º, é maior que a força vertical gerada no topo da trajetória. Este facto pode estar relacionado com o efeito de cambrura virtual que, diferentemente de ser positivo no ponto mais baixo da trajetória, é negativo no topo da mesma.

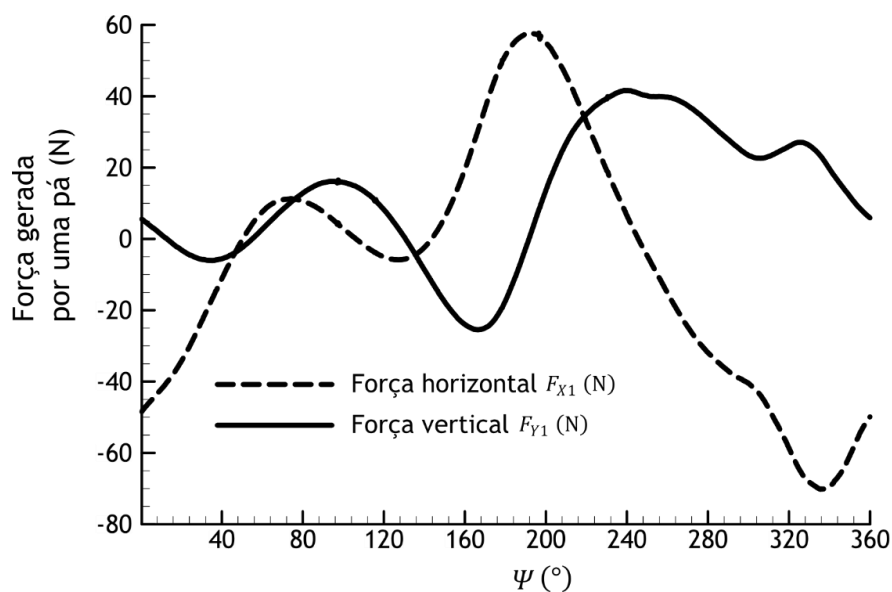


Figura 7.31: Componentes horizontal e vertical da força gerada por uma pá em função da sua posição azimutal [ψ].

A análise do desempenho do rotor cicloidal é apresentada nas Figs. 7.32 e 7.33. Nota-se que a razão carga-potência (quociente entre a carga gerada pelo rotor cicloidal e a potência consumida pelo mesmo) diminui com o aumento da carga no disco (quociente entre a carga gerada pelo rotor cicloidal e a área projetada do rotor cicloidal). Sabendo que a carga no disco aumenta com o aumento da velocidade de rotação do rotor, conclui-se que o rotor cicloidal mostra melhor desempenho a baixas velocidades de rotação, para a mesma área. Ademais,

pode analisar-se a variação da razão entre os coeficientes de carga gerada e de potência em comparação com os experimentais, Fig.7.33. Nota-se que enquanto os valores experimentais apresentam algumas variações, os numéricos quase não variam. Este facto pode decorrer-se da não modelação exata das perdas tridimensionais, dos efeitos de interferência, e dos efeitos de instabilidades.

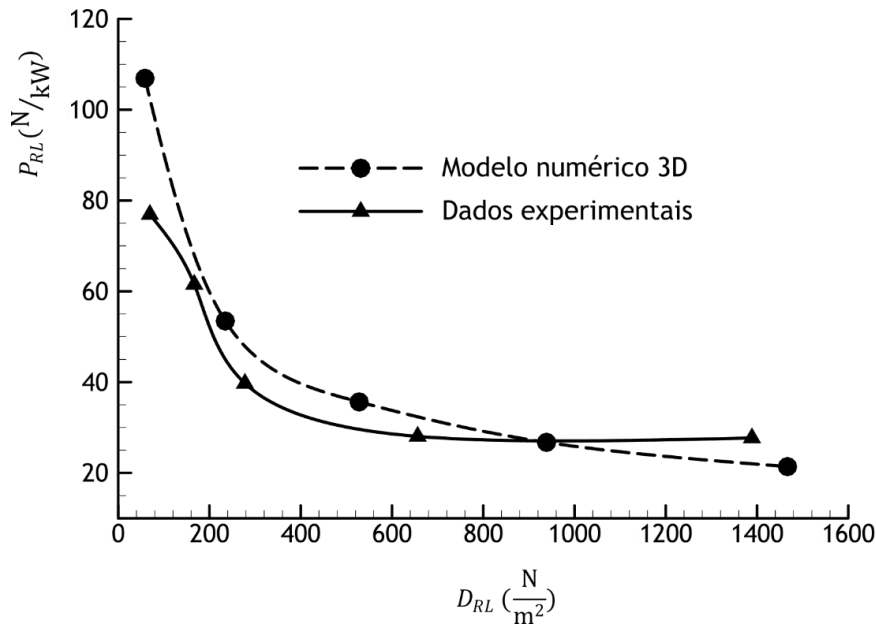


Figura 7.32: Desempenho do rotor cicloidal em termos da razão carga-potência em função da carga no disco.

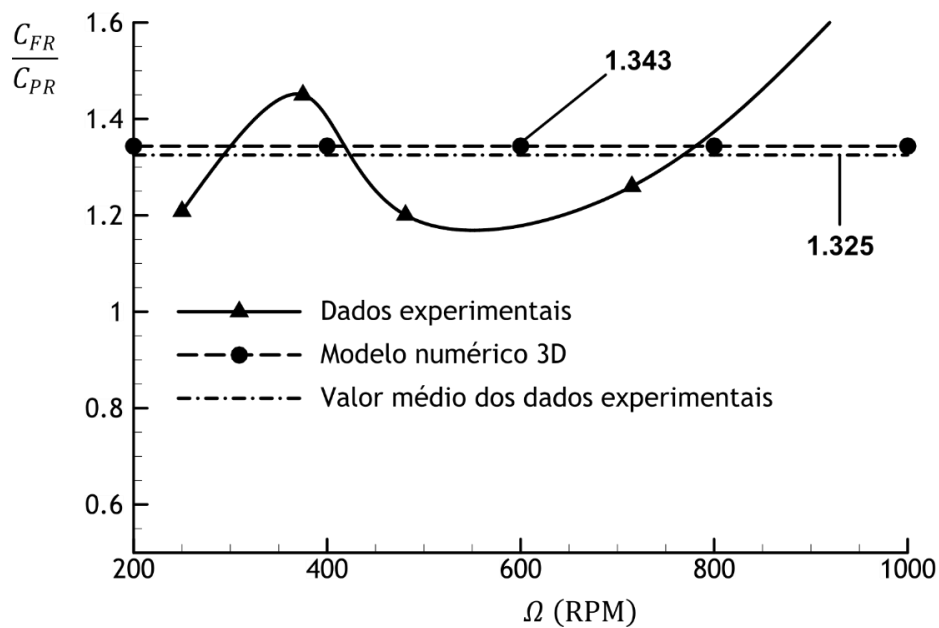


Figura 7.33: Variação da razão entre os coeficientes da carga gerada e da potência consumida, para diferentes velocidades de rotação do rotor.

7.3. Análise paramétrica dos efeitos da geometria das pás

Como visto no capítulo 6 o comportamento do rotor cicloidal quanto ao consumo de potência, para gerar uma determinada força, depende fortemente dos parâmetros geométricos. Assim, neste trabalho, realizaram-se estudos sobre os efeitos da variação de alguns parâmetros geométricos no desempenho do rotor cicloidal. A análise envolveu o efeito do perfil das pás, em particular a espessura do perfil alar, no desempenho do rotor cicloidal em estado pairado. Também se incluiu o efeito da variação da solidez $[\sigma_R]$ do rotor cicloidal, seja pela variação do número de pás, seja pela variação do comprimento da corda. Uma vez que o efeito da variação do comprimento da corda já foi apresentado no capítulo 6, Fig. 6.36, apresenta-se nesta secção o efeito da variação do comprimento da corda. Além da espessura das pás e do comprimento da corda, verificou-se também o efeito da localização do eixo de picada. As dimensões do rotor selecionado para tal análise são apresentadas na Tab. 7.1.

O movimento de oscilação das pás do rotor cicloidal é descrito, desta feita, segundo um ângulo de picada ideal obtido pela equação

$$\theta(t) = \Delta\theta_1 \cdot \sin(\Omega t + \Psi_{10}), \quad (7.2)$$

onde $[\Delta\theta_1]$ é a amplitude de picada e $[\Psi_{10}]$ é a posição inicial da pá. A velocidade angular de oscilação pode ser obtida facilmente pela derivação da Eqn (7.2).

Para este estudo considerou-se o domínio bidimensional circular. A zona perto das pás foi gerada com malhas estruturadas do tipo O. As restantes regiões foram geradas com malhas não estruturadas. As condições de fronteira e a forma como as regiões se movimentam foram definidas usando a mesma abordagem que nos casos anteriormente citados.

Tabela 7.1: Dimensões do rotor cicloidal usado no estudo paramétrico.

Variável	Valor/perfil
Geometria do perfil das pás	NACA: 0006 - 0010 - 0015 - 0018
Diâmetro do rotor (m)	1
Envergadura (m)	1
Corda (m)	0.125 - 0.25 - 0.375
Localização do eixo de picada a partir do bordo de ataque (m)	12.5%, 25%, 35% da corda
Número de pás	4
Ângulos máximo e mínimo de picada (grau)	40; -40

As Figs. 7.34-7.36 mostram o efeito da variação da espessura do perfil alar na geração da força, na potência consumida e, conseqüentemente, no desempenho do rotor cicloidal. O desempenho do rotor cicloidal é analisado pelos valores da razão carga-potência (quociente entre a carga gerada e a potência consumida) e em função dos valores da carga no disco (quociente entre a

força gerada e a área projetada do rotor cicloidal). O ângulo de saída do escoamento é mostrado na Fig. 7.37.

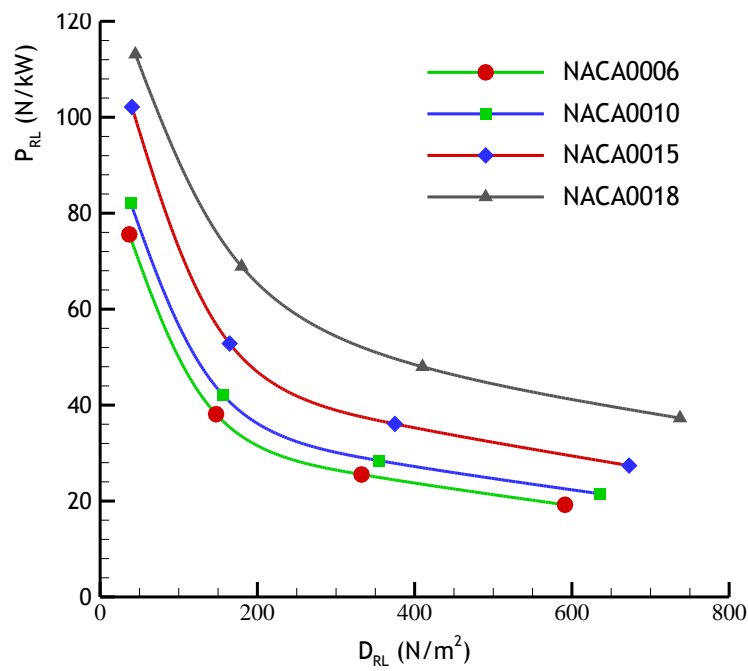


Figura 7.34: Variação da razão carga-potência em função da carga no disco, para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.

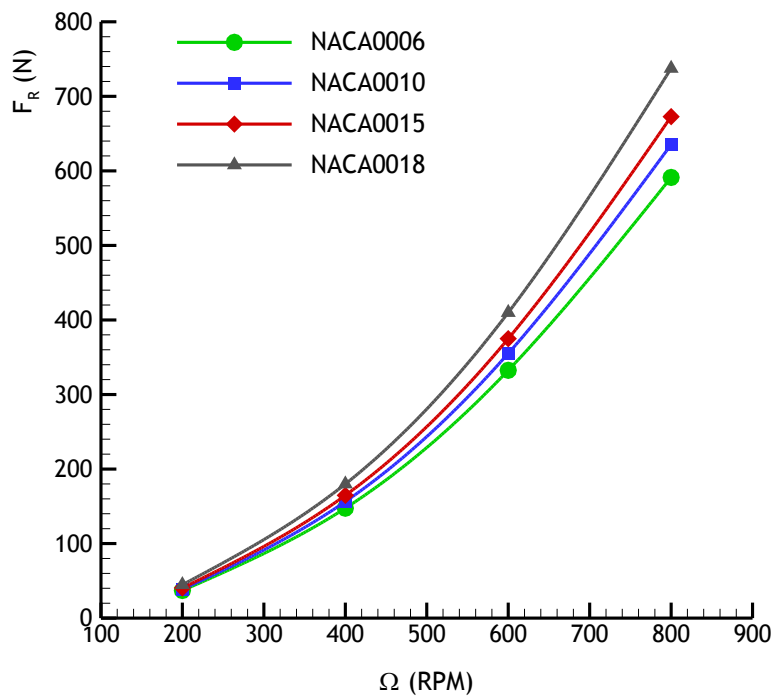


Figura 7.35: Força gerada em função da velocidade de rotação, para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.

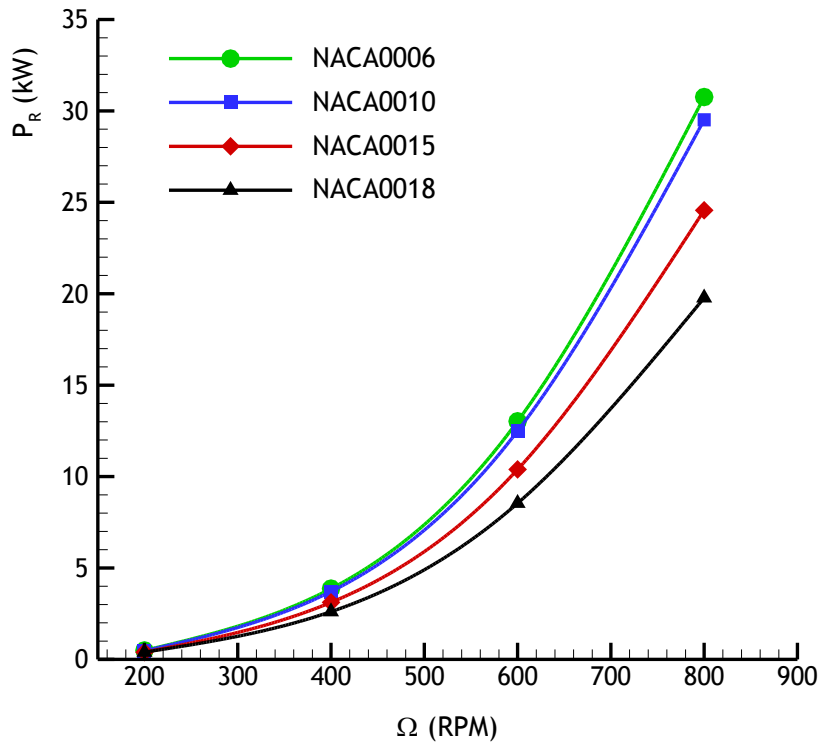


Figura 7.36: Potência consumida [P_R] em função da velocidade de rotação [Ω], para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.

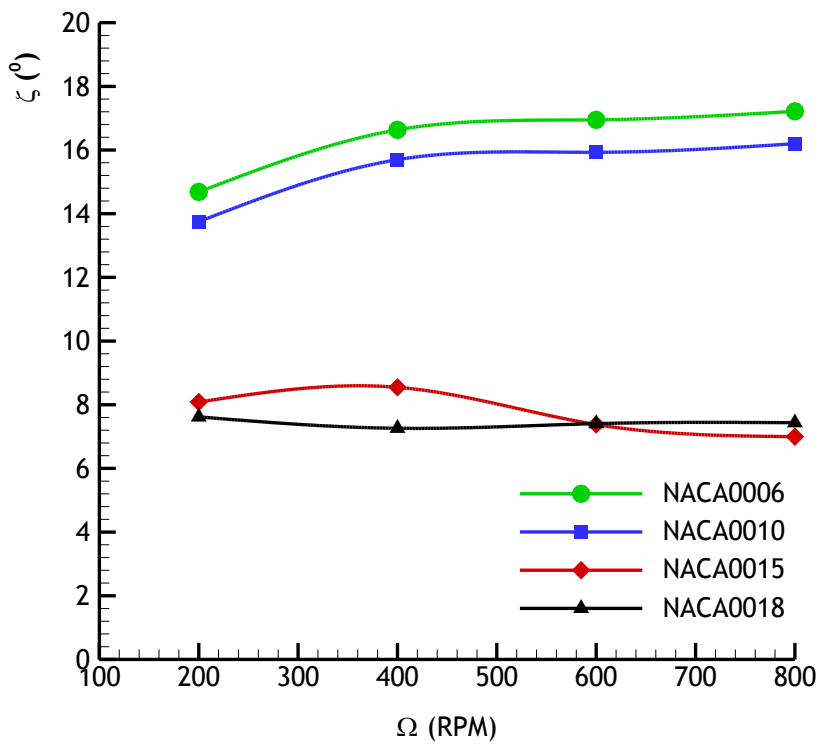


Figura 7.37: Ângulo de saída do escoamento [ζ], em função da velocidade de rotação do rotor [Ω], para rotores cicloidais com perfis alares de espessuras diferentes.

Para todos os valores da carga no disco, à medida que a espessura do perfil aumenta, aumenta também a razão carga-potência. Tal efeito ocorre devido ao crescimento e decréscimo em simultâneo, da força gerada e da potência consumida, respetivamente, Figs. 7.35 e 7.36. Na Fig. 7.37, observa-se que o ângulo da saída do escoamento diminui à medida que a espessura do perfil alar aumenta. Portanto, o aumento da espessura do perfil alar melhora o desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal pela geração de uma força maior à custa de um menor consumo de potência e, neste caso, o escoamento na saída do rotor cicloidal aproxima-se cada vez mais da direção vertical, que era a imposta pelo controlo das pás.

Com o objetivo de entender o mecanismo que está na origem da melhoria do desempenho do rotor cicloidal consideremos as linhas de corrente apresentadas na Fig. 7.38. A análise do escoamento mostrou, no caso dos perfis NACA0006, que a separação do escoamento ocorre sempre que cada uma das quatro pás atinge a posição azimutal de 90° , ou seja o topo da trajetória descrita pelas pás do rotor cicloidal. À medida que a espessura aumenta, o tamanho da zona de recirculação reduz-se até que, no caso do perfil NACA0018, se torna quase desprezável. Esta é uma consequência direta do facto de o ângulo mais elevado de ocorrência de perda estar associado a perfis mais espessos. Nesta análise pudemos notar que, para a amplitude do ângulo de picada considerada, o escoamento separa-se somente no topo da trajetória do rotor cicloidal uma vez que, nesta posição azimutal, o efeito da cambrura virtual induz uma cambrura negativa nos perfis alares, Fig. 4.3.

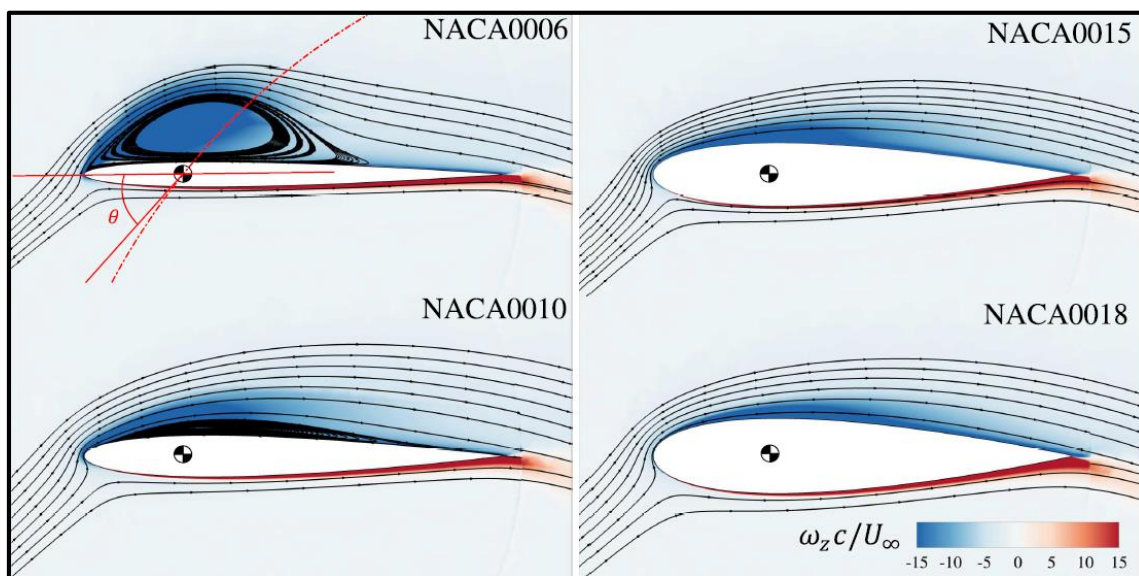


Figura 7.38: Linhas de corrente para a vorticidade adimensional, para a pá no topo da posição azimutal do rotor ($\Psi = 90^\circ$).

A solidez do rotor cicloidal pode ser alterada através da variação do número das pás ou da variação do comprimento da corda. Assim, mantendo constante o raio do rotor, analisou-se o comportamento do rotor cicloidal com perfis NACA0018 com corda de diferentes comprimentos:

0.125, 0.25 e 0.375 m. Desta forma foi possível avaliar o efeito do comprimento da corda no desempenho do rotor cicloidal.

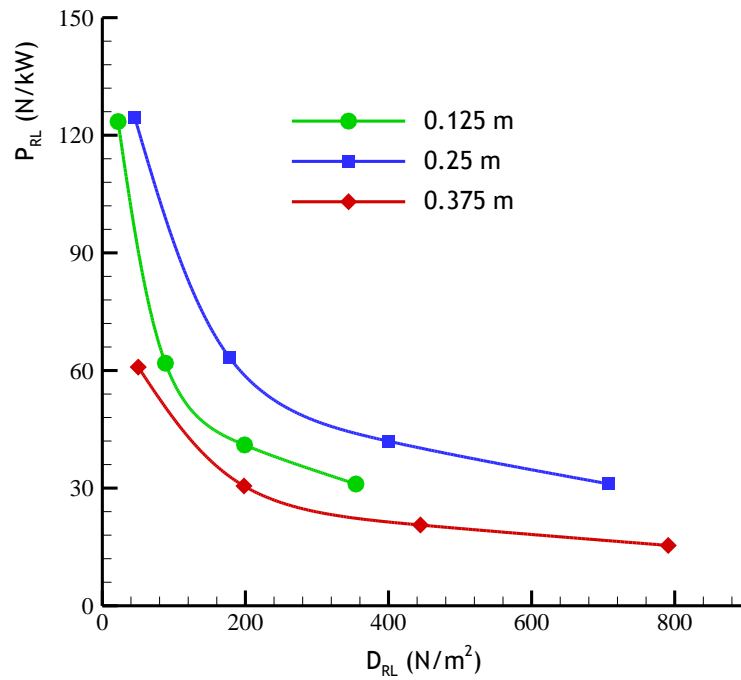


Figura 7.39: Variação da razão carga-potência em função da carga no disco, para rotores cicloidais com diferentes valores da razão corda/raio.

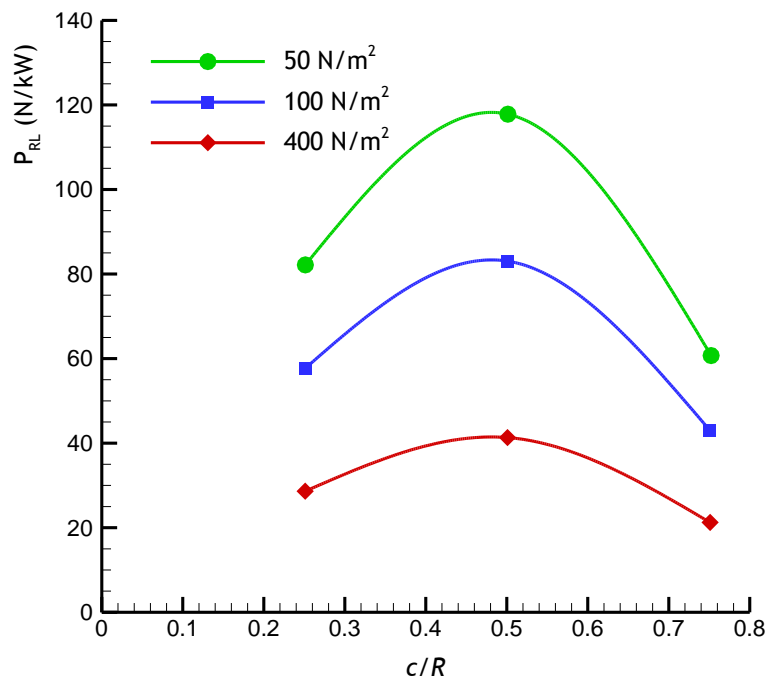


Figura 7.40: Variação da razão carga-potência em função da razão corda/raio, para valores constantes da carga no disco.

As Figs. 7.39 e 7.40 mostram o efeito do comprimento da corda nos valores da razão carga-potência. Para esta configuração específica, concluiu-se que a razão ótima c/R , é 0.5. Este resultado contradiz os resultados encontrados por Benedict et al. (Benedict et al. 2012). Eles mostraram que para uma amplitude de picada de 40° , a razão ótima é em torno de 0.8. Os resultados do presente estudo mostram que, para um razão de 0.75, a razão carga-potência é muito menor que aquela obtida quando a razão é 0.5. Este facto indica claramente que à medida que se consideram rotores cicloidais a operar a escalas maiores, os efeitos do número de Reynolds se tornam mais intensos.

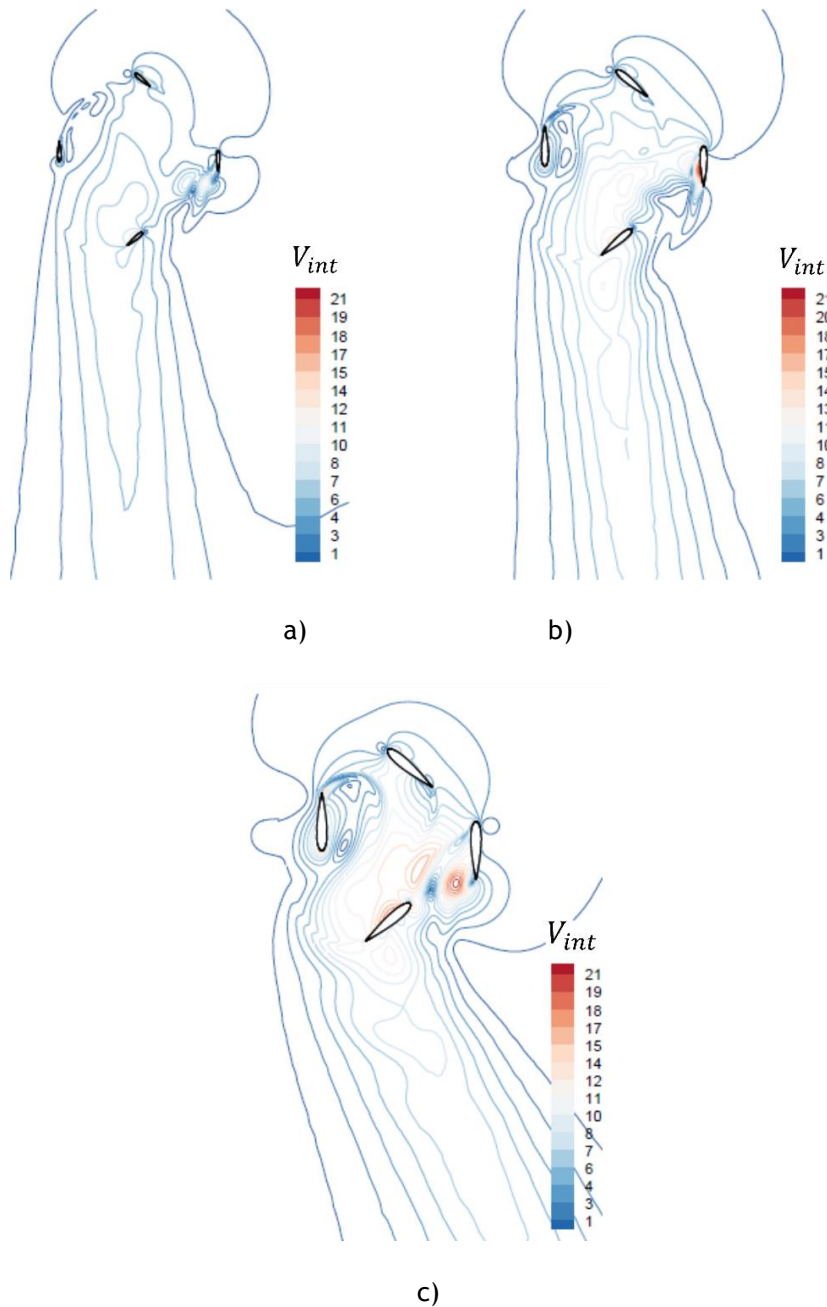


Figura 7.41: Contornos da velocidade calculados para uma velocidade do rotor de 200 *RPM*, para um rotor de 4 pás com diferentes valores do comprimento da corda: a) 0.125 m; b) 0.25 m; c) 0.375 m.

A Fig. 7.41 mostra os contornos da velocidade calculados para os três casos de diferente comprimento da corda, considerando que o rotor opera a 200 RPM. Pode verificar-se que o ângulo do escoamento à saída aumenta com o aumento da razão c/R . Este aumento é devido a efeito da curvatura do escoamento, que é mais intensa nos rotores com maiores valores da razão c/R .

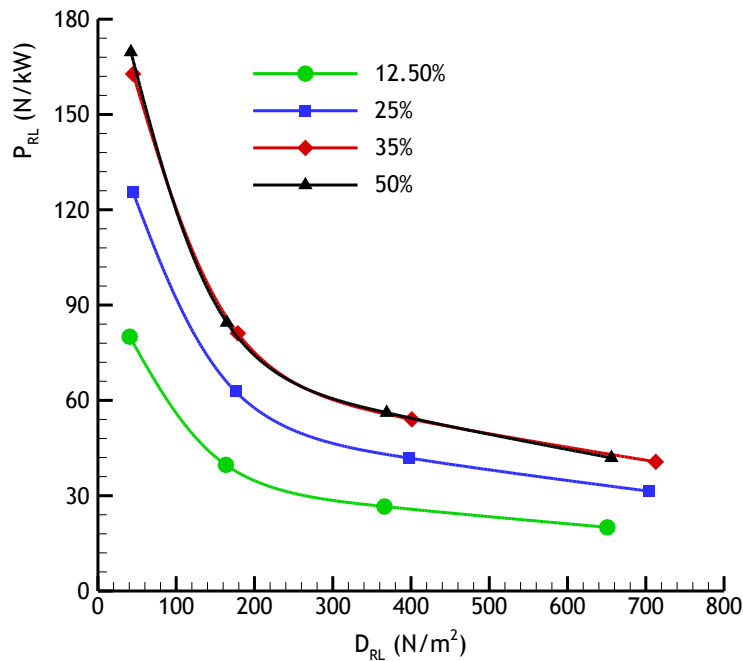


Figura 7.42: Variação da razão carga-potência, em função da carga no disco, para rotores cicloidais com diferente localização do eixo de picada.

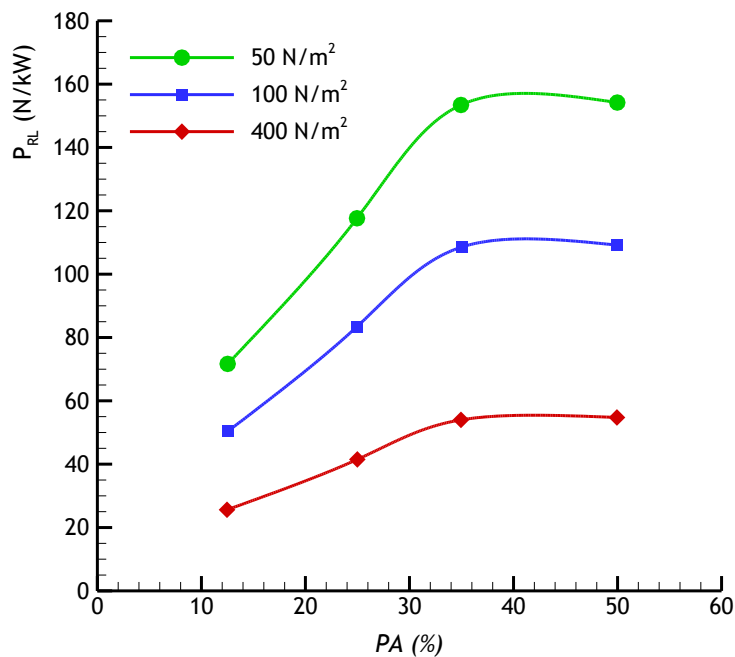


Figura 7.43: Razão carga-potência, em função da localização do eixo de picada, para valores constantes de carga no disco.

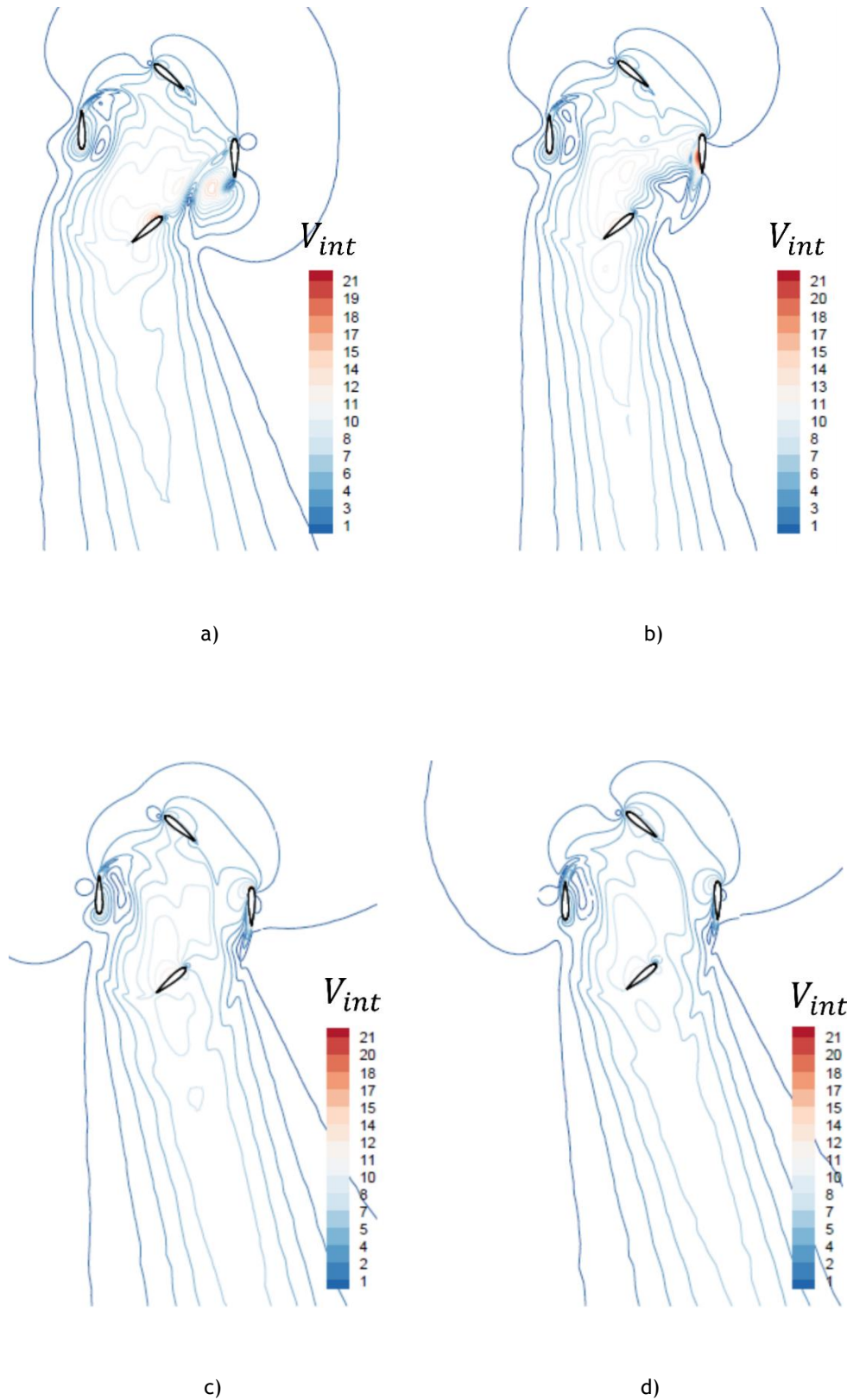


Figura 7.44: Contornos da velocidade calculados para uma velocidade de rotação do rotor de 200 RPM, para o rotor cicloidal de 4 pás com diferente localização do eixo de picada: a) a 12.5% da corda; b) a 25% da corda; c) a 35% da corda; d) a 50% da corda.

A análise da localização do eixo de picada envolveu quatro posições nomeadamente 12.5%, 25%, 35%, e 50% da corda. Estas posições são obtidas a partir do bordo de ataque. Para este estudo, selecionou-se o perfil NACA0018 com a corda de 0.25 m. O efeito da localização do eixo de picada pode ser observado nas Figs. 7.42 e 7.43. Os rotores com os eixos de picada localizados a 35% e a 50% do comprimento da corda possuem o mesmo desempenho aerodinâmico em estado de voo pairado. Pode constatar-se que, para a mesma velocidade de rotação, o rotor com o eixo de picada a 35% da corda pode gerar mais força quando comparado com os demais rotores. Mais ainda, a força gerada pelos rotores diminui com a proximidade entre o ponto de localização do eixo e o bordo de ataque. Portanto, para este caso específico, a localização ideal do eixo de picada é entre 25% e 50% do comprimento da corda. Mais uma vez, ainda que parcialmente, este resultado contradiz os resultados experimentais obtidos por Benedict (Benedict 2010) para rotores cicloidais de pequena escala. Mas a redução da razão carga-potência, à medida que o eixo de picada se move em direção ao bordo de ataque, é confirmada pelo resultados experimentais de Benedict. No entanto, segundo o mesmo autor, tal redução é acompanhado por um aumento da força gerada, o que não se detectou pelo presente estudo. Isto significa que o número de Reynolds também influencia a localização ótima do eixo de picada.

A Fig. 7.44 mostra os contornos da velocidade calculados para uma velocidade de rotação de 200 RPM e para diferentes localizações do eixo de picada. Pode observar-se que à medida que o eixo de picada se afasta do bordo de ataque, o padrão do escoamento torna - se mais suave. Isto pode ser uma indicação de que os efeitos de perda se reduzem e, por conseguinte, a geração da força aumenta e a potência diminui.

7.4 O ciclorotor usado como turbina eólica

O modelo bidimensional do rotor cicloidal, anteriormente validado no modo direto para propulsão, foi usado no modo inverso para averiguar a sua potencialidade de gerar energia elétrica a partir da energia cinética do vento, ou seja de termos o rotor cicloidal a funcionar como uma turbina eólica cicloidal.

A análise foi realizada considerando uma VAWT com quatro pás e com dois metros de diâmetro, a fim de avaliar o potencial aerodinâmico destas VAWTs cicloidais. A turbina compreende quatro perfis NACA0015 com um comprimento da corda de 0.250 m. A rotação da turbina foi escolhida para um número de Reynolds baseado na corda próximo de 175.000. O ângulo de picada de cada pá é dado pela equação,

$$\theta(t) = 14. \sin(\omega t). \quad (7.3)$$

Para este estudo considerou-se um domínio bidimensional circular com raio igual a 60 m e um total de 265 000 células. As regiões foram criadas seguindo a mesma técnica usada anteriormente. A solução foi calculada para uma rotação do rotor de 0.5 grau por passo de tempo, seguindo as mesmas definições anteriormente citadas para o modo propulsivo.

A Fig. 7.45 mostra a posição da turbina relativamente ao vento. A Fig. 7.46 mostra a comparação do coeficiente de potência para a VAWT cicloidal comparado com uma VAWT de passo fixo em função da razão de velocidades de ponta TSR ($\Omega R/U_{vento}$). Os resultados mostram que a turbina cicloidal pode alcançar maior coeficiente de potência que o de passo fixo. Isto pode ser justificado pela Fig. 7.47, que mostra a variação do coeficiente de potência para uma pá operando com TSR de 0.5. Pode observar-se que a VAWT cicloidal produz mais potência na região frontal da turbina ($0^\circ < \Psi < 180^\circ$) e, com um esquema de controlo do ângulo de picada adequado, pode até mesmo produzir potência positiva na região traseira da turbina, onde a VAWT de passo fixo fornece energia para o vento (o valor do coeficiente da potência da turbina C_{pT} é negativo), refere-se a Fig. 7.46.

Os contornos de velocidade, com as linhas de corrente, são mostrados nas Figs. 7.48-a) e b), para um TSR de 1.5. Os resultados mostram que, com a turbina cicloidal, pode alcançar-se um escoamento mais uniforme com uma diminuição significativa da dispersão da esteira. Este facto ocorre principalmente devido ao movimento oscilatório das pás, que permitem, a redução das condições de ocorrência de perda em várias posições azimutais mais sensíveis.

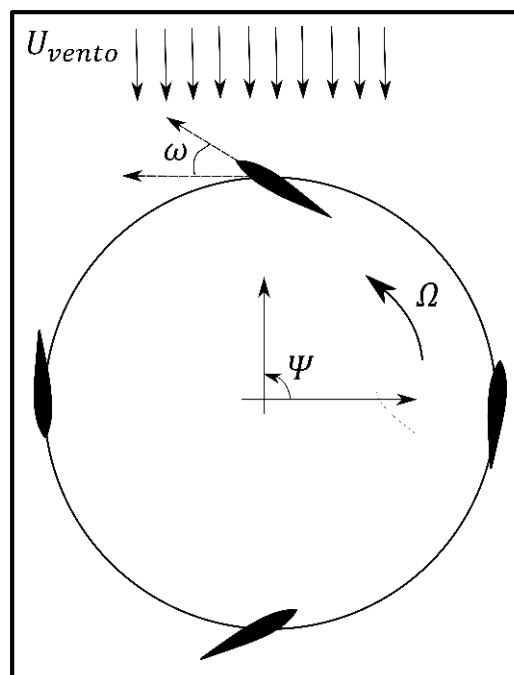


Figura 7.45: Representação esquemática da turbina cicloidal com quatro pás.

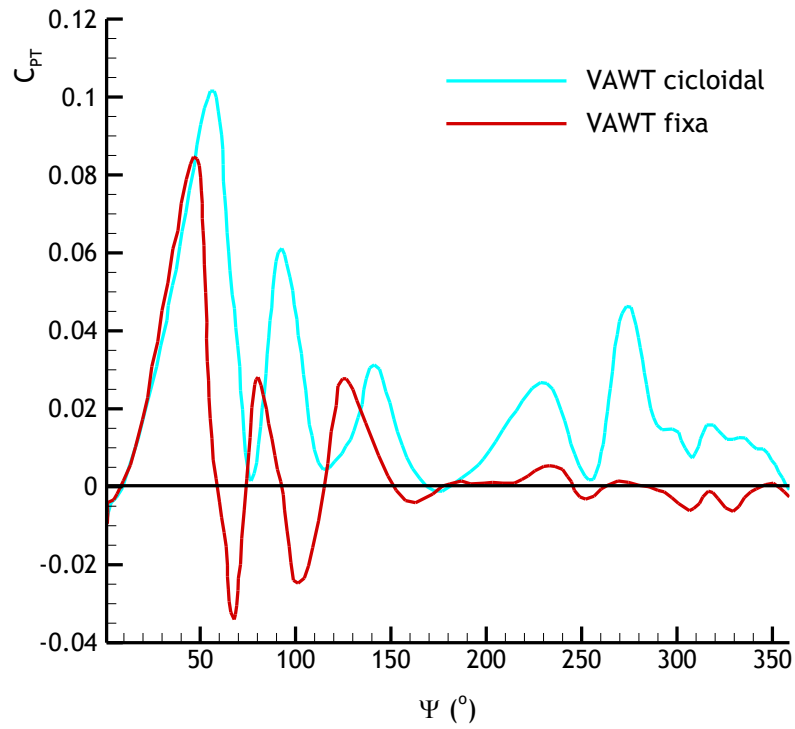


Figura 7.46: Variação do coeficiente da potência da turbina. Contribuição de uma pá em função da posição zimulal.

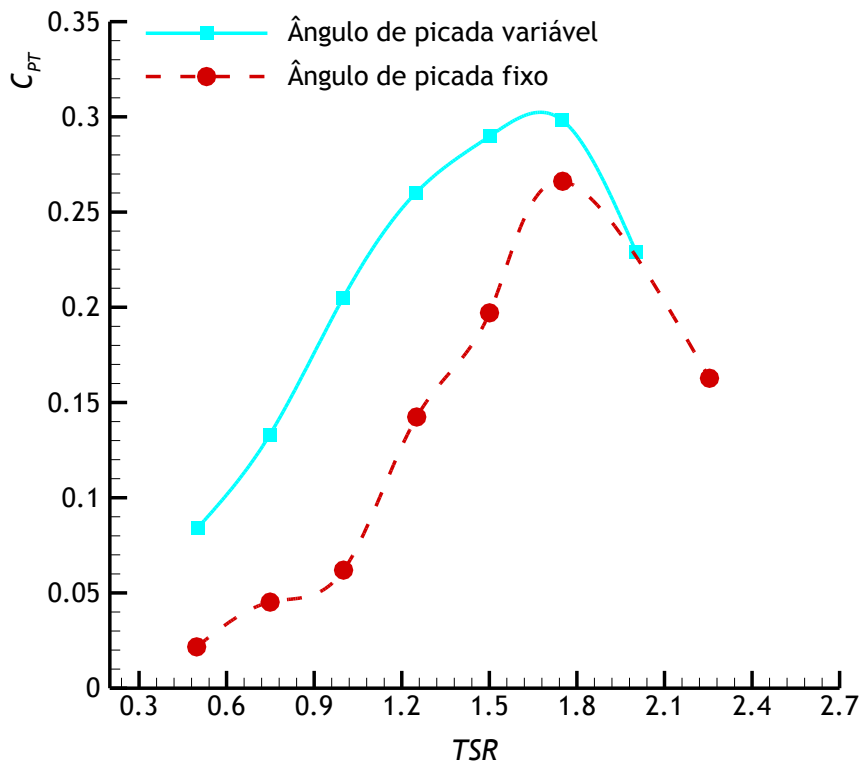
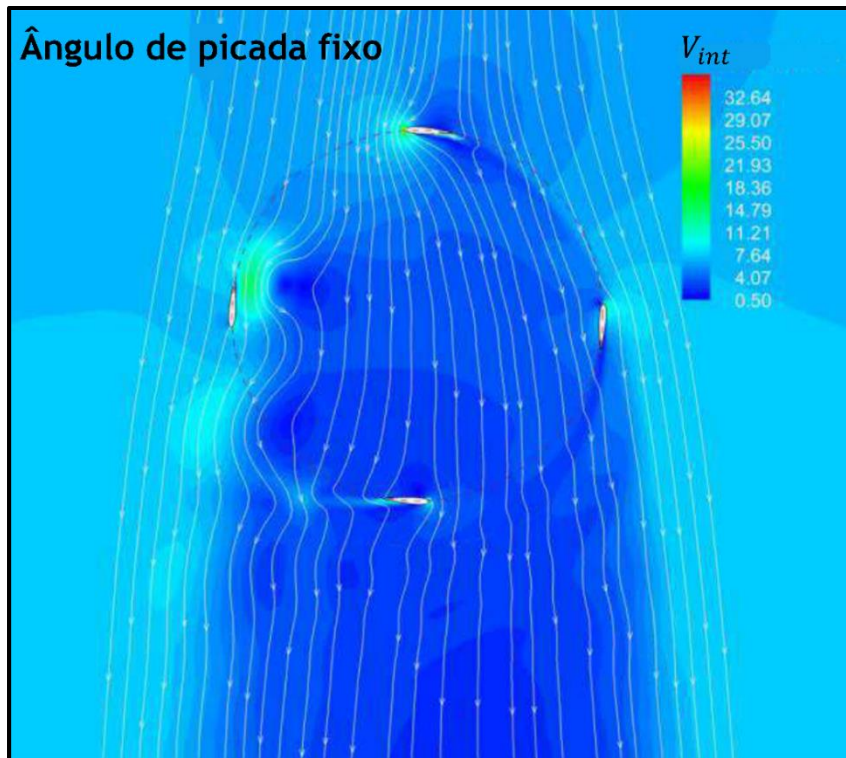
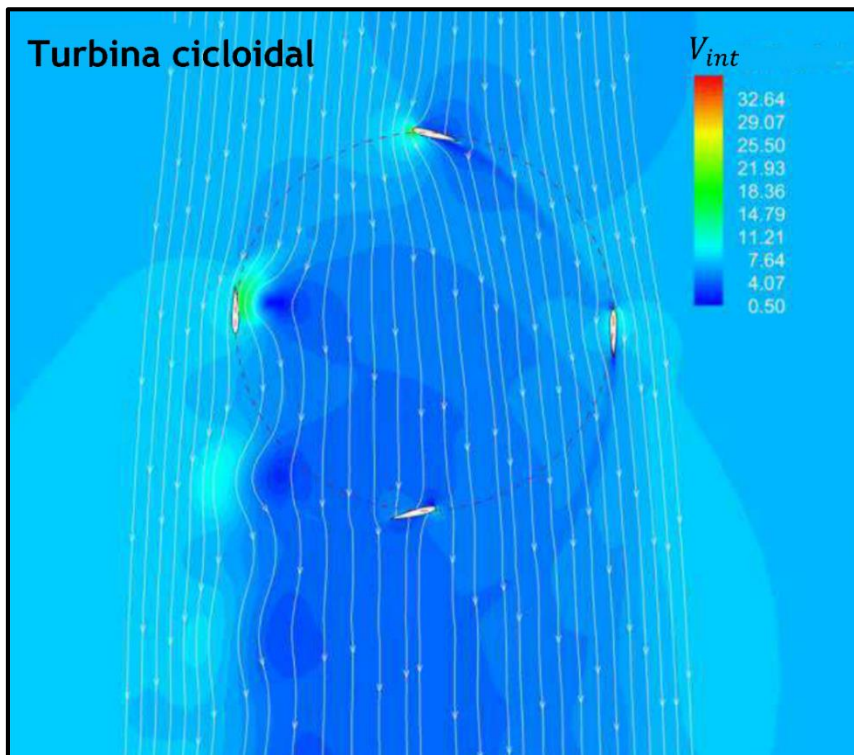


Figura 7.47: Potência extraída por uma pá em função da razão de velocidade de ponta, $TSR = 0.5$.



a)



b)

Figura 7.58: Linhas de corrente e contornos da velocidade para $TSR = 1.5$: a) VAWT de passo fixo (4°); b) VAWT de passo variável ($\pm 14^\circ$).

Capítulo 8

Resultados da vibração harmónica sobre a dinâmica do escoamento

Os estudos apresentados nos capítulos anteriores mostraram que uma combinação ótima dos parâmetros geométricos do rotor cicloidal tem um efeito benéfico sobre o desempenho do mesmo. A força de sustentação gerada pelas pás do rotor cicloidal depende do campo do escoamento que se desenvolve em torno delas. Uma das possibilidades para forçar a alteração do campo de escoamento em torno de uma pá pressupõe alterar o movimento da própria pá. No presente trabalho procurou alterar-se o campo do escoamento em torno de pás em movimento de picada através da adição de um segundo movimento. Este segundo movimento corresponde a uma vibração harmónica. Assim, a pá vibra à medida que descreve o movimento de picada oscilante. A averiguação do efeito deste movimento é feita primeiramente através de estudos de um perfil e posteriormente para o ciclorotor.

8.1 Descrição dos casos de estudo para um perfil isolado

O estudo do efeito da vibração harmónica foi feito considerando o domínio numérico representado nas Figs. 8.1 e 8.2 O domínio numérico tem uma forma circular com raio igual a $613.33 \times c$. Com malhas estruturadas do tipo O criaram-se duas regiões: uma região exterior com 252444 células, e uma outra refinada na zona do perfil alar com 312399 células. A região do perfil alar é um domínio circular com o centro localizado a um quarto do comprimento da corda. Esta região descreve o movimento descrito pela Eqn (8.1), trocando informação com a região exterior através de uma interface de malhas deslizantes. A região da pá inclui ainda uma zona para a camada limite concebida considerando, para o cálculo do espaçamento na parede, um $y^+ < 1$ (0.5). O que é visível pela zona mais densa, junto à pá, na Fig.8.2.

$$\alpha_{oh}(t) = \alpha_o(t) + \Delta\alpha_h \sin(\omega_h t + \varphi_h) \quad (8.1)$$

Dependendo dos valores das variáveis da Eqn (8.1) podem obter-se quatro casos. Se $\alpha_o(t)$ é um valor constante e $\Delta\alpha_h$ é zero, obtém-se o caso de um perfil alar estático sem vibração harmónica. Se $\alpha_o(t)$ é um valor constante e $\Delta\alpha_h$ é diferente de zero, obtém-se o caso de um

perfil alar estático com vibração harmónica. Neste caso o perfil alar vibra em torno do ângulo constante $\alpha_o(t)$. Se $\alpha_o(t)$ é uma função periódica e $\Delta\alpha_h$ é zero, obtém-se o caso de um perfil alar em movimento de picada sem vibração harmónica. Se $\alpha_o(t)$ é uma função periódica e $\Delta\alpha_h$ é diferente de zero, obtém-se o caso de um perfil alar em movimento de picada com vibração harmónica. Neste caso, o perfil alar vibra à medida que descreve o movimento de picada. O estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático é feito comparando os resultados para o caso de um perfil alar estático e o caso de um perfil alar estático com vibração harmónica. O estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar em movimento de picada é feito comparando os resultados para o caso de um perfil alar em movimento de picada e o caso de um perfil alar em movimento de picada com vibração harmónica. A tabela 8.1 apresenta de forma resumida os casos supracitados.

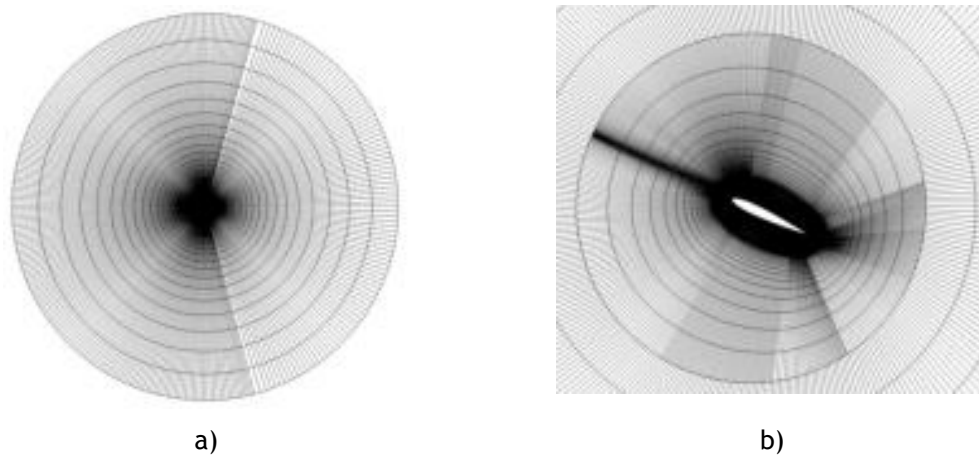


Figura 8.1: a) Vista global da malha computacional usada para o estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático ou em movimento de picada (564843 células). b) Região da pá com a interface circular onde é aplicada a condição de malha deslizante 312399 células.

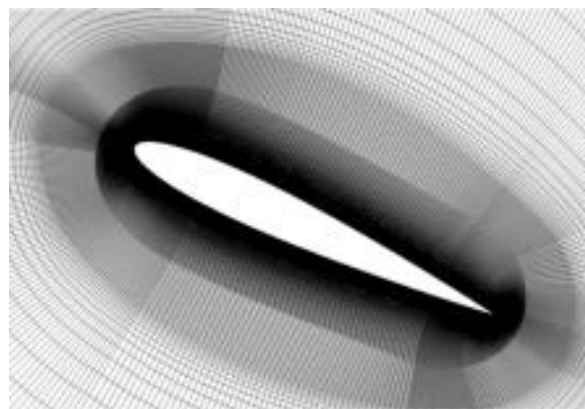


Figura 8.2 A região da camada limite em torno da pá é calculada com uma zona de malha refinada ($y^+ < 1$).

Tabela 8.1: Casos considerados para o estudo do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático, e num perfil alar com movimento de picada.

Casos	$\alpha_o(t)$	$\Delta\alpha_h$
Perfil alar estático sem vibração harmónica	Constante	0
Perfil alar estático com vibração harmónica	Constante	$\neq 0$
Perfil alar em movimento de picada sem vibração harmónica	Variável Periódica	0
Perfil alar em movimento de picada com vibração harmónica	Variável Periódica	$\neq 0$

Considerando a experiência adquirida nos capítulos anteriores (nomeadamente na secção 7.1), e as limitações de hardware, iremos fazer um cálculo do tipo URANS. A superfície do perfil alar foi definida como uma parede sólida com a imposição da condição de não deslizamento. Entretanto, a fronteira do domínio exterior foi definida com as condições velocidade à entrada (velocity-inlets) e pressão à saída (pressure-outlets). Para a resolução das equações de Navier-Stokes para o escoamento médio, foi seleccionado um esquema de resolução baseado na pressão. A precisão no tempo e no espaço foi considerada usando esquemas de interpolação de segunda ordem implícita e de segunda ordem linear-upwind, respetivamente. O modelo de turbulência seleccionado foi o SST $k - \omega$. O passo de tempo considerado deve permitir captar as não-estacionaridades do escoamento. Neste caso usou-se um passo de tempo de 0.0004167 s.

O perfil alar utilizado para o estudo do efeito da vibração harmónica foi o NACA0012 com uma corda de 0.15 m. A velocidade média da corrente livre [U_∞] foi igual a 14m/s, correspondendo a um número de Reynolds baseado na corda de $Re = U_\infty c / \nu = 1.35 \times 10^5$.

8.2. Análise do efeito da vibração harmónica num perfil alar estático

A geração da força de sustentação não-estacionária que se desenvolve num perfil alar está relacionada com a flutuação dos valores da pressão induzida pela formação e convecção da estrutura dos vórtices em torno do perfil. A vibração harmónica pode ter um efeito benéfico no desempenho aerodinâmico desde que ela altere apropriadamente a dinâmica e a estrutura desses vórtices. Assim, os vórtices induzidos pela vibração harmónica devem combinar-se com os demais vórtices de modo a que as características do escoamento resultante beneficiem o desempenho aerodinâmico do perfil alar. A complexidade desta análise reside no facto de os

vórtices serem estruturas dinâmicas, que oscilam no tempo. Por conseguinte, a relação entre a vibração harmónica a impor num perfil alar em movimento de picada, obtendo-se assim o caso de um perfil alar em movimento de picada com vibração harmónica, requer o conhecimento da natureza da oscilação das variáveis do escoamento em torno do perfil alar sem vibração harmónica, e dos valores das grandezas físicas próprias do movimento vibratório, nomeadamente a frequência, a amplitude, e a fase.

A análise do perfil estático incluiu quatro ângulos de ataque: 5° , 10° , 15° e 18° . As Figs. 8.3 e 8.4 mostram os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência para os casos do perfil alar estático, sem a vibração harmónica. Esses valores são, respetivamente, representados por C_{Le} e C_{De} . Analisando as Figs. 8.3 e 8.4 constata-se que os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência oscilam para o caso em que o perfil alar se encontra inclinado de 18° . Este comportamento não se observa para os casos em que o perfil alar se encontra inclinado de 5° , 10° e 15° . Assim, espera-se que a situação em que o perfil alar estático se encontra inclinado de 5° , 10° e 15° não seja a mais indicada para a aplicação da vibração harmónica, uma vez que para estes ângulos não se constata a presença de libertação de vórtices a jusante do perfil alar (vortex shedding), Fig. 8.5.

Para os ângulos de 5° e 10° o escoamento encontra-se colado à superfície do perfil alar, Fig.8.5. No entanto, para o caso em que o perfil se encontra inclinado de 10° , nota-se uma ligeira separação no bordo de fuga.

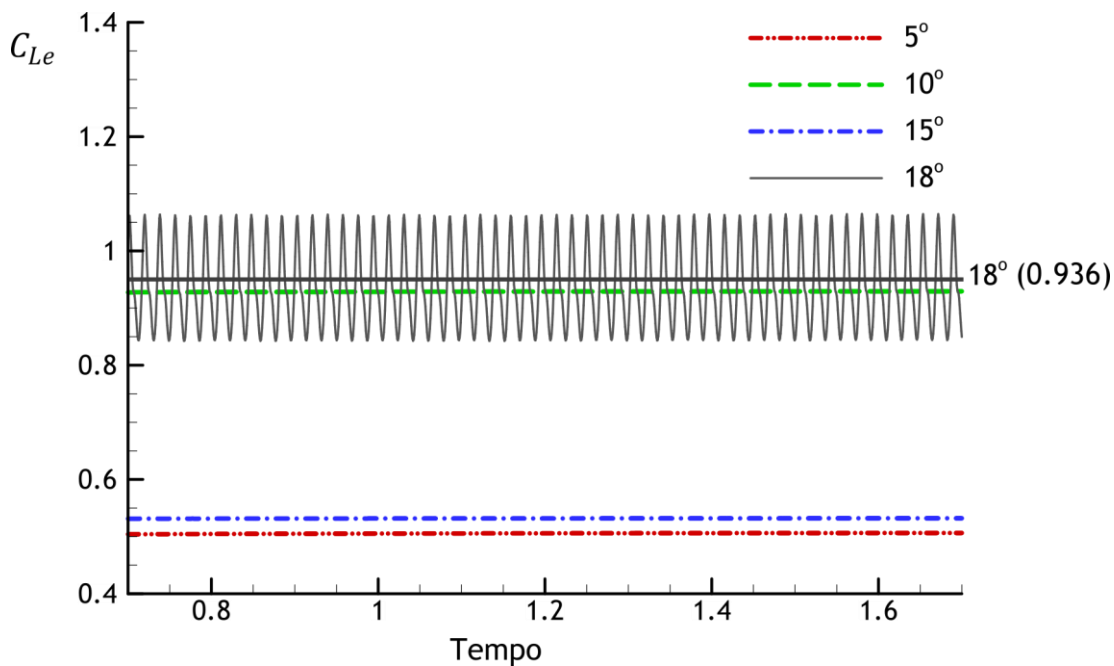


Figura 8.3: Coeficiente de sustentação do perfil alar estático [C_{Le}], a diferentes valores do ângulo de inclinação. O valor médio da oscilação para o caso do perfil alar inclinado de 18° é 0.936.

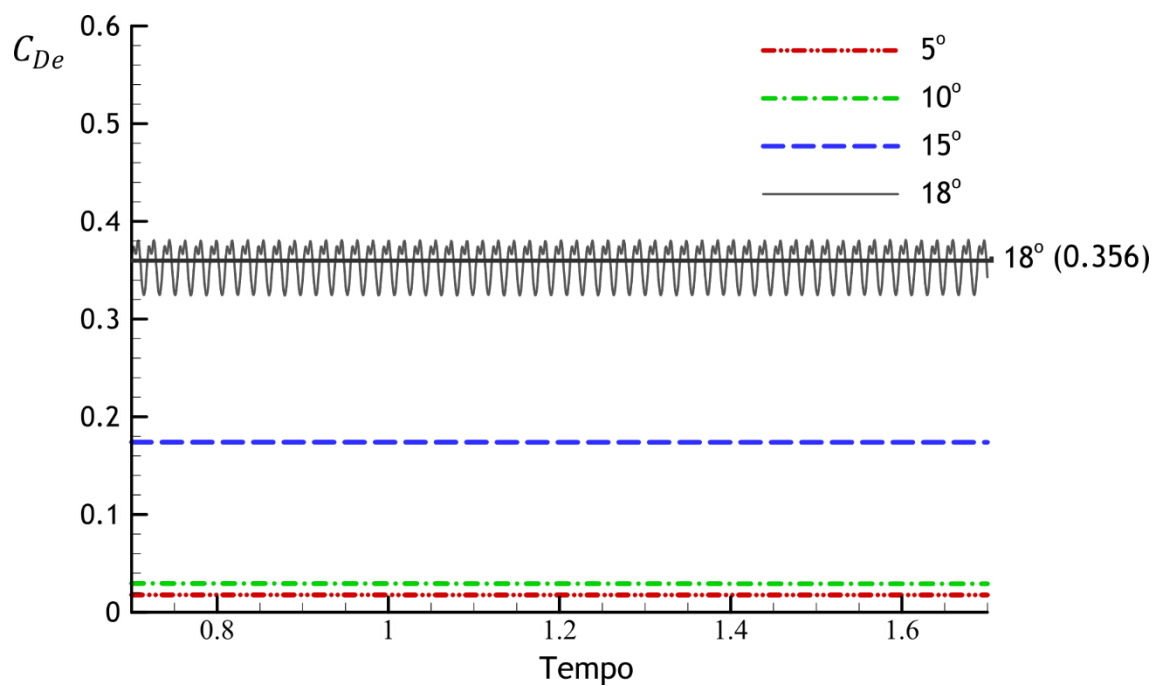


Figura 8.4: Coeficiente de resistência do perfil alar estático [C_{De}], a diferentes valores do ângulo de inclinação. O valor médio da oscilação para o caso do perfil alar inclinado de 18° é 0.356.

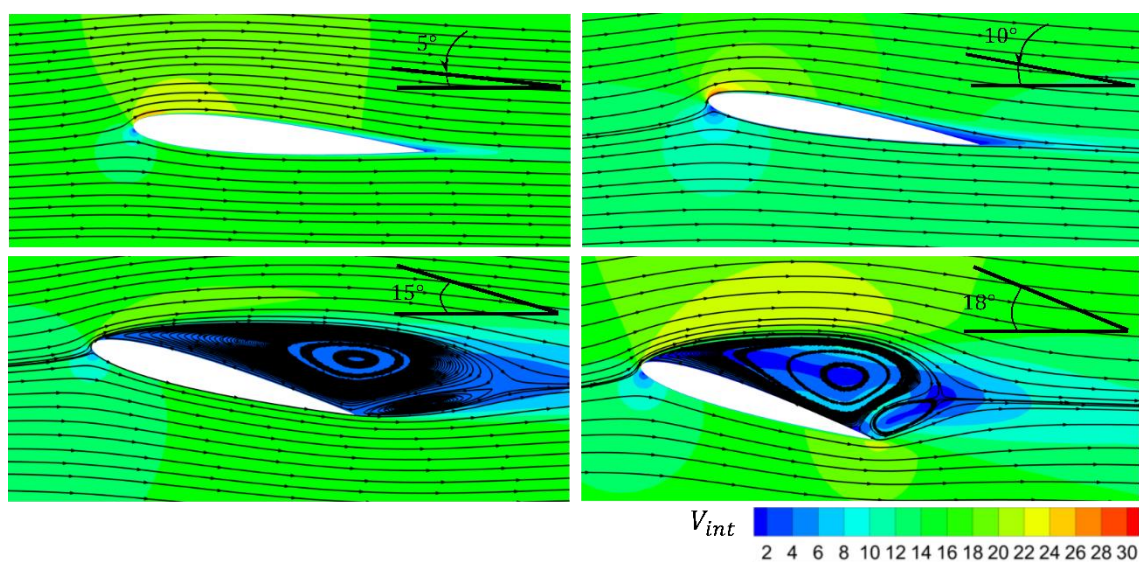


Figura 8.5: Visualização das linhas de corrente para os casos do perfil alar estático, sem vibração harmônica: 5° , 10° , 15° e 18° .

Relativamente ao ângulo de 15° , o escoamento separa-se da superfície do perfil alar com a ocorrência de uma bolha de recirculação fixa permanente. Embora ocorra a separação do escoamento, não se constata a presença de libertação de vórtices. Os contornos da intensidade da velocidade $[V_{int}]$ representados na Fig. 8.5, em que o perfil alar se encontra inclinado de 18° , foram obtidos considerando os valores da média temporal da velocidade uma vez que, como se pode ver nas Figs. 8.3 e 8.4, os valores dos coeficientes apresentam oscilação. No entanto, também para as inclinações de 5° , 10° , e 15° foi testado o efeito das vibrações harmónicas com o objetivo de averiguar a ocorrência de algum efeito.

Para a aplicação da vibração harmónica, considerou-se uma frequência, amplitude, e fase iguais a, respetivamente, 100 Hz, 1° , e 0° . Uma vez que se constatou uma oscilação dos valores dos coeficientes de sustentação e de resistência para o caso em que o perfil se encontra inclinado de 18° , as frequências consideradas para o movimento de vibração harmónica foram obtidas a partir da Transformada Rápida de Fourier (FFT). Como se sabe, a Transformada Rápida de Fourier decompõe um sinal variável no tempo nas componentes no domínio da frequência. Desta forma, antes da imposição da vibração harmónica fez-se um estudo de análise, no domínio da frequência, da variação do coeficiente de sustentação do perfil alar estático sem a vibração harmónica, Fig. 8.6. Através da análise da Fig. 8.6 podem identificar-se três frequências: 54 Hz, 110 Hz, e 164 Hz. Além destas, consideraram-se também outras frequências que são múltiplas das obtidas a partir das Transformadas Rápidas de Fourier visando averiguar a resposta do escoamento para estas frequências. As Figs. 8.7-8.10 mostram o efeito que a vibração harmónica tem sobre os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência.

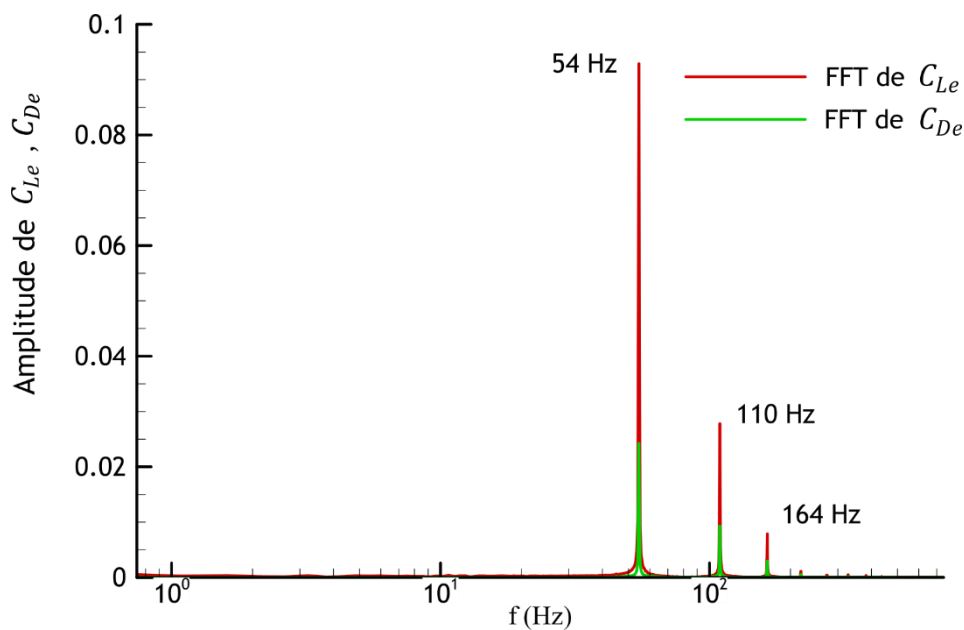


Figura 8.6: Transformada Rápida de Fourier dos valores dos coeficientes de sustentação, e de resistência, para o perfil alar estático inclinado de 18° .

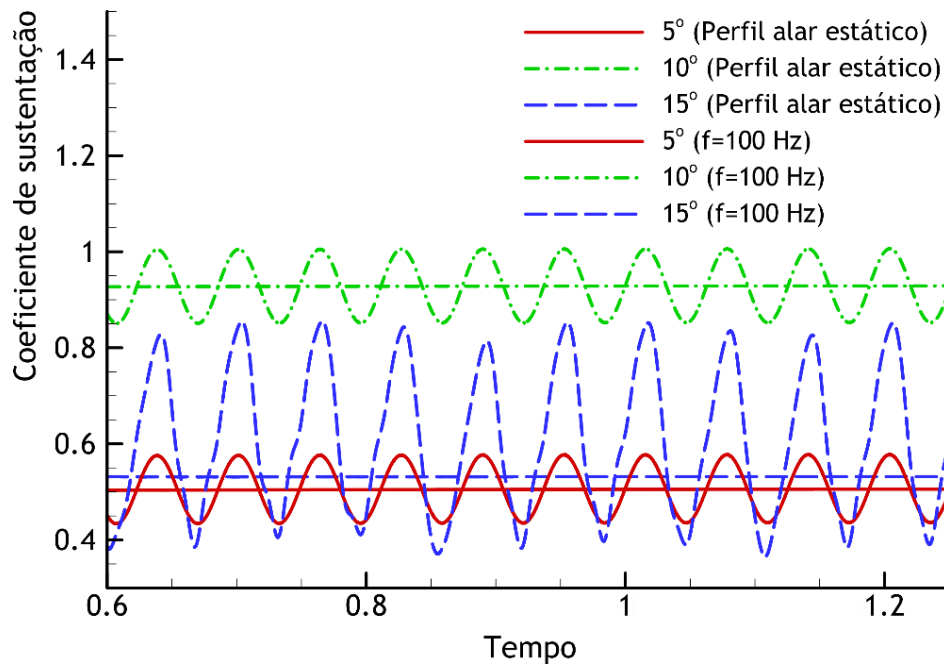


Figura 8.7: Comparação dos valores do coeficiente de sustentação do perfil alar estático, sem vibração harmônica e com vibração harmônica (5°, 10°, 15°).

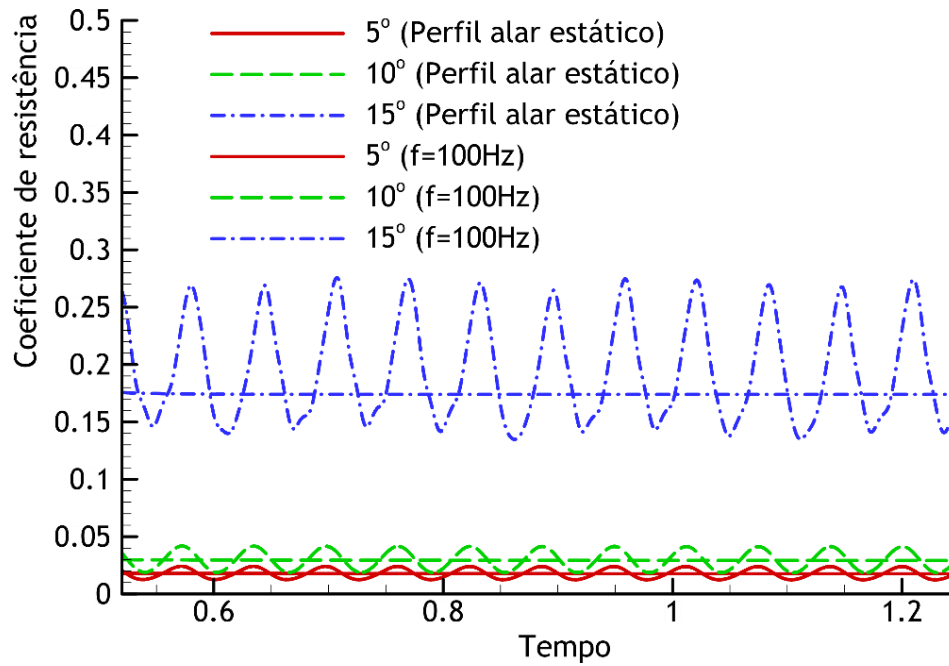


Figura 8.8: Comparação dos valores do coeficiente de resistência do perfil alar estático, sem vibração harmônica e com vibração harmônica (5°, 10°, 15°).

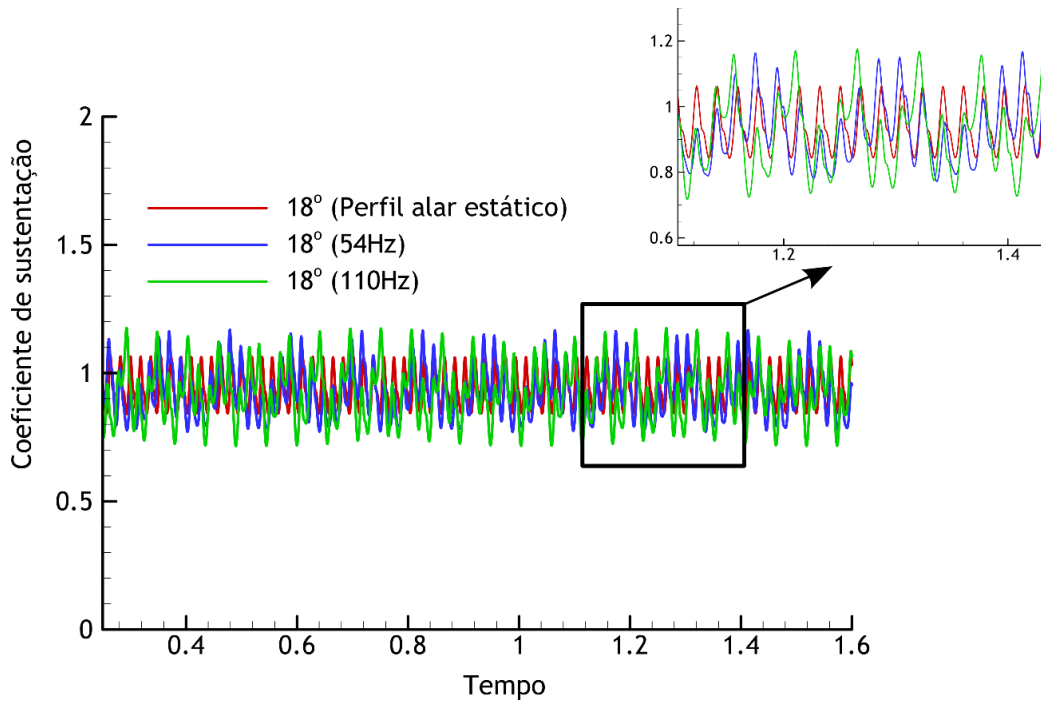


Figura 8.9: Comparação dos valores do coeficiente de sustentação do perfil alar estático, sem vibração harmônica e com vibração harmônica (18°).

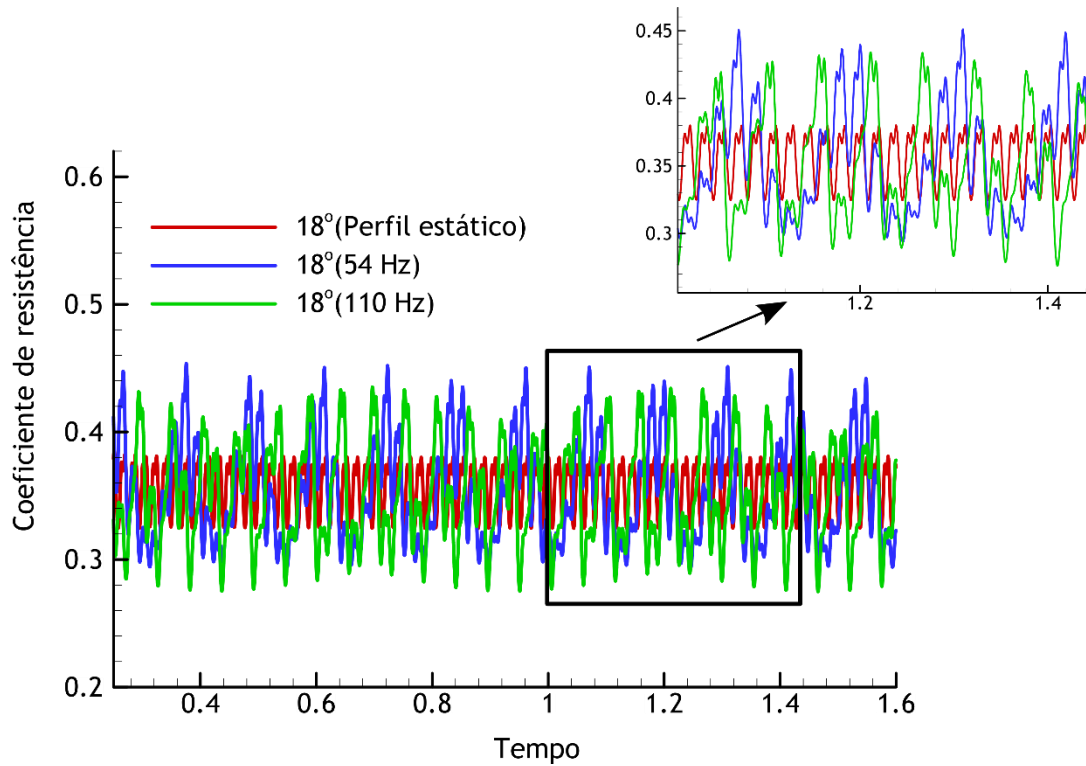


Figura 8.10: Comparação dos valores do coeficiente de resistência do perfil alar estático, sem vibração harmônica e com vibração harmônica (18°).

A vibração harmónica causa claramente a oscilação dos valores dos coeficientes de sustentação e de resistência mesmo para o caso onde os coeficientes eram estáveis. E, como estes valores oscilam procedeu-se com a análise em termos dos valores médios obtidos ao longo de um ciclo de oscilação. Estes valores são apresentados nas tabelas 8.2 e 8.3. $[C_{Lem}]$ e $[C_{Dem}]$ são, respetivamente, os valores médios dos coeficientes de sustentação e de resistência sem a vibração harmónica. $[C_{Lhm}]$ e $[C_{Dhm}]$ são, respetivamente, os valores médios dos coeficientes de sustentação e de resistência com a vibração harmónica.

Tabela 8.2: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar estático, sem e com vibração harmónica. Ângulos de inclinação de 5°, 10°, e 15°.

Ângulo de inclinação do perfil alar	C_{Lem}	C_{Dem}	C_{Lhm}	C_{Dhm}	C_{Lem}/C_{Dem}	C_{Lhm}/C_{Dhm}	$\frac{(C_{Lhm}/C_{Dhm})}{(C_{Lem}/C_{Dem})}$
5°	0.5047	0.01777	0.49	0.01918	28.4018	25.5475	0.8995
10°	0.9281	0.02941	0.9038	0.03473	31.5573	26.0236	0.8246
15°	0.5315	0.1740	0.7019	0.2160	3.055	3.2495	1.0638

Tabela 8.3: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar estático, sem e com vibração harmónica. Ângulo de inclinação de 18°.

Frequência (Hz)	C_{Lem}	C_{Dem}	C_{Lhm}	C_{Dhm}	C_{Lem}/C_{Dem}	C_{Lhm}/C_{Dhm}	$\frac{(C_{Lhm}/C_{Dhm})}{(C_{Lem}/C_{Dem})}$
Perfil alar estático	0.9361	0.3558			2.631		
27 Hz			0.9419	0.3548		2.6113	0.9925
54 Hz			0.9275	0.3541		2.6193	0.9956
110 Hz			0.9216	0.3521		2.6174	0.9948
220 Hz			0.8707	0.3393		2.5906	0.9846
304 Hz			0.8920	0.3380		2.6391	1.003

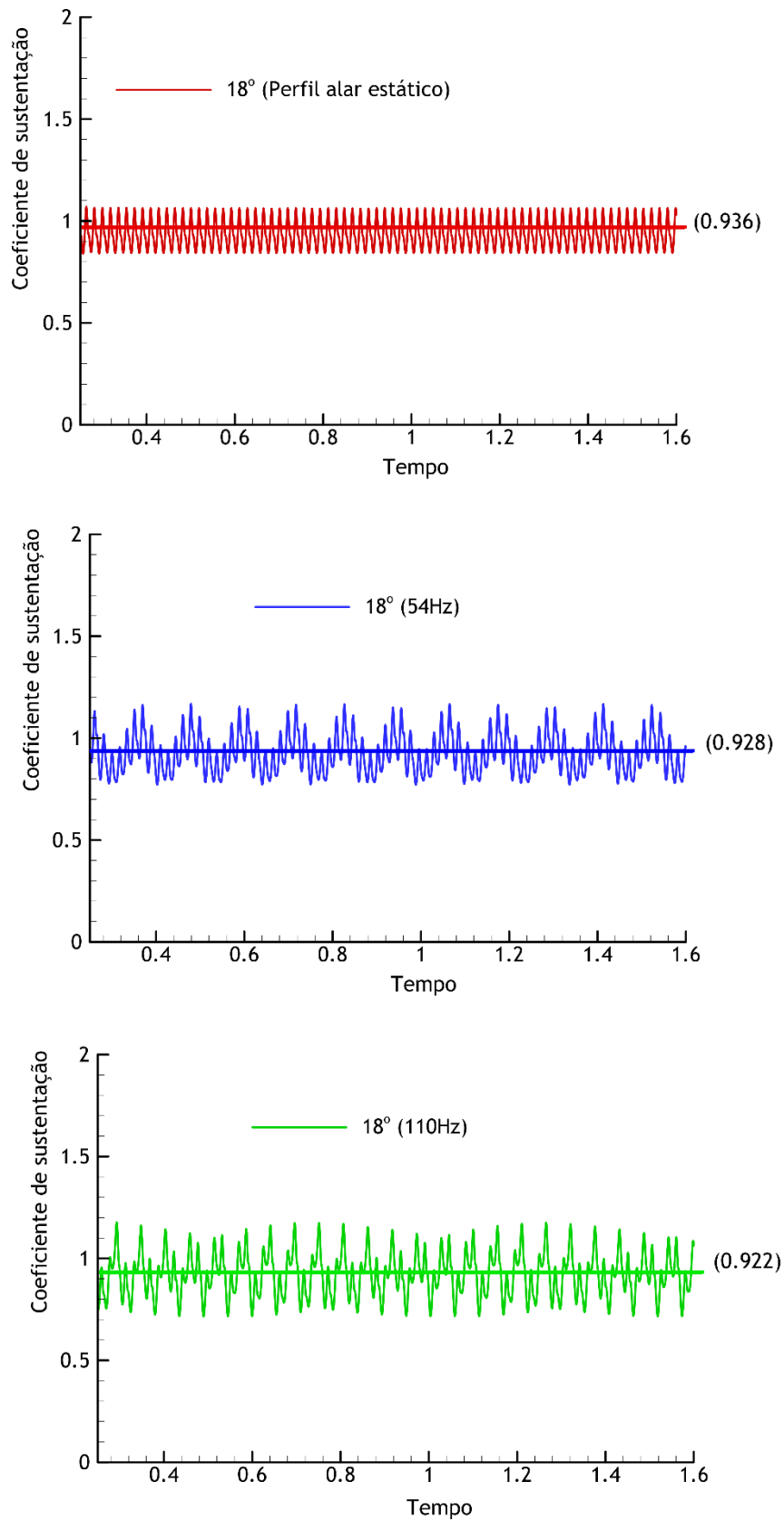


Figura 8.11: Efeito da variação da frequência da vibração harmônica sobre o escoamento, para 18°.

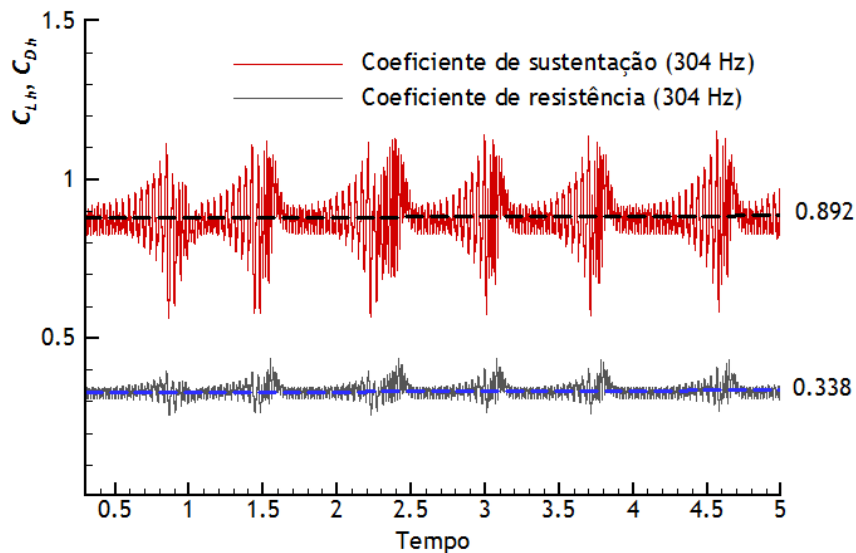


Figura 8.12: Efeito da frequência da vibração harmônica sobre o escoamento, para a frequência da liberação dos vórtices, 304 Hz.

Analisando as Figs. 8.7-8.10 e as tabelas 8.2 e 8.3, pode constatar-se que a vibração harmônica tem efeito sobre os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência. No entanto, comparando o desempenho do perfil alar estático sem a vibração harmônica $e_e = \frac{C_{Lem}}{C_{Dem}}$ e o desempenho do respectivo perfil alar com vibração harmônica $e_h = \frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}}$ conclui-se que este efeito não é o desejado, uma vez que não se constata um acréscimo significativo do desempenho do perfil alar estático com vibração harmônica em relação ao caso sem vibração harmônica. O efeito da vibração harmônica sobre os valores do coeficiente de sustentação é representado na Fig. 8.11. Pode verificar-se que o comportamento instantâneo dos valores dos coeficientes de sustentação e de resistência altera com a alteração do valor da frequência da vibração harmônica. O melhor cenário ocorre para um ângulo de inclinação de 15° . Neste caso, a vibração harmônica do perfil alar causa um aumento do desempenho $(e_h - e_e)/e_e$ de aproximadamente 6.4%, tabela 8.2.

Uma das frequências que pode ser identificada quando ocorre a separação na superfície do perfil alar é a frequência de instabilidade global que está relacionada com a liberação de vórtices (vortex shedding). No caso do perfil alar estático, esta frequência é obtida a partir do quociente $U_\infty / c \sin(\alpha)$ (Abdollahzadehsangroudi 2015). O produto entre a corda do perfil alar $[c]$ e o ângulo de inclinação do perfil alar $[\alpha]$ é denominado de espessura da esteira. No caso do perfil alar inclinado de 18° , a frequência da liberação de vórtices foi então calculada por esta metodologia. O valor encontrado foi 304 Hz. Desta forma, realizou-se teste para a vibração harmônica com frequência de 304 Hz. Também neste caso não se constatou uma melhoria do

desempenho. No entanto, como se pode ver na Fig. 8.12, o efeito sobre os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência é diferente do dos casos anteriormente analisados.

Os resultados não garantem melhoria do desempenho. No entanto, estes resultados mostram que a vibração harmónica influencia os valores dos coeficientes de sustentação e de resistência. De um modo geral, a não constatação da melhoria do desempenho pode estar relacionada com o facto de que o modelo de turbulência usado, que neste caso foi o SST $k - \omega$, não ser o mais indicado para a modelação da turbulência após a ocorrência da perda (stall). O modelo de turbulência LES descrito no capítulo 4 pode ser uma solução. No entanto, devido à impossibilidade da utilização do modelo LES e, como o objetivo do presente trabalho não é o cálculo de detalhe, mas sim a averiguação da existência do efeito da vibração harmónica sobre o escoamento, fez-se uso do modelo SST $k - \omega$.

Um outro aspeto é o número de Reynolds do escoamento, que neste caso é 1.35×10^5 . Pode acontecer que o controlo harmonico mostre um melhor efeito para número de Reynolds menores. Por exemplo, em escoamento laminar. Isto porque os vórtices do escoamento turbulento são mais energéticos. Assim, no caso do escoamento laminar em que os vórtices são menos energéticos a perturbação induzida pela vibração harmónica pode mostrar mais efeito sobre a estrutura dos vórtices libertados (vortex shedding). Até pelo facto de os vórtices gerados em escoamento laminar serem menos estáveis.

8.3 Análise do efeito da vibração harmónica num perfil alar em movimento de picada oscilante

Além da abordagem relativa ao perfil alar estatico, consideraram-se ainda casos em que o perfil está em movimento de picada oscilante. Para este estudo considerou-se também um perfil alar NACA0012 com a corda de 0.15 m . O movimento de picada é descrito pela Eqn (8.2). As condições do estudo envolveram os seguintes valores: $\alpha_m = 10^\circ$, $\Delta\alpha = 15^\circ$ e $\omega = 18.67\text{ rad/s}$, para uma frequência reduzida de $k = \omega c / 2U_\infty = 0.1$. A velocidade média da corrente livre $[U_\infty]$ foi igual a 14 m/s , correspondendo a um número de Reynolds ao longo da corda, $Re = U_\infty c / \nu = 1.35 \times 10^5$.

$$\alpha_o(t) = \alpha_m + \Delta\alpha \sin(\omega t) . \quad (8.2)$$

Porém, e antes de proceder com a aplicação da vibração harmónica, estudou-se o comportamento da dinâmica dos vórtices que se desenvolvem devido ao escoamento em torno do perfil alar. Para este estudo recorreu-se às ferramentas de análise matemática expostas no capítulo 5. Assim, pelo uso do Teorema de Reconstrução de Takens e mapa de Poincaré, foram obtidas as Figs. 8.13 e 8.14.

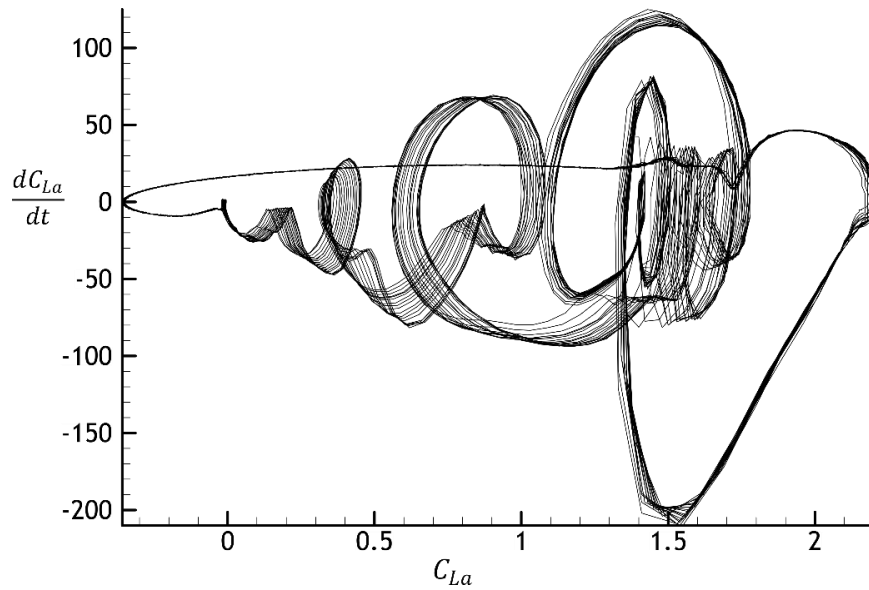


Figura 8.13: Diagrama de fase obtido pelo teorema de reconstrução de Takens para os coeficientes de sustentação do perfil NACA0012 em oscilação. Órbitas no plano $dC_{La}/dt - C_{La}$.

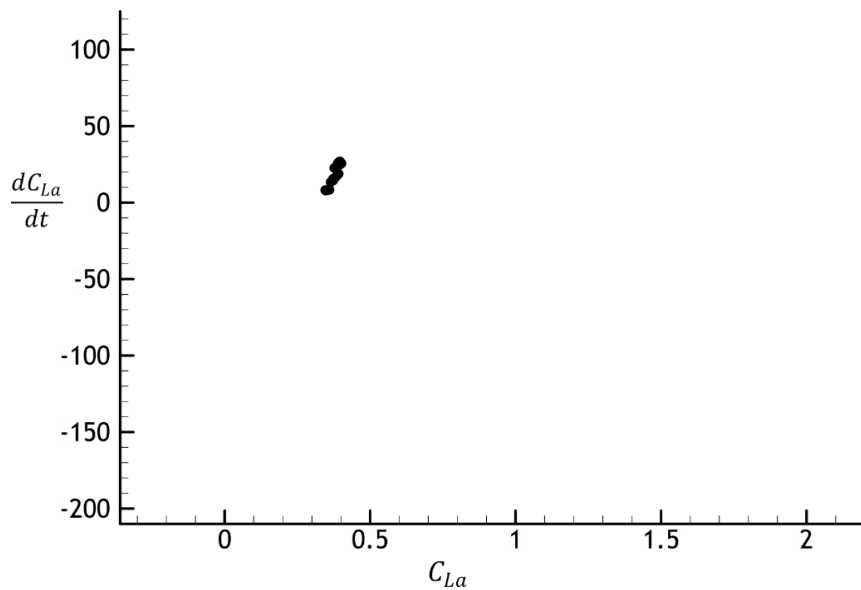


Figura 8.14: Secção de Poincaré das órbitas obtidas na Fig. 8.13, referentes aos coeficientes de sustentação para o perfil NACA0012.

O objetivo da análise da dinâmica do sistema de vórtices é simplesmente averiguar se a resposta do escoamento, sem a vibração harmónica, é caótica ou não. O comportamento caótico do sistema depende do número de Reynolds do escoamento e da frequência de excitação do próprio sistema. No presente caso, as condições do escoamento e da excitação do perfil alar

são as mesmas que aquelas consideradas aquando do estudo do perfil alar em movimento de picada oscilante, no capítulo 7. No caso do comportamento do sistema não ser caótico e, obviamente, também não ser aleatório, torna-se muito mais fácil a previsão do sistema no tempo e, conseqüentemente, possibilita a aplicação do efeito da vibração harmónica de modo a atuar sobre o desprendimento de vórtices. Um sistema aleatório nunca pode ser controlado, em termos de libertação de vórtices porque nunca se sabe o comportamento do vórtice que irá surgir em instantes seguintes. No entanto, é preciso entender que, mesmo sendo um sistema caótico ou até mesmo aleatório, não significa que o efeito da harmónica não exista ou, caso exista, também não deve ser entendido que este efeito é sempre negativo ou positivo. O que deve ser entendido é que, sendo caótico ou aleatório, não se pode garantir previamente um determinado estado futuro do sistema. E portanto, neste caso, pode haver um ganho do desempenho num instante e perda no instantes seguinte. Analisando as Figs. 8.13 e 8.14 fica claro que a resposta não é caótica e tão pouco aleatória. O retrato de fases e a colecção de pontos no mapa de Poincaré devem ser analisados na mesma escala. Analisando a Fig. 8.13, pode constatar-se que se trata de órbitas que se fecham no espaço. Assim sendo, a resposta é periódica. Os pontos no mapa do Poincaré, Fig. 8.14, são praticamente coincidentes, configurando pontos isolados no mapa, o que também demonstra o carácter periódico.

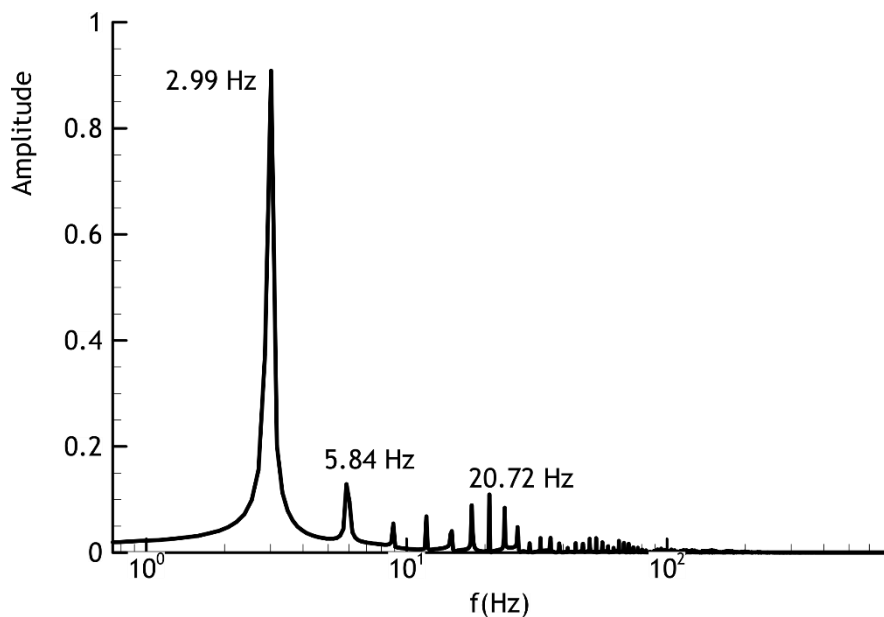


Figura 8.15: Transformada Rápida de Fourier dos valores dos coeficientes de sustentação e de resistência do perfil alar NACA0012 em movimento de picada oscilante.

A análise no domínio da frequência do coeficiente de sustentação permite decompô-lo nas suas componentes em termos de amplitude e frequência, Fig. 8.15. No entanto, para o estudo sobre a averiguação do efeito da imposição da vibração harmónica consideram-se sessenta

combinações da frequência, fase e amplitude. Para cada uma das combinações consideradas calcularam-se e compararam-se os desempenhos, sem e com o efeito da vibração harmónica. Os resultados podem ser vistos nas tabelas 8.4 e 8.5.

Tabela 8.4: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar NACA0012 oscilante, sem vibração harmónica e com vibração harmónica. Ângulo de fase 0° e 90°.

Fase (grau)	Amplitude (grau)	Frequência (Hz)	C_{Lhm}	C_{Dhm}	$\frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}}$	$\frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}} / \frac{C_{Lam}}{C_{Dam}}$	$(e_h - e_a)$ (%)	$\frac{(e_h - e_a)}{e_a}$ (%)
0°	0.1°	1	0.627	0.2522	2.486122	1.001571492	0.390079	0.157149
		10	0.6236	0.2522	2.472641	0.996140323	-0.95806	-0.38597
		100	0.5514	0.2208	2.497283	1.00606766	1.506127	0.606766
	0.5°	1	0.6578	0.2522	2.608247	1.050771495	12.60261	5.07715
		10	0.625	0.2522	2.478192	0.998376687	-0.40294	-0.16233
		100	0.5545	0.2208	2.511322	1.011723825	2.910113	1.172383
	1°	1	0.6812	0.2708	2.51551	1.013410676	3.328827	1.341068
		10	0.6486	0.2714	2.389831	0.962778974	-9.23908	-3.7221
		100	0.5408	0.2185	2.475057	0.997113825	-0.71641	-0.28862
	1.5°	1	0.6547	0.2572	2.54549	1.025488685	6.326856	2.548868
		10	0.567	0.2452	2.312398	0.931584146	-16.9823	-6.84159
		100	0.5705	0.2344	2.433874	0.98052244	-4.83476	-1.94776
2°	1	0.7173	0.2833	2.531945	1.020031896	4.97236	2.00319	
	10	0.5754	0.2537	2.268033	0.913711069	-21.4188	-8.62889	
	100	0.6013	0.2501	2.404238	0.96858337	-7.7983	-3.14166	
90°	0.1°	1	0.6188	0.2495	2.48016	0.99916969	-0.2061	-0.08303
		10	0.612	0.2487	2.460796	0.99136854	-2.14252	-0.86315
		100	0.5406	0.2176	2.484375	1.000867636	0.215367	0.086764
	0.5°	1	0.6133	0.2486	2.467015	0.993874016	-1.5206	-0.6126
		10	0.5782	0.2443	2.366762	0.953485551	-11.5459	-4.65144
		100	0.5091	0.21	2.424286	0.976659769	-5.79356	-2.33402
	1°	1	0.6023	0.2457	2.451363	0.98756844	-3.08579	-1.24316
		10	0.532	0.2376	2.239057	0.902037706	-24.3164	-9.79623
		100	0.5492	0.2245	2.446325	0.985538692	-3.58962	-1.44613
	1.5°	1	0.5911	0.2429	2.433512	0.980376608	-4.87096	-1.96234
		10	0.4835	0.2304	2.098524	0.845421912	-38.3697	-15.4578
		100	0.5302	0.2217	2.39152	0.96345964	-9.07013	-3.65404
2°	1	0.5911	0.2429	2.433512	0.980376608	-4.87096	-1.96234	
	10	0.4835	0.2304	2.098524	0.845421912	-38.3697	-15.4578	
	100	0.4743	0.2037	2.328424	0.938040505	-15.3797	-6.19595	

Tabela 8.5: Análise dos valores do coeficiente de sustentação e de resistência para o perfil alar NACA0012 oscilante, sem vibração harmónica e com vibração harmónica. Ângulo de fase 180° e -180°.

Fase (grau)	Amplitude (grau)	Frequência (Hz)	C_{Lhm}	C_{Dhm}	$\frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}}$	$\frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}} / \frac{C_{Lam}}{C_{Dam}}$	$(e_h - e_a)$ (%)	$\frac{(e_h - e_a)}{e_a}$ (%)	
180°	0.1°	1	0.6186	0.2496	2.478365	0.998446573	-0.38559	-0.15534	
		10	0.6214	0.2493	2.492579	1.00417283	1.035789	0.417283	
		100	0.5493	0.2198	2.49909	1.006795827	1.686875	0.679583	
	0.5°	1	0.6007	0.2442	2.459869	0.990995012	-2.23524	-0.9005	
		10	0.6167	0.2436	2.531609	1.019896639	4.938786	1.989664	
		100	0.547	0.2186	2.502287	1.008083867	2.006595	0.808387	
	1°	1	0.5798	0.2382	2.434089	0.980609169	-4.81323	-1.93908	
		10	0.6117	0.2371	2.579924	1.039361014	9.770275	3.936101	
		100	0.5527	0.2201	2.511131	1.011646814	2.890997	1.164681	
	1.5°	1	0.5582	0.2323	2.402927	0.968055192	-7.92941	-3.19448	
		10	0.6021	0.2289	2.630406	1.059698527	14.8185	5.969853	
		100	0.5918	0.2324	2.546472	1.025884181	6.425027	2.588418	
	2°	1	0.5362	0.226	2.372566	0.955823858	-10.9655	-4.41761	
		10	0.5861	0.227	0.25819	1.040172482	9.971699	4.017248	
		100	0.6051	0.2368	2.555321	1.029449272	7.309961	2.944927	
	-180°	0.1°	1	0.6186	0.2496	2.478365	0.998446573	-0.38559	-0.15534
			10	0.6214	0.2493	2.492579	1.00417283	1.035789	0.417283
			100	0.5493	0.2198	2.49909	1.006795827	1.686875	0.679583
0.5°		1	0.6007	0.2442	2.459869	0.990995012	-2.23524	-0.9005	
		10	0.6167	0.2436	2.531609	1.019896639	4.938786	1.989664	
		100	0.547	0.2186	2.502287	1.008083867	2.006595	0.808387	
1°		1	0.5798	0.2382	2.434089	0.980609169	-4.81323	-1.93908	
		10	0.6117	0.2371	2.579924	1.039361014	9.770275	3.936101	
		100	0.5527	0.2201	2.511131	1.011646814	2.890997	1.164681	
1.5°		1	0.5582	0.2323	2.402927	0.968055192	-7.92941	-3.19448	
		10	0.6021	0.2289	2.630406	1.059698527	14.8185	5.969853	
		100	0.5918	0.2324	2.546472	1.025884181	6.425027	2.588418	
2°		1	0.5362	0.226	2.372566	0.955823858	-10.9655	-4.41761	
		10	0.5938	0.2214	2.682023	1.080493286	19.98022	8.049329	
		100	0.6051	0.2368	2.555321	1.029449272	7.309961	2.944927	

As variáveis C_{Lam} e C_{Dam} representam os valores médios dos coeficientes de sustentação e de resistência do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica. As variáveis C_{Lhm} e C_{Dhm} representam os valores médios dos coeficientes de sustentação e de resistência do perfil alar com vibração harmónica. A variável $e_a = \frac{C_{Lam}}{C_{Dam}} = 2.4822$ representa o desempenho aerodinâmico

do perfil alar em movimento de picada oscilante, sem a vibração harmónica. A variável $e_h = \frac{C_{Lhm}}{C_{Dhm}}$ representa o desempenho aerodinâmico do perfil com vibração harmónica. Foram considerados quatro valores diferentes para a fase da vibração harmónica: 0° , 90° , 180° e -180° . Para cada uma das fases consideraram-se cinco valores diferentes da amplitude de oscilação: 0.1° , 0.5° , 1° , 1.5° e 2° . Para cada combinação de fase e de amplitude consideraram-se três valores diferentes da frequência: 1 Hz, 10 Hz e 100 Hz.

Analisando as tabelas 8.4 e 8.5 pode constatar-se que a vibração harmónica influencia positivamente, e também negativamente, o escoamento em termos do desempenho aerodinâmico. No entanto, para a melhor compreensão destes resultados consideram-se um dos piores e um dos melhores cenários. As Figs. 8.16 e 8.17 mostram os valores de um dos melhores cenários. Este cenário foi obtido para os valores de fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, -180° , 2° , e 10 Hz, tabela 8.5. Para este cenário obteve-se um ganho do desempenho $(e_h - e_a)/e_a$ de aproximadamente 8 %. As Figs. 8.18 e 8.19 mostram os valores de um dos piores cenários. Este cenário foi obtido para os valores de fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, 90° , 1.5° e 10 Hz, tabela 8.4. Para este cenário obteve-se uma perda do desempenho de aproximadamente 15.5 %. Analisando as Figs. 8.16 e 8.17 fica claro que a causa principal da melhoria do desempenho foi a diminuição do coeficiente de resistência devido à vibração harmónica. No entanto, a causa principal da diminuição do desempenho, Figs. 8.18 e 8.19, foi uma diminuição considerável do valor da sustentação. Para uma melhor análise dos resultados apresentados nas tabelas 8.4 e 8.5, construíram-se alguns gráficos a partir destes resultados. Esta análise é apresentada nas Figs. 8.20 - 8.23.

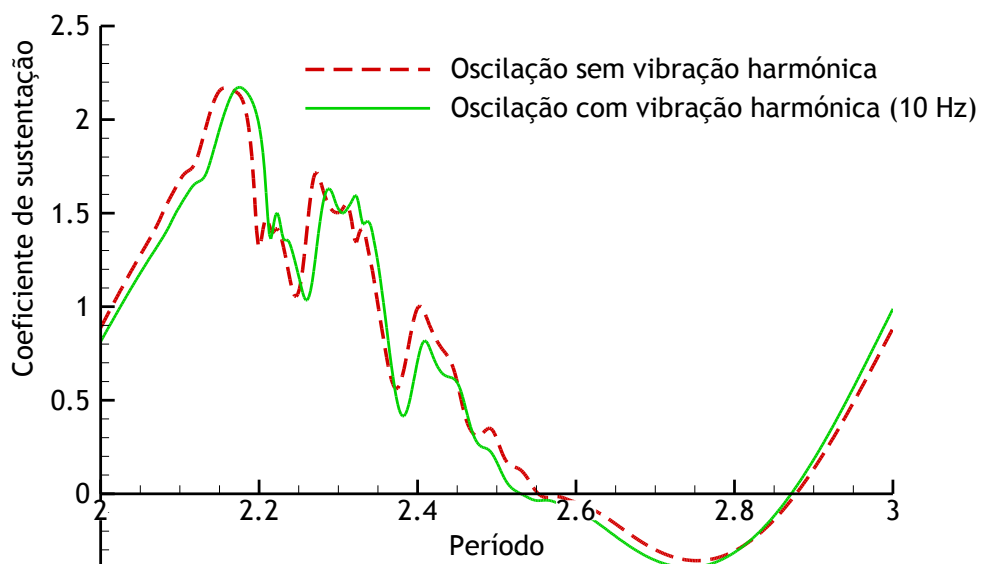


Figura 8.16: Comparação dos valores dos coeficientes de sustentação do perfil alar oscilante, sem a vibração harmónica e com a vibração harmónica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respetivamente, -180° , 2° e 10 Hz.

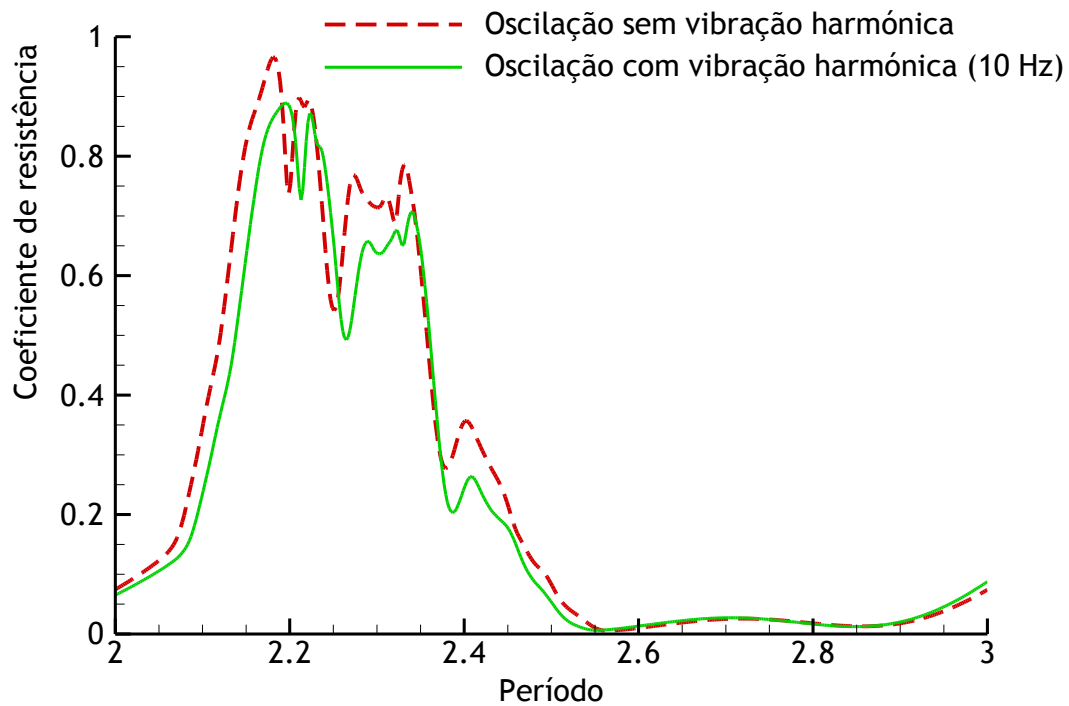


Figura 8.17: Comparação dos valores dos coeficientes de resistência do perfil alar oscilante, sem a vibração harmônica e com a vibração harmônica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respectivamente, -180° , 2° e 10 Hz.

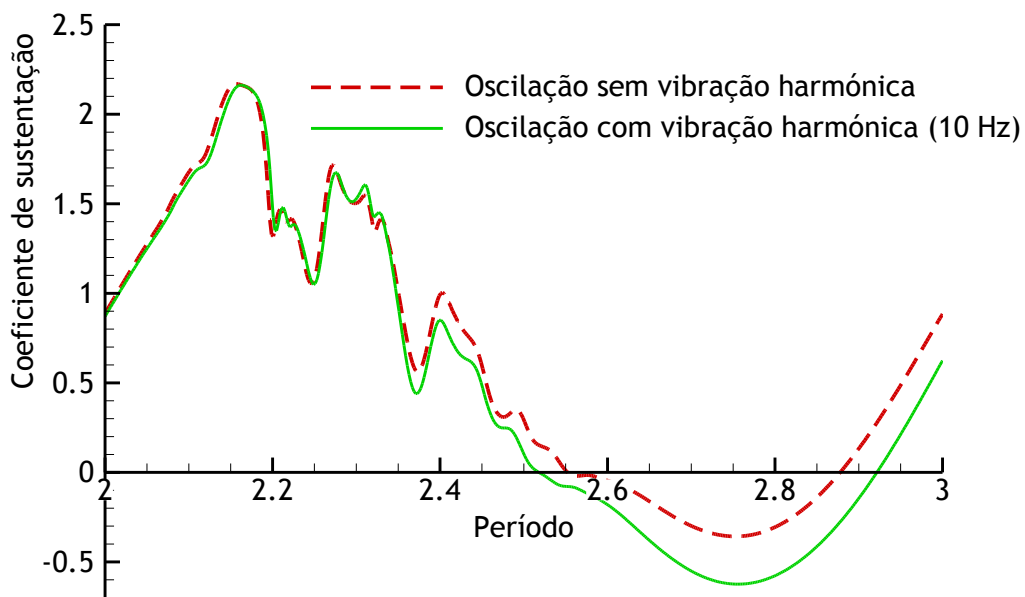


Figura 8.18: Comparação dos valores dos coeficientes de sustentação do perfil alar oscilante, sem a vibração harmônica e com a vibração harmônica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respectivamente, 90° , 1.5° e 10 Hz.

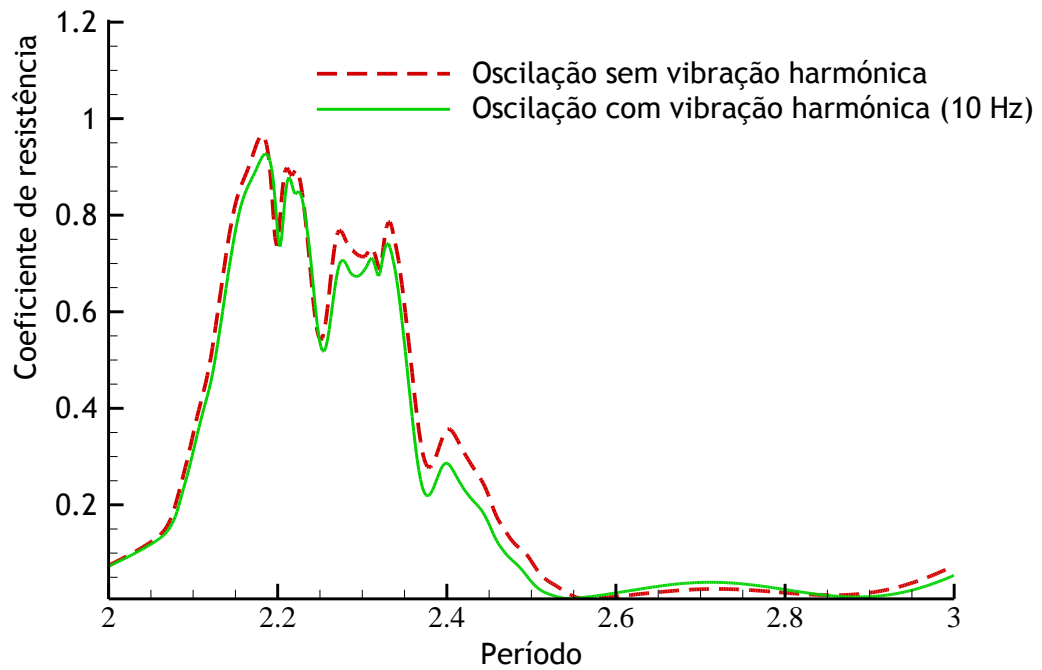


Figura 8.19: Comparação dos valores dos coeficientes de resistência do perfil alar oscilante, sem a vibração harmônica e com a vibração harmônica. Fase, amplitude, e frequência iguais a, respectivamente, 90°, 1.5° e 10 Hz.

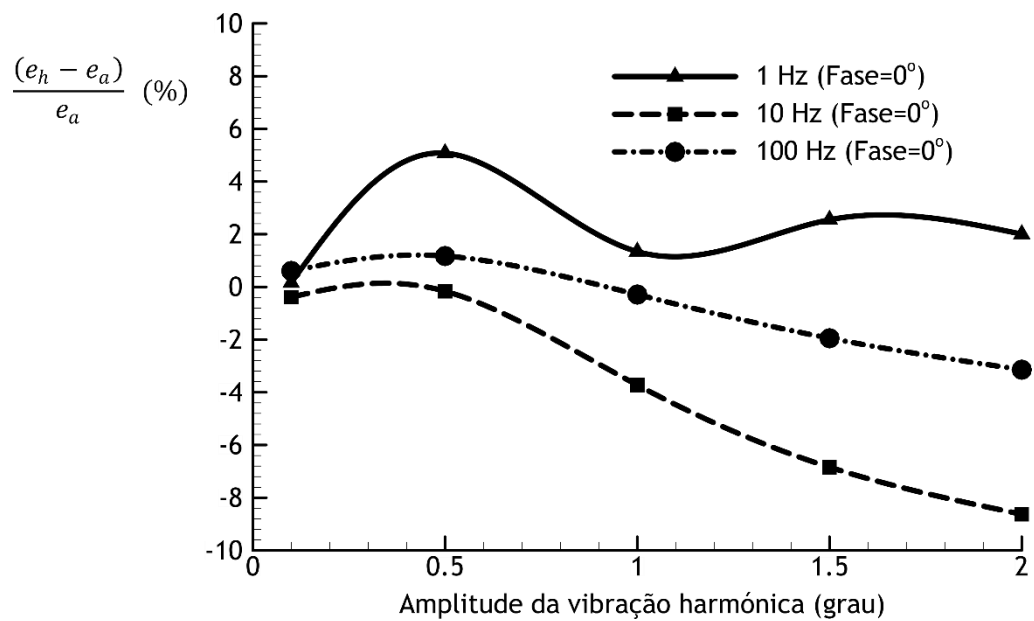


Figura 8.20: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmônica de 0°.

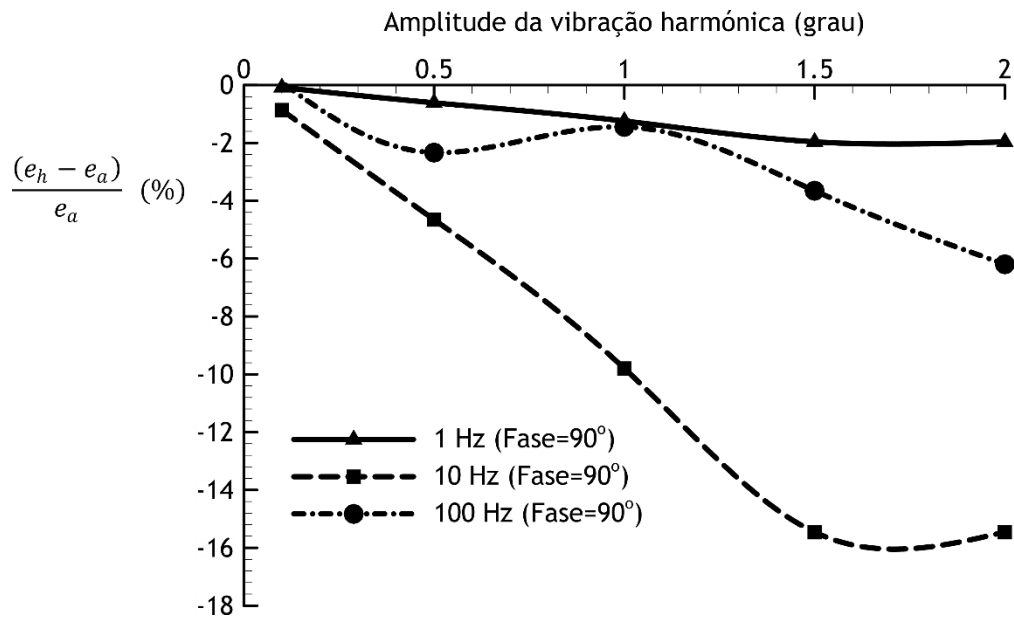


Figura 8.21: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmônica de 90°.

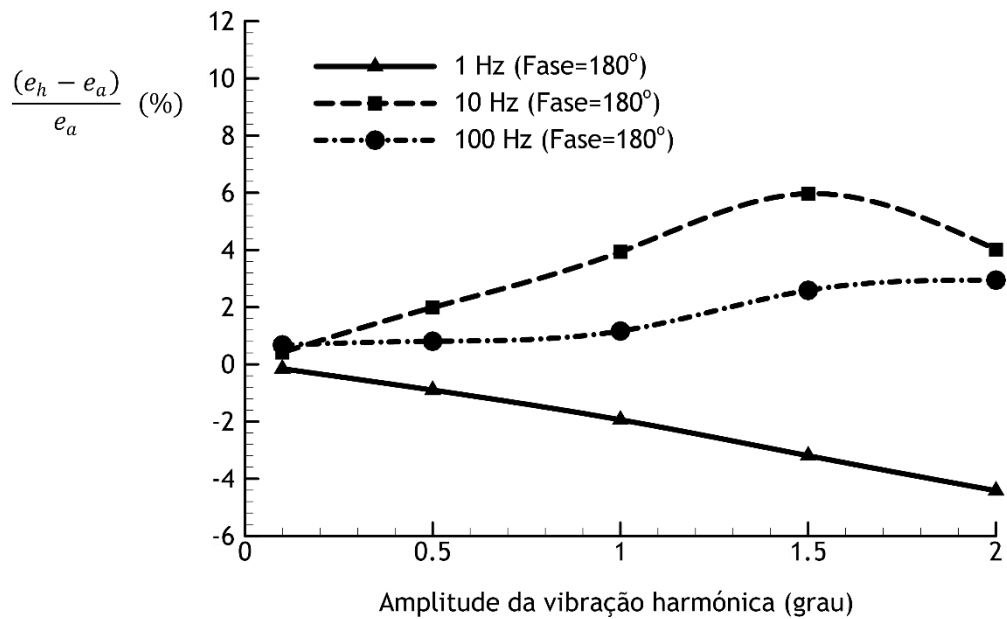


Figura 8.22: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmônica de 180°.

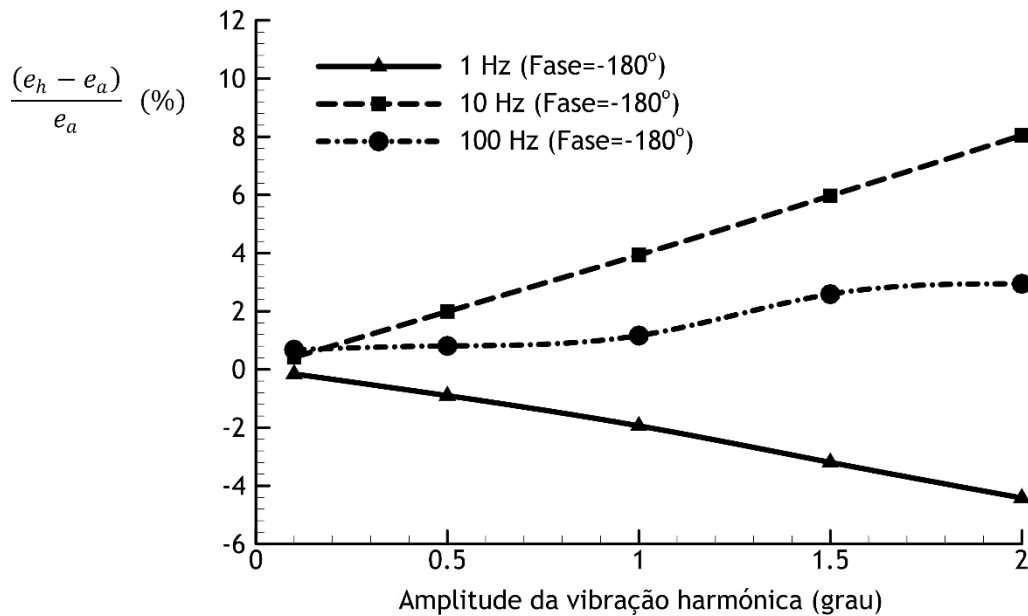


Figura 8.23: Análise da variação do desempenho do perfil alar para uma fase da vibração harmônica de -180° .

Analisando as Figs. 8.20 - 8.23, pode concluir-se que as frequências de 1 Hz e 10 Hz são as que apresentam maior alteração do desempenho do perfil alar. Estas frequências também são mais sensíveis à alteração da fase. Uma possível razão é o facto de esses valores da frequência serem os mais próximos dos valores identificados pela Transformada Rápida de Fourier, Fig. 8.15, que são valores das frequências das variações do coeficiente de sustentação. Para a fase de 0° os casos das frequências 1 Hz e 10 Hz apresentam, respetivamente, o melhor e o pior desempenho, Fig. 8.20. No entanto, para os valores de fase de 180° e -180° a situação inverte-se, Figs. 8.22 e 8.23. Para a fase de 90° não se constata nenhum ganho do desempenho aerodinâmico, Fig. 8.21. Para a fase de 0° a amplitude ótima da vibração harmônica é 0.5° . Um outro aspeto a apontar é o facto de a amplitude de vibração harmônica de 1.5° ser a amplitude ótima para a fase de 180° . No entanto, esta mesma amplitude de vibração é a menos indicada para a fase de 90° , Fig. 8.21. Isto mostra a sensibilidade do ganho ou perda do desempenho aerodinâmico relativamente à amplitude da vibração harmônica. No entanto, considera-se que é necessário fazer uma análise com modelos de turbulência capazes de providenciar resultados mais precisos, como por exemplo o LES.

8.4. Análise do efeito da vibração harmônica no rotor cicloidal

O estudo do efeito da vibração harmônica sobre o desempenho do rotor cicloidal é feito considerando o caso-teste L3 da IAT21 cujos parâmetros já foram detalhadamente descritos nos capítulos anteriores. O estudo do efeito da vibração harmônica envolveu a mesma malha

bidimensional usada no cálculo numérico do caso-teste L3 da IAT21 apresentada na secção 7.2.1 do capítulo 7, Figs. 7.15 e 7.16. A configuração para o cálculo numérico, isto é, a modelação e a técnica de resolução, é a mesma considerada no cálculo do caso-teste L3 da IAT21. Desta forma, podem compara-se da melhor forma os resultados do rotor cicloidal operando sem e com a vibração harmónica.

Os resultados do rotor sem a vibração harmónica já são conhecidos e foram expostos no capítulo 7. Para o estudo do efeito da vibração harmónica considerou-se o rotor L3 da IAT21 a operar à velocidade de rotação de 200 RPM, o que corresponde a 3.33 Hz, e com duas harmónicas. A amplitude e a fase das harmónicas são, respetivamente, 1° e 0° . As frequências das harmónicas são aproximadamente 80 Hz e 160 Hz. Porém, e antes de proceder com a aplicação da vibração harmónica, estudou-se o comportamento da dinâmica dos vórtices que se desenvolvem devido ao escoamento em torno da pá do rotor cicloidal. Para este estudo recorreu-se mais uma vez à reconstrução de espaço de fases pelo Teorema de Reconstrução de Takens. A Fig. 8.24 mostra a reconstrução do atrator no espaço de fases $[dC_L/dt - C_L]$. Analisando o atrator reconstruído mostrado na Fig. 8.24, concluiu-se que o comportamento dinâmico do escoamento em torno da pá do rotor cicloidal é periódico. Pois, nota-se claramente que as órbitas são curvas que se fecham no espaço de fases. Isto mostra que não se trata de um comportamento caótico e tão pouco aleatório. As Figs. 8.25 e 8.26 mostram os valores do coeficiente de sustentação numa pá, em função do tempo, para cada caso anteriormente citado. A comparação entre os resultados para a força gerada e a potência consumida pelo rotor é feita na tabela 8.6.

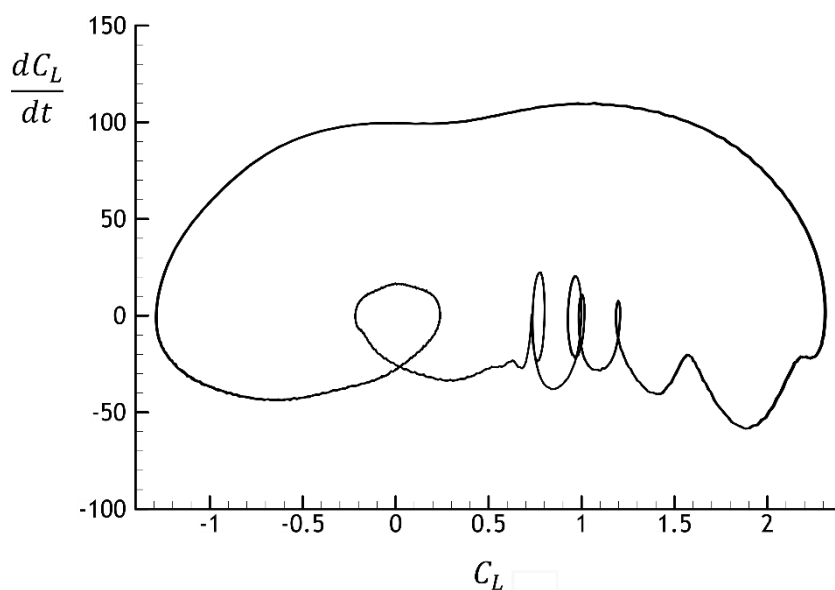


Figura 8.24: Diagrama de fases obtido pelo teorema de reconstrução de Takens para os coeficientes de sustentação da pá do rotor cicloidal. Órbitas no plano $[dC_L/dt - C_L]$.

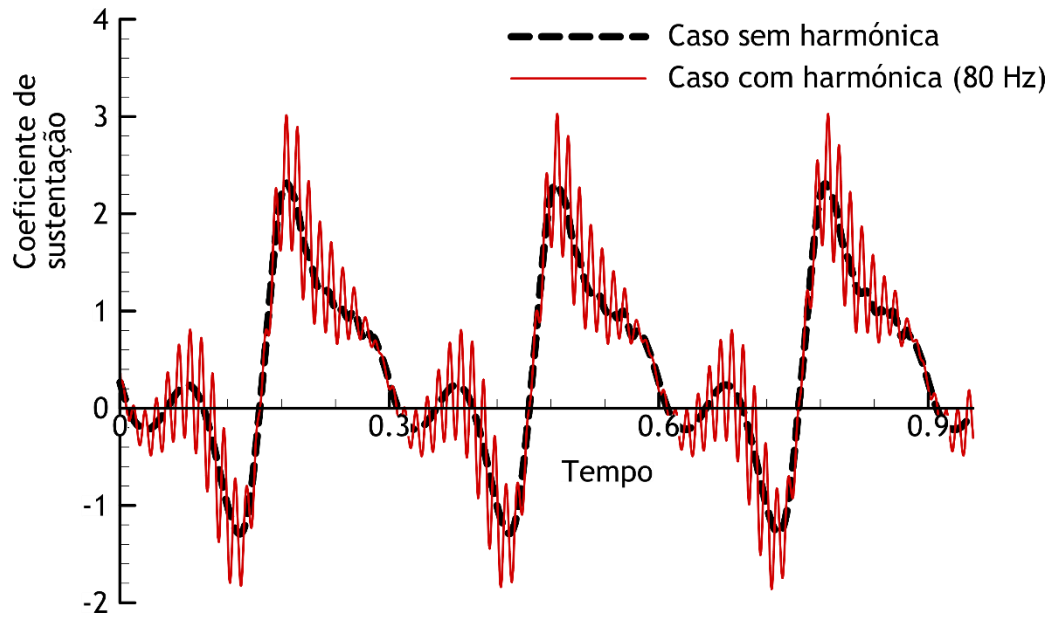


Figura 8.25: Valores do coeficiente de sustentação da pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmônica e com a vibração harmônica de frequência 80 Hz, fase de 0° e amplitude de 1° .

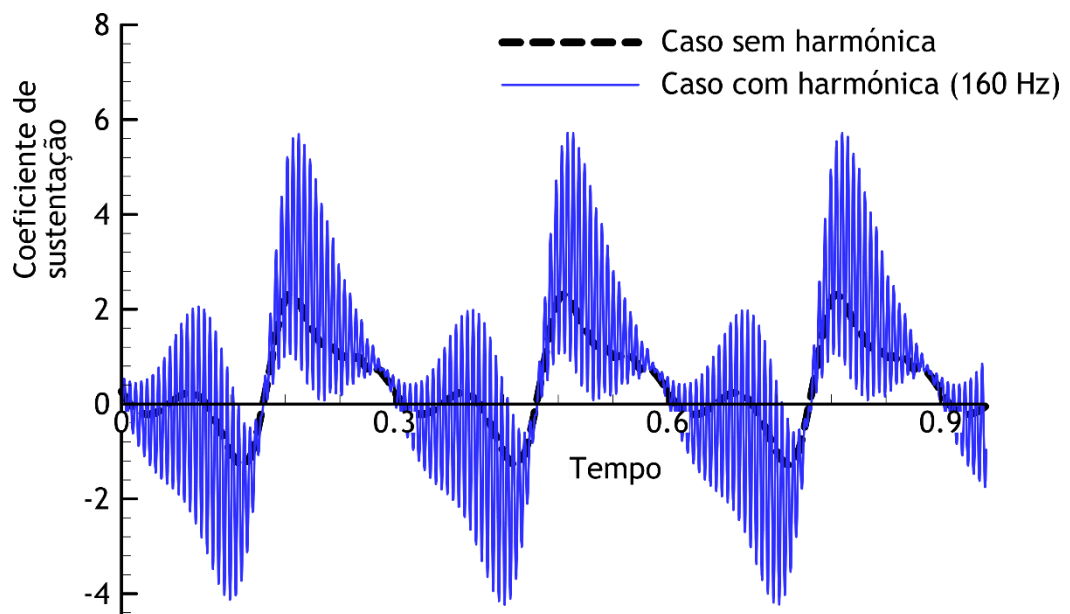
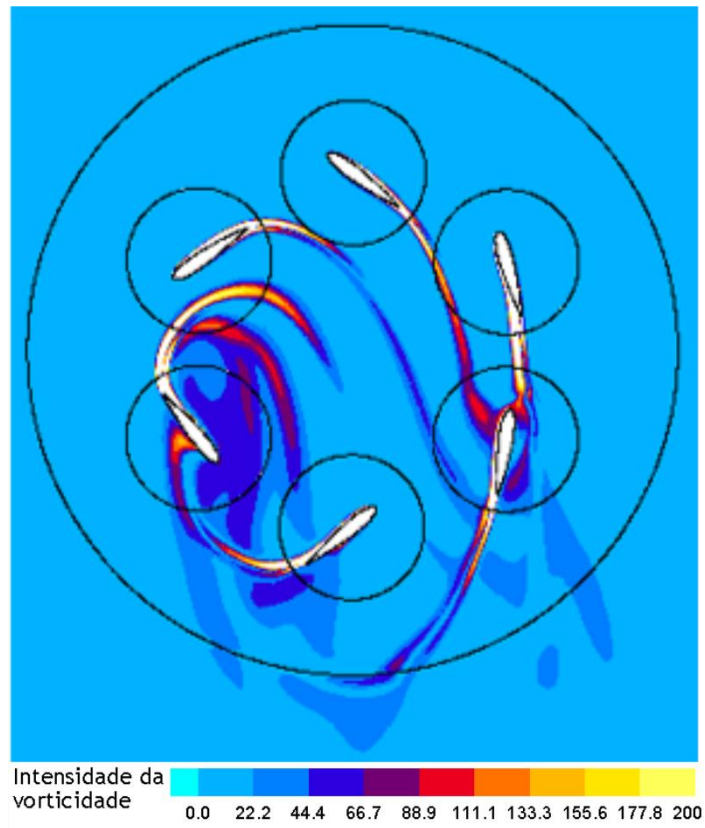


Figura 8.26: Valores do coeficiente de sustentação da pá do rotor cicloidal, sem a vibração harmônica e com a vibração harmônica de frequência 160 Hz, fase de 0° e amplitude de 1° .

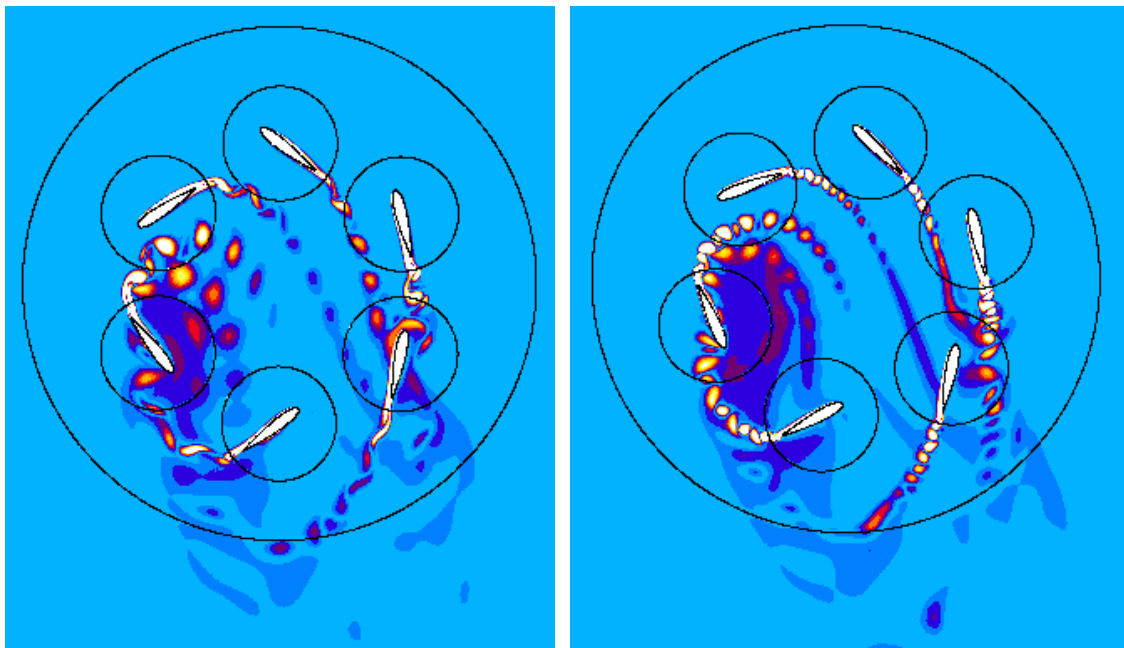
Tabela 8.6: Análise dos valores do desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal a partir da razão carga-potência

Casos	Força gerada (N)	Potencia Consumida (W)	Razão carga-potência (N/kW)
Sem harmónica	97.3	574.9	169.2
Com harmónica (80 Hz)	98.1	575.5	170.4
Com harmónica (160 Hz)	106.6	643.5	165.7

Analisando as Figs. 8.25 e 8.26 pode constatar-se que a vibração harmónica produz um efeito significativo sobre os valores dos coeficientes da força aerodinâmica. Esse efeito pode ser mais ou menos intenso dependendo dos parâmetros que definem a vibração harmónica. No entanto, embora haja alteração dos valores do coeficiente de sustentação em virtude da vibração harmónica, essa alteração ocorre em torno da curva de sustentação, para o caso do rotor a operar sem a vibração harmónica, Figs. 8.25 e 8.26. Portanto, conclui-se que a vibração harmónica em torno da curva de picada da pá traduz-se, em termos aerodinâmicos, numa oscilação dos valores do coeficiente de sustentação em torno dos correspondentes valores relativos ao caso sem a vibração harmónica. Para os casos testados, constata-se que a vibração harmónica aumenta a força gerada pelo rotor cicloidal, tabela 8.6. No entanto, este aumento é acompanhado por um aumento da potência consumida. O aumento da força gerada e o aumento da potência consumida não são proporcionais. Assim, a razão carga-potência do rotor cicloidal pode aumentar ou diminuir. Os resultados mostram que embora a vibração harmónica de maior frequência cause um maior aumento da força gerada, a razão carga-potência do rotor diminui. Assim, a vibração harmónica de frequência 80 Hz fornece melhores resultados uma vez que para este caso constata-se um ligeiro aumento tanto da força gerada como da razão carga-potência em comparação ao caso sem a vibração harmónica. A razão que justifica a alteração que ocorre nos casos considerados pode ser visualizada através da Fig. 8.27. Os contornos representados na Fig. 8.27 são correspondentes à intensidade da vorticidade do escoamento em torno do rotor cicloidal. Analisando a Fig. 8.27 constata-se nitidamente uma diferença no campo do escoamento entre o caso sem a vibração harmónica e os casos com a vibração harmónica. A vibração harmónica induz claramente mais vórtices no escoamento. Esta mudança da formação e convecção da estrutura dos vórtices altera a própria interação eles, e a interação deles com as pás do rotor cicloidal, causando uma alteração do comportamento do rotor cicloidal em termos da força gerada e da potência consumida. Além do efeito sobre o desempenho aerodinâmico do rotor cicloidal, a vibração harmónica pode contribuir para introduzir ou reduzir o ruído no sistema cicloidal. Esse estudo pode ser feito através da análise dos valores do Power Spectral Density (PSD).



a)



b)

c)

Figura 8.27: Contornos da intensidade da vorticidade para a velocidade de rotação do rotor a 200 RPM: a) Rotor cicloidal sem a vibração harmónica; b) Rotor com a vibração harmónica (80 Hz); c) Rotor com a vibração harmónica (160 Hz).

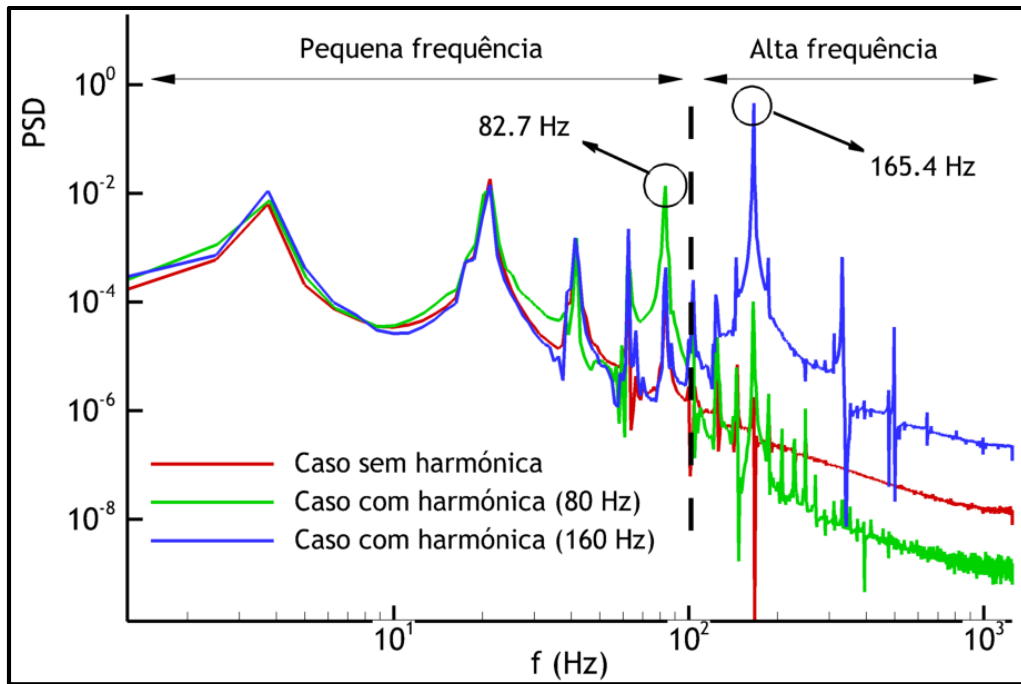


Figura 8.28: Análise do efeito da vibração harmónica sobre o ruído da operação do rotor cicloidal.

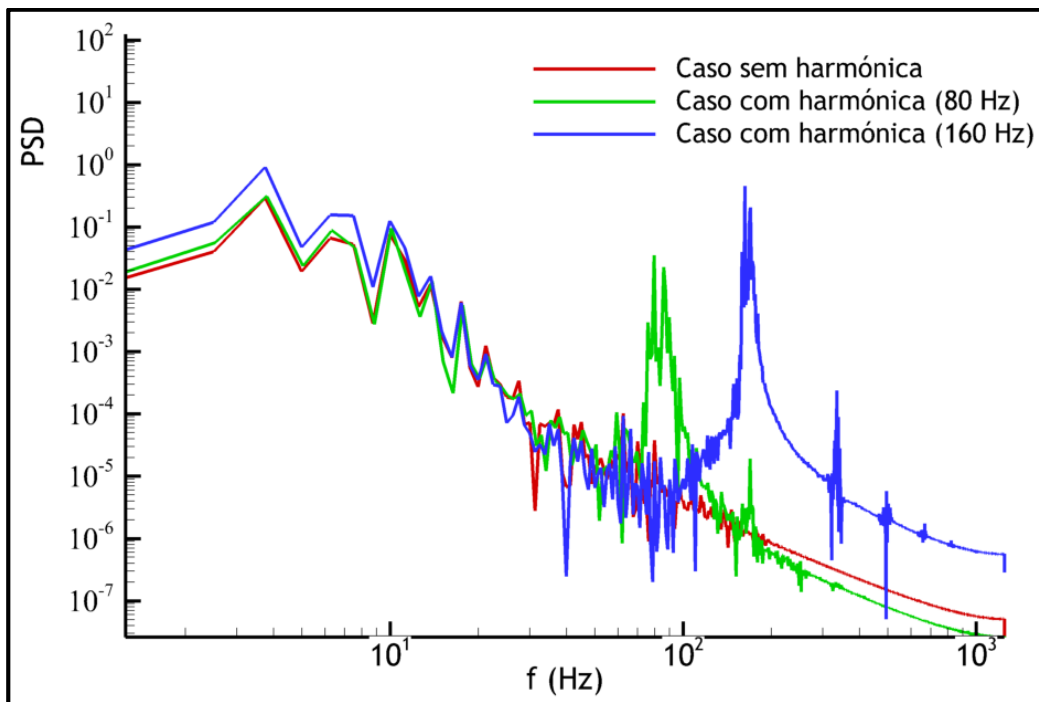


Figura 8.29: Análise do efeito da vibração harmónica sobre o ruído de apenas uma pá do rotor cicloidal.

A Fig. 8.28 mostra uma análise do ruído considerando o rotor cicloidal. A Fig. 8.29 mostra uma análise do ruído considerando somente o efeito produzido por uma pá do rotor cicloidal. Analisando a Fig. 8.28, pode constatar-se que para valores de ruído de elevada frequência a vibração harmónica de frequência 80 Hz causa uma diminuição do ruído. No entanto, a vibração harmónica de frequência 160 Hz causa um aumento do ruído. Portanto, a vibração harmónica de frequência 80 Hz tem um efeito benéfico no ruído de elevada frequência. Um outro aspeto a apontar é o facto da ocorrência de picos a uma frequência próxima da frequência de vibração harmónica ser identificada em cada caso. Isto sugere que outros valores da frequência e/ou fase da vibração harmónica, o efeito pode ser diferente, isto é, ao invés de se obter uma amplificação do ruído, pode obter-se uma redução do mesmo. A Fig. 8.29, que corresponde a apenas uma pá, mostra que o efeito é idêntico.

A análise do efeito da vibração harmónica é um estudo completamente inovador. Neste sentido, é necessário aprofundar o estudo considerando valores variados da amplitude, frequência, e fase da vibração harmónica. No entanto, o cálculo dos detalhes do efeito da vibração harmónica requer um cálculo numérico mais preciso recorrendo, por exemplo, ao modelo de turbulência LES, para o qual não havia capacidade de cálculo disponível.

Capítulo 9

Conclusão

Este capítulo apresenta uma síntese das principais conclusões do trabalho. É ainda feita uma perspetiva sobre os trabalhos futuros.

9.1 Síntese global

A realização deste trabalho envolveu o estudo de rotores cicloidais em estado de voo pairado. Este estudo visou a exploração dos rotores cicloidais quanto ao seu comportamento em operação e, conseqüentemente, quanto à sua potencialidade para serem usados eficientemente tanto no modo direto, isto é, como mecanismos de propulsão, como também no modo inverso, ou seja, como turbinas de vento.

Para a realização dos objetivos do presente trabalho procedeu-se inicialmente ao desenvolvimento de um modelo analítico semi-empírico para rotores cicloidais, operando no modo direto e em estado de voo pairado. O modelo analítico foi validado com dados experimentais e usado em rotores com diferentes configurações. O modelo proposto é composto de duas partes: a parte cinemática e a parte dinâmica.

A parte cinemática permite analisar minuciosamente a geometria dos rotores cicloidais, bem como a operação mecânica dos rotores cicloidais, e ainda o movimento das pás e a distribuição de velocidades dos pontos que sobre elas se situam. Além disso, a parte cinemática proporciona a animação da configuração real dos rotores cicloidais em operação. Além de vários outros parâmetros geométricos, esta importante característica permite analisar visualmente a proximidade entre as pás e a dimensão relativa da corda da pá e do raio do rotor cicloidal. Estes aspetos são, como foi visto ao longo do presente trabalho, importantes na análise do efeito da cambrura virtual e na análise da interferência entre as pás e a esteira do escoamento por elas derramada.

Um outro aspeto importante, da parte cinemática, é o auxílio ao estudo de fenómenos a partir de modelos numéricos. É comum preparar modelos numéricos de CFD para estudo dos fenómenos que envolvem o movimento do fluido, ou movimento de um perfil sólido num meio

fluido. Tais estudos baseados em CFD (*Computational Fluid Dynamics*) requerem o teste do movimento das malhas. No entanto, em vários casos de estudos numéricos que envolvem malhas tridimensionais, a realização do teste do movimento pode levar muito tempo e, dependendo das limitações do computador, pode até mesmo ser impossível. No caso do rotor cicloidal, as equações do movimento, definidas no UDF, podem ser testadas imediatamente. Isto porque o modelo analítico disponibiliza, de forma imediata, o arranjo e o movimento das pás. Assim, o modelo analítico proposto pode, deste ponto de vista, servir de suporte à realização de estudos numéricos.

A parte da dinâmica do escoamento calculada pelo modelo analítico fornece aproximações para a força gerada e para a potência consumida pelo rotor cicloidal operando em estado de voo pairado. As informações, ainda que de forma aproximada, da intensidade dessa força e da quantidade da potência consumida são úteis numa fase preliminar do projeto de rotores cicloidais. No entanto, devido às limitações do modelo analítico proposto, quanto à detecção de detalhes do escoamento em torno do rotor cicloidal, procedeu-se posteriormente a uma modelação numérica dos rotores cicloidais.

O estudo numérico do rotor cicloidal envolveu a concepção de geometrias computacionais em termos bidimensional e tridimensional. No entanto, fez-se no presente trabalho, um outro estudo numérico que precedeu a análise numérica do comportamento de rotores cicloidais. Tal modelo, que envolveu o estudo numérico de um perfil alar em movimento de oscilação, permitiu conhecer e aferir sobre os diversos aspetos de montagem do domínio numérico do rotor cicloidal, e de definição do arranjo numérico para a solução do problema.

Através do modelo numérico realizou-se um estudo paramétrico do rotor cicloidal, o qual visou analisar os efeitos da variação dos parâmetros geométricos no desempenho de rotores cicloidais, nomeadamente o número de perfis alares, a espessura dos perfis alares, o comprimento da corda, e a localização do eixo de picada dos perfis alares.

Com a finalidade de avaliar a potencialidade do rotor cicloidal para operar em modo inverso, isto é, como turbina de vento de eixo vertical de passo variável, fez-se uso de um modelo numérico de CFD, desta feita, no modo inverso. Portanto, averiguou-se, no presente trabalho, a existência ou não de vantagens de uma turbina cicloidal relativamente à turbina de vento convencional de passo fixo.

Por fim, averiguou-se a possibilidade de aumentar o desempenho de rotores cicloidais a partir da alteração do campo do escoamento em torno das pás. Assim, considerou-se a situação em que as pás do rotor cicloidal vibram à medida que descrevem a curva cicloidal. No entanto, a imposição da vibração harmónica conveniente às aspirações do presente trabalho demanda averiguações minuciosas da natureza dinâmica do escoamento em torno dos perfis alares. Desta

forma analisou-se o comportamento dinâmico do escoamento a partir da transformada rápida de Fourier, e um mapa de Poincaré.

9.2 Conclusões finais

Verificou-se que o ângulo de excentricidade não altera os valores máximos e mínimos da velocidade e da aceleração angular em torno do ponto pivô. No entanto, este ângulo define as posições azimutais onde ocorrem os valores máximos e mínimos da velocidade e da aceleração angular.

Os valores máximo e mínimo da velocidade e da aceleração angular são impostos não só pela velocidade de rotação do rotor, mas também pela gama dos valores da magnitude da excentricidade que é imposta. A estrutura mecânica do rotor cicloidal deve suportar os efeitos das cargas centrífugas às quais ele está sujeito durante a operação e, conseqüentemente, evitar a destruição do rotor. Assim, tanto a velocidade de rotação do rotor como também toda a gama dos valores da magnitude de excentricidade devem ser consideradas no dimensionamento estrutural das pás.

O movimento imposto pelo sistema mecânico não é um movimento cicloidal perfeito. Portanto, a geometria do sistema mecânico não leva a existência de um centro de direção único. No entanto, a intersecção ocorre dentro de uma pequena área.

O aumento da magnitude da excentricidade pode inviabilizar a operação do sistema mecânico e, conseqüentemente, causar uma diminuição no desempenho do rotor cicloidal. Pois, à medida que a magnitude de excentricidade aumenta, as zonas de intersecção das linhas perpendiculares dispersam-se cada vez mais, deslocando-se para o exterior do círculo descrito pelo rotor e, podendo inclusive, atingir situações em que não é possível defini-las. Assim, para certos valores de magnitude de excentricidade, o bordo de ataque das pás pode afastar-se muito da órbita por elas descrita, requerendo um sistema mecânico de elevados valores de ângulos de picada (*high pitch motion*). Assim, o desempenho aerodinâmico do rotor pode ser prejudicado devido ao facto do presente sistema mecânico não ser adequado ao esquema do movimento das pás.

A alteração da distribuição de velocidades ao longo da pá ocorre normalmente em torno do ponto pivô. E no ponto pivô ocorre uma quebra na curva de velocidades. Por outro lado a alteração da relação corda/raio, pela alteração do comprimento da corda, não torna a curvatura da distribuição da velocidade mais acentuada. Dependendo do comprimento da corda, a curvatura desenvolve-se mais, ou menos. No entanto, a tendência da curvatura da

distribuição de velocidades ao longo da pá não muda. Isto sugere que a curvatura do escoamento ao longo da pá não se torna mais ou menos intensa, em virtude da alteração do comprimento da corda. No entanto, a curvatura do escoamento pode desenvolver-se mais, ou menos, dependendo do comprimento da corda ser maior, ou menor, respetivamente.

Quando o rotor se encontra em movimento a curvatura da distribuição de velocidades altera-se, como se a posição do ponto pivô e a velocidade de rotação do rotor se alterassem, isto em comparação com o caso em que o rotor se encontra em estado de voo pairado. Este facto sugere que, quando o rotor cicloidal se encontra em movimento, o efeito da curvatura pode assumir um comportamento completamente diferente e, conseqüentemente, o desempenho aerodinâmico pode também alterar-se.

Para valores de número de Reynolds a que o rotor cicloidal normalmente opera, é razoável considerar que o escoamento em torno de rotores cicloidais é incompressível. Pois os valores máximos da velocidade são bem menores do que a velocidade do som.

Embora o modelo analítico forneça uma estimativa aproximada para a força gerada pelo rotor cicloidal e para a potência consumida, ele não é totalmente sensível à separação do escoamento e à intensidade das interfências entre o escoamento em torno das pás e as esteiras derramadas por outras pás.

A intensidade da força gerada pelo rotor cicloidal varia à medida que as pás rodam. Esta variação aumenta com o aumento da velocidade de rotação. Esta variação pode comprometer a estabilidade e o controlo do rotor cicloidal. Por isso, recomenda-se conhecer a variação do coeficiente de variação (quociente entre o desvio-padrão e a média de um conjunto de dados) da força gerada para cada valor da velocidade de rotação a que o rotor opera.

A direção da força gerada também varia à medida que o rotor opera. Ao contrário da intensidade da força gerada, a variação da direção da força gerada não aumenta com o aumento da velocidade de rotação. Assim, o aumento da velocidade de rotação do rotor causa praticamente o mesmo acréscimo nas componentes vertical e horizontal da força gerada, e portanto a direção continua a variar da mesma forma às diferentes velocidades de rotação.

A força gerada e a potência consumida pelo rotor cicloidal também aumentam à medida que a velocidade de rotação do rotor aumenta. No entanto, o acréscimo da força gerada, devido a aumento da velocidade de rotação do rotor, é acompanhado por um acréscimo maior da potência consumida. Assim, de uma forma geral, o rotor cicloidal, em estado de voo pairado, apresenta melhor desempenho para menores valores da velocidade de rotação. Como a força gerada aumenta com a velocidade de rotação do rotor pode afirmar-se que, em estado de voo pairado, o rotor cicloidal apresenta melhor desempenho para menores valores do módulo da força gerada.

Afirmar que o desempenho do rotor cicloidal diminui, com o aumento da velocidade de rotação, é o mesmo que afirmar que o desempenho diminui quando as pás do rotor cicloidal, em torno do eixo de picada, oscilam a maiores valores da velocidade e da aceleração angular. Pois, a consequência do aumento da velocidade de rotação é precisamente o aumento da velocidade e aceleração da oscilação das pás. Assim, o modelo analítico proposto leva-nos a concluir que é possível que este problema possa ser atenuado, ou eliminado, se o aumento da velocidade e da aceleração angular de oscilação das pás, em torno do ponto pivô, for obtido por um pequeno aumento da magnitude de excentricidade. Pois, usando o modelo analítico pôde-se observar claramente que um pequeno aumento da magnitude de excentricidade causa um aumento da velocidade e da aceleração angular de oscilação das pás.

A componente vertical da força gerada por uma pá, nas proximidades do ponto mais baixo da trajetória, é maior que a componente vertical da força gerada no topo da trajetória. Este facto tem uma contribuição do efeito de cambrura que, diferentemente de ser positivo no ponto mais baixo da trajetória, é negativo no topo da mesma.

O rotor cicloidal com maior número de pás não apresenta necessariamente um melhor desempenho. O maior número de pás causa sempre maior consumo da potência, mas não gera sempre uma força de maior intensidade. No caso considerado no presente estudo o rotor cicloidal com 3 pás apresentou melhor desempenho.

O ângulo mais elevado de ocorrência de perda (*stall*) está associado a perfis alares mais espessos. O rotor cicloidal apresenta geralmente melhor desempenho com perfis alares mais espessos. O aumento da espessura dos perfis alares causa um crescimento e decréscimo, em simultâneo, da força gerada e da potência consumida. O aumento da espessura dos perfis alares causa um escoamento global na saída do rotor cicloidal cada vez mais próximo da direção vertical. No caso considerado no presente trabalho, o perfil alar NACA0018 foi o que apresentou um melhor desempenho aerodinâmico.

À medida que se consideram rotores cicloidais de escalas maiores, os efeitos do número de Reynolds no desempenho dos rotores cicloidais tornam-se mais intensos. Assim, no caso considerado no presente trabalho, o estudo do efeito da variação da corda mostrou que o desempenho ótimo ocorre quando a razão c/R é 0.5. O aumento do razão c/R , através do aumento do comprimento da corda, causa um aumento da componente horizontal da força gerada e, conseqüentemente, um aumento do ângulo do escoamento à saída. O que não é um resultado desejável.

Estudos realizados neste trabalho indicam que a localização ideal do eixo de picada é entre 25% a 50% do comprimento da corda. A força gerada pelo rotor diminui com a proximidade entre o ponto de localização do eixo de picada e o bordo de ataque. No caso considerado no capítulo

7, o rotor com o eixo de picada a 35% do bordo de ataque foi o que apresentou um melhor desempenho.

Comparado a uma VAWT de passo fixo, uma VAWT de passo variável, isto é, uma turbina cicloidal, permite extrair maior quantidade de energia do vento para menores razões de velocidades de ponta (TSR). O aumento da geração da potência, para valores baixos e intermédios de TSR, é devido à redução da variação do ângulo de ataque. Este facto reduz as condições de ocorrência de perda (*stall*) em várias posições azimutais.

Os estudos feitos sobre o efeito da vibração harmónica mostraram efeitos positivos e negativos sobre o desempenho do perfil alar em movimento de picada oscilante. Estes efeitos são fortemente sensíveis às combinações dos valores da fase, da frequência, e da amplitude da vibração harmónica. Portanto, é perfeitamente possível que a vibração harmónica aumente o desempenho do rotor cicloidal. No entanto, uma análise mais fina depende do uso de um modelo de turbulência capaz de fornecer resultados mais precisos, nomeadamente usando simulação LES.

9.3 Trabalhos futuros

O modelo analítico proposto mostra que, de facto, o movimento das pás do rotor cicloidal não é perfeitamente cicloidal. Isto significa que, no caso de o movimento ser perfeitamente cicloidal, há diferenças de inclinação das pás em certas posições azimutais em relação ao caso real. Esta alteração da inclinação das pás pode ser benéfica em posições onde a separação e perdas ocorrem mais facilmente. Assim, sugere-se que este efeito venha a ser verificado usando as equações da parte cinemática do modelo analítico proposto, e o modelo numérico de CFD.

Uma das conclusões procedente do modelo analítico é que o aumento da magnitude de excentricidade causa um aumento da velocidade e da aceleração angular das pás em torno do eixo de picada. Por outro lado, o aumento da velocidade e da aceleração angular pode ser obtido através do aumento da velocidade de rotação do rotor. No entanto, o aumento da velocidade de rotação do rotor causa uma diminuição do desempenho do rotor cicloidal. Neste advento, seria interessante saber se o rotor cicloidal apresenta melhor desempenho quando o aumento da velocidade e aceleração angular das pás é obtido a partir do aumento da magnitude de excentricidade.

O projeto Europeu CROP estudou a possibilidade de inclusão de atuadores a plasma DBD para o controlo ativo do escoamento em rotor cicloidal (PECyT). Uma vez que não ocorre separação e

perdas em todas as posições azimutais das pás do rotor cicloidal, seria benéfico detectar posições azimutais onde os atuadores a plasma devem realmente atuar.

Um outro trabalho a desenvolver será uma análise usando um modelo do tipo LES. Nomeadamente para o rotor cicloidal a funcionar com uma vibração harmónica imposta nas pás.

Bibliografia

- Abdollahzadeh, M., Pascoa, J.C. & Oliveira, P.J., 2014. Modified Split-Potential Model for Modeling the Effect of DBD Plasma Actuators in High Altitude Flow Control. *Current Applied Physics*.
- Abdollahzadeh, M., Pascoa, J.C. & Oliveira, P.J., 2012. Numerical investigation on efficiency increase in high altitude propulsion systems using plasma actuators. In *European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*.
- Abdollahzadeh, M., Pascoa, J.C. & Oliveira, P.J., 2013. Two-dimensional numerical modeling of interaction of micro-shock wave generated by nanosecond plasma actuators and transonic flow. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, V, 270, pp.401-416.
- Abdollahzadehsangroudi, M., 2015. *Analysis and development of numerical methodologies for simulation of flow control with dielectric barrier discharge actuators*. Universidade da Beira Interior.
- Arnold, D. et al., 2001. *Users Guide to NetSolve V1.4*. Computer Science Dept. Technical Report CS-01-467.,
- Barakos, G.N. & Drikakis, D., 2003. Computational study of unsteady turbulent flows around oscillating and ramping aerofoils. *International Journal for Numerical Methods in fluids*, 42, pp.163-186.
- Bartels, J. & Jürgens, D., 2006. The Voith Schneider Propeller Current Applications and New Developments.
- Batchelor, G., 2000. *An introduction to fluid dynamics*, Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Benedict, M. et al., 2011. Aeroelastic analysis of a micro-air-vehicle-scale cycloidal rotor in hover. *AIAA Journal*, 49(11), pp.2430-2443.
- Benedict, M., 2010. *Fundamental understanding of the Cycloidal-Rotor concept for micro air vehicle applications*. University of Maryland.
- Benedict, M., Ramasamy, M., Chopra, I., et al., 2010. Performance of a Cycloidal Rotor Concept for Micro Air Vehicle Applications. *Journal of the American Helicopter Society*, 55(2), pp.22002-22002.
- Benedict, M., Jarugumilli, T. Lakshminarayan, V. & Chopra, I., 2012. Experimental and

- computational studies to understand the role of flow curvature effects on the aerodynamic performance of a MAV-Scale Cycloidal Rotor in Forward Flight. In *53rd AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, AIAA 2012-1629*.
- Benedict, M., Jarugumilli, T. & Chopra, I., 2013. Effect of Rotor Geometry and Blade Kinematics on Cycloidal rotor hover performance. *Journal of Aircraft*, 50(5), pp.1340-1352.
- Benedict, M., Ramasamy, M. & Chopra, I., 2010. Improving the Aerodynamic Performance of Micro-Air-Vehicle-Scale Cycloidal Rotor: An Experimental Approach. *Journal of Aircraft*, 47(4), p.1117-1125,.
- Blahut, R.E., 1985. *Fast algorithms for digital signal processing.*, Addison-Wesley publishing Company.
- Blumberg, A. & Mellor, G., 1987. *A description of a three-dimensional coastal ocean circulation model. Three-dimensional coastal ocean models*,
- Boirum, C.G. & Post, S.L., 2009. Review of historic and modern cyclogyro design. In *45th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit, AIAA 2009-5023*.
- Boschma, J.H., 1998. *Cycloidal propulsion for UAV VTOL applications. Final report for Government Technical Liaison Naval Air Warfare Center - Aircraft Division.*,
- Boschma, J.H., 2001. Modern aviation applications for cycloidal propulsion. In *In AIAA Aircraft Technology Integration and Operations Forum*.
- Bramwell, A., 1976. *Helicopter Dynamics 2^a.*, London: Edward Arnold Publishers.
- Broer, H. & Takens, F., 2011. Dynamical systems and chaos. *Applied mathematical sciences*, 172.
- Burchard, H.. & Petersen, O., 1999. Models of turbulence in the marine environment - A comparative study of two-equation turbulence models. *Journal of Marine Systems*, 21(1), pp.29-53.
- Burchard, H. & Bolding, K., 2001. Comparative Analysis of Four Second-Moment Turbulence Closure Models for the Oceanic Mixed Layer. *Journal of Physical Oceanography*, 31, pp.1943-1968.
- Bushler, G. & Foshag, W., 1969. *Review and preliminary evaluation of lifting horizontal-axis rotating-wing aeronautical systems (HARWAS)*,

- Chougule, P. & Nielsen, S., 2014. Overview and Design of Self-Acting Pitch Control Mechanism for Vertical Axis Wind Turbine Using Multi Body Simulation Approach. *J. Phys. Conf. Ser.*, 524(1), p.12055.
- Cooley, J., and Tukey, J.W., 1965. An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Mathematics of computation.*, 19, pp.297-301.
- Coton, F. & Wang, T., 1999. The prediction of horizontal axis wind turbine performance in yawed flow using an unsteady prescribed wake model. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part A - Journal of Power and Energy*, 213(1), pp.33-43.
- Crutchfield, J.P. et al., 1986. Chaos. *Scientific american*, 254(12), pp.46-57.
- Daizong, L., 2013. Design of a new VTOL UAV by combining cycloidal blades and fanwing propellers. In *IEEE Aerospace Conference*.
- Duquette, M. & Visser, K., 2003. Numerical Implications of Solidity and Blade Number on Rotor Performance of Horizontal-Axis Wind Turbines. *ASME J. Sol. Energy Eng.*, 125(4), pp.425-432.
- Durski, S., Glenn, S. & Haidvogel, D., 2004. Vertical mixing schemes in the coastal ocean: Comparison of the level 2.5 MellorYamada scheme with an enhanced version of the K profile parameterization. *Journal of Geophysical Research*, 109(C1).
- Eldred, M.S., Giunta, A.A. & Waanders, v. B., 2004. Multilevel parallel optimization using massively parallel structural dynamics. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 27(1), pp.97-109.
- Eppler, R., 1990. *Airfoil design and data*. Springer-Verlag, ed.,
- Eriksson, S., Bernhoff, H. & Leijon, M., 2008. Evaluation of Different Turbine Concepts for Wind Power. *Renewable Sustainable Energy Rev.*, 12(5), pp.1419-1434.
- Etkin, B. & Reid, L.D., 1996. *Dynamics of flight: stability and control* 3rd ed. J. W. & Sons, ed., Canada.
- Folland, G.B., 1992. *Fourier analysis and its applications (Vol. 4)*. American Mathematical Soc.,
- Foshag, W.F. & Boehler, G.D., 1969. *Review and preliminary evaluation of lifting horizontal - axis rotating-wing aeronautical systems (HARWAS)*. USAAVLABS Technical Report 69-13. US Army Aviation Material Laboratories., Fort Eustis.
- Foster, I. & Kesselman, C., 1998. *The grid: Blueprint for a New Computing Infrastructures.*,

- Morgan Kaufmann, Los Altos, CA.
- Foster, I., Kesselman, C. & Tuecke, S., 2001. The Anatomy of the Grid: Enabling Scalable Virtual Organizations. *International Journal of Supercomputer Applications*, 15(3), pp.200-222.
- Gagnon, L., Quaranta, G., et al., 2014. Aerodynamic and aeroelastic analysis of a cycloidal rotor. In *AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference*. Atlanta, GA.
- Gagnon, L., Morandini, M., et al., 2014. Feasibility Assessment: A Cycloidal Rotor to Replace Conventional Helicopter Technology. In *European Rotorcraft Forum 2014*. Southampton, UK.
- Galperin, B. et al., 1988. A Quasiequilibrium Turbulent Energy Model for Geophysical Flows. *Journal of the Atmospheric Sciences*, 45(1), pp.55-62.
- Garrick, I.E., 1936. *Propulsion of a flapping and oscillating airfoil*. NACA Report No. 567,
- Gharali, K. & Johnson, D.A., 2013. Dynamic stall simulation of a pitching airfoil under unsteady freestream velocity. *Journal of Fluids and Structures*, 42(0), pp.228-244.
- Gibbens, R.P., 2003. Improvements in airship control using vertical axis propellers. In *3rd AIAA Annual Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Tech*, AIAA 2003-6853. Denver, Colorado.
- Gibbens, R.P. & Boschma, J.H., 1999. Construction and testing of a new aircraft cycloidal propeller. In *13th AIAA Lighter-Than-Air Systems Technology conference*, AIAA No.99-3906. Norfolk VA, pp. 1-9.
- Gleize, V. et al., 2008. Numerical Simulation of a Pitching Airfoil Under Dynamic Stall Conditions Including Laminar/Turbulent Transition. In *46th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. AIAA 2008-391. Reno, Nevada.
- Hassid, S. & Galperin, B., 1983. A turbulent energy model for geophysical flows. *Boundary-Layer Meteorology*, 26(4), p.397-412.
- Heerenbrink, M.K., 2011. *Simultaneous PIV and Balance measurements on pitching aerofoil*. Master of Science Thesis.
- Husseyin, S., 2016. *Design Considerations for a Stopped-Rotor Cyclocopter for Venus Exploration*, Moffett Field, CA; United States.
- Hwang, C.S. et al., 2006. Design and testing of VTOL UAV cyclocopter with four rotors. In *Annual American Helicopter Society 62nd Annual Forum Proceedings*.

- Hwang, S. et al., 2008. Development of a Four-Rotor Cyclocopter. *Journal of Aircraft*, 45(6), pp.2151-2157.
- Hwang, S. et al., 2007. Experimental Investigation of VTOL UAV Cyclocopter with four rotors. In *48th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, structural dynamics, and materials conference, American institute of Aeronautics and Astronautics*. pp. 1-10.
- Hwang, S.I., Hwang, C.S. & Kim, S.J., 2005. Structural design of cyclocopter blade system. In *46th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA 2005-2020*. Austin, texas.
- Ilicak, M. et al., 2008. Performance of two-equation turbulence closures in threedimensional simulations of Red Sea overflow. *Ocean Modeling*, 24(3), pp.122-139.
- Iosilevskii, G. & Levy, Y., 2003. Aerodynamics of the cyclogiro. In *33rd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, AIAA 2003-3473*. Orlando, Florida.
- Iosilevskii, G. & Levy, Y., 2006. Experimental and numerical study of cyclogiro aerodynamics. *AIAA Journal*, 44(12).
- Jones, K., Dohring, C. & Platzer, M., 1998. Experimental and computational investigation of the Knoller-Betz effect. *AIAA Journal*, 36(7), pp.1240-1246.
- Kantha, L. & Clayson, C., 1994. An improved Mixed Layer Model for Geophysical Applications. *Journal of Geophysical Research*, 99(C12), pp.25235-25266.
- Kessler, C., 2011. Active rotor control for helicopters: motivation and survey on higher harmonic control. *CEAS Aeronautical Journal*, 1(4), pp.3-22.
- Khalid, M.S.U. et al., 2015. Nonlinear characterization of flow over oscillating elliptic airfoils. In *In 45th AIAA fluid dynamics conference - AIAA 2015-2768*. Dallas, TX.
- Khalid, M.S.U., Akhtar, I. & Durrani, N.I., 2014. Analysis of Strouhal number based equivalence of pitching and plunging airfoils and wake deflection. *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 0(0), pp.1-12.
- Kim, S.J. et al., 2003. Design and Performance Tests of cycloidal propulsion systems. In *44th AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA 2003-1786*. Norfolk, Virginia.
- Kirke, B.K. & Lazauskas, L., 2011. Limitations of fixed pitch Darrieus hydrokinetic turbines and the challenge of variable pitch. *Renewable Energy*, 36(3), pp.893-897.

- Kirsten, F., 1928. *Cycloidal propulsion applied to aircraft. Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Vol. 50 No. AER-50-12.*,
- Kirsten, F., 1935. *Cycloidal propulsion in air. Engineering experiment station series. Bulletin No. 79, University of Washington.*
- Kundu, P. & Cohen, I., 2002. *Fluid Mechanics* 2nd ed., Academic Press Inc.
- Large, W., McWilliams, J. & Doney, S., 1994. Oceanic vertical mixing: A review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 32(4), pp.363-403.
- Lazauskas, L., 1992. Three pitch control systems for vertical axis wind turbines compared. *Wind engineering*, 16(5), pp.269-282.
- Lee, C.H. et al., 2013. Design of two-rotored UAV Cyclocopter. Korea Aerospace Research Institute. In *5th Eucass - European Conference for Aerospace Sciences*. Munich, Germany: Korea Aerospace Research Institute.
- Lee, T. & Gerontakos, P., 2004. Investigation of flow over an oscillating airfoil. *Journal of Fluid Mechanics*, 512, pp.313-341.
- Leger, J.A., Pascoa, J.C. & Xisto, C.M., 2015a. 3D Effects in Cyclorotor Propulsion Systems. In *ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition - IMECE2015-52173*. Houston, p. 8.
- Leger, J.A., Pascoa, J.C. & Xisto, C.M., 2016. Aerodynamic optimization of cyclorotors. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology*, 88(2), pp.232-245.
- Leger, J.A., Pascoa, J.C. & Xisto, C.M., 2015b. Analytical Modeling of a Cyclorotor in Hovering State. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 229(12), pp.2163-2177.
- Leger, J., Pascoa, J.C. & Xisto, C.M., 2013a. Analytical Modeling of a Cyclorotor in Forward Flight. In *SAE 2013 AeroTech Congress & Exhibition*,.
- Leger, J., Pascoa, J.C. & Xisto, C.M., 2013b. Parametric Design of Cycloidal Rotor Thrusters. In *Proceedings of ASME 2013 International Mechanical Engineering Congress & Exposition IMECE 2013*.
- Leishman, J. & Beddoes, T., 1989. A semi-empirical model for dynamic stall. *Journal of the American Helicopter Society*, 34(3), pp.3-17.

- Leishman, J. & Nguyen, K., 1990. State-space representation of unsteady airfoil behavior. *AIAA Journal*, 28(25), pp.836-844.
- Lombardi, A.J., Bowles, P.O. & Corke, T.C., 2013. Closed-Loop Dynamic Stall Control Using a Plasma Actuator. *AIAA Journal*, 51(5), pp.1130-1141.
- Luo, J., Issa, R. & Gosman, A., 1994. Prediction of impeller-induced flows in mixing vessels using multiple frames of reference. In *In I. Chem. E Symposium Series*. Cambridge, UK, pp. 549-556.
- Manen, J. v. & Terwisga, T. v., 1997. A New Way of Simulating Whale Tail Propulsion. In *21st Symposium on Naval Hydrodynamics*.
- Martinus, M., 1990. *Application of chaos methods to helicopter vibration reduction using higher harmonic controll*. Naval Postgraduate school.
- Marzouk, O.A., 2009. *Simulation, modeling, and characterization of the wakes of fixed and moving cylinders*. Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Masson, C., 1988. Dynamic and Viscous Effects on the Vertical-Axis Wind Turbine. In *26th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, Reno, NV*.
- McNabb, M.L., 2001. *Development of a Cycloidal Propulsion Computer Model and Comparison with Experiment*. Master thesis, Faculty of Mississippi State University.
- Mellor, G. & Yamada, T., 1982. Development of a Turbulence Closure Model for Geophysical Fluid Problems. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20(4), pp.851-875.
- Menter, F., 1994. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32(8), pp.1598-1605.
- Miao, W., Kottapalli, S. & Frye, H., 1986. Flight demonstration of higher harmonic control on the S-76 rotor. In *American Helicopter Society 42nd Annual Forum Proceedings*. Washington, D. C.
- Milnor, J., 1985. On the Concept of Attractor. *Communications in mathematical physics*, 99(2), pp.177-195.
- Mitsuo, K. et al., 2013. Lift Enhancement of a Pitching Airfoil in Dynamic Stall by DBD Plasma Actuators. In *51st Aerospace Sciences Meetings, No. AIAA 2013-1119, American Institute of Aeronautics and Astronautics*. Grapevine (Dallas/Ft. Worth Region), Texas.
- Mohamed, M., 2012. Performance Investigation of H-Rotor Darrieus Turbine With New Airfoil

- Shapes. *Energy*, 47(1), pp.522-530.
- Monteiro, L.H.A., 2011. *Sistemas dinâmicos*. 3ª edição. E. livraria da Física, ed.,
- Moon, F.C., 1992. *Chaotic and fractal dynamics: An introduction for applied scientists and engineers*. J. W. & Sons, ed.,
- Nakada, H., Sato, M. & Sekiguchi, S., 1999. Design and Implementation of Ninf: towards a Global Computing Infrastructure. *Future Generation Computing Systems*, 15(5-6), pp.649-658.
- Nakaie, Y., Ohta, Y. & Hishida, K., 2010. Flow measurement around a cycloidal propeller. *J Vis (2010)*, 13, pp.303-310.
- Nakonechny, B. V., 1961. *Experimental performance of a six-bladed vertical axis propeller. Report No.1446, Department of the Navy.*,
- Nguyen, K., Betzina, M. & Kitaplioglu, C., 2000. Full-Scale Demonstration of Higher Harmonic Control for Noise and Vibration Reduction on the XV-15 Rotor. In *Presented at Forum 56*. Moffett Field, CA; United States: NASA Ames Research Center, p. 13.
- NovaEnergia, 2015. Tipos de turbinas eólicas e seus desempenhos. Disponível em: <https://www.novaenergia.net/forum/viewtopic.php?t=18792>. Acesso em: 23 de Dezembro de 2016. *Fórum de Discussão sobre Energias Renováveis e Alternativas*.
- Nozaki, H., Sekiguchi, Y. & Matsuuchi, K., 2009. Research and development on cycloidal propellers for airships. In *18th AIAA Lighter-Than-Air-Systems Technology Conference*. Seattle, WA.
- Packard, N.H. et al., 1979. Geometry from a time series. *Physical review letters*, 45(9), pp.712-716.
- Paraschivoiu, I., Desy, P. & Masson, C., 1985. Aerodynamics of small-scale Vertical-Axis Wind Turbines. In *Proceedings of the 20th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*.
- Paraschivoiu, I., Fraunie, P. & Beguier, C., 1985. Streamtube Expansion Effects on the Darrieus Wind Turbine. *Journal of Propulsion and Power*, 1, pp.150-155.
- Park, j. W. et al., 2004. Optimal blade system design of a new concept VTOL vehicle using the Departmental Computing Grid system.
- Parsons, E.S., 2005. *Investigation and Characterization of a Cycloidal Rotor for Application to a Micro-Air Vehicle*. Master thesis, Department of Aerospace Engineering.

- Pascoa, J.C. & Llieva, G. I., 2012. Overcoming Stopovers in Cycloidal Rotor Propulsion Integration on Air Vehicles. In *Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conferences & Computers and Information in Engineering Conference IDETC/CIE 2012*. Chicago, Illinois, USA.
- Pascoa, J.C., Xisto, C.M. & Gottlich, E., 2010. Performance assessment limits in transonic 3D turbine stage blade rows using a mixing-plane approach. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 24(10), pp.2035-2042.
- Patel, M.P. et al., 2008. Scaling Effects of an Aerodynamic Plasma Actuator. *Journal of Aircraft*, 45(1), pp.223-236.
- Pawsey, N.C.K., 2002. *Development and evaluation of passive variable-pitch vertical axis wind turbines.*, Australia: University of New South Wales.
- Poincaré, J.H., 1899. *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste.*, Gauthier-Villars et fils.
- Pope, K., Dincer, I. & Naterer, G., 2010. Energy and Exergy Efficiency Comparison of Horizontal and Vertical Axis Wind Turbines. *Renewable Energy*, 35(9), pp.2102-2113.
- Post, M.L. & Corke, T.C., 2006. Separation Control Using Plasma Actuators: Dynamic Stall Vortex Control on Oscillating Airfoil. *AIAA Journal*, 44(12), pp.3125-3135.
- Prouty, R., 1986. *Helicopter Performance, Stability, and Control*, Boston, MA: Prindle, Weber and Schmidt Publishers.
- Pruski, B.J. & Bowersox, R.D.W., 2013. Leading-Edge Flow Structure of a Dynamically Pitching NACA 0012 Airfoil. *AIAA Journal*, 51(5), pp.1042-1053.
- Rand, D.A. & Young, L.-S., 1981. *Dynamical Systems and Turbulence.*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany.
- Raymer, D.P., 1989. *Aircraft Design: A Conceptual Approach.*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., Washington, DC.
- Rhie, C. & Chow, L., 1983. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *AIAA Journal*, 21(11), pp.1525-1532.
- Roh, S. & Kang, S., 2013. Effects of a Blade Profile, the Reynolds Number, and the Solidity on the Performance of a Straight Bladed Vertical Axis Wind Turbine. *J. Mech. Sci. Technol.*, 27(11), pp.3299-3307.
- Rössler, O.E., 1976. An equation for continuous chaos. *Physics letters*, 57 A(5), pp.397-398.

- Schwaiger, M., Wills, D. & Elflein, S., 2014. D-Dalus VTOL - efficiency increase in forward flight. In *4th EASN Association International Workshop on flight physics and aircraft design*. Aachen, Germany.
- Schwind, J., 1980. *Geophysical Fluid Dynamics for Oceanographers.*, Prentice-Hall Inc.
- Shalizi, C.R., 2006. Methods and Techniques of Complex Systems Science: An Overview. In *Complex Systems Science in Biomedicine*. Springer US, pp. 33-114.
- Shames, I., 1973. *Mecanica dos Fluidos - Análise de Escoamentos*. E. E. B. Ltda., ed.,
- Siegel, S. et al., 2007. A cycloidal propeller using dynamic lift. In *37th AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit, AIAA 2007-4232*. Miami, FL.
- Sirohi, J., Parsons, E. & Chopra, I., 2007. Hover performance of a cycloidal rotor for a micro air vehicle. *Journal of the American Helicopter Society*, 52(3), pp.263-279.
- Sneddon, I.N., 1995. *Fourier transforms.*, New York: Dover publications.
- Sondak, D., 1992. *Wall functions for the k - [epsilon] turbulence model in generalized nonorthogonal curvilinear coordinates. Retrospective Teses and Dissertations*. Iowa State.
- Spentzos, A. et al., 2005. Investigation of Three-Dimensional Dynamic Stall Using Computational Fluid Dynamics. *AIAA Journal*, 43(5), pp.1023-1033.
- Sprott, J.C., 2009. Simplifications of the Lorenz attractor. *Nonlinear dynamics, psychology, and life sciences*, 13(3), p.271-278.
- Stephiewski, W. & Keys, C., 1984. *Rotary-wing aerodynamics*, Dover Publications.
- Strandgren, C., 1933. *The Theory of the Strandgren Cyclogiro. Technical memorandum No. 727, National Advisory Committee for Aeronautics*,
- Strickland, J., Webster, B. & Nauyen, T., 1980. A vortex model of the Darrieus turbine: an analytic and experiment study. *Journal of Fluids*, 80(4), pp.500-505.
- Stull, R., 1988. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*, Kluwer Academic Publishers.
- Tang, J. et al., 2016. An unsteady free wake model for aerodynamic performance of cycloidal propellers. *Journal of Aerospace engineering*, 0(0), pp.1-18.
- Taylor, R.L. V., 2011. *Attractors: Nonstrange to chaotic*, SIAM Undergraduate Research Online.

- Tennekes, H. & Lumley, J., 1972. *A First Course in Turbulence*, The MIT Press.
- Theodorsen, T., 1935. *General Theory of Aerodynamic Instability and Mechanism of Flutter*.
T. R. No. 496, N.A.C.A.,
- Thornton, S.T. & Marion, J.B., 2012. *Classical Dynamics of Particles and Systems* 5th editio.,
Cengage Learning India.
- Trancossi, M. et al., 2014. Roto-Cycloid propelled airship dimensioning and energetic equilibrium. In *SAE 2014 Aerospace System and Technology Conference*. Cincinnati, Ohio, USA.
- Tsatsos, M., 2006. *Theoretical and numerical study of the Van der Pol equation*. Aristotle University of Thessaloniki School of Sciences.
- Tucker, P. & Pan, Z., 2001. URANS computations for a complex internal isothermal flow. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190(22), pp.2893-2907.
- Umlauf, L. & Burchard, H., 2003. A generic length-scale equation for geophysical turbulence models. *Journal of Marine Research*, 61(2), pp.235- 265.
- Versteeg, H. & Malalasekera, W., 2007. *An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method* 2nd ed.,
- Wang, S. et al., 2012. Turbulence modeling of deep dynamic stall at relatively low Reynolds number. *Journal of Fluids and Structures*, 33(0), pp.191-209.
- Wernicke, R. & Drees, J., 1963. Second harmonic control. In *In: 19th Annual Forum of the American Helicopter Society*. Washington, D.C.
- Wheatley, J.B., 1933. *Simplified aerodynamic analysis of the cyclogiro rotating-wing system*.
Technical Notes NACA No. 467.,
- Wheatley, J.B. & Windler, R., 1935. *Wind tunnel tests of a cyclogiro rotor*. Technical Notes
NACA No. 528.,
- Wilcox, D., 1994. *Turbulence modeling for CFD 2^a*. D. Industries, ed., La Cañada, California:
DCW Industries, Inc.
- Wills, D. & Schwaiger, M., 2012. In US EUCOM Science & Technology Conference. In *D-dalus*.
Germany.
- Wood, E. et al., 1985. On developing and flight testing a higher harmonic control system. *Journal of the American Helicopter Society*, 30(1), pp.3-20.

- Wood, E. & Powers, R., 1980. Practical design considerations for a flightworthy higher harmonic control system. In *In: 36th Annual Forum of the American Helicopter Society*. Washington, D.C.
- Wood, E., Powers, R. & Hammond, C., 1978. On methods for application of higher harmonic control. In *In: 4th European Rotorcraft Forum*. Stresa, Italy.
- Xisto, C.M. et al., 2012. A hybrid pressure density-based algorithm for the Euler equations at all Mach number regimes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 70:8, pp. 961-976, doi:10.1002/eqm.1200, pp.961-976.
- Xisto, C.M., Pascoa, J.C., Leger, J.A., Masarati, P., et al., 2014. Numerical Modelling of Geometrical Effects in the Performance of a Cycloidal Rotor. In *6th European Conference on Computational Fluid Dynamics*.
- Xisto, C.M., Pascoa, J.C., Leger, J.A. & Abdollahzadeh, M., 2014. PECyT - Plasma Enhanced Cycloidal Thruster. In *50th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference*. Cleveland, Ohio, USA.
- Xisto, C.M., Pascoa, J.C., Leger, J.A. & Trancossi, M., 2014. Wind Energy Production Using an Optimized Variable Pitch Vertical Axis Rotor. In *ASME Paper No. IMECE2014-38966*.
- Xisto, C.M., Leger, J. & Pascoa, J.C., 2016. Parametric Analysis of a Large-scale Cycloidal Rotor in Hovering Conditions. *ASCE's Journal of Aerospace Engineering*.
- Xisto, C.M., Pascoa, J.C. & Oliveira, P.J., 2014. A pressure-based high resolution numerical method for resistive MHD. *Journal of Computational Physics*, 275, pp.323-345.
- Xisto, C.M., Pascoa, J.C. & Oliveira, P.J., 2013. A pressure-based method with AUSM-type fluxes for MHD flows at arbitrary Mach numbers. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 72(11), pp.1165-1182.
- Yu, H. et al., 2013. Two dimensional numerical simulation of Cycloidal propellers with flat plate airfoil in hovering status. In *In AIAA International Powered Lift Conference - AIAA 2013-4244*. Los Angeles, CA.
- Yu, H., Bin, L.K. & Beng, T.W., 2006. The investigation of cyclogiro design and the performance. In *25th International Congress of the Aeronautical Sciences*. Hamburg, Germany.
- Yu, H., Bin, L.K. & Rong, H.W., 2006. The research on the performance of cyclogyro. In *6th AIAA Aviation technology, Kansas*.
- Yun, C.Y. et al., 2004. A New VTOL UAV Cyclocopter with Cycloidal Blades System. American

- Helicopter Society. In *60th annual forum proceedings*.
- Yun, C.Y. et al., 2005. Thrust control mechanism of VTOL UAV cyclocopter with cycloidal Blade System. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 16, pp.937-943.
- Zhurbas, V., 2001. *Introduction to Turbulence. Lectures on Oceanography. P.P. Shirshov Institute of Oceanology of the Russian Academy of Sciences*,

Anexo A

A1 - Geração matemática de uma animação real para determinada configuração do rotor cicloidal

```
> # Configuração do rotor (Sistema mecânico de picada)

> R: #(Raio do rotor)

> e: #(Magnitude de excentricidade)

> epsilon: #(Ângulo de fase de excentricidade)

> L: #(Comprimento da barra de controlo)

> d: #(distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de
controlo)

> N: #(Número de pás)

> # Parâmetros do perfil alar

> C: #(Comprimento da corda da pá)

> b:=C/2: #(Semi-corda da pá)

> A: #(Posição do ponto pivô a partir do bordo de ataque da pá)

> S: #(Envergadura da pá)

> Parea:=S*C: #(Área da pá projetada)

> AR:=S^2/(Parea): #(Razão de aspeto da pá)

>#=====

> RPM: #(Velocidade de rotação)

> Omega:=RPM*Pi/30: #(Velocidade de rotação em rad/s)

> a:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((psi+epsilon)*Pi/180)):

> theta:=(Pi/2-arcsin(e/a*cos((psi+epsilon)*Pi/180))-arccos((a^2+d^2-
L^2)/(2*a*d)))*180/Pi:
```

```

> plot(theta,psi=0..360,title="PITCH MECHANICAL SYSTEM
CURVE",thickness=3);

> #=====

> # Animação do Sistema de picada

> #=====

> P1:=psi: #Posição da primeira pá

> P2:=P1+2*Pi/6*180/Pi: #Posição da segunda pá

> P3:=P1+2*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da terceira pá

> P4:=P1+3*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quarta pá

> P5:=P1+4*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quinta pá

> P6:=P1+5*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da sexta pá

> ...

> aP1:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P1+epsilon)*Pi/180)):

> thetaP1:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP1*cos((P1+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP1^2+d^2-L^2)/(2*aP1*d)))*180/Pi):

>

> aP2:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P2+epsilon)*Pi/180)):

> thetaP2:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP2*cos((P2+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP2^2+d^2-L^2)/(2*aP2*d)))*180/Pi):

>

> aP3:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P3+epsilon)*Pi/180)):

> thetaP3:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP3*cos((P3+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP3^2+d^2-L^2)/(2*aP3*d)))*180/Pi):

>

> aP4:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P4+epsilon)*Pi/180)):

> thetaP4:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP4*cos((P4+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP4^2+d^2-L^2)/(2*aP4*d)))*180/Pi):

>

> aP5:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P5+epsilon)*Pi/180)):

```

```

> thetaP5:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP5*cos((P5+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP5^2+d^2-L^2)/(2*aP5*d)))*180/Pi):
>
> aP6:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P6+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP6:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP6*cos((P6+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP6^2+d^2-L^2)/(2*aP6*d)))*180/Pi):

> # Bordo de ataque e bordo de fuga da pá
> LI1:=R*cos(P1*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
> LS1:=R*cos(P1*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
> LI1y:=R*sin(P1*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
> LS1y:=R*sin(P1*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
>
> LI2:=R*cos(P2*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180):
> LS2:=R*cos(P2*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180):
> LI2y:=R*sin(P2*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180):
> LS2y:=R*sin(P2*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180):
>
> LI3:=R*cos(P3*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180):
> LS3:=R*cos(P3*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180):
> LI3y:=R*sin(P3*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180):
> LS3y:=R*sin(P3*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180):
>
> LI4:=R*cos(P4*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180):
> LS4:=R*cos(P4*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180):
> LI4y:=R*sin(P4*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180):
> LS4y:=R*sin(P4*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180):
>

```

```

> LI5:=R*cos(P5*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180):
> LS5:=R*cos(P5*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180):
> LI5y:=R*sin(P5*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180):
> LS5y:=R*sin(P5*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180):
>
> LI6:=R*cos(P6*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180):
> LS6:=R*cos(P6*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180):
> LI6y:=R*sin(P6*Pi/180)+(0.5*C+A)*sin(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180):
> LS6y:=R*sin(P6*Pi/180)-(0.5*C-A)*sin(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180):
> ...
> # Ponto pivô
> aa1:=R*cos(P1*Pi/180):
> aa2:=R*sin(P1*Pi/180):
> bb1:=R*cos(P2*Pi/180):
> bb2:=R*sin(P2*Pi/180):
> cc1:=R*cos(P3*Pi/180):
> cc2:=R*sin(P3*Pi/180):
> dd1:=R*cos(P4*Pi/180):
> dd2:=R*sin(P4*Pi/180):
> ee1:=R*cos(P5*Pi/180):
> ee2:=R*sin(P5*Pi/180):
> ff1:=R*cos(P6*Pi/180):
> ff2:=R*sin(P6*Pi/180):
>
> # Ponto de excentricidade
> ex:=-e*sin(epsilon*Pi/180):
> ey:=-e*cos(epsilon*Pi/180):
>

```

```

> #Ponto de conexão da barra de controlo

> LB1Z:=evalf(R*sin(P1*Pi/180)):

> LB1:=evalf(R*cos(P1*Pi/180)):

> LB1CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):

> LB1CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):

> LB1CRZS:=LB1Z-LB1CRZ:

> LB1CRXS:=LB1+LB1CRX:

>

> LB2Z:=evalf(R*sin(P2*Pi/180)):

> LB2:=evalf(R*cos(P2*Pi/180)):

> LB2CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):

> LB2CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):

> LB2CRZS:=LB2Z-LB2CRZ:

> LB2CRXS:=LB2+LB2CRX:

>

> LB3Z:=evalf(R*sin(P3*Pi/180)):

> LB3:=evalf(R*cos(P3*Pi/180)):

> LB3CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):

> LB3CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):

> LB3CRZS:=LB3Z-LB3CRZ:

> LB3CRXS:=LB3+LB3CRX:

>

> LB4Z:=evalf(R*sin(P4*Pi/180)):

> LB4:=evalf(R*cos(P4*Pi/180)):

> LB4CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)):

> LB4CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)):

> LB4CRZS:=LB4Z-LB4CRZ:

> LB4CRXS:=LB4+LB4CRX:

```

```

>
> LB5Z:=evalf(R*sin(P5*Pi/180)):
> LB5:=evalf(R*cos(P5*Pi/180)):
> LB5CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)):
> LB5CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)):
> LB5CRZS:=LB5Z-LB5CRZ:
> LB5CRXS:=LB5+LB5CRX:
>
> LB6Z:=evalf(R*sin(P6*Pi/180)):
> LB6:=evalf(R*cos(P6*Pi/180)):
> LB6CRZ:=evalf(d*sin(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRX:=evalf(d*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRZS:=LB6Z-LB6CRZ:
> LB6CRXS:=LB6+LB6CRX:
>
> #==> Desenho do ponto pivô e desenho da pá
> pcR:=0.015*R:
> pc:=0.085:
>
> #Pá 1
> LB1Z:=evalf(R*sin(P1*Pi/180)):
> LB1:=evalf(R*cos(P1*Pi/180)):
> LB1CRZpcb:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):
> LB1CRXpcb:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):
> LB1CRZSpcb:=LB1Z-LB1CRZpcb:
> LB1CRXSpcb:=LB1+LB1CRXpcb:
>

```

```

> LB1Z:=evalf(R*sin(P1*Pi/180)):
> LB1:=evalf(R*cos(P1*Pi/180)):
> LB1CRZpcc:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):
> LB1CRXpcc:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180)):
> LB1CRZSpcc:=LB1Z+LB1CRZpcc:
> LB1CRXSpcc:=LB1-LB1CRXpcc:
>
> LB1CRZDb:=evalf((R-pcR)*sin(P1*Pi/180)):
> LB1CRXDb:=evalf((R-pcR)*cos(P1*Pi/180)):
> LB1CRZDc:=evalf((R+pcR)*sin(P1*Pi/180)):
> LB1CRXDc:=evalf((R+pcR)*cos(P1*Pi/180)):
>
> #Pá 2
> LB2Z:=evalf(R*sin(P2*Pi/180)):
> LB2:=evalf(R*cos(P2*Pi/180)):
> LB2CRZpcb:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):
> LB2CRXpcb:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):
> LB2CRZSpcb:=LB2Z-LB2CRZpcb:
> LB2CRXSpcb:=LB2+LB2CRXpcb:
>
> LB2Z:=evalf(R*sin(P2*Pi/180)):
> LB2:=evalf(R*cos(P2*Pi/180)):
> LB2CRZpcc:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):
> LB2CRXpcc:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2*Pi/180)):
> LB2CRZSpcc:=LB2Z+LB2CRZpcc:
> LB2CRXSpcc:=LB2-LB2CRXpcc:
>
> LB2CRZDb:=evalf((R-pcR)*sin(P2*Pi/180)):

```

```

> LB2CRXDb:=evalf((R-pcR)*cos(P2*Pi/180)):
> LB2CRZDc:=evalf((R+pcR)*sin(P2*Pi/180)):
> LB2CRXDc:=evalf((R+pcR)*cos(P2*Pi/180)):
>

> #Pá 3
> LB3Z:=evalf(R*sin(P3*Pi/180)):
> LB3:=evalf(R*cos(P3*Pi/180)):
> LB3CRZpcb:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):
> LB3CRXpcb:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):
> LB3CRZSpcb:=LB3Z-LB3CRZpcb:
> LB3CRXSpcb:=LB3+LB3CRXpcb:
>

> LB3Z:=evalf(R*sin(P3*Pi/180)):
> LB3:=evalf(R*cos(P3*Pi/180)):
> LB3CRZpcc:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):
> LB3CRXpcc:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3*Pi/180)):
> LB3CRZSpcc:=LB3Z+LB3CRZpcc:
> LB3CRXSpcc:=LB3-LB3CRXpcc:
>

> LB3CRZDb:=evalf((R-pcR)*sin(P3*Pi/180)):
> LB3CRXDb:=evalf((R-pcR)*cos(P3*Pi/180)):
> LB3CRZDc:=evalf((R+pcR)*sin(P3*Pi/180)):
> LB3CRXDc:=evalf((R+pcR)*cos(P3*Pi/180)):
>

> #Pá 4
> LB4Z:=evalf(R*sin(P4*Pi/180)):
> LB4:=evalf(R*cos(P4*Pi/180)):

```

```

> LB4CRZpcb:=evalf (pc*d*sin (Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)) :
> LB4CRXpcb:=evalf (pc*d*cos (Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)) :
> LB4CRZSpcb:=LB4Z-LB4CRZpcb:
> LB4CRXSpcb:=LB4+LB4CRXpcb:
>
> LB4Z:=evalf (R*sin (P4*Pi/180)) :
> LB4:=evalf (R*cos (P4*Pi/180)) :
> LB4CRZpcc:=evalf (pc*d*sin (Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)) :
> LB4CRXpcc:=evalf (pc*d*cos (Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4*Pi/180)) :
> LB4CRZSpcc:=LB4Z+LB4CRZpcc:
> LB4CRXSpcc:=LB4-LB4CRXpcc:
>
> LB4CRZDb:=evalf ((R-pcR) *sin (P4*Pi/180)) :
> LB4CRXDb:=evalf ((R-pcR) *cos (P4*Pi/180)) :
> LB4CRZDc:=evalf ((R+pcR) *sin (P4*Pi/180)) :
> LB4CRXDc:=evalf ((R+pcR) *cos (P4*Pi/180)) :
>
> #Pá 5
> LB5Z:=evalf (R*sin (P5*Pi/180)) :
> LB5:=evalf (R*cos (P5*Pi/180)) :
> LB5CRZpcb:=evalf (pc*d*sin (Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)) :
> LB5CRXpcb:=evalf (pc*d*cos (Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)) :
> LB5CRZSpcb:=LB5Z-LB5CRZpcb:
> LB5CRXSpcb:=LB5+LB5CRXpcb:
>
> LB5Z:=evalf (R*sin (P5*Pi/180)) :
> LB5:=evalf (R*cos (P5*Pi/180)) :

```

```

> LB5CRZpcc:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)):
> LB5CRXpcc:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5*Pi/180)):
> LB5CRZSpcc:=LB5Z+LB5CRZpcc:
> LB5CRXSpcc:=LB5-LB5CRXpcc:
>
> LB5CRZDb:=evalf((R-pcR)*sin(P5*Pi/180)):
> LB5CRXDb:=evalf((R-pcR)*cos(P5*Pi/180)):
> LB5CRZDc:=evalf((R+pcR)*sin(P5*Pi/180)):
> LB5CRXDc:=evalf((R+pcR)*cos(P5*Pi/180)):
>
> #Pá 6
> LB6Z:=evalf(R*sin(P6*Pi/180)):
> LB6:=evalf(R*cos(P6*Pi/180)):
> LB6CRZpcb:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRXpcb:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRZSpcb:=LB6Z-LB6CRZpcb:
> LB6CRXSpcb:=LB6+LB6CRXpcb:
>
> LB6Z:=evalf(R*sin(P6*Pi/180)):
> LB6:=evalf(R*cos(P6*Pi/180)):
> LB6CRZpcc:=evalf(pc*d*sin(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRXpcc:=evalf(pc*d*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6*Pi/180)):
> LB6CRZSpcc:=LB6Z+LB6CRZpcc:
> LB6CRXSpcc:=LB6-LB6CRXpcc:
>
> LB6CRZDb:=evalf((R-pcR)*sin(P6*Pi/180)):
> LB6CRXDb:=evalf((R-pcR)*cos(P6*Pi/180)):
> LB6CRZDc:=evalf((R+pcR)*sin(P6*Pi/180)):

```

```

> LB6CRXDc:=evalf((R+pcR)*cos(P6*Pi/180)):

>...

> JP:=
[([LI1,LI1y],[LB1CRXSpcc,LB1CRZSpcc],[LB1CRXDb,LB1CRZDb],[LB1CRXSpcb,L
B1CRZSpcb],[LB1CRXDc,LB1CRZDc],[LB1CRXSpcc,LB1CRZSpcc],[LB1CRXDb,LB1CR
ZDb],[LB1CRXSpcb,LB1CRZSpcb],[LB1CRXDc,LB1CRZDc],[LB1CRXSpcc,LB1CRZSpcc],
[LS1,LS1y],[LI1,LI1y],[LB1CRXS,LB1CRZS],[ex,ey],[0,0]),
([ex,ey],[LB2CRXS,LB2CRZS],[LI2,LI2y],[LB2CRXSpcc,LB2CRZSpcc],[LB2CRXD
b,LB2CRZDb],[LB2CRXSpcb,LB2CRZSpcb],[LB2CRXDc,LB2CRZDc],[LB2CRXSpcc,LB
2CRZSpcc],[LB2CRXDb,LB2CRZDb],[LB2CRXSpcb,LB2CRZSpcb],[LB2CRXDc,LB2CRZ
Dc],[LB2CRXSpcc,LB2CRZSpcc],[LS2,LS2y],[LB2CRXS,LB2CRZS],[ex,ey],[0,0]
),
([ex,ey],[LB3CRXS,LB3CRZS],[LI3,LI3y],[LB3CRXSpcc,LB3CRZSpcc],[LB3CRXD
b,LB3CRZDb],[LB3CRXSpcb,LB3CRZSpcb],[LB3CRXDc,LB3CRZDc],[LB3CRXSpcc,LB
3CRZSpcc],[LB3CRXDb,LB3CRZDb],[LB3CRXSpcb,LB3CRZSpcb],[LB3CRXDc,LB3CRZ
Dc],[LB3CRXSpcc,LB3CRZSpcc],[LS3,LS3y],[LB3CRXS,LB3CRZS],[ex,ey],[0,0]
),
([ex,ey],[LB4CRXS,LB4CRZS],[LI4,LI4y],[LB4CRXSpcc,LB4CRZSpcc],[LB4CRXD
b,LB4CRZDb],[LB4CRXSpcb,LB4CRZSpcb],[LB4CRXDc,LB4CRZDc],[LB4CRXSpcc,LB
4CRZSpcc],[LB4CRXDb,LB4CRZDb],[LB4CRXSpcb,LB4CRZSpcb],[LB4CRXDc,LB4CRZ
Dc],[LB4CRXSpcc,LB4CRZSpcc],[LS4,LS4y],[LB4CRXS,LB4CRZS],[ex,ey],[0,0]
),
([ex,ey],[LB5CRXS,LB5CRZS],[LI5,LI5y],[LB5CRXSpcc,LB5CRZSpcc],[LB5CRXD
b,LB5CRZDb],[LB5CRXSpcb,LB5CRZSpcb],[LB5CRXDc,LB5CRZDc],[LB5CRXSpcc,LB
5CRZSpcc],[LB5CRXDb,LB5CRZDb],[LB5CRXSpcb,LB5CRZSpcb],[LB5CRXDc,LB5CRZ
Dc],[LB5CRXSpcc,LB5CRZSpcc],[LS5,LS5y],[LB5CRXS,LB5CRZS],[ex,ey],[0,0]
),
([ex,ey],[LB6CRXS,LB6CRZS],[LI6,LI6y],[LB6CRXSpcc,LB6CRZSpcc],[LB6CRXD
b,LB6CRZDb],[LB6CRXSpcb,LB6CRZSpcb],[LB6CRXDc,LB6CRZDc],[LB6CRXSpcc,LB
6CRZSpcc],[LB6CRXDb,LB6CRZDb],[LB6CRXSpcb,LB6CRZSpcb],[LB6CRXDc,LB6CRZ
Dc],[LB6CRXSpcc,LB6CRZSpcc],[LS6,LS6y],[LB6CRXS,LB6CRZS],[ex,ey],[0,0]
]):

> aaa1:=-R-0.4*R:
> aaa2:=R+0.4*R:

> with(plots):

```

```
> animate( plot, [ JP,  
x=aaa1..aaa2,color="black"],psi=0..360,scaling=constrained,thickness=2  
,frames=100);
```

A2 - Centro de direção e o movimento cicloidal

```
> # Configuração do rotor (Sistema mecânico de picada)

> R: #(Raio do rotor)

> e: #(Magnitude de excentricidade)

> epsilon: #(Ângulo de fase de excentricidade)

> L: #(Comprimento da barra de controlo)

> d: #(distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de
controlo)

> N: #(Número de pás)

> # Parâmetros do perfil alar

> C: #(Comprimento da corda da pá)

> b:=C/2: #(Semi-corda da pá)

> A: #(Posição do ponto pivô a partir do bordo de ataque da pá)

> S: #(Envergadura da pá)

> Parea:=S*C: #(Área da pá projetada)

> AR:=S^2/(Parea): #(Razão de aspeto da pá)

>#=====

> RPM: #(Velocidade de rotação)

> Omega:=RPM*Pi/30: #(Velocidade de rotação em rad/s)

> # Configuração instantânea das pás

> P1:=psi: #Posição da primeira pá

> P2:=P1+2*Pi/6*180/Pi: #Posição da segunda pá

> P3:=P1+2*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da terceira pá

> P4:=P1+3*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quarta pá

> P5:=P1+4*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quinta pá
```

```

> P6:=P1+5*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da sexta pá
>
> aP1:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P1+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP1:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP1*cos((P1+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP1^2+d^2-L^2)/(2*aP1*d)))*180/Pi):
> #thetaP1:=evalf(25*sin(P1*Pi/180));

> aP2:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P2+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP2:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP2*cos((P2+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP2^2+d^2-L^2)/(2*aP2*d)))*180/Pi):
> #thetaP2:=evalf(25*sin(P2*Pi/180));

> aP3:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P3+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP3:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP3*cos((P3+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP3^2+d^2-L^2)/(2*aP3*d)))*180/Pi):
> #thetaP3:=evalf(25*sin(P3*Pi/180));

> aP4:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P4+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP4:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP4*cos((P4+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP4^2+d^2-L^2)/(2*aP4*d)))*180/Pi):
> #thetaP4:=evalf(25*sin(P4*Pi/180));

> aP5:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P5+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP5:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP5*cos((P5+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP5^2+d^2-L^2)/(2*aP5*d)))*180/Pi):
> #thetaP5:=evalf(25*sin(P5*Pi/180));

> aP6:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P6+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP6:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP6*cos((P6+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP6^2+d^2-L^2)/(2*aP6*d)))*180/Pi):

```

```

> #thetaP6:=evalf(25*sin(P6*Pi/180));

#=====

> # Análise do centro de direção: Sistema mecânico de picada

#=====
==> # Aproximações: domínio da função tangente <===

> if sin(P1*Pi/180)=1 then

  P1:=89.99:

  elif sin(P1*Pi/180)=-1 then

  P1:=269.99:

fi;

> if sin(P2*Pi/180)=1 then

  P2:=89.99:

  elif sin(P2*Pi/180)=-1 then

  P2:=269.99:

fi;

> if sin(P3*Pi/180)=1 then

  P3:=89.99:

  elif sin(P3*Pi/180)=-1 then

  P3:=269.99:

fi;

> if sin(P4*Pi/180)=1 then

  P4:=89.99:

  elif sin(P4*Pi/180)=-1 then

  P4:=269.99:

fi;

> if sin(P5*Pi/180)=1 then

  P5:=89.99:

```

```

elif sin(P5*Pi/180)=-1 then

P5:=269.99:

fi;

> if sin(P6*Pi/180)=1 then

P6:=89.99:

elif sin(P6*Pi/180)=-1 then

P6:=269.99:

fi;

># Inclinação das pás

> LB1Z:=evalf(R*sin(P1*Pi/180)):

> LB1:=evalf(R*cos(P1*Pi/180)):

> LB2Z:=evalf(R*sin(P2*Pi/180)):

> LB2:=evalf(R*cos(P2*Pi/180)):

> LB3Z:=evalf(R*sin(P3*Pi/180)):

> LB3:=evalf(R*cos(P3*Pi/180)):

> LB4Z:=evalf(R*sin(P4*Pi/180)):

> LB4:=evalf(R*cos(P4*Pi/180)):

> LB5Z:=evalf(R*sin(P5*Pi/180)):

> LB5:=evalf(R*cos(P5*Pi/180)):

> LB6Z:=evalf(R*sin(P6*Pi/180)):

> LB6:=evalf(R*cos(P6*Pi/180)):

>

> g1:=plot(tan(Pi/2+P1*Pi/180-thetaP1*Pi/180)*x+R*sin(P1*Pi/180)-
R*cos(P1*Pi/180)*tan(Pi/2+P1*Pi/180-
thetaP1*Pi/180),x=LI1..LS1,color=red,title="STEERING CENTER
ANALYSIS",thickness=6):

>

```

```

> g2:=plot(tan(Pi/2+P2*Pi/180-thetaP2*Pi/180)*x+R*sin(P2*Pi/180)-
R*cos(P2*Pi/180)*tan(Pi/2+P2*Pi/180-
thetaP2*Pi/180),x=LI2..LS2,color=blue,thickness=6):

>

> g3:=plot(tan(Pi/2+P3*Pi/180-thetaP3*Pi/180)*x+R*sin(P3*Pi/180)-
R*cos(P3*Pi/180)*tan(Pi/2+P3*Pi/180-
thetaP3*Pi/180),x=LI3..LS3,color=green,thickness=6):

>

> g4:=plot(tan(Pi/2+P4*Pi/180-thetaP4*Pi/180)*x+R*sin(P4*Pi/180)-
R*cos(P4*Pi/180)*tan(Pi/2+P4*Pi/180-
thetaP4*Pi/180),x=LI4..LS4,color=cyan,thickness=6):

>

> g5:=plot(tan(Pi/2+P5*Pi/180-thetaP5*Pi/180)*x+R*sin(P5*Pi/180)-
R*cos(P5*Pi/180)*tan(Pi/2+P5*Pi/180-
thetaP5*Pi/180),x=LI5..LS5,color=gold,thickness=6):

>

> g6:=plot(tan(Pi/2+P6*Pi/180-thetaP6*Pi/180)*x+R*sin(P6*Pi/180)-
R*cos(P6*Pi/180)*tan(Pi/2+P6*Pi/180-
thetaP6*Pi/180),x=LI6..LS6,color=yellow,thickness=6):

>

># Equações da inclinação das pás

> I1:=R*sin(P1*Pi/180)-R*cos(P1*Pi/180)*tan(Pi/2+P1*Pi/180-
thetaP1*Pi/180):

> sol:=solve(x^2+(LB1Z+(x-LB1)/(I1-LB1Z))*LB1)^2=R^2,x):

> RCa1:=sol[1]:

> RCb1:=sol[2]:

>

> I2:=R*sin(P2*Pi/180)-R*cos(P2*Pi/180)*tan(Pi/2+P2*Pi/180-
thetaP2*Pi/180):

> sol:=solve(x^2+(LB2Z+(x-LB2)/(I2-LB2Z))*LB2)^2=R^2,x):

> RCa2:=sol[1]:

> RCb2:=sol[2]:

```

```

>
> I3:=R*sin(P3*Pi/180)-R*cos(P3*Pi/180)*tan(Pi/2+P3*Pi/180-
thetaP3*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB3Z+((x-LB3)/(I3-LB3Z))*LB3)^2=R^2,x):
> RCa3:=sol[1]:
> RCb3:=sol[2]:
>
> I4:=R*sin(P4*Pi/180)-R*cos(P4*Pi/180)*tan(Pi/2+P4*Pi/180-
thetaP4*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB4Z+((x-LB4)/(I4-LB4Z))*LB4)^2=R^2,x):
> RCa4:=sol[1]:
> RCb4:=sol[2]:
>
> I5:=R*sin(P5*Pi/180)-R*cos(P5*Pi/180)*tan(Pi/2+P5*Pi/180-
thetaP5*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB5Z+((x-LB5)/(I5-LB5Z))*LB5)^2=R^2,x):
> RCa5:=sol[1]:
> RCb5:=sol[2]:
>
> I6:=R*sin(P6*Pi/180)-R*cos(P6*Pi/180)*tan(Pi/2+P6*Pi/180-
thetaP6*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB6Z+((x-LB6)/(I6-LB6Z))*LB6)^2=R^2,x):
> RCa6:=sol[1]:
> RCb6:=sol[2]:
>
> II1:=plot(LB1Z+((x-LB1)/(I1-
LB1Z))*LB1,x=RCa1..RCb1,color=red,thickness=2):
> II2:=plot(LB2Z+((x-LB2)/(I2-
LB2Z))*LB2,x=RCa2..RCb2,color=blue,thickness=2):

```

```

> II3:=plot(LB3Z+((x-LB3)/(I3-
LB3Z))*LB3,x=RCa3..RCb3,color=green,thickness=2):

> II4:=plot(LB4Z+((x-LB4)/(I4-
LB4Z))*LB4,x=RCa4..RCb4,color=cyan,thickness=2):

> II5:=plot(LB5Z+((x-LB5)/(I5-
LB5Z))*LB5,x=RCa5..RCb5,color=gold,thickness=2):

> II6:=plot(LB6Z+((x-LB6)/(I6-
LB6Z))*LB6,x=RCa6..RCb6,color=yellow,thickness=2):

>

> plots[display]([g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,II1,II2,II3,II4,II5,II6]);

> #=====

> # Análise do centro de direção: curva cicloidal

> #=====

> #====> Curva cicloidal

> RO:=R: # (RO is the same as rotor radius)

> RI: # (Distance of steering point from the rotor center defined so
that one obtains the same maximum and minimum pitch angle in both
pitch mechanical system and steering center)

> FI:=270-epsilon: # (Angle on the steering center case defined so that
it corresponds to eccentricity phase angle on the pitch mechanical
system case)

> # (FO is the azimuthal angle)

> vp1:=-RO*sin(FO*Pi/180)+RI*sin(FI*Pi/180): # (Steering center vetor
horizontal component)

> vp2:=RO*cos(FO*Pi/180)-RI*cos(FI*Pi/180): # (Steering center vetor
vertical component)

> vt1:=-RO*sin(FO*Pi/180): # (Tangent Vektor Horizontal Component)

> vt2:=RO*cos(FO*Pi/180): # (Tangent Vektor Vertical Component)

> mvt:=sqrt(vt1^2+vt2^2):

>.mvp:=sqrt(vp1^2+vp2^2):

```

```

> pevpt:=vp1*vt2-vp2*vt1:  #(Outer Product)
> pivtp:=vt1*vp1+vt2*vp2:  #(Inner Product)
> thetac:=(pevpt/(abs(pevpt)))*(arccos(pivtp/(mvt*mvp)))*180/Pi:

#(Ângulo de picada)
> thetaP1c:=evalf(subs(FO=P1,thetac));
> thetaP2c:=evalf(subs(FO=P2,thetac));
> thetaP3c:=evalf(subs(FO=P3,thetac));
> thetaP4c:=evalf(subs(FO=P4,thetac));
> thetaP5c:=evalf(subs(FO=P5,thetac));
> thetaP6c:=evalf(subs(FO=P6,thetac));

> if sin(P1*Pi/180)=1 then
  P1:=89.99:
  elif sin(P1*Pi/180)=-1 then
  P1:=269.99:
fi;
> if sin(P2*Pi/180)=1 then
  P2:=89.99:
  elif sin(P2*Pi/180)=-1 then
  P2:=269.99:
fi;
> if sin(P3*Pi/180)=1 then
  P3:=89.99:
  elif sin(P3*Pi/180)=-1 then
  P3:=269.99:
fi;
> if sin(P4*Pi/180)=1 then

```

```

P4:=89.99:

elif sin(P4*Pi/180)=-1 then

P4:=269.99:

fi;

> if sin(P5*Pi/180)=1 then

P5:=89.99:

elif sin(P5*Pi/180)=-1 then

P5:=269.99:

fi;

> if sin(P6*Pi/180)=1 then

P6:=89.99:

elif sin(P6*Pi/180)=-1 then

P6:=269.99:

fi;

> LB1Z:=evalf(R*sin(P1*Pi/180)):
> LB1:=evalf(R*cos(P1*Pi/180)):
> LB2Z:=evalf(R*sin(P2*Pi/180)):
> LB2:=evalf(R*cos(P2*Pi/180)):
> LB3Z:=evalf(R*sin(P3*Pi/180)):
> LB3:=evalf(R*cos(P3*Pi/180)):
> LB4Z:=evalf(R*sin(P4*Pi/180)):
> LB4:=evalf(R*cos(P4*Pi/180)):
> LB5Z:=evalf(R*sin(P5*Pi/180)):
> LB5:=evalf(R*cos(P5*Pi/180)):
> LB6Z:=evalf(R*sin(P6*Pi/180)):
> LB6:=evalf(R*cos(P6*Pi/180)):
>

```

```

> LI1:=R*cos(P1*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1c*Pi/180):
> LS1:=R*cos(P1*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1c*Pi/180):
>
> g1:=plot(tan(Pi/2+P1*Pi/180-thetaP1c*Pi/180)*x+R*sin(P1*Pi/180)-
R*cos(P1*Pi/180)*tan(Pi/2+P1*Pi/180-
thetaP1c*Pi/180),x=LI1..LS1,color=red,title="STEERING CENTER
ANALYSIS",thickness=6):
> LI2:=R*cos(P2*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2c*Pi/180):
> LS2:=R*cos(P2*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P2*Pi/180+thetaP2c*Pi/180):
>
> g2:=plot(tan(Pi/2+P2*Pi/180-thetaP2c*Pi/180)*x+R*sin(P2*Pi/180)-
R*cos(P2*Pi/180)*tan(Pi/2+P2*Pi/180-
thetaP2c*Pi/180),x=LI2..LS2,color=blue,thickness=6):
> LI3:=R*cos(P3*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3c*Pi/180):
> LS3:=R*cos(P3*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P3*Pi/180+thetaP3c*Pi/180):
>
> g3:=plot(tan(Pi/2+P3*Pi/180-thetaP3c*Pi/180)*x+R*sin(P3*Pi/180)-
R*cos(P3*Pi/180)*tan(Pi/2+P3*Pi/180-
thetaP3c*Pi/180),x=LI3..LS3,color=green,thickness=6):
> LI4:=R*cos(P4*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4c*Pi/180):
> LS4:=R*cos(P4*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P4*Pi/180+thetaP4c*Pi/180):
>
> g4:=plot(tan(Pi/2+P4*Pi/180-thetaP4c*Pi/180)*x+R*sin(P4*Pi/180)-
R*cos(P4*Pi/180)*tan(Pi/2+P4*Pi/180-
thetaP4c*Pi/180),x=LI4..LS4,color=cyan,thickness=6):
> LI5:=R*cos(P5*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5c*Pi/180):
> LS5:=R*cos(P5*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P5*Pi/180+thetaP5c*Pi/180):
>
> g5:=plot(tan(Pi/2+P5*Pi/180-thetaP5c*Pi/180)*x+R*sin(P5*Pi/180)-
R*cos(P5*Pi/180)*tan(Pi/2+P5*Pi/180-
thetaP5c*Pi/180),x=LI5..LS5,color=gold,thickness=6):

```

```

> LI6:=R*cos(P6*Pi/180)-(0.5*C+A)*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6c*Pi/180):
> LS6:=R*cos(P6*Pi/180)+(0.5*C-A)*cos(Pi/2-P6*Pi/180+thetaP6c*Pi/180):
>
> g6:=plot(tan(Pi/2+P6*Pi/180-thetaP6c*Pi/180)*x+R*sin(P6*Pi/180)-
R*cos(P6*Pi/180)*tan(Pi/2+P6*Pi/180-
thetaP6c*Pi/180),x=LI6..LS6,color=yellow,thickness=6):
>
> I1:=R*sin(P1*Pi/180)-R*cos(P1*Pi/180)*tan(Pi/2+P1*Pi/180-
thetaP1c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB1Z+(x-LB1)/(I1-LB1Z))*LB1)^2=R^2,x):
> RCa1:=sol[1]:
> RCb1:=sol[2]:
>
> I2:=R*sin(P2*Pi/180)-R*cos(P2*Pi/180)*tan(Pi/2+P2*Pi/180-
thetaP2c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB2Z+(x-LB2)/(I2-LB2Z))*LB2)^2=R^2,x):
> RCa2:=sol[1]:
> RCb2:=sol[2]:
>
> I3:=R*sin(P3*Pi/180)-R*cos(P3*Pi/180)*tan(Pi/2+P3*Pi/180-
thetaP3c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB3Z+(x-LB3)/(I3-LB3Z))*LB3)^2=R^2,x):
> RCa3:=sol[1]:
> RCb3:=sol[2]:
>
> I4:=R*sin(P4*Pi/180)-R*cos(P4*Pi/180)*tan(Pi/2+P4*Pi/180-
thetaP4c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB4Z+(x-LB4)/(I4-LB4Z))*LB4)^2=R^2,x):
> RCa4:=sol[1]:
> RCb4:=sol[2]:

```

```

>
> I5:=R*sin(P5*Pi/180)-R*cos(P5*Pi/180)*tan(Pi/2+P5*Pi/180-
thetaP5c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB5Z+((x-LB5)/(I5-LB5Z))*LB5)^2=R^2,x):
> RCa5:=sol[1]:
> Rcb5:=sol[2]:
>
> I6:=R*sin(P6*Pi/180)-R*cos(P6*Pi/180)*tan(Pi/2+P6*Pi/180-
thetaP6c*Pi/180):
> sol:=solve(x^2+(LB6Z+((x-LB6)/(I6-LB6Z))*LB6)^2=R^2,x):
> RCa6:=sol[1]:
> Rcb6:=sol[2]:
>
> II1:=plot(LB1Z+((x-LB1)/(I1-
LB1Z))*LB1,x=RCa1..Rcb1,color=red,thickness=2):
> II2:=plot(LB2Z+((x-LB2)/(I2-
LB2Z))*LB2,x=RCa2..Rcb2,color=blue,thickness=2):
> II3:=plot(LB3Z+((x-LB3)/(I3-
LB3Z))*LB3,x=RCa3..Rcb3,color=green,thickness=2):
> II4:=plot(LB4Z+((x-LB4)/(I4-
LB4Z))*LB4,x=RCa4..Rcb4,color=cyan,thickness=2):
> II5:=plot(LB5Z+((x-LB5)/(I5-
LB5Z))*LB5,x=RCa5..Rcb5,color=gold,thickness=2):
> II6:=plot(LB6Z+((x-LB6)/(I6-
LB6Z))*LB6,x=RCa6..Rcb6,color=yellow,thickness=2):
>
> plots[display]([g1,g2,g3,g4,g5,g6,g7,g8,II1,II2,II3,II4,II5,II6]);

```

A3 - Distribuição de velocidades ao longo da corda da pá

```
> # Configuração do rotor (Sistema mecânico de picada)

> R: #(Raio do rotor)

> e: #(Magnitude de excentricidade)

> epsilon: #(Ângulo de fase de excentricidade)

> L: #(Comprimento da barra de controlo)

> d: #(Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de
controlo)

> N: #(Número de pás)

> # Parâmetros do perfil alar

> C: #(Comprimento da corda da pá)

> b:=C/2: #(Semi-corda da pá)

> A: #(Posição do ponto pivô a partir do bordo de ataque da pá)

> S: #(Envergadura da pá)

> Parea:=S*C: #(Área da pá projetada)

> AR:=S^2/(Parea): #(Razão de aspeto da pá)

>
#=====

> RPM: #(Velocidade de rotação)

> Omega:=RPM*Pi/30: #(Velocidade de rotação em rad/s)

> vt:=evalf(R*RPM*Pi/30) #(Velocidade tangencial devido à rotação do
rotor)

>
> a:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((psi+epsilon)*Pi/180)):

> theta:=(Pi/2-arcsin(e/a*cos((psi+epsilon)*Pi/180))-arccos((a^2+d^2-
L^2)/(2*a*d)))*180/Pi: #[degree]
```

```

> plot(theta,psi=0..360,title="PITCH MECHANICAL SYSTEM
CURVE",thickness=3);

> # Ângulos de picada máximo e mínimo

> thetader:=diff(theta,psi):

> sol1:=fsolve(thetader=0,psi,0..180);

> sol2:=fsolve(thetader=0,psi,180..360);

>

> #==> Maximum and minimum

> evalf(subs(psi=sol1,theta));

> evalf(subs(psi=sol2,theta));

> #==> Verification in pitch derivative function

> evalf(subs(psi=sol1,thetader));

> evalf(subs(psi=sol1,thetader));

> # Velocidade angular e aceleração angular [rad/s,rad/s^2]

> #angularvelocity:=diff(theta,psi)*Omega:

> #plot(angularvelocity,psi=0..360,title="ANGULAR
VELOCITY",thickness=3);

> #angularacceleration:=diff(angularvelocity,psi)*Omega*180/Pi:

#|||||

> VADY:=0: #ADVANCE VELOCITY

> le:=- (0.5*C+A): #LEADING EDGE

> te:=(0.5*C-A): #TRAILING EDGE

> P1:=psi: #[degree]

> a:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((psi+epsilon)*Pi/180)):

> theta:=(Pi/2-arcsin(e/a*cos((psi+epsilon)*Pi/180))-arccos((a^2+d^2-
L^2)/(2*a*d)))*180/Pi: #[degree]

```

```

> angularvelocity:=diff(theta,psi)*Omega: #[rad/s]

> thetaP1:=evalf(subs(psi=P1,theta)):

> angvel:=evalf(subs(psi=P1,angularvelocity)):

> xp:=R*cos(P1*Pi/180): #PIVÔ POINT COORDINATE

> yp:=R*sin(P1*Pi/180): #PIVÔ POINT COORDINATE

>

> xa:=R*cos(P1*Pi/180)+j*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
#COORDINATES OF ANY POINT ALONG THE CHORD

> ya:=R*sin(P1*Pi/180)-j*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
#COORDINATES OF ANY POINT ALONG THE CHORD

> ra:=sqrt(xa^2+ya^2): #DISTANCE BETWEEN THE CENTER OF THE ROTOR AND
THE POINT ON THE CHORD

>

> v1:=evalf(Omega*ra): #RESULTANT VELOCITY WITHOUT PITCH EFFECT

> v1x:=evalf(-Omega*ya): #VELOCITY COMPONENT

> v1y:=evalf(Omega*xa)+VADY: #VELOCITY COMPONENT

>

> v1:=evalf(sqrt(v1x^2+v1y^2)):

> dx:=xa-xp: #VECTOR COMPONENT DEFINED BETWEEN PIVÔ POINT AND ANY POINT
ON THE CHORD

> dy:=ya-yp: #VECTOR COMPONENT DEFINED BETWEEN PIVÔ POINT AND ANY POINT
ON THE CHORD

> dp:=sqrt(dx^2+dy^2):

>

> v2:=evalf(abs(angvel)*dp): #LINEAR VELOCITY AROUND PIVÔ POINT

> v2x:=evalf(-sign(j)*v2*cos(P1*Pi/180-
thetaP1*Pi/180)*angvel/abs(angvel)): #VELOCITY COMPONENT

> v2y:=evalf(-sign(j)*v2*sin(P1*Pi/180-
thetaP1*Pi/180)*angvel/abs(angvel)): #VELOCITY COMPONENT

>

```

```

> vrx:=evalf(v1x+v2x): #RESULTANT VELOCITY WITH PITCH EFFECT
> vry:=evalf(v1y+v2y): #VELOCITIES COMPONENTS WITH PITCH EFFECT
> vr:=evalf(sqrt(vrx^2+vry^2)): #VELOCITIES COMPONENTS WITH PITCH
EFFECT
>
> bpx:=-d*cos(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
> bpy:=d*sin(Pi/2-P1*Pi/180+thetaP1*Pi/180):
> bp:=sqrt(bpx^2+bpy^2):
>
> pevpt:=bpx*vry-bpy*vrx:
> pivtp:=bpx*vrx+bpy*vry:
> #atv:=evalf((pevpt/(abs(pevpt)))*(arccos(pivtp/(bp*vr)))*180/Pi):
>
> with(plots):
> animate( plot,[v1, j=1e..te,color="red",thickness=2], psi=0..360);

```

A4 - Análise dinâmica do rotor cicloidal

```
> #=====
> # Configuração do rotor (Sistema mecânico)      #
> #=====
> R  #(Raio do rotor)
> e  #(Magnitude de excentricidade)
> epsilon  #(Ângulo de fase de excentricidade)
> L  #(Comprimento da barra de controlo)
> d  #(Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra de
controlo
> RPM  #(Velocidade de rotação do rotor)
> Omega:=RPM*Pi/30:
> Vtf:=evalf(R*RPM*Pi/30):
> N:  #(Número de pás)
> rho  #(Massa específica do ar)
> F:  #( Componente real da função de Theodorsen)
> G:  #( Componente complexa da função de Theodorsen)
#=====
> # Parâmetros do perfil alar
#=====
> C  #(comprimento da corda da pá)
> b:=C/2  #(Semi-corda da pá)
> A  #(Posição do ponto pivô a partir do bordo de ataque da pá)
> S:=2*R  #(Envergadura da pá)
> Parea:=S*C  #(Área da pá projetada)
> Osw  #(Fator de Oswald)
> Cd0  #(Coeficiente parasita de resistência)
```

```

> Cl2D  #(Declive da curva de sustentação bidimensional)

> AR:=S^2/(Parea):  #(Razão de aspeito da pá)

> Cl3D:=evalf(2*Pi*AR/(2+sqrt(((AR*2*Pi/Cl2D)^2)+4))): #(Declive da
curva de sustentação tridimensional)

> #====> Frequência reduzida de oscilação-rfo (grau de não-
estacionaridade 0<=RFO<=0.05;0.05<=RFO<=0.2;RFO>0.2)

> RFO:=C/(2*R)

> #=====> Curva de picada

> a:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((psi+epsilon)*Pi/180)):

> theta:=(Pi/2-arcsin(e/a*cos((psi+epsilon)*Pi/180))-arccos((a^2+d^2-
L^2)/(2*a*d)))*180/Pi:

> #plot(theta,psi=0..360,title="PITCH CURVE",thickness=2);

> PITDER:=diff(theta,psi):

> sol1:=fsolve(PITDER=0,psi,0..180):

> sol2:=fsolve(PITDER=0,psi,180..360):

>

> #====> Ângulos de picada máximo e mínimo

> PMAX:=evalf(subs(psi=sol1,theta)):

> PMIN:=evalf(subs(psi=sol2,theta)):

> #====> VERIFICATION IN PITCH DERIVATIVE FUNCTION

> evalf(subs(psi=sol1,PITDER)):

> evalf(subs(psi=sol1,PITDER)):

>

> deltap:=(PMAX-PMIN)/2:

>

> # ====> Posição azimutal das pás <====

>

> P1:=: #Posição da primeira pá

```

```

> P2:=P1+2*Pi/6*180/Pi: #Posição da segunda pá
> P3:=P1+2*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da terceira pá
> P4:=P1+3*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quarta pá
> P5:=P1+4*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da quinta pá
> P6:=P1+5*2*Pi/6*180/Pi: #Posição da sexta pá
> ...
> aP1:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P1+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP1:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP1*cos((P1+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP1^2+d^2-L^2)/(2*aP1*d)))*180/Pi):
>
> aP2:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P2+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP2:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP2*cos((P2+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP2^2+d^2-L^2)/(2*aP2*d)))*180/Pi):
>
> aP3:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P3+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP3:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP3*cos((P3+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP3^2+d^2-L^2)/(2*aP3*d)))*180/Pi):
>
> aP4:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P4+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP4:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP4*cos((P4+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP4^2+d^2-L^2)/(2*aP4*d)))*180/Pi):
>
> aP5:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P5+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP5:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP5*cos((P5+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP5^2+d^2-L^2)/(2*aP5*d)))*180/Pi):
>
> aP6:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((P6+epsilon)*Pi/180)):
> thetaP6:=evalf((Pi/2-arcsin(e/aP6*cos((P6+epsilon)*Pi/180))-
arccos((aP6^2+d^2-L^2)/(2*aP6*d)))*180/Pi):
#=====

```

```

> E:=(1.864*((34.00197801)/(N*C*R*deltap*S))^-0.187): # Parâmetro
semi-empírico

> Vtf:=Vtf/E:

> Vr1:=Vtf:

> Vr2:=Vtf:

> Vr3:=Vtf:

> Vr4:=Vtf:

> Vr5:=Vtf:

> Vr6:=Vtf:

>

> a:=sqrt(e^2+R^2+2*e*R*sin((psi+epsilond))):

> theta:=Pi/2-arcsin(e/a*cos((psi+epsilond)))-arccos((a^2+d^2-
L^2)/(2*a*d)):

>

> #=> Velocidade angular <==

>

> thetader:=diff(theta,psi):

>

>omega1:=evalf(subs(psi=P1*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Ome
ega):

>

omega2:=evalf(subs(psi=P2*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Ome
ga):

>

omega3:=evalf(subs(psi=P3*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Ome
ga):

>

omega4:=evalf(subs(psi=P4*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Ome
ga):

```

```

>
omega5:=evalf(subs(psi=P5*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Omega):
ga):

>
omega6:=evalf(subs(psi=P6*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,thetader)*Omega):
ga):

>
> #=> Aceleração angular <=

>
> theta2der:=diff(theta,psi$2):

>
acc1:=evalf(subs(psi=P1*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
acc2:=evalf(subs(psi=P2*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
acc3:=evalf(subs(psi=P3*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
acc4:=evalf(subs(psi=P4*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
acc5:=evalf(subs(psi=P5*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
acc6:=evalf(subs(psi=P6*Pi/180,epsilond=epsilon*Pi/180,theta2der)*Omega^2):

>
> #=> Cálculo da sustentação<=

>
> LiftAmP1:=evalf(rho*b^2*(Vr1*Pi*omega1-Pi*b*A*acc1)):
> LiftAmP2:=evalf(rho*b^2*(Vr2*Pi*omega2-Pi*b*A*acc2)):

```

```

> LiftAmP3:=evalf(rho*b^2*(Vr3*Pi*omega3-Pi*b*A*acc3)):
> LiftAmP4:=evalf(rho*b^2*(Vr4*Pi*omega4-Pi*b*A*acc4)):
> LiftAmP5:=evalf(rho*b^2*(Vr5*Pi*omega5-Pi*b*A*acc5)):
> LiftAmP6:=evalf(rho*b^2*(Vr6*Pi*omega6-Pi*b*A*acc6)):
>
> LiftCR1:=evalf(C13D*rho*Vr1*b*F*(Vr1*(2*thetaP1*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega1)):
> LiftCR2:=evalf(C13D*rho*Vr2*b*F*(Vr2*(2*thetaP2*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega2)):
> LiftCR3:=evalf(C13D*rho*Vr3*b*F*(Vr3*(2*thetaP3*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega3)):
> LiftCR4:=evalf(C13D*rho*Vr4*b*F*(Vr4*(2*thetaP4*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega4)):
> LiftCR5:=evalf(C13D*rho*Vr5*b*F*(Vr5*(2*thetaP5*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega5)):
> LiftCR6:=evalf(C13D*rho*Vr6*b*F*(Vr6*(2*thetaP6*Pi/180)+b*(0.5-
A)*omega6)):
>
> LiftCI1:=evalf(C13D*rho*Vr1*b*G*(Vr1*omega1+b*(0.5-A)*acc1)/Omega):
> LiftCI2:=evalf(C13D*rho*Vr2*b*G*(Vr2*omega2+b*(0.5-A)*acc2)/Omega):
> LiftCI3:=evalf(C13D*rho*Vr3*b*G*(Vr3*omega3+b*(0.5-A)*acc3)/Omega):
> LiftCI4:=evalf(C13D*rho*Vr4*b*G*(Vr4*omega4+b*(0.5-A)*acc4)/Omega):
> LiftCI5:=evalf(C13D*rho*Vr5*b*G*(Vr5*omega5+b*(0.5-A)*acc5)/Omega):
> LiftCI6:=evalf(C13D*rho*Vr6*b*G*(Vr6*omega6+b*(0.5-A)*acc6)/Omega):
>
> LuP1:=evalf((LiftAmP1+LiftCR1+LiftCI1)*S):
> LuP2:=evalf((LiftAmP2+LiftCR2+LiftCI2)*S):
> LuP3:=evalf((LiftAmP3+LiftCR3+LiftCI3)*S):
> LuP4:=evalf((LiftAmP4+LiftCR4+LiftCI4)*S):

```



```

> CDuP6:=evalf(Cd0+CLuP6^2/(Pi*AR*Osw)):
>
> #==> Cálculo da força de resistência<==
>
> DuP1:=evalf(0.5*rho*Vr1^2*Parea*CDuP1):
> DuP2:=evalf(0.5*rho*Vr2^2*Parea*CDuP2):
> DuP3:=evalf(0.5*rho*Vr3^2*Parea*CDuP3):
> DuP4:=evalf(0.5*rho*Vr4^2*Parea*CDuP4):
> DuP5:=evalf(0.5*rho*Vr5^2*Parea*CDuP5):
> DuP6:=evalf(0.5*rho*Vr6^2*Parea*CDuP6):
>
> #==> Decomposição das forças nas direções horizontal e vertical <==
>
> FZ1:=evalf(LuP1*sin(P1*Pi/180)-DuP1*cos(P1*Pi/180)):
> FZ2:=evalf(LuP2*sin(P2*Pi/180)-DuP2*cos(P2*Pi/180)):
> FZ3:=evalf(LuP3*sin(P3*Pi/180)-DuP3*cos(P3*Pi/180)):
> FZ4:=evalf(LuP4*sin(P4*Pi/180)-DuP4*cos(P4*Pi/180)):
> FZ5:=evalf(LuP5*sin(P5*Pi/180)-DuP5*cos(P5*Pi/180)):
> FZ6:=evalf(LuP6*sin(P6*Pi/180)-DuP6*cos(P6*Pi/180)):
> TOTALFZ:=evalf(FZ1+FZ2+FZ3+FZ4+FZ5+FZ6):
>
> FX1:=evalf(LuP1*cos(P1*Pi/180)+DuP1*sin(P1*Pi/180)):
> FX2:=evalf(LuP2*cos(P2*Pi/180)+DuP2*sin(P2*Pi/180)):
> FX3:=evalf(LuP3*cos(P3*Pi/180)+DuP3*sin(P3*Pi/180)):
> FX4:=evalf(LuP4*cos(P4*Pi/180)+DuP4*sin(P4*Pi/180)):
> FX5:=evalf(LuP5*cos(P5*Pi/180)+DuP5*sin(P5*Pi/180)):
> FX6:=evalf(LuP6*cos(P6*Pi/180)+DuP6*sin(P6*Pi/180)):
> TOTALFX:=evalf(FX1+FX2+FX3+FX4+FX5+FX6):

```

```

> Fres:=sqrt(TOTALFZ^2+TOTALFX^2): #(Força resultante)

> #==> Cálculo do momento e da potência <==

>

> M1:=FX1*R*sin(P1*Pi/180)-FZ1*R*cos(P1*Pi/180):
> M2:=FX2*R*sin(P2*Pi/180)-FZ2*R*cos(P2*Pi/180):
> M3:=FX3*R*sin(P3*Pi/180)-FZ3*R*cos(P3*Pi/180):
> M4:=FX4*R*sin(P4*Pi/180)-FZ4*R*cos(P4*Pi/180):
> M5:=FX5*R*sin(P5*Pi/180)-FZ5*R*cos(P5*Pi/180):
> M6:=FX6*R*sin(P6*Pi/180)-FZ6*R*cos(P6*Pi/180):
> M:=evalf(M1+M2+M3+M4+M5+M6):
> P:=evalf(M*Omega): #(Potência requerida)

#=====

```

A5 - UDF para o modelo numérico do rotor cicloidal

```
#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "stdio.h"

/*=====*/
/*                      Pá 1                      */
/*=====*/

DEFINE_ZONE_MOTION(Pa1,omega,axis,origin,velocity,time,dttime)
{
    real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
    real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*
    real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
    real psi0 = 0*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
    real r = 0.6; /*Raio do rotor*/
    real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controle*/
    real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
    real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
    real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controle*/
    real psi=omegac*(time+dttime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

    /* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
    origin[0] = r*cos(psi);
    origin[1] = r*sin(psi);
    origin[2] = 0.0;

    /*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
    /*dtheta/dpsi*Omega*/

    *omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
```

```

+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e
+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

```

```
return;
```

```
}
```

```
#include "udf.h"
```

```
#include "math.h"
```

```
#include "dynamesh_tools.h"
```

```
#include "stdio.h"
```

```
/*=====*/
```

```
/*                      Pá 2                      */
```

```
/*=====*/
```

```
DEFINE_ZONE_MOTION(Pa2,omega,axis,origin,velocity,time,dttime)
```

```
{
```

```
real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
```

```
real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*/
```

```

real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
real psi0 = 60*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
real r = 0.6; /*Raio do rotor*/
real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controlo*/
real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controlo*/
real psi=omegac*(time+dttime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

/* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
origin[0] = r*cos(psi);
origin[1] = r*sin(psi);
origin[2] = 0.0;

/*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
/*dtheta/dpsi*Omega*/

*omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e
+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r

```

```

* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

return;

}

```

```

#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "stdio.h"

/*=====*/
/*                               Pá 3                               */
/*=====*/
DEFINE_ZONE_MOTION(Pa3, omega, axis, origin, velocity, time, dtime)
{
real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*
real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
real psi0 = 120*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
real r = 0.6; /*Raio do rotor*/
real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controlo*/
real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controlo*/
real psi=omegac*(time+dtime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

/* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
origin[0] = r*cos(psi);
origin[1] = r*sin(psi);
origin[2] = 0.0;

```

```

/*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
/*dtheta/dpsi*Omega*/

*omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e
+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

return;

}

#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "stdio.h"

```

```

/*=====*/
/*                                     Pá 4                                     */
/*=====*/

DEFINE_ZONE_MOTION(Pa4,omega,axis,origin,velocity,time,dttime)
{
real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*/
real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
real psi0 = 180*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
real r = 0.6; /*Raio do rotor*/
real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controlo*/
real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controlo*/
real psi=omegac*(time+dttime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

/* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
origin[0] = r*cos(psi);
origin[1] = r*sin(psi);
origin[2] = 0.0;

/*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
/*dtheta/dpsi*Omega*/

*omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e

```

```

+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

return;

}

```

```

#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "stdio.h"

/*=====*/
/*
                Pá 5
*/
/*=====*/

DEFINE_ZONE_MOTION(Pa5,omega,axis,origin,velocity,time,dtime)
{
real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*/
real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
real psi0 = 240*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
real r = 0.6; /*Raio do rotor*/

real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controlo*/

```

```

real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controle*/
real psi=omegac*(time+dttime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

/* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
origin[0] = r*cos(psi);
origin[1] = r*sin(psi);
origin[2] = 0.0;

/*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
/*dtheta/dpsi*Omega*/

*omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e
+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

```

```

return;

}

#include "udf.h"
#include "math.h"
#include "dynamesh_tools.h"
#include "stdio.h"

/*=====*/
/*                               Pá 6                               */
/*=====*/

DEFINE_ZONE_MOTION(Pa6,omega,axis,origin,velocity,time,dttime)
{
real pi=4.0*atan(1.0); /*Valor do PI*/
real rpm = 200; /*Velocidade de rotação do rotor[rpm]*
real omegac = rpm*2.0*pi/60; /* Velocidade de rotação do[rad/s]*/
real psi0 = 300*pi/180; /*Posição inicial da pá*/
real r = 0.6; /*Raio do rotor*/
real d = 0.12; /* Distância do ponto pivô ao ponto de conexão da barra
de controlo*/
real e = 0.073; /*Magnitude de excentricidade
real epsilon = 0*pi/180; /*Ângulo de fase de excentricidade*/
real L = 0.61; /*Comprimento da barra de controlo*/
real psi=omegac*(time+dttime)+psi0; /*Nova posição da pá*/

/* Variação temporal das coordenadas da região da pá */
origin[0] = r*cos(psi);
origin[1] = r*sin(psi);
origin[2] = 0.0;

/*Movimento da pá [rad/s] - sistema mecânico*/
/*dtheta/dpsi*Omega*/

```

```

*omega = -( -( -e * e * pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.3e1
/ 0.2e1) * cos(psi + epsilon) * r * sin(psi + epsilon
+ 0.5000000000e0 * pi) - e * pow(e * e + r * r - 0.2e1
* e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi), -0.1e1
/ 0.2e1) * sin(psi + epsilon)) * pow(0.1e1 - e * e / (e *
e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi)) * pow(cos(psi + epsilon), 0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) + 0.2e1
* (e * r * sin(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) * pow(e * e
+ r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi), -0.1e1 / 0.2e1) / d - (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L)
* pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi), -0.3e1 / 0.2e1) / d * e * r * sin(psi + epsilon +
0.5000000000e0
* pi) / 0.2e1) * pow(0.4e1 - pow(e * e + r * r - 0.2e1 * e * r
* cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0 * pi) + d * d - L * L, 0.2e1)
/ (e * e + r * r - 0.2e1 * e * r * cos(psi + epsilon + 0.5000000000e0
* pi))
* pow(d, -0.2e1), -0.1e1 / 0.2e1) )*omegac;

return;

}

```

A6 - Mapa do Poincaré

```
> restart;
> with(LinearAlgebra):
>
> X # Ficheiro para a série temporal
> Y:=convert(X, matrix); # Conversão da série temporal numa matriz de
três colunas (tempo, variável, derivada temporal da variável)
>A:=Matrix(Y);
> m:=RowDimension(A); # Dimensão da linha
> n:=ColumnDimension(A); # Dimensão da coluna
>
> F: # Frequência de excitação(Hz)
> T:=evalf(1/F): # Period(s)
> C: # Número de ciclos

#=====
> #Coleção de pontos para o mapa do Poincaré (dez ciclos)

> for j from 1 to C do
  a:=j*T:
  for i from 1 to m do
    b:=A(i,1);
    if (abs(a-b) < 0.0005 and j=1)then
      c1:=A(i,2); d1:=A(i,3);
    elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=2)then
      c2:=A(i,2); d2:=A(i,3);
    elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=3)then
      c3:=A(i,2); d3:=A(i,3);
    elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=4)then
      c4:=A(i,2); d4:=A(i,3);
    elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=5)then
      c5:=A(i,2); d5:=A(i,3);
```

```

elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=6)then
c6:=A(i,2); d6:=A(i,3);
elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=7)then
c7:=A(i,2); d7:=A(i,3);
elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=8)then
c8:=A(i,2); d8:=A(i,3);
elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=9)then
c9:=A(i,2); d9:=A(i,3);
elif (abs(a-b) < 0.0005 and j=10)then
c10:=A(i,2); d10:=A(i,3);
fi;

od;

od;

> mypoints:
=[c1,d1],[c2,d2],[c3,d3],[c4,d4],[c5,d5],[c6,d6],[c7,d7],[c8,d8],[c9,
d9],[c10,d10]]; PM10:=mypoints: # vetor with the collected points

#===== Mapa Poincaré =====

> plot(PM10, style=point,colour=blue,symbol=circle); # Mapa Poincaré

```


Anexo B

B1 - Publicações durante o trabalho sobre a tese

Artigos em revistas de circulação internacional com arbitragem científica

Leger J. A., Páscoa J. C., Xisto C. M., (2016) “Aerodynamic optimization of cyclorotors” Aircraft Engineering and Aerospace Technology, Vol. 88, No. 2, pp.232 - 245.

Leger J. A., Páscoa J. C., Xisto C. M., (2015) “Analytical Modeling of a Cyclorotor in Hovering State”, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers Part G: Journal of Aerospace Engineering, Vol. 229, No. 12, pp. 2163-2177.

Xisto C., **Leger J., Páscoa J. et al. (2016)** "Parametric Analysis of a Large-scale Cycloidal Rotor in Hovering Conditions". ASCEs Journal of Aerospace Engineering, in press, DOI: 10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000658

Artigos em conferências internacionais com arbitragem científica

Leger J. A., Pascoa J. C., Xisto C., (2015) “3D Effects in Cyclorotor Propulsion Systems”, ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition - IMECE 2015, Houston, November 13-19 2015, ASME Paper IMECE2015-52173, pp. 8.

Leger, J. A., Páscoa, J. C., Xisto, C. M. (2014) "Aerodynamic Optimization of Cyclorotors", 4th EASN Association International Workshop on Flight Physics and Aircraft Design, Aachen, Germany, October, 27-29.

Monteiro, J. A., Pascoa, J.C., Xisto, C. (2013) "Analytical modeling of a cyclorotor in forward flight" SAE Technical Papers, SAE 2013 AeroTech Congress & Exhibition, SAE Technical Paper No. 2013-01-2271, pp. 10.

Leger, J.A., Páscoa, J.C., Xisto, C.M.(2013) "Analytic model able to assist in parametric design of cycloidal rotor thrusters" ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, San Diego, USA, November 15-21, Paper No. IMECE2013-65238, pp. V001T01A053; 12 pages.

Leger, J. A., Páscoa, J. C., and Xisto, C. M., "Kinematics and Dynamics parametric Analysis Of Cycloidal Rotor Thrusters," International Conference on Engineering - ICEUBI2013, Covilhã, Portugal, November 27-29, 2013.

Xisto, C. M., Páscoa, J. C., and **Leger, J. A.**, "Cycloidal rotor propulsion system with plasma enhanced aerodynamics," ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition - IMECE 2014, n° 38291, Montreal, Canada, November 14-20, 2014.

Xisto, C. M., Pascoa, J. C., **Leger, J.A.**, Trancossi, M. (2014), "Wind Energy Production Using An Optimized Variable Pitch Vertical Axis Rotor" ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition - IMECE 2014, Montreal, Canada, November 14-20, 2014.

Xisto, C. M., Pascoa, J. C., **Leger, J. A.**, Gerlach, A. (2014), "Multi-Dielectric Barrier Discharge Plasma Actuator for Cycloidal Rotor Active Flow Control" 4th EASN Association International Workshop on Flight Physics and Aircraft Design, Aachen, Germany, October 27-29, 2014.

Xisto, C. M., Páscoa, J. C., Abdollahzadeh, M., **Leger, J. A.**, Masarati, P., Gagnon, L., Schwaiger, M., and Wills, D., " PECyT-Plasma Enhanced Cycloidal Thruster," The American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)-Propulsion and Energy Forum and Exposition, Cleveland, Ohio, July 28-30, 2014, doi: 10.2514/6.2014-3854.

Xisto, C. M., Páscoa, J. C., **Leger, J. A.**, Masarati, P., Quaranta, G., Morandini, M., Gagnon, L., Wills, D., and Schwaiger, M., "Numerical Modelling of Geometrical Effects in the Performance of a Cycloidal Rotor," 11th World Congress on Computational Mechanics (WCCM

XI), 5th European Conference on Computational Mechanics (ECCM V), and 6th European Conference on Computational Fluid Dynamics (ECFD VI), Barcelona, Spain, July 20-25, 2014, doi: 10.13140/2.1.1252.1600.