UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

Ciências

Excelência e Criatividade em Matemática Universitária

Fernando Sérgio Domingues Carlos

Tese para obtenção do Grau de Doutor em
Didática da Matemática
(3º ciclo de estudos)

Orientadora: Profª Doutora María Teresa González Astudillo
Co-orientador: Prof. Doutor Pedro Ferrão Patrício
Co-orientadora: Profª Doutora Ema Patrícia de Lima Oliveira

Covilhã, fevereiro de 2016

UBI Covilhã Portugal

2016

Excelência e Criatividade em Matemática Universitária

Fernando Sérgio Domingues Carlos

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Ciências

Excelência e Criatividade em Matemática Universitária

Fernando Sérgio Domingues Carlos

Tese para obtenção do Grau de Doutor em

Didática da Matemática

(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutora María Teresa González Astudillo

Co-orientador: Prof. Doutor Pedro Ferrão Patrício

Co-orientadora: Prof. Doutora Ema Patrícia de Lima Oliveira

Covilhã, fevereiro de 2016

À minha família

Agradecimentos

Um trabalho desta natureza é uma longa jornada. Felizmente pude contar com a ajuda de diversas pessoas que, desta ou daquela forma, contribuíram para a sua concretização. Ao terminar esta Tese de Doutoramento, quero dedicar algumas palavras de reconhecido agradecimento a algumas dessas pessoas.

Desde logo, agradeço ao Professor Manuel Saraiva pela confiança que depositou em mim, sem a qual este trabalho não existiria.

Estou igualmente grato à minha equipa de Professores Orientadores. Cada um na sua área soube guiar-me através dos labirintos de hesitações e decisões. Obrigado Maite, obrigado Ema, obrigado Pedro, pelas oportunidades de aprendizagem que me proporcionaram, pelas vossas instruções e ajudas.

Agradeço aos estudantes que participaram no estudo empírico que integra este trabalho, pela disponibilidade e por partilharem comigo temas privados.

Agradeço aos Professores Alexander Karp e Edward Silver pela recetividade com que acolheram as minhas solicitações e pela partilha de ideias.

Agradeço aos meus colegas investigadores, pela partilha e amizade. Em especial a Elisabet Mellroth, que mesmo à distância conseguiu dar-me ânimo para continuar, quando ele escasseava.

Agradeço a afeição dos meus colegas e amigos, bem sei a minha disponibilidade não tem estado à altura do vosso merecimento.

E o mesmo vale, por maioria de razão, para a minha família. Agradeço a vossa paciência, e peço-vos desculpa pelas vezes em que a minha faltou. Obrigado pelo vosso carinho e compreensão durante esta jornada. Espero que, de alguma forma, a concretização deste trabalho possa retribuir o afeto que me dedicam.

Resumo

É sobejamente conhecida a dificuldade com que muitos alunos, ao longo do seu percurso escolar, lidam com a disciplina de Matemática. Ao mesmo tempo, coabitam nas salas de aula com estes alunos, outros que sobressaem pelo elevado rendimento nesta disciplina. A procura de explicações para esta discrepância foi uma das motivações para este trabalho, particularmente a exploração dos fatores que permitem que alguns estudantes sejam excelentes em Matemática. O conhecimento das condições, tanto pessoais como ao nível da envolvente do indivíduo, que possibilitam um desempenho escolar excelente em Matemática, pode ser importante para ajudar os que, à partida, não têm tão bons resultados nesta disciplina.

O ponto de partida para este conhecimento foi a realização de uma extensiva revisão de literatura sobre a excelência. Mas a profusão de visões sobre o tema e a multiplicidade de varáveis implicadas dificulta a compreensão do fenómeno. Por este motivo, num esforço de sistematização, concebemos um modelo para estudo da excelência em Matemática. Para além da análise dos componentes da excelência em Matemática entre estudantes do ensino superior, foi também nossa intenção explorar as suas aptidões criativas nesta disciplina. Com este duplo propósito, realizámos um estudo empírico com recurso a uma metodologia mista, combinando entrevistas semiestruturadas com um questionário de atitudes face à Matemática, e ainda a análise das respostas dadas pelos participantes em tarefas matemáticas de múltiplas soluções. Neste estudo participaram quatro estudantes do ensino universitário português.

Os dados recolhidos sobre os componentes da excelência matemática são consistentes com o modelo anteriormente proposto. Entre eles, destacam-se pela preponderância que assumem, a motivação, a capacidade autorregulatória e o nível de comprometimento com a sua formação matemática. Por seu lado, os dados provenientes da análise do desempenho criativo dos participantes denotam uma criatividade matemática limitada.

Palavras-chave

Excelência, motivação, autorregulação, prática deliberada, criatividade.

Abstract

The difficulties that some students face when dealing with mathematics throughout their school route, are broadly recognized. At the same time, sharing the classrooms with these students, there are others who excel in this subject. The search for explanations for this discrepancy was one of the motivations for this work, particularly the exploration of the factors that allow some students to be excellent in mathematics. The knowledge of the conditions, both personal and of the environment where the individual lives and works, which allow for an excellent academic performance in mathematics, can be important to help those who don't achieve such good results in this subject.

The starting point for this knowledge has been the extensive review of the literature on excellence that we've done. But the profusion of understandings on the subject and the multitude of variables involved makes it difficult to comprehend this phenomenon. For this reason, in an effort of systematization, we have designed a model for the study of excellence in mathematics. In addition to analyzing the components of excellence in mathematics among university students, it was also our intention to explore their creative skills in this subject. With this dual purpose, we conducted an empirical study using a mixed methodology, combining semi-structured interviews with a questionnaire on attitudes towards mathematics, and also the analysis of the answers given by the participants in mathematical tasks with multiple solutions. The participants of this study were four Portuguese university students.

Referring to the components of mathematical excellence, the data collected from the empirical study is consistent with the previously proposed model. Amongst them, as the result of the prevalence these components assume, we highlight motivation, self-regulation abilities and the level of commitment to mathematical education. In turn, the data from the analysis of the participants' creative performance denotes limited creativity.

Keywords

Excellence, motivation, self-regulation, deliberate practice, creativity.

Índice

Introdução 1

Capítulo 1 - Revisão de literatura 4

Excelência e sobredotação 4

Abordagens conceptuais ao estudo da excelência e sobredotação.......... 4

Joseph Renzulli: O Modelo dos Três Anéis 6

François Gagné: o Modelo Diferenciado de Sobredotação e Talento ...7

A perspetiva de Sternberg. Os modelos desenvolvimento de *expertise* e WICS 7

Ericsson e o enfoque na prática deliberada 8

Autorregulação na aprendizagem 10

Prática deliberada 13

Motivação 14

Modelos com enfâse na expectativa acerca dos resultados 16

Modelos que agregam expectativa de resultados e valoração 17

Modelo que destaca o papel da motivação intrínseca 18

Modelos que valorizam os objetivos 19

Teoria implícita da inteligência segundo Carol Dweck 21

Motivação e excelência em geral e no domínio da matemática 22

Talento e excelência em Matemática 24

Contributo teórico de um novo modelo para a excelência na Matemática 28

Modelo proposto 30

Discussão do modelo proposto 30

Criatividade 33

O que é a criatividade 35

Pensamento divergente 37

Modelos teóricos sobre a criatividade 38

A Teoria de Criatividade como Investimento.......................... 38

Visão sistémica da criatividade 39
Perspetiva Interativa da Criatividade 40
Teoria Componencial de Criatividade 41
Modelo dos quatro C's 42
Criatividade em Matemática 43
As primeiras abordagens – Poincaré e Hadamard 44
A perspetiva de G. Ervynck 44
A perspetiva de B. Sriraman 45
Capítulo 2 – Metodologia 47
Objetivos e perguntas de investigação 47
Descrição da metodologia "histórias de vida" 48
Participantes 50
Instrumentos 52
Entrevista 53
Questionário 55
Estudo da validade e fiabilidade do inventário de atitudes face à Matemática 57
Instrumento de aferição da criatividade matemática 57
Apresentação do instrumento de aferição da criatividade matemática dos participantes 59
O instrumento usado 63
Capítulo 3 – Apresentação, análise e discussão dos resultados 66
Entrevistas 66
Introdução – Abordagem ao percurso e a relação com a Matemática 66
Experiências significativas ao longo do percurso formativo 69
Desempenho atual – Fatores pessoais 70
Local de estudo e organização e gestão do tempo 70
Estratégias de estudo e aprendizagem 71
Autoconceito 74
Atribuições ao sucesso e ao fracasso 75

Motivação ... 76
Predisposição para o esforço e tolerância à frustração ... 76
Desempenho atual – Aspetos contextuais/envolventes ... 77
Meio envolvente – Família ... 77
Meio envolvente – outros agentes ... 81
Envolvimento na tarefa ... 84
Pressões sentidas ao longo do percurso escolar ... 88
Características pessoais evidenciadas ... 89
Discussão da análise do conteúdo das entrevistas ... 90
Questionários ... 92
Análise das respostas aos questionários ... 96
Discussão das respostas ao questionário ... 98
Instrumento de aferição da criatividade matemática ... 99
TMS 1 ... 99
TMS 2 ... 109
Discussão acerca das resoluções das TMS ... 117
Capítulo 4 – Revisitação do modelo anteriormente proposto ... 120
Capítulo 5 – Conclusões ... 123
O que concerne ao objetivo teórico ... 123
O que concerne às perguntas de investigação ... 124
Limitações deste trabalho ... 126
Pistas para investigações futuras ... 126
Referências ... 129
Anexos ... 148
Anexo 1 – Estudos de validação e fiabilidade do inventário de atitudes face à matemática 150
Anexo 2 – Grupos de soluções do perito para a TMS 1 ... 166
Anexo 3 – Grupos de soluções do perito para a TMS 2 ... 173
Anexo 4 – Perguntas do guião de entrevista segundo a fonte e objetivo ... 177
Anexo 5 – Respostas ao inquérito ... 184
Anexo 6 – Declaração de consentimento informado ... 193

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Modelo teórico proposto 30
Figura 3.1 – Tentativa de resolução da TMS1 do estudante A 100
Figura 3.2 – Tentativa de resolução da TMS1, pela via do cálculo, do estudante D 101
Figura 3.3 – Tentativa de resolução da TMS1, pela via geométrica, do estudante D 102
Figura 3.4 – Resolução da TMS1 pelo estudante B, em que recorreu a uma tabela trigonométrica 103
Figura 3.5 – Resolução da TMS1 pelo estudante B, em que recorreu ao método dos multiplicadores de Lagrange 104
Figura 3.6 – Tentativa de resolução da TMS1 do estudante B, com recurso a triângulos 104
Figura 3.7 – Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que recorreu ao cálculo 106
Figura 3.8 – Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que recorreu ao método dos multiplicadores de Lagrange 107
Figura 3.9 – Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que seguiu uma via trigonométrica 108
Figura 3.10 – Resoluções da TMS2 pelo estudante A 110
Figura 3.11 – Resoluções da TMS2 pelo estudante B 112
Figura 3.12 – Resoluções da TMS2 pelo estudante C 113
Figura 3.13 – Tentativas de resolução da TMS2 pelo estudante D 116

Lista de Quadros

Quadro 2.1 – Algumas características dos quatro estudantes que participaram no estudo empírico que realizámos 51
Quadro 2.2 – Classificações obtidas pelos quatro estudantes nos exames de duas disciplinas de Matemática do primeiro ano universitário 51
Quadro 2.3 – Panorama global do desempenho de todos os alunos que realizaram os mesmos exames que os quatro participantes 52
Quadro 2.4 – Percentis das classificações obtidas pelos quatro participantes nos exames que realizaram 52
Quadro 2.5 – Esquema de pontuação (baseado em Leikin, 2009) 64
Quadro 2.6 – Classificação da criatividade das TMS propostas 65
Quadro 3.1 – Respostas dos inquiridos às afirmações do inquérito e respetivas somas parciais 96
Quadro 3.2 – Resumo das classificações dos estudantes na TMS 1 109
Quadro 3.3 – Resumo das classificações dos estudantes na TMS 2 117

Introdução

Numa sociedade cada vez mais centrada na inovação tecnológica, com ambições de desenvolvimento económico e social, a formação de recursos humanos revela-se de extrema importância. O elevado investimento que a generalidade dos estados, Portugal incluído, consagra à educação e formação dos seus cidadãos, tem como objetivo final a habilitação destes para participarem plena e ativamente na sociedade e para contribuírem para uma economia global cada vez mais baseada no conhecimento.

A educação, para além de ser considerada como o primeiro passo para qualquer atividade humana, tem reflexos nos níveis de bem-estar do indivíduo e na variedade de oportunidades para aceder a melhores condições de vida. E a atual conjuntura de dificuldades financeiras, com a consequente competição pelo escasso número de empregos, torna ainda mais premente um olhar atento sobre as condições que favorecem um bom desempenho escolar. Em tempos passados, os alunos eram frequentemente encarados como meros depositários de conhecimentos, a quem se exigia que memorizassem um conjunto de informações, que quando para isso solicitados, deveriam debitar maquinalmente, e isso era considerado suficiente. Mas os profissionais que a sociedade hoje necessita devem ser capazes de procurar autónoma e eficazmente o conhecimento pertinente e de encontrar respostas criativas por meio dessa pesquisa. Assim, as capacidades criativas de um indivíduo, são também um ativo valioso que importa conhecer.

Consequentemente, a preocupação com a qualidade do desempenho dos estudantes continua sendo uma prioridade para todos os educadores e investigadores. Em particular, a exploração das variáveis que influenciam os níveis de desempenho dos estudantes tem despertado o interesse e a curiosidade da comunidade educativa. Neste contexto, as instituições de ensino portuguesas, que desde há muito se preocupavam em diminuir as taxas de insucesso e de abandono escolar, têm adotado nos últimos anos uma postura de maior atenção para com aqueles que se destacam por um desempenho académico superior, premiando o mérito, instituindo quadros de excelência ou atribuindo bolsas de estudo.

Os cidadãos com maiores conhecimentos são um recurso primordial da sociedade, essenciais para o desenvolvimento científico e para a promoção da inovação tecnológica. A Matemática tem especial relevância para este desígnio, pois constitui-se como uma ferramenta essencial para quem intenta contribuir para esse bem comum. Daí que deva ser dada atenção aos alunos de melhor aproveitamento nesta disciplina, estudando a forma e as condições que lhes permitem o elevado desempenho, pois esse conhecimento pode ajudar na tentativa de replicação desses casos.

Neste quadro, ao centrarmos o nosso estudo na excelência académica em Matemática de alunos do Ensino Superior, interessa-nos conhecer o conjunto de perceções, processos, dinâmicas, acontecimentos marcantes e circunstâncias que culminaram no alto desempenho nesta disciplina. Mas, mais do que a mera enumeração de elementos, é nossa intenção explorar a rede de ligações e interdependências entre variáveis com ascendente sobre a excelência académica em Matemática. Por outro lado, paralelamente ao desígnio já expresso, temos um outro foco de investigação, cuja relação com o primeiro iremos também procurar conhecer. Trata-se de explorar as capacidades criativas em Matemática de estudantes do Ensino Superior.

O termo *excelência* é muitas vezes usado sem que haja um entendimento prévio sobre o seu significado, ficando depois a cargo de cada indivíduo adotar uma aceção para a palavra. Daqui resulta uma multiplicidade de interpretações que naturalmente dificulta a comunicação efetiva sobre o tema. Para precaver esta eventualidade, explicitamos que no âmbito desta tese, quando empregamos a palavra *excelência* referimo-nos a "desempenho bastante acima da média", dado que este é o denominador comum entre numerosas definições de excelência.

Ao empreender um trabalho desta natureza devemos enfatizar que não se trata de realizar uma investigação sobre uma camada de estudantes privilegiados e dar relevo a quem não merece as nossas preocupações em virtude dos ótimos resultados académicos que já obtêm. O estudo que realizámos não é elitista, pelo contrário, o que ambicionamos é uma melhor compreensão das variáveis com ascendente sobre o desempenho académico, mormente aquelas que necessitam estar presentes para que se possa ser excelente em Matemática, com o propósito de, munidos desse conhecimento, poder melhor conduzir os nossos estudantes na sua aprendizagem desta disciplina, para que possam vir a ser melhores em Matemática. Desta forma, se tivéssemos de classificar o nosso estudo em termos da sua abrangência social, diríamos que é igualitário, no sentido em que se procuram as chaves para que um maior número de estudantes possa concretizar uma aprendizagem mais profunda desta importante disciplina.

A nível pessoal, o interesse pelo tema decorre da nossa atividade profissional. De facto, desde que iniciámos a carreira de docente de Matemática do ensino básico e secundário, sempre nos intrigou a variedade de níveis de desempenho existente na sala de aula e, em particular, por que razão há alunos que conseguem adquirir um corpo de conhecimentos sólido e profundo nesta disciplina, ao passo que muitos outros apresentam grandes dificuldades.

Existe um amplo corpo de investigação internacional publicada em torno da sobredotação e da excelência, mas a consagrada especificamente ao alto desempenho em Matemática é muito menos numerosa. Têm sido realizados alguns estudos longitudinais, nomeadamente nos Estados Unidos, sobre estudantes considerados promissores em Matemática (ver, por exemplo, Lubinski e Benbow, 2006, que reportam os efeitos do *Study of Mathematically Precocious Youth* após 35 de investigação longitudinal). E muita da investigação internacional conduzida com alunos talentosos em Matemática focaliza-se na provisão que é proporcionada a estes alunos, nomeadamente através de programas especializados, sendo que a que é dedicada a aspetos teóricos da excelência em Matemática é muito mais escassa.

O pano de fundo português é ainda mais pobre. Apesar de existirem estudos no nosso país em torno de aspetos relacionados com o desempenho escolar em Matemática (ver, por exemplo, Almeida, 2012; Machado & César, 2012; Peres, 2012; Sousa e colaboradores, 2010; Veiga, 2004), não conhecemos qualquer trabalho académico subordinado especificamente à temática da excelência neste domínio específico. Existem ainda algumas investigações sobre a temática da excelência de âmbito geral, mas de enfoque sociológico (ver, por exemplo, Torres e Palhares, 2012), e também alguns trabalhos académicos de pendor psicológico sobre o alto desempenho, quer igualmente de âmbito geral (ver, por exemplo, Araújo, Almeida e Cruz, 2007), quer em algum outro domínio específico (ver, por exemplo, Matos, 2011).

A tese que agora apresentamos está estruturada numa sequência que, após a introdução continua, com o capítulo um, onde é feita uma revisão da literatura existente, dedicando a cada conceito uma secção deste capítulo, sendo que na última secção é proposto um modelo da excelência matemática por nós idealizado com base na revisão da literatura que levámos a cabo. No capítulo seguinte, o segundo, é apresentada a metodologia seguida nesta investigação, começando por explicitar os objetivos e perguntas de investigação. Depois, nesse capítulo, é apresentada a metodologia adotada, incluindo os participantes, os instrumentos de recolha de dados e o procedimento. No capítulo três os resultados obtidos são apresentados, analisados e discutidos. Após o que, no capítulo quatro, se volta ao modelo anteriormente proposto, com a intenção de o ajustar aos resultados obtidos. Finalmente, no quinto capítulo, são apresentadas as conclusões desta dissertação, suas limitações e faz-se também referência a possíveis investigações futuras que poderão emergir a partir deste trabalho.

Capítulo 1: Revisão de literatura

Neste capítulo é apresentada uma revisão da literatura que se relaciona com os objetivos desta investigação. Desta forma, procuramos situar este estudo dentro do contexto histórico e educacional, contemplando o trabalho de alguns investigadores chave nesta área.

Dada a sua proximidade conceptual, começamos este exame da literatura com os principais modelos de excelência e de sobredotação. Ao que se segue uma resenha de perspetivas sobre o alto desempenho e um olhar atento sobre os diversos fatores que o influenciam. Depois é dada atenção à criatividade, tanto de âmbito geral como a que é específica da Matemática. Finalmente, neste capítulo, é apresentado um modelo teórico para o estudo da excelência na Matemática, idealizado pelo autor deste trabalho, e que é fruto da revisão da literatura que empreendeu.

Excelência e sobredotação

Realizações de elevado desempenho, requerem a presença de um conjunto de condições e fatores que as propiciem. De seguida são apresentadas algumas perspetivas teóricas sobre altas habilidades e excelência, com destaque especial para as que parecem ser mais enfatizadas na literatura e que poderão ajudar a compreender não só os conceitos, mas também os fatores associados à expressão e desenvolvimento do alto desempenho e excelência, ao que se segue uma enumeração e respetiva explicação dos fatores necessários a elevados níveis de performance.

1.1.1. Abordagens conceptuais ao estudo da excelência e sobredotação

O fenómeno "excelência" tem, desde sempre, fascinado a generalidade das pessoas. Em particular, porque é que algumas pessoas são capazes de um desempenho de nível excelente e outras não são? O que é que este grupo restrito de pessoas faz de forma diferente de todos os outros e que lhes permite evidenciar-se? Como é a envolvente em que estas pessoas vivem e trabalham? Que fatores, pessoais e contextuais, podem facilitar ou inibir o desenvolvimento e a manifestação da *expertise*?

A definição de *expertise* remete para a manifestação de competências resultante da acumulação de um amplo corpo de conhecimento (Chi, 2006). Isto implica que, se se pretende compreender como é que um indivíduo que é competente para realizar um excelente desempenho trabalha e por que razão é mais capaz do que outra pessoa que não tem essa capacidade, devemos compreender a representação do seu conhecimento, isto é, como é organizado e estruturado, e de que forma as suas representações diferem das dos principiantes (Chi, 2006). Para além desta definição de caráter absoluto, há uma outra possível abordagem a este tema, de natureza relativa, designadamente, perspetivando a perícia a partir das diferenças individuais. Neste sentido, um perito é alguém cujo nível de performance excede o da maior parte das outras pessoas (Cianciolo, Matthew, Sternberg & Wagner, 2006).

Segundo a literatura, a perícia é relativamente específica a um determinado domínio. Não obstante, são igualmente consideradas importantes as capacidades transversais de processamento de informação, tal como a resolução de problemas (Cianciolo, Matthew, Sternberg & Wagner, 2006). Assim, independentemente do domínio específico de desempenho, parece haver algum consenso na comunidade científica acerca da influência das habilidades cognitivas e metacognitivas no desenvolvimento da mestria. Entre as aptidões que, a nível cognitivo, consistentemente caracterizam os peritos (e os diferenciam dos principiantes), estão o conhecimento, o raciocínio, e a memória. A nível metacognitivo destaca-se o seu nível de autorregulação, acrescendo ainda o seu comprometimento com a prática deliberada. Quando se procura descrever as aptidões cognitivas de um perito, começa-se pela amplitude e profundidade do seu conhecimento (Horn & Masunaga, 2006). Obviamente, um perito tem mais e mais profundo conhecimento na sua área de mestria do que um principiante (Chi, 2006) e, à medida que o nível de perícia aumenta, o seu conhecimento também aumenta, tornando-se mais organizado e integrado, resultando numa base de conhecimento que permite ao perito selecionar, organizar, representar, manipular e interpretar informação (Horn & Masunaga, 2006). Acresce que um perito consegue adquirir conhecimento e eleger estratégias relevantes ao seu domínio com mínimo esforço cognitivo (Chi, 2006). Por seu lado, o raciocínio de um perito durante a conceptualização de um problema, permite-lhe compreender a sua estrutura e representar as relações mais importantes antes de conceber planos para a sua resolução; pelo contrário, um principiante, habitualmente, considera muitas alternativas que frequentemente carecem de relevância para a solução (Horn & Masunaga, 2006). Um outro recurso do perito, é a sua ótima memória, que lhe possibilita, por exemplo, que mesmo sendo inesperadamente solicitado para recordar informação acerca de uma tarefa complexa na sua área de perícia, o faça não apenas de forma mais precisa mas também mais completa do que um colega menos capacitado (Horn & Masunaga, 2006).

Entre as características metacognitivas distintivas dos peritos, destacam-se o seu nível de autorregulação, e ainda o seu comprometimento com a prática deliberada Por seu lado, a autorregulação é também vital a uma boa aprendizagem, porquanto para aprender é necessário o envolvimento pessoal, proactivo, não acontecendo apenas por se estar a ouvir um perito. A autorregulação é a auto geração de ideiasperceções, e comportamentos, com vista à consecução de objetivos (Zimmerman, 2000). Uma outra forma de envolvimento proactivo na aprendizagem é o recurso à prática deliberada, definida como treino individualizado, preparado por um treinador ou professor para aumentar aspetos específicos do desempenho de um indivíduo, através da repetição e refinamentos sucessivos (Ericsson & Lehmann, 1996). Todos estes fatores contribuem para o nível de desempenho de um indivíduo, e serão alvo de atenção nesta tese.

Especialmente intrigante para filósofos e cientistas é a dúvida sobre até que ponto a perícia se apoia em dons inatos, ou se resulta da aquisição de conhecimentos e competências especializadas. Assim, enquanto alguns investigadores perspetivam a excelência como consequência das capacidades inatas dos indivíduos, embora com o contributo de algumas características de motivação e de personalidade (por exemplo, Gagné, 1985, 2004), para outros, o papel da dotação genética não é determinante, pois embora se reconheça a sua importância, consideram que os altos níveis de desempenho são melhor explicados pela prática deliberada prolongada (por exemplo, Ericsson, 2009; VanLehn & Van De Sande, 2009; Zimmerman, 2006). Assim, podemos constatar a existência de um *continuum* de perspetivas teóricas, desde as que enfatizam o peso da dotação genética, habitualmente mais conotadas com a sobredotação, até às que privilegiam a importância da prática continuada, geralmente as consideradas mais próximas do conceito de excelência. Vejamos algumas dessas abordagens teóricas, começando com as do primeiro grupo e aproximando-nos progressivamente das do segundo.

1.1.1.1. Joseph Renzulli: O Modelo dos Três Anéis

Investigação em torno da sobredotação tem mostrado consistentemente que este não é um constructo unidimensional, antes um aglomerado de fatores. Partilhando desta visão, Renzulli (1978, 2002, 2005) propôs um modelo em que os agrupa em três conjuntos que se intersetam, a que chamou anéis. Estes três anéis são: i) habilidades acima da média, ii) envolvimento na tarefa, e iii) criatividade. As habilidades acima da média, segundo esta conceção, podem ser de âmbito geral (consistindo na capacidade para processar informação, para integrar os resultados de experiências anteriores de forma a melhor responder a situações novas, ou na capacidade para raciocinar de forma abstrata), ou específicas a um dado domínio (que consistem na capacidade para adquirir conhecimento, ou proficiência, específico a um determinando âmbito, por exemplo na Matemática). O segundo anel, denominado por Renzulli por envolvimento na tarefa, é associado a características tais como persistência, disponibilidade para o trabalho árduo, ou autoconfiança, relacionadas com a realização de uma tarefa concreta ou domínio específico de desempenho. Por sua vez, a criatividade está associada à capacidade para conceber ideias ou produtos inovadores e adequados, sendo entendida como a capacidade para resolver problemas de forma original, flexível, fluente e elaborada, requerendo um pensamento independente e produtivo, por oposição a uma atitude mais conformista e convencional. É importante notar que, para este autor, isoladamente nenhum destes anéis “faz” a sobredotação. Ao invés, é da interação destes três conjuntos que resulta a sobredotação (Renzulli, 1978). Da mesma forma, também é importante referir que cada anel contribui com características essenciais para que um indivíduo possa ter um desempenho elevado.

1.1.1.2. François Gagné: o Modelo Diferenciado de Sobredotação e Talento

O Modelo Diferenciado de Sobredotação e Talento (DMGT – *Differentiated Model of Giftdeness and Talent*) propõe uma distinção entre os dois componentes básicos que estão por detrás do alto desempenho: Sobredotação e Talento. No modelo DMGT, inicialmente proposto por Gagné (1985, 2004), o termo sobredotação é usado para designar a posse e uso de habilidades inatas superiores, não treinadas e expressas espontaneamente, que colocam o seu detentor, pelo menos, no percentil 90 entre os seus pares da mesma idade; por sua vez, no DMGT, talento refere-se à mestria superior adquirida por meio de treino sistemático, que colocam o seu detentor igualmente, pelo menos no percentil 90 entre os seus pares da mesma idade, que são ou têm sido ativos no mesmo domínio de atividade. No DMFT, Gagné, propõe quatro domínios de aptidão ao nível da sobredotação: intelectual, criativo, socio afetivo, e sensoriomotor. Estas habilidades naturais podem ser observadas em todas as tarefas que a criança realiza ao longo da sua escolarização (Gagné considera que as manifestações de sobredotação são mais facilmente visíveis em crianças, uma vez que influências ambientais e de aprendizagem sistemática são ainda moderadas). Por seu lado, os talentos emergem progressivamente, à medida que as habilidades superiores inatas são transformadas em perícia num domínio particular, por meio do treino sistemático. Assim, a existência de habilidades superiores é condição necessária para aceder ao talento, e este só aparece quando o indivíduo adere a uma aprendizagem/prática sistemática, que Gagné designa por processo de desenvolvimento. E este processo de desenvolvimento está sujeito à ação de dois tipos de catalisadores, intrapessoais e ambientais, e ainda à aleatoriedade do fator sorte. Os catalisadores intrapessoais podem ser de natureza física (por exemplo, a saúde) ou mental (por exemplo, a personalidade), e os ambientais podem ter variadas origens (por exemplo, de ordem geográfica, familiar, ou socioeconómica).

1.1.1.3. A perspetiva de Sternberg. Os modelos desenvolvimento de *expertise* e WICS

Continuando o percurso narrativo de várias conceções teóricas da excelência, abordamos agora a perspetiva de Sternberg (1999, 2001a). Sternberg (1999) encara o desenvolvimento da perícia como um processo contínuo de aquisição e consolidação de um conjunto de habilidades, necessárias para um elevado nível de mestria, em um ou mais domínios de atividade. Refere-se às habilidades e à perícia como duas faces da mesma moeda e, consequentemente defende que devem ser estudadas de forma integrada. Assim, o autor propõe um modelo centrado na ideia de que um indivíduo está constantemente num processo de desenvolvimento da sua perícia quando trabalha num dado domínio. Neste modelo está subjacente a ideia de que a principal restrição no caminho para a perícia não é um nível fixo de capacidade anterior, mas antes o envolvimento intencional, mediante a instrução direta, participação ativa, adaptação e recompensa (Sternberg, 1999). Este modelo, conhecido por modelo de desenvolvimento de *expertise*, para além de admitir a influência do contexto, compreende cinco elementos nucleares que se influenciam mutuamente: capacidade metacognitiva, capacidade de aprendizagem, capacidade de raciocínio, conhecimento e motivação. Nesta perspetiva, o aprendiz começa a trabalhar para adquirir a perícia, através da prática deliberada, mas esta prática requer a interação dos cinco elementos nucleares. No centro, guiando os elementos, está a motivação, elemento fundamental, sem o qual todos os outros ficam inertes. Sternberg considera que há vários níveis de perícia (por exemplo, do estudante e do profissional) e admite que o ciclo se repete iterativamente muitas vezes, na rota para sucessivos e cada vez mais elevados patamares de perícia.

Mais recentemente, Sternberg (2005a) apresentou um outro modelo, denominado WICS (*wisdom, intelligence, creativity, synthetized*), que dá à inteligência, definida como a capacidade de adaptação ao ambiente, o papel central. A criatividade é entendida como a capacidade de formulação e resolução de problemas, produzindo soluções relativamente novas e de alta qualidade, ao passo que a sabedoria é percebida como a capacidade para mobilizar a inteligência, criatividade e conhecimento para um bem comum. Segundo esta conceção, a inteligência, sabedoria e criatividade, alimentam-se mutuamente, permitindo o desenvolvimento de cada um destes três componentes. A ideia por detrás deste modelo, é que um indivíduo precisa dos três constituintes trabalhando em simultâneo (sintetizados) para poder ser um contribuinte válido para a sociedade.

Deste conjunto de modelos apresentados por Sternberg, ressalta a ideia de que o sucesso é função de vários fatores, não apenas da inteligência, que se combinam de forma integrada, confluindo para formar um perito.

1.1.1.4. Ericsson e o enfoque na prática deliberada

Na continuação da apresentação de perspetivas sobre o alto desempenho, segue-se agora uma linha de trabalhos que valoriza o papel do trabalho/treino intencional na explicação do alto desempenho.

K. A. Ericsson é um autor de referência na literatura sobre o alto desempenho e *expertise*, e partilha a corrente de opinião que privilegia a importância da prática intencional, em detrimento da herança genética ou do talento inato.

Subjacente a esta perspetiva, está a convicção de que não é possível aceder a elevados patamares de desempenho num determinado domínio, sem previamente passar por um longo período de prática intencional e refletida, sendo necessários dez anos para que se possa vir a ser considerado excelente (Ericsson et al., 1993). Assim, para os seguidores desta corrente, o critério decisivo para o desenvolvimento da *expertise* não é a presença de fatores hereditários, nem o conhecimento acumulado no decurso de uma longa experiência, mas sim o comprometimento com atividades de prática deliberada durante, pelo menos, dez anos (Ericsson et al., 1993; Ericsson et al. 1996; Ericsson et al., 1999). Por prática deliberada entende-se uma atividade estruturada, com a intenção explícita de melhorar o desempenho, ultrapassando dificuldades, e monitorizada de forma a identificar formas de o melhorar ainda mais (Ericsson et al., 1993). O conceito de prática deliberada será detalhadamente exposto mais à frente neste texto.

Desta forma, Ericsson e seus colaboradores posicionam-se longe das conceções que enfatizam o papel das capacidades inatas na explicação do alto desempenho, tendo até apresentado um conjunto de argumentos para obstar a essa visão. Nomeadamente, apontam a falta de evidências empíricas, ao nível das características genéticas, que fundamentem diferenças de desempenho (Ericsson, Roring & Nandagopal, 2007). No caso das crianças prodígio, estes autores presumem a existência de condições contextuais propícias, que terão facultado que estas se envolvessem prematuramente em atividades de prática deliberada. Por vezes, acontece que oportunidades ocasionais que um individuo possa ter, resultam em pequenas vantagens iniciais, que persistem ao longo do tempo e que se tornam cada vez mais importantes, e que efetivamente o levam a ser melhor que os seus pares (Gladwell, 2008).

Em suma, a diversidade de opiniões e de perspetivas teóricas sobre a excelência é, por um lado, um sinal da densidade e complexidade deste domínio, mas por outro, é sinal da riqueza que ele encerra. Há quem releve a dotação genética do indivíduo e há quem enfatize a importância do treino. No entanto, parece que entre a comunidade científica o maior consenso é reunido sobre a necessidade do apoio e estímulo à excelência para que esta se possa desenvolver e manifestar. Já sobre os fatores que estão por trás desse alto desempenho, a amplitude das diferenças entre as diversas opiniões inviabiliza a possibilidade de identificar um ponto de convergência.

Uma possível tentativa de explicação para o alto desempenho – mas que não subscrevemos – é que o desempenho de um individuo num dado domínio é limitado por fatores inatos que não podem ser modificados por ação da experiência e treino; nesta perspetiva, os limites daquilo que um indivíduo pode alcançar são determinados pela suas dotações básicas, quer sejam características físicas e anatómicas, capacidades mentais, ou talentos inatos. Esta visão acerca do desenvolvimento profissional levou a uma redução da ênfase no treino e contínua melhoria da performance de uma pessoa numa dada tarefa (Ericsson, 2009). No entanto, com prática, treino e acima de tudo, método, um indivíduo pode alterar a maioria das suas características, com exceção da sua altura. Mas, sabemos hoje pela utilização de modernas técnicas de análise cerebral, que pode alterar algumas do âmbito do intelecto, como sejam a atenção, memória, ou discernimento e, assim, tornar-se mais inteligente (Ericsson, 2009; Sheffield, 2008). Como o nosso entendimento sobre os fatores que estão por detrás da excelência é consistente com esta última visão, de seguida vamos debruçar-nos em três requisitos basilares quando se ambiciona a melhoria do nível de desempenho de um indivíduo: autorregulação, prática deliberada e motivação.

1.1.2. Autorregulação na aprendizagem

Um indivíduo pode ser dotado de grande capacidade intelectual, bem como contar com elevados níveis de motivação, e com estes atributos lograr bons níveis de desempenho, mas poderá potenciar a sua performance se recorrer, tanto quanto possível, a estratégias autorregulatórias.

A aprendizagem autorregulada é habitualmente conceptualizada como o uso de autorregulação em domínio académico. Assim, um estudante autorregulado encara a aquisição de conhecimentos como um processo controlável, e aceita maior responsabilidade pelos resultados obtidos do que os seus pares. Um estudante ativo na sua aprendizagem, que implementa esta regulação por meio de uma atitude diligente ao nível motivacional, comportamental, e metacognitivo (Zimmerman, 1990). Acerca dos processos motivacionais, os estudantes autorregulados apresentam elevados índices de autoeficácia e de motivação intrínseca na tarefa, estando dispostos a despender grande esforço e a persistir na aprendizagem – mais à frente iremos focalizar-nos pormenorizadamente nestes aspetos motivacionais. Quanto aos processos comportamentais do estudante autorregulado, eles caracterizam-se pela escolha e criação de ambientes que lhe permitam otimizar a sua aprendizagem. Entre os processos metacognitivos distintivos de um estudante autorregulado estão o planeamento, estabelecimento de objetivos, organização, auto monitorização e autoavaliação em vários pontos ao longo do processo de aquisição de conhecimentos (Zimmerman, 1990).

A autorregulação é, pois, um processo construtivo em que a pessoa toma em suas mãos a forma como realiza a tarefa, qualquer que seja a natureza dessa tarefa. Como exemplos de técnicas autorregulatórias, podemos indicar: fixação de objetivos (especificação de ações ou resultados da performance); escolha de estratégias para a realização de uma determinada tarefa; autoinstrução (verbalizações explícitas ou veladas para melhorar a performance, por exemplo, frases conducentes a um auto relaxamento para reduzir a ansiedade); criação de imagens mentais (da envolvente ou de sequências comportamentais, com vista à melhoria do desempenho); gestão do tempo; auto monitorização; autoavaliação (envolve a fixação e uso de níveis de qualidade realistas para aferição de progressos); estruturação da envolvente (remete para a seleção e criação de um local adequado para a realização da tarefa); e a procura de ajuda (refere-se à escolha de fontes de conhecimento ou de habilidades, por exemplo, professores, livros ou modelos) (Zimmerman, 2002).

Em 2000, Zimmerman apresentou um modelo em que procurava explicar o funcionamento da aprendizagem autorregulada, que posteriormente foi alvo de refinamentos pelo autor e seus colegas (por exemplo, Zimmerman & Campillo, 2003; Zimmerman & Moylan, 2009). Este modelo baseia-se num contínuo ciclo de autorregulação em três fases: planeamento, execução e avaliação. Em cada fase há oportunidades para que os estudantes recolham informação e a usem para melhorar a sua performance. De acordo com este modelo, o ciclo autorregulatório do estudante começa com a análise da tarefa, avaliação da sua capacidade para a realizar com sucesso, estabelecimento de objetivos e escolha da estratégia mais adequada à tarefa de aprendizagem em causa. Na fase seguinte, execução, o estudante implementa a estratégia escolhida e vai ajustando o seu plano enquanto auto monitoriza o seu progresso. Por fim, durante a fase de avaliação, o estudante avalia a pertinência de cada estratégia seguida e o benefício que originou na consecução dos objetivos. Por sua vez, esta avaliação terá influência num posterior planeamento de uma nova tarefa de aprendizagem.

É frequente ouvirmos comentar que uma das obrigações cruciais do sistema educativo é a de promover hábitos de estudo nos discentes, que lhes permitam ser progressivamente mais autónomos nas suas aprendizagens, presentes e futuras. E dada a relevância da prática contínua de atividade autorregulatória e das suas vantagens, nomeadamente, ao nível das aprendizagens académicas, emerge a dúvida sobre a possibilidade de ensino de técnicas autorregulatórias. Em contexto educativo, há na literatura (por exemplo, Cross & Paris, 1988; Kramarski & Mevarech, 2003) exemplos de estudos empíricos em que se procurou, mediante instrução, dotar estudantes de técnicas de autorregulação, tendo sido mostrado não só que tal ensino é possível, mas também que os estudantes que beneficiaram dessa aprendizagem evidenciaram ganhos significativos, em capacidades de leitura e compreensão de gráficos matemáticos, em comparação com os seus colegas não envolvidos nesse tipo de ensino.

Há uma estreita ligação entre metacognição e autorregulação, porquanto uma das duas formas essenciais de entendimento da metacognição é precisamente a autorregulação, sendo a outra a tomada de consciência dos processos e das competências necessárias para a realização da tarefa, *i.e.*, conhecimento sobre o conhecimento (Ribeiro, 2003). Contudo a fronteira entre os dois constructos nem sempre é clara. Dinsmore e colaboradores (2008), por meio de uma análise de duzentos e cinquenta e cinco estudos, numa tentativa de delimitar melhor as fronteiras teóricas e empíricas entre metacognição, autorregulação e aprendizagem autorregulada, concluíram que a diferença entre metacognição e autorregulação é que a metacognição envolve orientação cognitiva, enquanto autorregulação está mais relacionada com a ação humana do que com o pensamento que a causou. Esta distinção está em linha com Flavell (1979, 1987) que perspetiva metacognição formada por conhecimento metacognitivo, e por experiências metacognitivas e regulação. Segundo este autor, conhecimento metacognitivo refere-se ao conhecimento adquirido acerca dos processos cognitivos, ou seja o conhecimento que pode ser usado para controlar os processos cognitivos. Metacognição é definida formalmente como a capacidade de elaborar pareceres, perceções, e ações estrategicamente planeadas e adaptadas para a persecução de objetivos pessoais (Zimmerman, 2006). Esta atividade é operacionalizada por meio de um ciclo regulativo, em que o *feedback* a partir da performance do indivíduo é usado para empreender ajustes estratégicos nos esforços seguintes (Zimmerman, 1990).

A metacognição é, deste modo, necessária para que o indivíduo teste o seu próprio conhecimento e as soluções para um problema. Com este tipo de monitorização, evita erros ou caminhos sem saída e portanto assegura o avanço em direção ao objetivo. Este comportamento autorregulatório é crítico ao longo do processo de aquisição de conhecimentos e competências das quais dependem a perícia (Feltovich, Prietula & Ericsson, 2006). A competência na autorregulação é uma condição muito importante quando se aspira à conquista da perícia, dado que a prática de autorregulação ajuda o indivíduo na aquisição eficaz tanto do conhecimento como da habilidade pretendidos (Zimmerman, 2006).

A importância do uso de estratégias metacognitivas é patente numa das mais frequentemente citadas teorias de inteligência. Referimo-nos à Teoria Triárquica de Inteligência de Sternberg (1984), onde o autor assume uma abordagem de inteligência de pendor mais cognitivo ao invés de meramente psicométrica. Segundo Sternberg, a capacidade para obter sucesso é função do equilíbrio que o indivíduo possa conseguir entre capacidades analíticas, criativas e práticas. Fazendo parte das capacidades analíticas, o autor considera na sua teoria, a existência de *meta-componentes* que planificam o trabalho, monitorizam-no enquanto está a ser realizado, e o avaliam depois de terminado. Como exemplos, Sternberg (2005b) salienta o reconhecimento da existência de um problema, definição da sua natureza, decisão sobre uma estratégia de resolução, monitorização da solução, e avaliação da solução encontrada. Os *meta-componentes* são, portanto, metacognição e autorregulação.

Sublinhamos a diferença entre estratégias cognitivas e estratégias metacognitivas em contexto académico, pois ao passo que com a utilização de estratégias cognitivas o indivíduo almeja atingir um objetivo cognitivo (por exemplo, aprender a resolver um certo tipo de equações), o recurso a estratégias metacognitivas visa aferir e monitorizar a eficácia das estratégias cognitivas (Flavell, 1987). Podemos então afirmar que, em certo sentido, com o recurso a esquemas metacognitivos, o indivíduo procura aprender a aprender.

1.1.3. Prática deliberada

Não é possível aceder a patamares de desempenho ao nível da excelência num determinado domínio sem previamente passar por um longo período de prática. Mas, nem todo o tipo de prática possibilita uma realização com características consistentes com o que é considerado excelente, apenas a prática deliberada o permite (Ericsson, 2009; VanLehn & Van De Sande, 2009). Para continuamente melhorar a performance, é necessário recorrer a atividades de treino que permitam ao indivíduo focalizar-se em melhorar aspetos específicos, muitas vezes com a ajuda de um professor e dentro de numa atmosfera protegida, com oportunidades para reflexão, exploração de alternativas e resolução de problemas, assim como, para a repetição após *feedback* informativo (Feltovich, Prietula, & Ericsson, 2006). Este tipo de procedimento é designado de prática deliberada, e consiste num tipo de atividade prática e de aprendizagem, regular, intencional e esforçada (Ericsson, Krampe, & Tesch-Römer, 1993). A prática deliberada não é o mesmo que a realização rotineira do mesmo tipo de prática. Fazer repetidamente os mesmos exercícios de treino não conduz necessariamente a melhorias na performance, para que tal seja possível é necessário o recurso a exercícios escolhidos com a finalidade de melhorar aqueles aspetos precisos onde a performance ainda não é a ideal (prática deliberada). E esses exercícios são escolhidos após a observação da performance anterior e consequente reflexão e regulação dos processos, de forma a ultrapassar as debilidades ainda existentes, num contínuo ciclo regulativo. Quem aspira a um desempenho de excelência nunca permite que a sua performance seja totalmente automatizada, sendo necessário que o indivíduo saia da sua zona de conforto e procure fazer bem aquilo que anteriormente não conseguia (Ericsson, 2009).

A prática deliberada é desenhada pelo professor/treinador ou pelo próprio indivíduo que aspira a melhorar o seu nível de desempenho (neste caso, fruto de autorregulação), com a intenção de aperfeiçoar aspetos específicos, por ação de repetições e refinamentos de processos de resolução de problemas, como resposta a *feedback* surgido depois da última sessão de treino/trabalho (Ericsson, 2006, 2009).

No âmbito educativo, Plant e colaboradores (2005) evidenciaram que conhecer o número de horas que um estudante universitário dedica ao estudo não permite antever eficazmente a sua performance académica e que, ao invés, fatores de qualidade do estudo, *i.e.*, métodos de estudo consistentes com prática deliberada, possibilitam essa previsão. Também Zimmerman (2006) documentou que métodos efetivos de estudo estão relacionados com performance académica superior. Investigação realizada por VanLehn e Van De Sande (2009) permitiu mostrar que a extensão de prática deliberada exercida por um estudante conduz a melhorias ao nível do desenvolvimento do seu raciocínio e mestria. Segundo os mesmos autores, estes benefícios não são alcançáveis passivamente pela realização de atividades típicas de um estudante no seu domínio, sustentando que o ato de pensar e raciocinar criteriosamente num dado domínio é fruto de esforços continuados dentro de um ambiente de aprendizagem propício, baseado em atividade reflexiva e prática deliberada.

Pesem embora os seus benefícios, a prática deliberada é uma atividade custosa para o indivíduo e, para produzir os melhores resultados, deve ser prolongada no tempo. Está bem estabelecido pela literatura (por exemplo, Ericsson, Krampe, & Tesch-Römer, 1993) que para se atingir um desempenho que se situe num patamar de excelência, são necessários, pelo menos, dez anos de prática deliberada, e esta regra aplica-se mesmo para os indivíduos mais talentosos.

Uma vez que a prática deliberada necessária ao alto desempenho requer uma extensa duração e intensidade, é normal que surja a interrogação acerca da relação entre prática deliberada e motivação. Na tentativa de clarificar esta questão, recorremos a Mihaly Csikszentmihalyi, um autor de referência em Psicologia, que entre numerosos outros contributos, propôs o conceito de *flow,* que pode ser descrito como o estado mental de concentração do indivíduo que está inteiramente absorto no que está a fazer, experimentando um sentimento de completo envolvimento e satisfação na realização da atividade (Csikszentmihalyi, 1990). Por esta descrição podemos inferir que o indivíduo em estado de *flow* está intrinsecamente motivado para realizar a ação em causa. Mas o mesmo autor admite que a maioria das atividades que nos trazem satisfação não são naturais, antes necessitam um esforço que inicialmente estamos relutantes em fazer, mas assim que a interação começa a gerar *feedback* geralmente passam a ser intrinsecamente compensadoras (Csikszentmihalyi, 1990). É então legítimo supor que o envolvimento inicial de um indivíduo em prática deliberada habitualmente não acontece devido à satisfação que essa atividade, *per se*, lhe proporciona. Consequentemente, por norma, inicialmente o indivíduo não está intrinsecamente motivado para se dedicar à prática deliberada, fá-lo devido ao seu valor instrumental de contributo para que possa melhorar a sua performance, isto é, por ação de motivação extrínseca. Segundo esta perspetiva, portanto, a disponibilidade para empreender um esforço inicial pode posteriormente conduzir à motivação intrínseca do indivíduo para a prática deliberada, podendo depois o mesmo ascender ao estado de *flow*. A motivação será o tema da próxima secção.

1.1.4. Motivação

No dia-a-dia rotineiro, não parece haver muitas dúvidas sobre o que move as pessoas a fazerem aquilo que fazem. Habitualmente, levantam-se de manhã, vão para escola para aprender ou vão trabalhar para ganharem dinheiro. Afigura-se, portanto, plausível, que executem ações para obterem recompensas ou para evitarem consequências negativas. Um indivíduo tem determinada necessidade (ou desejo), e isto impele-o a empreender determinado comportamento, que permite satisfazer aquela necessidade. As razões que levam um indivíduo a querer, ou não, algo, têm sido amplamente investigadas e estão na base de numerosas perspetivas teóricas sobre o tema da motivação.

O termo motivação (com origem no Latim, significando *mover*) refere-se aos fatores, sejam eles necessidades ou desejos, que impelem um comportamento conducente a um determinado objetivo.

No caso das necessidades, as que asseguram a sobrevivência são naturalmente consideradas vitais, como sejam as de natureza fisiológica ou de segurança. Quanto aos desejos, são muitas vezes percecionados por ação de influências exteriores ao indivíduo e incluem a amizade, o respeito dos/aos outros, a criatividade e a solução de problemas. Maslow (1970) organizou estas necessidades e desejos hierarquicamente numa pirâmide, que ficou conhecida com o seu nome, com cinco níveis, desde as necessidades fisiológicas na base até aos desejos de realização pessoal, no topo. Alderfer (1972) reformulou a pirâmide de necessidades de Maslow, classificando as necessidades em três categorias, igualmente hierarquizadas: i) de existência (requisitos básicos para a existência do indivíduo); ii) de relacionamento (relacionamento satisfatórios com terceiros) e iii), de crescimento (desejo intrínseco de desenvolvimento pessoal). É notória a semelhança com a pirâmide de Maslow, mas esta com apenas três níveis, em consequência do agrupamento que Alderfer empreendeu. Ao contrário do de Maslow, este modelo também prevê a possibilidade de movimento descendente na hierarquia, admitindo a possibilidade de regressão, pois se uma necessidade de nível mais elevado não for satisfeita, isso poderá levar o indivíduo a regressar às necessidades de níveis inferiores. Estes dois modelos, o de Maslow e o de Alderfer, integram um conjunto de teorias, designadas de conteúdo, cujo enfoque recai sobre "o que" que motiva um individuo.

Contrastando com a perspetiva anterior, há um outro conjunto de teorias sobre a motivação, teorias do processo, que procuram explicar de que forma um individuo inicia e mantem a sua motivação, isto é, "como" ocorre a motivação. Um exemplo desta abordagem é a seguida por Adams (1963), conhecida por teoria da equidade, que sugere que se o indivíduo perceciona que as recompensas por si recebidas são equitativas quando comparadas com as recebidas por outros na mesma situação, então o individuo sente-se satisfeito. Neste sentido, um individuo conta que haja um equilíbrio entre o seu contributo e o resultado obtido, e caso sinta que isso não se verifica, e que fica em desvantagem, tende a adaptar a sua conduta de forma a reduzir essa discrepância. Um outro exemplo de uma teoria centrada no processo é a avançada por Vroom (1964), que pressupõe que a motivação para um indivíduo agir de uma determinada forma é determinada pela sua expectativa de que a sua conduta trará um resultado particular. Nesta perspetiva, a motivação do indivíduo resulta do produto (no sentido matemático do termo) da expectativa (a sua perceção de que o seu esforço irá resultar num dado desempenho) pela *instrumentalidade* (a sua perceção de que o seu desempenho será recompensado) e pela valência (a sua perceção do valor da recompensa que resultará do seu desempenho).

Quando se procura conceptualizar a motivação, deparamo-nos, pois, com uma amplitude de perspetivas teóricas sobre este constructo que radicam em diferentes tradições intelectuais (Weiner, 1992). Todavia, dado o nosso foco de interesse, de entre essa vastidão de perspetivas teóricas, iremos seguidamente apresentar as de índole eminentemente cognitiva, agrupando-as por afinidade conceptual.

1.1.4.1. Modelos com enfâse na expectativa acerca dos resultados

De acordo com a psicologia cognitiva, as convicções de um estudante acerca das suas possibilidades e causas para o sucesso e insucesso, tem grande influência sobre o seu rendimento académico real. Quando um indivíduo acredita que será bem-sucedido na realização de uma tarefa, geralmente realiza-a melhor e está mais motivado para avançar com a realização de outras ainda mais exigentes. Há também evidências que sugerem que os estudantes confiantes são também mais empenhados cognitivamente na aprendizagem e raciocínio, que os seus pares que duvidam da sua capacidade para serem bem-sucedidos (Pintrich, 2003). Existem várias perspetivas teóricas com enfoque nas convicções pessoais de competência e eficácia, e na sensação de controlo sobre os resultados.

A Teoria de Autoeficácia que Bandura (1997) propôs é um desses exemplos. Bandura define autoeficácia como a confiança de um indivíduo na sua capacidade para resolver um problema ou para executar uma tarefa; este juízo de autoeficácia pode variar em intensidade e abrangência, sendo por isso diferente de pessoa para pessoa. O sentimento de autoeficácia tem também um papel fulcral no aparecimento de ansiedade (Bandura, 1993). A ansiedade matemática é um constructo afetivo que condiciona as possibilidades de sucesso do estudante (Zientek & Thompson, 2010). No entanto, estes mesmos autores após um cuidado estudo do efeito da ansiedade na performance matemática, acabaram por corroborar a conclusão de Bandura (1997) segundo a qual, construir um forte sentido de autoeficácia é a melhor forma de aliviar a ansiedade matemática. Há sinais de que as predições teóricas baseadas na autoeficácia são refletidas pela prática, nomeadamente em contexto académico, onde altas expectativas pessoais predizem subsequentes resultados e escolha de cursos (Bandura, 1997; Bandura et al., 2001).

Outro exemplo de valorização teórica das convicções pessoais são as chamadas teorias de locus de controlo. Locus de controlo foi originalmente conceptualizado por Rotter (1966) e refere-se ao grau em que um indivíduo acredita que pode controlar os acontecimentos. Se um indivíduo acreditar que os resultados das suas ações são consequência das suas próprias aptidões, diz-se que é possuidor de um locus de controlo interno, sendo que estes indivíduos tendem a crer que através do seu trabalho intenso conseguirão resultados positivos. Mas se, ao contrário, uma pessoa atribuir os resultados a causas exteriores a si, diz-se que tem um locus de controlo externo. Dado que a enfâse do locus de controlo está sobre "onde se coloca a responsabilidade pelos resultados", ao passo que a motivação está relacionada com "as razões que levam a empreender um determinado comportamento", são dois constructos diferentes, mas o tipo de locus de controlo que um estudante adota tem implicações óbvias na sua motivação.

1.1.4.2. Modelos que agregam expectativa de resultados e valoração

Em psicologia, atribuição é o processo pelo qual os indivíduos explicam as causas dos comportamentos e acontecimentos (Hamilton, 1980). As teorias baseadas neste princípio propõem que os indivíduos tentam explicar o sucesso ou insucesso por meio de atribuições.

Weiner (1979) apresentou uma teoria conhecida por Teoria da Atribuição, tendo-lhe desde então realizado sucessivos refinamentos. Segundo esta perspetiva, todas as causas para o sucesso ou insucesso de um indivíduo podem ser categorizadas em três dimensões de casualidade/atribuições, designadamente, estabilidade, locus, e controlo. Assim, as causas para o sucesso podem ser estáveis ou instáveis. Se um indivíduo acreditar que a causa é estável, e se numa outra ocasião posterior ele executar a mesma ação, esperará que o resultado seja provavelmente o mesmo; se considerar que a causa é instável, contará com um resultado possivelmente diferente. Respeitante ao locus, as causas para o sucesso podem ser internas ou externas. Ou seja, podemos ter sucesso ou insucesso devido a fatores que acreditamos terem a sua origem dentro de nós ou por causa de fatores provenientes da nossa envolvente. Por último, referente ao controlo, as causas de sucesso ou fracasso podem ser controláveis ou incontroláveis. Estas três dimensões encontram-se experimentalmente fundamentadas em domínio escolar (Weiner, 1982). O mesmo autor mostrou que estudantes bem-sucedidos explicam os seus sucessos em termos de capacidade e esforço, e os seus desaires como o resultado da insuficiência de esforço ou devido a causas externas instáveis (Weiner et al., 1972). A capacidade é percecionada como interna, estável e incontrolável, ao passo que o esforço é visto com um fator interno, instável mas controlável. Desta forma, a atribuição do sucesso à capacidade e ao esforço conduz a sentimentos de satisfação e à continuação de expectativas escolares positivas, pois quando o insucesso ocorre pode ser atribuído à falta de esforço, o que permite ao estudante continuar a considerar-se competente, uma vez que o esforço é controlável. Para Weiner (1979, 1985) são as perceções pessoais dos sujeitos acerca das causas dos resultados, mais do que os próprios resultados, que encaminham o seu comportamento, constituindo-se, por isso, importantes crenças motivacionais.

Na teoria do valor próprio que Convington (1992, 1998) propôs, o autor defende que os objetivos que os estudantes adotam, sejam eles de aprendizagem ou de realização, refletem um esforço constante para estabelecer e manter um sentimento de valor e de pertença a um grupo que valoriza a competência. De facto, a sociedade geralmente atribui grande valor à capacidade de realização, aferindo por ela a valia de um indivíduo. Por esta razão, em contexto escolar, de acordo com esta perspetiva, as classificações académicas que obtêm constituem a medida pela qual muitos jovens julgam o seu valor na qualidade de estudantes (Covington, 2000). O mesmo autor, apesar de reconhecer o domínio do enfoque nas classificações, admite que a forma como um estudante define sucesso (isto é, o tipo de objetivos que adota) é o principal fator que, por meio dos mecanismos de autoestima, afeta a sua realização. Por exemplo, estudantes que definem sucesso em termos de serem os melhores que podem ser, independentemente da performance de outros, acreditam nos proveitos do trabalho árduo e valorizam a competência tanto como qualquer outro, mas como um meio para atingir objetivos pessoais significativos. Ao contrário, outro tipo de estudantes, os que encaram a competência em termos de estatuto, de academicamente fazer melhor que os outros, adotam frequentemente, por recearem o insucesso, uma atitude defensiva face a desafios de aprendizagem, característica comum em estudantes que ligam o seu sentido de valor às classificações, perfilhando portanto objetivos de realização (Covington, 2000).

1.1.4.3. Modelo que destaca o papel da motivação intrínseca

Como exemplo de uma teoria que valoriza a motivação intrínseca, apresentamos a Teoria de Autodeterminação de Deci e Ryan (1985). Os autores apresentaram a teoria de autodeterminação, onde de forma abrangente, visaram a motivação humana e a personalidade. Inerente a esta abordagem está a assunção de que três necessidades psicológicas universais e inatas (competência, autonomia e interação) motivam o indivíduo na sua procura de saúde e bem-estar.

A motivação de um indivíduo pode ter origem nele próprio, denominada intrínseca, ou pode ser o resultado de causas externas, conhecida por motivação extrínseca.
Estamos perante motivação intrínseca quando a atividade em questão é realizada devido a si mesma, pela satisfação que dá, pelo desafio, interesse ou para satisfação de uma curiosidade. A motivação intrínseca é definida como a realização de uma atividade pela sua satisfação inerente, ao invés de a fazer devido a consequências dissociáveis. Quando intrinsecamente motivada, uma pessoa é movida a agir pela diversão ou desafio implicado, em vez de o fazer por causa de fatores externos, quer sejam pressões ou recompensas. Estas ações parecem não ser causadas por qualquer motivo instrumental, mas sim pelas experiências positivas associadas ao exercício (Ryan & Deci, 2000). E é agindo em função dos seus próprios interesses que um indivíduo cresce em conhecimento e competências. Amabile (1983) considerou a existência de motivação intrínseca como uma condição essencial para a realização de trabalho criativo.

Não obstante a motivação intrínseca ser obviamente um importante tipo de motivação, na maioria das atividades que as pessoas realizam, elas não estão, em sentido estrito, intrinsecamente motivadas. A motivação extrínseca contrasta com a motivação intrínseca, na medida em que a atividade é realizada por causa de fatores externos ao indivíduo (Ryan & Deci, 2000). Mas, um indivíduo pode estar extrinsecamente motivado em diversos graus. Por exemplo, um aluno que decide fazer o seu trabalho de casa para evitar sanções parentais, está extrinsecamente motivado, uma vez que o faz devido a consequências dissociáveis, neste caso, evitar uma punição. Por outro lado, um estudante que faz o seu trabalho de casa por acreditar que é importante para a sua futura profissão, também está extrinsecamente motivado, uma vez que não o faz por daí obter satisfação inerente, mas antes, devido a consequências exteriores. Em ambos os casos está presente o valor instrumental do trabalho de casa, mas ao passo que no segundo estudante há uma aprovação pessoal e uma sensação de escolha, no primeiro há apenas uma sujeição a um controle exterior.

Na teoria de autodeterminação, proposta por Ryan e Deci (2000), os autores distinguem entre diversos tipos de motivação, em função das diferentes razões ou objetivos que impulsionam uma ação. Nesta conceção teórica, para além da diferenciação entre ausência de motivação, motivação extrínseca e motivação intrínseca, são também identificados quatro estádios de motivação extrínseca, correspondendo, cada um deles, a diferentes graus de *interiorização* e *integração* de valores e de regulações comportamentais. Voltando ao exemplo dos dois estudantes realizando o seu trabalho de casa por ação de motivações extrínsecas, de acordo com esta teoria, o primeiro deles está no estádio de motivação extrínseca de menor nível de autonomia (o mais próximo da ausência de motivação), dado que apenas procura satisfazer uma exigência exterior e evitar a imposição de uma consequência negativa; por seu lado, o estudante que faz o trabalho de casa por o considerar importante na sua preparação para o futuro, está no estádio de motivação extrínseca mais próximo da motivação intrínseca, uma vez que, de entre os quatro, é o que configura maior grau de autonomia, pois este estudante assimilou a regulação exterior como se fosse sua, de forma congruente com os seus próprios valores e necessidades, de forma mais autodeterminada (Ryan & Deci, 2000).
A motivação intrínseca de um estudante conduz ao incremento da sua confiança nas próprias capacidades de aprendizagem, ou seja, conduz à autoeficácia. Em sentido inverso, estudantes que acreditam que são capazes e que se irão sair bem numa determinada tarefa escolar, têm maior probabilidade de se encontrarem motivados para o esforço, persistência e atitude adequada, do que um estudante que crê ser menos capaz e que não tem expectativas de se sair bem.

1.1.4.4. Modelos que valorizam os objetivos

Em contexto escolar, a motivação do estudante é fulcral para o seu desempenho devido ao seu efeito na aprendizagem. Existe uma corrente de investigação em psicologia educacional que se tem debruçado sobre a relação entre desempenho e motivação, particularmente nas metas e objetivos de realização (por exemplo, Ames, 1992; Elliot, 1999; Elliot, Murayama & Yamagata, 2011; Dweck, 1986, 1999; Nicholls, 1978).

Apesar das diversas perspetivas apresentarem diferenças entre si, são consideradas conceptualmente similares (Elliot, 1999), e, desta forma, a sua análise permite distinguir entre dois grupos de objetivos que um estudante pode eleger: o objetivo de desenvolver competências e o objetivo de demonstrar competências ou evitar demonstrar falta de competências (Elliot, 1999). Para diferentes autores estes dois tipos de objetivos assumem diferentes designações, correspondendo também a especificidades de definição. Assim, Dweck (1986) denomina-os de aprendizagem e de realização, para Nicholls (1984) são envolvimento na tarefa e envolvimento no eu, ao passo que Ames (1992) designa estes dois objetivos, mestria e realização.

Na perspetiva de Dweck (1986) um estudante que persiga objetivos de aprendizagem está sobretudo preocupado com ganhar conhecimento, melhorar a sua competência e aumentar a sua aprendizagem até que a mestria seja atingida. Por outro lado, para a mesma autora, os estudantes com objetivos de realização/performance estão mais preocupados com demonstrar a sua capacidade na tarefa em causa, esperando com isso ganharem apreciação positiva de terceiros, e/ou evitarem demostrar falta de capacidade e, desta forma furtarem-se a avaliações negativas por parte de outros.

Mais recentemente Elliot (1999), seguindo uma perspetiva intuitiva de motivação, propôs dividir os objetivos de realização em duas categorias distintas, aproximação (*approach*) e evitamento (*avoidance*); na primeira destas categorias estão os indivíduos em busca de demostrarem competências, e na segunda, os que procuram evitar avaliações negativas e assim demostrar baixa capacidade. Ainda no mesmo trabalho Elliot (1999) considerou a hipótese de conceptualizar ambos os tipos de objetivos (realização e mestria) distinguindo cada um deles em termos de aproximação e evitamento. Mas, apesar de considerar que para algumas situações ou algumas populações a divisão em quatro categorias pode ser operativa, acabou por manter a estrutura tricotómica em virtude da reconhecida contra intuição da noção de evitamento de mestria. Elliot e colaboradores (1999) reportaram que a presença de objetivos de realização/evitamento estava associada a um tratamento superficial da informação e à tendência para a desorganização, fatores que por sua vez estavam ligados a subsequente menor rendimento académico, e, pelo contrário, objetivos de mestria eram indiciadores de tratamento profundo, persistência e esforço, uma combinação que conduzia a melhores resultados académicos.

Investigação realizada com base em teorias em torno de objetivos tem mostrado que, em contextos educativos, uma orientação para objetivos de aprendizagem tem consequências positivas (Pintrich & Schunk, 2002), nomeadamente, ao nível do esforço despendido e persistência (Elliot et al., 1999), maior recurso a estratégias metacognitivas e autorregulação (Ames & Archer, 1988; Covington, 2000; Elliot et al., 1999).

Em suma, numerosas teorias têm sido propostas com a intenção de explicar a motivação e embora cada uma delas encerre alguma verdade, parece que não há uma que, por si só, explique adequadamente toda a motivação humana (Williams & Williams, 2011). No âmbito da educação, a motivação dos alunos é um tema central uma vez que, como é amplamente reconhecido, muito pouco pode ser aprendido pelo aluno se este não mantiver consistentemente os níveis de motivação adequados. Na perspetiva didática, a motivação reside na intenção de proporcionar aos alunos uma situação que os induza a um esforço intencional, com vista à obtenção de metas pré-determinadas. Ou seja, a motivação dos alunos consiste em despertar-lhes o interesse, predispondo-os a que aprendam por ação de um esforço para alcançar objetivos. Desta forma, o papel do professor revela-se muito importante em função da responsabilidade que tem na motivação dos seus alunos.

Na opinião de Elliot e colaboradores (1999), de entre a investigação em torno da motivação, a que se debruça sobre os objetivos emergiu como a mais proeminente. E entre esta, o trabalho de Carol Dweck é dos que granjeou maior reconhecimento e, simultaneamente, dos que tem gerado mais investigação. Seguidamente dar-se-á relevo à teoria implícita da inteligência segundo Carol Dweck, enquanto variável motivacional.

1.1.4.5. Teoria implícita da inteligência segundo Carol Dweck

Quais serão os mecanismos psicológicos motivacionais que permitem a alguns estudantes, quando enfrentam um desafio, ampliarem o seu esforço até serem bem-sucedidos, ao contrário de outros de capacidade semelhante? Um aspeto com influência na motivação de um estudante é a sua construção mental da inteligência.

Como vimos antes, na secção dedicada à motivação, as perceções de um indivíduo acerca de si próprio influenciam o seu desempenho. Se um estudante crê que as suas características, nomeadamente a sua inteligência, pode ser aumentada, tende a enveredar por caminhos que levam ao seu desenvolvimento, o que normalmente leva a uma melhoria do seu desempenho académico.

Numa dada área de atividade, há características que distinguem os indivíduos com melhor desempenho dos restantes. Na opinião de Carol Dweck, o que verdadeiramente os separa é a sua atitude mental. Com esta expressão a autora refere-se a um conjunto de convicções que um indivíduo possui e que pré-determina as suas respostas, podendo constituir um incentivo para que ele opte por determinado comportamento.

Esta autora identificou duas perspetivas que os indivíduos podem assumir acerca da sua capacidade: uma dita de entidade ou fixa, na qual o indivíduo acredita que as suas capacidades são fixas, que é portador de uma certa quantidade de inteligência ou talento permanente e que é possível aprender coisas novas mas não alterar a sua capacidade; e outra, denominada teoria incremental da capacidade, na qual o indivíduo admite que as suas capacidades podem ser cultivadas e desenvolvidas ao longo da vida, acreditando também que através do esforço e da aprendizagem se pode tornar mais inteligente ou mais talentoso, isto é, que todos podem melhorar com o tempo (Dweck, 1999). A mesma autora, Carol Dweck, mostrou com as suas investigações que a preferência por uma destas teorias tem influência decisiva nos sistemas motivacionais do indivíduo. Assim, a teoria fixa, que se baseia na premissa de que se tem apenas uma certa quantidade de talento ou capacidade, leva os seus seguidores a valorizar objetivos de resultado, em que o propósito é a demonstração de que se possui uma determinada porção de talento ou capacidade, ao mesmo tempo que se procura realçar as suas proficiências e esconder as suas deficiências. Os indivíduos com este entendimento tendem a rejeitar oportunidades de aprendizagem se elas puserem em risco a exibição das suas limitações, porque esta forma de encarar as capacidades não dá margem de manobra para expor e reparar as suas fraquezas, uma vez que qualquer fraqueza indica uma permanente falta de capacidade. Pelo contrário, a teoria incremental, segundo a qual a capacidade de uma pessoa pode ser desenvolvida, leva-a a valorizar os objetivos de aprendizagem – o objetivo de adquirir novas competências, conseguir o domínio de novas tarefas, melhorar (ao invés de demonstrar) as suas capacidades. Estas pessoas estão dispostas a correr riscos e a errar, porque é parte natural da aprendizagem e porque com esta mentalidade os erros não representam um julgamento das suas qualidades permanentes (Dweck, 1999). Foi mostrado que, quando comparados com os indivíduos que possuem uma visão estática da inteligência, os que adotam uma perspetiva incremental tendem: i) a focalizar-se mais em objetivos de aprendizagem *versus* objetivos de performance; ii) a acreditar na utilidade do esforço *versus* na inutilidade do esforço em face da dificuldade da tarefa e da perceção de baixa capacidade; iii) a atribuir o desaire ao pouco esforço despendido *versus* à convicção de que se não é capaz, e iv) a dosear maior esforço e escolher estratégias (autorregulação) quando confrontados com contratempos *versus* abandono do esforço e da perseverança (Blackwell, Trzesniewski & Dweck, 2007).

Dado o papel que a teoria implícita de inteligência segundo Dweck pode assumir na motivação de um estudante, foi alvo da nossa atenção no estudo empírico que realizámos e a que reportaremos mais adiante neste texto.

1.1.4.6. Motivação e excelência em geral e no domínio da matemática

Como vimos, a motivação tem sido investigada sob diversos prismas e recorrendo a diferentes termos, por vezes com significados total ou parcialmente sobrepostos (Murphy & Alexander, 2000). Mas apesar da diversidade de perspetivas sobre motivação, importa perceber a relação entre motivação e excelência de âmbito geral bem como entre motivação e excelência na Matemática.

A motivação é um ingrediente essencial da excelência de âmbito geral. É o elemento indispensável para o sucesso académico, sem o qual o estudante nem sequer tenta aprender (Sternberg, 1999). Feldhusen (1998) considera que a motivação é também um componente necessário ao jovem talentoso para que torne um *expert* quando atingir a idade adulta (juntamente com adequada provisão educacional e apoio parental). A importância da motivação no desenvolvimento da excelência foi também enfatizada por Csikszentmihalyi, Rathunde e Whalen (1997) no seu estudo acerca das raízes do sucesso e insucesso entre adolescentes talentosos, ao afirmarem que a não ser que um indivíduo queira perseguir o difícil caminho que leva ao desenvolvimento do talento, nem o potencial inato nem todo o conhecimento do mundo bastará. Mas igualmente fora da esfera académica há extensiva literatura que sustenta a importância da motivação para a alcançar a excelência em diversos domínios, por exemplo, na música (Lehmann & Gruber, 2006), no desporto (Hodges et al., 2006), na dança (Noice & Noice, 2006), ou no xadrez (Gobet & Charness, 2006).

No caso da relação entre motivação e realização em Matemática, há investigações que sustentam a importância que as variáveis motivacionais assumem no desempenho nesta disciplina (por exemplo, Schneider & Bös,1985). Schiefele e Csikszentmihaly (1995) realizaram um estudo em que incluíram duas variáveis motivacionais (interesse em Matemática e motivação para o desempenho) na explicação da experiência matemática e desempenho. Estes autores definiram interesse em Matemática como sendo um fator motivacional específico ao domínio da Matemática ao passo que motivação para o desempenho pode ser entendido como uma orientação motivacional que capta a motivação do estudante para ter um bom desempenho sem especificar uma disciplina em particular. Estes mesmos autores mostraram que o interesse em Matemática está positivamente correlacionado com objetivos intrínsecos de aprendizagem. Esta investigação, que incidiu sobre estudantes universitários que haviam sido referenciados pelos professores como tendo talento em Matemática e/ou em outras áreas, permitiu concluir que o interesse em Matemática contribuiu significativamente para a predição do nível qualitativo de proficiência matemática dos estudantes (Schiefele & Csikszentmihaly, 1995).

Há outros estudos, que embora de âmbito mais geral, também reportam a relação entre motivação e desempenho em Matemática, nomeadamente os estudos PISA realizados pela OCDE. Na sua edição de 2012, para aferir a motivação dos estudantes em Matemática, o estudo PISA recorre a quatro variáveis motivacionais: perseverança, disponibilidade para a resolução de problemas, locus de controlo na aprendizagem de Matemática, e motivação (intrínseca e instrumental) para aprender Matemática (OECD, 2013). Os resultados indicam que a relação entre perseverança e desempenho em Matemática é mais forte entre os melhores alunos do que entre os que obtêm resultados mais baixos. O mesmo sucedendo relativamente à disponibilidade para a resolução de problemas (que para a OCDE é a forma como o estudante se perceciona relativamente à sua capacidade, de lidar com muita informação, de compreensão, de procurar esclarecimentos, de ligação entre factos, ou o gosto em resolver problemas complexos). Analogamente, também a relação entre o controlo percebido do sucesso em Matemática é mais forte entre os que obtêm melhores resultados do que os que estão na parte mais baixa da distribuição. Sem surpresa, também a relação entre a motivação intrínseca dos estudantes e performance em Matemática é significativamente mais intensa entre os que obtêm melhores resultados, pois entre os de mais baixo rendimento nesta disciplina a motivação intrínseca tem pouca relação com a performance. Falando da motivação instrumental (extrínseca), o estudo PISA 2012 sustenta que, globalmente, os alunos menos motivados extrinsecamente não obtêm tão bons resultados como os que consideram que a aprendizagem de Matemática irá ajudá-los a encontrar um emprego ou melhorar as suas perspetivas de carreira.

Em suma, tanto por via de investigações académicas como através dos estudos de grande escala da OCDE, se pode constatar a contribuição da motivação para o nível de desempenho dos estudantes em Matemática e, consequentemente, na eventual excelência nesta disciplina.

1.1.5. Talento e excelência em Matemática

O que significa afirmar que alguém tem talento em Matemática ou que é excelente nesta disciplina? Não há um entendimento universalmente aceite para estes termos. Para alguns poderá significar que se é possuidor de capacidades extraordinárias para o estudo desta disciplina, para outros que se é detentor de elevado quociente de inteligência, ou talvez que se atingiu um elevado patamar de conhecimentos sendo excelente nesta disciplina, ou apenas que se evidencia o potencial para ser muito bom em Matemática. O que se segue nesta secção tem o objetivo de enquadrar melhor estes conceitos, explicando o sentido que lhes atribuímos nesta tese.

Não é fácil delimitar o conceito de talento. Trata-se de um conceito fluido que pode assumir interpretações diferentes em diferentes contextos e portanto aconselha a uma clarificação do significado que lhe atribuímos no âmbito desta tese. Assim, ao afirmar que alguém tem talento matemático, queremos denotar que se trata de um possuidor de elevadas capacidades naturais adequadas à aprendizagem desta disciplina, nomeadamente ao nível da compreensão de ideias matemáticas e de raciocínio matemático.

Face à falta de clareza conceptual sobre o talento em Matemática, que na nossa conceção inclui os sobredotados nesta disciplina, os investigadores desta temática, frequentemente recorrem à enumeração de características destes estudantes. Assim, referindo-se a características dos alunos promissores em Matemática, Applebaum, Freiman e Leikin (2008) destacam: i) excelente memória seletiva; ii) capacidade de progredir mais rapidamente na sua aprendizagem que outros estudantes; iii) gosto por atividades de descoberta; iv) elevada motivação, capacidade de concentração, intuição, originalidade, estabilidade e flexibilidade, e v) no âmbito específico da Matemática, capacidade de formalização, abstração, encontrar soluções rápidas, inversão de raciocínio e generalização. Por sua vez, Rotigel e Fello (2004) descrevem os estudantes com talento para a Matemática como indivíduos que: i) a propósito de ideias matemáticas estão frequentemente mais interessados em saber "como" e "porquê" do que meramente nos processos computacionais; ii) preferem aprender tudo o que possam sobre uma dada ideia matemática antes de passarem a outros conceitos e podem ficar frustrados quando a planificação da aula determina a mudança para outro tema; iii) conseguem ver relações entre tópicos, conceitos e ideias, sem a intervenção de instrução nesse sentido, e

iv) têm compreensão intuitiva de funções e processos matemáticos o que lhes permite chegar a respostas saltando passos.

O talento matemático foi classificado por diversos investigadores com recurso a modelos hierárquicos. Um desses modelos foi proposto por Usiskin em 2000, e perspetiva o talento matemático hierarquicamente em oito categorias, desde o nível 0 até ao nível 7. Nesta escala, o nível 0 corresponde aos adultos que desconhecem Matemática, nem sequer dominam a aritmética; no nível 1 encontram-se os adultos que possuem um sentido rudimentar de número em função do seu uso quotidiano e o seu conhecimento matemático é comparável aos dos estudantes entre o sexto e nono ano de escolaridade. Nestes dois primeiros escalões está a generalidade da população, e a restante parte (muito menos numerosa) está parcamente distribuída nos restantes seis níveis. No nível 2 estão os bons estudantes do ensino secundário que são capazes de obter formação superior em Matemática incluindo aqueles que, eventualmente, se tornarão professores de Matemática do ensino secundário. No terceiro nível estão estudantes admiráveis que têm o potencial para iniciar estudos superiores avançados nesta disciplina. No nível 4 estão os estudantes excecionais, que logram bons resultados em competições de Matemática e que são admitidos em escolas especiais em virtude do seu talento. Os matemáticos profissionais produtivos estão classificados no nível 5, bem como, supõe-se, um estudante que completou um doutoramento em Matemática ou numa ciência afim e com capacidade para publicar neste ramo. O nível 6 é apropriado apenas para muito poucos matemáticos excecionais que realizaram contribuições significativas no seu domínio e que são reconhecidos pelo seu trabalho. Por fim, o sétimo nível, destinado para os melhores de sempre, incluindo os vencedores da medalha Fields. Note-se que neste modelo hierárquico proposto por Usiskin (2000), o trabalho criativo profissional aparece apenas nos níveis 6 e 7, ao passo que um matemático produtivo está no nível 5. Daqui resulta que, ao nível profissional, a criatividade está para além do patamar regular. Ao nível escolar, os melhores alunos encontram-se nos níveis 3 e 4, tendo, nesta conceção, o potencial para ascender ao quinto nível contando que dispõem das condições pessoais, da envolvente e de instrução, necessárias no seu percurso até à universidade.

Muitas vezes, na sala de aula, o professor nota a presença de um aluno com maior facilidade do que os demais na aprendizagem de Matemática. Mas ignora se ele tem talento matemático - tal como o definimos anteriormente - ou se o aluno em causa alcançou uma capacidade para a Matemática, adquirida por meio do trabalho já realizado. Este tipo de dúvidas pode levar à discussão sobre até que ponto a presença de capacidades naturais é uma condição necessária pré-existente para que se seja bom em Matemática, com a qual o indivíduo teve a sorte de nascer, fixa e imutável, ou se, por outro lado, a aptidão demostrada representa um potencial, uma promessa, algo que possa ser trabalhado e desenvolvido. Esta não é apenas uma questão de designações, porque essa definição traduz uma perspetiva diferente e que pode ter influência na evolução do desempenho futuro.

De facto, se um qualquer estudante considerar que o alto rendimento em Matemática é apenas possível por ação de algo que não tem e que não pode adquirir, tais como características congénitas, poderá convencer-se que investir na sua aprendizagem não permitirá melhorias e conformar-se com um nível de desempenho que fique aquém do que poderia alcançar. Neste sentido, pensamos que o termo sobredotação consente uma aceção de aleatoriedade de posse e de invariância, que não se adequa à explicação do progresso na aprendizagem em contexto escolar. Ao contrário, para a generalidade dos estudantes, perspetivamos o desenvolvimento progressivo de competências matemáticas, através do trabalho sistemático e do empenho do estudante, sem preocupações com o ponto de partida ao nível das suas capacidades iniciais.

Elevadas capacidades em Matemática são frequentemente tidas como bom indicador de alto índice de inteligência geral. A índole progressiva da capacidade de um indivíduo foi evidenciada em 1909 pelo eminente psicólogo francês e inventor dos testes de QI Alfred Binet, ao escrever:

> Alguns filósofos modernos parecem ter dado o seu apoio moral aos veredictos deploráveis que afirmam que a inteligência de um indivíduo é uma quantidade fixa, uma quantidade que não se pode aumentar. Devemos protestar e reagir contra este pessimismo brutal (…) a inteligência de um individuo pode ser desenvolvida, com exercício e treino e sobretudo com método, conseguimos aumentar a sua atenção, a sua memória, a sua capacidade de julgamento, e que se torne literalmente mais inteligente.

Nos nossos dias, depois de passado mais de um século desde estas afirmações, progressos ao nível do estudo do cérebro possibilitados por técnicas avançadas recentes, vieram comprovar as afirmações de Binet. De facto, a capacidade que o cérebro tem de se alterar com a aprendizagem, num processo conhecido em neurociência por plasticidade cerebral, desenvolvendo e podando ligações, e até produzir novos neurónios tem sido bem documentada (Aimone, & Gage, 2010; Butterworth, 2006; Mogensen, 2008; Sheffield, 2008; Zatorre, Fiedls, & Johansen-Berg, 2012).

Na mesma linha argumentativa, recordamos a Teoria Implícita de Inteligência de Dweck (1999), anteriormente exposta neste texto, onde a autora distingue entre duas atitudes que um indivíduo pode assumir no que respeita às suas capacidades, uma dita fixa e outra denominada incremental, e que têm influência na sua aprendizagem. Mais recentemente, em 2007, Blackwell, Trzesniewski e Dweck, reportaram os resultados de um estudo longitudinal que empreenderam, em que procuraram descobrir o que afeta a motivação e o desempenho de estudantes de Matemática. Estas investigadoras mostraram que os estudantes que à entrada do 3º ciclo do ensino básico assumem uma perspetiva incremental das suas capacidades, acreditando que a sua inteligência é maleável ao invés de inalterável, foram muito melhor sucedidos em Matemática do que os seus colegas que adotam uma atitude de inteligência fixa (apesar de à partida para este estudo terem um registo semelhante de resultados de

Matemática). Em 1995, a *National Council of Teachers of Mathematics* – associação norte-americana de professores de Matemática – referindo-se aos melhores alunos, sugeriu o uso do termo promessa em vez de sobredotação, descrevendo promessa em função de um conjunto variáveis, como sejam, a capacidade, motivação, convicções, e experiência ou oportunidade. Nesta definição nenhuma das variáveis é considerada fixa, sendo, ao invés, encaradas como áreas que devem ser desenvolvidas para maximizar o sucesso em Matemática (NTCM, 1995).

Com estes exemplos é visível a valorização do carater evolutivo das capacidades em detrimento de uma perspetiva em que o nível de desempenho está geneticamente pré-determinado.

É também este o nosso entendimento sobre o alto desempenho nesta disciplina. Cremos que mais importante do que o ponto de partida ao nível das capacidades de um indivíduo, é o seu nível de comprometimento com os estudos em função de condições pessoais e ambientais, que o podem levar a aumentar as suas competências matemáticas, concretizando assim o seu potencial.

É importante reconhecer que nem todos têm exatamente o mesmo potencial ou que nem todos aprenderão Matemática com igual facilidade, mas acreditamos que o potencial inicial pode sempre ser mais trabalhado e desenvolvido, podendo, em alguns casos, conduzir o aluno ao longo de um percurso de excelência em Matemática.

Por este motivo, o foco deste trabalho é a excelência em Matemática, e não a sobredotação nesta disciplina. Recordamos que, no âmbito desta tese consideramos que um estudante excelente em Matemática é um indivíduo que consistentemente consegue obter resultados muito acima da média em provas desta disciplina.

O estudo mais aprofundado que conhecemos ao nível da excelência em Matemática escolar é o *Study of Mathematically Precocious Youth* (SMPY) iniciado por Julian Stanley em 1971 na Universidade Johns Hopkins. Hoje, mais de quatro décadas passadas desde o seu início, colaboradores de Stanley dão continuidade ao estudo longitudinal planeado para cinco décadas de cinco mil ótimos estudantes (Lubinski & Benbow, 2006). Esses estudantes, então antes ou no princípio da adolescência, foram selecionados com base nos resultados excecionalmente elevados nos testes SAT (as provas mais usadas nos Estados Unidos para admissão ao ensino superior) que apenas deveriam fazer anos mais tarde no seu percurso escolar. É surpreendente notar que os melhores resultados destes estudantes no SAT de Matemática, são indistinguíveis dos resultados da restante população estudantil que se candidata a uma universidade, apesar de não terem tido educação formal em álgebra, geometria e outras matérias da Matemática avaliadas no SAT. Dada a novidade dos problemas propostos no SAT para este precoce grupo de estudantes, este teste funciona para eles mais como um teste de raciocínio analítico do que para os estudantes mais velhos que tiveram oportunidades de aprendizagem desses conteúdos ao longo da sua preparação escolar (Lubinski & Benbow, 2006). A ideia motivadora inicial era a de fazer investigação ao mesmo tempo que se prestavam serviços de ensino a adolescentes talentosos, especialmente em Matemática, de forma a proporcionar-lhes oportunidades educacionais à medida das suas características de aprendizagem (Lubinski & Benbow, 2006).

O SMPY tem proporcionado a milhares de estudantes resposta para as suas necessidades intelectuais, com ênfase na aceleração escolar (Mann, 2008), ao mesmo tempo que produziu muita investigação que permitiu aclarar muitos aspetos relacionados com o alto desempenho.

Com as investigações já realizadas no âmbito do SMPY, foi possível constatar que estes jovens tendem a possuir um locus de controlo interno, acreditando que são responsáveis pelo seu sucesso académico e pelos seus desaires. Tendem a aceitar que possuem as capacidades necessárias, e que isto, em conjunto com motivação e esforço contribui bastante para o seu sucesso académico (Gross,2009). Capacidades ao nível da Matemática, elevados níveis de capacidades espaciais, valores científicos em conjunto com interesses investigativos, parecem formar um complexo de aptidões indicativo de potencial para o desenvolvimento de *expertise* científico. Foi também observado que, para uma realização científica extraordinária é requerido um nível de comprometimento também ele extraordinário, tanto dentro como fora da escola (Lubinski & Benbow, 2006; Lubinski et al. 2006). Foi ainda possível notar que para o desenvolvimento da *expertise* num ramo científico, são necessárias em simultâneo, oportunidades educacionais especiais e algumas características pessoais. Ao nível das carreiras que vieram a seguir, os participantes no SMPY genericamente revelam satisfação com a profissão que escolheram, muitos deles na área das Ciências, Tecnologia, Engenharia e Matemática (Lubinski et al. 2006). Estes estudantes de alto rendimento tendem a manter elevados níveis de desempenho na vida adulta, muitos deles com cursos de doutoramento, artigos publicados, invenções, ou prémios nas suas áreas (Lubinski, Webb, Morelock, & Benbow, 2001).

Contudo, também foi mostrado que a posse de talento não é garantia de sucesso ulterior, pois quando a escola não proporciona oportunidades para o seu desenvolvimento, o desempenho escolar e futuro fica significativamente aquém do nível que as suas capacidades permitiriam (Gross, 2009), o que remete para a importância de serem proporcionadas oportunidades educativas específicas a este tipo de alunos, que, indubitavelmente, têm necessidades educativas especiais.

Contributo teórico de um novo modelo para a excelência na matemática

Mediante uma revisão da investigação publicada em torno da excelência de âmbito geral (por exemplo, Ericsson, 2006, 2009; Chi, 2006; Cianciolo, Matthew, Sternberg & Wagner, 2006; Hunt, 2006, VanLehn & Van De Sande, 2009), alto desempenho em Matemática (por exemplo, Applebaum, Freiman & Leikin, 2008; Brandl, 2011; Butterworth, 2006; Lubinski & Benbow, 2006; Pajares & Miller, 2004; Sheffield, 2008;), motivação (por exemplo, Adams, 1963; Aldefer, 1972; Hong & Aqui, 2004; Maslow, 1970; Pintrich, 2003; Ryan & Deci, 2000; Vroom, 1964), autorregulação (por exemplo, Flavell, 1987; Zimmerman, 1990, 2002, 2006), e prática deliberada (por exemplo, Ericsson, 2009; Ericsson, Krampe, & Tesch-Römer, 1993; Feltovich, Prietula, & Ericsson, 2006; VanLehn & Van De Sande, 2009), foram identificados vários fatores que estão envolvidos na excelência matemática. Estes fatores podem ser agrupados em: capacidades específicas da Matemática, características personalísticas, motivação, rotinas autorregulatórias, e a envolvente do indivíduo.

Indo mais além, foram também observados alguns padrões de influências entre as diversas componentes de excelência identificadas, visíveis no esquema do modelo a seguir apresentado, e que, em conjunto, concorrem para que um indivíduo possa operar em Matemática com elevado desempenho.

Mas o facto de estarem envolvidos fatores muito diferentes, de vários domínios, e em que alguns deles têm ascendente sobre outros, pode constituir uma dificuldade para o investigador desta temática. Daí que, numa tentativa de conferir alguma coesão a um conjunto heterogéneo de variáveis, avançamos com a proposta de um modelo teórico da excelência matemática. Desta forma, o nosso modelo procura clarificar a rede de fatores envolvidos, evidenciando as ligações entre eles que mais frequentemente aparecem referenciadas na literatura. Assim, o modelo agora apresentado é meramente teórico, sendo o fruto de um cuidado estudo do que foi publicado sobre esta matéria. Posteriormente, na sequência do estudo empírico que realizámos e a que faremos referência mais adiante, e depois de atentarmos nos seus resultados, iremos revisitar este modelo e refiná-lo em consonância com o que conseguirmos discernir acerca das condições, internas e externas, que permitiram aos participantes nesse estudo atingir os elevados níveis de desempenho académico em Matemática.

Consideramos que o modelo agora apresentado é aplicável quer a matemáticos profissionais quer a estudantes desta disciplina, pois para uns e outros atingirem a excelência, embora em níveis diferentes, devem ser dotados das características pessoais necessárias, ter a envolvente adequada, e desenvolverem o trabalho de prática deliberada indispensável, não diferindo entre eles nos requisitos necessários à excelência.

1.2.1. Modelo proposto

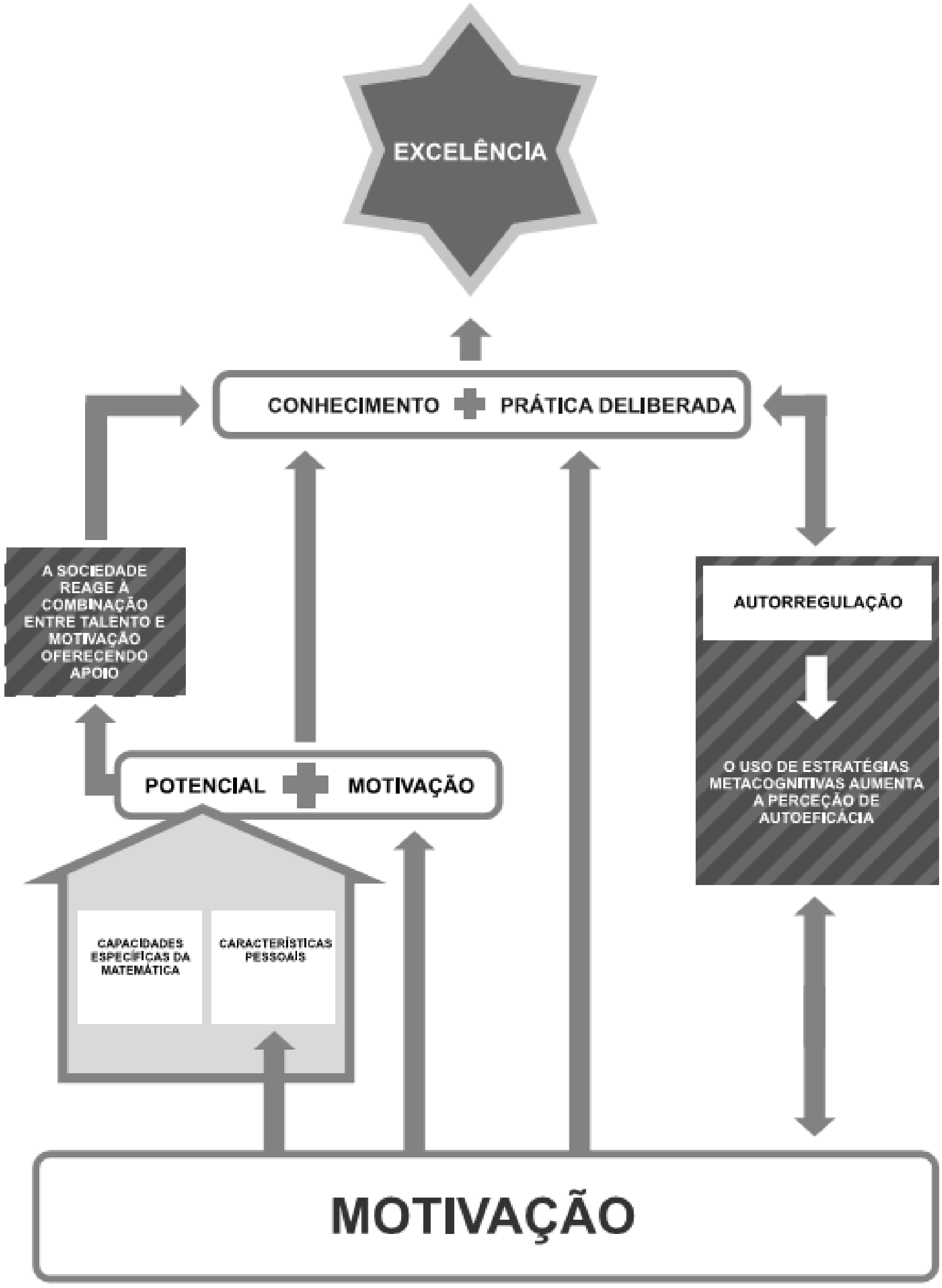


Figura 1.1. Modelo teórico proposto

1.2.2. Discussão do modelo proposto

Analisando o modelo apresentado, um aspeto imediatamente evidente é o papel fulcral da motivação, em função da importância que tem para várias funções, designadamente: Primeiro, deve fazer parte das características pessoais, isto é, dos padrões habituais de comportamento, pensamento e emoção do indivíduo. E como para fazer com que o desempenho se eleve a altos patamares é necessária consistência de atitude, é muito importante para o aspirante a perito que a motivação seja uma das suas características distintivas. Segundo, a conjunção entre a motivação e o potencial, pode levar ao conhecimento. Desta forma, uma pessoa que cumulativamente tenha potencial para a Matemática e elevados níveis de motivação para se dedicar a esta disciplina, dispõe de férteis condições para aceder ao conhecimento profundo em Matemática. Uma terceira atribuição da motivação é o seu papel no estímulo necessário para que o indivíduo se envolva em atividades de prática deliberada, uma vez que é estimado que para atingir os mais altos níveis de performance num dado domínio são necessárias milhares de horas de treino específico (Ericsson, 2009), e não é crível que este empenhamento continuado possa ocorrer sem que indivíduo esteja motivado para tal.

Vemos a ligação entre habilidades específicas da Matemática com as apropriadas características pessoais, como um potencial. Entre as habilidades específicas da Matemática, destacamos, a capacidade para generalizar, intuição matemática, memória matemática e a capacidade para abordar um problema de diferentes perspetivas. Quanto às características pessoais que favoreçam o potencial do indivíduo, para além da motivação, evidenciamos a curiosidade intelectual, atitude positiva face à Matemática, autodisciplina, predisposição para o esforço, tolerância à frustração, ou o prazer na resolução de problemas (Brandl, 2011). Sublinhamos que um indivíduo dotado das habilidades específicas da Matemática aqui apresentadas, mas que careça das características pessoais necessários, dificilmente poderá aspirar a um elevado nível de desempenho nesta disciplina, e o mesmo acontece na situação inversa, pois alguém que disponha das requeridas condições do âmbito pessoal mas que não possua as características Matemáticas certas, estará também muito limitado nas suas possibilidades nesta disciplina. Desta forma, apenas no caso em que ambas as componentes (capacidades na Matemática e características pessoais) sejam, em simultâneo, dotadas dos atributos adequados é que existe o potencial para que o indivíduo possa ter bom desempenho em Matemática.

Não obstante o que atrás foi dito sobre o potencial, a importância da motivação na sua concretização em conhecimento é decisiva. Daí que, no modelo agora proposto, se enfatize o papel da motivação, colocando-a como condição para que o potencial se materialize em conhecimento.

No caminho para a excelência, são considerados dois tipos de catalisadores: um interior ao próprio indivíduo na forma de autorregulação e, outro ao nível da sua envolvente, que muitas vezes em face da combinação entre potencial e motivação, providencia formas de a apoiar, fomentando oportunidades para mais conhecimento (Hunt, 2006).

Frequentemente o indivíduo tem na sua envolvente figuras que considera significativas e que contribuem para a melhoria do seu desempenho, influenciando favoravelmente o seu percurso (Bloom, 1985; Feldhusen, 2005; Simonton, 1994). Em contextos académicos muitas vezes o papel de figura significativa é atribuído pelo aluno talentoso aos seus professores

(Csikszentmihalyi, Rathunde, & Whalen, 1997). O apoio prestado pela sociedade ao aluno que se pode tornar perito em Matemática pode materializar-se de várias formas, por exemplo: através de atitudes e comportamentos de pessoas significativas, os seus pais podem dispor-se a facultar-lhe melhores condições de estudo, pode ter maior atenção dos professores, estímulo oferecido pelos seus pares para que continue a ter bom desempenho em Matemática, ou a disponibilização de bolsas de estudo. Se se tratar de um matemático profissional, pode, por exemplo, beneficiar de melhores condições de trabalho, ou ser o recipiente de distinções ou prémios.

Os mecanismos de autorregulação já enunciados neste texto são aplicáveis a qualquer domínio, incluindo também o da Matemática, pelo que não os repetiremos aqui.

Há na literatura referências a numerosas ligações entre motivação, aprendizagem autorregulada e resultados académicos dos estudantes. É sabido que a autorregulação exerce influência sobre a motivação, pois o facto de os alunos poderem controlar e gerir os próprios processos cognitivos responsabiliza-os pelo seu desempenho escolar e gera confiança nas suas próprias capacidades (Ribeiro, 2003). Outras pesquisas permitem sustentar que os processos autorregulatórios podem levar a incrementos na motivação dos estudantes e nos seus resultados académicos (Schunk & Zimmerman, 1998). A investigação em contexto educativo tem também mostrado que, quando comparados com os seus pares, os estudantes que obtêm melhores resultados recorrem mais a estratégias autorregulatórias e são portadores de mais fortes níveis motivacionais (Pintrich, 2000; Zimmerman, 2006), acrescendo que a melhor forma de fomentar um forte sentido de eficácia é, justamente, através de realizações de mestria (Bandura, 1998). Por outro lado, há na literatura evidências de que para a concretização de aprendizagem autorregulada são necessários elevados níveis de motivação (por exemplo, Ames & Archer, 1988; Zimmerman, 2011).

Um outro fator a ter em conta, dada a sua relevância para o desempenho, é a autoeficácia. O termo autoeficácia é aqui usado em referência à perceção de um indivíduo na sua própria capacidade para executar as ações que lhe permitam atingir os resultados desejados (Bandura, 1986). E segundo o mesmo autor, um desempenho competente requer simultaneamente habilidades, e sentido de autoeficácia para as usar da melhor forma. Quando um indivíduo tem a expectativa de se sair bem, tende a esforçar-se mais, persistir, e a ter melhor desempenho (Pintrich & Schunk, 2002). Também Zimmerman (1990) afirmou que um estudante, ao usar estratégias cognitivas e metacognitivas, melhora a sua perceção de autoeficácia, que, por sua vez, se constitui como base de motivação para mais autorregulação durante a aprendizagem. Na mesma linha, Pintrich e Schunk (2002) também consideram que um indivíduo que tem a expectativa de que será capaz de realizar uma dada tarefa com sucesso, tende a estar mais motivado para o esforço que outros com menor perceção de competência. Desta forma, as perceções de autoeficácia contribuem para a motivação. Em sentido inverso, Hong e O'Neil (2001), numa investigação onde examinaram o papel da autorregulação no desempenho académico, mostraram que os estudantes que estão intrinsecamente motivados tendem a ter um elevado sentido de autoeficácia, e a despender esforço para a realização da tarefa. Este resultado corrobora estudos anteriores que reportam forte relação entre motivação para a realização, autoeficácia, e recurso a estratégia (por exemplo, Shih & Alexander, 2000). Zimmerman e seus colegas têm sido muito ativos na procura de relações entre perceções de autoeficácia, autorregulação e desempenho académico, tendo, por exemplo, conseguido demonstrar que a autoeficácia influencia direta e indiretamente (devido ao contributo para aumentar objetivos classificativos) o desempenho (Zimmerman, Bandura, & Martinez-Pons 1992). Outras investigações nesta área sugerem que estudantes que acreditam que são capazes de ter sucesso nas tarefas académicas, usam mais estratégias cognitivas e metacognitivas, persistem mais do que os que não têm essa expectativa (Pintrich & Garcia, 1991), e tendem a ter melhores resultados (Pintrich & De Groot, 1990).

Os processos autorregulatórios revestem-se de especial importância quando o indivíduo se envolve em prática deliberada pois, conforme já mencionámos, para que esta atividade se efetive é requerida uma constante monitorização de processos e resultados, e consequentes ajustes na sessão prática seguinte, isto é, autorregulação. Fora da esfera académica, também há extensiva evidência da necessidade da realização de prática deliberada autorregulada para aceder à excelência em diferentes domínios específicos de atividade ou desempenho (por exemplo, Ericsson, 2006).

Por fim, constata-se que o conhecimento em conjunto com a prática deliberada pode conduzir à excelência em Matemática (por exemplo, Butterworth, 2006; Horn & Masunaga, 2006).

Criatividade

A relação entre alto desempenho e criatividade não é entendida da mesma forma por todos os investigadores deste domínio. Alguns autores consideram que a posse de criatividade é uma condição necessária para a existência da perícia, ao passo que outros perspetivam esta relação de forma inversa considerando que o conhecimento e proficiência é que podem conduzir à criatividade.

Gagné (1985, 2004) está entre os que creem que a criatividade é um dos constituintes do talento, tal como o define. Falamos do já apresentado Modelo Diferenciado de Sobredotação e Talento, onde o autor perspetiva a criatividade como uma das habilidades naturais que são transformadas em competências que, por sua vez, determinam a excelência.

Por outro lado, há autores de referência (por exemplo, Renzulli e Sternberg) que colocam a criatividade em pé de igualdade com a capacidade. De facto, se nos reportarmos ao já apresentado Modelo dos Três Anéis (Renzulli, 1978, 2002) verificamos que a criatividade é um dos componentes que explicam comportamentos sobredotados, a par de habilidades acima da média (e ainda do envolvimento na tarefa). A ideia subjacente ao modelo WICS (*wisdom, intelligence, and creativity, synthesized*), proposto por Sternberg (2005a) e que também já expusemos, é que, na vida, as pessoas necessitam de competências criativas e atitudes para produzir ideias novas; competências analíticas (inteligência académica) para aferir a qualidade dessas ideias; competências práticas (inteligência prática) para executar ideias e para persuadir outros do seu valor; e sabedoria para assegurar que as ideias são postas ao serviço de um bem comum. Desta forma, a criatividade e capacidade são colocadas por Sternberg num mesmo patamar.

Por fim, há igualmente variados autores que encaram a criatividade como um resultado da excelência. Por exemplo, Weisberg (1999) demonstrou a necessidade de um indivíduo ter de passar por um processo prolongado de aprendizagem imersiva do conhecimento do domínio, que o conduz à excelência nesse domínio, e posteriormente à produção criativa. A perspetiva de Feldhusen (2005) é semelhante, pois para este autor *expertise* é a proficiência de elevado nível num domínio; é a mestria de operações, procedimentos e competências na resolução de problemas de uma disciplina; é o prelúdio da produção criativa. Isto é, a criatividade aparece como resultado da excelência. Na mesma linha, Brody e Stanley (2005) defendem que a produção criativa de um indivíduo só pode acontecer após ele ganhar perícia numa porção significativa de conteúdo. Desta forma a criatividade surge como uma qualidade emergente, baseada em conhecimento relevante para o domínio em questão; Esta perspetiva é consistente com o entendimento de que a criatividade é um produto, não um componente, da excelência (VanTassel-Baska, 2005).

Nesta dissertação optámos por apresentar a criatividade separada da excelência, em linha com as últimas perspetivas supramencionadas.

Quando se inicia a incursão por este tema, algumas das primeiras perguntas a surgir na mente do investigador provavelmente serão: O que é a criatividade? Uma iluminação súbita, um assomo de inteligência, uma forma de encarar a vida, um contínuo de produção? E como se manifesta e se avalia? Haverá alguma especificidade relacionada com o domínio de desempenho em que se aplica, por exemplo na Matemática? Como se promove e estimula?
Tradicionalmente as teorias de criatividade tendiam a focalizar-se sobre um conjunto relativamente restrito de elementos, diferindo entre si na ênfase dada a cada um desses elementos. Por norma, estes aspetos são referidos como os "quatro P's da criatividade": processo, produto, pessoa e envolvente (*press*, em inglês) (Feldhusen & Goh, 1995).

As teorias que se focalizam no processo criativo (de pendor mais cognitivo) ambicionam a compreensão dos mecanismos mentais que ocorrem quando um indivíduo está em atividade criativa. A ênfase no produto é provavelmente a mais objetiva, uma vez que os produtos da criatividade podem habitualmente ser percecionados ou julgados (mais de acordo com a vertente psicométrica, ou com critérios pré-estabelecidos que permitam julgar a criatividade do produto, em função do domínio em que se manifeste). As teorias que dão primazia à pessoa criativa, preocupam-se com as características pessoais associadas aos indivíduos mais criativos (por exemplo, a motivação intrínseca, interesses, abertura à experiência e à tomada de riscos, autonomia, ou a tolerância à ambiguidade), mas apesar da expressão da personalidade ser frequentemente perspetivada como tendo uma influência no comportamento criativo, não é vista como uma explicação completa. Por outro lado, há também o enfoque investigativo na envolvente cujo interesse é a compreensão das interações entre a pessoa e o ambiente que a rodeia, centrando-se, por exemplo, nos fatores ambientais que propiciam ou inibem a criatividade (Alencar,1998; Faria & Alencar, 1996; Kozbelt, Beghetto & Runco, 2010).

1.3.1. O que é a criatividade?

A sociedade humana tem vindo, fruto de um desenvolvimento tecnológico cada vez mais acelerado, a complexificar-se, havendo cada vez mais desafios tecnológicos e do conhecimento nas mais diversas áreas da atividade humana. Desta forma, é constante a demanda por novas soluções para problemas e enigmas e, consequentemente, por pessoas capazes de os resolver e alargar as fronteiras do conhecimento. Desta forma, a criatividade constitui-se como um dos atributos mais valiosos para um indivíduo que pretenda contribuir para o avanço comum.

Mas o papel da criatividade não é meramente reativo, uma vez que a invenção de novos produtos ou a proposta de novos problemas é também um meio de fazer avançar os recursos da sociedade. Por outras palavras, a criatividade pode situar-se no processo de resolução de problemas, através de múltiplas, originais e adequadas soluções, mas também no processo de descoberta de novos problemas. Assim a criatividade constitui-se como um ativo essencial do conhecimento, tanto *a priori* como *a posteriori*, um importante recurso da sociedade, não apenas do indivíduo, bem como um decisivo contributo para a compreensão da realidade e progresso do conhecimento.

No entanto, apesar da sua importância e não obstante o volume de investigação que lhe tem sido dedicado, a criatividade continua a ser um conceito muito difícil de enquadrar. Uma incursão pela investigação publicada em que se procura definir o conceito de criatividade conduz-nos à constatação da ausência de uma definição universalmente aceite, mas antes a uma imensa profusão de visões sobre o tema. Em 2002, Treffinger, Young, Shelby, e Shepardson, admitiram a existência de numerosas formas de expressão criativa e identificaram mais de uma centena de definições contemporâneas para a criatividade. Esta panóplia de perspetivas é, certamente, por um lado fruto da complexidade intrínseca do tema e, por outro, do influente papel da criatividade na maioria dos domínios de atividade humana. As definições de criatividade diferem, mas têm em comum a ênfase na capacidade do indivíduo para realizar produtos que não sejam apenas de boa qualidade, mas também originais (Sternberg, 2001a).

Apesar de existirem publicações científicas sobre o tema da criatividade antes de 1950, grande parte do crédito sobre o início da investigação é atribuído a Guilford, que num discurso dirigido *à American Psychological Association* na sua tomada de posse como Presidente em 1950, alertou para a importância da criatividade tendo-a classificado como um recurso natural. Mais tarde, em 1956, com a intenção de isolar os vários fatores envolvidos no pensamento, propôs o Modelo de Estrutura do Intelecto, onde fez a diferenciação entre pensamento convergente e divergente, e que constituiu um ponto de viragem no entendimento até então prevalente, distinguindo entre inteligência e criatividade (Esquivel & Peters,1999). O Modelo de Estrutura do Intelecto é uma teoria de processamento de informação que se materializa numa estrutura tridimensional que relaciona conteúdos, operações psicológicas e produtos (Michael, 1999) e nele Guilford avançou com um conjunto de cento e vinte capacidades (posteriormente acrescentou mais trinta e depois disso ainda expandiu a lista para cento e oitenta) com as quais tentava explicar a inteligência e *performance* de um indivíduo. Em 1971, Guilford elegeu oito dessas capacidades que supôs abranger as maiores características da criatividade e, posteriormente, reduziu esse número para cinco: fluência, flexibilidade, redefinição, predisposição para problemas, e originalidade (Michael, 1999).

No Modelo de Estrutura do Intelecto, Guilford introduziu o termo produção divergente, um indicador de criatividade, referente à função psicológica que permite emanar uma grande variedade e quantidade de resultados a partir da mesma informação. Particularmente importantes para esta produção são as capacidades fluência e flexibilidade (Michael, 1999).

Um outro autor de referência no domínio da criatividade é Paul Torrance, que define o pensamento criativo como o processo de nos tornarmos sensíveis aos problemas, lacunas de informação, falta de elementos, desarmonias; fazer suposições e formular hipóteses sobre essas imperfeições; avaliar e testar essas suposições e hipóteses; possivelmente modificá-las, aperfeiçoando-as e voltar a testá-las; e, finalmente, comunicar os resultados obtidos (Torrance, 1988). O mesmo autor entendia a criatividade como um processo natural em que as necessidades humanas estão na base de todos os processos criativos, uma forma de responder construtivamente a situações, ao invés de simplesmente se adaptar a elas; desta forma a criatividade é um atributo observável na realidade quotidiana e não apenas nos restritos altos patamares da criação (Torrance, 1993). E descrevendo a criatividade, Torrance (1992) aponta algumas características pessoais associadas, tais como a tolerância a erros, o prazer pelo próprio trabalho, a coragem para assumir ideias criativas, o gosto pelo desafio ou a persistência.

Este autor contribuiu para o estudo da criatividade, especialmente no domínio da avaliação do pensamento divergente, através do *Torrance Test of Creative Thinking* (TTCT). Não obstante, avaliar a criatividade não era um dos seus objetivos. Estes testes foram idealizados com a intenção de constituírem um instrumento de investigação e para permitirem a personalização do currículo educativo de forma a melhorar o potencial dos estudantes a longo prazo (Kim, 2007). O TTCT é constituído por um conjunto de atividades, que se agrupam em dois tipos de conteúdos distintos: o Verbal e o Figural. Os resultados eram originalmente expressos em quatro domínios: Fluência (número de ideias relevantes), flexibilidade (o número de abordagens diferentes nas resoluções), originalidade (o número de ideias estatisticamente pouco frequentes) e elaboração (o número de detalhes usado na resolução, para além dos que seriam necessários numa resolução básica). As medidas de fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração do TTCT são baseadas nos fatores de pensamento divergente previstos por Guilford no seu Modelo de Estrutura do Intelecto (Kim, 2007). Esta afinidade entre as conceções de criatividade de Torrance e Guilford não é surpreendente, uma vez que ambos consideravam que a criatividade se sustenta no pensamento divergente. Em 1981, Torrance publicou um outro conjunto de testes (*Thinking Creatively in Action and Movement* – TCAM) com o objetivo de medir a fluência, originalidade, e imaginação em crianças dos três aos oito anos (Torrance, 2000). Tanto o TTCT como o TCAM, continuam a ter uma utilização generalizada, porque têm boa fiabilidade, validade comprovada, são fáceis de usar e são neutros relativamente a uma variedade de fatores como sejam o sexo, raça, linguagem e cultura, constituindo-se, por isso, como instrumentos úteis para avaliar a criatividade numa variedade de situações e de idades (Kim, 2007).

1.3.1.1. Pensamento divergente

O pensamento divergente é considerado como um componente da criatividade. A conceção atual de pensamento divergente é baseada no conceito de produção divergente de Guilford, ao qual já fizemos referência. No entanto, não tem exatamente o mesmo sentido, dada a evolução que o conceito sofreu.

Pensamento divergente é hoje entendido como uma abordagem a uma situação ou conceito que consiste na exploração do maior número de aspetos que seja possível. Começando com uma única ideia, uma pessoa dotada de pensamento divergente permite que a sua mente divague em diferentes direções, juntando numerosos pensamentos relacionados com o tema em questão, o que pode resultar em variadas respostas para um só problema. Isto difere do pensamento convergente, muitas vezes conotado com inteligência, no qual várias ideias se juntam para conceber uma só resposta, habitualmente seguindo uma sequência de passos lógicos para chegar a esse intento.

O pensamento divergente é definido como capacidade cognitiva de produzir ideias variadas e numerosas para uma tarefa ou problema (Runco, 1991; Amabile, 1996). A capacidade de pensamento divergente é considerada como um dos mais críticos fatores cognitivos que podem conduzir à criatividade (Amabile, 1996; Plucker & Renzulli, 1999; Plucker et al.,2006) e os testes de pensamento divergente são provavelmente a forma de aferição da criatividade mais usada (por exemplo, Runco, 1993).

1.3.2. Modelos teóricos sobre a criatividade

Na secção seguinte são apresentadas várias perspetivas atuais sobre a criatividade, que foram selecionadas com base na sua aceitação e relevância.

1.3.2.1. A Teoria de Criatividade como Investimento

Sternberg e Lubart (1993) propuseram a Teoria de Criatividade como Investimento denotando uma forma de compreender a natureza da criatividade. Naturalmente, todas as pessoas gostam que outros aceitem as suas ideias, mas uma aceitação universal e imediata para uma ideia geralmente significa que não é particularmente criativa. De acordo com esta teoria, o indivíduo criativo comporta-se como um bom investidor: compra barato e vende alto, no mundo das ideias. Isto é, um criativo gera ideias que inicialmente estão subvalorizadas, frequentemente vistas por outros como bizarras, inúteis, até lunáticas, e por isso sumariamente rejeitadas. A pessoa que propõe estas ideias é muitas vezes vista com desdém. O produto da sua imaginação é rejeitado, porque o inovador se distingue na multidão e desafia as suas convenções, sendo inicialmente difícil reconhecer a sua ideia como um contributo válido e avançado. Seguindo a analogia do investimento, o indivíduo criativo compra em baixa apresentando uma ideia nova e tentando persuadir outras pessoas do seu valor. Depois de conseguir que os outros passem também a acreditar nela, fazendo assim aumentar o valor do investimento, o criativo vende a um preço elevado ao deixar a sua ideia a outros e avança para novos desafios.

A esta visão da criatividade está subjacente a ideia de que a criatividade é uma atitude face à vida, na medida em que o indivíduo criativo encara cada novo problema como um desafio que apenas lhe interessa enquanto os avanços que propõe não são populares.

Os elementos constituintes da criatividade, especificados na teoria de Sternberg e Lubart (1993), são ainda mais reveladores do que o princípio *compra em baixa e vende em alta*. A criatividade é assumida como o resultado da interação combinada entre seis recursos: i) capacidades intelectuais (capacidade sintética para encarar os problemas de perspetivas inovadoras, capacidade analítica para identificar qual das ideias surgidas vale a pena seguir e capacidade prática/contextual para saber como persuadir terceiros do valor das suas ideias); ii) conhecimento; iii) estilos de raciocínio; iv) personalidade (entre outros traços, predisposição para correr riscos sensatos e para superar obstáculos, tolerância à ambiguidade e autoeficácia); v) motivação (intrínseca, focada na tarefa); e, vi) a envolvente (que propicie apoio e estímulo). Sobre a confluência destes seis componentes, os autores alertam para que a criatividade de uma pessoa não é a mera soma dos níveis que patenteia em cada elemento constituinte. Isto porque: i) pode haver limiares mínimos (por exemplo de conhecimento) abaixo dos quais não é possível a criatividade; ii) pode ocorrer compensação parcial de um componente em reação a uma debilidade em outro (por exemplo no binómio motivação/envolvente); e iii) é possível a interação entre componentes (por exemplo entre as capacidades intelectuais e a motivação: altos níveis em ambas pode multiplicar as possibilidades de produção criativa).

Podemos aprofundar a nossa compreensão acerca da conceção de criatividade de Sternberg através da teoria triárquica de inteligência, por si proposta em 1985. Segundo esta teoria, a inteligência compõe-se de três subteorias interrelacionadas: componencial, experiencial e contextual (Sternberg, 1985). Se atendermos especificamente à subteoria experiencial (entre as três é a que aborda a capacidade para resolver problemas novos ou pouco convencionais, fazendo a ligação entre a inteligência e a experiência), verificamos que o autor destaca o conhecimento/perspicácia (ou novidade, capacidade para lidar com situações novas) e automatização (a experiência na realização de tarefas permite desenvolver a capacidade de automatizar a informação). Segundo esta perspetiva, um indivíduo que consegue automatizar eficientemente, conserva recursos mentais que podem ser alocados para lidar com a novidade e, reciprocamente, alguém que consegue eficazmente lidar com a novidade pode aplicar mais recursos intelectuais na automatização (Cohen & Ambrose, 1999). Integrando esta visão com os estudos de K. Anders Ericsson, estas duas componentes parecem distinguir o processo de resolução de problemas entre os *experts* (peritos) e os principiantes (ou aprendizes): os *experts*, através da prática deliberada e da familiarização com processos de resolução de problemas num determinado domínio, são capazes de automatizar o processamento de informação e as estratégias de resolução de problemas nesse domínio, ficando com maior disponibilidade cognitiva para a resolução de situações de maior complexidade.

1.3.2.2. Visão sistémica da criatividade

Ao invés de considerarem a criatividade como um conceito unidimensional constituído apenas por processos mentais, os defensores de uma visão sistémica sobre o tema compreendem a criatividade como a interação de vários domínios: cultural, social e psicológico (Csikszentmihalyi, 1999). Trata-se de uma complexa rede de influências, internas e externas ao indivíduo, que em conjunto contribuem para uma abrangente perceção de criatividade. Uma das mais citadas teorias de sistemas foi proposta por Csikszentmihalyi (1988) e nela o papel da envolvente é mais valorizado do que na maioria das teorias de criatividade. Csikszentmihalyi defende que a criatividade emerge a partir da interação de um sistema composto por três componentes: o domínio, ou corpo de conhecimento que existe numa determinada disciplina numa dada altura; o indivíduo, que adquire conhecimento do domínio e produz mudanças no conhecimento existente; e o campo, constituído por outros especialistas que façam parte da comunidade da disciplina em que o indivíduo trabalha, que decidem que novas ideias nascidas entre as pessoas que trabalham nessa disciplina valem a pena preservar para a próxima geração. Este entendimento tira ênfase aos processos pessoais e contribuições individuais e, pelo contrário, reforça o sentido coletivo da criatividade. A interação entre os três componentes – domínio, indivíduo e campo – deve ser estudada de modo agregado de forma a observar como se relacionam, mas também separadamente, para que se consiga perceber de que forma cada um deles influencia (e é influenciado por) os outros dois. De acordo com esta perspetiva, os três componentes são necessários para que uma ideia, produto, ou descoberta possa acontecer (Csikszentmihalyi, 1988). O mesmo autor (Csikszentmihalyi, 1996) refere que o processo criativo normalmente acontece em cinco fases: preparação, em que o indivíduo fica imerso num assunto que lhe interessa e lhe desperta curiosidade; incubação, quando as ideias são produzidas abaixo do limiar da consciência; visão, o momento “Aha”, quando uma ideia promissora para a resolução do problema irrompe de forma súbita para a consciência; avaliação, que consiste na decisão sobre o seguimento ou não da ideia surgida; e elaboração, que ocorre quando o indivíduo transfere o conhecimento para o seu trabalho final.

1.3.2.3. Perspetiva Interativa da Criatividade

Com os contributos de, entre outros, Mihaly Csikszentmihalyi e de David Feldman, Gardner apresentou em 1993 a sua "Perspetiva Interativa da Criatividade". Nesta perspetiva Gardner define o indivíduo criativo como uma pessoa que regularmente soluciona problemas, cria produtos ou define novas questões num domínio de uma maneira que inicialmente é considerada nova, mas que acaba sendo aceite num determinado ambiente cultural. A noção de que a criatividade envolve a resolução de problemas, bem como a tese de originalidade inicial e posterior aceitação, são ideias amplamente aceites pela comunidade de investigadores desta temática, no entanto, esta definição compreende também partes menos consensuais, como sejam a convicção da especificidade da criatividade a um determinado domínio (e não geral), o requisito da regularidade de criatividade (ao invés de um momento único de inspiração criativa), o realce dado à criação de produtos ou definição de novas questões (e não apenas à resolução de problemas) e a convicção de que a criatividade está sempre sujeita a um julgamento cultural (nada é, ou não, criativo por si só) (Gardner, 1993).

Gardner crê que para melhor compreender a criatividade, devem ser implicados quatro níveis diferentes de análise: subpessoal (onde são estudados aspetos relacionados com a biologia do indivíduo criativo, como sejam a possibilidade da existência de características distintivas na sua genética ou no funcionamento do seu sistema nervoso); pessoal (análise de temas de maior pendor psicológico, por exemplo, estudo dos processos cognitivos do criativo, ou da sua personalidade, motivação, envolvente social, ou aspetos afetivos); impessoal (refere-se ao domínio e à época onde é revelada a criatividade, uma vez que, segundo Gardner, ninguém pode ser criativo em abstrato); e multipessoal (que contempla os outros indivíduos e instituições que sancionam e avaliam as contribuições surgidas) (Gardner, 1993).

Consequentemente e para além de questões de natureza biológica – que não cabem no âmbito do nosso trabalho, Gardner considera três elementos que são centrais em qualquer consideração de criatividade: o talento individual ou a pessoa, o domínio ou a disciplina em que o indivíduo está a trabalhar e o campo circundante que faz julgamentos acerca da qualidade dos indivíduos e produtos – notamos a convergência entre esta opinião e a de Csikszentmihalyi (já apresentada neste texto).

1.3.2.4. Teoria Componencial de Criatividade

A teoria componencial de criatividade (Amabile, 2013) é um modelo abrangente dos componentes psicológicos e sociais necessários para que um indivíduo produza trabalho criativo. É fundamentada na definição de criatividade como a produção de ideias ou resultados que são, em simultâneo, originais e apropriados para um determinado fim. Segundo esta teoria, quatro componentes são necessários para uma resposta criativa: três deles do próprio indivíduo – habilidades relevantes num determinado domínio, processos criativos relevantes, e motivação intrínseca para a tarefa – e um componente exterior ao indivíduo – a envolvente social na qual o indivíduo trabalha.

As habilidades relevantes num determinado domínio incluem conhecimentos, perícia, capacidade técnica, inteligência e talento no domínio particular em que o indivíduo está a trabalhar. Estas habilidades constituem a matéria-prima a que o indivíduo pode recorrer durante o processo criativo. Os processos criativos relevantes incluem o estilo cognitivo e as características da personalidade propícios ao trabalho independente, a aceitação de riscos e o emprego de novas perspetivas sobre problemas, bem como um estilo disciplinado de trabalho e capacidade de geração de ideias. A motivação intrínseca para a tarefa é encarada como uma paixão: a motivação para empreender uma tarefa ou resolver um problema porque é interessante, envolvente, um desafio pessoal - em vez de fazê-lo em consequência de outro tipo de recompensas, de natureza extrínseca. A envolvente social do indivíduo é também, segundo a autora, importante, pois o ambiente onde o indivíduo trabalha pode constituir-se como um obstáculo ou como um estímulo para a produção criativa. Se for concedida autonomia ao indivíduo para realizar a tarefa, ou supervisores que encorajem o desenvolvimento de novas ideias e que forneçam adequado reconhecimento do trabalho criativo, isso será um estímulo para a produção criativa (Amabile, 2013).

Este modelo é a mais recente evolução da teoria componencial da criatividade apresentada originalmente por Amabile em 1983, e que está sujeita a dois pressupostos: o primeiro, da existência de um contínuo de criatividade desde os baixos graus de criatividade da vida quotidiana até aos mais altos níveis científicos, da arte, ou da invenção; o segundo, que há criatividade no trabalho de todos os indivíduos. Notamos que estes pressupostos estão em linha com a visão de Torrance sobre a natureza da criatividade.

1.3.2.5. Modelo dos Quatro C's

Ocasionalmente, na nossa vida quotidiana, deparamo-nos com circunstâncias problemáticas que, se as queremos solucionar, precisamos de alguma dose de engenho e criatividade. Por outro lado, os grandes génios, quer sejam os autores de obras de arte que maravilham a humanidade, ou os cientistas que alargam as fronteiras do conhecimento, são também admirados pela sua criatividade. Assim, podemos distinguir entre diversos graus de criatividade. Tradicionalmente, a criatividade que qualquer pessoa usa no seu dia-a-dia é designada pelos investigadores por pequena-c (*little-c,* em inglês), e a criatividade eminente que conduz às obras que podem perdurar indefinidamente, é denominada por Grande-C (B*ig-C*, em inglês).

No entanto, Kaufman e Beghetto (2009), embora reconhecendo que a distinção entre pequena-c e Grande-C é válida, pois respeita a dois tipos de criatividade importantes, consideram que esta dicotomia tem dificultado estudos de criatividade de natureza intrapessoal, pelo que avançaram com uma terceira categoria a que chamaram mini-c. Com esta inclusão, procuraram travar o amontoamento de formas de criatividade corrente na categoria pequena-c, distinguindo desta forma entre a génese da expressão criativa (mini-c) e tipos de criatividade um pouco mais avançados (pequeno-c). Na opinião dos mesmos autores, os rasgos criativos de compreensão e interpretação de um estudante durante a aprendizagem de um novo conceito, devem ser classificados como mini-c, a categoria indicada para acomodar a criatividade inerente ao processo de aprendizagem. Desta forma, a inclusão da categoria mini-c, ajuda a criar um nível de especificidade necessário para acolher a criatividade intrapessoal (note-se que, ao invés, a ênfase do pequeno-c é na expressão criativa), e valoriza o papel da criatividade na aprendizagem, uma vez que as construções mentais que (ainda) não são expressas de forma tangível, podem ainda ser consideradas altamente criativas (Kaufman & Beghetto, 2009). Com isto, os autores não pretendem afirmar que a criatividade mini-c é destinada apenas a estudantes, mas antes representa as interpretações criativas iniciais de qualquer indivíduo, que mais tarde se podem manifestar e reconhecer como criativas.

Da mesma forma que Kaufman e Beghetto (2009) consideraram importante evitar o excessivo aglomerado de formas de criatividade em pequeno-c, e portanto criaram um nível anterior (mini-c), notaram também a mesma necessidade em relação ao Grande-C, pelo que propuseram uma nova categoria, a que chamaram Pro-c. Observaram que para aceder à criatividade Grande-C é frequentemente necessário muito tempo, muitas vezes décadas, até que se perceba o impacto do seu trabalho e, por vezes, só após a morte da pessoa é que o seu trabalho é reconhecido. Mas, assim sendo, como categorizar a criatividade em desenvolvimento e os progressos obtidos com esforço que vão além do pequeno-c, mas que ainda não atingiram o Grande-C? Para obstar a esta dificuldade, Kaufman e Beghetto (2009) incluíram a categoria de criatividade Pro-c, onde as pessoas que atingiram um nível de proficiência profissional em qualquer domínio criativo estão incluídas. Esclarecem que nem todas as pessoas que trabalham num ramo criativo atingem necessariamente estatuto de Pro-c, e que, ao contrário, há casos de artistas "amadores" que são criativos ao nível Pro-c. Nesta categoria incluem muitos dos profissionais com anos de experiência, deixando o Grande-C reservado para uma elite pouco numerosa, dos profissionais que revolucionaram o seu domínio, com claras realizações de criatividade grandiosa, vencedores dos mais prestigiados prémios e distinções existentes.

Para os mesmos autores, o grande diferencial previamente existente entre os níveis pequeno-c e Grande-C, não apenas desconsiderava os florescentes criativos, como não permitia verdadeiramente reconhecer contribuições criativas profissionais e sólidas. Pois, da mesma forma que os critérios para pequeno-c eram demasiado rigorosos para os trabalhos de nível mini-c, eram também pouco exigentes para contribuições de nível Pro-c, pelo que propuseram a conceptualização aqui apresentada, a que chamaram "Modelo Quatro C" (Kaufman & Beghetto, 2009), que permite atender a diferentes transições de nível e gradações de criatividade.

Em suma, a criatividade é um conceito de tal forma multifacetado que levou investigadores a referir-se a ela como complexo de criatividade (Albert & Runco, 1989). Não há concordância universal sobre o que a criatividade realmente é (Wallace, 1986), contudo, apesar de algumas diferenças pontuais, nomeadamente na ênfase dada a cada componente ou nos mecanismos propostos, não se pode considerar que as diversas teorias da criatividade divirjam em aspetos essenciais, registando-se muito mais afinidades do que discordâncias. Na essência destas teorias está a ideia de que a criatividade se define como uma combinação entre originalidade e adequação ao assunto em causa. A maioria das teorias descreve o processo a partir do qual o indivíduo produz ideias criativas, quase todas incluem elementos de proficiência e de motivação, e algumas contemplam a envolvente social (Amabile, 2013).

1.3.3. Criatividade em Matemática

Há diferenças entre criatividade geral e criatividade específica. Enquanto a primeira é frequentemente vista como a capacidade de resolver problemas de uma determinada área recorrendo a padrões de resolução de problemas de outra, a criatividade específica reporta-se à criatividade num campo particular tendo em conta as características próprias desse campo (Leikin, 2009). O nosso foco de interesse é a criatividade específica na Matemática. À semelhança do que acontece na criatividade geral, também no âmbito da criatividade matemática é sentida a ausência de uma definição precisa e globalmente aceite (Haylock, 1987; Mann, 2006; Sriraman, 2004), acrescendo que a literatura consagrada à criatividade matemática é relativamente escassa (Sriraman, 2004).

Vejamos o entendimento de alguns investigadores sobre a criatividade matemática, começando com as perspetivas de dois matemáticos franceses, Poincaré e Hadamard, que no século passado se interessaram pela forma como são concebidas as novas ideias nesta disciplina, e prosseguindo depois com referências a conceções mais recentes.

1.3.3.1. As primeiras abordagens – Poincaré e Hadamard

No início do século XX, o célebre matemático francês Henri Poincaré acreditava que a descoberta em Matemática resulta da combinação de ideias e afirmou que, embora existam muitas formas de associar as ideias, apenas algumas destas combinações são úteis. No processo inconsciente de encontrar as combinações úteis, muitas são construídas. Posteriormente dá-se a escolha entre as que têm préstimo e as outras, emergindo conscientemente apenas as que são úteis (Poincaré, 1908). Segundo esta conceção, o aspeto fundamental da criatividade matemática é, pois, a aptidão para escolher. Tentando explicar a sua própria experiência de invenção Matemática, Poincaré e, posteriormente, o seu compatriota Hadamard, curiosos acerca dos mecanismos por detrás da criação Matemática, propuseram um modelo que procurava descrever como surgia uma nova ideia nesta disciplina. Este modelo, que é consistente com o modelo de criatividade em quatro fases de Wallas (1926) cit. in Morais (2001), assentava em quatro fases: preparação, consistindo num duro trabalho consciente inicial de procura da solução para um determinado problema, habitualmente recorrendo à lógica, a diferentes estratégias e ao raciocínio; incubação, que ocorre quando o problema não foi ainda resolvido, e refere-se ao período durante o qual o problema é posto de lado enquanto a mente é ocupada com outras coisas; iluminação, o momento em que a solução surge subitamente, muitas vezes de forma inesperada; e verificação, em que o investigador confirma a exatidão da solução encontrada e formaliza os resultados (Poincaré, 1908; Hadamard, 1954).

1.3.3.2. A perspetiva de G. Ervynck

Para Ervynck (1991), a criatividade matemática é uma das características do raciocínio matemático avançado e define-a como a capacidade para resolver problemas e/ou para desenvolver pensamento estrutural, tendo em consideração a natureza logico-dedutiva da Matemática. Afirma que a criatividade matemática geralmente ocorre sequencialmente pela ordem: estudo prévio, intuição, imaginação e inspiração, culminando nos resultados. Para Ervynck, é o esforço envolvido no estudo necessário à familiarização com o assunto em causa que estabelece as estruturas conceptuais que contêm o potencial para a criatividade matemática, e a intuição é perspetivada como o produto da ação destas estruturas conceptuais na matéria recém-adquirida. E por ação da reflexão sobre a estrutura da matéria em apreço, essas intuições podem levar à imaginação e inspiração que, por sua vez, conduzem aos resultados. O mesmo autor refere que a criatividade matemática se manifesta em três etapas de desenvolvimento: a primeira (etapa zero) é referida como etapa preliminar e técnica, que consiste na aplicação de regras e procedimentos matemáticos, sem que haja perceção dos fundamentos teóricos; a etapa um é apelidada de atividade algorítmica e compreende a aplicação de técnicas matemáticas tais como o emprego de algoritmos; por fim, a terceira etapa (etapa dois) denominada de atividade de criatividade (conceptual, construtiva), e é nesta etapa que ocorre a verdadeira criatividade matemática que consiste na tomada de decisões não algorítmicas.

Ervynck dá como exemplos de criatividade matemática a capacidade de formular uma definição relevante, recorrendo a conceitos que garantam a utilidade do objeto definido numa teoria subsequente, e a matematização de ideias a partir de um contexto real. Ou seja, para este autor a criatividade matemática é essencialmente a capacidade para criar objetos matemáticos, em conjunto com a descoberta de relações entre eles.

Note-se a semelhança de descrições de criatividade matemática, entre a apresentada por Ervynck e as de Poincaré e Hadamard. Em particular a expressão "tomada de decisões não algorítmicas" é similar à metáfora da "escolha" de Poincaré. Por outro lado, se pensarmos nas categorias de criatividade propostas por Torrance (fluência, flexibilidade e originalidade), as etapas de desenvolvimento avançadas por Ervynck parecem referir-se apenas a níveis diferentes de originalidade.

1.3.3.3. A perspetiva de B. Sriraman

Em partilha de reflexões sobre a criatividade matemática com Liljedahl, Sriraman sugeriu que criatividade matemática ao nível profissional pode ser definida como a capacidade para produzir trabalho original que faça aumentar o corpo do conhecimento existente e que desvende novas questões para outros matemáticos (Liljddahl & Sriraman, 2006). Pensando que esta definição de criatividade matemática, baseada nos conceitos de originalidade e utilidade, não é aplicável à generalidade dos estudantes desta disciplina e que a criatividade matemática não é uma faculdade exclusiva de matemáticos profissionais, mas que pode também sobrevir em jovens trabalhando em Matemática escolar, Liljedahl considerou que, em vez de uma definição absoluta, seria importante ter uma definição que contemplasse o caso dos estudantes.

Refira-se que esta necessidade de atender também à criatividade matemática na escola já havia sido notada por Hadamard (1954, p. 104) ao afirmar: "Entre o trabalho de um estudante que tenta resolver um problema em geometria ou álgebra e um trabalho de criação, podemos afirmar que há apenas uma diferença de grau, uma diferença de nível, ambos os trabalhos são de uma natureza similar". Concordando com o comentário, Sriraman avançou com uma proposta de definição de criatividade matemática para o nível escolar: o processo que resulta em resoluções invulgares de problemas e/ou a formulação de novas questões que possibilitem que um problema conhecido seja visto de outro ângulo (Liljddahl & Sriraman, 2006). Notamos que a distinção entre a criatividade matemática dos peritos e a que emerge em contexto escolar, é consistente com o modelo quatro C, proposto por Kaufman e Beghetto (2009) e a que já fizemos referência. Usando as categorias expressas nesse modelo, a criatividade matemática escolar é denominada mini-c, ao passo que a dos peritos é referenciada como Pro-c ou, nos casos mais eminentes, como Grande-C.

Apesar do tempo decorrido desde a proposta de explicação para a invenção Matemática em quatro fases apresentada por Poincaré e Hadamard - preparação, incubação, iluminação, verificação - (Poincaré, 1908; Hadamard, 1954), Sriraman (2004), na sequência de uma investigação empírica qualitativa em que entrevistou um grupo de matemáticos profissionais de excelência procurando saber como produziam Matemática, constatou que o velho modelo das quatro fases é ainda aplicável para explicar a criação de nova Matemática. No mesmo estudo mas noutra perspetiva, Sriraman constatou que, por um lado, todos os entrevistados atribuem grande importância à rede de interação social como estímulo ao trabalho criativo, por outro, há também lugar ao trabalho individual de preparação para a investigação de um novo tópico, por exemplo, lendo a literatura existente. Desta forma, os processos destes matemáticos confirmam também a visão sistémica sobre a criatividade que, recordamos, a considera como um processo dinâmico que envolve a interação entre o indivíduo, domínio e o campo (Csikszentmihalyi, 1999).

Em suma, é pertinente sublinhar que em contexto profissional a experiência de criação Matemática pode ser explicada com recurso a variados modelos, apesar da notada ausência de uma definição precisa para o conceito de criatividade matemática. Obviamente a criatividade matemática na escola difere da dos matemáticos profissionais. Ao nível escolar, a criatividade matemática é considerada em relação com as experiências anteriores dos estudante e ao desempenho de outros estudantes com mesmo nível de escolaridade (Leikin, 2009). Está ligada e é influenciada pela capacidade, afeto e confiança, inteligência, estilo cognitivo, e o ambiente na sala de aula (Sriraman, Haavold & Lee, 2013).

Capítulo 2: Metodologia

A revisão de literatura apresentada no capítulo anterior permitiu distinguir entre várias conceções teóricas sobre a excelência. E a esta diversidade de visões corresponde uma diversidade de formas de a estudar, que naturalmente também é função dos objetivos, questões e contextos de investigação. Neste capítulo, expomos as nossas opções metodológicas, começando por apresentar os objetivos e perguntas de investigação, seguidos da explicação sobre a metodologia usada, quem participou no estudo empírico, e a que instrumentos de recolha de dados recorremos.

2.1 Objetivos e perguntas de investigação

A presente investigação, a desenvolver com estudantes do Ensino Superior, centra-se na excelência académica em Matemática. O problema de investigação, prende-se com o atual desconhecimento sobre o conjunto de perceções, processos, dinâmicas, acontecimentos marcantes e circunstâncias que culminaram no desempenho excelente em Matemática. Assim, ambicionamos perceber que fatores ambientais estão implicados na excelência e de que características pessoais são dotados os melhores alunos desta disciplina. É também nosso objetivo conhecer as capacidades criativas em Matemática desses alunos.

Falando dos objetivos específicos que estabelecemos quando decidimos levar a cabo este trabalho, eles dividem-se em dois âmbitos.

Um objetivo de índole teórica que pode ser formulado deste modo:

- Contribuir para o aglomerado de literatura existente, concebendo um modelo para o estudo da excelência em Matemática.

Por outro lado, uma vez que não conhecemos qualquer estudo sobre a excelência em Matemática entre estudantes do ensino superior português, numa dimensão mais pragmática, ambicionamos obter respostas para as seguintes perguntas de investigação:

- Quais são os elementos constituintes da excelência matemática dos estudantes portugueses?
- Quais são os elementos constituintes da excelência matemática, segundo a opinião baseada na experiência pessoal, de excelentes estudantes de Matemática?

- Os excelentes alunos de Matemática são também criativos nesta disciplina?

O que prendemos levar a cabo é um estudo misto, que pode ser descrito como múltiplos estudos de caso de carácter interpretativo, pois procura-se compreender o fenómeno excelência em Matemática tal como ele é encarado pelos alunos capazes de o evidenciar. Perseguimos uma perspetiva integradora e culturalista, que interprete o desenvolvimento de uma pessoa num determinado contexto e que o relacione com o seu desenvolvimento afetivo e com a sua personalidade (Medrano & Cortés, 2007), tendo igualmente em conta as variáveis metacognitivas do indivíduo.

2.2 Descrição da metodologia "histórias de vida"

O nosso propósito é contribuir para a compreensão do fenómeno excelência na Matemática, mas como existem diversos fatores implicados, torna-se necessário o recurso a ferramentas de recolha de dados que possibilitem a integração de todos eles. Acresce que optámos por dar à perspetiva do próprio aluno excelente papel de destaque. Nesta perspetiva, o recurso à metodologia conhecida por histórias de vida surgiu naturalmente, pois trata-se de um instrumento que dá voz ao próprio informante e que permite a incorporação de várias fontes (no nosso caso, entrevistas e questionários) de forma a comtemplar diversas variáveis.

A metodologia conhecida por histórias de vida é um dos métodos de investigação biográfica. Em investigação biográfica recorre-se a várias fontes empíricas (narrativas de vida, histórias orais, documentos - oficiais e pessoais -, vídeos, fotos, etc.) e técnicas (triangulação de informação e aprofundada análise das fontes) (Abrahão, 2012). Histórias de vida é a (re)construção realizada pelo investigador, através da análise das fontes empíricas, que evidenciam o testemunho subjetivo de uma pessoa acerca dos acontecimentos da sua própria existência e a perceção que o sujeito tem dela (Abrahão, 2012; Cortés & Medrano, 2007). As histórias de vida vão além de meros relatos de vida narrados por quem a vivenciou, uma vez que podem ser complementados com outra informação ou documentação (Cortés & Medrano, 2007). Possibilitam também uma visão multidimensional do desenvolvimento da pessoa, já que nos informam acerca dos aspetos da sua personalidade e da influência de variáveis contextuais. Foi, por isso, considerada uma ferramenta eficaz para investigar o que se deseja compreender. E o que pretendemos é aceder a um tipo de perspetiva e de experiência "desde dentro", dotada de sentido e de relevância uma vez que é proveniente de quem a vivenciou. Assim, ao expor a sua própria história de vida, o informante permite ao investigador compreender como as variáveis afetivas ou pessoais se combinam para formar o estudante que ele é.

Vejamos o que entendem alguns autores sobre este método: A narração de uma história derivada da experiência vivida é uma forma potencialmente idónea de obter dados ricos e autênticos (Pruaño, Cano & Soriano, 2009). Na história de vida narra-se a trajetória de vida pessoal e profissional, com as múltiplas experiências que balizaram e configuraram o itinerário de vida (Bolívar, 2007). Uma investigação em histórias de vida é sobre perceber a verdadeira natureza da condição humana através da compreensão das experiências dos seres humanos, é sobre compreender uma situação, profissão, condição ou instituição através do conhecimento de como se conduzem, comunicam e trabalham num contexto particular, é sobre compreender a relação, a interação complexa, entre a vida e o contexto, o eu e o lugar, é sobre compreender as complexidades das decisões quotidianas de uma pessoa e as suas consequências de forma entender melhor as experiências coletivas (Cole & Knowles, 2001). As histórias de vida facultam-nos uma visão multidimensional do desenvolvimento da pessoa, já que nos informam acerca dos aspetos da sua personalidade e variáveis contextuais que sempre estão presentes na explicação das nossas experiências (Aierbe, Cortés & Córboda, 2007). Kouritzin (2000) sustenta que a análise da forma e do conteúdo de histórias de vida permite uma maior compreensão da aptidão, motivação, ansiedade, personalidade, autoestima, empatia, estilo cognitivo e estratégias de aprendizagem.

Importa alertar que a designação histórias de vida pode ser enganadora porque sugere que a história abrange todo o tempo de uma vida, mas não é necessariamente assim pois pode centrar-se numa janela temporal particular, acontecimento, ou foco (Kouritzin, 2000). No caso da nossa investigação, iremos naturalmente privilegiar os aspetos que possam ter relação com o desempenho escolar em Matemática, sendo esse o nosso único interesse.

Qualquer que fosse a metodologia escolhida, nunca seria imune a dificuldades e problemas, e apesar de todas as virtudes apresentadas, também as histórias de vida estão sujeitas a potenciais armadilhas. Para tentar obstar a estes perigos, tentámos assegurar a validade (interna e externa) e fiabilidade da investigação. No que concerne à primeira, as nossas preocupações vão para a validade interna, isto é, assegurar a coerência entre as conclusões do estudo e a realidade, e com este fim recorremos à triangulação de técnicas de recolha de dados fazendo uso de uma entrevista e também de um inquérito; a validade externa, ligada à generalização de resultados, no caso de histórias de vida, tratando-se de trajetórias individuais, é muito questionável se podem ser generalizáveis (Coutinho & Chaves, 2002; Cortés & Medrano, 2007) e não foi nosso objetivo. No que concerne à fiabilidade da investigação, isto é, assegurar que se fossem repetidos os procedimentos de recolha de dados, os resultados seriam sensivelmente os mesmos, foi essencial a relação que se estabeleceu entre o investigador e o investigado, em especial na entrevista, num ambiente descontraído, mas de confiança e responsabilidade.

Quando nos propomos ouvir uma pessoa contar a sua história de vida, não podemos garantir que o relato feito corresponde fielmente à realidade passada, não porque o entrevistado tenha o propósito malévolo de nos dissimular os acontecimentos tal como ocorreram, mas sim porque ele próprio os apreendeu desta forma, interpretando-os e atribuindo-lhe um significado subjetivo. No entanto, isto não constitui um impedimento à investigação com recurso a histórias de vida, pelo contrário, é uma vantagem: Medrano & Cortés (2007) afirmam que na compreensão dos aspetos psicológicos do desenvolvimento, é mais relevante entender a interpretação que a pessoa realiza da sua própria experiência, que possuir informação objetiva sobre a mesma. O enfoque narrativo através de histórias de vida encara o "facto" como secundário face à construção conjunta da interpretação individual, dando ênfase à ação combinada entre o entrevistador e o entrevistado na estruturação da realidade (Roberts, 2002). Kouritzin (2000) também sustenta esta tese pois afirma que a investigação através de histórias de vida se focaliza no entendimento do indivíduo acerca dos acontecimentos que tiveram um impacto significativo no seu desenvolvimento. Por outras palavras, a verdade que os participantes contam pode ser diferente daquilo que realmente aconteceu nas suas vidas mas, não obstante, tem efeito nas suas atitudes e ações (Measor & Sikes, 1992).

2.3 Participantes

Dado que a nossa intenção sempre foi melhorar o conhecimento sobre os melhores alunos de Matemática do ensino superior português, era essencial garantir que os participantes do estudo empírico que empreendemos fossem excelentes alunos desta disciplina. Mas a fronteira entre desempenho acima da média e excelência, tem sido colocada em pontos muito diversos ao longo do *continuum* de resultados. Depois de equacionarmos várias possibilidades de seleção de excelentes estudantes de Matemática, a escolha recaiu sobre alunos que, consistentemente, obtivessem excelentes resultados em disciplinas universitárias desta disciplina. Para tal, foram estudadas as pautas das classificações de uma universidade pública portuguesa, e escolhidos alunos que obtiveram pelo menos dezassete valores em pelo menos duas disciplinas de Matemática do primeiro ano universitário. Importa clarificar que não foi preocupação nossa contar especificamente com alunos de cursos superiores de Matemática, mas antes, com excelentes alunos de Matemática, independentemente dos cursos que frequentassem. Depois de contactados os alunos que satisfaziam os requisitos classificativos que estabelecemos, quatro desses alunos aceitaram participar na nossa investigação. Para garantir o anonimato dos participantes, foi atribuído a cada entrevistado um código só conhecido pelo investigador, pelo que, doravante serão designados por A, B, C e D.

A seguir, no Quadro 2.1, indicamos algumas das características destes quatro estudantes.

	Sexo	Curso	Idade

Estudante A	Feminino	Engenharia de Computadores e Telemática	20
Estudante B	Feminino	Matemática	41
Estudante C	Masculino	Matemática	20
Estudante D	Masculino	Engenharia Civil	20

Quadro 2.1. Algumas características dos quatro estudantes que participaram no estudo empírico que realizámos

Para fundamentar a escolha desses quatro estudantes, apresentamos no Quadro 2.2, as classificações que obtiveram em exames duas disciplinas universitárias de Matemática.

	Análise Matemática I	Análise Matemática II	Cálculo I	Cálculo II
Estudante A	17	18	---	---
Estudante B	18	19	---	---
Estudante C	18	19	---	---
Estudante D	---	---	17	17

Quadro 2.2. Classificações obtidas pelos quatro estudantes nos exames de duas disciplinas de Matemática do primeiro ano universitário

Devemos esclarecer que os estudantes A, B e C frequentam cursos em cujos currículos constam as disciplinas de Análise Matemática I e II, mas não Cálculo I e II. Ao contrário, o curso frequentado pelo estudante D, não tem as disciplinas de análise, mas conta com Cálculo I e II no currículo. É ainda apropriado informar que os quatro participantes frequentaram as respetivas disciplinas no ano letivo 2010/2011.

De forma a podermos comparar os resultados dos quatro estudantes com os dos seus pares, a seguir apresentamos, no Quadro 2.3, algumas informações relativas às classificações dos exames que realizaram e em que obtiveram os resultados acima mencionados.

	Análise Matemática I	Análise Matemática II	Cálculo I	Cálculo II
Número de alunos que realizaram o exame e não desistiram	226	195	283	497
Nota mínima	0	1	6	0

Nota máxima	18	19	18	19
Média das classificações	8,9	10,5	10,1	10,8
Desvio-padrão das classificações	3,2	3,8	2,3	3,5

Quadro 2.3. Panorama global do desempenho de todos os alunos que realizaram os mesmos exames que os quatro participantes

Ao compararmos as classificações obtidas pelos quatros participantes com os resultados globais, é notório o ótimo aproveitamento que alcançaram. Este facto torna-se mais evidente se atendermos à percentagem de classificações inferiores à que cada um dos participantes obteve em cada exame, isto é, ao percentil de cada classificação. Estes percentis estão expressos no Quadro 2.4..

	Análise Matemática I	Análise Matemática II	Cálculo I	Cálculo II
Estudante A	99	98	---	---
Estudante B	99,4	99	---	---
Estudante C	99,4	99	---	---
Estudante D	---	---	99,5	97

Quadro 2.4. Percentis das classificações obtidas pelos quatro participantes nos exames que realizaram

Desta forma, adotando uma perspetiva relativa da excelência (como a que seguimos neste trabalho), o facto de, em Matemática, os quatro participantes obterem melhores resultados do que a generalidade dos seus pares, assegura a sua excelência nesta disciplina.

2.4 Instrumentos

Em concreto, tendo como objeto de estudo estudantes que demonstram um desempenho em Matemática ao nível da excelência, e tendo como finalidade o conhecimento profundo dos elementos constituintes da excelência, realizámos entrevistas e aplicámos questionários aos alunos que participaram no nosso estudo empírico. Com o objetivo de observar a criatividade destes alunos, pedimos-lhes também que resolvessem algumas tarefas Matemáticas. Em seguida, descreveremos cada um destes instrumentos de recolha de informação.

2.4.1. Entrevista

Com a entrevista, de natureza semiestruturada, procurámos conhecer a conglomeração de condições e influências contextuais, bem como discernir as características pessoais de cada participante que permitiram o excelente desempenho em Matemática. Para tal, elaborámos um guião de entrevista (ver anexo 4) com perguntas maioritariamente idealizadas por nós, mas que inclui também algumas originárias na literatura existente.

Os participantes responderam oralmente às entrevistas, que foram áudio e vídeo gravadas e posteriormente transcritas, garantindo ao longo de todo o processo a impossibilidade de identificação dos quatro participantes. Em média, cada entrevista teve uma duração aproximada de setenta e cinco minutos, tendo sido realizadas entre novembro de 2012 e janeiro de 2013. Os quatro participantes foram entrevistados individualmente pelo investigador na Universidade onde estudam ou nas suas residências, com horários previamente acordados, da forma que cada um considerou mais conveniente para si.

Depois as entrevistas foram sujeitas a uma análise de conteúdo, que de acordo com Bardin (2004, p.33), "aparece como um conjunto de técnicas de análise das comunicações, que utiliza procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens".
O mesmo autor realça que a base da análise de conteúdo está na articulação entre a superfície dos textos (descrita e analisada) e os fatores que determinaram estas características, deduzidos logicamente. Defende também que "[a] leitura efetuada pelo analista do conteúdo das comunicações não é, ou não é unicamente, uma leitura «à letra», mas antes o realçar de um sentido que se encontra em segundo plano" (Bardin, 2004, p. 36).
Uma etapa fundamental da análise de conteúdo consiste na elaboração de categorias e subcategorias. Quanto às categorias e subcategorias, o referido autor afirma que:

> A categorização é uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação e, seguidamente, por reagrupamento segundo o género (analogia), com os critérios previamente definidos. As categorias são rubricas ou classes, que reúnem um grupo de elementos (unidades de registo, no caso da análise de conteúdo) sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres comuns destes elementos (Bardin, 2004, p. 111).

Assim, para que este processo seja eficaz, importa que o sistema de codificação, segundo Lessard-Hébert, Goyette, & Boutin (2005, p.25), "capte a informação importante dos dados a codificar" e que possibilite "recolher informação útil para descrever e compreender o fenómeno que se estuda".

Importa ainda referir que a análise de conteúdo pode ter como base um sistema de categorias existente ou um sistema de categorias que emerge da classificação analógica e progressiva dos elementos (Bardin, 2004). Também como referem Carmo e Ferreira (1998, p. 225), "a definição das categorias pode ser feita a *priori* ou a *posteriori*". Na presente investigação, a análise de conteúdo partiu de um procedimento *misto*, *a priori* e a *posteriori*, ou seja, foi com base na revisão da literatura efetuada e nos objetivos de investigação elaborados, que algumas categorias de análise foram previamente definidas e outras emergiram no decorrer da análise das entrevistas.

Concretizando esta abordagem para o caso presente, seguidamente indicamos as categorias e respetivas subcategorias que considerámos na análise de cada parte da entrevista, bem como o que ambicionávamos saber com cada parte.

Assim, com a primeira parte da entrevista procurámos conhecer os primórdios da relação do participante com a Matemática, de forma a iniciar a abordagem geral ao seu percurso. Houve ainda um outro propósito com esta parte introdutória, que foi o de situar a entrevista num espaço temporal já distante, de forma a promover o à-vontade entre o investigador e o entrevistado. Seguidamente, foi abordado o percurso formativo do entrevistado, com o objetivo de explorar a existência de experiências significativas relevantes. Para a análise destas duas partes da entrevista (as primeiras) foram consideradas duas categorias de análise, a primeira, "Percurso do Participante e relação com a Matemática" e as subcategorias: i) Início do contacto e gosto pela disciplina; ii) Motivos do gosto pela disciplina; iii) Dificuldades encontradas no percurso; e iv) Estratégias para superar as dificuldades. E uma segunda categoria designada por "Experiências significativas ao longo do percurso formativo" que inclui a subcategoria oportunidades de desenvolvimento dos interesses (circunstâncias e acontecimentos).

Depois foram colocadas questões relacionadas com o desempenho atual e com aspetos motivacionais, procurando conhecer particularidades associadas a estratégias de autorregulação, de prática deliberada, de autoconceito e de predisposição para o esforço, entre outras. E aqui foram observadas sete categorias de análise. As primeiras foram "Local de estudo" e "Organização e gestão do tempo". A terceira, designada por "Estratégias de estudo e aprendizagem", e as respetivas subcategorias: i) Estratégias cognitivas; e ii) Estratégias Metacognitivas. A quarta categoria, "Autoconceito", com a subcategoria autoconfiança. A quinta, "Atribuições ao sucesso e ao fracasso", e a respetiva subcategoria fatores internos e/ou externos. A sexta categoria denominada "Motivação", e a subcategoria intrínseca e/ou extrínseca. E, por fim, a última categoria a emergir desta parte da entrevista, "Predisposição para o esforço e tolerância à frustração".

No seguimento da entrevista, os participantes foram inquiridos sobre aspetos contextuais, primeiramente acerca da sua família e depois sobre outras particularidades relevantes da sua envolvente. Nesta secção da entrevista foram analisadas duas categorias, que designámos por

"Infância e adolescência" e "outros agentes e circunstâncias". A primeira delas inclui as subcategorias: i) Com quem vivia; ii) Profissão dos pais; iii) Atitude dos pais perante o estudo, a aprendizagem e a escola; iv) Apoio no estudo / Organização do estudo; Influência familiar no gosto pela Matemática; e v) Participação em atividades. E a segunda categoria compreende: i) Colegas / Amigos (Influência no percurso escolar); ii) Participação em clubes ou associações; iii) Ocupação dos tempos livres; iv) Professores de Matemática (Influência no percurso escolar); e v) Outros agentes com impacto positivo ou negativo.

Depois, foram feitas perguntas sobre o envolvimento na tarefa, com o intento de explorar especificidades associadas à resolução de problemas e ao processo de preparação e realização de uma prova de Matemática. Na análise desta parte da entrevista foram consideradas duas categorias. A primeira, "Envolvimento na tarefa", com as subcategorias: i) Garantia de um bom desempenho; ii) Tipo de objetivos atuais e futuros (de aprendizagem ou de resultados); iii) Capacidade de concentração / atenção; iv) Ansiedade e *stress* (quando os objetivos não são atingidos) e Impacto da ansiedade (negativo ou positivo); e, v) Fatores de satisfação. À segunda categoria a que atendemos na análise desta parte da entrevista chamámos "Pressões sentidas ao longo do percurso escolar e reações", e inclui as subcategorias: i) Familiar e outros; e ii) Reações às pressões.

E finalmente, na última parte da entrevista foram exploradas as características pessoais do participante, procurando singularidades a nível da personalidade, curiosidade, entre outros aspetos. Aqui foi observada a categoria "Características e qualidades evidenciadas", bem como as subcategorias: i) No estudo; ii) Diferenciação relativamente aos colegas; e iii) Em outros contextos.

Resta-nos ainda referir dois princípios que foram considerados na análise de conteúdo efetuada: o princípio da exclusão mútua que, segundo Bardin (2004), se baseia no pressuposto de que cada elemento de análise se encontra codificado apenas em uma categoria; e o princípio da homogeneidade, em que cada um dos conjuntos categoriais só funciona com "um registo e com uma dimensão de análise" (p. 120).

2.4.2. Questionário

A influência que a atitude dos estudantes face a uma disciplina desempenha na sua aprendizagem é conhecida por todos os professores. Se um aluno tem sentimentos positivos acerca de uma disciplina, torna-se mais fácil a sua aprendizagem. Se, pelo contrário, tem uma atitude negativa face, por exemplo, à Matemática, isso tem reflexo na aprendizagem da mesma.

Em Portugal, os estudos sobre a atitude dos estudantes face à Matemática são muito escassos, e se nos centrarmos no ensino superior, não temos conhecimento de qualquer investigação desta natureza. Consequentemente, não dispúnhamos de um instrumento que permitisse levar a cabo um estudo deste tipo. Para obstar a esta lacuna e com o propósito de contar com um instrumento que permita obter informação acerca das atitudes dos alunos do ensino superior face à Matemática, elaborámos um instrumento para esse fim, a que chamámos inventário de atitudes face à Matemática.

Concretamente, com este instrumento, queríamos conhecer os fatores motivacionais do estudante, o que o atrai para a Matemática e de que forma a valorizam, como avaliam a sua competência nesta disciplina, e ainda o grau de acompanhamento dos pais face à sua aprendizagem de Matemática. Acresce ainda que, após a leitura de vários trabalhos de Carol Dweck em que a autora debate as implicações que a adoção de uma auto-teoria por parte de um estudante tem na fixação dos seus objetivos, decidimos também incluir no questionário algumas afirmações que permitam situar cada participante com respeito à auto-teoria que adota.

Antes de desenharmos o nosso inventário, consultámos várias escalas de atitudes existentes na literatura e que serviram de base ao nosso questionário. Um desses instrumentos foi proposto em 1976 por Fennema e Sherman, sendo composto por nove escalas que se debruçam sobre diferentes tipos de atitudes, tendo sido atualizado várias vezes desde a sua criação. Outro questionário que consultámos foi o proposto por Tapia e Marsh (2004) tendo sido desenvolvido com o propósito de investigar as dimensões subjacentes de atitudes em relação à Matemática.

Com base nos dois instrumentos referidos, mas integrando maioritariamente afirmações que nós próprios idealizámos com base na literatura do tema, elaborámos uma primeira versão do questionário. Posteriormente, esta versão inicial foi reformulada na sequência da aferição da sua validade e fiabilidade (na secção seguinte descrevemos pormenorizadamente este processo), e, uma vez assegurada a sua qualidade, este processo culminou na versão que veio a ser aplicada aos quatro estudantes que participaram no estudo empírico que empreendemos.

Na versão final, trata-se de um questionário em que é pedido ao estudante que indique o seu grau de concordância ou discordância com trinta e quatro afirmações através de uma escala do tipo Likert de cinco níveis. As afirmações deste instrumento de investigação, estão agrupadas em seis fatores: competência percebida (doze afirmações), utilidade/valor da Matemática (seis afirmações), teoria de inteligência adotada (quatro afirmações), motivação (seis afirmações), afetividade pela Matemática (quatro afirmações), e atitude dos pais (duas afirmações). Afirmações que integram o mesmo fator surgem consecutivamente no inquérito, e estes agrupamentos de afirmações do mesmo fator ocorrem pela ordem que apresentámos.

2.4.2.1. Estudo da validade e fiabilidade do inventário de atitudes face à Matemática

De forma a assegurar a qualidade deste instrumento de recolha de informação, foram realizados estudos de validade e fiabilidade, que se encontram no anexo 1. desta tese.

Desse estudo resulta que este inventário possui todos os atributos necessários ao seu uso, pois após os sucessivos refinamentos, os resultados das análises de validade e fiabilidade da escala são positivos. A análise fatorial sugere que cada um dos seis fatores explora um constructo diferente, o que permite distinguir entre uma atitude positiva ou negativa com que os inquiridos encaram a Matemática. Por outro lado, os coeficientes Alfa de Cronbach obtidos nos distintos fatores garantem que a escala possui consistência interna. Isto significa que proporciona uma representação adequada da atitude face à Matemática.

Desta forma, a escala resulta num instrumento adequado para avaliar as atitudes dos estudantes universitários face à Matemática.

2.4.3. Instrumento de aferição da criatividade matemática

O estudo da criatividade dos estudantes foi motivado pela total (tanto quanto sabemos) ausência de conhecimento sobre as capacidades criativas em Matemática dos universitários portugueses. E, conforme ficou já dito anteriormente, ao realizar o estudo empírico que descrevemos na secção seguinte, o nosso propósito é, por um lado, explorar a capacidade criativa matemática dos excelentes estudantes do ensino superior que aceitaram participar na nossa investigação e, por outro, saber se a sua criatividade é condizente com a excelência já demonstrada nesta disciplina, para assim podermos responder a uma das perguntas de investigação.

Já antes, neste texto, nos reportámos aos "quatro Ps da criatividade" como uma forma de agrupamento dos diversos elementos da criatividade que, habitualmente, são alvo da atenção dos investigadores desta temática. E, como vimos, as investigações nesta área normalmente incidem sobre um dos quatro Ps. No caso presente, iremos estudar a criatividade de estudantes através da sua produção escrita ao nível da resolução de problemas, ou seja, do produto - será este o nosso "P". Escolhemos esta abordagem, em detrimento dos outros três "Ps" pois, o produto criativo é a prova da ocorrência da criatividade e, por ser tangível, é o elemento mais fácil de avaliar (Kleiman, 2005), permitindo-nos assim uma aproximação à objetividade que ambicionamos.

Se atendermos à classificação de criatividade de acordo com o "Modelo Quatro C" proposto por Kaufman e Beghetto (2009), diremos que este estudo incide sobre criatividade do tipo pequeno-c, dado que já não estamos perante manifestações inerentes à aprendizagem de um determinado conteúdo, mas também ainda não se trata de exteriorizações de criatividade de nível profissional.

Depois de observarmos a estreita relação entre resolução de problemas e criatividade, e de apresentarmos numerosas conceções de criatividade de âmbito geral, mas também várias específicas da Matemática, muitas das quais integrando listas de requisitos e características, podemos verificar a importância de duas formas de raciocínio - convergente e divergente - para a resolução criativa de problemas. Ao passo que a resolução rotineira de problemas é habitualmente conotada com pensamento convergente, uma vez que o indivíduo se socorre de variadas ideias que concorrem para uma única solução e onde não há muito espaço para ideias originais, a resolução criativa de problemas é associada com pensamento divergente. O pensamento divergente reporta a um tipo de abordagem a uma situação ou problema, que consiste na exploração de um grande número, tão grande quanto o indivíduo na altura conseguir, de ideias e possibilidades para lhe fazer face. Obviamente que ambos os tipos de raciocínio são cruciais para a Matemática, mas neste trabalho estamos especificamente interessados no pensamento divergente que, conforme já afirmámos, é um componente cognitivo vital da criatividade.

Na perspetiva de Haylock (1987), a avaliação de criatividade matemática através do produto criativo (um dos quatro Ps da criatividade) tem-se centrado principalmente no uso de exercícios de pensamento divergente. E o mesmo autor, após uma revisão da literatura em torno da criatividade em Matemática escolar e posteriormente também Sriraman, Haavold e Lee (2013), afirmam que a capacidade para ultrapassar ideias fixas na resolução de problemas e a capacidade de produção divergente em Matemática constituem aspetos centrais da criatividade matemática, pelo que são duas abordagens possíveis para o seu reconhecimento.
Para a realização do nosso estudo empírico, em virtude das dificuldades na aferição da capacidade para ultrapassar ideias fixas na resolução de problemas, escolhemos a via da observação da produção divergente.

Tendo em vista a intenção de aferir o produto criativo dos estudantes, notamos que numerosos autores e até organizações profissionais (por exemplo, Polya, 1973; NCTM, 2000) enfatizaram a importância da resolução de problemas de diversas formas, quer ao nível da Matemática profissional, quer também na Matemática escolar, ao passo que outros investigadores (por exemplo, Ervynck, 1991; Silver, 1997 e Leikin, 2009) estabeleceram a ligação entre o número de diferentes caminhos seguidos ou soluções obtidas para um problema e a criatividade matemática.

Em particular, Leikin (2009), baseada no trabalho de Torrance (como descrito em Kim, 2007) propõe a utilização de problemas com múltiplas resoluções para aferir a criatividade em Matemática. Trata-se de problemas ou tarefas em que é explicitamente pedido aos alunos para que os resolvam de diferentes formas. Estas resoluções são depois analisadas em três dimensões: fluência (número de soluções diferentes), flexibilidade (número de diferentes categorias de respostas) e originalidade (a raridade relativa das resoluções). Foi também essa a forma que usámos para analisar a criatividade dos participantes no nosso estudo empírico.

2.4.3.1. Apresentação do instrumento de aferição da criatividade matemática dos participantes

Para procurar conhecer o nível de criatividade matemática dos participantes no estudo empírico, escolhemos o modelo proposto por uma investigadora particularmente ativa nesta área, Roza Leikin, que sustenta que a resolução de problemas de múltiplas formas é um meio efetivo para a aferição da criatividade matemática, propondo avaliá-la por meio de tarefas com múltiplas soluções (TMS) (Leikin, 2007; Leikin & Lev, 2007, Leikin, 2009). Esta escolha é justificada pelo facto de este modelo permitir atender às características de criatividade mais frequentemente citadas (fluência, flexibilidade e originalidade) e também quantificar o potencial criativo de um estudante numa dada tarefa.

Concretamente, vamo-nos valer do modelo assente em TMS proposto por Leikin em 2009 (que é uma evolução do modelo que a mesma investigadora avançou em 2007). Este modelo assenta na conceção de Torrance (tal como visto em Kim, 2007) e na de outros investigadores (por exemplo, Silver, 1997), que sustentam a aferição da criatividade por meio da fluência, flexibilidade, e originalidade das respostas. Neste contexto, fluência refere-se ao número de ideias apropriadas que o individuo produz, flexibilidade está relacionada com a variedade de abordagens diferentes que são patentes nas suas ideias e a originalidade com a raridade das ideias concebidas. Para estimar a originalidade, este modelo segue a perspetiva de Ervynck (1991) (já apresentada neste texto – secção 1.3.3.2.), que defende que a criatividade matemática se manifesta em três etapas de desenvolvimento, e combina-a com a convencionalidade das soluções (Leikin, 2009).

Este modelo integra alguns componentes, que a seguir apresentamos.

Tarefas com múltiplas soluções (TMS)

Uma tarefa com múltiplas soluções (na sua essência, trata-se de um exercício de pensamento divergente) é uma tarefa em que é expressamente pedido ao estudante para resolver um problema matemático de diferentes formas. E as soluções para o mesmo problema são consideradas diferentes se forem baseadas em: i) diferentes representações de alguns conceitos matemáticos envolvidos na tarefa; ii) diferentes propriedades (definições ou teoremas) de objetos matemáticos dentro de uma área particular; e iii) diferentes propriedades de um objeto matemático em diferentes áreas (Leikin, 2009).

Espaços de soluções

Leikin (2007) introduziu a noção de espaços de soluções de forma a permitir aos investigadores examinar a *performance* em atos de resolução de problemas com recurso a TMS. Neste sentido, o espaço de soluções do perito inclui o mais completo conjunto de soluções para um problema num dado momento (também pode ser concebido como o conjunto de soluções que um matemático profissional pode sugerir para um problema). No âmbito escolar, o espaço de soluções do perito inclui o espaço de soluções convencionais (são geralmente as recomendadas no *curriculum*, mencionadas nos manuais e habitualmente ensinadas pelos professores), mas também o espaço de soluções não convencionais (destinado a soluções baseadas em estratégias normalmente não prescritas pelo *curriculum* escolar, ou recomendadas pelo *curriculum* para um outro tipo de problemas). O espaço de soluções individual é definido como a coleção de soluções para um dado problema produzidas por um indivíduo, mas em função da capacidade do indivíduo para encontrar soluções por si só, este último espaço é dividido em dois: o espaço de soluções pessoais (inclui as soluções que o indivíduo pode apresentar sem a ajuda de terceiros) e o espaço potencial de soluções (destinado às soluções que são produzidas com ajudas exteriores). Finalmente, o espaço de soluções coletivo compreende as soluções produzidas por um grupo de indivíduos (habitualmente é mais abrangente que o espaço de soluções individual). Tanto o espaço de soluções individual como o coletivo são subconjuntos do espaço de soluções do perito.

A dimensão do espaço de soluções do perito pode ser um indicador do potencial de um problema para aferir a criatividade matemática. Neste trabalho, os espaços de soluções pessoais servirão como um meio para observar a criatividade dos estudantes que participaram no estudo empírico realizado, comparando-as com o espaço de soluções do perito para cada problema.

Operacionalização do modelo

No modelo que apresentou em 2009, Leikin distingue três situações em que os estudantes são solicitados a participar na aferição da criatividade – entrevista oral e, no caso de resoluções escritas, dois tamanhos do grupo em estudo (mais de dez participantes e menos de dez). No nosso estudo empírico, os participantes (em número de quatro) foram chamados a resolver dois problemas por escrito. Por esse motivo, na explicação do modelo de Leikin (2009), vamos reportar apenas o único caso que é pertinente para o nosso interesse: resolução escrita para pequenos grupos.

Neste modelo, a fluência intrínseca de uma TMS corresponde ao número de soluções do espaço de soluções do perito, e a fluência de um estudante é determinada pelo número de soluções apropriadas do seu espaço de soluções pessoais (que representaremos por n).

Para aferir a flexibilidade são estabelecidos grupos de soluções para as TMS. Desta forma, duas soluções pertencem a grupos diferentes se recorrerem a estratégias baseadas em diferentes representações, propriedades (teoremas, definições, ou construções auxiliares), ou ramos da Matemática. Assim, a flexibilidade intrínseca de uma TMS é aferida com base nos grupos de soluções que é possível distinguir no espaço de soluções do perito, ao passo que a flexibilidade do estudante numa TMS é função da variedade dos grupos de soluções do seu espaço de soluções pessoal. A pontuação que reflete a flexibilidade do estudante num dado problema é obtida pela soma da flexibilidade evidenciada em todas as soluções do seu espaço de soluções pessoais ($Flx = \sum_{i=1}^{n} Flx_i$). A flexibilidade da primeira solução apropriada produzida será sempre $Flx_1 = 10$, e cada uma das soluções subsequentes é avaliada em: $Flx_i = 10$ se a solução pertence a um grupo de soluções diferente da(s) soluções anteriores; $Flx_i = 1$ se a solução pertence a um dos grupos já usados mas com uma diferença clara ainda que diminuta; $Flx_i = 0{,}1$ se a solução é praticamente idêntica a uma solução anterior.

A originalidade, por seu lado, é avaliada pelo grau de conhecimento demonstrado e perspicácia de uma solução, bem como pela sua convencionalidade. Desta forma a originalidade das soluções de um estudante para um determinado problema é a soma da originalidade lograda em cada solução do seu espaço de soluções pessoal ($Or = \sum_{i=1}^{n} Or_i$). A classificação de originalidade é atribuída de acordo com os seguintes critérios: $Or_i = 10$ para uma solução perspicaz e indicativa de elevada compreensão, ou não convencional; $Or_i = 1$ para soluções parcialmente não convencionais ou aprendidas em outros contextos matemáticos; e, finalmente, $Or_i = 0{,}1$ para soluções algorítmicas e habitualmente produzidas.

Finalmente, a criatividade de uma solução particular é o produto da originalidade pela flexibilidade. E foi decidido proceder desta forma pois permite que as soluções mais criativas (máxima flexibilidade e máxima originalidade) sejam avaliadas com a maior classificação ($Cr_k = 100$). Esta forma de avaliar também tem em conta que as soluções já realizadas não possam voltar a ser consideradas criativas. Assim, quando um estudante apresenta uma solução original ($Or_m = 10$) mas que é similar a uma que produziu anteriormente, a sua flexibilidade é classificada com $Flx_m = 1$ ou $Flx_m = 0{,}1$, e consequentemente, a sua criatividade será $Cr_m = 10$ ou $Cr_m = 1$. E, reciprocamente, quando um estudante concebe uma solução não original, ($Or_n = 1$ ou $Or_n = 0{,}1$), mas proveniente de um outro grupo de soluções ($Flx_n = 10$), resulta também numa classificação média ou baixa de criatividade ($Cr_n = 10$ ou $Cr_n = 1$).

Soluções cuja criatividade calculada é $Cr_p = 0,1$ ou $Cr_p = 0,01$, denotam uma repetição de soluções não originais e procedentes do mesmo grupo de soluções.

A classificação total de criatividade de um estudante numa determinada TMS é a soma das classificações de criatividade obtidas em cada solução do seu espaço de soluções pessoal: $Cr = \sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i$.

O Quadro 2.5 sintetiza o esquema de pontuação apresentado.

	Fluência	Flexibilidade	Originalidade	Criatividade
Pontuação por solução	1	$Flx_1 = 10$ para a primeira solução $Flx_i = 10$ para soluções originadas em grupos de soluções diferentes do das soluções que já apresentou $Flx_i = 1$ para soluções que pertençam a grupos já usados mas com pequenas diferenças $Flx_i = 0,1$ para a mesma estratégia e mesma representação, que as soluções já apresentadas	$Or_i = 10$ para soluções perspicazes e reveladoras de elevada compreensão / não convencionais $Or_i = 1$ para soluções parcialmente não convencionais (aprendidas em contextos diferentes) $Or_i = 0,1$ para soluções baseadas em algoritmos / convencionais	$Cr_i = Flx_i \times Or_i$
Pontuação total	$Flu = n$	$Flx = \sum_{i=1}^{n} Flx_i$	$Or = \sum_{i=1}^{n} Or_i$	$Cr = \sum_{i=1}^{n} Flx_i \times Or_i$

n é o número total de respostas apropriadas produzidas para uma TMS

Quadro 2.5. Esquema de pontuação (baseado em Leikin, 2009)

O modelo de aferição de criatividade acima descrito pode ser encontrado em Leikin (2007, 2009), e tendo sido validado em investigações já realizadas (Leikin, 2009), constitui o instrumento de pesquisa deste estudo, com recurso a duas TMS.

2.4.3.2. O instrumento usado

De acordo com o que explicámos anteriormente, apresentamos agora o instrumento que elaborámos para aferir a criatividade matemática dos quatro estudantes.

Tarefas

Foram propostas aos estudantes duas tarefas:

1. Por favor, resolva a tarefa seguinte pelo maior número de processos que lhe for possível.

   Considere que $x^2 + y^2 = 1$. Encontre o $\max(x+y)$.

2. Por favor, resolva a tarefa seguinte pelo maior número de processos que lhe for possível.

   Num triângulo retângulo em que um dos seus ângulos internos tem de amplitude 30^o, prove que o comprimento do lado oposto a este ângulo é igual a metade do da hipotenusa.

Estas tarefas foram escolhidas por diversas razões. Primeiro, os alunos do ensino superior que escolhemos têm já treze anos de formação matemática, e portanto estão já inteiramente familiarizados com os conteúdos propostos, sendo legítima a expectativa de que alunos de alto desempenho disponham dos conhecimentos necessários para resolver criativamente as tarefas propostas. Segundo, ambas as tarefas podem ser resolvidas por vários processos. Terceiro, são de natureza diferente, uma de pendor mais algébrico e a outra de âmbito geométrico. Acresce a nossa convicção que, por um lado, estas tarefas, neste contexto, não seriam esperadas pelos participantes e, portanto, lhes despertassem o desejo de as resolver, e por outro lado, que a sua dificuldade não inibiria oportunidades de raciocínio criativo, abrindo, pelo contrário, possibilidades de fluência, flexibilidade e originalidade. A primeira tarefa foi-nos sugerida pelo Professor Alexander Karp, e a segunda foi retirada de Philippou e colaboradores (2009).

Esquema de pontuação das TMS propostas

Apresentamos, seguidamente, no Quadro 2.6, uma tabela onde são expressos para cada uma das duas tarefas, os grupos de soluções do perito – que podem ser encontradas nos anexos 2 e 3 - incluindo as respetivas menções quantitativas de fluência, flexibilidade e originalidade, bem como a resultante criatividade.

Tarefa 1:

Por favor, resolva a tarefa seguinte pelo maior número de processos que lhe for possível.

Considere que $x^2 + y^2 = 1$. Encontre o $\max(x + y)$.

		Fluência	Flexibilidade Flx_i	Originalidade Or_i	Criatividade $Cr_i = Flx_i \times Or_i$
Grupos de soluções					
1.1	Cálculo	1	10	0,1	1
1.2	Desigualdade de Cauchy-Schwartz	1	10	1	10
1.3	Equação quadrática	1	10	1	10
1.4	Geometria: Reta tangente	1	10	1	10
1.5	Método dos Multiplicadores de Lagrange	1	10	0,1	1
1.6	Trigonometria	1	10	10	100
1.7	Vetores	1	10	10	100
Indicador do potencial criativo do problema					232

Tarefa 2:

Por favor, resolva a tarefa seguinte pelo maior número de processos que lhe for possível.

Num triângulo retângulo em que um dos seus ângulos internos tem de amplitude 30°, prove que o comprimento do lado oposto a este ângulo é igual a metade do da hipotenusa.

	Fluência	Flexibilidade Flx_i	Originalidade Or_i	Criatividade $Cr_i = Flx_i \times Or_i$

Grupos de soluções					
2.1	Ângulos de triângulos	1	10	1	10
2.2	Construção geométrica	1	10	1	10
2.3	Trigonometria	1	10	$0,1$	1
2.4	Vetores	1	10	10	100
Indicador do potencial criativo do problema					121

Quadro 2.6. Classificação da criatividade das TMS propostas

Para a tarefa 1, são apresentados sete grupos de soluções. Assim, para a primeira solução de cada grupo que seja produzida é atribuída uma classificação de flexibilidade $Flx_i = 10$, e a cada solução sucessiva que pertença a um grupo já usado, é atribuído, $Flx_i = 1$ ou $Flx_i = 0,1$. Falando da originalidade, aos grupos 1.1 e 1.5 é atribuída a classificação $Or_{1.1} = Or_{1.5} = 0,1$ pois são respostas convencionais, baseadas em algoritmos, e que são habitualmente ensinadas nas aulas de Matemática para a resolução de problemas similares ao que agora é proposto. As soluções 1.2, 1.3, 1.4, são classificadas em termos de originalidade com $Or_{1.2} = Or_{1.3} = Or_{1.4} = 1$, em virtude de serem parcialmente convencionais por requererem a aplicação de conceitos que, à partida, não estavam prescritos para este tipo de tarefa. Finalmente, as soluções 1.6 e 1.7 são classificadas com originalidade $Or_{1.6} = Or_{1.7} = 10$, pois se integrarem apenas, respetivamente, trigonometria e vetores, são consideradas não convencionais e reveladoras de grande perspicácia e conhecimento dos domínios mencionados.

Reportando-nos à tarefa 2, consideramos quatro abordagens, cada uma pertencente a grupos de soluções diferentes. E à semelhança do que acontece na tarefa 1, também aqui à primeira solução de cada grupo é atribuída uma classificação de flexibilidade $Flx_i = 10$, e a cada solução seguinte que pertença a um grupo já utilizado, é atribuído, $Flx_i = 1$ ou $Flx_i = 0,1$. Quanto à originalidade, dado que a solução 2.3 está umbilicalmente ligada aos triângulos retângulos, sendo portanto convencional, será classificada com $Or_{2.3} = 0,1$. Já as soluções 2.1 e 2.2 têm alguma originalidade inerente, pois foram aprendidas em contextos matemáticos diferentes, pelo que obtêm a classificação $Or_{2.1} = Or_{2.2} = 1$. Por último, a solução 2.4 é a mais original deste conjunto, pois recorre a um conteúdo (vetores) não diretamente ligado aos triângulos e requer muito boa compreensão da estrutura do problema, constituindo-se, pois, como uma solução não convencional e sagaz, daí que $Or_{2.4} = 10$.

Capítulo 3: Apresentação, análise e discussão dos resultados

Depois de, no capítulo anterior, termos apresentado os instrumentos de recolha de informação a que recorremos, expomos agora os resultados obtidos com a aplicação dos três instrumentos. Para cada um deles, depois de apresentar os resultados que permitiram recolher, iremos analisá-los e discuti-los.

3.1 Entrevistas

Na secção seguinte, é apresentado o resultado da análise do conteúdo das entrevistas semiestruturadas que efetuámos aos quatro estudantes que participaram no estudo empírico que realizámos. Os entrevistados são designados por A, B, C e D.

Esta análise está organizada de acordo com o que expusemos na Secção 2.4.1., de forma a tentar, para cada participante, circunscrever os aspetos relevantes para a sua aprendizagem de Matemática.

Esse trabalho está estruturado de forma em que para cada tópico em observação são apresentadas as categorias de análise, subcategorias (quando existem) bem como os segmentos de texto e/ou indicadores que lhes correspondem, ao que se segue uma síntese dos aspetos mais relevantes.

3.1.1. Introdução – Abordagem ao percurso e a relação com a Matemática

Com este tópico pretende-se abordar o percurso formativo dos entrevistados na sua relação com a disciplina de Matemática.

Categoria: Percurso do Participante e relação com a Matemática

Subcategoria: Início do contacto e gosto pela disciplina

A “Na escola primária”.

B “Após a escola primária (…) a partir do 10º ano (…) Mas sempre gostei da área das ciências”.

C “Na escola primária”.

D “Na escola primária (…), nunca fui mau aluno (…) tinha sempre satisfaz muito bem”.

Podemos verificar que todos os entrevistados iniciaram o contacto com a disciplina de Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico. O gosto pela disciplina também é evidenciado desde muito cedo.

Subcategoria: Motivos do gosto pela disciplina

A “Porque era uma ciência exata (….) sem ambiguidades (…) concreta, específica”. “Porque era útil para o meu dia-a-dia (…) para saber lidar com o dinheiro (…) e não pelo facto de querer ter boas notas”. “A partir do momento que comecei a reparar que tinha as coisas bem, que me davam elogios, comecei também a gostar de ser boa aluna”.

B “Tem a ver com os professores (…), com a forma como dão as aulas”. Ênfase na empatia criada. Também “com o querer seguir uma determinada área” e por “ter uma componente mais prática, à base de compreensão, de fazer exercícios…”. Facilidade sentida nesta área.

C “Sempre tive mais jeito para a Matemática” do que para as outras disciplinas.

D “Mais fácil que as letras (…), história (…), que decorar coisas (…), preferia perceber uma coisa concreta”. “Mas tenho mais facilidade do que gosto”.

Quanto aos motivos identificados para a preferência por esta disciplina, estes são vários: o ser uma “ciência exata” e com utilidade (A), o gosto pelos docentes, pela “forma como dão as aulas”, e por ter uma componente mais prática (B), e também por considerarem que têm facilidade nesta área (B, C e D).

Subcategoria: Dificuldades encontradas no percurso

A "Probabilidades". "Não era aquilo que eu pensava da Matemática (…) que provavelmente isto pode acontecer…". Análise combinatória "(…) não gostava porque não era exato…".
B Não encontrou dificuldades específicas. Agora na universidade a "Álgebra".

C "A passagem do 12º ano para a universidade". Antes "era tudo simples e aqui temos que pensar de maneiras diferentes".

D Não encontrou dificuldades. "Tinha facilidade e tirava bons resultados".

No que concerne às dificuldades identificadas no percurso escolar, estas situam-se, para o entrevistado A, nos seguintes conteúdos desta disciplina: "probabilidades" e "análise combinatória". Já para B e D não existiram dificuldades significativas. C refere a passagem do 12º ano para a universidade, em que "antes era tudo simples e aqui temos que pensar de maneiras diferentes".

Subcategoria: Estratégias para superar as dificuldades

A "Continuei empenhada (…) a fazer mais exercícios (…) esquecer que era um lado da Matemática que não gostava por não ser exata".

B Não identifica.

C "Ia sempre estudando (…) todos os dias (…) e para as disciplinas de Informática de vez em quando pedia ajuda aos colegas (…) ia ter com os professores (…) e acabava por conseguir perceber mais ou menos as coisas". Também a "necessidade de procurar uma coisa melhor…".

D Apesar de não identificar dificuldades, refere o contributo do estudo da música, piano, durante 6 anos.

Ao serem solicitados para apresentarem as estratégias utilizadas para superar ou lidar com as dificuldades encontradas, A e C referem o empenho sistemático e contínuo, a procura de ajuda junto dos colegas e professores (C). D apesar de não ter identificado dificuldades, salienta o contributo da música, o ter estudado piano durante 6 anos.

3.1.2. Experiências significativas ao longo do percurso formativo

Pretende-se explorar as experiências mais significativas ao longo do percurso formativo, nomeadamente, as oportunidades para o desenvolvimento de interesses relativos à Matemática e identificar alguns obstáculos e dificuldades encontrados.
Categoria: Experiências significativas ao longo do percurso formativo

Subcategoria: Oportunidades de desenvolvimento dos interesses (circunstâncias e acontecimentos)

A "Os meus pais foram fantásticos" (…) sempre me elogiaram ao contrário dos professores que eram os primeiros "a rebaixarem-me quando ao fim de tantos anos a ser boa aluna tirava uma nota mais baixa". "Sempre percebi que tinha melhores resultados quando era menos pressionada (…) os meus pais não estavam sempre a espera que eu tirasse um vinte".

B "Entrei em Engenharia (…) os dois primeiros anos eram disciplinas de Matemática e Física (…) quando passei para o 3º ano comecei a não gostar do curso (…) fiz até ao 5º ano mas não entreguei o relatório de estágio". "Estive 10 anos sem voltar a universidade (…) trabalhei alguns anos num laboratório, na parte das análises químicas (…) mas acabei por ir tirar o mestrado". "Estive a dar formação profissional (…) dois anos a dar aulas de química" no ensino básico e secundário. "Dava explicações de Matemática (…) e fiz disso a minha atividade profissional durante muitos anos".

C Considera que beneficiou em termos de aprendizagem por estar integrado no 8º ano numa turma com poucos alunos. "O primeiro teste que fiz na universidade tive quase vinte" (…) "tenho de ter melhores notas que o outro (…) e penso que isso é que é importante".

D "Nada de especial".

Solicitados a expressarem-se sobre o percurso formativo, especificamente sobre experiências significativas e oportunidades de desenvolvimento, A refere a importância do apoio dos pais, que sempre a elogiaram. B relata que no primeiro curso que ingressou, Engenharia, só gostou dos dois primeiros anos, cujas disciplinas eram de Matemática e Física, curso que não concluiu por não entregar o relatório de estágio. B refere ainda que esteve dez anos sem voltar a universidade e que fez durante muitos anos das “explicações de Matemática a sua atividade profissional”. C realça a importância de turmas pequenas no percurso escolar, o que foi possível no seu 8º ano, também refere o resultado obtido de 20 valores no primeiro teste realizado na universidade. D não indica um acontecimento marcante.

3.1.3. Desempenho atual – Fatores pessoais

Objetiva-se conhecer alguns fatores pessoais no que respeita ao desempenho atual dos entrevistados, nomeadamente, identificar o local de estudo e como organizam o tempo, estratégias cognitivas e metacognitivas adotadas, características do autoconceito, as atribuições do sucesso e fracasso, a sua motivação, a predisposição para o esforço e a tolerância à frustração. Para o efeito, dividimos este importante tópico em seis partes.

3.1.3.1. Local de estudo e organização e gestão do tempo

Categoria: Local de estudo

> A “Até ao secundário no sofá com a televisão ligada (…) a fazer exercícios, com a calculadora ao lado, tudo muito fácil (…) tinha facilidade de concentração”. “Agora na universidade (…) são mais coisas para me concentrar, convém que esteja em silêncio”.
>
> B Não tem lugar fixo para estudar.
>
> C “Estudo normalmente sempre sozinho em casa”. “Sempre no quarto”.
>
> D “Depende do assunto… há coisas que vou para a biblioteca (…) ambiente mais descontraído e coletivo (…) só quando sinto que estou mesmo em pressão, que estou sem tempo e tenho teste amanhã… fico sozinho em casa”.

Quando solicitados a manifestarem-se sobre o local de estudo, a maioria (A, C e D) prefere estudar em local sossegado e em silêncio. Apenas B referiu que não tem lugar fixo para estudar.

Categoria: Organização e gestão do tempo

> A "Sim, tento (…) não sou muito rigorosa, não é todos os dias aquela hora". "Conforme as coisas vão aparecendo (testes, trabalhos), então uma semana antes têm que ser resolvidas". "Se tiver um teste perto, sou incapaz de estudar para um teste que tenha mais à frente". "Não estudo todos os dias". Trabalha na meta que está mais próxima.
>
> B "Trabalho o dia todo e só estudo ao fim de semana". Os colegas enviam-me para o meu e-mail "as aulas da semana e assim vou estudando (…) com a letra dos outros". "Se o teste é por exemplo na sexta, normalmente à quinta já não estudo e nunca mais penso naquilo, só volto a pensar quando entro no teste (…) aquela coisa de estar a pensar na matéria durante o dia não me acontece…". "Considero-me disciplinada e organizada, sou mesmo metódica".
>
> C Como estudo antes, "às vezes só no dia é que vejo uma definição (…) mas de resto não estudo de véspera". "Também não estudo muito à noite, depois das onze". "Deito-me cedo e … estudo de manhã".
>
> D Só estudo "as aulas e tudo o que se coloca no Moodle, como fichas, exercícios (…), já aconteceu em algumas cadeiras ter poucos apontamentos e pedir fichas de resumo aos colegas". "Estudo mais nas vésperas". "Não tenho regras, mas sou responsável". "Não faço nenhum plano semanal, diário, tenho mais ou menos ideia das tarefas que tenho que fazer". "É essencial ir as aulas".

No que respeita a organização e gestão do tempo, as respostas são díspares, A refere que o seu estudo é feito em função dos testes e trabalhos a realizar. B só estuda no fim-de-semana devido ao facto de ser trabalhadora-estudante. C refere que estuda com antecedência. D diz que não tem rotinas de estudo e estuda mais "nas vésperas", afirma que é "essencial ir às aulas".

3.1.3.2. Estratégias de estudo e aprendizagem

As estratégias de estudo e aprendizagem podem ser entendidas como comportamentos/procedimentos levados a cabo pelo aluno com o objetivo de influenciar o modo como processa a informação, através da ativação, controlo e regulação dos processos cognitivos (Gagné, 1985). São conscientemente planeadas ou intencionalmente evocadas antes, durante e após a realização da tarefa.

Silva e Sá (1993) salientam que a um nível mais complexo, as estratégias podem ser definidas como planos formulados pelos alunos para atingirem objetivos de aprendizagem (por exemplo, realizar um conjunto de ações para a elaboração de uma composição escrita) e, a um nível mais específico, como qualquer procedimento adotado para a realização de uma determinada tarefa (por exemplo, rever para corrigir os erros ortográficos).

Segundo Flavell (1987, citado por Ribeiro, 2003, p. 112), "enquanto as estratégias cognitivas são destinadas simplesmente a levar o sujeito a um objetivo cognitivo, as estratégias metacognitivas propõem-se avaliar a eficácia das primeiras". Segundo ainda a mesma fonte, "para este autor, a utilização de estratégias metacognitivas é, geralmente, operacionalizada como a monitorização da compreensão, que requer o estabelecimento de objetivos de aprendizagem, a avaliação do grau em que estão a ser alcançados e, se necessário, a modificação das estratégias que têm sido utilizadas para os alcançar" (p. 112).

Categoria: Estratégias de estudo e aprendizagem

Subcategoria: Estratégias Cognitivas

A "Na universidade tive que fazer bastantes resumos de Matemática". "Começo por ver a parte teórica, já com exercícios resolvidos e a partir daí tentar fazer outros exercícios" (…) quando tenho dúvidas "ou não bate certo" tento "falar com alguém que me possa esclarecer". "Consigo separar o que é acessório do essencial". "As demonstrações eram a pior parte (…) algumas decorava-as".

B "Primeiro começo por ler a teoria e tentar perceber os teoremas (…), depois resolvo as fichas, mas normalmente já tenho resolvido ao longo do semestre". "Primeiro estudo e depois" (…) " faço os exercícios". "Estou a estudar uma matéria e se não entendo, passo à frente, (…) no fim quando volto já entendo, se não vou ter com o professor".

C "Leio as coisas (registos de aulas e textos de apoio), e tento perceber o porquê". "O meu método de estudo passa sempre por primeiro estudar sempre a teoria (…) ver a matéria (…) às vezes quando são muitas definições faço um papel com tudo isso … e depois começo a resolver os exercícios”.

D “Diferem de assunto para assunto e também pelo grau de dificuldade que eu sinto”. “Ter tudo bem assente na cabeça e fazer exercícios na parte final (…) para ter mesmo a certeza de que sei”.

Quanto às estratégias cognitivas, a maioria os entrevistados referiram que começam por “ver a parte teórica” (A, B e C), ”já com exercícios resolvidos e a partir daí tentar fazer outros exercícios” (A), “tentar perceber os teoremas (…) e depois resolver os exercícios” (C). D também refere que o “fazer exercícios na parte final” permite-lhe ter a certeza daquilo que sabe. A e C indicam a possível realização de sínteses/resumos.

Subcategoria: Estratégias Metacognitivas

A “Normalmente começo de uma maneira (…) e deixo-me estar assim”. “Como vou às aulas, tiro apontamentos, não tenho necessidade de ver tudo (…) quando vou estudar sei o que preciso (…) tenho uma perceção geral”. “Comecei a ser seletiva em relação à matéria e ir ter com o professor a perguntar, principalmente na parte das demonstrações que eu tinha mais dificuldades”. No fim de uma sessão de estudo “se tinha muita coisa para estudar (…) e não consigo (…), já penso que no dia seguinte tenho que ser mais rápida ou ir ter com o professor”.

B “Quando não compreendo uma parte da matéria, passo para outra, quando volto já entendo. Quando não consigo procuro o professor.”

C “Não reflito sobre a forma que estudei.” “Acho que não… pelo menos não tenho essa perceção”. “Quando tenho dúvidas procuro o professor”.

D “Se alterasse alguns procedimentos no meu método de estudo teria melhores resultados”. “Tenho a ideia que em algumas cadeiras podia ter feito melhor se tivesse o tal método de estudo sistemático”. “Tenho sempre aquele cuidado de analisar mais ou menos a facilidade que eu tenho do assunto, ou a dificuldade, ou se estou bem preparado, ou se acompanhei bem ou mal, mais ou menos balancear isso com o tempo e a antecedência que tenho para o exame…”. “Tenho sempre noção do que sei e do que tenho de saber e do que preciso mais estudar”.

Quanto às estratégias metacognitivas, A revela que tem consciência dos procedimentos a implementar no seu estudo e caso não consiga entender / compreender a matéria recorre a outros, nomeadamente ao professor, o que também se verifica com B e C. Já D manifesta refletir sobre a forma como estuda e ter a noção do que sabe e do que ainda falta saber antes de uma avaliação.

3.1.3.3. Autoconceito

Categoria: Autoconceito

Subcategoria: Autoconfiança

A “Não sou assim tão confiante, prefiro ser humilde, deixar-me no meu cantinho até ao momento em que tenho a certeza de que está correto e de que consigo fazer (…) até lá não digo que sou capaz de fazer tudo, pelo contrário, prefiro achar isso só no final (…) quando conseguir”. “Acho que os outros têm confiança em mim. Sabem que vou às aulas, que tiro apontamentos, que sou capaz de explicar os exercícios”. “Não sou propriamente alguém de me gabar, e estava sempre recetiva a (…) até porque uma pessoa engana-se”. “Não considero que os outros acham que vou aprender isto a “cem por cento”.

B Confio nas minhas capacidades, “às vezes até demais”. “Tenho medo é de me desiludir a mim”.

C “Sinto que consigo fazer as coisas… nem que não seja com tão bons resultados (…) acho que não tenho problema nenhum nisso”. “Os amigos confiam em mim (…) quando estão ao meu lado e há qualquer coisa que eles não percebem perguntam-me a mim”.

D “Sou confiante (…) pode não ir ao sítio (…) digamos numa hora, mas em duas ou em três percebo e consigo assimilar coisas diferentes, consigo". "Não há nenhum tipo de assunto que seja impossível de perceber, não é?". "As pessoas que estão a minha volta atribuem tanta confiança em mim (…) mas os assuntos têm a mesma dificuldade para mim e para eles". "Eu tenho de me esforçar, se calhar, um bocadinho menos".

No que concerne ao autoconceito, os entrevistados manifestam ter confiança nas suas capacidades e sentem que são capazes, o que também é percecionado pelos pares. Apenas A refere que não é "assim tão confiante" e que prefere ser "humilde".

3.1.3.4. Atribuições ao sucesso e ao fracasso

Categoria: Atribuições para o sucesso e fracasso

Subcategoria: Fatores internos e/ou externos

A Concorda que a sorte tem um papel num percurso de excelência. "Se tivesse sido outro professor, se calhar teria sido diferente na forma de avaliar, por exemplo, sei que este ano em Análise I não dão tanta importância às demonstrações". Reconhece o papel da sorte mais no processo de avaliação do que na aprendizagem. "É uma questão de sorte. Sorte na avaliação".

B "É o meu envolvimento. A sorte não interfere na aprendizagem." Considera que as suas (boas) notas são também devidas à experiência anterior que teve em outro curso/universidade. "Por exemplo, o 1º ano que estudei aqui não fui a nenhuma aula, não conheci nenhum professor, mas já dominava a maior parte dos conteúdos que estavam a avaliar". E à idade.

C "Depende sempre de algumas disciplinas". "Pode ser considerado uma sorte ter um bom professor (…) porque o resto (…) a gente se não estudar não vai ter sorte a fazer as coisas".

D "A sorte reflete-se em casos muito concretos, por exemplo, ter sorte num exame que foi muito fácil e no ano passado tinha sido muito difícil, mas isso é muito raro acontecer". "Sorte não. Principalmente em Matemática não se aplica".

Relativamente ao tipo de atribuições para o sucesso e para o fracasso, estas são principalmente feitas ao envolvimento pessoal na tarefa e não à sorte (B e D), ou seja, a fatores internos. Contudo reconhecem a influência do professor (A e C), nomeadamente do seu estilo de ensino. A refere ainda o "papel da sorte na avaliação".

3.1.3.5. Motivação

Categoria: Motivação

Subcategoria: Intrínseca e/ou extrínseca

A O empenho está dependente da disponibilidade de tempo e da tarefa ser ou não objeto de avaliação.

B "Não tenho a pressão das notas, nem se me vai correr bem ou mal". "Deve ser por isso que corre melhor".

C "Se estivermos a estudar alguma coisa que nos dá prazer, estudamos com mais vontade". "Considero a universidade como um passaporte para uma coisa melhor" (…) E penso que isso é a principal motivação".

D "Sempre que são cadeiras mais difíceis é precisamente aí que eu me esforço mais". "Consigo assim manter a média". "Só estudo sob pressão. "Por estar pressionado é que o estudo rende também".

Pode-se considerar que os participantes manifestam desejo de conseguir ter/manter boas notas, o que podemos considerar teoricamente como uma motivação extrínseca. Contudo, consideramos manifestarem elevada motivação para a concretização das tarefas e para a autorrealização, ou seja, motivação intrínseca.

3.1.3.6. Predisposição para o esforço e tolerância à frustração

Categoria: Predisposição para o esforço e tolerância à frustração

A Quando tenho dificuldades, tento resolver primeiro, “se não consigo arranjar forma nenhuma, não vou estar a desperdiçar mais o meu tempo, vou ao professor e pergunto”.

B “A maior parte das vezes, reajo mal [à frustração]. “Normalmente não desisto, sou persistente (…) e tento conseguir entender o porquê (…), quando não consigo (…) recuso-me simplesmente a estar a fazer o exercício dez vezes (…), isso não”.

C “Se tiver alguma coisa para aprender, tenho de perceber… nem que vá pesquisar a outros sítios”. Nunca desistir.

D “Se tivesse aquele grau de esforço que muita gente tem, por exemplo, para conseguir positiva e estar sempre ali a tentar…que eu sinto que não preciso, mas se tivesse esse grau de esfoço tinha resultados melhores, tinha”.

Quanto à predisposição para o esforço e tolerância à frustração, a maioria apresenta um elevado grau de esforço e empenho na tarefa (A, B e C). Segundo D, se o esforço despendido fosse maior teria certamente melhores resultados. Apenas B manifestou reagir mal à frustração, apesar de referir que “normalmente não desisto, sou resistente”.

3.1.4. Desempenho atual – Aspetos contextuais /envolventes

Pretende-se, num primeiro momento, caracterizar o meio envolvente, o contexto familiar, a sua importância e influência no percurso formativo. De seguida, explorar as particularidades relativas à rede de suporte social, os agentes significativos que de alguma forma contribuíram para o desempenho atual de excelência.

3.1.4.1. Meio envolvente - Família

Categoria: Infância e adolescência

Subcategoria: Com quem vivia

A “Vivia com os pais e com uma irmã” [mais nova, 17 anos].

B “Até à primária vivi com os meus avós, da parte da minha mãe”. Tem 2 irmãos mais novos, um “é deficiente”.

C Vivia com os pais. Tem 2 irmãos mais novos [8 e 9 anos].

D Sempre viveu com os pais. Tem uma irmã mais nova [14 anos].

Quanto ao contexto familiar, verificamos que a maioria dos inquiridos sempre viveu com os pais e irmãos, apenas B esteve ao cargo dos avós até completar o 1º ciclo de escolaridade.

Subcategoria: Profissão dos pais

A "A minha mãe trabalha na cantina da escola e o meu pai é camionista".

B "Os meus avós trabalhavam na agricultura". "Só tinham a 4ª classe".

C Trabalhavam numa quinta.

D A mãe era empregada fabril, há cerca de 8 anos trabalha num hospital na área de recursos humanos. O pai é "vendedor de ferramentas".

Relativamente a profissão dos pais, nenhuma está ligada a área da Matemática. Sem terem sido alvo de pressões, verifica-se, por parte dos entrevistados, a perceção de uma expectativa positiva e de uma valorização do estudo e da escola, perspetivando o futuro, por parte da família.

Subcategoria: Atitude dos pais perante o estudo, a aprendizagem e a escola

A "Para um futuro melhor". "O meu pai referia que independentemente do que queremos fazer no futuro, temos sempre necessidade de estudar". "Para "os meus pais…se for acima de dez já está bom".

B "Valorizavam e bastante". Eram afetuosos e não severos [avós].

C “Preocupavam-se que eu soubesse fazer as coisas”. “Que aprendesse e tivesse boas notas. Mas não eram exigentes”.

D “Nunca me mimaram muito, mas também não eram severos”. Valorizavam o estudo e a escola.

A propósito da aprendizagem e da escola os pais dos entrevistados mostram ser atentos no acompanhamento da aprendizagem, mas não excessivamente exigentes.

Subcategoria: Apoio no estudo / Organização do estudo

A Chegava a casa e não tinha ninguém. “Quanto mais depressa fazia os trabalhos de casa melhor, era da maneira que brincava o resto da tarde. Era também um incentivo”. “Os meus pais não estabeleciam horário de estudo”. “Nunca arranjava chatices, nunca tinha negativas”.

B Os meus avós “sempre me apoiaram quando eu tinha dúvidas”. “A nível da primária chegava a casa e fazia os trabalhos para os outros dias”. “Quando acabei a primária estudei num colégio interno e aí tínhamos horários”. Quando voltei a viver com os meus pais, aos 12 anos, “nunca me impuseram nem nunca me obrigaram [a estudar] ”. “O meu pai era exigente mas só no fim do ano.”

C “A minha mãe nos primeiros anos estudou sempre comigo e antes dos testes perguntava-me as coisas”. “Chegava a casa ia estudar”. “Quando cheguei ao 6º ano tive explicações”. No 8º ano, a professora apesar de severa era “boa pessoa”. Eram poucos os alunos que frequentavam a aula (dois ou três), “estávamos sempre no quadro”, a fazer exercícios. “Foi a partir do 11º e do 12º que comecei a estar mais com a cabeça assente e com mais atenção a tudo (…) era eu que tirava as dúvidas aos meus colegas”.

D Após as aulas “ia para o ATL até ao final do 4º ano, a partir daí vinha para casa ou andava com o meu pai”. “Nunca pressionaram, nunca viram quando tinha testes, se tinha o caderno organizado, porque sabiam que tinha os resultados que tinha e então nunca se preocuparam muito com isso”. “Percebia as coisas, mas não fazia os trabalhos de casa, (…) tirava boas notas, nem era preciso fazer exercícios, [pais] davam-me os parabéns quando tinha boas notas”.

Quanto ao apoio recebido no estudo, os entrevistados manifestam terem sido autónomos no estudo durante a infância / adolescência, por exemplo, A refere que chegava a casa e não tinha ninguém e “quanto mais depressa fazia os trabalhos de casa melhor”. B também refere que “a nível da primária chegava a casa e fazia os trabalhos para os outros dias”. Contudo, manifestam um significativo suporte familiar, por exemplo, B expressa que os avós sempre a apoiaram quando tinha dúvidas, C afirma que “a minha mãe nos primeiros anos estudou sempre comigo e antes dos testes perguntava-me as coisas” e que só no 6º ano teve explicações. D revela que os pais davam-lhe “os parabéns quando tinha boas notas”.

Subcategoria: Influência familiar no gosto pela Matemática

A “Um primo da minha mãe também está em Engenharia Informática, mas tirando isso, não”.

B “Não tenho ninguém na família que tenha desenvolvido atividade relacionada com a Matemática”.

C “Não”. “Apenas uma amiga explicadora porque arranjava-me coisas para estudar…”

D “Não me recordo! “A minha família nem tem grandes qualificações”.

No que concerne a influência familiar no gosto pela Matemática, esta revelou-se inexistente.

Subcategoria: Participação em atividades

A “Gostava de ler, nadar, ver televisão”. “No 4º ano foi quando comecei a ter inglês. Nada que se relacionasse com a Matemática. “Só participei uma vez nas Olimpíadas da Matemática (…) no 7º ou 8º ano, “Não gostei nada da experiência”.

B Natação.

C "Jogar a bola".

D Catequese e música. "Nada que tivesse a ver com a Matemática".

As atividades em que participaram durante a infância não se revelaram estarem ligadas à Matemática.

3.1.4.2. Meio envolvente – outros agentes

Categoria: Outros agentes e circunstâncias

Subcategoria: Colegas / Amigos (Influência no percurso escolar)

A Tinha uma amiga, "éramos as melhores da turma (…) cooperávamos mesmo nos trabalhos". "Tive um grupo de amigos estável até ao 12º ano. Tenho agora apenas um amigo que adora a Matemática".

B "Não tenho amigos que partilhem o gosto pela Matemática".

C "Os colegas e amigos do secundário não manifestam o interesse pela Matemática. Estão todos em cursos da área da saúde e afins. Só os amigos da universidade partilham o mesmo interesse".

D "Tenho um grupo estável". Tinha muitos amigos, "que perderam por completo a ligação porque nunca cá estão e eu estou cá (…) tenho malta que foi para Coimbra ou para o Porto". "Não é que esteja ali naquele grupo, tenho malta que conheço que também é de topo na Matemática".

Apesar da referência dos entrevistados A e D a grupos estáveis de amigos, não são expressas influências significativas destes no percurso escolar dos participantes. No entanto, os entrevistados manifestam a existência de um significativo suporte social por parte dos pares (colegas e amigos) ao longo do seu percurso formativo.

Subcategoria: Participação em clubes ou associações

A "Núcleo de estudantes de engenharia de computadores e telemática".

B "Não".

C "Só jogo futebol aqui na universidade (…) há um campeonato".

D "Não".

À exceção do participante A, os entrevistados não registam participações em clubes ou associações.

Subcategoria: Ocupação dos tempos livres

A "Ver televisão quando estou a jantar. Dou catequese aos fins-de-semana". "Ir ao e-mail… facebook".

B "A estudar". "Quando tenho algum tempo, é mesmo ler". "Gosto também de pintar nos meus tempos livres".

C "Só jogo futebol aqui na universidade". "Antes de vir para a universidade andava sempre envolvido (…), escalada, natação (…) mas agora aqui na universidade não tenho muito tempo para me dedicar a outras coisas". "Em casa estudo ou vejo uma série na televisão".

D "Computador, jogos, música (…) música eletrónica". "Ver televisão, sair, beber café, estar com os amigos, o normal".

Os entrevistados não têm atividades de lazer que se possam relacionar diretamente com a Matemática.

Subcategoria: Professores de Matemática (Influência no percurso escolar)

A "Sempre achei que tive bons professores de Matemática, que me elogiaram. Os métodos utilizados eram os tradicionais".

B "Um professor que tive no 10º e no 11º. E outro a nível da universidade (…) para além de ser uma pessoa afável, tinha um conhecimento geral, não era só a nível da Matemática". "As aulas eram normais". "Este professor da universidade em vez de responder a uma dúvida colocava mais 10 ou 20 perguntas (…) dava luta por causa disso".

C A professora do 8º ano [já referenciada]. "Sabia explicar as coisas, o problema é que berrava muito e chamava-nos de burros". [Outro professor] "era desorganizado, não sabia explicar as coisas, não sabia que nós sabíamos menos do que ele…" Prefere professores que "são capazes de dar uma definição e explicar a sua lógica (…) e depois no fim fazer um exemplo, fazer um exercício (…) acompanhar o trabalho que os alunos fazem".

D "Tive grandes professores que tenho a certeza que me deram boas bases em Matemática e física". "Muito didáticos na maneira de ensinar". "A aprendizagem não é tão fácil quando o ambiente na sala não o permite, tem que ter esse lado de amizade e de cumplicidade mas por outro tem que ter esse lado de imposição de respeito e silêncio". "As aulas eram normais (…) davam parte teórica, depois faziam exercícios, (…) nada de especial".

Demonstram uma significativa presença de professores de Matemática que influenciaram pela positiva o percurso dos entrevistados. Por exemplo, A refere que sempre teve bons professores de Matemática, B especifica um professor no 10º e no 11º ano de escolaridade e outro na universidade e C, "a professora do 8º ano". Quanto aos métodos de ensino que utilizavam, os entrevistados referem que foram os tradicionais.

Subcategoria: Outros agentes com impacto positivo ou negativo

A Não consegue identificar.

B "Não".

C "Não".

D "Não". "Houve muitas pessoas que tiveram impacto positivo mas nunca aqueles casos específicos que influenciam mesmo".

Os entrevistados não revelam a influência de outros agentes significativos no seu percurso formativo.

3.1.5. Envolvimento na tarefa

Pretende-se com este tópico explorar as especificidades associadas ao envolvimento na tarefa e a resolução de problemas. Mais especificamente, pretende-se identificar: procedimentos a realizar para a garantia de um bom desempenho, tipo de objetivos definidos, a capacidade de concentração, a existência de ansiedade perante a tarefa e os fatores de satisfação.
Categoria: Envolvimento na tarefa

Subcategoria: Garantia de um bom desempenho

A "Ter acesso a bibliografia (…) ler tudo ao meu alcance (…) tirar notas daquilo que é mais relevante".

B "Dominar os conteúdos, principalmente os teóricos e compreender a ligação entre eles".

C "Levo sempre as coisas estudadas (…) se for preciso começo uma semana antes (…), mas não estudo perto mesmo da data".

D "Entender o mecanismo, nunca decorar, fazer o que for preciso para perceber (…) fazer os exercícios". "Leio a parte teórica, fico com bases, e depois tento partir para a parte prática, tento aplicar aquilo que li em exercícios concretos".

Os entrevistados referem os seguintes fatores para a garantia de um bom desempenho: ter toda a documentação (livros, apontamentos, fichas…) ao alcance (A); dominar os conteúdos, teóricos e práticos (B); iniciar o estudo de forma atempada (C); entender e "nunca decorar" (D).

Subcategoria: Tipo de objetivos atuais e futuros (de aprendizagem ou de resultados)

A "Gosto de aprender (…) quero ficar com o meu conhecimento mais enriquecido". "Objetivos mais de aprendizagem". "Tentar acabar [o curso] em cinco anos". "Conseguir um emprego estável".

B "O meu interesse é aprender (…) não me interessa minimamente a nota que vai sair (…) aprender o máximo possível da disciplina, se me interessa ou não". "Na licenciatura de Engenharia não era assim…". "Quanto ao futuro não faço ideia (…) se irei tirar o mestrado, (…) implica mais dois anos a deslocar-me e não está a ser nada fácil".

C "São os dois [aprendizagem e resultados] ". "Acabar isto [licenciatura] com boa nota e assim ficar preparado para fazer o mestrado". "Quando vim para Matemática queria ser professor (…) não me imagino muito principalmente na parte da investigação".

D " [objetivos de ensino ou aprendizagem] é as duas coisas". Sinto-me frustrado por saber/aprender uma coisa e tirar 15, também não me sinto bem ter um 18 porque tive sorte no exame (….) isto também é raro acontecer, mas as duas coisas completam-se". "O meu objetivo atual é principalmente acabar o curso com boa nota (…) participar em palestras, congressos, ou fazer um estágio, tentar complementar melhor o meu currículo". Ter sucesso na área da engenharia civil e fazer parte de uma grande empresa (…) ter sucesso, ser reconhecido".

No que concerne aos objetivos definidos (aprendizagem e/ou resultado), verificamos que dois entrevistados (A e B) referem principalmente a aquisição de conhecimentos, "ficar mais enriquecido" (A), "aprender o máximo possível (B); enquanto os outros dois (C e D) referem que são ambos.

Subcategoria: Capacidade de concentração / atenção

A "Depende da disciplina, se for mais difícil, tento um lugar mais calmo, mais calado, com um chocolate ao lado, tento sempre ter os recursos todos ao meu lado". "Se tenho um exercício e não consigo fazer, fico frustrada e começo a olhar para o lado, ou começo a prestar atenção ao que as pessoas estão a dizer".

B "Tenho facilidade em concentrar-me, estudo em qualquer lado, não preciso estar isolada e sem barulho". "O que me distrai é o meu filho [4 anos] (…) quando está ao meu colo".

C "Silêncio, tenho de estar em silêncio para estudar coisas mais teóricas, quando são mais práticas não me importo com o barulho". "Não estudo à noite (…) de manhã estou fresquinho".

D "Nunca tenho grandes preocupações porque a minha concentração é basicamente a pressão que eu tenho do pouco tempo". "Só rende quando tem que ser". "O distrair é mais falta de motivação".

Os entrevistados, ao serem solicitados quanto a capacidade de concentração / atenção, apresentam diferentes respostas. Por exemplo, A referiu "que depende da disciplina, se for mais fácil procuro um lugar mais calmo, mais calado, com um chocolate ao lado", caso contrário há tendência para distrair-se. Já B refere que tem facilidade em concentrar-se, "estudo em qualquer lado". C diz que só em "silêncio" e D como só estuda nas "vésperas", não tem grandes preocupações "porque a minha concentração é basicamente a pressão que eu tenho do pouco tempo".

Subcategoria: Ansiedade e *stress* (quando os objetivos não são atingidos) e impacto da ansiedade (negativo ou positivo)

A "(…) triste, desanimada (…) fico com o dia estragado, mas no dia seguinte, paciência". "Quando acho que estudei bastante e os resultados não estão de acordo com o meu estudo e empenho (…) fico logo nervosa".

B "Não fico muito satisfeita". "Agora não há *stress*". No Liceu "tinha ansiedade, antes dos testes (…), mesmo que dominasse a matéria, lá está, porque o resultado e a nota eram importantes (…) a partir do momento que deixam de ser a ansiedade desaparece".

C “Fico triste”. “Mas sei que dei o meu melhor”. “Sob pressão faz sempre as coisas pior”. Também “estudar várias vezes a mesma matéria e não conseguir entender (…) uma pessoa fica ansiosa”.

D “Tranquilo”. “Só quando tenho entrega de trabalhos (…) um horário apertado (…) normalmente em épocas de avaliação”. “São basicamente os processos de avaliação (…) é positivo e isso leva-me a estudar”.

Quanto à ansiedade ou *stress* percecionados quando os objetivos não são atingidos, a maioria refere que apenas não fica satisfeita, A diz que “fico logo nervosa” e C “fica triste”. D refere que sente mais ansiedade ou *stress* em situações de avaliação, mas que têm um impacto positivo pois levam-no a estudar ainda mais.

Subcategoria: Fatores de satisfação

A “Realização pessoal”. “Gostei de ter entrado na universidade”.

B “É mesmo o conhecimento (…) como o meu trabalho está ligado mesmo à Matemática, senti necessidade e sinto de saber mais qualquer coisa”. “Satisfação pessoal”.

C “Gosto de estudar porque sei que quando acabar isto [curso] se tiver uma profissão, vou sentir-me seguro”. “Se estivermos a estudar alguma coisa que nos dá prazer, estudamos com mais vontade e as coisas correm melhor, não é?”.

D “Não gosto de estudar”. “É sacrifício”. “É principalmente as notas (…) sinto isso como uma grande recompensa, isso é que me dá motivação para continuar a esforçar-me dessa maneira”.

Os fatores de satisfação que os entrevistados identificam, os quais estão diretamente relacionados com os objetivos de aprendizagem, prendem-se com a realização pessoal (A), a aquisição de conhecimentos (B), o prazer em estudar determinadas matérias “e as coisas correm melhor” (C). Somente D referiu que a satisfação advém das notas, “sinto isso como uma grande recompensa, isso é que me dá motivação para continuar a esforçar-me dessa maneira”.

3.1.6. Pressões sentidas ao longo do percurso escolar

Pretende-se conhecer se os estudantes inquiridos estão ou estiveram sujeitos a pressões exteriores ao longo do seu percurso escolar, bem como reagem a essas pressões.
Categoria: Pressões sentidas ao longo do percurso escolar e reações

Subcategoria: Familiar e outros

A Não especifica.

B “Mais da parte do meu pai (…) mas também não era exagerado”.
“Um professor de Matemática no secundário”.

C Não especifica.

D “não tenho pressões de fora (…) a pressão é aquela que faço sobre mim”.

Quanto as possíveis pressões sofridas, estas não são significativas já que os entrevistados não manifestam/recordam.

Subcategoria: Reações às pressões

A Muito mal”. “Sou uma pessoa muito nervosa (…) gosto que as coisas me corram bem (…) quando não corre, tento dar a volta de outra maneira”. “Baixar os braços é que não”.

B “Esforço-me mais”.

C “Dou o meu melhor para fazer as coisas”.

D Pressões exteriores “não as sinto”.

Uma vez que as pressões sentidas não são expressivas, as reações às pressões não são evidenciadas e, no caso de existirem, são consideradas como um incentivo para um maior esforço e envolvimento (A, B e C).

3.1.7. Características pessoais evidenciadas

Com este tópico pretende-se identificar singularidades ou características específicas que distinguem os entrevistados relativamente aos seus pares.

Categoria: Características e qualidades evidenciadas

Subcategoria: No estudo

A "Gostar de receber prémios". "Ser organizada, (…) independente, humilde, sou capaz de pedir ajuda". "Conseguir distinguir o que interessa daquilo que não interessa, (…) "o facto de eu ter essas capacidades também seja importante".

B Disciplina, método, paciência, persistência, capacidade de concentração. "Ter boas bases". "Não tanto as capacidades (…) mas a preparação".

C "Força de vontade, motivação, organização, persistência". "As capacidades também são importantes, (…) acho que não há uma coisa sem outra".

D "Motivação, responsabilidade e motivo, (…) talvez facilidade de compreensão". "Pesa mais a capacidade".

Quanto às características que atribuem a si próprios, os entrevistados referem: a organização (A e C), a persistência (B e C), o ter capacidades foi referido pela maioria (A, C e D), e também a importância da preparação, motivação e responsabilidade.

Subcategoria: Em outros contextos

A As características evidenciadas estão presentes em outros contextos.

B As características evidenciadas estão presentes em outros contextos.

C “Sou uma pessoa muito persistente (…) na vida também”.

D Também estão presentes em outros contextos.

As características identificadas em contexto de estudo estendem-se, na perspetiva dos entrevistados, a outros contextos dos quais fazem parte.

Subcategoria: Diferenciação relativamente aos colegas

A “Sou empenhada”. “A minha autonomia”. “Espírito crítico”. “Rentabilizar o tempo”.

B “Neste caso, (…) o conhecimento que eu já tinha em relação a eles [colegas] ”.

C “O que a universidade representa para mim (…), ter uma vida melhor, é essa tal força de vontade para estudar, é a necessidade (…) que faz isso”.

D “Principalmente a capacidade de assimilação (…) ou de compreensão daqueles assuntos, (…) não é o esforço porque se fosse eu era medíocre”.

No que concerne às características que os diferencia dos outros colegas, as respostas são variadas: o empenho, a autonomia, o saber rentabilizar o tempo (A), a “força de vontade para estudar” (C), a capacidade de assimilação ou de compreensão e não tanto o esforço (D) e o ter bases (B).

3.1.8. Discussão da análise do conteúdo das entrevistas

Segundo Figueira (1997), para uma boa aprendizagem, os alunos deverão coordenar as aptidões cognitivas, metacognitivas e motivacionais, para além do conhecimento dos conteúdos. A mesma autora refere ainda que a aprendizagem autorregulada não depende apenas do conhecimento das estratégias a utilizar em determinadas situações de aprendizagem, "mas, principalmente, da sua utilização consciente, o que implica saber quando, como e onde aplicá-las" (p. 252).

Consideramos que os estudantes inquiridos manifestam uma aprendizagem autorregulada, com significativa autonomia, perseverança, responsabilidade e sentido de autoeficácia. Importa realçar as capacidades e competências evidenciadas durante todo o percurso escolar, o que contribuiu para o desempenho atual, assim como a predisposição para o esforço e a tolerância a frustração.

Ainda segundo Figueira (1997), a designação de sujeito autónomo, autorregulado, refere-se àquele que é metacognitiva, motivacional e comportamentalmente ativo no seu processo de aprendizagem, o que implica, genericamente, um grande autoconhecimento, conhecimento dos seus pontos fracos e pontos fortes, implicando ter boas imagens de si, interessar-se pelas tarefas, atribuir-lhes valor, ser persistente, utilizar estratégias de aprendizagem incisivas, de molde a alcançar os objetivos de aprendizagem (Zimmerman, 1989a) (p.242).

A motivação apresentada por estes alunos, que Renzulli (1978) já denominava de envolvimento na tarefa, definida como "*a general energizing process that triggers responses in organisms, task commitment represents energy brought to bear on a paticular problem (task) or specific performance area*" (p.3), foi observada nas seguintes características: perseverança, resistência a frustração, capacidade de concentração, iniciativa, dedicação às tarefas, entusiasmo, autoconfiança, estabelecimento de metas elevadas.

Também importa referir que os objetivos referenciados são essencialmente de aprendizagem, evidenciados pelos entrevistados, que implicam a preocupação em adquirir e dominar novos conhecimentos e competências, representam forte motivação para a realização escolar. Contudo, não descuram os objetivos centrados nos resultados, que implicam a procura de obtenção de notas compatíveis com o esforço e empenho despendidos (Faria, 1997).

Quanto ao percurso formativo evidenciado, revelaram-se influências familiares significativas no que concerne ao apoio no estudo e valorização da escola. Uma investigação de Steinberg e Dornbush (1996, citados por Rosário, Almeida & Oliveira) "revelou que os pais de alunos com sucesso escolar sustentam fortes expectativas quanto às classificações elevadas dos seus filhos e monitorizam, atentamente, o seu trabalho, quer diretamente com apoio no seu trabalho escolar, quer indiretamente, investindo em programas de extensão dos seus conhecimentos" (p.200).

Os entrevistados, apesar de manifestarem a existência de uma rede de suporte social dos pares, esta não se manifestou representativa no desempenho atual na Matemática.

Importa ainda salientar as expressas influências dos professores, nomeadamente de Matemática, no contributo para o sucesso no percurso académico dos entrevistados.

3.2 Questionários

Depois de, como já explicámos, o inquérito que criámos ter sido considerado válido e fiável – ver anexo 1.- foi solicitado aos quatro participantes no estudo empírico que também respondessem ao mesmo inquérito de atitudes face à Matemática. Aos inquiridos foi pedido que indicassem o seu grau de concordância/discordância com cada uma das trinta e quatro afirmações que integram o inquérito através de uma escala de Likert de cinco níveis, em que 1 denota discordância completa e 5 concordância completa. O Quadro 3.1 mostra as respostas dos quatro inquiridos em cada afirmação. Na leitura deste quadro deve-se ter em conta que as afirmações número, um, quatro, seis, dezassete, dezoito, vinte e nove, trinta e trinta e dois, estão formuladas na negativa, pelo que os níveis indicados pelos estudantes em cada uma destas afirmações devem ser entendidos de forma inversa. Foi este o procedimento que adotámos para estas mesmas afirmações, quando calculámos as somas parciais de cada fator.

Nº	Afirmação	Estudante A	Estudante B	Estudante C	Estudante D
1	Para mim, é difícil aprender Matemática.	2	1	2	1
2	Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender Matemática.	4	5	4	4
3	Tenho a certeza de conseguir aprender Matemática.	4	5	4	4
4	A Matemática é difícil para mim.	2	2	3	1
5	Penso que consigo aprender Matemática ainda mais avançada.	4	4	3	4

6	Estudar Matemática faz-me sentir nervoso(a).	1	1	2	1
7	Acho que sou bom/boa em Matemática.	4	3	4	4
8	Matemática não me assusta minimamente.	4	5	2	4
9	Aprendo Matemática facilmente.	4	5	3	4
10	Os meus professores de Matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	5	5	3	4
11	Quando resolvo um exercício de Matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	4	4	5	3
12	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática porque simplesmente é fácil para mim.	3	3	3	4
	Soma parcial do fator competência percebida	49	53	42	50
13	Matemática é uma disciplina necessária.	5	5	5	5
14	Saber Matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	3	3	5	4
15	A Matemática é importante no dia-a-dia.	4	3	5	4

16	Penso que estudar Matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	4	4	5	4
17	Não conto usar muita Matemática quando sair da Universidade.	3	1	1	1
18	Ter bom desempenho em Matemática não é importante para o meu futuro.	2	1	1	1
	Soma parcial do fator utilidade/valor da Matemática	23	25	30	27
19	Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	2	2	2	1
20	A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	2	2	3	1
21	Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	3	2	3	1
22	Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	3	2	2	1
	Soma parcial do fator teoria de inteligência adotada	10	8	10	4
23	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	2	1	2	2

24	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	1	1	2	3
25	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	5	1	5	3
26	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática porque quero manter a minha autoimagem.	3	1	3	3
27	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	4	2	5	4
28	Consigo manter-me motivado(a) para aprender Matemática porque quero evitar consequências negativas.	2	1	3	3
	Soma parcial do fator motivação	17	7	20	18
29	Matemática é enfadonha e aborrecida	1	1	2	3
30	Em Matemática, não tenho curiosidade intelectual.	1	1	2	2
31	Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	4	2	4	2

32	Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais Matemática.	2	1	3	2
	Soma parcial do fator afetividade pela Matemática	18	17	15	13
33	Os meus pais encorajam-me a estudar Matemática.	3	1	3	4
34	Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em Matemática.	3	1	4	2
	Soma parcial do fator atitude dos pais	6	2	7	6

Quadro 3.1. Respostas dos inquiridos às afirmações do inquérito e respetivas somas parciais

3.2.1. Análise das respostas aos questionários

O estudante A evidencia elevados índices de competência percebida em Matemática: considera que é bom nesta disciplina e que a aprende facilmente, revela também confiança nas suas capacidades para aprender Matemática ainda mais avançada, sem qualquer nervosismo ou receio; apesar de aprender Matemática facilmente, posiciona-se neutro na relação entre essa facilidade e a motivação que daí podia advir; por outro lado, tanto os seus professores desta disciplina (atuais e passados) como os seus colegas têm muita confiança nas suas capacidades. Quanto às opiniões do estudante A sobre a utilidade/valor da Matemática, as respostas permitem concluir que: muito embora A não saiba se irá ou não usar Matemática no futuro, considera que ter bom desempenho em Matemática irá ser importante para o seu presente e futuro; pensa que estudar Matemática o pode ajudar na resolução de problemas de outras áreas e que é uma disciplina necessária. Em suma, aprecia claramente a utilidade e valor da Matemática. Sobre a teoria de inteligência que o estudante A adota, as respostas são menos conclusivas, pois embora pareça pender para o lado da teoria incremental da capacidade, não é possível extrair uma conclusão categórica a esse respeito. No que concerne aos fatores que o motivam para aprender Matemática, A excluí a competição com outros estudantes, bem como o desejo de, por esta via, agradar a alguém, e também não o faz para evitar consequências negativas; pelo contrário, releva na sua motivação o desejo de ser bem-sucedido e a obtenção de um objetivo final. É notória a afetividade de A pela Matemática, pois para ele não é aborrecida, tem curiosidade intelectual nesta disciplina, e está disponível para aprofundar os seus conhecimentos bem como para o esforço necessário para realizar essa aprendizagem, estas respostas autorizam-nos a afirmar que A está intrinsecamente motivado para o estudo desta disciplina. Os pais de A não se revelam particularmente diligentes na monitorização e encorajamento no estudo de Matemática do filho.

O estudante B está seguro da sua competência para aprender Matemática, pois em quase todas as doze afirmações deste fator expressa a convicção de que é capaz, e de que outros pensam que B é capaz; as únicas exceções são duas dessas afirmações em que se situa numa posição neutra, nomeadamente na afirmação “acho que sou bom/boa em Matemática” e na que estabelece uma relação causal entre a facilidade na aprendizagem da Matemática e a motivação que daí poderia advir. Falando agora sobre as opiniões de B relativamente à utilidade e valor da Matemática, embora não tenha ideia definida sobre se a Matemática é importante no dia-a-dia e se o vai ajudar a ganhar a vida, em todas as restantes afirmações é visível a sua concordância com o elevado valor e utilidade desta disciplina. As respostas que B deu quando solicitado a pronunciar-se sobre a teoria de inteligência que adota, apesar de não expressarem certezas absolutas, denotam muita afinidade com a teoria incremental da capacidade. Já no que concerne à motivação de B, continuamos sem certezas, pois só dá uma pequena ênfase ao seu desejo de obter sucesso, e está em desacordo com as restantes afirmações. No entanto, como é manifesto pelas suas escolhas do fator afetividade pela Matemática, apesar de não ser pessoa de “ficar a partir pedra”, B gosta de Matemática, tem curiosidade intelectual em Matemática e gostava de a continuar a estudar, o que nos permite dizer que B está intrinsecamente motivado para o estudo de Matemática. Os pais de B não o encorajam nem estão interessados nos seus progressos em Matemática.

Concentrando-nos agora no estudante C, concretamente sobre a competência percebida, constatamos a indefinição em relação às dificuldades que a Matemática lhe coloca bem como à sua capacidade para aprender Matemática ainda mais avançada; nas restantes respostas deste fator é visível a confiança que deposita nas suas capacidades, apesar de confessar que a Matemática o assusta moderadamente; os seus docentes de Matemática não lhe transmitem qualquer impressão de confiança (nem de falta de confiança) nas suas capacidades, ao contrário dos seus colegas que têm muita fé nas suas resoluções. No respeitante à apreciação do valor/utilidade da Matemática, C é perentório: para ele a Matemática é necessária e importante no mais alto grau, para o presente e para o futuro (onde também conta recorrer a ela). Sobre a teoria de inteligência que C adota, apesar de ser percetível uma ligeira tendência para a perspetiva incremental da capacidade, não é possível uma inferência cabal a esse respeito. Focalizando-nos agora nos aspetos que motivam o estudante C para aprender Matemática, é evidente que não o faz para agradar nem para competir com alguém; questões de autoimagem e o receio de consequências negativas não interferem na sua motivação; o que mais motiva C é o desejo de sucesso e a obtenção de um objetivo final. Já a afetividade de C pela Matemática é clara, pois apenas é neutro em relação a evitar estudar mais Matemática, e nas restantes respostas deste fator manifesta afeição pela disciplina e disponibilidade para o esforço. Assim, C também está intrinsecamente motivado. Os pais de C não o encorajam a estudar Matemática (nem o desencorajam) mas estão interessados no seu progresso nesta disciplina.

Por sua vez, D exprime elevados índices de competência percebida em Matemática. É uma disciplina fácil para ele e tem muita confiança nas suas capacidades para aprender Matemática; apenas é neutro na confiança que os seus colegas têm nas suas resoluções. Reportando-se à utilidade e valor da Matemática, o estudante D é categórico: é importante e útil para o presente e para o seu futuro. As convicções de D sobre a teoria de inteligência são também decisivas; sem qualquer sombra de dúvida, D é partidário da teoria incremental da capacidade. Sobre as causas da sua motivação para aprender Matemática, o estudante D revela bastante indefinição, com todas as respostas no nível mais neutro, somente com duas exceções: não o faz para agradar a alguém e, pelo contrário, fá-lo tendencialmente pelo desejo de obter sucesso. D tem curiosidade intelectual nesta disciplina e está disposto a aprender mais Matemática, mas não está inteiramente disponível para despender o esforço necessário para o fazer. Finalmente, apesar dos pais de D o encorajarem a estudar Matemática, normalmente não estão interessados no seu progresso nesta disciplina.

O estudante D, sabemos pelas respostas ao inquérito e pela entrevista que lhe fizemos, embora não deixe de estudar e de planear o estudo de acordo com o que decide ser apropriado para si, apresenta uma atitude mais relaxada face ao estudo, sem atender a regras e a rotinas, e sem preocupações excessivas, mas, não obstante, os seus resultados académicos validam a sua metodologia. Esta atitude, que foge ao padrão de comportamento dos outros três estudantes, não é única no universo da excelência, pois, por exemplo Lave (1988) e Hutchins (1995) (citados por Hoffman & Gavan, 2006), revelaram que os peritos não executam tarefas cegamente nem aderem a regras de trabalho, mas antes desenvolvem heurísticas informais, que embora possam ser contraintuitivas, são frequentemente robustas, eficazes e cognitivamente económicas. Parece ser este o caso com o estudante D.

3.2.2. Discussão das respostas ao questionário

Tentando resumir e extrair conclusões a partir das respostas dos participantes ao inquérito de atitudes face à Matemática, podemos dizer que os quatro estudantes inquiridos têm elevados índices de competência percebida, i.e., auto-eficácia, embora C em níveis menos elevados que os restantes, e, colegas e professores partilham também confiança no trabalho em Matemática dos participantes. Podemos, portanto, assumir que os quatro estudantes possuem elevado sentido de autoeficácia e autoconceito. Por outro lado, apesar das respostas de B, globalmente podemos afirmar que gostam e estão intrinsecamente motivados para o estudo de Matemática, pois apesar de a maioria apontar o desejo de sucesso como um fator de motivação – o que remete para o nível de motivação extrínseca mais próximo da motivação intrínseca (tal como os definiram Ryan e Decy, 2000) – devemos ter em conta a afetividade pela Matemática que os quatro estudantes expressam. Desta forma, se atentarmos simultaneamente às respostas do fator motivação e ao gosto que nutrem pela Matemática, podemos concluir que estão intrinsecamente motivados para o estudo desta disciplina. Um elemento comum a todas as respostas é o reconhecimento da utilidade e valor da Matemática, não havendo nesse fator específico qualquer resposta dissonante. Falando dos seus pais, os estudantes inquiridos não reportam excessiva diligência destes no seu acompanhamento no que à Matemática diz respeito, sendo que este facto é particularmente evidente no caso do estudante B, talvez devido à sua idade. Por último, muito embora as respostas dadas não sejam globalmente decisivas, os quatro estudantes parecem perfilhar a teoria incremental de inteligência. Este facto não é surpreendente pois, segundo a conceção de Dweck (1999), as pessoas que adotam esta perspetiva da inteligência, acreditam que as suas capacidades podem ser cultivadas e desenvolvidas ao longo da vida, e que com esforço e aprendizagem se podem tornar mais inteligentes e talentosas. E como é percetível pela análise das entrevistas, estes estudantes, maioritariamente, valorizam o esforço e a aprendizagem.

3.3 Instrumento de aferição da criatividade matemática

Seguidamente são apresentadas as resoluções que cada estudante fez, primeiro da TMS 1, e depois da TMS 2, bem como as classificações em termos de flexibilidade, originalidade e criatividade que atribuímos a cada uma das resoluções apropriadas.

3.3.1. TMS 1

Começando pela TMS 1, é possível verificar a dificuldade que os participantes demonstraram na sua resolução, não tendo qualquer dos estudantes conseguido mais do que três abordagens apropriadas diferentes. Dois dos estudantes (A e D) não a conseguiram resolver por qualquer processo.

O aluno A, cuja resolução desta tarefa podemos ver na Figura 3.1, fez apenas uma tentativa de resolução, com recurso ao cálculo em conjunto com geometria, mas mal sucedida, daí que, naturalmente, tenha obtido resultados nulos em fluência e criatividade.

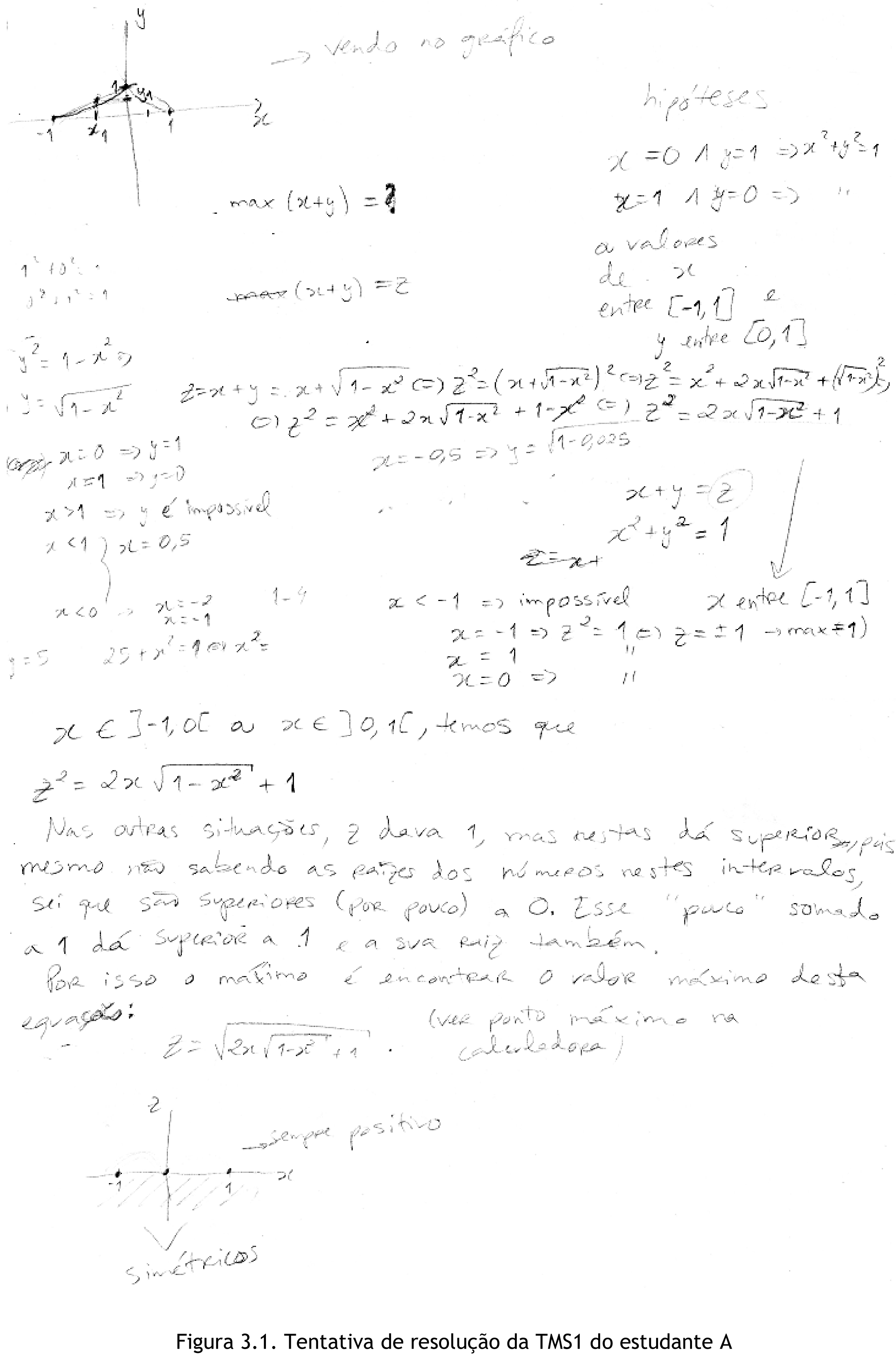


Figura 3.1. Tentativa de resolução da TMS1 do estudante A

O outro desses dois estudantes (D), numa das tentativas que realizou, que consta na Figura 3.2, cometeu um erro grosseiro de cálculo na derivação de uma função, o que comprometeu a possibilidade de sucesso, e numa outra abordagem (de cariz geométrico) também não conseguiu chegar a qualquer solução viável, como é visível na Figura 3.3, daí que a sua fluência nesta primeira tarefa seja classificada com 0, e consequentemente, a mesma pontuação em criatividade.

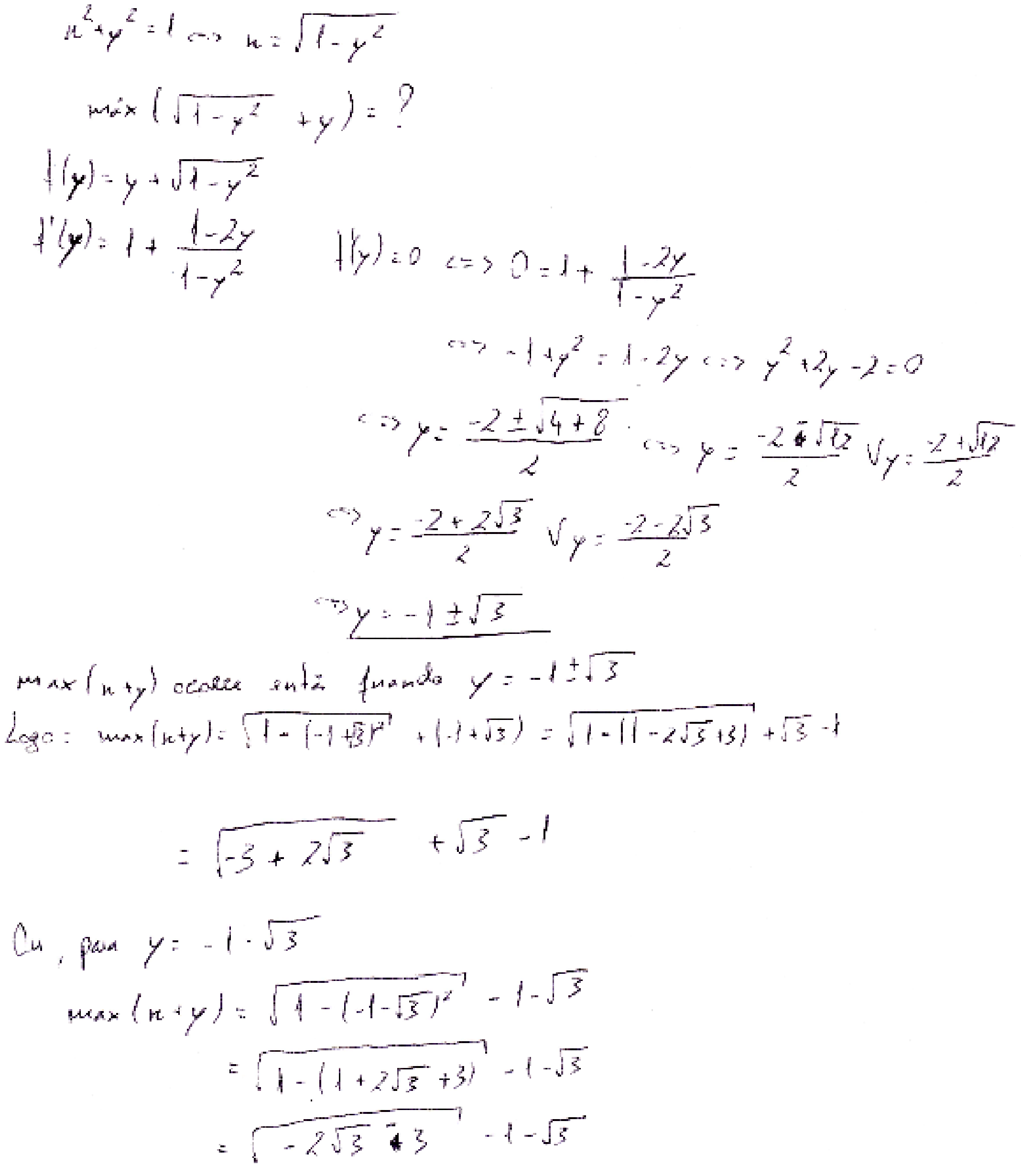


Figura 3.2. Tentativa de resolução da TMS1, pela via do cálculo, do estudante D

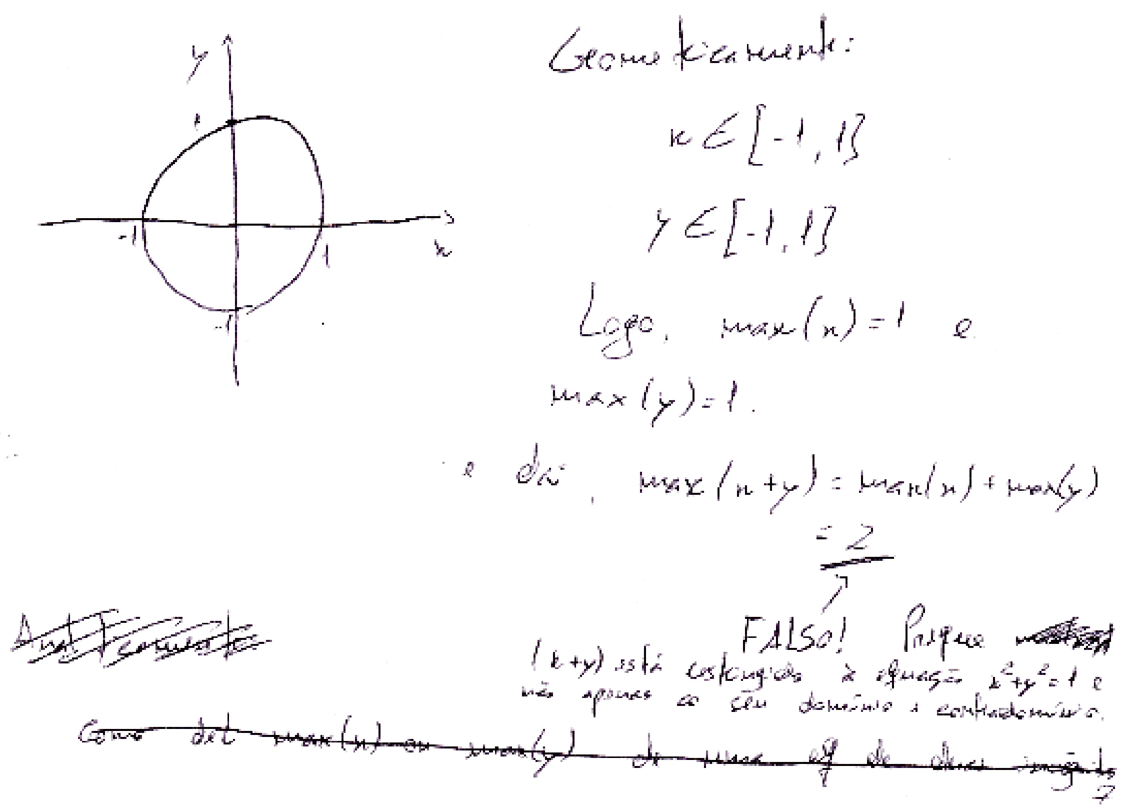
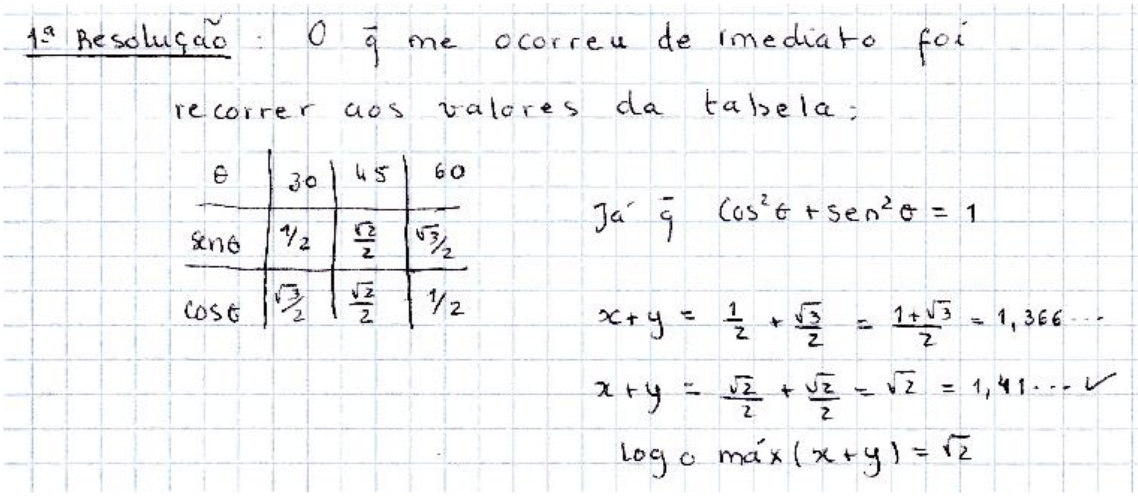


Figura 3.3. Tentativa de resolução da TMS1, pela via geométrica, do estudante D

O estudante B efetuou três tentativas de resolução, cada uma pertencente a um grupo de soluções diferente, mas apenas em duas delas foi bem sucedido. Num desses esforços, recorreu à trigonometria, conforme é visível na Figura 3.4. Dado que esta foi a primeira resolução, é classificada em flexibilidade com $Flx_1 = 10$; e em originalidade, por se tratar de uma resolução perspicaz que denota elevada compreensão, merece $Or_1 = 10$; como resultado vem $Cr_1 = 10 \times 10 = 100$.



1ª Resolução: O q̄ me ocorreu de imediato foi recorrer aos valores da tabela:

θ	30	45	60
$sen\theta$	$1/2$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$1/2$

Já q̄ $\cos^2\theta + sen^2\theta = 1$

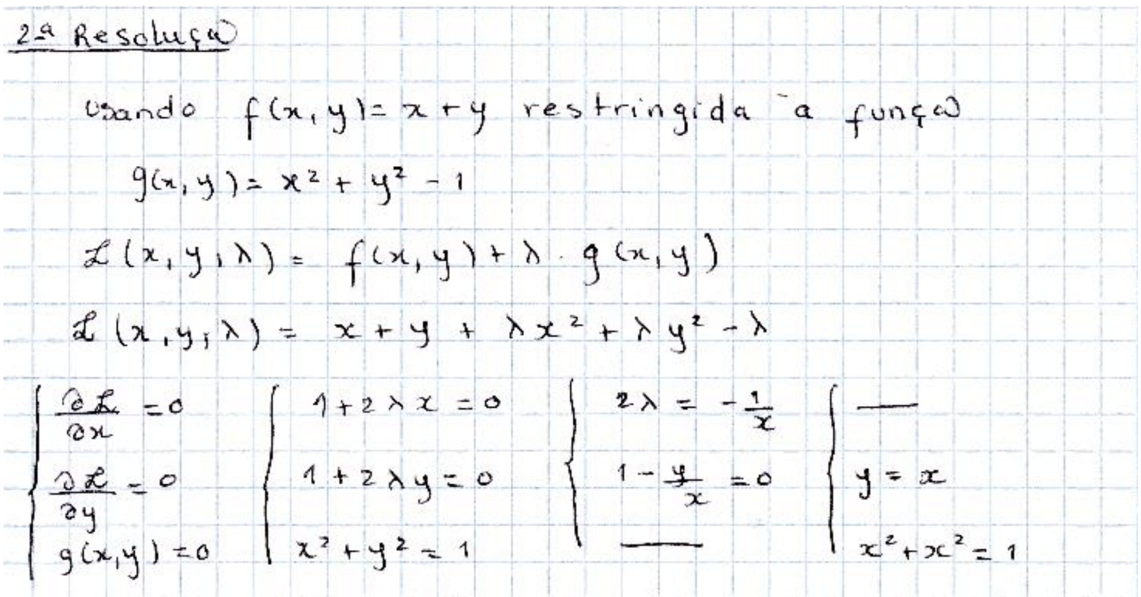
$x+y = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} = 1,366\ldots$

$x+y = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2} = 1,41\ldots$ ✓

Logo $máx(x+y) = \sqrt{2}$

Figura 3.4. Resolução da TMS1 pelo estudante B, em que recorreu a uma tabela trigonométrica

Na sua segunda resolução da TMS1 (ver Figura 3.5), o estudante B seguiu o "método dos multiplicadores de Lagrange"; como esta solução foi a primeira do respetivo grupo de soluções merece em flexibilidade $Flx_2 = 10$, e quanto a originalidade, $Or_2 = 0,1$ por se tratar de uma resposta convencional, algorítmica, e aprendida nas aulas justamente para este tipo de problemas; quanto a criatividade, esta resposta alcança $Cr_2 = 10 \times 0,1 = 1$.



2ª Resolução

Usando $f(x,y) = x+y$ restringida à função

$g(x,y) = x^2 + y^2 - 1$

$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = f(x,y) + \lambda \cdot g(x,y)$

$\mathcal{L}(x,y,\lambda) = x + y + \lambda x^2 + \lambda y^2 - \lambda$

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial y} = 0 \\ g(x,y) = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 1 + 2\lambda x = 0 \\ 1 + 2\lambda y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} 2\lambda = -\frac{1}{x} \\ 1 - \frac{y}{x} = 0 \\ \text{——} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{——} \\ y = x \\ x^2 + x^2 = 1 \end{cases}$$

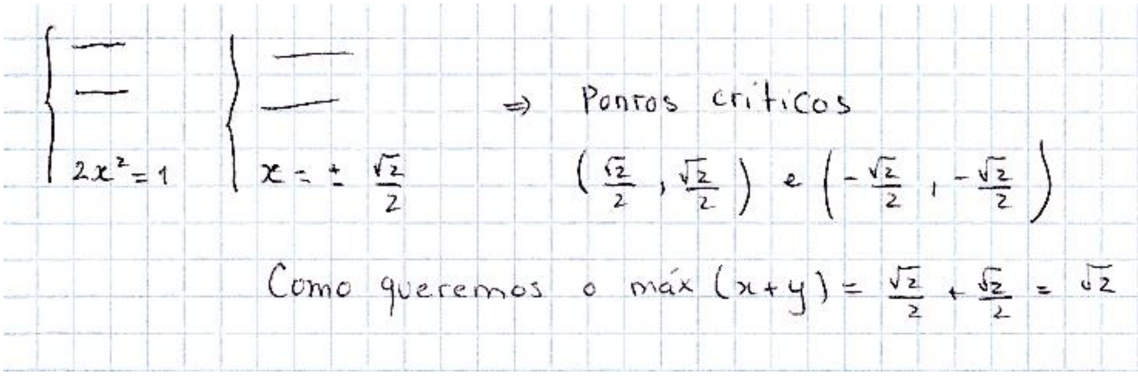


Figura 3.5. Resolução da TMS1 pelo estudante B, em que recorreu ao método dos multiplicadores de Lagrange

B tentou também resolver a tarefa por meio de raciocínios envolvendo triângulos, mas foi uma tentativa inconsequente, conforme se pode observar na Figura 3.6, e por conseguinte sem resultados positivos em termos de fluência e criatividade.

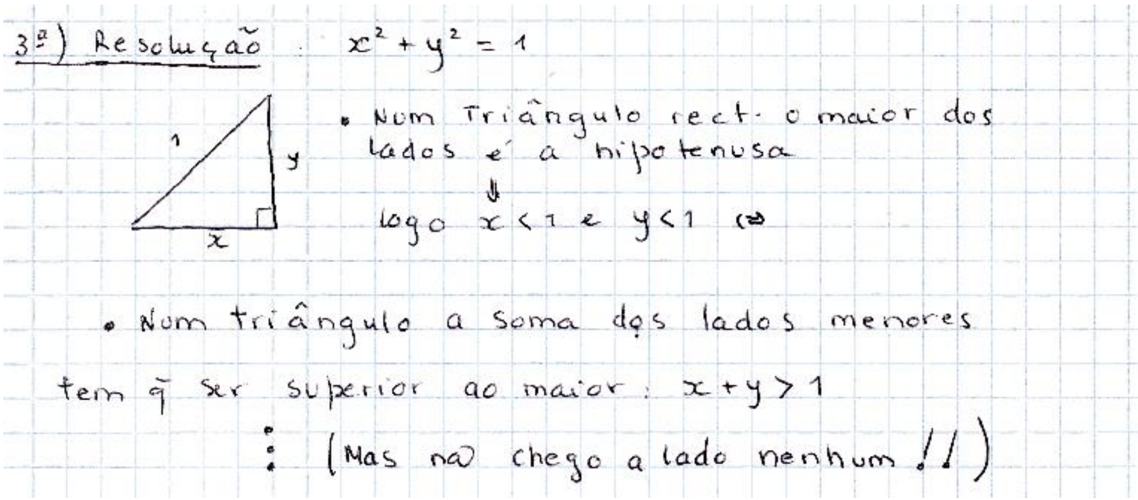


Figura 3.6. Tentativa de resolução da TMS1 do estudante B, com recurso a triângulos

Desta forma, o estudante B concretizou duas resoluções corretas da tarefa TMS1. Quanto à sua pontuação total de criatividade nesta tarefa, temos $Cr = Cr_1 + Cr_2 = 101$.

O estudante C foi o mais produtivo em soluções para esta tarefa, com três respostas corretas e provenientes de três grupos de soluções distintos. Na primeira resolução, que se encontra na

Figura 3.7, seguiu a via do cálculo, que é a via convencional para este tipo de tarefas, e foi classificado com: 1 em fluência, 10 em flexibilidade e $0{,}1$ em originalidade, calculando a sua criatividade nesta resolução, vem $Cr_1 = 1$.

Resolução 1:

Se $x^2+y^2=1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1-y^2}$ logo

$$\max(x+y) = \max\{\pm\sqrt{1-y^2}+y\}$$
$$= \max\{\sqrt{1-y^2}+y\}$$

Sendo

$$f(y)=\sqrt{1-y^2}+y$$

temos

$$f'(y) = \frac{1}{2}\times -2y \times \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} + 1$$
$$= \frac{-2y}{2\sqrt{1-y^2}}+1$$
$$= \frac{-y}{\sqrt{1-y^2}}+1$$

e

$$f'(y)=0 \Rightarrow \frac{-y}{\sqrt{1-y^2}}+1=0 \Rightarrow \frac{y}{\sqrt{1-y^2}}=1$$
$$\Rightarrow y=\sqrt{1-y^2} \Rightarrow \sqrt{y^2}=\sqrt{1-y^2}$$
$$\Rightarrow y^2 = 1-y^2 \Rightarrow 2y^2=1 \Rightarrow y^2=1/2 \Rightarrow y=\pm\frac{1}{\sqrt2}$$

Logo $f(\pm 1/\sqrt2)$ é máximo ou mínimo.

$$f(1/\sqrt2) = \sqrt{1-\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^2}+\frac{1}{\sqrt2} = \sqrt{1-\frac12}+1/\sqrt2$$
$$= \sqrt{1/2}+1/\sqrt2 = 2\sqrt{\tfrac12} = \sqrt2$$

logo máx $(x+y) = \sqrt{2}$

$\left(f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)$ é máximo pois $f\left(\underbrace{-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0}_{\text{mínimo.}} < \sqrt{2}$)

Figura 3.7. Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que recorreu ao cálculo

Na segunda abordagem, ver Figura 3.8, este estudante recorreu ao “método dos multiplicadores de Lagrange” e, pelos motivos que já explicámos acima, para esta resposta obteve: 1 em fluência, 10 em flexibilidade e $0,1$ em originalidade, e consequentemente $Cr_2 = 1$.

Resolução 2:

Usando multiplicadores de Lagrange temos:

$f(x,y) = x + y$

s.a. $\underset{(1)}{x^2 + y^2 = 1} \Rightarrow h(x,y) = x^2 + y^2$

Logo $\nabla f(x,y) = \lambda \nabla h(x,y) \Leftrightarrow \left(\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\right) = \lambda\left(\frac{\partial h(x,y)}{\partial x}, \frac{\partial h(x,y)}{\partial y}\right)$

$\Leftrightarrow (1,1) = \lambda(2x, 2y)$

$\Rightarrow \begin{cases} 1 = 2\lambda x \\ 1 = 2\lambda y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2x} \quad (x \neq 0)^{*} \\ 1 = 2\left(\frac{1}{2x}\right) y \end{cases}$

$\Rightarrow \left\{ 1 = \frac{y}{x} \right. \Rightarrow x = y$ logo substituindo em (1)

temos $x^2 + y^2 = 1$

$\Leftrightarrow x^2 + x^2 = 1 \Rightarrow 2x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{1/2} \; (= y)$

logo $f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = f\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 0$

$$f\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = -\sqrt{2}$$

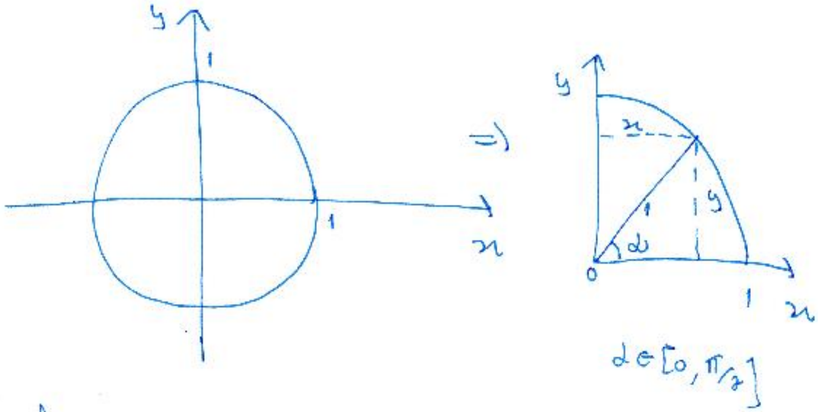
*se $x = 0 \Rightarrow y = 1$ e $\text{máx}\{x+y\} = 1 < \sqrt{2}$

Logo $\text{máx}\{x+y\} = \sqrt{2}$

Figura 3.8. Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que recorreu ao método dos multiplicadores de Lagrange

Por fim, C apresentou a resposta mais original, que se encontra na Figura 3.9, de índole trigonométrica, com evidências de grande compreensão e domínio dos conceitos envolvidos, sagaz, não convencional, e por isso atribuímos-lhe: 1 em fluência, 10 em flexibilidade e 10 em originalidade, o que se reflete na classificação máxima possível de criatividade para uma resolução, $Cr_3 = 100$.

Resolução 3



onde $x, y \geq 0$ logo

$$\text{máx}\{x+y\} = \text{máx}\left\{\sqrt{(x+y)^2}\right\}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{x^2+y^2+2xy}\right\} \quad \text{Mas } \begin{cases} x = \cos(\alpha) \\ y = \text{sen}(\alpha) \end{cases}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{\cos^2\alpha + \text{sen}^2\alpha + 2\,\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha)}\right\} \quad \text{fórmula fundamental da trigonometria}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{1 + 2\,\text{sen}(\alpha)\cos(\alpha)}\right\}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{1+\operatorname{sen}(2\alpha)}\right\}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{1+\operatorname{sen}(\beta)}\right\} \quad \text{onde } \beta \in [0, \pi]$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{1+\operatorname{sen}(\pi/2)}\right\}$$

$$= \text{máx}\left\{\sqrt{1+1}\right\}$$

$$= \sqrt{2}$$

Figura 3.9. Resolução da TMS1 pelo estudante C, em que seguiu uma via trigonométrica

Determinando a criatividade total do estudante C na TMS 1, vem $Cr = 102$.

No Quadro 3.2, são apresentadas as classificações atribuídas a cada estudante em cada uma das resoluções que realizou da TMS 1.

		Fluência			
		1ª resolução apropriada	2ª resolução apropriada	3ª resolução apropriada	TOTAIS
Estudante A	Abordagem seguida	----	----	----	----
	Flexibilidade	0	0	0	0
	Originalidade	0	0	0	0
	Criatividade	0	0	0	0
Estudante B	Abordagem seguida	Trigonometria	Método dos multiplicadores de Lagrange	----	----

	Flexibilidade	$Flx_1 = 10$	$Flx_2 = 10$	0	$Flx = 20$
	Originalidade	$Or_1 = 10$	$Or_2 = 0,1$	0	$Or = 10,1$
	Criatividade	$Cr_1 = 100$	$Cr_2 = 1$	0	$Cr = 101$
Estudante C	Abordagem seguida	Cálculo	Método dos multiplicadores de Lagrange	Trigonometria	----
	Flexibilidade	$Flx_1 = 10$	$Flx_2 = 10$	$Flx_3 = 10$	$Flx = 30$
	Originalidade	$Or_1 = 0,1$	$Or_2 = 0,1$	$Or_3 = 10$	$Or = 10,2$
	Criatividade	$Cr_1 = 1$	$Cr_2 = 1$	$Cr_3 = 100$	$Cr = 102$
Estudante D	Abordagem seguida	----	----	----	----
	Flexibilidade	0	0	0	0
	Originalidade	0	0	0	0
	Criatividade	0	0	0	0

Quadro 3.2. Resumo das classificações dos estudantes na TMS 1

3.3.2. TMS 2

Remetendo-nos agora ao desempenho dos estudantes na TMS 2, podemos observar que, comparando globalmente com a primeira tarefa, houve mais respostas apropriadas nesta (maior fluência), todavia, à semelhança do que sucedeu com TMS 1, também aqui nenhum dos quatro estudantes apresentou mais do que três resoluções. Mas vejamos o que cada um deles fez.

O estudante A apresentou três soluções corretas para a segunda tarefa, que são visíveis na Figura 3.10, todas pertencentes ao mesmo grupo de soluções – trigonometria. Na primeira delas, $Flx_1 = 10$ e $Or_1 = 0{,}1$ (trata-se da solução convencional mais óbvia para este tipo de tarefas) e portanto $Cr_1 = 1$. A segunda resolução também é de natureza trigonométrica, mas seguiu um caminho menos óbvio, com recurso a duas equações, o que lhe valeu $Flx_2 = 1$ e $Or_2 = 1$, e logo $Cr_2 = 1$. Por fim, este estudante socorreu-se ainda da trigonometria, mas associou-lhe o Teorema de Pitágoras o que lhe confere algum nível de originalidade, pelo que $Flx_3 = 1$, $Or_3 = 1$, e então, $Cr_3 = 1$. Desta forma, A obteve uma pontuação total de criatividade nesta tarefa $Cr = 3$.

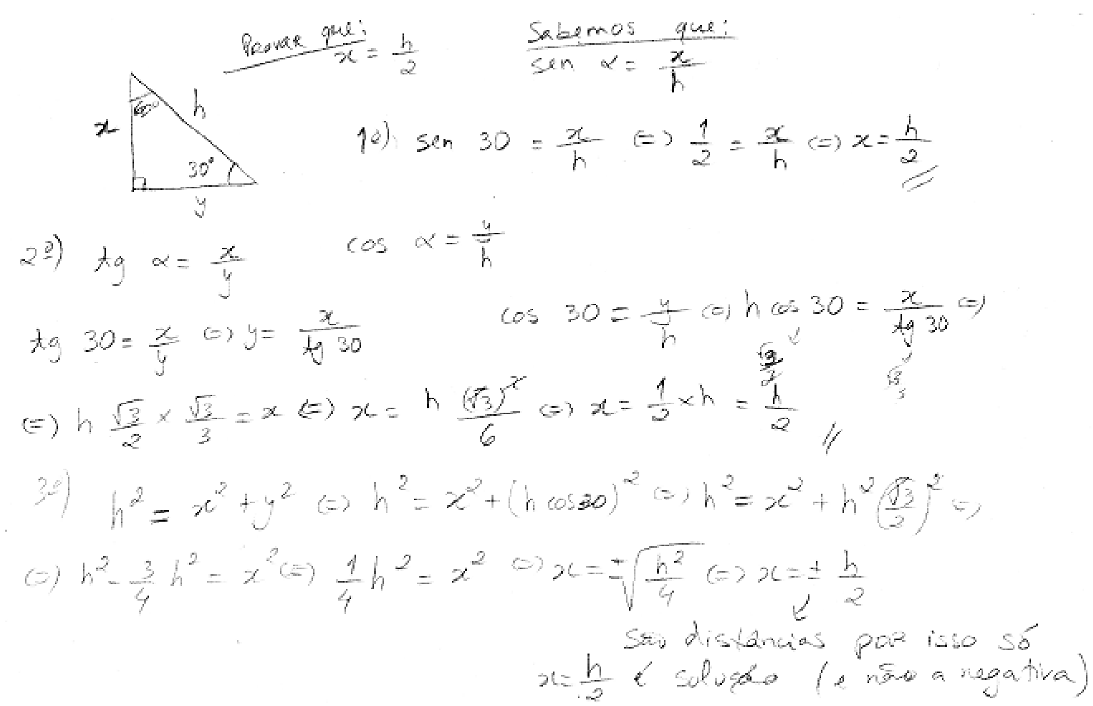
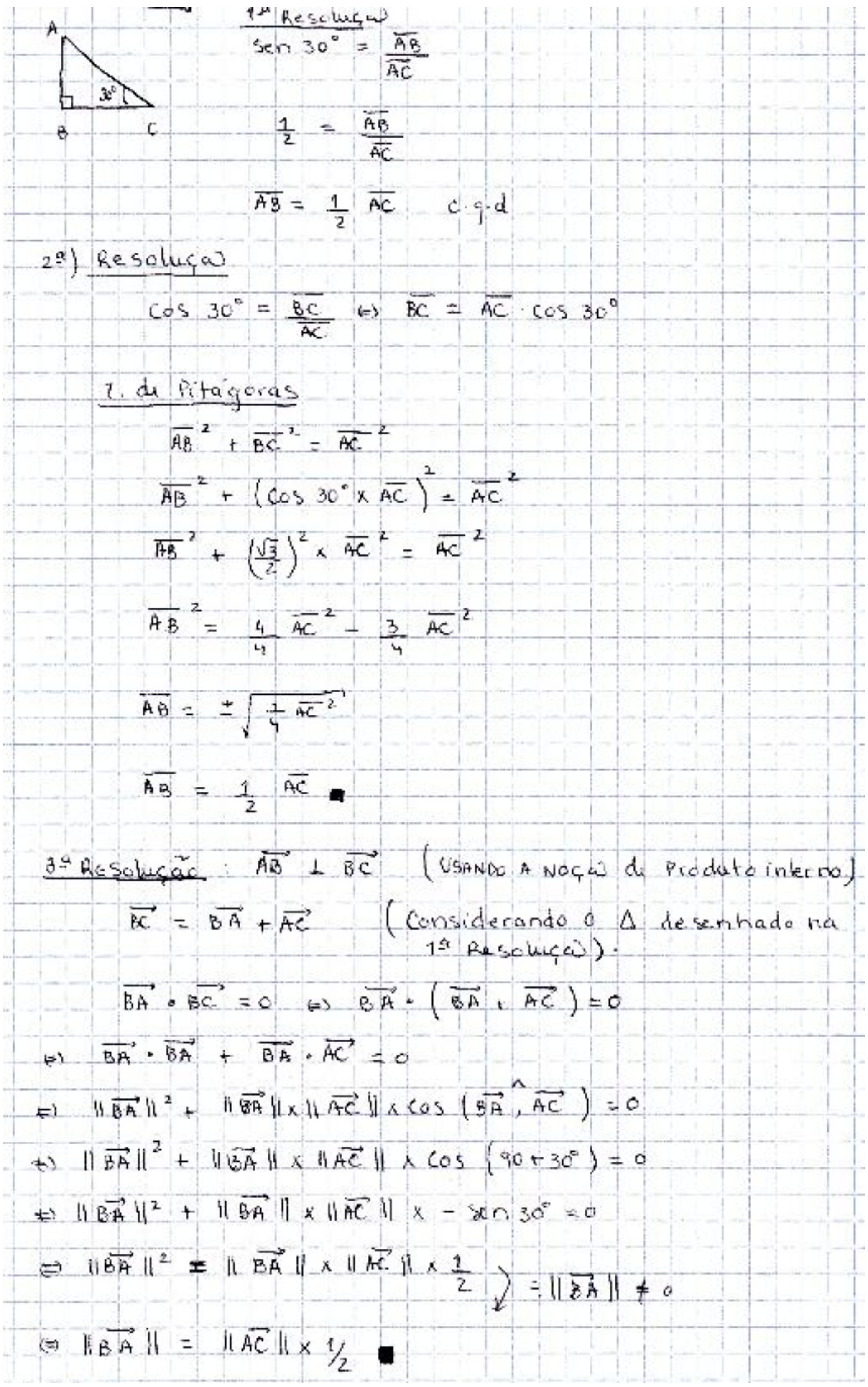


Figura 3.10. Resoluções da TMS2 pelo estudante A

O estudante B, cujas resoluções da TMS2 podem ser vistas na Figura 3.11, apresentou soluções iguais às primeira e terceira soluções do estudante A, razão pela qual obteve $Cr_1 = Cr_2 = 1$. No entanto, na terceira resolução evidenciou flexibilidade de raciocínio ($Flx_3 = 10$, porque se trata de uma resposta proveniente de outro grupo de soluções) mas também originalidade, pois a soma e produto interno de vetores não são habitualmente prescritos para este tipo de tarefas. Conseguiu assim demostrar (não só o que a tarefa pedia) mas também um grande domínio deste conteúdo e, portanto, $Or_3 = 10$, e assim $Cr_3 = 100$ para esta resolução. Totalizando os resultados de criatividade deste estudante em TMS 2, resulta $Cr = 102$.



1ª Resolução

$\text{sen } 30° = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$\frac{1}{2} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$\overline{AB} = \frac{1}{2}\,\overline{AC}$ c.q.d

2º) Resolução

$\cos 30° = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{BC} = \overline{AC} \cdot \cos 30°$

T. de Pitágoras

$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$

$\overline{AB}^2 + (\cos 30° \times \overline{AC})^2 = \overline{AC}^2$

$\overline{AB}^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \times \overline{AC}^2 = \overline{AC}^2$

$\overline{AB}^2 = \frac{4}{4}\overline{AC}^2 - \frac{3}{4}\overline{AC}^2$

$\overline{AB} = \pm\sqrt{\frac{1}{4}\overline{AC}^2}$

$\overline{AB} = \frac{1}{2}\,\overline{AC}$ ■

3ª Resolução: $\overline{AB} \perp \overline{BC}$ (USANDO A NOÇÃO de Produto interno)

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$ (Considerando o Δ desenhado na 1ª Resolução).

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}) = 0$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{BA}\|^2 + \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(\overrightarrow{BA} \hat{,} \overrightarrow{AC}) = 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{BA}\|^2 + \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \cos(90 + 30°) = 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{BA}\|^2 + \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times -\text{sen } 30° = 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{BA}\|^2 = \|\overrightarrow{BA}\| \times \|\overrightarrow{AC}\| \times \frac{1}{2}$ $: \|\overrightarrow{BA}\| \neq 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{BA}\| = \|\overrightarrow{AC}\| \times \frac{1}{2}$ ■

Figura 3.11. Resoluções da TMS2 pelo estudante B

O estudante C não foi brilhante na TMS 2. Conforme é visível na Figura 3.12, conseguiu apenas as duas soluções mais repetidas (a primeira apenas trigonométrica e a segunda associando trigonometria com o Teorema de Pitágoras) e desta forma a sua criatividade total nesta tarefa é $Cr = 2$.

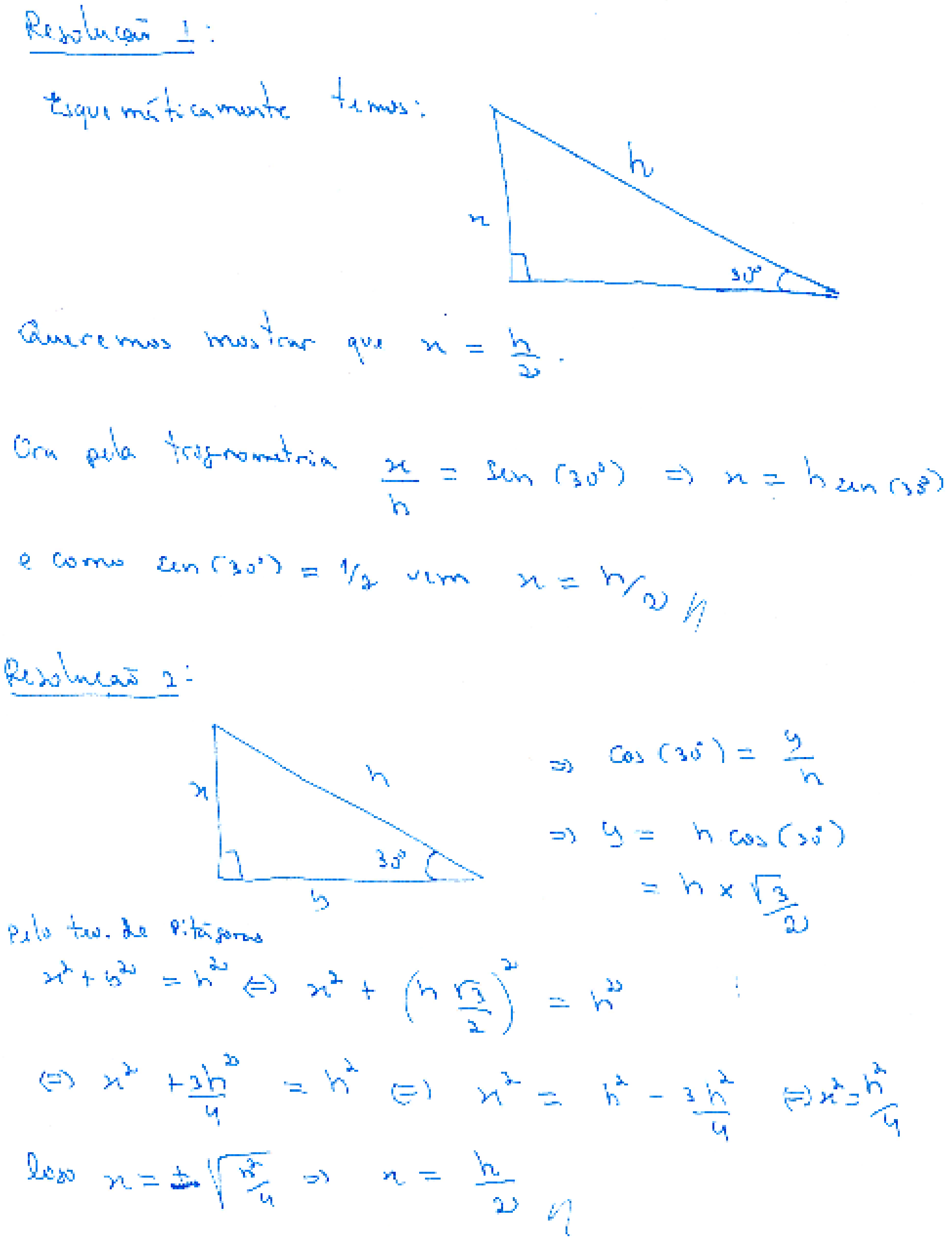
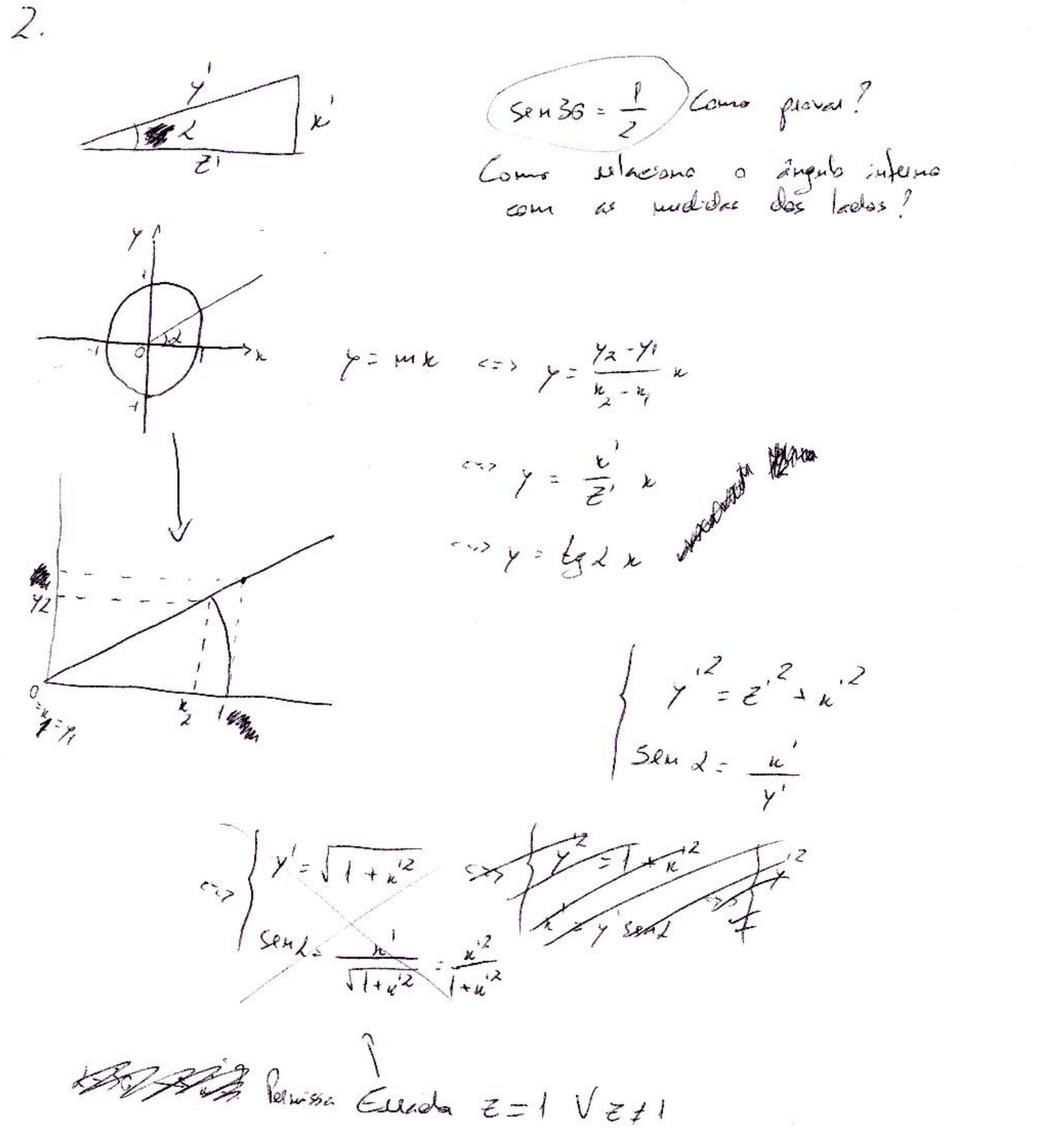


Figura 3.12. Resoluções da TMS2 pelo estudante C

O estudante D começou por avançar com duas tentativas inconsequentes de resolução, uma com trigonometria e outra com vetores. Na terceira tentativa, o mesmo estudante sugeriu um procedimento geométrico de recurso a material de desenho (compasso e régua) para comprovar a veracidade da afirmação contida no enunciado da tarefa; esta solução foi por nós considerada não apropriada, pois embora o processo descrito permitisse verificar que o comprimento do cateto menor é metade do da hipotenusa, só serve para o testemunhar num caso concreto e não para todos os casos, não sendo, por isso, uma demonstração. Assim, com esta resposta, não logrou qualquer ponto em fluência e criatividade. Consequentemente, D não obteve qualquer ponto em criatividade na TMS 2. Na Figura 3.13 podem ser vistas as três tentativas deste estudante.



$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{x'}{y'} = \frac{x'}{\sqrt{z'^2 + x'^2}} = \frac{x'^2}{z'^2 + x'^2}$$

$$\operatorname{sen} 30 = \frac{1}{2} = \boxed{\frac{x'^2}{z'^2 + x'^2}}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{2} = \dfrac{x'^2}{z'^2 + x'^2} \quad \ldots \\ \cancel{\tfrac{1}{2} = \operatorname{tg} 30 \, \tfrac{x}{2}} \end{cases}$$

2º Processo: vetores:

$\|y'\| = 1$

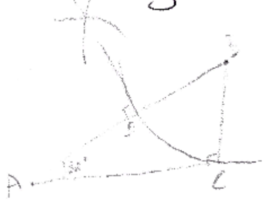
$z' \cdot x' = 0$

$z' \cdot y' = ?$

$$\sqrt{\|z'\|^2 \cdot \|x'\|^2} = 1$$

Mesmo problema: garante que z' e x' são perpendiculares e que $y' = 1$, mas como relaciono as suas normas com o ângulo interno?

3º Processo: geometricamente:



1º Desenhar triângulo retângulo com um ângulo interno de 30°.

2º Traçar bissetriz de [AB] (compasso c/ abertura superior a $\overline{AD}$ a partir do ponto A e B, e unir a sua intersecção perpendicularmente a [AB])

3º Verificar que $\overline{BD} = \overline{BC}$

Figura 3.13. Tentativas de resolução da TMS2 pelo estudante D

O Quadro 3.3, que se segue, resume as abordagens que cada estudante usou na resolução da TMS 2, bem como as classificações obtidas.

		Fluência			
		1ª resolução apropriada	2ª resolução apropriada	3ª resolução apropriada	TOTAIS
Estudante A	Abordagem seguida	Trigonometria	Trigonometria	Trigonometria	----
	Flexibilidade	$Flx_1 = 10$	$Flx_2 = 1$	$Flx_3 = 1$	$Flx = 12$
	Originalidade	$Or_1 = 0{,}1$	$Or_2 = 1$	$Or_3 = 1$	$Or = 2{,}1$
	Criatividade	$Cr_1 = 1$	$Cr_2 = 1$	$Cr_3 = 1$	$Cr = 3$
Estudante B	Abordagem seguida	Trigonometria	Trigonometria	Vetores	----
	Flexibilidade	$Flx_1 = 10$	$Flx_2 = 1$	$Flx_3 = 10$	$Flx = 21$
	Originalidade	$Or_1 = 0{,}1$	$Or_2 = 1$	$Or_3 = 10$	$Or = 11{,}1$
	Criatividade	$Cr_1 = 1$	$Cr_2 = 1$	$Cr_3 = 100$	$Cr = 102$
Estudante	Abordagem seguida	Trigonometria	Trigonometria	----	----

	Flexibilidade	$Flx_1 = 10$	$Flx_2 = 1$	0	$Flx = 11$
	Originalidade	$Or_1 = 0,1$	$Or_2 = 1$	0	$Or = 1,1$
	Criatividade	$Cr_1 = 1$	$Cr_2 = 1$	0	$Cr = 2$
Estudante D	Abordagem seguida	----	----	----	----
	Flexibilidade	0	0	0	0
	Originalidade	0	0	0	0
	Criatividade	0	0	0	0

Quadro 3.3. Resumo das classificações dos estudantes na TMS 2

3.3.3. Discussão acerca das resoluções das TMS

Os resultados desta investigação são algo dececionantes, já que globalmente o desempenho criativo dos participantes foi pobre.

A escassa produção de resoluções apropriadas, com reflexo na baixa fluência geral, contribuiu para este resultado. Mas os resultados não são explicados apenas pela baixa fluência, pois também a diversidade de abordagens às tarefas propostas, que medimos em termos de flexibilidade, foi diminuta; com as exceções do estudante C na TMS 1 e do estudante B nas TMS 1 e 2, nenhum estudante apresentou novas resoluções pertencentes a grupos de soluções a que ainda não tivesse recorrido, em qualquer das duas tarefas. Mas também a originalidade não abundou, uma vez que apenas os estudantes B e C na TMS 1 e o estudante B na TMS 2, lograram uma resposta com máxima originalidade. Todas as outras resoluções apresentadas evidenciam níveis médios ou fracos de originalidade.

Em consequência, a criatividade expressada por todos os estudantes ficou longe do potencial da tarefa, em ambas as TMS, que, por sua vez, não diferem significativamente entre si em termos da criatividade que os participantes demonstraram na sua resolução.

Mas, serão estes resultados invulgares? A literatura sugere que não. O fraco desempenho criativo dos participantes no nosso estudo, que são comprovadamente excelentes em Matemática, é congruente com o que tem sido documentado na literatura, nomeadamente com estudos em que se verifica fraca correlação entre resultados escolares e a produção em testes de pensamento divergente (Feldhusen, 2002; Weisberg, 1999). Por outro lado, tem sido sugerido pela literatura, que a criatividade parece ser uma característica distinta da excelência (klavir & Gorodetsky, 2009; Simonton, 2000), e os nossos resultados corroboram esta hipótese. De facto, a relação entre a criatividade matemática, aferida por testes de pensamento divergente, e a capacidade de realização matemática foi já explorada por diversas investigações anteriores. E apesar de os resultados não serem categóricos, devido a uma falta de unanimidade de conclusões, parece haver razões para concluir que os testes de pensamento divergente investigam habitualmente capacidades não necessariamente exploradas pelos testes convencionais, no entanto, a criatividade matemática aferida por estes testes não é independente dos resultados em testes convencionais (Haylock, 1987).

Todavia, embora com desempenhos que consideramos modestos, verifica-se que os estudantes B e C revelaram maiores índices de criatividade que os restantes participantes. Uma vez que B e C são os únicos estudantes de cursos superiores de Matemática desta amostra, pode aqui haver razões para presumir uma relação entre uma mais completa formação matemática (maior conhecimento) e capacidade criativa nesta disciplina. A ser assim, este resultado reforça conclusões apresentadas em anteriores investigações que se concentraram na complexa relação entre conhecimento e criatividade e que sugerem que o conhecimento é uma condição necessária para a produção criativa, tanto no âmbito geral (Lubart, 2000, 2001; Ericsson & Lehmann, 1999; Weisberg,1999), como no caso concreto da Matemática (Ugur & Maker, 2006). Muito embora não seja surpreendente que o conhecimento seja um pré-requisito para a criatividade, pensamos que todos os excelentes alunos examinados, dispõem (o seu historial de classificações em Matemática assim o indica) de um manancial de conhecimentos suficiente para resolverem criativamente as duas tarefas propostas. No entanto, a relação entre conhecimento de Matemática e criatividade, para o caso português, poderá ser testada em investigações futuras.

Uma outra hipótese explicativa dos resultados tem a ver com o método que adotámos para observar a criatividade dos estudantes, que consiste, na sua essência, em tarefas de pensamento divergente. E, habitualmente, a Matemática escolar é associada com pensamento convergente e não com pensamento divergente. Isto acontece porque, geralmente, os estudantes estão habituados, porque são treinados para isso, a encontrar apenas uma solução para cada problema ao invés de várias soluções para um só problema. Muitas vezes os professores enfatizam o papel da lógica dedutiva na Matemática, relevam os algoritmos, a velocidade e a exatidão, mas, pelo contrário, o raciocínio criativo não é estimulado. Esta falta de rotinas de pensamento divergente pode ajudar a explicar o limitado desempenho criativo dos estudantes observados. Os resultados obtidos contribuem, portanto, para sustentar a opinião de que o sistema educativo português, no que à disciplina de Matemática diz respeito, não proporciona suficientes oportunidades de criatividade aos estudantes.

Em suma, com esta investigação procurámos sondar a criatividade matemática de quatro excelentes alunos e saber se a criatividade demonstrada é concordante com o seu excelente nível de desempenho nesta disciplina. Para alcançar esses objetivos, foi desenhado um instrumento de investigação que consiste em duas tarefas com múltiplas soluções de naturezas diferentes. Examinámos as resoluções em termos da correção (o que provocou a exclusão de algumas), fluência, flexibilidade e originalidade, como expressão das múltiplas soluções apresentadas, e calculámos a criatividade resultante. Os resultados obtidos demonstram uma limitada capacidade criativa dos estudantes, mas em linha com o que é reportado pela literatura existente. Esta modesta produção criativa em Matemática dos participantes pode, por um lado, ser um reflexo do tipo de instrução que lhes tem sido ministrada nas aulas de Matemática, e por outro lado, denotar que a excelência e criatividade são constructos diferentes.

Capítulo 4: Revisitação do modelo anteriormente proposto

Anteriormente, neste texto, propusemos um modelo para o estudo da excelência. Nessa ocasião, tivemos oportunidade de explicar que o modelo então proposto foi por nós idealizado e construído, apenas com base na literatura existente sobre esta matéria. A literatura apontava alguns elementos com influência na excelência, bem como possibilitava identificar algumas ligações entre esses elementos, que, em conjunto, têm efeito no nível de desempenho de um indivíduo. Na mesma ocasião expressámos a intenção de, depois de analisadas as informações provindas do estudo empírico, voltar ao modelo então avançado e ajustá-lo de acordo com essas informações. É o que nos propomos fazer agora.

Mas a tarefa de aferir integralmente o modelo teórico recorrendo apenas aos resultados da nossa investigação não é simples, pois embora tenhamos dados empíricos sobre os fatores que integram o modelo e por isso nos seja possível contrapesá-lo, as ligações entre esses componentes são mais difíceis de identificar. De entre esses fatores, temos informação suficiente para confrontar com o modelo teórico, no que respeita a, aspetos motivacionais (possivelmente os de maior relevância para a excelência); ao uso de estratégias cognitivas e metacognitivas; e à intensidade com que os participantes se envolvem em atividades de prática deliberada. Temos igualmente conhecimento de alguns exemplos do apoio que a sociedade prestou aos estudantes, bem como de algumas características pessoais, e, claro, temos a garantia da excelência em Matemática dos quatro estudantes. Este conjunto de dados possibilita uma avaliação do modelo teórico inicialmente proposto, senão integral, pelo menos bastante completa.

Após cuidada análise do conteúdo das entrevistas que fizemos aos estudantes que participaram no trabalho, das indicações que nos transmitiram através do inquérito de atitudes (por meio do nível de concordância com as afirmações registadas) e de confrontar todas estas informações com o modelo teórico inicialmente avançado, verificamos que os fatores que permitem aos quatro estudantes observados serem excelentes em Matemática, bem como a forma como esses fatores parecem interagir entre si, é consistente com o modelo proposto.

Concretamente, no que respeita à motivação, apesar da possível exceção de D, os estudantes observados apresentam uma forte motivação intrínseca (satisfação e gosto inerentes ao estudo da Matemática), voltada para o processo (aprendizagem), mas também extrínseca (pelo benefício final dos estudos), voltada para o produto. E contar com elevados índices de motivação tem reflexos positivos a vários níveis; por exemplo, conduzem a importantes níveis de tolerância à frustração e de predisposição para o esforço (que os inquiridos, com a exceção de D, apresentam), e são potenciadores de atividade autorregulatória (que é praticada pelos quatro estudantes). Sem elevada motivação não seria possível o estudo (que os alunos observados realizam) consistente com o que é designado por prática deliberada. Estas revelações legitimam a assunção expressa no nosso modelo, acerca da importância vital da motivação no caminho para a excelência.

A autorregulação parece ser uma prática comum dos estudantes que observámos. Apenas D menciona expressamente que reflete sobre a forma como estuda, nomeadamente na preparação para as provas escritas, e faz depender dessa reflexão a gestão do tempo de preparação, mas os restantes estudantes apontam também algumas das estratégias a que recorrem para melhorar a sua aprendizagem, de forma a otimizar a rendibilidade da mesma, o que denota autorregulação. Estamos, portanto, perante a ação da autorregulação sobre a prática deliberada. Por outro lado, a autorregulação que praticam proporciona uma melhoria dos seus resultados académicos, o que, por sua vez, contribui para elevar os níveis de autoeficácia que os participantes evidenciam. E, de acordo com o que explicámos anteriormente, este sentir de que se é capaz, acarreta, por seu lado, um incremento dos níveis motivacionais.

Reportando-nos ao papel da prática deliberada, que neste caso assume a forma de estudo intensivo de Matemática, a maioria dos participantes confirma que estuda de uma forma metódica, refletida, frequentemente com recurso ao *feedback* de professores, em suma, com características de prática deliberada (também neste item, o estudante D não encaixa integralmente neste perfil). Os restantes três participantes encaram o empenho e o trabalho metódico e sistemático, isto é, a prática deliberada, como a chave para o seu sucesso, neste caso, para a excelência na Matemática.

Em conjunto, estes três componentes, designadamente motivação, autorregulação e recurso à prática deliberada, parecem formar o núcleo essencial de recursos da excelência em Matemática dos quatro estudantes e são também elementos preponderantes do modelo teórico.

Ficámos também a saber, através das entrevistas e das respostas aos inquéritos, que os quatro estudantes são portadores das características pessoais apropriadas ao excelente desempenho em Matemática. Especificamente, e para além da motivação (a que já nos referimos), revelam curiosidade intelectual e atitude positiva em Matemática, autodisciplina (neste aspeto particular o estudante D é algo dissonante dos restantes), predisposição para o esforço e tolerância à frustração. Sobre as habilidades específicas da Matemática que os participantes no nosso estudo detêm, só nos podemos referir à sua capacidade para abordar problemas de diferentes perspetivas, na qual revelaram um desempenho algo limitado (ainda que congruente com o que havia sido observado em investigações anteriores). Sobre as restantes características do âmbito da Matemática não nos podemos pronunciar, porque não foram estudadas.

Apesar de diferenças individuais, os quatro estudantes observados dispõem, portanto, das características de personalidade e do âmbito da Matemática que lhes permitem ser considerados como talentosos nesta disciplina. Por outro lado, já anteriormente verificámos que sustentam elevados níveis de motivação, o que em conjunto com o talento, lhes faculta o acesso ao conhecimento matemático. Há ainda a registar que os quatro estudantes referem que dispuseram de alguns bons professores de Matemática ao longo do seu percurso escolar, que, de algum modo, pela qualidade do seu ensino contribuíram para os sólidos conhecimentos que hoje evidenciam. Constatamos também que o estudante A refere que lhe foi atribuída uma bolsa de estudo de forma a puder suportar as despesas inerentes à frequência do ensino superior. Notamos que estas situações constituem exemplos do apoio prestado pela sociedade ao talento, e que validam a existência no nosso modelo de um agente catalisador externo ao indivíduo, que o apoia e ajuda a trilhar o caminho para o conhecimento.

Pelo exposto, as características pessoais, a prática deliberada, mas também os hábitos e a envolvente, são elementos determinantes no desempenho dos quatro estudantes. Estes constituintes da excelência estavam presentes no modelo que anteriormente propusemos, mas, mais do que a mera existência, também a forma como estes elementos se parecem relacionar é consistente com o modelo proposto. E assim, após a confrontação entre o modelo teórico anteriormente avançado e a observação das informações provenientes do estudo empírico realizado, não vemos motivos para o alterar. No entanto, como é percetível pela observação da atitude e forma de proceder do estudante D, o caminho para a excelência não é único e apresenta variações de pessoa para pessoa. Mas apesar das suas singularidades, o método que D adotou (e que lhe traz resultados) emerge como consequência de uma auto monitorização e adaptação, de forma a garantir-lhe a obtenção dos objetivos que estabelece, *i.e.*, da autorregulação. Como as ações autorregulatórias integram o modelo que avançámos, apesar do seu *feedback* sobre aspetos motivacionais ser menos concludente que o dos outros três estudantes, também o desempenho de D pode ser explicado com recurso ao modelo que propusemos. Desta forma, aquilo que a literatura reporta sobre as condições de acesso à excelência, é confirmado pelo nosso estudo empírico.

Capítulo 5: Conclusões

Neste capítulo são apresentadas as conclusões do trabalho realizado, relacionando-as com os objetivos estabelecidos e com as perguntas de investigação. São ainda assinaladas algumas limitações desta investigação e são apontadas pistas para futuras investigações nesta área.

5.1 O que concerne ao objetivo teórico

A profusão de visões teóricas sobre a excelência e a consequente ausência de uma opinião maioritária sobre o tema, constituíram uma dificuldade relevante quando iniciámos a nossa incursão na literatura existente sobre este assunto. Nesta temática é possível identificar duas correntes de opinião que não estão longe de serem diametralmente opostas. Numa delas é valorizado o papel das habilidades naturais, e os seguidores da outra acham que a excelência é melhor explicada pelo recurso intensivo a procedimentos autorregulatórios e à prática deliberada. Há ainda muitas visões sobre a excelência que se posicionam entre uns e outros, ao longo de um *continuum* que liga os dois extremos. Acresce que cada visão teórica sobre este fenómeno aporta um conjunto de variáveis próprias que frequentemente difere das outras conceções sobre a excelência.
Fruto desta experiência pessoal de difícil introdução à excelência, surgiu, por necessidade própria de sistematização, um modelo teórico da excelência na Matemática. Este modelo é baseado nas diferentes perspetivas teóricas existentes, nomeadamente através da procura de pontos de convergência entre elas, quer ao nível das variáveis mais frequentemente consideradas, quer também observando as ligações mais usuais entre essas mesmas variáveis.

Desta forma construímos o nosso próprio modelo teórico da excelência na Matemática, e que apresentámos anteriormente neste texto.

Mas, com o intuito de o sancionar, voltámos a ele após a realização da investigação empírica, dispondo-nos a harmonizá-lo com os resultados dessa investigação. O nosso objetivo foi, depois desta revisitação e eventual ajustamento, propô-lo a toda a comunidade que realiza pesquisa nesta área, uma vez que agora estaria mais legitimado por ação da confrontação com dados empíricos.

Quando, após a conclusão do estudo empírico, efetivamente nos voltámos a debruçar sobre esse modelo (idealizado com base apenas em fundamentos teóricos), verificámos que as características pessoais dos quatro participantes estudados, os seus hábitos, e os contextos do meio em que desenvolvem os seus estudos, são consistentes com o modelo apresentado. Consequentemente, não introduzimos nessa fase nenhuma alteração no modelo em função dos resultados empíricos, e, agora mais confiantes na sua validade, disponibilizamo-lo a toda a comunidade científica.

Assim, este modelo é um dos produtos desta investigação.

5.2 O que concerne às perguntas de investigação

A curiosidade pessoal pelo fenómeno "excelência" em Matemática na sala de aula e o desejo de, através do conhecimento das variáveis implicadas neste processo, replicar casos de alunos com elevado desempenho nesta disciplina, motivaram o investigador autor deste trabalho. Assim sendo, não surpreende que algumas das perguntas de investigação que estabelecemos à partida para este trabalho, estejam relacionadas com a demanda de informações sobre as condições (pessoais, de hábitos de estudo, e do contexto) do indivíduo que pode ser considerado excelente em Matemática.

Vejamos o que, concluída a investigação, conseguimos discernir acerca dos elementos constituintes da excelência matemática dos estudantes portugueses.

Pudemos constatar que a motivação dos estudantes tem uma importância decisiva no seu desempenho. Os estudantes que observámos, apesar das diferenças individuais, apresentam uma forte motivação intrínseca e extrínseca, que os anima ao longo do processo de aprendizagem, levando-os a realizar as ações que, segundo seu julgamento, conduzem aos melhores resultados. Desta forma, há também evidências do emprego de técnicas autorregulatórias de constante monitorização e consequentes ajustes na ação, num processo iterativo de constante procura da melhor rendibilidade para o seu trabalho. Mas a relação entre motivação e autorregulação é recíproca, pois os bons resultados que advêm por via desta autorregulação, por sua vez, fomentam a motivação.

Um outro ingrediente fundamental da excelência dos estudantes observados (uma vez mais devemos reconhecer as diferenças entre eles) é o seu envolvimento no estudo. Mas não um estudo qualquer, antes um estudo sistemático, ponderado, em que se procura melhorar aspetos concretos, e se recorre à ajuda dos professores quando se entende que isso se justifica, numa atividade consonante com o que é designado por prática deliberada.

Sem se menosprezar os contributos de todos os outros fatores envolvidos, parece haver razões para supor que a ligação próxima entre motivação e autorregulação, em conjunto com a prática deliberada, constitui, simultaneamente, a essência da excelência e o seu sustentáculo.

Para além dos três componentes primordiais que mencionámos, há ainda contributos ao nível das capacidades específicas da Matemática – das quais só nos é possível aludir à capacidade de pensamento divergente na resolução de problemas – e também a nível das características da personalidade – aqui, para além da motivação, destacamos a atitude positiva face à Matemática.

Outro aspeto relevante na manutenção de um elevado desempenho nesta disciplina, parece ser o desejo dos estudantes de não baixarem dos níveis de aproveitamento anteriormente atingidos. De facto, todos os estudantes observados manifestaram vontade de, pelo menos, manterem as elevadas classificações que habitualmente obtêm. Ou seja, o padrão de bons resultados a que estão acostumados constitui-se como um código de conduta que querem respeitar, sendo por isso, mais um elemento contributivo da motivação. Este facto reforça a importância de um bom começo, pois para além da vantagem do desenvolvimento de boas bases de Matemática que serão úteis ao longo de toda a formação, estabelece a norma de expectativas que daí em diante será o patamar pretendido.

Em suma, podemos afirmar que há uma multiplicidade de fatores que influenciam o nível de desempenho em Matemática, uns aparentemente mais relevantes que outros. Apesar de existirem muitos pontos em comum entre os quatro casos estudados, um outro aspeto que importa sublinhar, é o de não haver um caminho único para a excelência (como vimos através do estudante D) mas antes cada um trilha o caminho que lhe traz resultados, e este não tem de coincidir com o de outro.

Numa outra pergunta de investigação, questionámos sobre quais seriam os elementos constituintes da excelência matemática, segundo a opinião baseada na experiência pessoal, de excelentes estudantes de Matemática. E a este respeito os estudantes que observámos, quando solicitados a verbalizar o que consideravam importante no seu caso, destacaram a motivação, autodisciplina, persistência, e também a preparação.

Sobre a possível correlação entre alto desempenho em Matemática e capacidade criativa nesta disciplina, os resultados obtidos não a confirmam. No entanto, com esta investigação conseguimos mostrar que, entre estudantes universitários, a garantia da sua excelência em Matemática não permite a inferência de que são criativos nesta disciplina. Os quatro estudantes que participaram no nosso estudo, e a quem pedimos que resolvessem dois problemas pelo maior número de abordagens diferentes que conseguissem, revelaram uma criatividade limitada. Este resultado ficou aquém das nossas expectativas porque reconhecidamente os quatro estudantes são detentores do conhecimento necessário para cumprir a tarefa com bom desempenho, e não lhes foi pedido que ultrapassassem os limites do seu conhecimento. Não obstante, a limitada capacidade criativa demonstrada está em linha com o que tem sido documentado pela literatura quando reporta a investigações semelhantes, confirmando-a.

5.3 Limitações deste trabalho

Esta investigação, apesar de todo o cuidado posto na sua conceção e implementação, não é imune a algumas circunstâncias que a limitaram.

Desde logo, uma limitação óbvia é o tamanho da amostra que usámos. Uma investigação em larga escala com estudantes universitários de Matemática portugueses, poderia ajudar a clarificar alguns aspetos que, com apenas quatro indivíduos, ficaram por apurar.

Uma outra limitação deste trabalho tem a ver com o facto de termos aferido a criatividade dos participantes por meio de duas TMS específicas, e que é possível que com diferentes tarefas a expressão da criatividade do mesmo grupo de estudantes fosse diferente, pois é legítimo supor que os resultados de investigações de criatividade por meio de tarefas propostas à cabeça, dependem das tarefas eleitas para o efeito. Assumimos esta vertente circunstancial como uma limitação deste estudo.

Mas, numa vertente pessoal, talvez a maior limitação à realização deste trabalho, por muito aliciante que seja o tema, tenha sido a nossa restrita disponibilidade para o levar a cabo. O facto de, por força das obrigações profissionais a que estamos sujeitos, não podermos dedicar-lhe o tempo e a energia que lhe era devido poderá, eventualmente, tê-lo comprometido. Ao longo desta jornada de investigação, por vezes sentimos que era necessário maior disponibilidade mental para a realizar, mais tempo de maturação de ideias, mais… em suma, mais condições para fazer este trabalho. Mas quando o decidimos fazer foi por decisão nossa, e assumimos pessoalmente esta limitação.

5.4 Pistas para investigações futuras

Quando se realiza uma investigação dentro de uma temática tão abrangente e multifacetada como é o caso da excelência na Matemática, naturalmente que vão surgindo questões que embora sejam relevantes, são laterais ao caminho que percorremos, mas que merecem ser exploradas em investigações posteriores. Apresentamos a seguir algumas delas.

Na sequência de uma das limitações a este trabalho que identificámos anteriormente, poder-se-ia proceder a um estudo de legitimação do modelo proposto, através uma amostra de grande escala. Ao contar com um elevado número de informantes, seria mais fácil a deteção de comunalidades, interiores e exteriores ao indivíduo, necessárias ao alto desempenho em Matemática, possibilitando assim uma sistematização ainda mais fiável. Desta forma, a nossa investigação seria o ponto de partida para um mais profundo conhecimento de todo o complexo conjunto de variáveis e respetivas redes de interdependências, que explicam a excelência nesta disciplina.

As vantagens do uso assíduo de estratégias metacognitivas, nomeadamente, de autorregulação, ficaram bem evidentes com este trabalho. Mas não temos conhecimento de em Portugal se ter efetivado qualquer tentativa do seu ensino. Conhecemos algumas tentativas ocorridas no estrangeiro, embora poucas e com estudantes relativamente novos, e pensamos que seria interessante procurar dotar estudantes portugueses de estratégias metacognitivas, e avaliar os possíveis ganhos.

Mostrámos neste trabalho que, entre estudantes universitários, excelência na Matemática não implica elevados níveis criativos nesta disciplina. Para melhor percecionar a relação entre estes dois conceitos, seria interessante investigar a veracidade da implicação inversa, i.e., se criatividade em Matemática entre os estudantes acarreta, ou não, a excelência nesta disciplina.

E a criatividade pode ser ensinada? Normalmente os alunos de Matemática estão rotinados na procura de uma só solução para cada problema. Mas certamente podemos procurar criar hábitos de pensamento divergente nos estudantes, nomeadamente nas aulas de Matemática e, também aqui, procurar aferir eventuais ganhos. Ou, generalizando a questão, quais serão os tipos de atividade Matemática (por exemplo, atividades de investigação, resolução de tarefas com múltiplas soluções, resolução de problemas abertos) mais eficazes no desenvolvimento da criatividade matemática?

Seria útil saber o que é que o sistema educativo português deveria fazer para melhor servir os alunos mais talentosos. Por exemplo, como deveriam ser ensinados ou que atividades extracurriculares lhes proporcionariam maiores ganhos em Matemática de forma a ajudá-los a realizar o seu potencial. Mas, provavelmente os professores desta disciplina não estão muito sensibilizados para os requisitos próprios deste grupo de alunos com necessidades educativas especiais, e daí que se proponha também uma investigação com a finalidade de descobrir a melhor forma de preparar os professores para o trabalho com estes alunos.

E a própria excelência, pode ser ensinada? Uma das razões que motivou este investigador quando começou este trabalho foi a ilusão de, uma vez dotado do conhecimento dos componentes da excelência na Matemática, conseguir replicar esses casos na sua sala de aula. A eventual possibilidade do ensino da excelência é uma questão muito antiga – foi, por exemplo, colocada por Platão, no seu diálogo Mênon – mas em aberto. Apesar de porventura integrar o domínio da Filosofia, o mero relato de uma tentativa de resposta no âmbito da Matemática seria já interessante conhecer.

Referências

Abrahão, M. (2012). Autobiographical research: memory, time and narratives in the first person. *European Journal for Research on the Education and Learning of Adults, 3* (1), 29-41.

Adams, J. S. (1963). Toward an understanding of inequity. *Journal of Abnormal and Social Psychology, 67,* 422-436.

Aierbe, A., Cortés, A., & Córboda, A. (2007). Un estúdio sobre las historias de vida de adultos. In C. Medrano (Coord.) *Las historias de vida: Implicaciones educativas* (pp. 103-119). Buenos Aires: Alfagrama Ediciones.

Albert, R. S., & Runco, M. A. (1989). Independence and cognitive ability in gifted and exceptionally gifted boys. *Journal of Youth and Adolescence, 18* (3), 221-230.

Alencar, E. M. L. S., 1998. Promovendo um ambiente favorável à criatividade nas organizações. *Revista de Administração de Empresas, 38* (2), 18-25.

Alderfer, C. P. (1972). *Existence, relatedness and growth: Human Needs in Organizational Settings*. New York: Free Press.

Almeida, M. (2012). *Atitudes, atribuições causais e rendimento em matemática estudo empírico com alunos do 2.º e 3.ºciclos do ensino básico.* Dissertação de mestrado. Faculdade de Psicologia e das e das Ciências da Educação, Universidade de Coimbra.

Amabile, T. M. (1983). *The Social Psychology of Creativity*. New York: Springer-Verlag.

Amabile, T. M. (1996). *Creativity in context: Update to the social psychology of creativity*. Boulder: Westview Press.

Amabile, T. M. (2013). Componential theory of creativity. In E. H. Kessler (Ed.), *Encyclopedia of Management Theory*, Vol.1 (pp. 134-139). Thousand Oaks: Sage Publications.

Ames, C. (1992). Classrooms: Goals, structures, and student motivation. *Journal of Educational Psychology, 84* (3), 261-271.

Ames, C., & Archer, J. (1988). Achievement goals in the classroom: Students' learning strategies and motivation processes. *Journal of Educational Psychology, 80* (3), 260-267.

Anastasi, A. (1990). *Psychological testing*. New York: McMillan.

Applebaum, M., Freiman, V., & Leikin, R. (2008). Views on teaching mathematically promising students. *Documento apresentado no âmbito do* 11th *International Congress on Mathematical Education*. Monterrey: ICME 11.

Araújo, L. S., Almeida, L. S., & Cruz, J. A. (2007). Contributos da psicologia para o estudo da excelência: perspetivas emergentes e direcções futuras. In J. Cruz, R. Gomes, J. Silvério, & C. Duarte (Coords), *Actas do Congresso Internacional de Psicologia do Desporto e Exercício* (pp. 4-21). Braga: CiPsi, Universidade do Minho.

Araújo L. S., Cruz J. F. A., & Almeida L. S. (2010). A entrevista no estudo da excelência: Uma proposta. *Psychologica, 52* (1), 253-279.

Bandura, A. (1986). *Social foundations of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Bandura A. (1993). Perceived self-efficacy in cognitive development and functioning. *Educational Psychologist, 28* (2), 117-148.

Bandura A. (1997). *Self-Efficacy: The exercise of control*. New York: Freeman.

Bandura A. (1998). Self-Efficacy. In H. S. Friedman (Ed.), *Encyclopedia of mental health*. San Diego: Academic Press.

Bandura A., Barbaranelli C., Caprara G. V., Pastorelli C. (2001). Self-efficacy beliefs as shapers of children's aspirations and career trajectories. *Child Development, 72*, 187–206.

Bardin, L. (2004). *Análise de conteúdo*. Lisboa: Edições 70.

Barlett, M.S. (1951). The effect of standardization on a chi square approximation in fator analysis. *Biometrika*. 38 (3/4), 337-344.

Binet, A. (1909). *Les idées modernes sur les enfants*. Paris: Ernest Flammarion.

Blackwell, L. S., Trzesniewski, K. H., & Dweck, C. S. (2007). Implicit theories of intelligence predict achievement across an adolescent transition: A longitudinal study and an intervention. *Child Development, 78* (1), 246-263.

Bloom, B. S. (1985). *Developing talent in young people*. New York: Ballantine.

Bolívar, A. (2007). Prólogo. In C. Medrano (Coord.), *Las historias de vida: Implicaciones educativas* (pp. 9-14). Buenos Aires: Alfagrama Ediciones.

Brandl, M. (2011). High attaining versus (highly) gifted pupils in mathematics: A theoretical concept and an empirical survey. *Documento apresentado no âmbito do 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.* Rzeszów: Cerme 7.

Brody, L. E., & Stanley, J. C. (2005). Youths who reason exceptionally well mathematically and/or verbally: Using the MVT: D4 model to develop their talents. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness, 2nd edition,* (pp. 20-37). Cambridge: Cambridge University.

Butterworth, B. (2006). Mathematical expertise. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 553-568). Cambridge: Cambridge University Press.

Carmo. H., & Ferreira. M. M. (1998). *Metodologia da Investigação – Guia para a Auto – Aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Chi, M. T. H. (2006). Laboratory methods for assessing experts' and novices' knowledge. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 167-184). Cambridge: Cambridge University Press.

Cianciolo, A. T., Matthew, C., Sternberg, R. J., & Wagner, R. K. (2006). Tacit knowledge, practical intelligence, and expertise. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 613-632). Cambridge: Cambridge University Press.

Cohen, L. M., & Ambrose, D. (1999). Adaptation and creativity. In M. A. Runco, & S. R. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of creativity, Vol.1* (pp. 9-22). San Diego: Academic Press.

Cole, A. L., & Knowles, J. G. (2001). *Lives in context: The art of life history research*. Lanham: Rowman & Littlefield Publishers.

Cortés, A., & Medrano, C. (2007). Las historias de vida: Fundamentación y metodologia. In C. Medrano (Coord.), *Las historias de vida: Implicaciones educativas* (pp. 46-80). Buenos Aires: Alfagrama Ediciones.

Costello, A. & Osborne, J. (2005). Best practices in exploratory fator analysis: Four recommendations for getting the most from your analysis. *Pratical Assessment, Research & Evaluation, 10* (7), 1-9.

Coutinho, C. P., & Chaves, J. H. (2002). O estudo de caso na investigação em tecnologia educativa em Portugal. *Revista Portuguesa de Educação, 15* (1), 221-243.

Covington, M. V. (1992). *Making the grade: A self-worth perspective on motivation and school reform*. New York: Cambridge University Press.

Covington, M. V. (1998). *The Will to Learn*. New York: Cambridge University Press.

Covington, M. V. (2000). Goal theory, motivation, and school achievement: An integrative review. *Annual Review of Psychology, 51*, 171-200.

Cronbach, L. J. (1951). Coefficient alpha and the internal structure of tests. *Psychometrika, 16*, 97-334.

Cross, D. R., & Paris, S. G. (1988). Developmental and instructional analyses of children's metacognition and reading comprehension. *Journal of Educational Psychology, 80* (2), 131-142.

Csikszentmihalyi, M. (1988). Society, culture, and person: A systems view of creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *The nature of creativity: Contemporary psychological perspectives* (pp. 325-339). New York: Cambridge University Press.

Csikszentmihalyi, M. (1990). *Flow: the psychology of optimal experience*. New York: Harper & Row.

Csikszentmihalyi, M. (1996). *Creativity: Flow and the psychology of discovery and invention*. New York: HarperCollins.

Csikszentmihalyi, M. (1999). Implications of a systems perspective for the study of creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 313-335). New York: Cambridge University Press.

Csikszentmihalyi, M., Rathunde, K., & Whalen,S. (1997). *Talented teenagers: The roots of success and failure*. New York: Cambridge University Press.

Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic motivation and self-determination in human behaviour*. New York: Plenum.

Deng, W., Aimone, J. B., & Gage, F. H. (2010). New neurons and new memories: How does adult hippocampal neurogenesis affect learning and memory? *Nature Reviews Neuroscience, 11* (5), 339–350.

DeVellis, R.F. (1991). *Scale Development. Theory and applications.* London: Sage Publications.

Dinsmore, D. L., Alexander, P. A., & Loughlin, S. M. (2008). Focusing the conceptual lens on metacognition, self-regulation, and self-regulated learning. *Educational Psychology Review, 20,* 391-409.

Dweck, C. S. (1986). Motivational processes affecting learning. *American Psychologist, 41* (10), 1040- 1048.

Dweck, C. S. (1999). *Self-theories: their role in motivation, personality, and development.* Philadelphia: Psychology Press.

Elliot, A. J. (1999). Approach and avoidance motivation and achievement goals. *Educational Psychologist, 34*, 169 –189.

Elliot, A. J, McGregor, H. A , Gable, S. (1999). Achievement goals, study strategies, and exam performance: a mediational analysis. *Journal Educational Psychology, 91* (3), 549-563.

Elliot, A. J., Murayama, K., & Yamagata, S. (2011). Separation of performance-approach and performance-avoidance achievement goals: A broader analysis. *Journal of Educational Psychology, 103* (1), 238 –256.

Ericsson, K. A. (2006). The influence of experience and deliberate practice on the development of superior expert performance. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 683-703). Cambridge: Cambridge University Press.

Ericsson, K. A. (2009). Enhancing the development of professional performance: implications from the study of deliberate practice. In K. A. Ericsson (Ed.), *Development of professional expertise toward measurement of expert performance and design of optimal learning environments* (pp. 405-431). Cambridge: Cambridge University Press.

Ericsson, K. A., Krampe, R. T., & Tesch-Römer, C. (1993). The role of deliberate practice in the acquisition of expert performance. *Psychological Review, 100*, 363–406.

Ericsson, K. A., & Lehmann, A. C. (1996). Expert and exceptional performance: Evidence of maximal adaptation to task constraints. *Annual Review of Psychology, 47*, 273-305.

Ericsson, K. A., & Lehmann, A. C. (1999). Expertise. In M. A. Runco, & S. R. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of Creativity, Vol. 1*, (pp. 695–707). San Diego: Academic Press.

Ericsson, K. A., Roring, R. W., & Nandagopal, K. (2007). Giftedness and evidence for reproducibly superior performance: An account based on the expert performance framework. *High Ability Studies, 18* (1), 3-56.

Ervynck, G. (1991). Mathematical Creativity. In D. Tall (Ed.), A*dvanced mathematical thinking* (pp. 42-53). Dordrecht: Kluwer.

Esquivel G. B., & Peters K. M. (1999). Diversity, Cultural. In M. A. Runco, & S. R. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of creativity, Vol.1* (pp. 583-589). San Diego: Academic Press.

Faria, L. (1997). Objectivos de realização: que implicações para o estudo da motivação?. *Revista Portuguesa de Pedagogia, 31* (1, 2 e 3), 211-221.

Faria, M. F. B., & Alencar, E. M. L. S., (1996). Estímulos e barreiras à criatividade no ambiente de trabalho. *Revista de Administração, 31* (2), 50-61.

Feldhusen, J. F. (1998). *Talent development, expertise, and creative achievement*. Artigo apresentado na convenção anual da American Psychological Association, São Francisco, EUA.

Feldhusen, J. F. (2002). Creativity: The knowledge base and children. *High Ability Studies, 13*, 179–183.

Feldhusen, J. F. (2005). Giftedness, talent, expertise, and creative achievement. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness 2nd edition* (pp. 64-79). Cambridge: Cambridge University.

Feldhusen, J. F. & Goh, B. E. (1995). Assessing and accessing creativity: An integrative review of theory, research and development. *Creativity Research Journal, 8*, 231-247.

Feltovich, P. J., Prietula, M. J., & Ericsson, K. A. (2006). Studies of expertise from psychological perspectives. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 41-67). Cambridge: Cambridge University Press.

Fennema, E. & Sherman, J. A. (1976). Fennema-Sherman Mathematics Attitudes Scales: Instruments designed to measure attitudes toward the learning of mathematics by males and females. *Catalog of Selected Documents in Psychology*, *6*(1), 31.

Figueira, A. P. C. (1997). Aprendizagem auto-regulada: considerações gerais. *Revista Portuguesa de Pedagogia*, *31* (1, 2 e 3), 239-260.

Flavell, J. H. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive-developmental inquiry. *American Psychologist, 34,* 906-911.

Flavell, J. H. (1987). Speculations about the nature and development of metacognition. In F. E. Weinert & R. Kluwe (Eds.), *Metacognition, motivation, and understanding* (pp. 1-16). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Gagné, E. (1985). *The cognitive psychology of school learning*. Boston: Little, Brown and Company.

Gagné, F. (1985). Giftedness and talent: Reexamining a reexamination of the definitions. *Gifted Child Quarterly, 29* (3), 103-112.

Gagné, F. (2004). Transforming gifts into talents: the DMGT as a developmental theory. *High Ability Studies*, 15 (2), 119-147.

Gardner, H. (1993). *Creating minds: An anatomy of creativity seen through the lives of Freud, Einstein, Picasso, Stravinsky, Eliot, Graham and Gandhi*. New York: Basic Books.

Gladwell, M. (2008). *Outliers*. New York: Little, Brown and Company.

Gobet, F, & Charness, N. (2006). Expertise in chess. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 523-538). Cambridge: Cambridge University Press.

Gross, M. U. M. (2009). Highly gifted young people: Development from childhood to adulthood. In L. Shavinina (Ed.), *International Handbook on Giftedness* (pp. 337-351). New York: Springer.

Guilford, J.P. (1950). Creativity. *American Psychologist*, *5* (9), 444–454.

Guilford, J. P. (1968). *Creativity, intelligence, and their educational implications*. San Diego: Knapp.

Hadamard, J. (1954). An essay on the psychology of invention in the mathematical field. New York: Dover Publications, Inc.

Hair, J., Anderson, R.E., Tatham, R.L. & Black, W. (1995). *Multivariate Data: Analysis with readings*. New Jersey: Prentice-Hall.

Hamilton, V. L. (1980). Intuitive psychologist or intuitive lawyer? Alternative models of the attribution process. *Journal of Personality and Social Psychology, 39* (5), 767-772.

Haylock, D. W. (1987). A framework for assessing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational Studies in Mathematics, 18* (1), 59-74.

Hodges, N. J., Starkes, J. L., & MacMahon, C. (2006). Expert performance in sport: A cognitive perspective. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 471-488). Cambridge: Cambridge University Press.

Hoffman, R. R., & Gavan, L. (2006). Eliciting and Representing the Knowledge of Experts . In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. *203*-222). Cambridge: Cambridge University Press.

Hong, E., & Aqui, Y. (2004). Cognitive and motivational characteristics of adolescents gifted in mathematics: comparisons among students with different types of giftedness. *The Gifted Child Quarterly*, *48* (3), 191-201.

Hong, E., & O'Neil, H. F., Jr. (2001). Construct validation of a trait self-regulation model. *International Journal of Psychology, 36*, 186-194.

Horn, J., & Masunaga, H. (2006). A merging theory of expertise and intelligence. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 587-611). Cambridge: Cambridge University Press.

Hunt, E. (2006). Expertise, talent, and social encouragement. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 31-38). Cambridge: Cambridge University Press.

Kaiser, H.F. (1974). An index of fatorial simplicity. *Psychometrika*. 39, 31-36.

Kaufman, J. C., & Beghetto, R. A. (2009). Beyond big and little: The four c model of creativity. *Review of General Psychology, 13* (1), 1-12.

Kerlinger, F. & Lee, H. (2000). *Foundations of Behavioral Research*. Orlando: Hartcourt College Publishers.

Kim, K. H. (2007). The two Torrance creativity tests: The Torrance Tests of Creative Thinking and Thinking Creatively in Action and Movement. In A. G. Tan (Ed.), C*reativity a handbook for teachers* (pp. 117-141). Singapore: World Scientific Publishing Co..

Klavir, R., & Gorodetsky, M. (2009). On excellence and creativity: A study of gifted and expert students. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu, (Eds.), *Creativity in Mathematics and the Education of Gifted Students* (pp. 221-242). Rotterdam: Sense Publishers.

Kleiman, P. (2005). *Beyond the tingle factor: creativity and assessment in higher education*. Artigo apresentado no ESRC seminar, University of Strathclyde.

Kouritzin, S. G. (2000). Bringing life to research: life history research and esl. *Tesl Canada Journal, 17* (2), 1-4.

Kozbelt, A., Beghetto, R. A., & Runco, M. A. (2010). Theories of creativity. In J.C. Kaufman & R. J. Sternberg (Eds.), *The Cambridge Handbook of Creativity* (pp. 20-47). New York: Cambridge University Press.

Kramarski, B. & Mevarech, Z. R. (2003). Enhancing mathematical reasoning in the classroom: The effects of cooperative learning and metacognitive training. *American Educational Research Journal, 40* (1), 281-310.

Lehmann, A. C., & Gruber, H. (2006). Music. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P. J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 457-470). Cambridge: Cambridge University Press.

Leikin, R. (2007). Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks. In D. Pitta-Pantazi, & G. Philippou (Eds.), *Proceedings of the fifth conference of the European society for research in mathematics education* (pp. 2330–2339), Larnaca: CERME 5.

Leikin, R. (2009). Exploring mathematical creativity using multiple solution tasks. In R. Leikin, A. Berman, & B. Koichu (Eds.), *Creativity in mathematics and the education of gifted students* (pp. 129–145). Rotterdam: Sense Publishers.

Leikin, R., & Lev, M. (2007). Multiple solution tasks as a magnifying glass for observation of mathematical creativity. In J. H. Woo, H. C. Lew, K. S. Park, & D. Y. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st international conference for the psychology of mathematics education*, Vol. 3, (pp. 161–168). Seul: PME.

Leong, F.T.L. & Austin, J.T (2006). *The Psychology Research Handbook* (2nd ed.). Thousand Oaks: Sage Publications.

Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2005). *O pólo técnico das metodologias qualitativas: As técnicas de recolha de dados. Investigação qualitativa – fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget.

Liljddahl, P., & Sriraman, B. (2006). Musings on mathematical creativity. *For The Learning of Mathematics, 26* (1), 17-19.

Lord, P. et al., 2005. *International Review of Curriculum and Assessment Frameworks. Thematic Probe Learner Motivation 3-19: an International Perspective*. National Foundation for Educational Research. Retirado de:

http://www.nfer.ac.uk/research/centre-for-information-and-reviews/inca/TP%20Learner%20motivation%203%20to%2019%202005.pdf

[consultado em 03 de Março de 2014]

Lubart, T. I. (2000-2001). Models of the creative process: Past, present and future. *Creativity Research Journal, 13* (3-4), 295-308.

Lubinski, D., Webb, R. M., Morelock, M. J., & Benbow, C. P. (2001). Top 1 in 10,000: A 10-year follow-up of the profoundly gifted. *Journal of Applied Psychology*, *86* (4), 718–729.

Lubinski, D., & Benbow, C. P. (2006). Study of mathematically precocious youth after 35 years uncovering antecedents for the development of math-science expertise. *Perspectives on Psychological Science, 1* (4), 316-345.

Lubinski, D., Benbow, C. P., Webb, R. M., & Bleske-Rechek, A. (2006). Tracking exceptional human capital over two decades. *Psychological Science, 17* (3), 194-199.

Machado, R., & César, M. (2012). Trabalho colaborativo e representações sociais: contributos para a promoção do sucesso escolar em matemática. *Interações, 8* (20), 98-140.

Mann, E. L. (2006). Creativity: the essence of mathematics. *Journal for the Education of the Gifted, 30* (2), 236-260.

Mann, E. L. (2008). Parental perceptions of mathematical talent. *Social Psychology of Education, 11* (1), 43-57.

Maroco, J. (2011). *Análise Estatística com o SPSS Statistics* (5.ª Ed.). Pero Pinheiro: Edições ReportNumber.

Maslow, A. H. (1970). *Motivation and personality*. New York: Harper & Row.

Matos, D. (2011). A excelência no desporto: *Estudo da arquitectura psicológica de atletas de elite portugueses*. Tese de Doutoramento. Braga: Escola de Psicologia, Universidade do Minho.

Measor, L., & Sikes P. (1992). Visiting lives: ethics and methodology in life history. In I. Goodson (Ed.), *Studying Teachers' Lives* (pp. 209-233). New York: Routledge.

Medrano, C., & Cortés, A. (2007). La investigación narrativa y su relación con la educación. In C. Medrano (Coord.), *Las historias de vida: Implicaciones educativas* (pp. 21-46). Buenos Aires: Alfagrama Ediciones.

Michael W. B. (1999). Guilford's View. In M. A. Runco, & S. R. Pritzker (Eds.), *Encyclopedia of creativity, Vol.1* (pp. 785-797). San Diego: Academic Press.

Mogensen, A. (2008). The proficiency challenge: An action research program on teaching of gifted math students grade 1-9. Documento apresentado no âmbito do ICME 11 - International Congress on Mathematical Education. Monterrey, ICME 11.

Morais, M. F. (2001). *Definição e avaliação da criatividade*. Braga: Universidade do Minho.

Muñiz, J. (2003). *Teoria clássica de los tests*. Madrid: Pirâmide.

Muñiz, J., Fidalgo, A.M., García-Cueto, E., Martinez, R.J. & Moreno, R. (2005). *Análisis de los ítems*. Madrid: La Muralla.

Murphy, P. K. & Alexander, P. A. (2000). A motivated exploration of motivation terminology. *Contemporary Educational Psychology, 25*, 3–53.

National Council of Supervisors of Mathematics (NTCM) (1995). *Report of the NCTM Task Force on Promising Students*. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM) (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston: NCTM.

Nicholls, J.G. (1978). The development of the concepts of effort and ability, perception of own attainment, and the understanding that difficult tasks require more ability. *Child Development, 49* (3), 800-814.

Nicholls, J. G. (1984). Achievement motivation: Conceptions of ability, subjective experience, task choice, and performance. *Psychological Review, 91*, 328-346.

Noice, H., & Noice, T. (2006). Artistic performance: Acting, ballet, and contemporary dance. In, K. A. Ericsson, N. Charness, R. R. Hoffman & P.l J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 489-504). Cambridge: Cambridge University Press.

Nunnaly, J.C. (1978). *Psychometric theory*. New York: McGraw-Hill.

OECD (2013), *PISA 2012 Results: Ready to Learn: Students' Engagement, Drive and Self-Beliefs (Volume III)*. PISA, OECD Publishing.

Pajares, F., & Miller, M. D. (1994). Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: a path analysis. *Journal of Educational Psychology*, *86* (2), 193-203.

Peres, M. (2012). *O sucesso escolar começa em casa: entre a escola e a vida, contextos de aprendizagem matemática*. Tese de mestrado. Faculdade de Educação e Psicologia, Universidade Católica Portuguesa.

Philippou A., Gagatsis A., Timotheou S.,& Dialeraki E. (2009). Development of creativity in mathematics. In A. Gagatsis, A. Kuzniak, E. Deliyianni & L. Vivier (Eds.), *Premier Colloque Franco-Chypriote de Didactique des Mathématiques* (pp. 245-263). Lefkosia: University of Cyprus.

Pintrich, P. R. (2000). The role of goal orientation in self-regulated learning. In M. Boekaerts, P. R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 451–502). San Diego: Academic.

Pintrich, P. R. (2003). A motivational science perspective on the role of student motivation in learning and teaching contexts. *Journal of Educational Psychology, 95* (4), 667-686.

Pintrich, P. R., & De Groot, E. V. (1990). Motivational and self-regulated learning components of classroom academic performance. *Journal of Educational Psychology, 82*, 33-40.

Pintrich, P. R., & Garcia, T. (1991). Student goal orientation and self-regulation in the college classroom. In M. Maehr & P. R. Pintrich (Eds.), *Advances in motivation and achievement: Goals and self-regulatory processes* (pp. 371-402). Greenwich: JAI Press.

Pintrich, P. R., & Schunk, D. H. (2002). *Motivation in education: Theory, research, and applications* (2nd ed.). Upper Saddle River: Prentice Hall.

Plant, E. A., Ericsson, K. A., Hill, L., & Asberg, K. (2005). Why study time does not predict grade point average across college students: Implications of deliberate practice for academic performance. *Contemporary Educational Psychology, 30*, 96–116.

Plucker, J. A., & Renzulli, J. S. (1999). Psychometric approaches to the study of human creativity. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 35–61). Cambridge: Cambridge University Press.

Plucker, J. A., Runco, M. A., & Lim, W. (2006). Predicting ideational behavior from divergent thinking and discretionary time on task. *Creativity Research Journal, 18* (1), 55-63.

Poincaré, H. (1908). L'invention mathématique. *L'enseignement Mathématique, 10,* 357-371.

Polya, G. (1973). *How to solve it. A new aspect of mathematical method.* Princeton: Princeton University Press.

Pruaño, A. P., Cano, J. M. N., & Soriano, M. T. (2009). Historias de vida: perspetiva y experiencia sobre exclusión e inclusión escolar. *Profesorado, 13* (3), 193-218.

Renzulli, J. S. (1978). *What makes giftedness? Reexamining a definition*. Retirado de:

http://www.mishawaka.k12.in.us/documents/HA%20docs/EDPS%20540%20articles/Module%201%20-%202%20(January%2026)/Renzulli.pdf

[Consultado em 13 de Janeiro de 2013]

Renzulli, J. S. (2002). Emerging conceptions of giftedness: Building a bridge to the new century. *Exceptionality, 10* (2), 67-75.

Renzulli, J. S. (2005). Applying gifted education pedagogy to total talent development for all students. *Theory into Practice, 44*, 80-89.

Ribeiro, C. (2003). Metacognição: Um apoio ao processo de aprendizagem. *Psicologia: Reflexão e Crítica, 16* (1), 109-116.

Roberts, B. (2002). *Biographical research*. Philadelphia: Open University Press.

Rosário, P., Almeida, L., & Oliveira, A. (2000). Estratégias de auto-regulação da aprendizagem, tempo de estudo e rendimento escolar: uma investigação no ensino secundário. *Psicologia: Teoria, Investigação e Prática*, 2, 197-213.

Rotigel, J. V., & Fello, S. (2004). Mathematically gifted students: How can we meet their needs? *Gifted Child Today, 27* (4), 46-51.

Rotter, J. B. (1966). Generalized expectancies for internal versus external control of reinforcement. *Psychological Monographs: General and Applied, 80*, 1–28.

Runco, M. A. (1991). *Divergent thinking*. Norwood: Ablex Publishing Corporation.

Runco, M. A. (1993). Divergent thinking, creativity, and giftedness. *Gifted Child Quarterly, 37*, 16-22.

Ryan, R. M., & Deci, E. L. (2000). Intrinsic and extrinsic motivations: Classic definitions and new directions. *Contemporary Educational Psychology, 25* (1), 54-67.

Schiefele, U., & Csikszentmihalyi, M. (1995). Motivation and ability as factors in mathematics experience and achievement. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*, 163-181.

Schneider, W., & Bös, K. (1985). Exploratorische analysen zu komponenten des schulerfolgs. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 17*, 325-340.

Schunk, D.H., & Zimmerman, B.J. (Eds.). (1998). *Self-regulated learning: From teaching to self-reflective practice*. New York: Guilford Press.

Sheffield, L. J. (2008). Developing mathematical promise: brain functioning research and the nature/nurture debate. *Documento apresentado no âmbito do 11th International Congress on Mathematical Education*. Monterrey: ICME 11.

Shih, S., & Alexander, J. M. (2000). Interacting effects of goal setting and self-or other-referenced feedback on children's development of self-efficacy and cognitive skill within the Taiwanese classroom. *Journal of Educational Psychology, 92*, 536-543.

Silva, A. L., & Sá, I. (1993). *Saber estudar e estudar para saber*. Porto: Porto Editora.

Silver, E. A. (1997). Fostering creativity through instruction rich in mathematical problem solving and problem posing. *ZDM, 3,* 75-80.

Simonton, D. K. (1994). *Greatness: Who makes history and why*. New York: Guilford.

Simonton, D. K. (2000). Creative development as acquired expertise: Theoretical issues and an empirical test. *Developmental Review, 20*, 283–318.

Sousa, T., Monteiro, V., Mata, L. & Peixoto, F. (2010). Motivação para a Matemática em alunos do Ensino Secundário. *Actas do VII Simpósio Nacional de Investigação em Psicologia.* Braga: Universidade do Minho.

Sriraman, B. (2004). The characteristics of mathematical creativity. *The Mathematics Educator, 14* (1), 19-34.

Sriraman, B., Haavold, P., & Lee, K. (2013). Mathematical creativity and giftedness: a commentary on and review of theory, new operational views, and ways forward. ZDM *Mathematics Education, 45*, 215-225.

Sternberg, R. J. (1984). Toward a triarchic theory of human intelligence. *Behavioral and Brain Sciences, 7*, 269–287.

Sternberg, R. J. (1985). *Beyond IQ: A triarchic theory of human intelligence*. Cambridge: Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. (1999). Intelligence as developing expertise. *Contemporary Educational Psychology, 24,* 359-375.

Sternberg, R. J. (Ed.) (2000). *Handbook of creativity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Sternberg, R. J. (2001a). Giftedness as developing expertise: A theory of the interface between high abilities and achieved excellence. *High Ability Studies, 12* (2), 159-179.

Sternberg, R. J. (2001b). What is the common thread of creativity? Its dialectical relation to intelligence and wisdom. *American Psychologist, 56* (4), 360-362.

Sternberg, R. J. (2005a). WICS: A model of leadership. *The Psychologist Manager Journal, 8* (1), 29-43.

Sternberg, R. J. (2005b). The theory of successful intelligence. *Revista Interamericana de psicología/Interamerican Journal of Psychology, 39* (2), 189-202.

Stevens, J. (1986). *Applied multivariate statistics for the social sciences*. New Jersey: Lawrence Erbaun Associates.

Tabachnik, B.G. & Fidell, L.S. (2006). *Using Multivariate Statistics*. (5.th Ed.). Pearson Education.

Tapia, M., & Marsh II, G. E. (2004). An instrument to measure mathematics attitudes. *Academic Exchange Quarterly, 8*(2), 16-21.

Torrance, E. P. (1988). The nature of creativity as manifest in its testing. In R. J. Sternberg (Ed.), *The nature of creativity: Contemporary psychological perspectives* (pp. 43-75). Cambridge: Cambridge University.

Torrance, E. P. (1992). The beyonders in a thirty year longitudinal study of creative achievement. *Roeper Review, 15* (3), 131-135.

Torrance, E. P. (1993). Understanding creativity: Where to start?. *Psychological Inquiry, 4* (3), 232-234.

Torrance, E. P. (2000). Preschool creativity. In B. A. Bracken (Ed.), *Psychoeducational Assessment of Preschool Children*, (3rd ed.), pp. 349-363. Needham Heights: Allyn and Bacon.

Torres, L. L., & Palhares, J. A. (2012). Percursos de excelência escolar na escola pública: novos sentidos para a meritocracia?. *Documento apresentado no âmbito do VII Congresso Português de Sociologia.* Porto: Universidade do Porto.

Treffinger, D. J., Young, G. C., Selby, E. C., & Shepardson, C. (2002). *Assessing creativity: A guide for educators.* Storrs: The National Research Center on the Gifted and Talented, University of Connecticut.

Ugur, S., & Maker, C. J. (2006). Developmental variation in children's creative mathematical thinking as a function of schooling, age, and knowledge. *Creativity Research Journal,18* (3), 279 - 291.

Usiskin, Z. (2000). The development into the mathematically talented. *Journal of Secondary Gifted Education, 11,* 152–162.

VanLehn, K., & Van De Sande, B. (2009). Acquiring conceptual expertise from modeling: the case of elementary physics. In, K. A. Ericsson (Ed.), *Development of professional expertise toward measurement of expert performance and design of optimal learning environments* (pp. 356-378). Cambridge: Cambridge University Press.

VanTassel-Baska, J. (2005). Domain specific giftedness: Applications in school and life. In R. J. Sternberg & J. E. Davidson (Eds.), *Conceptions of giftedness, 2nd edition,* (pp. 358-376). Cambridge: Cambridge University.

Veiga, F. H. (2004). Factores pessoais do rendimento dos alunos em matemática: Uma abordagem psico-educacional. Comunicação apresentada nas *Nonas Jornadas Psicopedagógicas de Gaia — Português e Matemática: O que falha?,* realizada em Gaia, Colégio dos Carvalhos, em 25 e 26 de Novembro de 2004.

Wallace, B. (1986). Creativity: Some definitions, the creative personality, the creative process, the creative classroom. *Gifted Education International, 4* (2), 68- 73.

Weiner, B. A. (1979). Theory of motivation for some classroom experiences. *Journal of Educational Psychology, 71,* 3-25.

Weiner, B. (1982). The emotional consequences of causal ascriptions. In M. S. Clark & S. T. Fiske (Eds.), *Affect and cognition: The 17th annual Carnegie Symposium on cognition.* Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Weiner, B. (1985). An attributional theory of achievement motivation and emotion. *Psychological Review, 92* (4), 548-573.

Weiner B. A. (1992). *Human Motivation: Metaphors, Theories, and Research*. Newbury Park: Sage.

Weiner, B., Heckhausen, H., Meyer. W., and Cook, R. E. (1972). Causal ascriptions and achievement behavior: The conceptual analysis of effort and reanalysis of locus of control. *Journal of Personality and Social Psychology, 21*, 239–248.

Weisberg, R. W. (1999). Creativity and knowledge: A challenge to theories. In R. J. Sternberg (Ed.), *Handbook of creativity* (pp. 226–250). New York: Cambridge University Press.

Williams, K. C., & Williams, C. C. (2011). Five key ingredients for improving student motivation. *Research in Higher Education Journal*, *12*, 104-122.

Vroom, V. H. (1964). *Work and Motivation*. New York: John Wiley & Sons.

Zatorre, R. J., Fiedls, R. D., & Johansen-Berg, H. (2012). Plasticity in gray and white: Neuroimaging changes in brain structure during learning. *Nature Neuroscience, 15* (4), 528-536.

Zientek, L. R., & Thompson, B. (2010). Using commonality analysis to quantify contributions that self-efficacy and motivational factors make in mathematics performance. *Research in the Schools, 17* (1), 1-11.

Zimmerman, B. J. (1990). Self-regulated learning and academic achievement: an overview. *Educational Psychologist, 25* (1), 3-17.

Zimmerman, B. J. (2000). Attainment of self-regulation: A social cognitive perspective. In M. Boekaerts, P.R. Pintrich, & M. Zeidner (Eds.), *Handbook of self-regulation* (pp. 13-39). San Diego: Academic Press.

Zimmerman, B. J. (2002). Achieving academic excellence: A self-regulatory perspective. In, Michel Ferrari (Ed.), *The Pursuit of Excellence Through Education* (pp. 85-111). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Zimmerman, B. J. (2006). Development and adaptation of expertise: The role of self-regulatory processes and beliefs. In, K. Anders Ericsson, Neil Charness, Robert R. Hoffman & Paul J. Feltovich (Eds.), *The Cambridge handbook of expertise and expert performance* (pp. 705-722). Cambridge: Cambridge University Press.

Zimmerman, B. J. (2011). Motivational sources and outcomes of self-regulated learning and performance. In, B. J. Zimmerman & D. H. Schunk (Eds.), *Handbook of self-regulation of learning and performance* (pp. 49–64). New York: Routledge.

Zimmerman, B. J., Bandura, A., & Martinez-Pons, M. (1992). Self-motivation for academic attainment: The role of self-efficacy beliefs and personal goal setting. *American Educational Research Journal, 29,* 663-676.

Zimmerman, B. J., & Campillo, M. (2003). Motivating self-regulated problem solvers. In J. E. Davidson & R. J. Sternberg (Eds.), *The nature of problem solving* (pp. 233-262). New York: Cambridge University Press.

Zimmerman, B. J., & Moylan, A. R. (2009). Self-regulation: Where metacognition and motivation intersect. In D. J. Hacker, J. Dunlosky & A. C. Graesser (Eds.), *Handbook of Metacognition in Education* (pp. 299-315). New York: Routledge.

Anexos

Anexo 1: Estudos de validação e fiabilidade do inventário de atitudes face à matemática

Participantes

Inicialmente o inventário foi aplicado a quatrocentos e quarenta estudantes do ensino superior, que frequentam os mais variados cursos, mas que incluem nos seus currículos disciplinas de Matemática, provenientes de quatro universidades públicas, nomeadamente das Universidades da Beira Interior, do Algarve, de Aveiro e de Salamanca (Espanha). Devemos referir que os estudantes a quem foi pedido para responderem a este questionário não foram escolhidos pelo seu nível de aproveitamento em cadeiras de Matemática, podendo, ou não, serem bons nesta disciplina.

Para, na análise que empreendemos, evitar contar com itens com maior número de respostas que outros, procedemos à eliminação dos casos de não resposta a todos os itens e eliminámos também os *outliers*. Assim, a amostra selecionada é composta por 382 estudantes, 209 do sexo feminino e 173 do sexo masculino, cuja média de idades é 19,95 anos, desvio-padrão de 3,46 anos e cujos valores mínimos e máximos são, respetivamente, 17 e 46 anos.

Instrumento

O questionário compõe-se de afirmações para as quais é pedido ao estudante o seu grau de concordância/discordância relativamente a cada uma. Tal como numa escala de Likert, essa indicação é dada por meio da escolha de uma de entre cinco alternativas de resposta (de “1” a “5”) entre “discordo completamente” e “concordo completamente”. Na sua versão base, integrava quarenta e quatro itens, os quais, supunha-se então, se organizavam em seis dimensões: dez itens aferiam os níveis de motivação dos estudantes; oito itens destinados a perceber o seu gosto pela matemática; cinco itens para compreender a perceção dos participantes relativamente à apreciação que terceiras pessoas fazem da sua relação com a matemática; dez itens mediam os níveis de auto-confiança dos estudantes; sete itens para conhecer as suas opiniões sobre a utilidade da matemática; e quatro itens correspondiam à teoria de inteligência adotada.

Este agrupamento teórico foi o ponto de partida para o estudo que se descreve a seguir, e que nos informou sobre até que ponto é que a classificação inicial de cada item numa determinada dimensão correspondia, ou não, à realidade. Como veremos, esta organização inicial foi sendo otimizada ao longo do processo iterativo de análise de validade e fiabilidade. Este processo é essencial para assegurar a qualidade deste instrumento de recolha de dados e o que se segue nesta secção é a descrição pormenorizada dos passos dados nesse sentido.

Método

Procedimento

Com base nas escalas anteriormente mencionadas na secção 2.4.2. e na literatura sobre o tema, designadamente as elaboradas por Fennema & Sherman (1976) e por Tapia & Marsh (2004), e com a adição de novas afirmações avançadas por nós, elaborámos uma primeira versão do questionário. Das escalas referidas, não usámos os itens identificados com varáveis que não são alvo da nossa atenção neste estudo, nem as afirmações que, de alguma forma, parecem ligadas a contextos culturais diferentes da nossa realidade.

Para que este instrumento pudesse satisfazer os exigentes critérios de validade e fiabilidade que estabelecemos, o questionário sofreu uma série de refinamentos sucessivos que vieram a culminar na versão definitiva do mesmo, que posteriormente foi usada na investigação empírica que empreendemos.

Com o recurso ao software SPSS, foram realizadas sucessivamente análises de *outliers*, de validade e de fiabilidade do questionário.

Análise de Outliers

A distância D2 de Mahalanobis é uma versão multidimensional de um valor estandardizado (z-score), medindo a distância de um elemento da amostra a partir do centróide (média multidimensional) de uma distribuição, tendo em conta a covariância (variância multidimensional) da distribuição.

O D2 de Mahalanobis requer que as variáveis sejam expressas numa escala de razões ou ordinal, em escala de Likert, o que sucede neste caso.O D2 de Mahalanobis segue uma distribuição Qui-quadrado com graus de liberdade dados pelo número de variáveis incluídas no cálculo.

Um caso é um *outlier* multivariado se a sua distância de Mahalanobis for superior ao quantil de ordem 1-0,001 da distribuição de D2, ou seja, se a sua distância ao centróide da distribuição de valores observados for maior do que as distâncias dos outros elementos, o que lhe pode conferir um nível de singularidade tal que possa comprometer a análise a realizar.

O instrumento foi aplicado a 440 estudantes e registaram-se 413 casos de respostas a todos os itens. Para cada um destes casos é determinada a distância D2 de Mahalanobis.

Desta forma, são detetados 23 casos como *outliers*, correspondentes aos elementos identificados na amostra com os números 1, 15, 56, 57, 59, 83, 95, 146, 156, 198, 247, 257, 260, 261, 296, 297, 308, 352, 363, 392, 408, 427 e 445. Estes casos são eliminados das análises subsequentes.

Repete-se novamente o procedimento com os casos restantes, recalculando a distância D2 de Mahalanobis, o que permitiu a deteção de mais sete *outliers*. Estes casos são também eliminados das análises subsequentes.

Repete-se novamente o procedimento com os casos restantes, o que permite a deteção de ainda mais um *outlier*, que foi também eliminado das análises subsequentes.

Assim sendo, são eliminados das análises seguintes 31 casos identificados como *outliers*, ficando a amostra com 382 elementos.

Escala utilizada

Seguidamente, para cada afirmação, são exibidos o número de respostas em cada nível de concordância, bem como a respetiva percentagem.

Tabela de frequências de respostas

	1		2		3		4		5	
Item	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**	**N**	**%**
M01. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu gosto pela disciplina.	4	1,0%	39	10,2%	169	44,2%	122	31,9%	48	12,6%
M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	134	35,1%	81	21,2%	123	32,2%	41	10,7%	3	,8%
M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	128	33,5%	112	29,3%	95	24,9%	45	11,8%	2	,5%
M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	4	1,0%	16	4,2%	125	32,7%	167	43,7%	70	18,3%
M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	56	14,7%	158	41,4%	130	34,0%	31	8,1%	7	1,8%
M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	136	35,6%	139	36,4%	84	22,0%	21	5,5%	2	,5%
M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	4	1,0%	32	8,4%	120	31,4%	159	41,6%	67	17,5%
M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	1	,3%	26	6,8%	150	39,3%	148	38,7%	57	14,9%
M38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	110	28,8%	117	30,6%	101	26,4%	42	11,0%	12	3,1%
M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	20	5,2%	46	12,0%	148	38,7%	136	35,6%	32	8,4%
G02. Matemática é enfadonha e aborrecida	106	27,7%	149	39,0%	99	25,9%	24	6,3%	4	1,0%
G05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	108	28,3%	132	34,6%	112	29,3%	27	7,1%	3	0,8%
G09. Realmente gosto de matemática.	15	3,9%	57	14,9%	126	33,0%	114	29,8%	70	18,3%
G14. Obtenho grande satisfação em resolver um problema matemático.	2	,5%	26	6,8%	101	26,4%	130	34,0%	123	32,2%
G30. Geralmente gosto de estudar matemática.	15	3,9%	74	19,4%	125	32,7%	120	31,4%	48	12,6%
G32. Quando ouço a palavra "matemática" tenho uma sensação de desconforto.	154	40,3%	122	31,9%	66	17,3%	34	8,9%	6	1,6%
G35. O desafio de aprender matemática atrai-me.	14	3,7%	68	17,8%	150	39,3%	105	27,5%	45	11,8%
G37. Sinto-me mais satisfeito(a) numa aula de matemática do que em qualquer outra aula.	54	14,1%	124	32,5%	120	31,4%	53	13,9%	31	8,1%
P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	15	3,9%	49	12,8%	105	27,5%	130	34,0%	83	21,7%

Item	1 N	1 %	2 N	2 %	3 N	3 %	4 N	4 %	5 N	5 %
P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	17	4,5%	28	7,3%	116	30,4%	140	36,6%	81	21,2%
P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	5	1,3%	49	12,8%	117	30,6%	147	38,5%	64	16,8%
P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	19	5,0%	96	25,1%	183	47,9%	71	18,6%	13	3,4%
P40. Os meus amigos acham que eu sou muito bom/boa em matemática.	36	9,4%	96	25,1%	164	42,9%	57	14,9%	29	7,6%
A03. Fico muito ansioso(a) quando tenho um exame de matemática.	23	6,0%	51	13,4%	115	30,1%	130	34,0%	63	16,5%
A07. Para mim, é difícil aprender matemática.	46	12,0%	119	31,2%	154	40,3%	43	11,3%	20	5,2%
A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	9	2,4%	65	17,0%	171	44,8%	110	28,8%	27	7,1%
A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	1	,3%	33	8,6%	158	41,4%	143	37,4%	47	12,3%
A21. A matemática é difícil para mim.	43	11,3%	112	29,3%	152	39,8%	59	15,4%	16	4,2%
A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	21	5,5%	99	25,9%	163	42,7%	78	20,4%	21	5,5%
A29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	81	21,2%	146	38,2%	95	24,9%	51	13,4%	9	2,4%
A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	18	4,7%	78	20,4%	180	47,1%	89	23,3%	17	4,5%
A41. Matemática não me assusta minimamente.	40	10,5%	98	25,7%	136	35,6%	80	20,9%	28	7,3%
A42. Aprendo matemática facilmente.	17	4,5%	88	23,0%	195	51,0%	70	18,3%	12	3,1%
U13. Matemática é uma disciplina necessária.	2	,5%	7	1,8%	43	11,3%	144	37,7%	186	48,7%
U15. A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio e ensina-nos a pensar.	1	,3%	1	,3%	34	8,9%	144	37,7%	202	52,9%
U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	1	,3%	16	4,2%	70	18,3%	158	41,4%	137	35,9%
U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	5	1,3%	25	6,5%	113	29,6%	131	34,3%	108	28,3%
U22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	190	49,7%	117	30,6%	49	12,8%	25	6,5%	1	0,3%
U27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	219	57,3%	118	30,9%	37	9,7%	4	1,0%	4	1,0%
U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	2	,5%	18	4,7%	97	25,4%	155	40,6%	110	28,8%
T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	105	27,5%	115	30,1%	127	33,2%	33	8,6%	2	,5%
T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	83	21,7%	127	33,2%	127	33,2%	39	10,2%	6	1,6%
T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	107	28,0%	126	33,0%	105	27,5%	34	8,9%	10	2,6%
T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	91	23,8%	127	33,2%	119	31,2%	35	9,2%	10	2,6%

Os valores indicados reportam-se à escala de medida:

1- Discordo completamente; 2- Predominantemente discordo; 3- Nem concordo nem discordo; 4- Predominantemente concordo; 5- Concordo completamente.

Estatísticas

Na tabela seguinte, para cada afirmação, são apresentados o número de respostas, a média aritmética das respostas e o seu desvio-padrão, bem como o respetivo coeficiente de variação.

	N	Média	Desvio Padrão	Coef. Variação
M01. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu gosto pela disciplina.	382	3,45	0,88	25%
M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	382	2,21	1,06	48%
M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	382	2,16	1,04	48%
M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	382	3,74	0,84	22%
M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	382	2,41	0,90	37%
M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	382	1,99	0,92	46%
M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	382	3,66	0,90	25%
M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	382	3,61	0,83	23%
M38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	382	2,29	1,09	29%

	N	Média	Desvio Padrão	Coef. Variação
M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	382	3,30	0,97	29%
G02. Matemática é enfadonha e aborrecida	382	2,14	0,93	24%
G05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	382	2,18	0,95	25%
G09. Realmente gosto de matemática.	382	3,44	1,07	31%
G14. Obtenho grande satisfação em resolver um problema matemático.	382	3,91	0,95	24%
G30. Geralmente gosto de estudar matemática.	382	3,29	1,04	32%
G32. Quando ouço a palavra "matemática" tenho uma sensação de desconforto.	382	1,99	1,04	26%
G35. O desafio de aprender matemática atrai-me.	382	3,26	1,00	31%
G37. Sinto-me mais satisfeito(a) numa aula de matemática do que em qualquer outra aula.	382	2,69	1,12	42%
P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	382	3,57	1,08	30%
P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	382	3,63	1,04	29%
P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	382	3,57	0,96	27%
P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	382	2,90	0,87	30%
P40. Os meus amigos acham que eu sou muito bom/boa em matemática.	382	2,86	1,03	36%
A03. Fico muito ansioso(a) quando tenho um exame de matemática.	382	3,42	1,10	42%
A07. Para mim, é difícil aprender matemática.	382	2,66	1,00	30%
A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	382	3,21	0,89	28%
A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	382	3,53	0,83	23%
A21. A matemática é difícil para mim.	382	2,72	0,99	30%
A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	382	2,95	0,95	32%
A29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	382	2,37	1,03	29%
A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	382	3,02	0,90	30%
A41. Matemática não me assusta minimamente.	382	2,89	1,08	37%
A42. Aprendo matemática facilmente.	382	2,93	0,84	29%
U13. Matemática é uma disciplina necessária.	382	4,32	0,79	18%
U15. A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio e ensina-nos a pensar.	382	4,43	0,69	16%
U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	382	4,08	0,85	21%
U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	382	3,82	0,96	25%
U22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	382	1,77	0,93	22%
U27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	382	1,58	0,79	18%
U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	382	3,92	0,88	22%
T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	382	2,25	0,97	43%
T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	382	2,37	0,98	42%
T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	382	2,25	1,04	46%
T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	382	2,34	1,02	44%

Resultados

A análise fatorial examina todos os itens do questionário, com o objetivo de detetar um conjunto de variáveis não observáveis (ou fatores), responsáveis pela correlação entre as variáveis observáveis. Em Estatística, é dada a designação de variável a uma característica de uma dada população ou amostra que haja interesse em conhecer, e no nosso questionário há originalmente quarenta e quatro variáveis em estudo. A análise fatorial "tem por objetivo descobrir e analisar a estrutura de um conjunto de variáveis interrelacionadas de modo a construir uma escala de medida para fatores (intrínsecos) que, de alguma forma, (mais ou menos explícita) controlam as variáveis originais" (Maroco, 2011, p. 471).

Assim e atendendo ao modelo subjacente à análise fatorial, ao recorrermos a esta técnica, procuramos explicar os valores obtidos nas respostas do questionário à custa de fatores comuns.

Para que seja viável o emprego de análise fatorial, a amostra deve ser constituída por um número de observações que sejam pelo menos o quíntuplo das variáveis em análise, o que se verifica para este questionário.

Resultados da análise preliminar realizada

Com o objetivo de verificar a adequabilidade da nossa amostra à realização de análise fatorial, é calculada a Medida de Adequação da Amostra (MAA) de KMO (Kaiser-Meyer-Olkin).

KMO

A Medida de Adequação da Amostra (MAA) de KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) "é uma medida da homogeneidade das variáveis, que compara as correlações simples com as correlações parciais observadas entre as variáveis" (Maroco, 2011, p.477). Esta medida produz uma estatística, cuja interpretação é efetuada de acordo com a seguinte tabela, sendo indicada a adequação dos dados para a realização de análise fatorial em função do valor obtido:

KMO	<0,5	0,5-0,6	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	0,9-1,0
MAA	Inaceitável	Má	Razoável	Média	Boa	Muito boa

Neste caso, a KMO=0,932, permite concluir sobre a possibilidade de uma análise fatorial aos dados com uma qualidade Muito Boa.

Depois de averiguar a adequação dos dados, prossegue-se com a extração dos fatores a partir das 44 variáveis, utilizando o método das componentes principais, através da análise das tabelas:

Comunalidades

Em análise fatorial, cada variável tem uma comunalidade. A comunalidade de uma variável particular pode ser interpretada como a proporção da variância dessa variável explicada pelos fatores comuns.

	Extração
M01. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu gosto pela disciplina.	,698
M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	,423
M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	,430
M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	,588
M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	,552
M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	,500
M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	,606
M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	,500
InvM38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	,576
M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	,481
InvG02. Matemática é enfadonha e aborrecida	,635

InvG05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	,406
G09. Realmente gosto de matemática.	,769
G14. Obtenho grande satisfação em resolver um problema matemático.	,443
G30. Geralmente gosto de estudar matemática.	,752
InvG32. Quando ouço a palavra "matemática" tenho uma sensação de desconforto.	,572
G35. O desafio de aprender matemática atrai-me.	,727
G37. Sinto-me mais satisfeito(a) numa aula de matemática do que em qualquer outra aula.	,630
P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	,586
P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	,453
P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	,455
P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	,623
P40. Os meus amigos acham que eu sou muito bom/boa em matemática.	,630
InvA03. Fico muito ansioso(a) quando tenho um exame de matemática.	,388
InvA07. Para mim, é difícil aprender matemática.	,595
A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	,657
A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	,620
InvA21. A matemática é difícil para mim.	,672
A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	,502
InvA29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	,530
A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	,730
A41. Matemática não me assusta minimamente.	,471
A42. Aprendo matemática facilmente.	,715
U13. Matemática é uma disciplina necessária.	,635
U15. A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio e ensina-nos a pensar.	,561
U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	,572
U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	,593
InvU22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	,500
InvU27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	,434
U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	,511
T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	,676
T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	,735
T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	,767
T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	,711

Método de extração: Método de Componentes Principais.

As comunalidades extraídas, ou seja, a soma dos quadrados dos pesos fatoriais, são superiores ao mínimo normalmente exigido de 32%, para todas as variáveis.

Na tabela seguinte podemos observar, para cada um dos fatores que pode ser retido a partir das 44 variáveis originais, qual o seu valor próprio, i.e., a variação total que ocorre nas variáveis originais por ele explicada, bem como a respetiva percentagem.

Variância Total Explicada

	Valor Próprio inicial			Após rotação		
Componente	Total	% de Variância	% Cumulativa	Total	% de Variância	% Cumulativa
1	**13,446**	**30,558**	**30,558**	**6,807**	**15,471**	**15,471**
2	**4,073**	**9,258**	**39,816**	**6,192**	**14,074**	**29,545**
3	**2,768**	**6,292**	**46,108**	**4,286**	**9,741**	**39,286**
4	**2,210**	**5,023**	**51,131**	**3,207**	**7,288**	**46,574**
5	**1,763**	**4,006**	**55,137**	**2,740**	**6,228**	**52,802**
6	**1,351**	**3,070**	**58,207**	**2,378**	**5,405**	**58,207**
7	1,174	2,667	60,874			
8	1,092	2,481	63,355			
9	1,011	2,297	65,653			
10	,873	1,984	67,637			
11	,819	1,861	69,498			
12	,759	1,726	71,223			
13	,713	1,621	72,845			
14	,694	1,577	74,422			
15	,662	1,504	75,926			
16	,641	1,457	77,383			
17	,602	1,369	78,752			

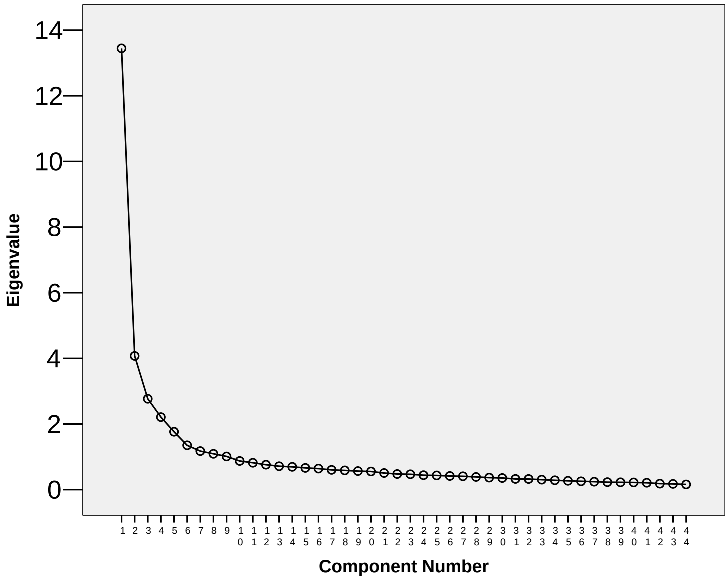
18	,585	1,331	80,083
19	,565	1,285	81,368
20	,552	1,254	82,622
21	,507	1,151	83,773
22	,476	1,081	84,854
23	,468	1,063	85,917
24	,440	1,001	86,917
25	,432	,981	87,899
26	,415	,944	88,843
27	,406	,923	89,766
28	,387	,880	90,646
29	,366	,833	91,479
30	,354	,805	92,284
31	,325	,740	93,024
32	,323	,735	93,759
33	,304	,690	94,449
34	,284	,646	95,095
35	,268	,610	95,705
36	,254	,578	96,282
37	,241	,549	96,831
38	,228	,518	97,349
39	,223	,506	97,855
40	,219	,497	98,353
41	,210	,477	98,830
42	,182	,415	99,244
43	,174	,397	99,641
44	,158	,359	100,000

Método de extração: Método de Componentes Principais.

Para que mais facilmente se consiga atribuir um significado aos fatores extraídos, efetuou-se rotação da matriz dos pesos fatoriais através do método Varimax. Esta técnica tem por objetivo extremar o valor dos coeficientes que relacionam cada variável com os fatores retidos, de modo a que cada variável possa ser associada a apenas um fator. Quanto maior o valor do coeficiente, em termos absolutos, que relaciona uma variável com um componente, maior será a relação entre ambos.

Para que cada fator explique pelo menos uma variável, excluem-se os fatores cujos valores próprios são inferiores a 1. Acresce a exclusão adicional de mais três fatores, pois embora estes tenham valores próprios ligeiramente superiores a 1, é nossa convicção de que não devemos exceder seis dimensões. Desta forma, são retidos seis fatores, que explicam 58,2% da variação total observada nas 44 variáveis originais.

De seguida, apresenta-se o diagrama Scree Plot:



Podemos verificar que o declive se altera mais significativamente a partir do sexto fator, pelo que a decisão de reter apenas seis fatores é assim corroborada.

Apresenta-se a matriz dos pesos fatoriais do modelo subjacente à análise fatorial após rotação, salientando-se os valores (em valor absoluto) superiores a 0,3.

Resultados da Análise Fatorial Exploratória

	Fator					
	1	2	3	4	5	6
A42. Aprendo matemática facilmente.	**,771**	**,303**	,040	-,020	,064	,151
A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	**,723**	,198	,183	-,080	,092	,216
A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	**,714**	**,372**	,172	-,010	,153	,169
InvA21. A matemática é difícil para mim.	**,689**	**,309**	,176	-,052	-,047	-,257
A41. Matemática não me assusta minimamente.	**,664**	,104	,098	-,091	-,035	-,002
M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	**,656**	,262	,067	,101	,189	,052
InvA07. Para mim, é difícil aprender matemática.	**,639**	,251	,272	-,073	-,041	-,207
A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	**,608**	,243	,148	-,107	,158	,121
P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	**,588**	**,397**	,084	,021	,105	**,318**
A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	**,574**	,270	,289	-,168	,078	**,316**
P40. Os meus amigos acham que eu sou muito bom/boa em matemática.	**,567**	**,434**	,037	,054	,067	**,334**
InvA29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	**,543**	,198	,221	-,170	-,192	-,284
InvA03. Fico muito ansioso(a) quando tenho um exame de matemática.	**,457**	-,110	,231	-,072	-,252	-,211
P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	**,393**	**,309**	,186	-,131	,185	**,345**
G30. Geralmente gosto de estudar matemática.	**,364**	**,754**	,152	-,004	,026	,167
M01. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu gosto pela disciplina.	**,381**	**,725**	,123	,005	,078	,082
G09. Realmente gosto de matemática.	**,407**	**,721**	,222	,050	,027	,178
G35. O desafio de aprender matemática atrai-me.	**,354**	**,720**	,117	-,013	,028	,263
InvG02. Matemática é enfadonha e aborrecida	,264	**,690**	,269	,006	-,061	-,114
InvM38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	,214	**,656**	,273	-,096	-,079	-,100
G37. Sinto-me mais satisfeito(a) numa aula de matemática do que em qualquer outra aula.	**,401**	**,646**	,080	,115	,045	,175

M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	,104	**,635**	,202	-,066	,182	,083
InvG05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	,166	**,516**	,230	-,129	-,205	-,017
InvG32. Quando ouço a palavra “matemática” tenho uma sensação de desconforto.	**,434**	**,449**	**,324**	-,115	-,152	-,202
U13. Matemática é uma disciplina necessária.	,167	,113	**,753**	-,061	-,023	,152
U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	,129	,219	**,700**	,002	,080	,105
U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	,179	,155	**,641**	,062	,183	,298
InvU22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	,251	,207	**,617**	-,092	-,067	-,009
InvU27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	,138	,139	**,616**	-,115	,010	-,045
U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	,227	,181	**,607**	-,040	,082	,224
U15. A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio e ensina-nos a pensar.	,064	**,407**	**,605**	-,028	,044	,149
T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	-,114	-,015	-,040	**,860**	,106	,019
T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	-,007	-,066	-,124	**,843**	,057	,041
T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	-,157	,010	,014	**,826**	,052	,012
T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	-,037	-,007	-,062	**,809**	,125	-,016
M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	-,077	-,059	,167	,047	**,660**	,082
M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	,054	,208	**,321**	-,128	**,646**	-,070
M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	,098	,301	**,302**	-,095	**,634**	,062
M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	,109	-,024	-,104	,180	**,606**	,084
M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	,171	-,072	-,172	**,301**	**,566**	,158
M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	-,013	-,206	-,170	,191	**,526**	,196
P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	,096	-,006	,258	,109	,162	**,687**
P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	,005	,143	,144	-,003	,178	**,617**
G14. Obtenho grande satisfação em resolver um problema matemático.	,079	**,422**	,188	-,033	-,024	**,470**
% variância explicada	15,5	14,1	9,7	7,3	6,2	5,4
Variância total	58,2					

Método de Rotação: Varimax com a normalização de Kaiser.
a Rotação convergiu em 8 iterações. N = 382. KMO = 0,932. Os pesos fatoriais superiores a 0,3 estão a negrito.

Conclusão

As correlações efetivamente existentes entre os itens do questionário não justificam a constituição teórica inicialmente prevista em seis fatores, ou seja, o agrupamento produzido não integra num mesmo fator os itens de uma mesma dimensão teórica.

Consequentemente, na análise seguinte, são eliminados os itens com peso fatorial superior a 0,40 num segundo fator:

G09. Realmente gosto de matemática.
G14. Obtenho grande satisfação em resolver um problema matemático.
InvG32. Quando ouço a palavra “matemática” tenho uma sensação de desconforto.
G37. Sinto-me mais satisfeito(a) numa aula de matemática do que em qualquer outra aula.
P40. Os meus amigos acham que eu sou muito bom/boa em matemática.
U15. A matemática ajuda a desenvolver o raciocínio e ensina-nos a pensar.

Seguidamente, foi realizada análise fatorial (sem os itens 9, 14, 15, 32, 37 e 40), donde resultou a necessidade de eliminação de outros itens, num processo iterativo de refinamentos sucessivos, que culminou numa versão definitiva que apresentaremos mais à frente neste texto. Por agora mostramos a tabela de variância total da versão definitiva do questionário.

Resultados da Análise Fatorial Exploratória versão definitiva do questionário

	Fator					
	1	2	3	4	5	6
A42. Aprendo matemática facilmente.	**,831**	,045	,019	,146	,017	,097
A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	**,801**	,203	,033	,151	,126	,093
A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	**,791**	,231	-,053	,014	,019	,109
P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	**,696**	,160	,044	,125	,091	,211
M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	**,695**	,104	,114	,139	,145	-,013
A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	**,681**	,178	-,078	,040	,099	,065
InvA21. A matemática é difícil para mim.	**,681**	,124	-,065	**,319**	,002	-,250
A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	**,651**	**,301**	-,138	,016	,030	,275
A41. Matemática não me assusta minimamente.	**,650**	,083	-,083	,006	-,029	-,050
InvA07. Para mim, é difícil aprender matemática.	**,556**	,143	-,096	,354	,022	-,180
P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	**,516**	,184	-,064	,158	,175	,316
InvA29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	**,490**	,171	-,158	,280	-,163	-,175
U13. Matemática é uma disciplina necessária.	,170	**,743**	-,074	,076	,005	,110
U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	,157	**,697**	-,001	,133	,090	,168
U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	,195	**,690**	,023	,032	,217	,223
U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	,257	**,659**	-,039	,052	,111	,112
InvU22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	,220	**,628**	-,093	,252	-,022	-,045
InvU27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	,144	**,600**	-,083	,170	,030	-,141
T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	-,080	-,069	**,846**	-,018	,058	,028
T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	-,112	,013	**,841**	,001	,010	-,047
T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	,005	-,121	**,832**	-,107	-,001	,056
T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	-,028	-,040	**,798**	-,087	,074	,025
InvG05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	,190	,132	-,061	**,663**	,006	-,031
InvG02. Matemática é enfadonha e aborrecida	**,308**	,225	,043	**,642**	,024	,059
InvM38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	**,304**	,283	-,049	**,537**	-,008	,036
M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	,247	,146	-,041	**,497**	,255	,225
M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	-,032	-,037	,161	-,491	**,428**	,113
M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	,047	,198	-,085	,236	**,693**	,021
M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	-,069	,040	,028	-,047	**,689**	,141
M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	,154	,190	-,052	,206	**,686**	,178
M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	,169	,025	,186	-,346	**,545**	-,074
M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	,197	-,095	,277	-,338	**,505**	,099
P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	,054	,055	-,011	,090	,189	**,799**
P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	,121	,239	,093	-,092	,105	**,757**
% variância explicada	18,3	10,0	8,9	7,4	7,3	5,5

Variância total	57,4

Os pesos fatoriais das variáveis em cada fator são sempre superiores ao mínimo exigido de 40%. No entanto, dois itens saturam em mais do que um fator, com segundos valores de saturação apenas marginalmente superiores a 0,30, o que é considerado aceitável.

Em conclusão, podemos afirmar que os resultados da análise fatorial não justificam inteiramente a constituição teórica inicialmente prevista nos seis fatores previamente avançados, sugerindo uma redefinição das designações de dois fatores em função da associação verificada entre eles e as variáveis. Desta forma, foi dada a cada um destes fatores a designação que melhor corresponde ao seu conteúdo. O contributo de cada fator na explicação das variáveis, está ligado à percentagem de variância associada a cada fator na tabela de variância total.

Apresentamos seguidamente a versão definitiva do questionário.

Fator	ITENS
A – Competência percebida	InvA07. Para mim, é difícil aprender matemática.
	A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.
	A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.
	InvA21. A matemática é difícil para mim.
	A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.
	InvA29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).
	A34. Acho que sou bom/boa em matemática.
	A41. Matemática não me assusta minimamente.
	A42. Aprendo matemática facilmente.
	P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.
	P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.
	M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.
U - Utilidade/ valor da matemática	U13. Matemática é uma disciplina necessária.
	U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.
	U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.
	U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.
	InvU22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.
	InvU27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.
T - Teoria de inteligência adotada	T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.
	T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.
	T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.
	T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.
M - Motivação	M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.
	M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).
	M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.
	M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.
	M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.
	M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.
	InvG02. Matemática é enfadonha e aborrecida
	InvG05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.

Fator	ITENS
G – Afetividade pela Matemática	M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.
	InvM38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.
P – Atitude dos pais	P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.
	P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.

Análise de consistência interna do questionário

A análise de consistência interna permite estudar as propriedades de escalas de medida e as questões que as compõem. O procedimento utilizado também fornece informação sobre as relações entre itens individuais numa escala.

O que significa o Alfa de Cronbach?

O Alfa de Cronbach quantifica a fiabilidade ou consistência interna de respostas a um conjunto de variáveis correlacionadas entre si, ou seja, permite aferir de que forma um conjunto de variáveis representam um determinado constructo unidimensional. Para o nosso instrumento, o que se deseja nesta fase é que o agrupamento em fatores já estabelecido, seja ratificado por um valor elevado do Alfa de Cronbach, sinal de boa consistência, o que confirmará a sua qualidade. Se as respostas que deveriam constituir apenas um fator, tiverem na realidade uma estrutura multidimensional, o alfa de Cronbach será baixo. Se, ao contrário, as correlações inter-variáveis forem altas, então há evidência que as variáveis medem a mesma dimensão.

Note-se que um coeficiente de consistência interna de 0,80 ou superior é considerado como "muito bom" na maioria das aplicações de Ciências Sociais (DeVellis, 1991) e um coeficiente de consistência interna entre 0,70 e 0,80 é considerado como "aceitável" (Kerlinger & Lee, 2000), sendo valores entre 0,60 e 0,70 comuns em estudos exploratórios (Nunnaly, 1978).

A análise de consistência interna, foi realizada em separado para cada fator. No entanto, os resultados dessa análise são apresentados numa só tabela, a seguinte:

Fator	Alfa de Cronbach	Número de Itens
A - Competência percebida	0,908	12
U - Utilidade/ valor da matemática	0,812	6
T - Teoria de inteligência adotada	0,862	4
M - Motivação	0,695	6
G - Afetividade pela Matemática	0,729	4
P – Atitude dos pais	0,723	2

Estatísticas de consistência interna

Os valores do Alfa de Cronbach são elevados para todos os fatores, sendo que mesmo o menor deles é considerado aceitável, e os restantes muito bons. Desta forma, podemos legitimamente acreditar que os dados de cada fator são unidimensionais, ou seja, que as variáveis de cada um deles medem de forma adequada uma única categoria.

Seguidamente é apresentada, numa única tabela, um estudo da correlação entre cada item com a respetiva categoria, onde também se exibe o efeito que a eliminação de um item concreto tem no Alfa de Cronbach da respetiva categoria.

Fator	ITENS	Correlação Item-Total Corrigida	Alfa de Cronbach sem o item
A – Competência percebida	InvA07. Para mim, é difícil aprender matemática.	,576	,904
	A17. Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.	,759	,895
	A18. Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.	,654	,900
	InvA21. A matemática é difícil para mim.	,676	,899
	A26. Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.	,636	,901
	InvA29. Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	,484	,908
	A34. Acho que sou bom/boa em matemática.	,793	,893
	A41. Matemática não me assusta minimamente.	,556	,905
	A42. Aprendo matemática facilmente.	,777	,895
	P28. Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.	,528	,906
	P43. Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.	,662	,900
	M11. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.	,640	,901
U - Utilidade/ valor da matemática	U13. Matemática é uma disciplina necessária.	,626	,773
	U20. Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.	,591	,778
	U16. A Matemática é importante no dia-a-dia.	,616	,773
	U33. Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.	,586	,779
	InvU22. Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	,562	,785
	InvU27. Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	,464	,804
T - Teoria de inteligência adotada	T10. Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	,670	,841
	T25. A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	,727	,818
	T36. Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	,736	,814
	T39. Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	,708	,825
M - Motivação	M04. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	,384	,671
	M06. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	,448	,647
	M08. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	,389	,666
	M12. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	,460	,644
	M24. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.	,435	,652
	M44. Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	,444	,648
G – Afetividade	InvG02. Matemática é enfadonha e aborrecida	,609	,618
	InvG05. Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	,455	,706

Fator	ITENS	Correlação Item-Total Corrigida	Alfa de Cronbach sem o item
pela Matemática	M31. Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.	,444	,709
	InvM38. Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	,588	,628
P – Atitude dos pais	P23. Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	,566	.(a)
	P19. Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	,566	.(a)

Correlação Item-Categoria e Efeito de eliminação dos itens

A análise da tabela anterior permite verificar que, em cada fator tomado individualmente, não existem itens que contribuam para que o valor do Alfa de Cronbach seja mais elevado. A correlação item-total é superior ao valor mínimo de 0,3 para todos os itens, o que garante que todos os itens apresentam uma correlação elevada com a dimensão, estando, por isso, corretamente integrados na respetiva dimensão. Consequentemente, todos os itens de cada fator são relevantes para medir o respetivo construto.

Conclusões

Após os sucessivos refinamentos, os resultados das análises de validade e fiabilidade da escala são animadores. A análise fatorial sugere que cada um dos seis fatores explora um constructo diferente, o que permite distinguir entre uma atitude positiva ou negativa com que os inquiridos encaram a matemática. Por outro lado, os coeficientes Alfa de Cronbach obtidos nos distintos fatores garantem que a escala possui consistência interna. Isto significa que proporciona uma representação adequada da atitude face à matemática.

Consequentemente, a escala resulta num instrumento adequado para avaliar as atitudes dos estudantes universitários face à matemática, e pode agora ser usado no nosso subsequente estudo empírico assim como, futuramente, por outros investigadores.

Anexo 2: Grupos de soluções do perito para a TMS 1

Cálculo

Dado que $x^2 + y^2 = 1$, então $y = \pm\sqrt{1-x^2}$ e consequentemente

$$máx\,(x+y) = máx\left(x \pm \sqrt{1-x^2}\right) =$$

$$= máx\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)$$

Fazendo $f(x) = x + \sqrt{1-x^2}$, resta encontrar o máximo de $f(x)$.

Assim, $f'(x) = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Dado que $f''(x) = -\dfrac{1}{(1-x^2)^{\frac{3}{2}}}$, vem:

$f''\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) < 0$, o que prova que $f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right) = \sqrt{2}$ é o máximo de $f(x)$ □

Desigualdade de Cauchy-Schwartz

$$(1x+1y)^2 \leq (1^2+1^2)(x^2+y^2) \Leftrightarrow (x+y)^2 \leq 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq x+y \leq \sqrt{2} \quad \square$$

Equação quadrática

Fazendo $y=k-x$, o problema é agora encontrar máximo valor de k para o qual a equação $x^2+(k-x)^2=1$ tem soluções.

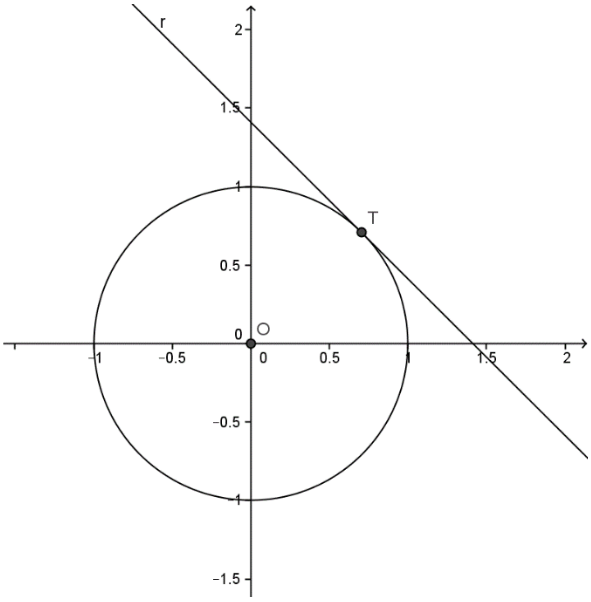
$$x^2+(k-x)^2=1 \Leftrightarrow 2x^2-2kx+k^2-1=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{2k \pm \sqrt{4k^2-8\left(k^2-1\right)}}{4}$$ para que esta equação tenha soluções, vem:

$$4k^2-8k^2+8 \geq 0 \Leftrightarrow -4k^2+8 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -\sqrt{2} \leq k \leq \sqrt{2} \quad \square$$

Geometria: Reta tangente



Considerando a circunferência $x^2 + y^2 = 1$ bem com a reta de equação $y = -x + b$ tangente à circunferência, o problema é agora o de saber quando b é máximo.

A reta com declive $m = -1$, em que $x^2 + y^2 = 1$, com maior ordenada na origem, é a reta r representada na figura, tangente à circunferência no ponto T .

As coordenadas de T são uma solução do sistema

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ y = x \end{cases}$$

Assim, temos $T\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}, \dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Fazendo o cálculo da ordenada na origem, b , da reta r, vem:

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{\sqrt{2}}{2} + b \Leftrightarrow b = \sqrt{2}$$

□

Método dos Multiplicadores de Lagrange

Considerando $f(x,y)=x+y$ sujeita à restrição $g(x,y)=x^2+y^2-1$, temos

$\mathcal{L}(x,y,\lambda)=f(x,y)+\lambda g(x,y) \Leftrightarrow \mathcal{L}(x,y,\lambda)=x+y+\lambda x^2+\lambda y^2-\lambda$, e assim

$\begin{cases} \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial x}=0 \\ \dfrac{\partial \mathcal{L}}{\partial y}=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1+2x\lambda=0 \\ 1+2y\lambda=0 \end{cases}$ daí que $x=y$

Substituindo em $g(x,y)=0$, vem $x^2+x^2-1=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Como procuramos determinar o máximo de $f(x,y)=x+y$, então $x=y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ e consequentemente vem

$f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\sqrt{2}$ $\square$

Trigonometria

Uma vez que $x^2+y^2=1$ então $\begin{cases} x=\cos\alpha \\ y=sen\,\alpha \end{cases}$ e consequentemente pretende-se encontrar o máximo de $\cos\alpha+sen\,\alpha$

$$\cos\alpha+sen\,\alpha=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos\alpha+sen\,\alpha)=$$

$$=\sqrt{2}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}sen\,\alpha\right)=$$

$$=\sqrt{2}\left(sen\frac{\pi}{4}\cos\alpha+\cos\frac{\pi}{4}sen\,\alpha\right)=$$

$$=\sqrt{2}\,sen\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$$

Dado que $-1\leq sen\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\leq 1$, então

$$-\sqrt{2}\leq\sqrt{2}\,sen\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)\leq\sqrt{2}$$ □

Vetores

Consideremos os vetores $\vec{a}(x,y)$ e $\vec{b}(1,1)$ e o seu produto escalar em referencial ortonormado:

$$\vec{a}.\vec{b}=(x,y).(1,1)=$$

$=x+y$, e assim, pretendemos encontrar o máximo de $\vec{a}.\vec{b}$

Por outro lado,

$\vec{a}.\vec{b}=\left\|\vec{a}\right\|\left\|\vec{b}\right\|\cos\left(\vec{a}\,\hat{}\,\vec{b}\right)$ e consequentemente o produto escalar é máximo quando os dois vetores são colineares e têm o mesmo sentido.

Para que $\vec{a}$ e $\vec{b}$ tenham a mesma direção e sentido, temos que $x=y$ com $x,\ y>0$

Atendendo ao que foi dito e também a que $x^2+y^2=1$, vem $x=y=\frac{\sqrt{2}}{2}$

E assim,

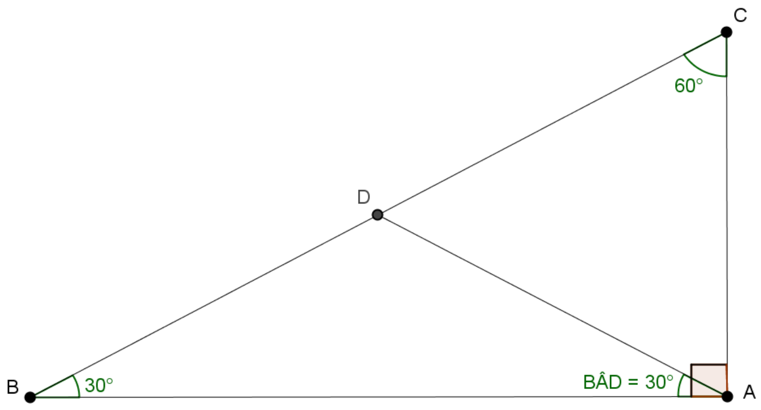
$$\vec{a}.\vec{b}=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right).(1,1)=$$

$= \sqrt{2}$ 。

Anexo 3: Grupos de soluções do perito para a TMS 2

Ângulos de triângulos

Atentemos na figura ao lado onde está representado um triângulo $[ABC]$, retângulo em A e em que $A\hat{B}C = 30^{o}$.



Pretende-se mostrar que $\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2}$

Trace-se $[AD]$, em que $D \in [BC]$, de forma a que $B\hat{A}D = 30^{o}$

Assim, ficamos com um triângulo equilátero $[ACD]$, pois todos os seus ângulos internos têm 60^{o} de amplitude; e também com um triângulo isósceles $[ABD]$.

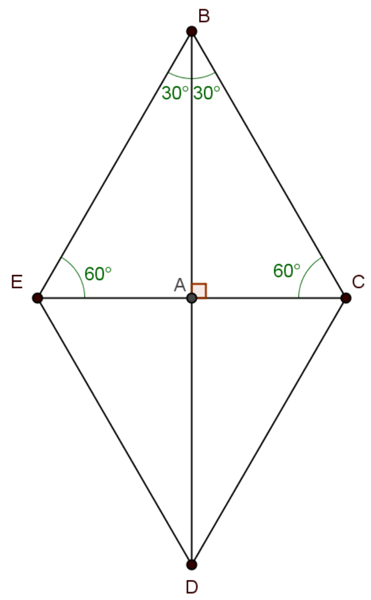
Dado que $[ABD]$ é isósceles, temos $\overline{BD} = \overline{AD}$, pois num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lados iguais.

Por outro lado, em virtude de $[ACD]$ ser equilátero, temos $\overline{AD} = \overline{CD}$.

Logo, $\overline{BD} = \overline{CD}$ e consequentemente D é o ponto médio de $[BC]$. Então $\overline{CD} = \frac{\overline{BC}}{2}$

Mas como $[ACD]$ é equilátero, $\overline{CD} = \overline{AC}$, e então $\overline{AC} = \frac{\overline{BC}}{2}$ □

Construção geométrica



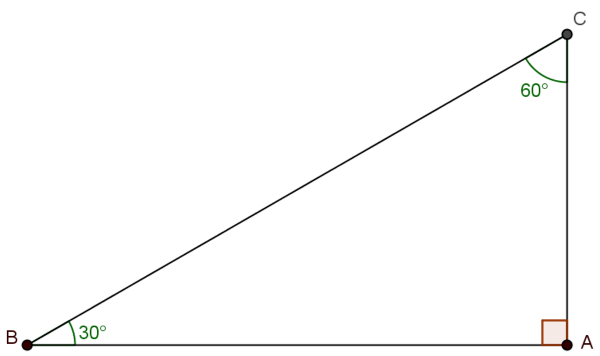
Atendendo ao losango apresentado na figura ao lado, temos:

$\overline{CE} = \overline{BC}$, pois $[BCE]$ é equilátero. Então,

$\overline{AE} + \overline{AC} = \overline{BC}$, mas como $[BCDE]$ é um losango e A é o ponto de interseção das duas diagonais, vem

$2\overline{AC} = \overline{BC}$, logo $\overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2}$ □

Trigonometria



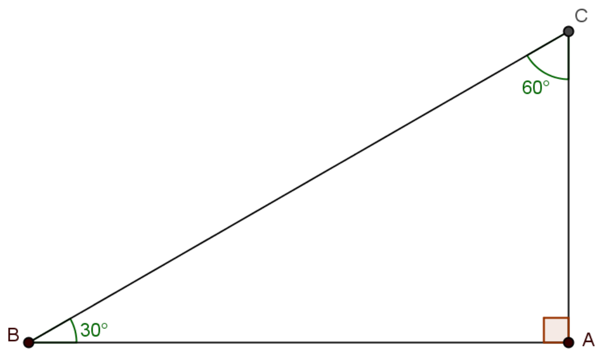
Tendo em conta o triângulo $[ABC]$, retângulo em A e em que $A\hat{B}C = 30^o$ representado na figura ao lado, temos:

$sen\, 30^o = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$, logo

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2}$ □

Vetores

Tendo como referência a figura ao lado onde está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em A e em que $A\hat{B}C = 30^{\circ}$, temos:



$$\overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{AB} = 0 \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \bullet \left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} \bullet \overrightarrow{CB} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \left\|\overrightarrow{CB}\right\| \times \cos\left(\overrightarrow{AC} \,\hat{}\, \overrightarrow{CB}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \left\|\overrightarrow{CB}\right\| \times \cos(120^{\circ}) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \left\|\overrightarrow{CB}\right\| \times \left[-sen(30^{\circ})\right] = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 + \left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \left\|\overrightarrow{CB}\right\| \times \left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow$$

$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\|^2 = \dfrac{\left\|\overrightarrow{AC}\right\| \times \left\|\overrightarrow{CB}\right\|}{2}$ dividindo ambos os membros da equação por $\left\|\overrightarrow{AC}\right\|$, vem:

$\Leftrightarrow \left\|\overrightarrow{AC}\right\| = \dfrac{\left\|\overrightarrow{CB}\right\|}{2}$, isto é, $\overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2}$ □

Anexo 4: Perguntas do guião de entrevista segundo a fonte e objetivo

Tópicos e Perguntas	*Retirado de*	*Objetivo / Propósito*
Introdução		
1. Como começou a sua relação com a Matemática? E quando? i. Olhando para trás, já então considerava que tinha jeito para a Matemática? ii. Gostava de Matemática?	--	Iniciar a abordagem geral do percurso do participante.
2. O que o levou a começar a dedicar-se a esta disciplina?	--	
Percurso Formativo		
3. Ao longo do seu percurso formativo, de que forma foi desenvolvendo os seus interesses?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	Explorar experiências significativas ao longo do percurso formativo, nomeadamente: - Oportunidades do desenvolvimento de interesses; - Barreiras e dificuldades; - Momentos marcantes.
4. Que dificuldades encontrou no seu percurso? i. Como lidou com elas?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	
6. Que circunstâncias ou acontecimentos considera que influíram no seu nível de desempenho atual?	Modificada de Medrano & Cortés,(2007)	

Desempenho atual		
7. Como estuda Matemática? i. Tem rotinas de estudo? ii. Segue sempre essas rotinas?	Modificada de Araújo, Cruz & Almeida (2010)	Explorar particularidades associadas a: -Estratégias de autorregulação; - Auto-eficácia; -Autoconceito, -Autorregulação; -Organização e gestão do tempo; -Prática deliberada.
8. Quando é confrontado com um novo tópico de Matemática para aprender, até que ponto é confiante nas suas capacidades para o assimilar? i. E, nessa situação, pensa que as pessoas que lhe são próximas acreditam que é capaz?	--	
9. Como prepara o seu estudo de Matemática? i. Preocupa-se com o local?	--	
10. Durante o estudo, caso entenda necessário, vai regulando os processos que possam melhorar o seu rendimento?	--	
11. Após uma sessão de estudo, é frequente refletir sobre os processos cognitivos e comportamentais usados? i. E essa sua avaliação irá influenciar o planeamento de aprendizagens posteriores?	--	
12. No que respeita ao estudo, considera-se uma pessoa disciplinada?	--	
13. Que estratégias utiliza para rentabilizar o tempo?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	
14. Após a aprendizagem de um tópico matemático, que parte dessa conquista se deve ao seu envolvimento e que parte lhe é proporcionado por fontes exteriores (professor, livros, …)?	--	
15. Alguns autores defendem que a sorte também tem algum papel no percurso de excelência. O que pensa em relação a isto?	Araújo, Cruz & Almeida (2010	

Aspetos motivacionais		
16. Quando tem de aprender um novo tópico matemático, e sabe que isso exigirá esforço, até que ponto está disposto a ir? i. Quando as dificuldades se avolumam, como reage à frustração?	--	Explorar a predisposição para o esforço e a tolerância à frustração.
Aspetos contextuais - Família		
17. Enquanto criança, com quem vivia?	--	Caracterizar a envolvente familiar do estudante, nomeadamente: - Pais; - Irmãos.
18. Quanto a seus pais, i. Dedicavam-lhe muita afeição? ii. E zangavam-se consigo com facilidade? iii. Que tipo de trabalho faziam? iv. Com quem ficava enquanto eles trabalhavam? v. De que forma eles influenciaram a sua vida? • Eles estimulavam o seu interesse pela Matemática? vi. Qual era a atitude deles face à escola? vii. Eles estabeleciam o seu horário, método ou o que estudar? viii. Eles eram rigorosos sobre que tipo de coisas?	--	
19. Tem irmãos? i. Algum deles é seu favorito? Acha que ele(a) exerceu uma influência importante sobre si? ii. O que fazem eles atualmente?	--	
20. Algum membro da sua família tem gosto pela Matemática? i. Esse familiar desenvolveu (ou desenvolve) alguma atividade relacionada com Matemática? ii. Ele impulsionou-o a si para o estudo desta disciplina?	--	

Aspetos contextuais – Outros agentes		
21. Enquanto criança, para além da escola, que outras atividades tinha? i. Quando estava só e dispunha de tempo livre, o que gostava de fazer?	--	Explorar particularidades relativas à rede social onde está inserido e identificar pessoas significativas no seu percurso, que contribuíram para o desenvolvimento da excelência, explorando nomeadamente: - De que forma marcaram o percurso; - As características dessas pessoas.
22. E com os seus amigos mais próximos, que tipo de brincadeiras tinham?	--	
23. Tem um grupo estável de amigos desde há muito?	--	
24. Os seus amigos partilham os mesmos interesses ou têm outras características? i. A eles também lhes agrada Matemática? ii. Há algum que seja atraído pela Matemática ou que seja bom em Matemática?	Modificada de Araújo, Cruz & Almeida (2010)	
25. Faz parte de algum clube ou associação?	--	
26. Como ocupa o seu tempo livre?	--	
27. Que outros interesses tem? i. Leva esses interesses muito a sério?	--	
28. Pode falar-me acerca dos seus professores? i. Algum deles exerceu uma influência importante em si? ii. Em concreto, o que admira nesse professor? iii. E algum professor de que não goste? Porquê? iv. Tem lembrança dos seus professores de Matemática? • Que tipo de aulas davam?	--	
29. Que pessoas tiveram um impacto significativo, positivo ou negativo, na sua vida? i. Por que motivo tiveram esse impacto? ii. Que características identifica nessas pessoas que o tivessem marcado?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	

30. Ao longo do seu percurso, com certeza terá encontrado situações de “pressão” por parte dos pais, familiares, professores ou amigos. Como gere essas “pressões percebidas”? i. Que papel têm (ou tiveram) no seu percurso?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	Explorar particularidades relativas a “pressão” por pares e familiares
Envolvimento na tarefa		
31. Imaginando que tem um exame/trabalho muito importante de Matemática para realizar, como o prepara? i. O que é importante para garantir um bom desempenho?	Modificada de Araújo, Cruz & Almeida (2010)	Explorar especificidades associadas à resolução de problemas e ao processo de realização de uma prova, nomeadamente: - Concentração; - Distração; - Ansiedade e stress; - Objetivos; - Satisfação.
32. Que tipo de objetivos estabelece? De aprendizagem? De resultados (performance)?	--	
33. Como reage quando os seus objetivos não são atingidos?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	
34. O que aprecia mais no estudo?		
35. O que o entusiasma? i. Qual o papel da satisfação pessoal na forma como desenvolve o seu trabalho?		
36. O que o ajuda a concentrar?		
37. O que o distrai? i. O que faz para lidar com as distrações?		
38. Pensando em algumas situações que lhe provocam stress ou ansiedade, consegue descrever algumas?		
39. A ansiedade tem um impacto negativo ou positivo no desempenho? i. Como lida com essas situações?		
40. Quais são os seus objetivos atuais? E futuros?		

Características Pessoais		
41. O que considera serem os "ingredientes" para o seu sucesso?	Araújo, Cruz & Almeida (2010)	Procurar singularidades no que se refere a características psicológicas: - Personalidade; - Perfeccionismo; - Curiosidade; - Autonomia; - Independência.
42. Reconhecendo que, em Matemática, se destaca em relação aos seus colegas, que características o diferenciam?		
43. As qualidades que evidencia no estudo de Matemática (definição de objetivos, persistência, autorregulação) também estão presentes noutros contextos da sua vida?		

Anexo 5: Respostas ao inquérito

INVENTÁRIO DE ATITUDES FACE À MATEMÁTICA

Nome: ESTUDANTE A

Este questionário consta de afirmações acerca da sua motivação para aprender matemática e das suas atitudes face a esta disciplina. Não há respostas corretas ou incorretas. Leia e reflita cuidadosamente sobre cada item. Assinale com um X na coluna que melhor corresponda às suas convicções. Por favor dê resposta a todos itens.

Por favor indique o seu nível de concordância com as afirmações seguintes de acordo com a escala:

Discordo completamente **1 2 3 4 5** Concordo completamente

	Nº	Afirmação	1	2	3	4	5
1NV	1	Para mim, é difícil aprender matemática.		X			
	2	Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.				X	
	3	Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.				X	
1NV	4	A matemática é difícil para mim.		X			
	5	Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.				X	
1NV	6	Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	X				
	7	Acho que sou bom/boa em matemática.				X	
	8	Matemática não me assusta minimamente.				X	
	9	Aprendo matemática facilmente.				X	
	10	Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.					X
	11	Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.				X	
	12	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.			X		
	13	Matemática é uma disciplina necessária.					X

	14	Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.			X		
	15	A Matemática é importante no dia-a-dia.				X	
	16	Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.				X	
INV	17	Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.			X		
INV	18	Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.		X			
	19	Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.		X			
	20	A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.		X			
	21	Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.			X		
	22	Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.			X		
	23	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.		X			
	24	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	X				
	25	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.					X
	26	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.			X		
	27	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.				X	
	28	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.		X			
INV	29	Matemática é enfadonha e aborrecida	X				
INV	30	Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	X				
	31	Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.				X	
INV	32	Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.		X			
	33	Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.			X		
	34	Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.			X		

Estudante A (continuação)

INVENTÁRIO DE ATITUDES FACE À MATEMÁTICA

Nome: ESTUDANTE B

Este questionário consta de afirmações acerca da sua motivação para aprender matemática e das suas atitudes face a esta disciplina. Não há respostas corretas ou incorretas. Leia e reflita cuidadosamente sobre cada item. Assinale com um X na coluna que melhor corresponda às suas convicções. Por favor dê resposta a todos itens.

Por favor indique o seu nível de concordância com as afirmações seguintes de acordo com a escala:

Discordo completamente 1 2 3 4 5 Concordo completamente

	Nº	Afirmação	1	2	3	4	5
INV	1	Para mim, é difícil aprender matemática.	X				
	2	Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.					X
	3	Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.					X
INV	4	A matemática é difícil para mim.		X			
	5	Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.				X	
INV	6	Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	X				
	7	Acho que sou bom/boa em matemática.			X		
	8	Matemática não me assusta minimamente.					X
	9	Aprendo matemática facilmente.					X
	10	Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.					X
	11	Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.				X	
	12	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.			X		
	13	Matemática é uma disciplina necessária.					X

	14	Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.			X		
	15	A Matemática é importante no dia-a-dia.			X		
	16	Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.				X	
INV	17	Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	X				
INV	18	Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	X				
	19	Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.		X			
	20	A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.		X			
	21	Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.		X			
	22	Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.		X			
	23	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.	X				
	24	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).	X				
	25	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.	X				
	26	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.	X				
	27	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.		X			
	28	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.	X				
INV	29	Matemática é enfadonha e aborrecida	X				
INV	30	Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.	X				
	31	Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.		X			
INV	32	Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.	X				
	33	Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.	X				
	34	Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.	X				

Estudante B (continuação)

INVENTÁRIO DE ATITUDES FACE À MATEMÁTICA

ESTUDANTE C

Nome:____

Este questionário consta de afirmações acerca da sua motivação para aprender matemática e das suas atitudes face a esta disciplina. Não há respostas corretas ou incorretas. Leia e reflita cuidadosamente sobre cada item. Assinale com um X na coluna que melhor corresponda às suas convicções. Por favor dê resposta a todos itens.

Por favor indique o seu nível de concordância com as afirmações seguintes de acordo com a escala:

Discordo completamente **1 2 3 4 5** Concordo completamente

	Nº	Afirmação	1	2	3	4	5
INV	1	Para mim, é difícil aprender matemática.		X			
	2	Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.				X	
	3	Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.				X	
INV	4	A matemática é difícil para mim.			X		
	5	Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.			X		
INV	6	Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).		X			
	7	Acho que sou bom/boa em matemática.				X	
	8	Matemática não me assusta minimamente.		X			
	9	Aprendo matemática facilmente.			X		
	10	Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.			X		
	11	Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.					X
	12	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.			X		
	13	Matemática é uma disciplina necessária.					X

	14	Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.					X
	15	A Matemática é importante no dia-a-dia.					X
	16	Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.					X
1NV	17	Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	X				
1NV	18	Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	X				
	19	Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.		X			
	20	A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.			X		
	21	Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.			X		
	22	Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.		X			
	23	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.		X			
	24	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).		X			
	25	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.					X
	26	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.			X		
	27	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.					X
	28	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.			X		
1NV	29	Matemática é enfadonha e aborrecida		X			
1NV	30	Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.		X			
	31	Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.				X	
1NV	32	Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.			X		
	33	Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.			X		
	34	Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.				X	

Estudante C (continuação)

INVENTÁRIO DE ATITUDES FACE À MATEMÁTICA

ESTUDANTE D

Nome:____

Este questionário consta de afirmações acerca da sua motivação para aprender matemática e das suas atitudes face a esta disciplina. Não há respostas corretas ou incorretas. Leia e reflita cuidadosamente sobre cada item. Assinale com um X na coluna que melhor corresponda às suas convicções. Por favor dê resposta a todos itens.

Por favor indique o seu nível de concordância com as afirmações seguintes de acordo com a escala:

Discordo completamente **1 2 3 4 5** Concordo completamente

	Nº	Afirmação	1	2	3	4	5
INV	1	Para mim, é difícil aprender matemática.	X				
	2	Tenho muita confiança na minha capacidade para aprender matemática.				X	
	3	Tenho a certeza de conseguir aprender matemática.				X	
INV	4	A matemática é difícil para mim.	X				
	5	Penso que consigo aprender matemática ainda mais avançada.				X	
INV	6	Estudar matemática faz-me sentir nervoso(a).	X				
	7	Acho que sou bom/boa em matemática.				X	
	8	Matemática não me assusta minimamente.				X	
	9	Aprendo matemática facilmente.				X	
	10	Os meus professores de matemática (atuais e passados) fizeram-me sentir que eu tenho as capacidades necessárias para a continuar a estudar.				X	
	11	Quando resolvo um exercício de matemática, os meus colegas têm muita confiança na minha resolução.			X		
	12	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque simplesmente é fácil para mim.				X	
	13	Matemática é uma disciplina necessária.					X

	14	Saber matemática vai-me ajudar a ganhar a vida.				X	
	15	A Matemática é importante no dia-a-dia.				X	
	16	Penso que estudar matemática ajuda-me na resolução de problemas de outras áreas.				X	
INV	17	Não conto usar muita matemática quando sair da Universidade.	X				
INV	18	Ter bom desempenho em matemática não é importante para o meu futuro.	X				
	19	Tu tens uma certa conta de inteligência, e não há muito que possas fazer para a alterar.	X				
	20	A tua inteligência é uma característica pessoal, que não consegues alterar significativamente.	X				
	21	Sendo honesto, acho que não se pode realmente alterar quão inteligente se é.	X				
	22	Podes aprender novas coisas, mas não podes realmente alterar a tua inteligência basilar.	X				
	23	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo de agradar a alguém.		X			
	24	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido a fatores de competição com outro(s) estudante(s).			X		
	25	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática para garantir a obtenção de um objetivo final.			X		
	26	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero manter a minha auto-imagem.			X		
	27	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática devido ao meu desejo por obter sucesso.				X	
	28	Consigo manter-me motivado(a) para aprender matemática porque quero evitar consequências negativas.			X		
INV	29	Matemática é enfadonha e aborrecida			X		
INV	30	Em matemática, não tenho curiosidade intelectual.		X			
	31	Quando tenho de aprender um novo tópico matemático, estou disposto(a) a fazer todo o esforço necessário para o conseguir.		X			
INV	32	Se pudesse, gostaria de evitar estudar mais matemática.		X			
	33	Os meus pais encorajam-me a estudar matemática.				X	
	34	Os meus pais estão sempre interessados no meu progresso em matemática.		X			

Estudante D (continuação)

Anexo 6: Declaração de consentimento informado

UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Covilhã | Portugal

Declaração de Consentimento Informado

Eu, ____ fui informado de que o estudo de investigação atual está inserido no âmbito do Doutoramento em Didática da Matemática da Universidade da Beira Interior.

Sei que neste estudo está prevista a realização de uma entrevista, de um questionário, e de uma tarefa matemática, tendo-me sido explicado em que consistem.

Foi-me garantido que todos os dados relativos à identificação dos participantes neste estudo são confidenciais e que será mantido o anonimato.

Sei que posso recusar-me a participar ou interromper a qualquer momento a participação no estudo, sem nenhum tipo de penalização por este facto.

Compreendi a informação que me foi dada, tive oportunidade de fazer perguntas e as minhas dúvidas foram esclarecidas.

Aceito participar de livre vontade no estudo acima mencionado.

Autorizo a divulgação dos resultados obtidos no meio científico, garantindo o anonimato.

Nome do investigador e contacto: Sérgio Carlos – sergiodcarlos@gmail.com

Data ___/ ___/___

Assinatura ____