



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR

**Nova Metodologia de Optimização da Exploração de Recursos
Hídricos: Programação Não Linear Inteira Mista**

Hugo Miguel Inácio Pousinho

(Licenciado)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em

Engenharia Electromecânica

Orientador: Doutor João Paulo da Silva Catalão

Co-orientador: Doutor Victor Manuel Fernandes Mendes

Junho 2009

Dissertação realizada sob orientação de
Professor Doutor Eng.º João Paulo da Silva Catalão
e sob co-orientação de
Professor Doutor Eng.º Victor Manuel Fernandes Mendes

Respectivamente, Professor Auxiliar do
Departamento de Engenharia Electromecânica da
UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Professor-coordenador com Agregação do
Departamento de Engenharia Electrotécnica e Automação do
INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE LISBOA

Aos meus Pais

Resumo

Esta dissertação incide sobre o tema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo. O objectivo desta dissertação é propor uma nova metodologia baseada em programação não linear inteira mista para maximizar o lucro da empresa produtora de electricidade, de forma a obter uma racionalização adequada dos recursos disponíveis ao longo do horizonte temporal considerado. Na abordagem ao problema são considerados três aspectos fundamentais que conduzem à necessidade de utilização desta metodologia inovadora aplicada à área do planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica. Os três aspectos são: i) regiões proibidas de funcionamento; ii) restrições de rampa; iii) custos de arranque das unidades. Os aspectos mencionados anteriormente conseguem evitar o desgaste dos equipamentos envolvidos na produção de electricidade e a sua actuação em zonas proibidas de funcionamento, diminuindo conseqüentemente os custos de manutenção. Assim, a afectação de unidades hídricas é descrita nesta metodologia recorrendo ao uso de variáveis binárias, que modelam o estado de funcionamentos dessas unidades. Para comprovar a proficiência da metodologia proposta são usados dois casos de estudo realísticos onde, através dos resultados obtidos, é possível concluir sobre o desempenho da nova metodologia.

Palavras-chave

Planeamento hidroeléctrico

Afectação de unidades

Programação linear inteira mista

Programação não linear inteira mista

Abstract

This dissertation focuses on the issue of optimizing the exploitation of hydro resources in the short-term. The objective of this dissertation is to propose a novel methodology based on nonlinear mixed-integer programming to maximize the profit of the generating company, in a way of achieving a better management of the resources available in the time horizon considered. Three fundamental aspects that lead to the need of using this innovative methodology applied to the area of operational planning of hydroelectric power systems are addressed in this dissertation. The three aspects are: i) forbidden zones; ii) ramp rates; iii) start-up costs of the units. Accordingly with the aspects mentioned above, the wear of the equipment involved in the production of electricity and the operation in prohibited areas can be avoided, thus reducing maintenance costs. Thus, the commitment of hydro units will be represented on this methodology by the use of binary variables, modeling the state of operation of the units. Two case studies taken from realistic data are studied to demonstrate the proficiency of the novel methodology.

Keywords

Hydro scheduling

Unit commitment

Mixed-integer linear programming

Mixed-integer nonlinear programming

Agradecimentos

Ao Professor Doutor João Paulo da Silva Catalão, Professor Auxiliar no Departamento de Engenharia Electromecânica da Universidade da Beira Interior, principal responsável como orientador científico, desejo expressar o meu agradecimento pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho e orientação, compreensão, amizade e constante apoio durante todo o trabalho. Não poderia deixar de realçar toda a sua dedicação prestada e pelos desafios cada vez mais complexos que me foi colocando na realização desta dissertação e pelo estímulo e exigência crescente que me foi impondo à medida que caminhava para a sua conclusão. A sua disponibilidade incondicional, a sua forma crítica e criativa de arguir as ideias apresentadas, creio que deram rumo a esta dissertação, facilitando o alcance dos meus objectivos, bem-haja estou-lhe muito, muito grato.

Ao Professor Doutor Victor Manuel Fernandes Mendes, Professor-coordenador com Agregação no Departamento de Engenharia Electrotécnica e Automação do Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, responsável como co-orientador científico, desejo expressar o meu agradecimento pela sua constante atitude positiva diante das minhas necessidades e limitações durante a execução deste trabalho e pela orientação competente, sincera e interessada.

A todos aqueles que contribuíram directa ou indirectamente para a elaboração desta dissertação desejo ainda expressar o meu agradecimento.

Índice

Capítulo 1	Introdução	1
	1.1 Enquadramento	2
	1.2 Motivação	8
	1.3 Estado da Arte	11
	1.4 Organização do Texto	15
	1.5 Notação	17
Capítulo 2	Formulação do Problema	18
	2.1 Central Hidroelétrica	19
	2.2 Horizonte Temporal	24
	2.3 Modelo de Optimização	25
	2.4 Variáveis e Restrições	27
	2.5 Função Objectivo	37
Capítulo 3	Metodologias de Optimização	41
	3.1 Programação Linear Inteira Mista	42
	3.2 Programação Não Linear Inteira Mista	46
Capítulo 4	Descrição dos Casos de Estudo	51
	4.1 Caso Estudo – Três Reservatórios	52
	4.2 Caso Estudo – Sete Reservatórios	63

Capítulo 5	Resultados Obtidos	74
	5.1 Introdução	75
	5.2 Análise Comparativa de Resultados	77
Capítulo 6	Conclusão	89
	6.1 Contribuições	90
	6.2 Direcções de Investigação	91
	Referências Bibliográficas	92
	Anexos	101

Lista de Figuras

Figura 1.1	Energias Renováveis para 2010	3
Figura 1.2	Perspectiva de evolução da capacidade hídrica instalada em Portugal	4
<hr/>		
Figura 2.1	Central hidroeléctrica genérica	19
Figura 2.2	Central de fio de água situada em Carrapatelo	21
Figura 2.3	Central de albufeira situada em Vilar-Tabuaço	22
Figura 2.4	Central de bombagem situada em Alqueva	22
Figura 2.5	Caracterização do horizonte temporal de curto prazo	24
Figura 2.6	Fases para a concepção de um modelo de optimização	25
Figura 2.7	Configuração hidráulica em cascata	27
Figura 2.8	Aproveitamento hidroeléctrico em cascata	28
Figura 2.9	Caudal de água turbinado considerando os custos de arranque	31
Figura 2.10	Volume máximo e mínimo de água num reservatório	32
Figura 2.11	Caudal de água turbinado considerando a restrição de rampa	34
Figura 2.12	Zona proibida de geração	35
Figura 2.13	Caudal de água turbinado considerando uma zona proibida	36

Figura 3.1	Conjunto de curvas características para uma central hídrica	46
<hr/>		
Figura 4.1	Sistema hidroeléctrico com três reservatórios em cascata	53
Figura 4.2	Sistema hidroeléctrico com sete reservatórios em cascata	63
<hr/>		
Figura 5.1	Afluência ao primeiro reservatório	77
Figura 5.2	Perfil dos preços da energia eléctrica	78
Figura 5.3	Volume de água nos reservatórios para o Caso_A	79
Figura 5.4	Caudal de água turbinado para o Caso_A	80
Figura 5.5	Perfil dos preços da energia eléctrica	82
Figura 5.6	Afluência aos reservatórios 1 a 6	84
Figura 5.7	Volume de água nos reservatórios para o Caso_B	85
Figura 5.8	Caudal de água turbinado para o Caso_B	86

Lista de Tabelas

Tabela 5.1	Resultados comparativos entre as metodologias de otimização para o Caso_A	81
Tabela 5.2	Resultados comparativos entre as metodologias de otimização para o Caso_B	87

Lista de Siglas

FER	Fontes de Energia Renováveis
GEE	Gases de Efeito de Estufa
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
Tep	Tonelada equivalente de petróleo

Lista de Símbolos

Índices

i Índice do reservatório

k Índice da hora

Constantes e variáveis

I Número total de centrais hidroeléctricas da cascata hídrica

K Número total de horas do horizonte temporal considerado

l_i^k Nível de água no reservatório i , em relação ao mar, na hora k

\underline{l}_i Nível mínimo de água no reservatório i , em relação ao mar

\bar{l}_i Nível máximo de água no reservatório i , em relação ao mar

l_{mar} Nível de água no último reservatório que, pelo facto de ser considerado com nível de água constante, é dito, por abuso de linguagem, mar

h_i^k Altura de queda para a central i na hora k , entre reservatórios consecutivos

\underline{h}_i Altura mínima de queda entre o reservatório i e o reservatório imediatamente a jusante

\bar{h}_i	Altura máxima de queda entre o reservatório i e o reservatório imediatamente a jusante
v_i^k	Volume de água armazenado no reservatório i no final da hora k
v_i^0	Volume inicial de água armazenado no reservatório i
v_i^K	Volume final de água armazenado no reservatório i
\underline{v}_i	Volume mínimo de água armazenado no reservatório i
\bar{v}_i	Volume máximo de água armazenado no reservatório i
q_i^k	Caudal de água turbinado na central i na hora k
\underline{q}_i	Caudal mínimo de água turbinado na central i
\bar{q}_i	Caudal máximo de água turbinado na central i
s_i^k	Caudal de água descarregado pelo reservatório i na hora k
a_i^k	Afluência ao reservatório i na hora k
p_i^k	Potência da central i na hora k
\underline{p}_i	Potência mínima da central i
\bar{p}_i	Potência máxima da central i
λ^k	Preço da energia eléctrica na hora k
η_i^k	Eficiência da central i na hora k

$\underline{\eta}_i$	Eficiência mínima da central i
$\overline{\eta}_i$	Eficiência máxima da central i
u_i^k	Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i está ligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
y_i^k	Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i arranca na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
z_i^k	Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i é desligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
E_p	Energia potencial gravítica
m	Massa de água
g	Aceleração da gravidade
ρ	Massa volumétrica da água

Vectores e matrizes

A	Matriz de incidência nodal
b	Vector das injeções de fluxos nos nós da rede
\underline{b}	Vector dos limites mínimos para as restrições
\overline{b}	Vector dos limites máximos para as restrições

x	Vector que contém as variáveis que correspondem aos fluxos dos arcos da rede
\underline{x}	Vector dos limites mínimos associados às variáveis que correspondem aos fluxos dos arcos da rede
\bar{x}	Vector dos limites máximos associados às variáveis que correspondem aos fluxos dos arcos da rede
f	Vector dos coeficientes para o termo linear da função objectivo
H	Matriz Hessiana, associada ao termo quadrático da função objectivo

CAPÍTULO 1

Introdução

Neste capítulo é apresentada uma introdução ao problema de otimização da exploração de recursos hídricos, e apontam-se as razões que motivaram a abordagem do tema da dissertação. Apresenta-se uma revisão bibliográfica aos métodos de otimização aplicados à resolução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo. Descreve-se a forma como o texto está organizado, assim como a notação utilizada, na dissertação.

1.1 Enquadramento

A importância da energia eléctrica é indiscutível na vida diária. Ela é cada vez mais um dos bens essenciais à multiplicidade das tarefas constituintes da actividade humana. Pode dizer-se que toda a vida material está condicionada fortemente pelo uso da energia eléctrica [Mendes94].

Em Portugal, no final da década de 80, com a publicação do Decreto-Lei n.º 189/88, o sector eléctrico foi alvo de reestruturação, com a abertura da produção e da distribuição à iniciativa privada. Com a aplicação das directivas comunitárias (96/92/CE, de 19 de Dezembro), foram estabelecidas novas regras comuns com vista à criação do Mercado Interno de Electricidade, facto que deu origem à liberalização do sector. O processo de liberalização do sector eléctrico tem em vista, antes de mais, melhorar a eficiência das cadeias energéticas e, assim, aumentar a competitividade da economia [S1].

Com a liberalização do sector eléctrico surgiram alguns benefícios, tais como:

- Maior concorrência entre as empresas;
- Oferta de serviços complementares;
- Clientes potencialmente mais satisfeitos;
- Aumento tendencial do número de empresas.

Pelo que foi exposto anteriormente, as empresas de produção de electricidade devem ter a preocupação de gerir com racionalidade os recursos que controlam, isto é, o parque de recursos que gerem [Ferreira89].

A conversão de outras formas de energia para a forma de energia eléctrica deve ser realizada optimizando o lucro obtido com a venda da energia. Assim, a empresa atinge as melhores condições para ser viável e competitiva no mercado de energia eléctrica.

Com a ratificação do Protocolo de Quioto, foram aceites níveis de redução de Gases de Efeito de Estufa (GEE) pelos países que o ratificaram. No contexto da Directiva do Parlamento Europeu e do Conselho n.º 2001/77/CE, de 27 de Setembro de 2001, Portugal estabeleceu como meta para 2010 aumentar o contributo das energias renováveis para 45% do consumo bruto nacional de electricidade [DGGE01], assegurado exclusivamente por Fontes de Energia Renováveis (FER), como é apresentado na Figura 1.1.

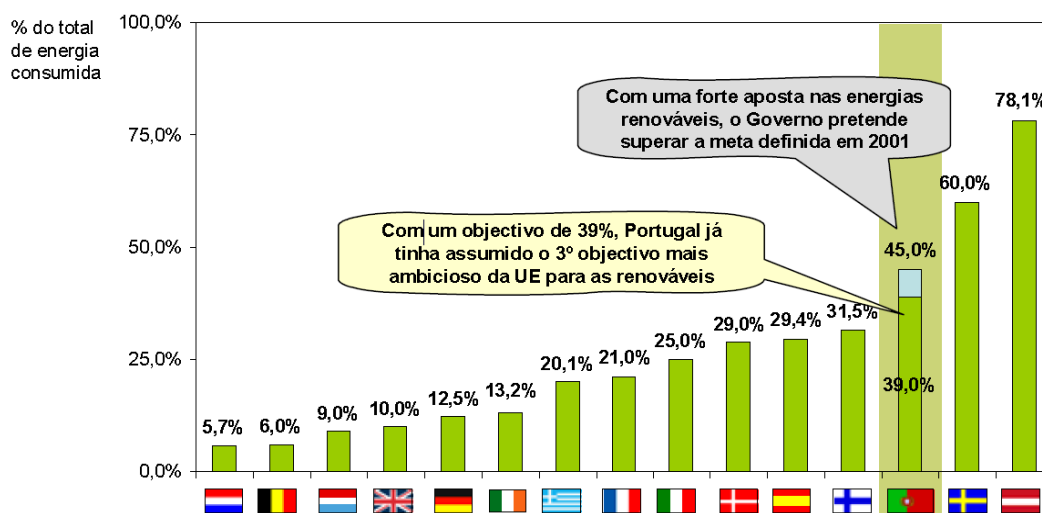


Figura 1.1 – Energias Renováveis para 2010 (extraído de [DGGE01]).

Neste sentido, a energia hídrica é claramente uma das principais apostas do Governo para o futuro. As novas medidas de política energética na vertente das FER estabelecem um quadro de objectivos ambiciosos para o horizonte 2007-2020, como é apresentado na Figura 1.2.

Seguidamente, são descritos os objectivos referentes à potência hídrica a instalar em Portugal:

- Até 2010, superar os 5000 MW de potência hídrica instalada através da duplicação da Central de Alqueva e da antecipação dos reforços de potência de Picote e Bemposta, apostando desde logo na optimização do potencial das infra-estruturas já existentes;

- Até 2015, atingir aproximadamente 6260 MW de capacidade hídrica, concretizando novos projectos para o sector e para o país, com uma aposta forte em investimentos hidroeléctricos com bombagem, críticos para assegurar a complementaridade com os recursos eólicos;
- Até 2020, alcançar os 7000 MW de capacidade instalada, atingindo o objectivo de exploração de cerca de 70% do potencial hídrico nacional.

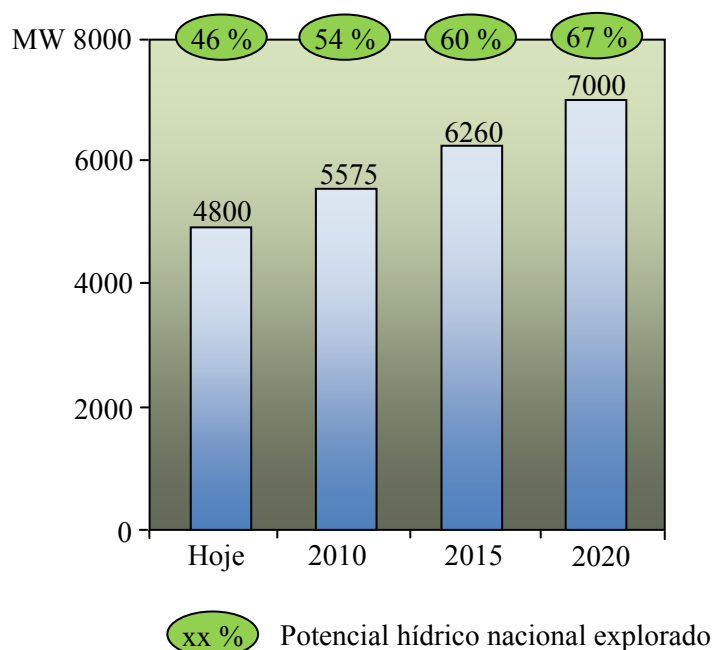


Figura 1.2 – Perspectiva de evolução da capacidade hídrica instalada em Portugal (Figura extraída de [DGGE01]).

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica, considerando a disponibilidade de água e as restrições físicas e operacionais de cada recurso, envolve a determinação de uma política que produza uma decisão para os níveis de utilização dos recursos hídricos [Carvalho94, Carvalho95a, Carvalho95b], com o objectivo de obter o melhor desempenho possível ao longo do horizonte temporal considerado. O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica, quer pela diversidade de recursos existentes, quer pela dimensão do próprio sistema, apresenta características que conduzem a um problema de programação matemática de grande porte e de difícil resolução.

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica consiste em determinar uma sequência de decisões admissíveis para a optimização da exploração dos recursos energéticos disponíveis para a conversão energética, durante o horizonte temporal considerado, atendendo às restrições físicas e operacionais de cada recurso.

Um recurso sob o ponto vista de programação matemática pode abranger uma unidade, uma central, ou mesmo diversas centrais [Catalão06a]. O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica pode ser dividido em duas grandes áreas:

- Médio e longo prazo – abrange um horizonte temporal compreendido entre um ou mais anos, tipicamente subdividido em períodos de uma semana ou de um mês. O planeamento é formulado por um problema estocástico, i.e., considera incerteza nos dados.
- Curto prazo – abrange um horizonte temporal compreendido entre um ou mais dias até uma semana, tipicamente subdividido em períodos de meia hora ou de uma hora. O planeamento é formulado por um problema determinístico. Quando o problema envolve incerteza nos dados, por exemplo na afluência aos reservatórios ou nos preços da energia eléctrica, são usados os correspondentes valores previstos.

Esta dissertação aborda o problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo, considerando reservatórios com afluências dependentes do reservatório a montante e, como tal, em cascata. O efeito que a variação da altura de queda tem na eficiência da operação é um problema complexo e relevante na optimização da exploração de recursos hídricos. Tipicamente, considera-se que os recursos hídricos operam em condições estacionárias com altura de queda constante, sendo assumido que a potência entregue é representada por uma função afim do caudal de água turbinado [Catalão06b]. Contudo, nos aproveitamentos a fio de água, a potência entregue tem que ser considerada como uma função dependente não só do caudal de água turbinado, mas também da altura de queda.

Para resolver o problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo é proposta uma nova metodologia, baseada em programação não linear inteira mista, que considera não só a altura de queda, mas também os custos de arranque das unidades, as restrições de rampa, e as regiões proibidas de funcionamento.

O desenvolvimento de novas metodologias visando uma análise coerente do planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica representa um avanço no estado da arte. Tais metodologias podem desempenhar um papel relevante na operação de sistemas de energia hidroeléctrica, conduzindo a decisões acertadas. Deste modo, a escolha acertada da metodologia a aplicar ao problema de optimização da exploração de recursos hídricos poderá conduzir a resultados mais coerentes e realísticos.

Para resolver o problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo são usados, nesta dissertação, métodos de programação matemática baseados em:

- Programação Linear (PL);
- Programação Não Linear (PNL);
- Programação Linear Inteira Mista (PLIM);
- Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM).

Entre os métodos de programação matemática referidos anteriormente, a PNLIM é usada, nesta dissertação, para resolver o problema de optimização da exploração de recursos hídricos, sendo este uso a contribuição original desta dissertação, visto que, não se encontrou na bibliografia uma referência ao seu uso.

Assim, o uso da PNLIM permitirá abrir uma nova área de investigação no que concerne à resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos.

A nova metodologia baseada em PNLIM permitirá estabelecer um planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica mais rigoroso e realístico, na medida em que para além das restrições operacionais inseridas na PNL, são incluídas as contribuições seguintes:

- Custos de arranque das unidades;
- Restrições de rampa;
- Regiões proibidas de funcionamento.

Numa primeira abordagem, será utilizada uma metodologia que considera a altura de queda constante, sendo a potência gerada uma função afim do caudal turbinado. Esta linearização permite a elaboração de um modelo para uma obtenção rápida de resultados. Posteriormente, de forma a melhorar o modelo, aproximando-o da realidade, considerou-se a potência não só função do caudal de água turbinado, mas também da altura de queda, procurando desta forma obter resultados mais precisos e rigorosos. Por fim, a apresentação de alguns exemplos de diferentes sistemas de energia hidroeléctrica vai permitir, por um lado, evidenciar como se mostra atractiva a utilização da metodologia proposta e, por outro lado, tornar claros alguns aspectos relativos à formulação dos modelos matemáticos de decisão e às respectivas implicações nas formas de resolução.

1.2 Motivação

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica assume cada vez maior importância para as empresas de produção de electricidade, pelo valor económico que pode acrescentar, podendo representar volumosas poupanças quando resolvido de forma óptima. Existe, assim, um grande interesse pelo desenvolvimento de melhores meios de contribuir tecnicamente para a convergência no sentido das decisões óptimas [Catalão03].

O sistema electroprodutor nacional é caracterizado actualmente por uma acentuada dependência externa dos combustíveis fósseis e por uma elevada intensidade energética do Produto Interno Bruto, razão entre o consumo de energia primária e o produto interno bruto, que traduz a quantidade de energia necessária para produzir riqueza, cerca de 0.20 Tep/1000USD95 (2002) *per capita* [Santana06]. Esta intensidade para Portugal, sendo uma das mais elevadas na União Europeia, resulta não só de um problema estrutural da economia nacional, mas também da menor eficiência de exploração do sistema electroprodutor nacional no que respeita aos recursos endógenos e renováveis, como por exemplo, os recursos hídricos. Assim, a promoção da eficiência energética e das energias renováveis constitui uma importante contribuição para a descarbonização da economia nacional [Catalão06a].

A componente hídrica assume relevo na produção anual de energia eléctrica, quer pela potência já instalada, quer pelo potencial ainda por aproveitar, embora a sua contribuição varie de anos húmidos para anos secos de acordo com a maior ou menor pluviosidade. Os recursos hídricos têm a vantagem de poder responder prontamente a solicitações de potência, visto que, o armazenamento de energia sob a forma potencial constitui uma reserva estratégica de utilização praticamente imediata. Pelo que, os recursos hídricos desempenham um papel fundamental para o sistema electroprodutor nacional, aliando segurança, fiabilidade e economia de produção, apresentando ainda uma elevada flexibilidade de operação.

A complexidade subjacente ao planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica, ligada ao crescimento das exigências de racionalidade de recursos, leva a que se ultrapasse rapidamente o complexível capaz de ser abrangido pela mente humana. Para uma utilização racional dos recursos do parque produtor, o uso exclusivo da perspectiva heurística, baseada na experiência e criatividade dos engenheiros de planeamento operacional, é manifestamente não adequado na actualidade [Mendes94].

O aproveitamento dos recursos energéticos para a produção de electricidade é estrategicamente fundamental ao desenvolvimento e ao progresso económico, daí a necessidade de inculcar às empresas de produção de electricidade maiores exigências de racionalidade e responsabilidade para a gestão dos recursos hídricos disponíveis.

Assim, tem-se que:

- a complexidade dos problemas;
- o desejo de se conseguirem actuações óptimas;
- a escassez dos recursos naturais;

constituem factores motivadores para o estudo do problema, com vista a uma maior racionalidade nas decisões.

A motivação para o estudo do tema da dissertação é reforçada pelos seguintes factores:

- A necessidade, determinada pelos enormes investimentos exigidos nas empresas de produção de electricidade, de intensificar a pesquisa de níveis superiores de racionalidade para suporte das decisões que propiciem um melhor aproveitamento dos recursos hídricos existentes;
- A capacidade de memória central e a velocidade de cálculo hoje existentes nos modernos computadores, permitem o suporte de metodologias de optimização que necessitem memorizar e processar grande quantidade de informação.

Como tal, surge a necessidade de construção de modelos matemáticos de decisão que contribuam, por si só, para uma clarificação e uma sistematização do problema a resolver.

Hoje caminha-se no sentido da construção de modelos matemáticos de decisão reflectindo os aspectos dos problemas reais, evitando simplificações excessivas que, no passado, eram necessárias devido às limitações dos métodos e capacidade dos computadores disponíveis.

Assim, nesta dissertação, a nova metodologia proposta, baseada em PNLIM, considera não só a altura de queda, mas também os custos de arranque das unidades, as regiões descontínuas de funcionamento e as restrições de rampa, evitando as simplificações que anteriormente retiravam esses aspectos de realidade que são importantes para a obtenção de decisões óptimas.

Em suma, uma motivação desta dissertação é apresentar uma nova metodologia baseada em PNLIM para as empresas de produção de electricidade, contribuindo para que estas empresas possam melhorar a rentabilidade dos recursos hídricos e maximizar o seu crescimento a nível económico.

Não foi motivação desta dissertação a descrição pormenorizada dos aspectos computacionais dos métodos de optimização utilizados na resolução do problema (PL e PNL, PLIM e PNLIM), por isso, essa descrição está fora do âmbito desta dissertação. Ainda, estes métodos de optimização são hoje amplamente aceites pela comunidade científica e encontram-se difundidos em literatura especializada, pelo que tal abordagem, no âmbito desta dissertação, não enriqueceria a informação compreendida nas publicações referenciadas no texto.

1.3 Estado da Arte

Uma das primeiras metodologias utilizadas para a resolução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos foi a programação dinâmica [Amado87, Chang90, Lyra95]. A utilização da programação dinâmica para a resolução do problema permite obter a solução ótima. Contudo, a maldição da dimensionalidade implica que a sua utilização só seja possível para problemas de dimensão reduzida.

Para a otimização da exploração de recursos hídricos que envolvam cascatas hídricas e que conduzam a problemas de grande dimensão, a programação dinâmica deixou de ser utilizada, permanecendo ainda quando se trate de resolver problemas ou subproblemas cuja dimensão não constitua impedimento à sua utilização [Arce02, Li97].

Metodologias baseadas em inteligência artificial, nomeadamente redes neuronais artificiais [Liang94, Liang96, Naresh00, Naresh02] e algoritmos genéticos [Cau02, Chen96, Leite02], foram também utilizadas para a resolução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos. Embora estas metodologias se apresentem como prometedoras para a resolução deste problema, apenas podem ser encontradas soluções sub-ótimas devido às heurísticas utilizadas no processo de decisão.

A PL [Hreinsson88] foi proposta como alternativa à programação dinâmica, tendo despertado interesse nos investigadores pelo facto de uma cascata hídrica ter uma estrutura que pode ser matematicamente modelada por uma rede de fluxos, o que torna esta alternativa apropriada ao problema de otimização da exploração de recursos hídricos.

A PL acomoda facilmente várias restrições, tais como, o balanço de água para cada reservatório, limites mínimos e máximos do volume de água nos reservatórios, e tempos de trânsito hídrico. A PL proporciona códigos eficientes e robustos, comercializados e facilmente à disposição dos utilizadores. Contudo, a PL apresenta a desvantagem de não permitir a consideração correcta das curvas características de potência entregue versus caudal de água turbinado para as centrais hídricas, tipicamente curvas não lineares e não convexas [Johannesen91, Piekutowski94, Wood96].

Existem aproveitamentos hidroeléctricos onde a potência entregue tem que ser considerada função não só do caudal de água turbinado, mas também da altura de queda. O facto da potência entregue ser função do caudal de água turbinado e da altura de queda implica a utilização de metodologias baseadas em PNL [Brannlund86, Brannlund88, Lidgate88, Qing88]. Contudo, estas metodologias eram mais exigentes no que respeita ao tempo de computação, comparativamente à PL, embora permitam uma representação mais aproximada e fidedigna da realidade. Assim, o problema continuou a ser abordado através da PL [Franco94, Habibollahzadeh90, Johannesen91, Oliveira05, Piekutowski94, Wood96].

Mais recentemente, a metodologia baseada em PLIM foi utilizada para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos [Chang01, Conejo02, Guan97, Guan99, Nilsson96, Parrilla06], usufruindo das vantagens da PL e, simultaneamente, permitindo considerar a existência de zonas proibidas, isto é, valores de potência para os quais não se pode manter a turbina hídrica em funcionamento. Contudo, a discretização das curvas características de potência entregue versus caudal de água turbinado, utilizada nesta metodologia para considerar as variações da altura de queda, requer um incremento significativo na capacidade de memória e no tempo de computação. Por exemplo, [Conejo02] reporta um tempo de computação de 22 minutos, recorrendo à aplicação informática CPLEX e a um processador de 400-MHz com 500 MB de RAM.

Assim, a PLIM tem sido frequentemente usada para resolver o problema de otimização da exploração de recursos hídricos [Nilsson96, Guan99, Chang01, Conejo02, García-González03, García-González07, Borghetti08], onde as variáveis binárias permitem modelar custos de arranque.

O número de arranques das centrais hidroeléctricas deve ser minimizado, visto que, arranques frequentes diminuem a vida útil das centrais hidroeléctricas em consequência de esforços mecânicos a que o equipamento da central está sujeito. Assim, os custos de arranque são introduzidos geralmente para impedir os arranques frequentes das centrais hidroeléctricas. Alguns dos aspectos fundamentais relacionados com os custos de arranque são [Nilsson97], [Finardi06]:

- Perda de água;
- Desgaste e ruptura do equipamento mecânico;
- Mau funcionamento do equipamento de controlo.

As metodologias baseadas em PL e em PLIM, aplicadas ao problema de otimização da exploração de recursos hídricos, apresentam alguns inconvenientes na sua utilização. Por um lado, a PL considera tipicamente a potência produzida como uma função afim do caudal de água turbinado, ignorando as variações da altura de queda. Por outro lado, a discretização das curvas características de potência produzida versus caudal de água turbinado, usada na PLIM para modelar as variações da altura de queda, aumentam o esforço computacional exigido para resolver o problema de otimização da exploração de recursos hídricos.

A evolução tecnológica no final da década de noventa, ao nível da capacidade de cálculo dos computadores e do desempenho das aplicações computacionais dedicadas à resolução dos problemas de otimização, deu uma nova ênfase à utilização de metodologias baseadas em PNL para a resolução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos [Ni99, Pursimo98].

As metodologias baseadas em PNL permitem uma representação mais aproximada e fidedigna da realidade, comparativamente à PL, apresentando hoje em dia tempos de computação aceitáveis [Catalão06b, Catalão08, Catalão09a].

Contudo, a PNL não pode evitar descargas da água em zonas proibidas, e ignora os custos de arranque das unidades hídricas, podendo conduzir a um planeamento inaceitável sob o ponto de vista operacional. Além disso, é importante observar que uma pequena alteração no preço da energia eléctrica pode originar mudanças súbitas no caudal de água turbinado e, conseqüentemente, na potência das centrais. Assim, a restrição de rampa associada ao caudal de água turbinado deve ser incluída nas restrições para controlar as variações do caudal.

1.4 Organização do Texto

O texto da dissertação está organizado em seis capítulos. O Capítulo 2 apresenta a formulação matemática do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. No Capítulo 3 são apresentadas as metodologias de optimização usadas na resolução do problema em estudo. O Capítulo 4 é destinado à descrição dos casos de estudo para os quais foram aplicadas as metodologias de optimização. O Capítulo 5 apresenta os resultados obtidos, sendo realizada uma análise comparativa de resultados relativamente às metodologias abordadas nesta dissertação. No Capítulo 6, a dissertação finalizar-se-á com as conclusões e as possíveis direcções de investigação que poderão ser implementadas como continuação desta investigação. Apresenta-se a seguir uma descrição mais detalhada do conteúdo de cada capítulo.

No Capítulo 2 é realizada a formulação do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Apresentam-se as principais características associadas com a exploração de recursos hídricos. Refere-se o horizonte temporal escolhido e mencionam-se as fases elementares para conceber o modelo de optimização. Descrevem-se as variáveis, as restrições do problema e a função objectivo.

No Capítulo 3 são apresentadas as metodologias de optimização aplicadas para o suporte de decisões do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Para a resolução do problema, este estudo assenta em metodologias de optimização baseadas em programação linear inteira mista e programação não linear inteira mista.

No Capítulo 4 é realizada a abordagem aos dois casos de estudo considerados nesta dissertação, respectivamente: um caso de estudo com três reservatórios e um caso de estudo com sete reservatórios. São aplicadas as formulações matemáticas já anteriormente abordadas, particularizando o modelo matemático que fundamenta o presente estudo.

Introdução

No Capítulo 5 são testadas as metodologias propostas para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos, tendo sido aplicadas ao caso com três reservatórios e ao caso com sete reservatórios. Apresentam-se e comparam-se os resultados da simulação computacional, relativos à aplicação das metodologias de resolução do problema.

Por fim, no Capítulo 6 enuncia-se uma síntese do trabalho e apresentam-se as principais conclusões que se extraíram da investigação desenvolvida para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Apontam-se ainda algumas direcções em que pode ser desenvolvida investigação de interesse relevante para a solução do problema.

1.5 Notação

Em cada um dos capítulos desta dissertação é utilizada a notação mais usual na literatura especializada, harmonizando, sempre que possível, aspectos comuns a todos os capítulos. Contudo, quando necessário, em cada um dos capítulos é utilizada uma notação apropriada. As expressões matemáticas, figuras e tabelas são identificadas com referência ao capítulo em que são apresentadas e são numeradas de forma sequencial no capítulo respectivo, sendo a numeração reiniciada quando se transita para o capítulo seguinte. A identificação de expressões matemáticas é efectuada através de parênteses curvos () e a identificação de referências bibliográficas é efectuada através de parênteses rectos [] e referências em endereços electrónicos por [S].

CAPÍTULO 2

Formulação do Problema

Neste capítulo é realizada a formulação do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Apresentam-se as principais características associadas com a exploração de recursos hídricos. Refere-se o horizonte temporal escolhido e mencionam-se as fases elementares para conceber o modelo de optimização. Descrevem-se as variáveis, as restrições do problema e a função objectivo.

2.1 Central Hidroeléctrica

Desde há muito anos que a força da água é usada para diversos fins. Os nossos antepassados usavam-na em moinhos construídos nos canais de água, onde pás de madeira eram movidas pela corrente, pás essas que se encontram acopladas a uma mó, possibilitando assim moer o cereal. A corrente da água continua a ser aproveitada, embora actualmente com outro fim, sendo usada para a produção de electricidade.

As centrais hidroeléctricas são uma forma de obtenção de energia eléctrica, a partir da energia potencial associada à quantidade de água acumulada, como é apresentado na Figura 2.1.

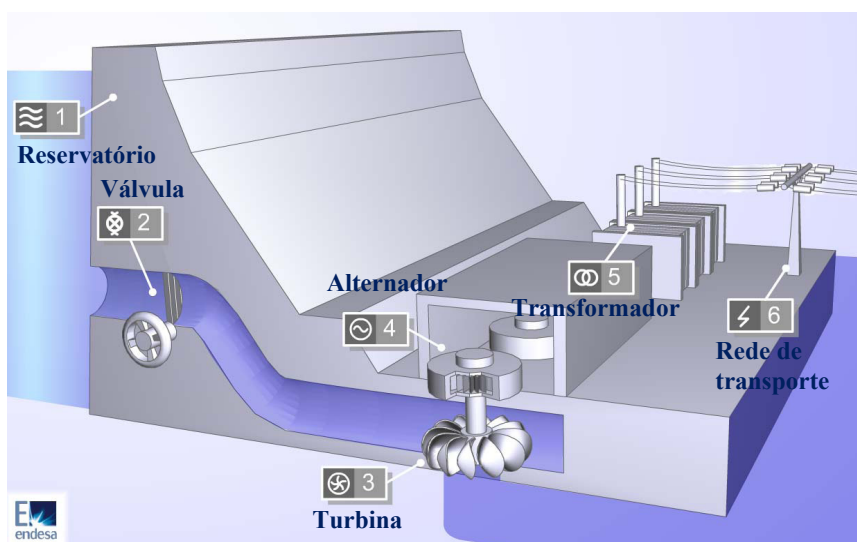


Figura 2.1 – Central hidroeléctrica genérica (extraído de [S2]).

A produção de electricidade corresponde à conversão de energia potencial gravítica em energia eléctrica. A quantificação da energia que se estima produzir através da construção de um aproveitamento hidroeléctrico depende do valor da potência a instalar e do número de horas estimado para o funcionamento da central. Por outro lado, a potência a instalar depende do valor da queda conseguido na implantação da obra, e do caudal turbinado, o qual, como é óbvio, varia com o tempo.

Formulação do Problema

Como se sabe das leis da física, uma massa m de água, situada a uma altura h , possui, uma energia potencial gravítica E_p , dada por:

$$E_p = m \cdot g \cdot h \quad (2.1)$$

em que m é a massa de água deslocada, g é a aceleração da gravidade e h é a altura de queda que corresponde à diferença entre as cotas de montante e de jusante.

A potência associada com a energia de uma queda constante para um fluxo contínuo de água em uma central hidroeléctrica, P_t , é calculada pela variação de energia do sistema, dE , num determinado intervalo de tempo, dt , sendo dada por:

$$P_t = \frac{d(E_p)}{dt} \quad (2.2)$$

$$P_t = g \cdot h \cdot \frac{d(m)}{dt} \quad (2.3)$$

$$P_t = \rho \cdot g \cdot h \cdot \frac{dv}{dt} \quad (2.4)$$

$$P_t = \rho \cdot g \cdot h \cdot q \quad (2.5)$$

em que $d(v)$ é o volume de água que se escoia durante o intervalo $d(t)$ e cuja altura de queda é h , ρ é a massa volúmica da água e q é o caudal de água turbinado.

A potência útil produzida pela central hidroeléctrica não é igual ao valor P_t , anterior, uma vez que o sistema tem perdas de energia no circuito hidráulico. Além disso, o próprio gerador também tem perdas. Assim, a potência útil P_u é dada pela expressão:

$$P_u = \eta \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot q \quad (2.6)$$

em que η é a eficiência da central que corresponde ao produto do rendimento do gerador pela eficiência do aproveitamento correspondente à transformação da energia associada com a massa de água em energia mecânica no veio das máquinas.

Os aproveitamentos hidroeléctricos podem ser classificados de acordo com a potência instalada, atendendo ao Decreto-Lei n.º 189/88:

- Mini hídricas – são aproveitamentos cuja potência instalada é inferior a 10 MW;
- Grandes aproveitamentos hidroeléctricos – são aproveitamentos cuja potência instalada é superior a 10 MW.

Ainda, as centrais hidroeléctricas podem ser classificadas de acordo com o tipo de aproveitamento:

- Centrais de fio de água (Figura 2.2) – apresentam uma capacidade de armazenamento reduzida, aproveitando a energia do caudal afluente. Caracterizam-se pela passagem constante de água, aproveitando-se assim a maior parte da energia passível de ser convertida. A classificação de central de fio de água surge devido à duração de esvaziamento das suas reservas de água durar menos de 100 horas [S3], estando a central inicialmente com as suas reservas completas e supondo que a afluência é nula.



Figura 2.2 – Central de fio de água situada em Carrapatelo (Figura extraída de [S4]).

- Centrais de albufeira (Figura 2.3) – possuem capacidade de armazenamento de água para utilização em condições mais vantajosas. Tipicamente, durante o Inverno a albufeira retém grandes quantidades de água provenientes da chuva, para depois serem usadas no Verão ou em alturas em que as necessidades energéticas assim o exijam. A classificação de central de albufeira surge devido à duração de esvaziamento das suas reservas de água durar mais de 100 horas [S3], estando a central inicialmente com as suas reservas completas e supondo que a afluência é nula.



Figura 2.3 – Central de albufeira situada em Vilar-Tabuaço (Figura extraída de [S4]).

- Centrais de bombagem (Figura 2.4) – O uso destas centrais permite proceder a manobras de bombagem de água de volta para o reservatório. Para esta manobra ser efectuada, a água turbinada é retida numa bacia enquanto o grupo funciona como gerador, estando a bomba fora de serviço. Quando for requerido, é invertido o seu funcionamento e o alternador passa a funcionar como motor síncrono entrando a bomba em serviço, elevando a água para montante.



Figura 2.4 – Central de bombagem situada em Alqueva (Figura extraída de [S4]).

Formulação do Problema

Nos aproveitamentos a fio de água a capacidade de armazenamento e a altura de queda são reduzidas. Devido ao reduzido volume de água nos reservatórios, a altura de queda pode variar significativamente, tornando a eficiência de exploração sensível à altura de queda: efeito de queda.

Em Portugal, essa é a situação por exemplo no leito principal do rio Douro, cujos aproveitamentos contribuem de forma relevante para a produção de electricidade a nível nacional, dispondo no seu conjunto de uma potência instalada que é actualmente cerca de metade da potência total do sistema hidroeléctrico nacional.

2.2 Horizonte Temporal

O planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica passa por estabelecer uma série de decisões admissíveis num número finito de estádios, isto é, um escalonamento temporal, para uma política de condução da exploração dos recursos hídricos de forma a se obter o melhor desempenho possível, neste caso, a maximização do valor da produção hidroeléctrica total, ao longo do horizonte temporal considerado.

O horizonte temporal escolhido resulta de uma série de factores. Nesta dissertação, o planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica enquadra-se na área do curto prazo, sendo que nestas condições podem-se considerar as grandezas como determinísticas, dada a segurança com que se podem efectuar previsões sobre grandezas de natureza estocástica, como por exemplo, as afluências hídricas aos reservatórios e os preços da energia eléctrica [Catalão03].

Na sequência da decisão, em estabelecer um planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica de curto prazo, são considerados dois casos atendendo ao número de períodos horários: um caso com 168 períodos horários, o equivalente a uma semana; um caso com 24 períodos horários, o equivalente a um dia correspondente ao mercado diário (Figura 2.5).

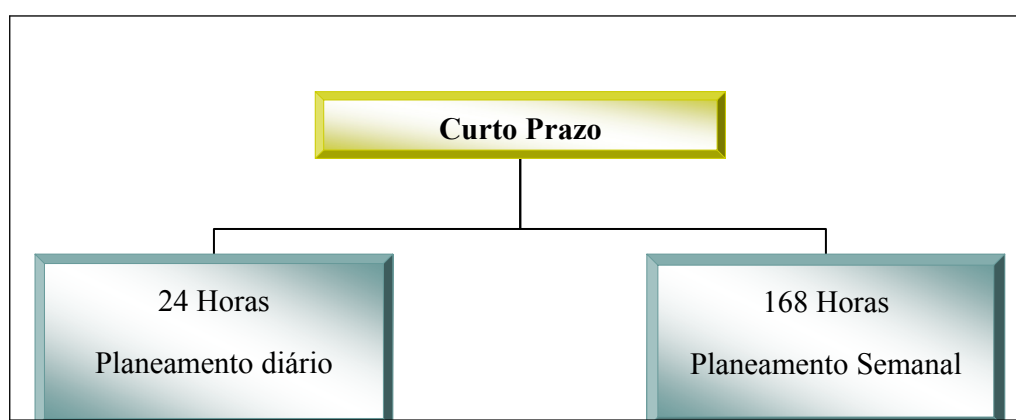


Figura 2.5 – Caracterização do horizonte temporal de curto prazo.

2.3 Modelo de Optimização

Ao conceber um modelo de optimização para um problema deve-se considerar um conjunto de fases, como é apresentado na Figura 2.6:

- Verificação, no contexto do problema, da legitimidade do uso de inequações ou equações lineares;
- Identificação das variáveis de decisão;
- Identificação das restrições;
- Identificação da função objectivo;
- Formulação matemática do problema.

Depois de se obter a formulação matemática, é então possível resolver o problema de optimização.

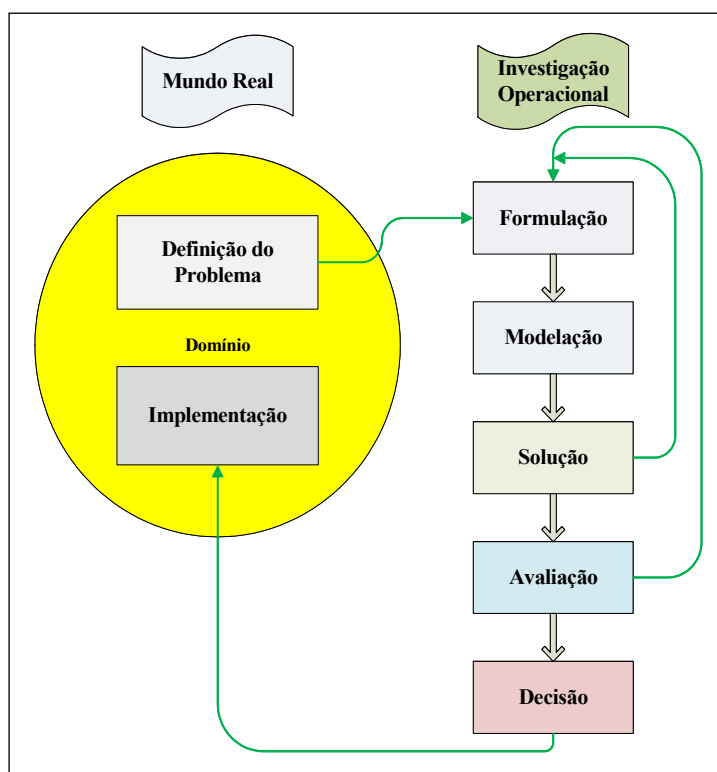


Figura 2.6 – Fases para a concepção de um modelo de optimização.

A optimização da exploração de recursos hídricos consiste em determinar com racionalidade o volume de água nos reservatórios, o caudal de água turbinado nas centrais e o caudal de água descarregado pelos reservatórios, em cada período do horizonte temporal considerado. As variáveis ligadas aos trânsitos de água estão relacionadas pelas equações de balanço de água. Consequentemente, para atingir racionalidade na gestão é necessário o recurso à simulação computacional do modelo matemático do aproveitamento hidroeléctrico, gerando um sistema de informação para o suporte à tomada das decisões.

Uma das variáveis que condiciona os aproveitamentos hidroeléctricos é a afluência hídrica, que depende da precipitação e da afluência de outros rios ao rio principal. Dado que o escalonamento temporal considerado é o curto prazo, será possível estimar o valor das afluências aos diferentes reservatórios nos diferentes períodos.

No que concerne ao modelo, o problema é abordado de duas formas distintas. Numa primeira análise é realizada uma aproximação, considerando a altura de queda constante, pelo que se analisa o problema de forma linear; em seguida, e tendo como objectivo tornar o modelo mais fidedigno da realidade, considera-se a altura de queda variável com o caudal turbinado, e os custos de arranque associados ao estado de funcionamento das centrais.

2.4 Variáveis e Restrições

Uma primeira análise que deve ser feita para formular o problema em estudo passa por definir quais as características físicas relevantes, que condicionam a resolução do problema, associadas a cada reservatório. Seguidamente, serão identificadas as principais variáveis que influenciam o comportamento dinâmico do reservatório.

Cada reservatório contém um determinado volume de água para um período correspondente. Por sua vez, o volume de água contido em cada reservatório está dependente não só da afluência, mas também do caudal de água turbinado e descarregado, devido ao limite de água imposto pelo reservatório (Figura 2.7).

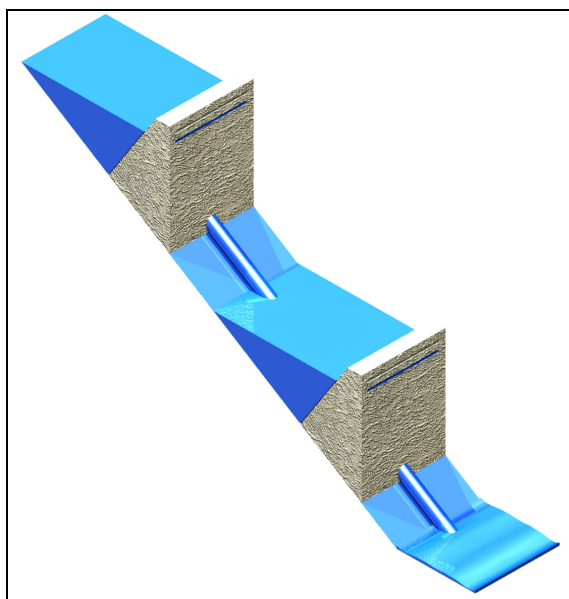


Figura 2.7 – Configuração hidráulica em cascata.

As afluências em trânsito, que provêm das centrais imediatamente a montante do reservatório considerado, correspondem a uma capacidade de produção potencial e, como tal, são afluências a caminho do reservatório, portanto ainda não disponíveis neste reservatório no estágio considerado.

Caso os tempos de duração dos trânsitos entre um reservatório e os reservatórios imediatamente a montante sejam significativos relativamente ao valor convencional para a duração de um estágio, devem ser convertidos em números inteiros de estádios [Catalão03]. Sejam então: α_m e β_m os números inteiros que resultam, respectivamente, do tempo de duração para o trânsito do volume de água ligada à conversão de energia no reservatório m e que transitará para a reservatório i e do tempo de duração do trânsito do volume de água descarregada que provém do reservatório m para a reservatório i .

Considere a Figura 2.8, que representa um aproveitamento hidroeléctrico em cascata genérico, com as albufeiras $i = 1, 2, \dots, I$ e admita que existem centrais hidroeléctricas entre albufeiras consecutivas até ao mar, considerando que o mar é o fim da cascata.

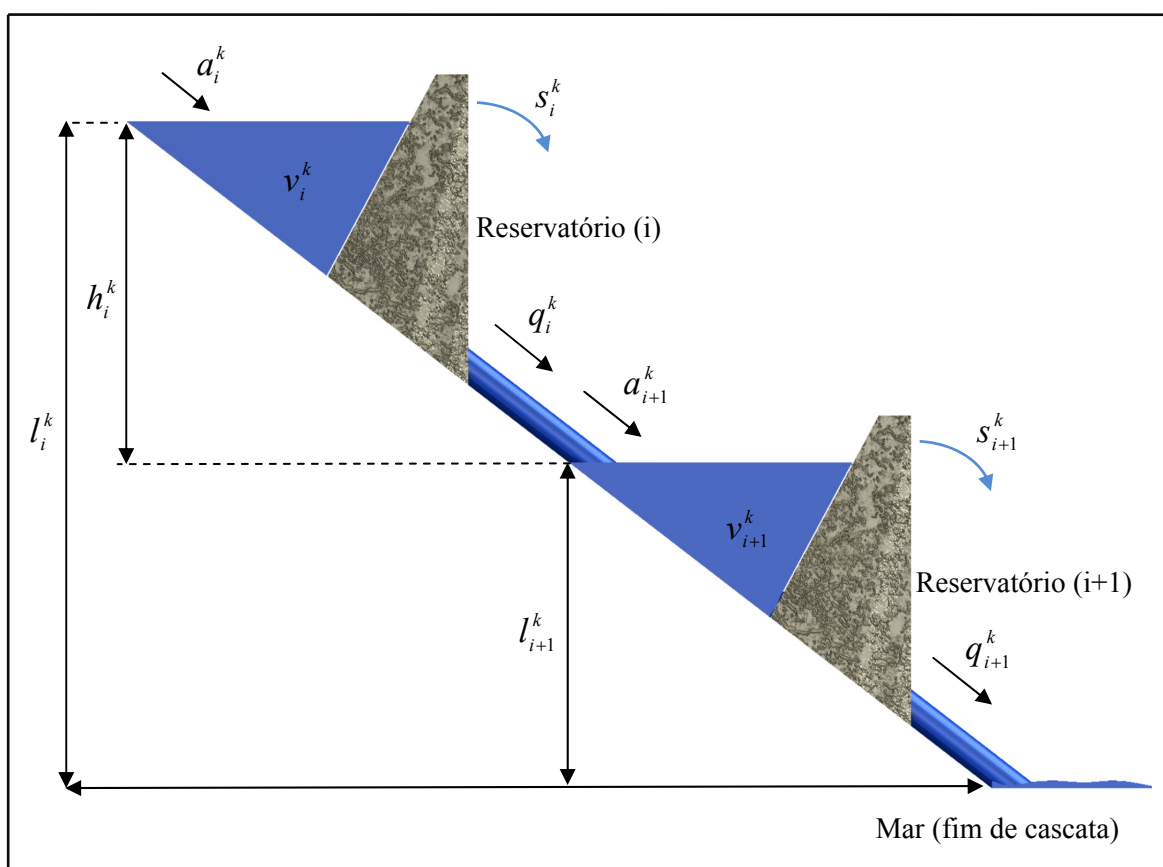


Figura 2.8 – Aproveitamento hidroeléctrico em cascata.

Formulação do Problema

As equações que descrevem uma cascata de aproveitamentos hidroelétricos são as equações provenientes do balanço dos fluxos de água em cada reservatório, que representam a conservação do volume de água. A equação da dinâmica dum reservatório, proveniente do balanço dos fluxos de água no reservatório, é do seguinte tipo:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k - \alpha_m + s_m^k - \beta_m) - q_i^k - s_i^k \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.7)$$

em que:

- v_i^k Volume de água armazenado no reservatório i no final da hora k
- q_i^k Caudal de água turbinado na central i na hora k
- s_i^k Caudal de água descarregado pelo reservatório i na hora k
- a_i^k Afluência ao reservatório i na hora k
- M_i Conjunto de índices dos reservatórios imediatamente a montante do reservatório i .

Na análise que é feita ao problema, considera-se que a duração dos trânsitos entre os reservatórios da cascata é inferior relativamente ao intervalo de tempo de um estágio ($\alpha_m = \beta_m = 0$), correspondendo assim às condições provenientes dos casos práticos estudados. Deste modo, a equação de balanço de água pode ser reescrita da seguinte forma:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k + s_m^k) - q_i^k - s_i^k \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.8)$$

Para além desta equação de igualdade, o sistema hidroelétrico deve ainda ser modelado matematicamente tendo em consideração variáveis que caracterizam e definem o problema de uma maneira mais rigorosa e coerente.

Uma das contribuições apresentadas nesta dissertação para a obtenção de um planeamento hidroeléctrico de curto prazo mais adequado é a incorporação dos custos de arranque [Catalão09b, Catalão09c, Catalão09d]. As centrais hidroeléctricas estão sujeitas a problemas mecânicos devido aos arranques e paragens frequentes. Assim, são introduzidos os custos de arranque no modelo, de forma a evitar as frequentes operações de ligar/ desligar as centrais, que podem conduzir a avarias precoces.

O número de arranques nas centrais hidroeléctricas deve ser reduzido, pois arranques frequentes aumentam a necessidade de proceder a trabalhos de manutenção, que afectam a disponibilidade da central. Assim, os custos de arranque são geralmente introduzidos para reduzir a frequência destas operações de ligar/ desligar as centrais.

A equação matemática relacionada com o estado de funcionamento das centrais requer variáveis binárias, assumindo o valor lógico 1 quando a central é ligada, ou seja, entra em funcionamento, e assumindo o valor lógico 0 quando a central é desligada. A equação seguinte constitui uma restrição que assegura a coerência entre as variáveis binárias (u_i^k), relacionando o compromisso de ligar/desligar as unidades, a decisão de arranque (y_i^k) e a decisão da paragem (z_i^k):

$$y_i^k + u_i^{k-1} - u_i^k - z_i^k = 0 \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.9)$$

em que:

- u_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i está ligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
- y_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i arranca na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
- z_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i é desligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0.

A equação (2.9) é usada para modelar o estado em que as centrais hidroeléctricas se encontram, isto é, estado de ligado ou desligado. Embora a variável z_i^k possa parecer supérflua, uma vez que ela apenas aparece na equação (2.9), simulações numéricas anteriores comprovaram que a utilização desta variável na equação (2.9) reduz consideravelmente os tempos de computação [Conejo02].

De acordo com a Figura 2.9, verifica-se que a inclusão da equação (2.9), na metodologia baseada em PNLIM, evita manobras de ligar/ desligar frequentes nas centrais hidroeléctricas, fornecendo assim um planeamento hidroeléctrico mais adequado. A Figura 2.9 mostra que durante o intervalo 10 - 23 horas a central hidroeléctrica está permanentemente ligada, correspondente à linha a traço contínuo, enquanto que a linha a traço interrompido corresponde a uma situação em que a central sofre uma ordem para desligar seguida de uma para ligação.

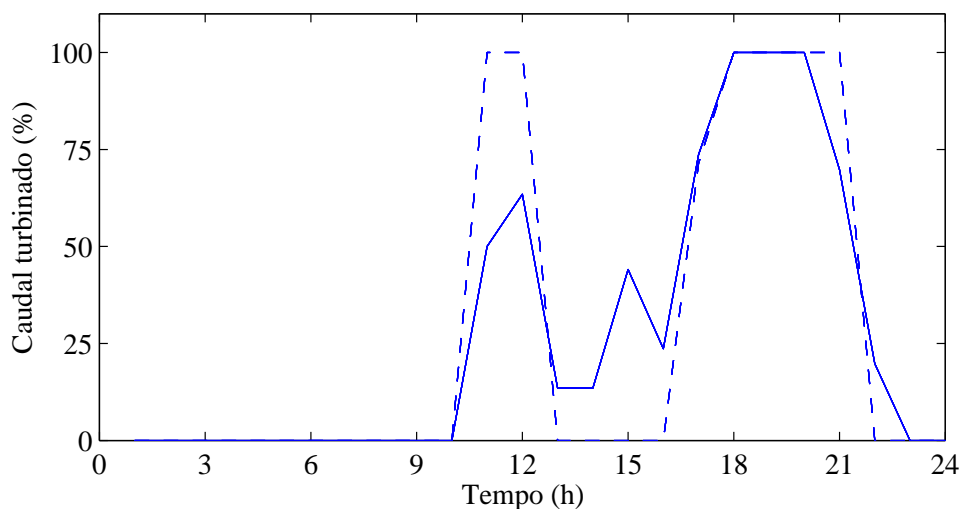


Figura 2.9 – Caudal de água turbinado considerando os custos de arranque.

As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, o caudal turbinado considerando os custos de arranque e o caudal turbinado sem os custos de arranque.

Para que em um aproveitamento hidroeléctrico não haja violação de limites técnicos é importante impor restrições que impeçam essas violações. Por exemplo, na Figura 2.10 estão representados os volumes máximo e mínimo de um reservatório, que impedem que sejam violados respectivamente o volume máximo de água possível para o reservatório, que acarretaria uma situação de risco na sua exploração, e de igual modo que o volume mínimo de água seja violado que acarretaria a eventual obstrução das grelhas por acumulação de resíduos transportados pelo caudal de água afluente.

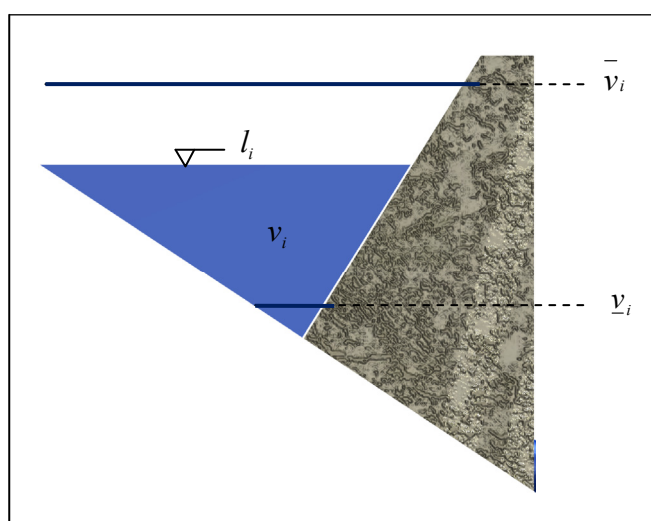


Figura 2.10 – Volume máximo e mínimo de água num reservatório.

As seguintes restrições descrevem as limitações de exploração associadas a cada aproveitamento hidroeléctrico durante o horizonte temporal considerado.

$$p_i^k = q_i^k \eta_i^k (h_i^k) \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.10)$$

$$h_i^k = l_{f(i)}^k (v_{f(i)}^k) - l_{i(i)}^k (v_{i(i)}^k) \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.11)$$

$$\underline{v}_i \leq v_i^k \leq \bar{v}_i \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.12)$$

$$\underline{q}_i \leq q_i^k \leq \bar{q}_i \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.13)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad i \in I \quad k \in K \quad (2.14)$$

Formulação do Problema

Na equação (2.10) a potência entregue p_i^k é considerada uma função do caudal de água turbinado q_i^k e da eficiência da exploração, η_i^k , que por sua vez depende da altura de queda entre reservatórios, h_i^k .

Na equação (2.11) a altura de queda é considerada uma função dos níveis de água nos reservatórios a montante, l_i^k , e a jusante, l_{i+1}^k , da central que por sua vez dependem dos volumes de água nos reservatórios respectivos.

Na restrição (2.12) impõem-se um mínimo, \underline{v}_i , e um máximo, \bar{v}_i , para o volume de água em cada reservatório i . Consequentemente, os volumes máximos e os volumes mínimos para os reservatórios são considerados dados do problema.

Na restrição (2.13) impõem-se também limites, mínimo e máximo, para o caudal de água turbinado. O caudal mínimo de água turbinado, \underline{q}_i , pode ser imposto por razões de navegabilidade, recreativas ou ambientais.

Na restrição (2.14) considera-se que não existe um valor máximo para a descarga de água pelos reservatórios, embora este valor seja geralmente elevado pelo que esta consideração é aceitável, evitando com isto a introdução de mais restrições no formalismo.

Para além das restrições abordadas anteriormente, ainda é incluída nesta dissertação a seguinte restrição para a obtenção de um planeamento mais adequado. A restrição (2.15), designada por restrição de rampa, impede que em cada período seja reduzido ou aumentado o valor da potência de forma arbitrária, i.e., impõe que a variação máxima que a potência possa sofrer em cada período seja R_i . Assim, para uma central hidroelétrica entrar em operação deve respeitar limites de acréscimo ou decréscimo na sua potência entre períodos consecutivos.

A equação que rege a restrição de rampa é dada por:

$$q_i^k - R_i \leq q_i^{k+1} \leq q_i^k + R_i \quad (2.15)$$

em que R_i é o factor que limita a variação, súbita, do caudal de água turbinado, sendo geralmente considerado que o acréscimo ou decréscimo do caudal de água turbinado no período horário seguinte é uma percentagem do caudal máximo turbinado. Por exemplo, a consideração desta restrição permite, de acordo com a Figura 2.11, obter o comportamento indicado pela linha a traço contínuo, que revela claramente a presença da referida restrição, notando-se que o caudal de água turbinado durante o intervalo 8 - 10 horas aumenta progressivamente até atingir o valor máximo estabelecido pelo processo de optimização. A linha a traço interrompido revela um planeamento hidroeléctrico menos adequado, na medida em que, o valor máximo estabelecido pelo processo de optimização é alcançado em períodos consecutivos, enquanto que a linha a traço contínuo leva a que se alcance esse máximo após dois períodos. O mesmo acontece mas inversamente durante o intervalo das 22 - 24 horas.

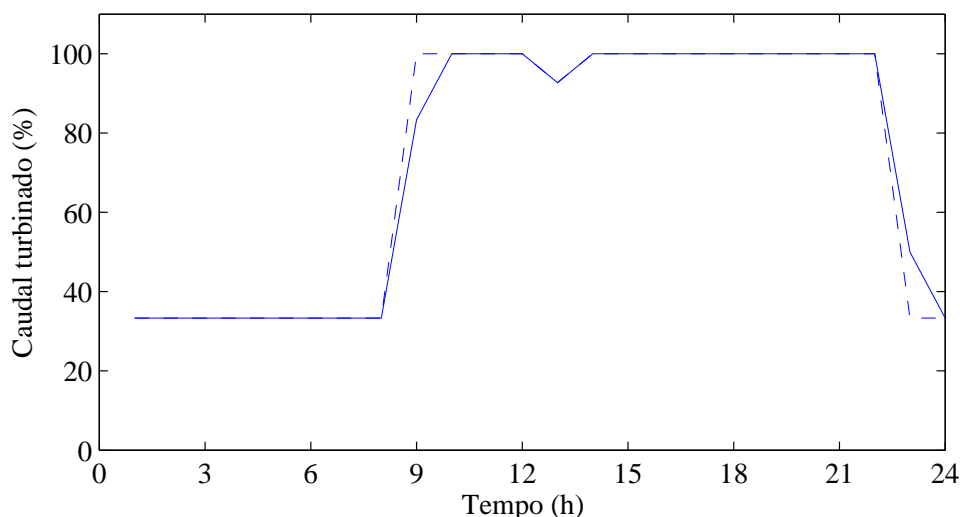


Figura 2.11 – Caudal de água turbinado considerando a restrição de rampa.

As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, o caudal turbinado considerando a restrição de rampa e o caudal turbinado sem a restrição de rampa.

A terceira contribuição apresentada nesta dissertação consiste em modelar o problema de forma a evitar as zonas proibidas, para as quais as unidades hídricas não podem funcionar devido a vibrações mecânicas ou cavitação. As zonas proibidas de geração impõem dificuldades adicionais, devido ao aumento do número de estado possíveis para as unidades e o conseqüente aumento da dimensão do problema. A Figura 2.12 mostra a existência de uma zona proibida, entre 0 e \underline{q}_i .

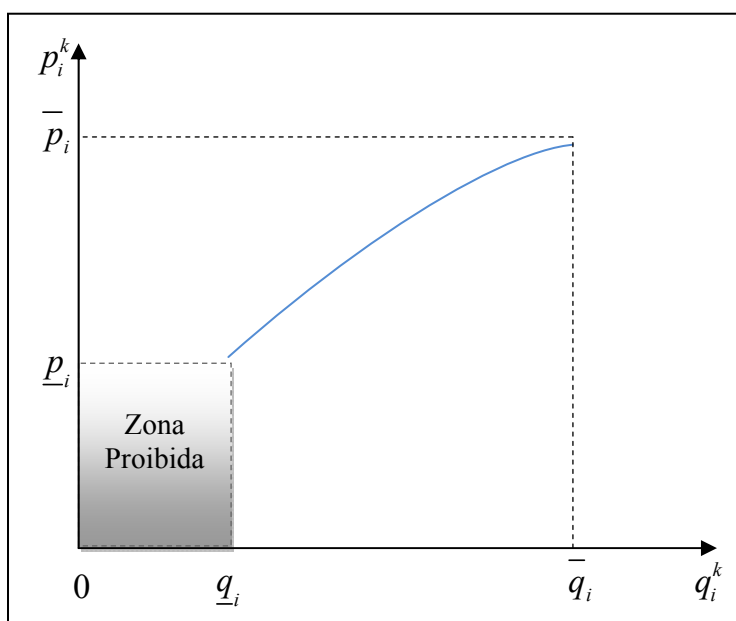


Figura 2.12 – Zona proibida de geração.

O processo de ligar ou desligar unidades hídricas durante os períodos de planejamento requer que as unidades sejam dependentes de variáveis binárias (0 = unidade desligada; 1 = unidade ligada). A equação (2.16), resulta de um caso particular da equação (2.13), pela adição da variável binária u_i^k .

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad (2.16)$$

De acordo com a Figura 2.13 verifica-se que no período 11 - 13 horas é ignorado o valor do caudal mínimo, implicando que a turbina esteja a funcionar numa zona proibida (linha a traço interrompido), enquanto que, a introdução da variável binária permite evitar que a turbina funcione na zona proibida.

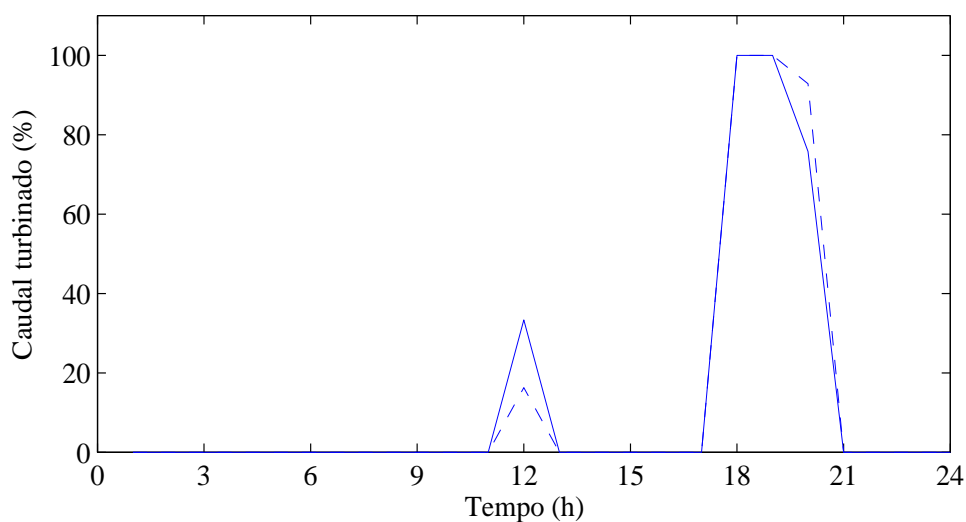


Figura 2.13 – Caudal de água turbinado considerando uma zona proibida.

As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, o caudal turbinado considerando a existência de zonas proibidas e o caudal turbinado sem zonas proibidas.

2.5 Função Objectivo

Com a apresentação das restrições fundamentais para o problema, secção 2.4, é necessário estudar em linguagem matemática como escolher a decisão óptima, implicando que se estabeleça uma equação que traduza o objectivo que se pretende alcançar.

O processo que permite diligenciar a comparação do mérito das diversas políticas possíveis para a exploração dos recursos hídricos é feita através de uma medida global que caracteriza as actuações tomadas durante o horizonte temporal, isto é, uma figura de mérito, designada na linguagem usual da programação matemática por função objectivo [Mendes94].

A fórmula adoptada para esta função depende, obviamente, dos parâmetros que determinam os factores de origem económica presentes e dos objectivos a atingir. Esta função pondera, assim e de acordo com o que se deseja, o nível de desempenho atingido para cada uma das várias estratégias admissíveis sobre a exploração ao longo do horizonte do problema. A aplicação matemática requerida para caracterizar o nível de desempenho deve transformar o conjunto das decisões tomadas sobre os recursos hídricos ao longo do horizonte temporal num objecto matemático pertencente a um conjunto totalmente ordenado, a fim de se poder escolher a melhor de entre as várias estratégias admissíveis [Mendes94].

A função objectivo que mede o mérito das decisões tomadas resulta da soma dos lucros obtidos na exploração das centrais hidroeléctricas, sendo a expressão do lucro para uma central i dada por:

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (\lambda^k p_i^k - SU_i y_i^k) + \sum_{i=1}^I \Psi_i(v_i^k) \quad (2.17)$$

em que K é o número total de horas do horizonte temporal considerado, I é o número total de reservatórios, λ^k é o preço da energia eléctrica na hora k , p_i^k é a potência entregue pela central i na hora k , SU_i representa o custo de arranque na central i e Ψ_i é uma função que determina o valor económico futuro da água armazenada no reservatório i .

A função objectivo na equação (2.17) é composta por dois termos. O primeiro termo representa o lucro total obtido com a venda da energia convertida para a forma eléctrica durante o horizonte temporal considerado subtraído do custo de arranque que é determinado pelo período onde a unidade é ligada. O segundo termo representa o valor económico que a água armazenada nos reservatórios tem para a exploração futura, sendo este valor fornecido pelo planeamento de médio prazo.

Uma representação adequada para este segundo termo é dada em [Uturbey07]. Nesta dissertação, o segundo termo da função objectivo é não relevante, visto que o volume final de água armazenado é considerado igual ao volume inicial de água armazenado nos reservatórios.

O valor óptimo da função objectivo é determinado pela maximização da soma dos lucros obtidos com a exploração de cada central hidroeléctrica i em cada período k contabilizando neste lucro, também, os custos de arranque a que a central está sujeita durante o horizonte temporal considerado.

Assim, o planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica de curto prazo é formulado pelo seguinte problema de programação matemática.

Formulação do Problema

$$\text{Max} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (\lambda^k p_i^k (q_i^k, h_i^k) - SU_i y_i^k) \quad (2.18)$$

Sujeito a:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k + s_m^k) - q_i^k - s_i^k \quad (2.19)$$

$$y_i^k + u_i^{k-1} - u_i^k - z_i^k = 0 \quad (2.20)$$

$$h_i^k = l_{f(i)}^k(v_{f(i)}^k) - l_{t(i)}^k(v_{t(i)}^k) \quad (2.21)$$

$$q_i^k - R_i \leq q_i^{k+1} \leq q_i^k + R_i \quad (2.22)$$

$$\underline{v}_i \leq v_i^k \leq \bar{v}_i \quad (2.23)$$

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad (2.24)$$

$$v_i^0 = v_i^{ini}, \quad v_i^K = v_i^{fin} \quad (2.25)$$

$$u_i^0 = 0 \quad (2.26)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (2.27)$$

em que:

- I Número total de centrais hidroeléctricas da cascata hídrica
- K Número total de horas do horizonte temporal considerado
- λ^k Preço da energia eléctrica na hora k
- p_i^k Potência da central i na hora k
- SU_i Custo de arranque na central hidroeléctrica i
- y_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i arranca na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
- z_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i entra em manobra de desligar na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0
- q_i^k Caudal de água turbinado na central i na hora k
- u_i^k Variável binária que assume o valor lógico 1 se a central i está ligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0

Formulação do Problema

- h_i^k Altura de queda para a central i na hora k , entre reservatórios consecutivos
- v_i^k Volume de água armazenado no reservatório i no final da hora k
- a_i^k Afluência ao reservatório i na hora k
- s_i^k Caudal de água descarregado pelo reservatório i na hora k
- \underline{v}_i Volume mínimo de água armazenado no reservatório i
- \overline{v}_i Volume máximo de água armazenado no reservatório i
- \underline{q}_i Caudal mínimo de água turbinado na central i
- \overline{q}_i Caudal máximo de água turbinado na central i
- \underline{p}_i Potência mínima da central i
- \overline{p}_i Potência máxima da central i

No que respeita à conversão energética, a potência numa primeira análise é considerada, apenas, dependente do caudal de água turbinado, mantendo a altura de queda constante; numa segunda análise, é considerada dependente não só do caudal de água turbinado mas também da altura de queda existente entre dois reservatórios situados a montante e jusante.

CAPÍTULO

3

Metodologias de Otimização

Neste capítulo são apresentadas as metodologias de otimização aplicadas para o suporte de decisões do problema de otimização da exploração de recursos hídricos. Para a resolução do problema, este estudo assenta em metodologias de otimização baseadas em programação linear inteira mista e programação não linear inteira mista.

3.1 Programação Linear Inteira Mista

Os problemas de PLIM são estruturados do mesmo modo que os problemas de PL, mas possuem adicionalmente pelo menos uma restrição de integralidade, impondo que as variáveis envolvidas na restrição assumam valores inteiros. Os problemas que possuem todas as variáveis com restrições de integralidade são denominados problemas de programação inteira, enquanto que aqueles que contêm pelo menos uma variável com restrição de integralidade juntamente com variáveis contínuas são denominados de problemas de programação inteira mista.

A PLIM permite uma representação adequada para o problema de determinação de quais as unidades que devem estar a funcionar, e qual o seu nível de geração, a cada hora do dia, satisfazendo um conjunto de restrições técnicas impostas quer por restrições locais ligadas com as unidades, quer por restrições globais ligadas com modelos matemáticos que descrevem o comportamento conjunto de mais do que uma unidade. O estado discreto de uma central hidroeléctrica é definido pelo facto de a unidade estar ligada ou desligada num determinado período. Este facto introduz uma interdependência entre os períodos de tempo no horizonte temporal, pois decisões futuras dependem de decisões tomadas no passado, tendo que ser caracterizado também por restrições.

A operação de desligar e ligar uma central conhecida por arranque, pode ocasionar arranques frequentes das centrais hidroeléctricas se não for adequadamente limitado. Os arranques frequentes das centrais hidroeléctricas podem ocasionar:

- Incremento da frequência de intervenções para manutenção;
- Excessivo desgaste e corrosão dos equipamentos mecânicos da turbina devido ao aumento de temperatura;
- Uso não eficiente da água durante arranque, pois a unidade irá operar longe do seu ponto óptimo.

Ainda deve ser considerado no problema de optimização da exploração de recursos hídricos a presença de zonas proibidas de geração para as unidades hidroeléctricas.

As unidades não podem operar em zonas proibidas de geração devido a desgastes mecânicos, causados pela cavitação, vibrações e oscilações na potência. As zonas proibidas de geração originam um aumento da complexidade do algoritmo computacional, devido ao aumento do número de estados possíveis para as unidades e o conseqente aumento na dimensão do problema.

Nesta dissertação é considerada uma zona proibida de geração, entre 0 e \underline{q}_i , tal com em [García-Gonz lez07], onde a unidade não pode operar, ou seja, a unidade pode passar por esta região, mas não pode permanecer nela. A região com limites de \underline{q}_i a \bar{q}_i é uma região onde a unidade pode operar adequadamente. Desta forma, podemos considerar duas possibilidades de operação para a unidade: desligada, portanto $q_i = 0$; ligada, na região entre \underline{q}_i e \bar{q}_i .

O problema de PLIM pode ser formulada genericamente por:

$$\text{Max } F(x) = f^T \cdot x \quad (3.1)$$

Sujeito a:

$$A \cdot x = b \quad (3.2)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (3.3)$$

$$x_j \text{ inteira } j \in F \quad (3.4)$$

Esta formulação será aplicada na resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo. Em seguida,   apresentada uma das formulações que foi utilizada para determinar a solução para o problema em estudo. A formulação em causa admite a altura de queda constante, sendo conseqüentemente a função objectivo uma função linear do caudal turbinado. Deste modo, o valor máximo da função objectivo é obtido por:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda^k p_i^k (q_i^k) \quad (3.5)$$

Sujeito a:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k + s_m^k) - q_i^k - s_i^k \quad (3.6)$$

$$\underline{v}_i \leq v_i^k \leq \bar{v}_i \quad (3.7)$$

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad (3.8)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (3.9)$$

$$v_i^0 = v_i^{ini}, \quad v_i^K = v_i^{fin} \quad (3.10)$$

$$u_i^0 = 0 \quad (3.11)$$

Nesta formulação, as expressões têm o seguinte significado:

- (3.5) apresenta a função objectivo linear a ser maximizada;
- (3.6) apresenta as restrições de igualdade que correspondem às equações do balanço dos fluxos de água, uma para cada n  da rede;
- (3.7) estabelece um mínimo, \underline{v}_i , e um máximo, \bar{v}_i , para o volume de água em cada reservatório i .
- (3.8) estabelece os limites, mínimo e máximo, para o caudal de água turbinado.
- (3.9) estabelece que a descarga dos reservatórios   não negativa.

- (3.10) estabelece os valores inicial e final do volume de água armazenado nos reservatórios para o horizonte temporal do problema.
- (3.11) estabelece o valor da variável booleana associada com estados ligado/desligado no início do horizonte temporal do problema.

O caudal de água turbinado, \underline{q}_i , pode também ser imposto por razões de navegabilidade, recreativas ou ambientais, caso em que a central está ligada, i.e., resulta de uma imposição. O caudal máximo de água turbinado, \bar{q}_i , é imposto pela capacidade máxima da central. Para além disso, a restrição (3.8) também serve para considerar as zonas proibidas de funcionamento, através da variável binária u_i^k . A variável binária assume o valor lógico 1 se a central i está ligada na hora k , caso contrário assume o valor lógico 0.

3.2 Programação Não Linear Inteira Mista

Cada central hídrica pode ser caracterizada por uma rela o de três variáveis: potência entregue p_i^k , caudal de água turbinado, q_i^k e altura de queda h_i^k . Esta rela o é dada parametricamente em fun o da altura de queda, que   constante para cada curva, como é apresentado na Figura 3.1.

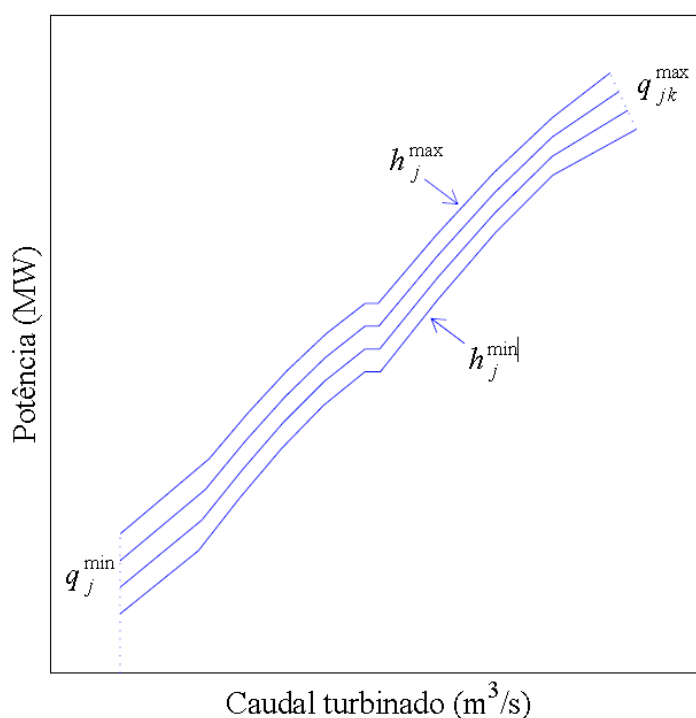


Figura 3.1 – Conjunto de curvas características para uma central hídrica.

A PNLIM   uma metodologia de optimiza o que se revela como profícua e inovadora no que concerne ao seu uso para os estudos do planeamento de curto prazo de centrais hidroeléctricas. Esta metodologia permite obter resultados mais adequados e factíveis para as empresas de produ o de electricidade que exploram os aproveitamentos hidroeléctricos. A potência gerada pelas centrais hidroeléctricas tem de ser considerada dependente não só do caudal de água turbinado, mas também da altura de queda, quando estão em considera o aproveitamentos hidroeléctricos de fio de água, para os quais a altera o da altura de queda é significativa durante o horizonte temporal.

Pelo que, neste subcapítulo será considerada esta dependência a fim de melhorar o planeamento para este tipo de aproveitamentos de fio de água. De igual modo, nesta formulação do problema podem ser incorporadas não só variáveis contínuas, mas também variáveis binárias, assumindo o valor lógico um ou zero, correspondendo a acções de activação ou desactivação.

Assim, tal como na PLIM, a introdução destas variáveis binárias permite adicionar restrições que controlam o modo de funcionamento das centrais hidroeléctricas, simulando as zonas proibidas para as quais as turbinas não podem funcionar devido a diversos factores de natureza mecânica, como por exemplo, desgastes de equipamento causados pela cavitação, vibrações e oscilações na potência de saída.

O problema de PNLIM pode ser formulado genericamente por:

$$\text{Max } F(x) \tag{3.12}$$

Sujeito a:

$$\underline{b} \leq A \cdot x \leq \bar{b} \tag{3.13}$$

$$x_j \text{ inteira } j \in F \tag{3.14}$$

em que $F(x)$ é uma função não linear do vector x das variáveis de fluxo ou de decisão; A é a matriz de coeficiente; \underline{b} e \bar{b} são os vectores de limites, mínimos e máximos, que englobam os limites mínimos e máximos do vector x que são \underline{x} e \bar{x} . As restrições de igualdade são definidas estabelecendo uma relação de igualdade entre o limite inferior e o limite superior, isto é, $\underline{b} = \bar{b}$. As variáveis $x \in j$ são variáveis binárias para o problema em estudo. Os limites inferiores e superiores para os caudais de água turbinados implicam restrições de desigualdade que são descritas pela restrição (3.13).

O problema não linear em estudo para o planeamento de curto prazo das centrais hidroeléctricas   do tipo quadrático, mas tem restrições lineares. A função objectivo é do tipo quadrática, assim, a única diferenç a entre esta formulação e a anterior é devido ao facto da função objectivo envolver uma forma quadrática. Este tipo de formulação exige geralmente a determinação de uma matriz $n \times n$, composta pelas derivadas parciais de segunda ordem da função objectivo, designada por matriz Hessiana, H . Dada uma função real de n variáveis reais:

$$F(x) = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Se todas as segundas derivadas parciais da função objectivo $F(x)$ existirem, então a matriz Hessiana, H , da função é dada por:

$$H(F) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_n} \end{bmatrix}$$

A eficiência da exploração depende da altura de queda, sendo nesta dissertação considerada uma aproximação linear para caracterizar esta dependência, dada por:

$$\eta_i^k = \eta_i^0 + \alpha_i h_i^k \quad i \in I, \quad k \in K \quad (3.15)$$

em que os parâmetros α_i e η_i^0 são o declive e a ordenada na origem, respectivamente, dados por:

$$\alpha_i = (\bar{\eta}_i - \underline{\eta}_i) / (\bar{h}_i - \underline{h}_i) \quad i \in I \quad (3.16)$$

$$\eta_i^0 = \bar{\eta}_i - \alpha_i \bar{h}_i \quad i \in I \quad (3.17)$$

Na equa o (3.16) o parâmetro α_i para cada reservatório i depende dos valores mínimos e máximos para a eficiência de explora o e para a altura de queda, em que $\underline{\eta}_i$   a eficiência mínima de explora o, $\bar{\eta}_i$   a eficiência máxima de explora o, \underline{h}_i   a altura mínima de queda, e \bar{h}_i   a altura máxima de queda.

O nível de água depende do volume de água no reservatório respectivo, nesta disserta o é considerada uma aproxima o linear para esta dependência, dada por:

$$l_i^k = l_i^0 + \beta_i v_i^k \quad i \in I, \quad k \in K \quad (3.18)$$

em que os parâmetros l_i^0 e β_i são a ordenada na origem e o declive, respectivamente, dados por:

$$\beta_i = (\bar{l}_i - \underline{l}_i) / (\bar{v}_i - \underline{v}_i) \quad i \in I \quad (3.19)$$

$$l_i^0 = \bar{l}_i - \beta_i \bar{v}_i \quad i \in I \quad (3.20)$$

Na equa o (3.19) o parâmetro β_i para cada reservatório i depende dos valores mínimos e máximos para o nível de água e para o volume de água, em que \underline{l}_i   o nível mínimo de água, \bar{l}_i   o nível máximo de água, \underline{v}_i   o volume mínimo de água, e \bar{v}_i   o volume máximo de  gua.

Sabendo que a potência da central i na hora k é dada por:

$$p_i^k = q_i^k \eta_i^k (h_i^k) \quad i \in I \quad k \in K \quad (3.21)$$

Substituindo a equa o (3.15) na equa o (3.21) tem-se que

$$p_i^k = q_i^k (\eta_i^0 + \alpha_i h_i^k) \quad i \in I, \quad k \in K \quad (3.22)$$

Ainda, substituindo as equações (3.15) e (3.18) na equação (3.22), a potência entregue é representada por uma forma quadrática, dada por:

$$p_i^k = \eta_i^0 q_i^k + \alpha_i l_{f(i)}^0 q_i^k - \alpha_i l_{t(i)}^0 q_i^k + \alpha_i \beta_{f(i)} q_i^k v_{f(i)}^k - \alpha_i \beta_{t(i)} q_i^k v_{t(i)}^k \quad i \in I, \quad k \in K \quad (3.23)$$

Deste modo o problema de optimizaçã da exploraçã de recursos hídricos de curto prazo pode ser formulado pelo seguinte problema de PNLIM:

$$\text{Max} \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \left(\lambda^k \left(\eta_i^0 q_i^k + \alpha_i l_{f(i)}^0 q_i^k - \alpha_i l_{t(i)}^0 q_i^k + \alpha_i \beta_{f(i)} q_i^k v_{f(i)}^k - \alpha_i \beta_{t(i)} q_i^k v_{t(i)}^k \right) - SU_i y_i^k \right) \quad (3.24)$$

Sujeito a:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k + s_m^k) - q_i^k - s_i^k \quad (3.25)$$

$$y_i^k + u_i^{k-1} - u_i^k - z_i^k = 0 \quad (3.26)$$

$$\underline{v}_i \leq v_i^k \leq \bar{v}_i \quad (3.27)$$

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad (3.28)$$

$$s_i^k \geq 0 \quad (3.29)$$

$$v_i^0 = v_i^{ini}, \quad v_i^K = v_i^{fin} \quad (3.30)$$

$$u_i^0 = 0 \quad (3.31)$$

CAPÍTULO

4

Descrição dos Casos de Estudo

Neste capítulo é realizada a abordagem aos dois casos de estudo considerados nesta dissertação, respectivamente: um caso de estudo com três reservatórios e um caso de estudo com sete reservatórios. São aplicadas as formulações matemáticas já anteriormente abordadas, particularizando o modelo matemático que fundamenta o presente estudo.

4.1 Caso Estudo – Três Reservatórios

Neste subcapítulo é apresentado o caso de estudo para um conjunto de três reservatórios em cascata, supondo que o horizonte temporal é de apenas duas horas. Assim, recorrendo à formulação apresentada nos Capítulos 2 e 3, pretende-se estudar o formalismo para a obtenção da solução óptima para este conjunto de reservatórios em cascata, contribuindo para uma melhor compreensão do problema em estudo.

Cada uma das unidades hídricas tem associadas capacidades de armazenamento nos reservatórios, limitadas superiormente e inferiormente. Os volumes iniciais de água nos reservatórios são conhecidos e os volumes finais de água nos reservatórios são escolhidos [Mendes94], atendendo a um processo de otimização cujo horizonte é superior ao de curto prazo. Os valores para os caudais de água turbinados são limitados superiormente e inferiormente; os limites máximos para os volumes de água e para os caudais de água turbinados são distintos; ainda, foi considerada a possibilidade de descarga de água em cada reservatório.

Os custos de arranque das unidades geradoras foram determinados a partir de uma função linear dependente da potência máxima da central, $SU_i = 2.5 \times \bar{p}_i$ [García-González07]. Além disso, considerou-se a existência de zonas proibidas para as quais as unidades geradoras não podem funcionar. Essas zonas resultam de vibrações mecânicas, cavitação e níveis de baixa eficiência [Nilsson97], [Finardi06].

Neste caso de estudo, considera-se que apenas o reservatório 1 tem aflúências externas, sendo que os reservatórios 2 e 3 recebem apenas a água vinda do reservatório a montante (Figura 4.1). Por aflúência externa entende-se quantidade de água afluente a um determinado reservatório, de origem diferente das descargas a montante, durante um período.

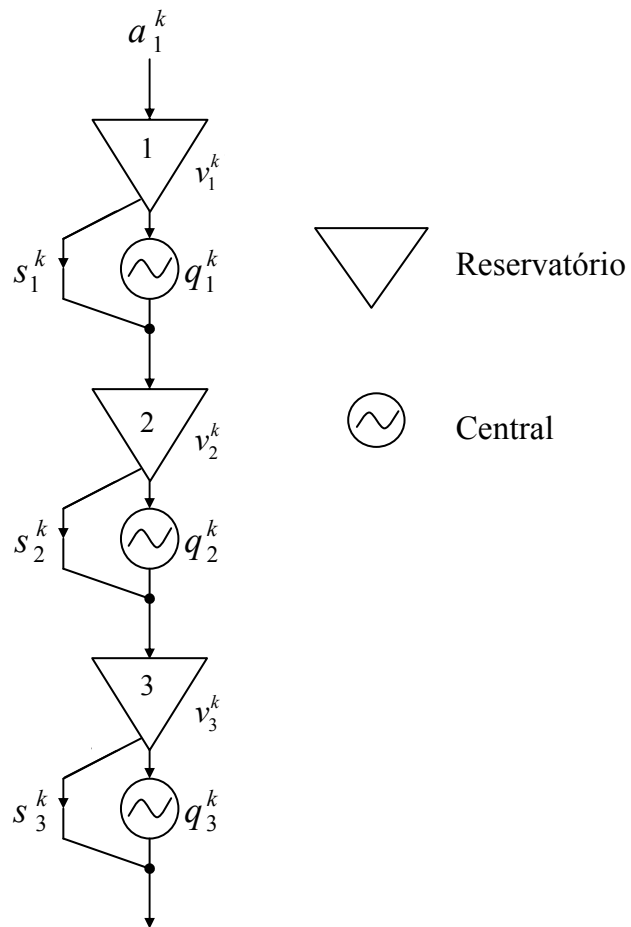


Figura 4.1 – Sistema hidroelétrico com três reservatórios em cascata.

Para este caso de estudo, aproveitamento hidroelétrico em cascata, com três reservatórios e só dois períodos no horizonte temporal, as restrições de igualdade e desigualdade são dadas por:

- Equação de balanço de água:

$$v_i^k = v_i^{k-1} + a_i^k + \sum_{m \in M_i} (q_m^k + s_m^k) - q_i^k - s_i^k \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{1,2\} \quad (4.1)$$

O conjunto $M_1 = \{ \}$, o conjunto $M_2 = \{1\}$ e o conjunto $M_3 = \{2\}$.

Descrição dos Casos de Estudo

Seja por conveniência de escrita o vector:

$$\begin{aligned}
 x(1) &= v_1^1, & x(2) &= v_2^1, & x(3) &= v_3^1, & x(4) &= v_1^2, & x(5) &= v_2^2, & x(6) &= v_3^2, & x(7) &= q_1^1, & x(8) &= q_2^1, \\
 x(9) &= q_3^1, & x(10) &= q_1^2, & x(11) &= q_2^2, & x(12) &= q_3^2, & x(13) &= s_1^1, & x(14) &= s_2^1, & x(15) &= s_3^1, \\
 x(16) &= s_1^2, & x(17) &= s_2^2, & x(18) &= s_3^2, & x(19) &= u_1^1, & x(20) &= u_2^1, & x(21) &= u_3^1, & x(22) &= u_1^2, \\
 x(23) &= u_2^2, & x(24) &= u_3^2, & x(25) &= y_1^1, & x(26) &= y_2^1, & x(27) &= y_3^1, & x(28) &= y_1^2, & x(29) &= y_2^2, \\
 x(30) &= y_3^2, & x(31) &= z_1^1, & x(32) &= z_2^1, & x(33) &= z_3^1, & x(34) &= z_1^2, & x(35) &= z_2^2, & x(36) &= z_3^2.
 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 v_1^1 = v_1^0 + a_1^1 - q_1^1 - s_1^1 \\
 v_2^1 = v_2^0 + a_2^1 - q_2^1 - s_2^1 + q_1^1 + s_1^1 \\
 v_3^1 = v_3^0 + a_3^1 - q_3^1 - s_3^1 + q_2^1 + s_2^1 \\
 v_1^2 = v_1^1 + a_1^2 - q_1^2 - s_1^2 \\
 v_2^2 = v_2^1 + a_2^2 - q_2^2 - s_2^2 + q_1^2 + s_1^2 \\
 v_3^2 = v_3^1 + a_3^2 - q_3^2 - s_3^2 + q_2^2 + s_2^2
 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l}
 x(1) + x(7) + x(13) = v_1^0 + a_1^1 \\
 x(2) - x(7) + x(8) - x(13) + x(14) = v_2^0 + a_2^1 \\
 x(3) - x(8) + x(9) - x(14) + x(15) = v_3^0 + a_3^1 \\
 -x(1) + x(4) + x(10) + x(16) = a_1^2 \\
 -x(2) + x(5) - x(10) + x(11) - x(16) + x(17) = a_2^2 \\
 -x(3) + x(6) - x(11) + x(12) - x(17) + x(18) = a_3^2
 \end{array} \right. \quad (4.2)$$

- Restrição de rampa:

$$q_i^k - R_i \leq q_i^{k+1} \leq q_i^k + R_i \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{0,1\} \quad (4.3)$$

A restrição de rampa é uma restrição de dupla desigualdade, pelo que tem de ser subdividida em duas inequações. Esta subdivisão revela-se importante na medida em que o modelo do programa computacional foi concebido para que os valores mínimos e máximos, \underline{b} e \bar{b} sejam constantes.

$$-q_i^{k+1} + q_i^k \leq R_i \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{0,1\} \quad (4.4)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$\left\{ \begin{array}{l} -q_1^1 + q_1^0 \leq R_1 \\ -q_2^1 + q_2^0 \leq R_2 \\ -q_3^1 + q_3^0 \leq R_3 \\ -q_1^2 + q_1^1 \leq R_1 \\ -q_2^2 + q_2^1 \leq R_2 \\ -q_3^2 + q_3^1 \leq R_3 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x(7) + q_1^0 \leq R_1 \\ -x(8) + q_2^0 \leq R_2 \\ -x(9) + q_3^0 \leq R_3 \\ -x(10) + x(7) \leq R_1 \\ -x(11) + x(8) \leq R_2 \\ -x(12) + x(9) \leq R_3 \end{array} \right. \quad (4.5)$$

$$q_i^{k+1} - q_i^k \leq R_i \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{0,1\} \quad (4.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^1 - q_1^0 \leq R_1 \\ q_2^1 - q_2^0 \leq R_2 \\ q_3^1 - q_3^0 \leq R_3 \\ q_1^2 - q_1^1 \leq R_1 \\ q_2^2 - q_2^1 \leq R_2 \\ q_3^2 - q_3^1 \leq R_3 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(7) - q_1^0 \leq R_1 \\ x(8) - q_2^0 \leq R_2 \\ x(9) - q_3^0 \leq R_3 \\ x(10) - x(7) \leq R_1 \\ x(11) - x(8) \leq R_2 \\ x(12) - x(9) \leq R_3 \end{array} \right. \quad (4.7)$$

- Restrição associada com a zona proibida:

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{1,2\} \quad (4.8)$$

$$q_i^k - \underline{q}_i \cdot u_i^k \geq 0 \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{1,2\} \quad (4.9)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^1 - \underline{q}_1 \cdot u_1^1 \geq 0 \\ q_2^1 - \underline{q}_2 \cdot u_2^1 \geq 0 \\ q_3^1 - \underline{q}_3 \cdot u_3^1 \geq 0 \\ q_1^2 - \underline{q}_1 \cdot u_1^2 \geq 0 \\ q_2^2 - \underline{q}_2 \cdot u_2^2 \geq 0 \\ q_3^2 - \underline{q}_3 \cdot u_3^2 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(7) - \underline{q}_1 \cdot x(19) \geq 0 \\ x(8) - \underline{q}_2 \cdot x(20) \geq 0 \\ x(9) - \underline{q}_3 \cdot x(21) \geq 0 \\ x(10) - \underline{q}_1 \cdot x(22) \geq 0 \\ x(11) - \underline{q}_2 \cdot x(23) \geq 0 \\ x(12) - \underline{q}_3 \cdot x(24) \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.10)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$-q_i^k + \bar{q}_i \cdot u_i^k \geq 0 \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{1,2\} \quad (4.11)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -q_1^1 + \bar{q}_1 \cdot u_1^1 \geq 0 \\ -q_2^1 + \bar{q}_2 \cdot u_2^1 \geq 0 \\ -q_3^1 + \bar{q}_3 \cdot u_3^1 \geq 0 \\ -q_1^2 + \bar{q}_1 \cdot u_1^2 \geq 0 \\ -q_2^2 + \bar{q}_2 \cdot u_2^2 \geq 0 \\ -q_3^2 + \bar{q}_3 \cdot u_3^2 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x(7) + \underline{q}_1 \cdot x(19) \geq 0 \\ -x(8) + \underline{q}_2 \cdot x(20) \geq 0 \\ -x(9) + \underline{q}_3 \cdot x(21) \geq 0 \\ -x(10) + \underline{q}_1 \cdot x(22) \geq 0 \\ -x(11) + \underline{q}_2 \cdot x(23) \geq 0 \\ -x(12) + \underline{q}_3 \cdot x(24) \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.12)$$

- Equação que determina o estado das centrais hidroelétricas:

$$y_i^k + u_i^{k-1} - u_i^k - z_i^k = 0 \quad i \in \{1,2,3\} \quad k \in \{1,2\} \quad (4.13)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1^1 + u_1^0 - u_1^1 - z_1^1 = 0 \\ y_2^1 + u_2^0 - u_2^1 - z_2^1 = 0 \\ y_3^1 + u_3^0 - u_3^1 - z_3^1 = 0 \\ y_1^2 + u_1^1 - u_1^2 - z_1^2 = 0 \\ y_2^2 + u_2^1 - u_2^2 - z_2^2 = 0 \\ y_3^2 + u_3^1 - u_3^2 - z_3^2 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(25) + u_1^0 - x(19) - x(31) = 0 \\ x(26) + u_2^0 - x(20) - x(32) = 0 \\ x(27) + u_3^0 - x(21) - x(33) = 0 \\ x(28) + x(19) - x(22) - x(34) = 0 \\ x(29) + x(20) - x(23) - x(35) = 0 \\ x(30) + x(21) - x(24) - x(36) = 0 \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Considerando as restrições de igualdade e desigualdade, (4.2), (4.5), (4.7), (4.10), (4.12) e (4.14) para o caso em estudo, seguidamente é apresentada a matriz A dos coeficientes que abrange todas estas restrições.

$$\underline{b} \leq A \cdot x \leq \bar{b} \quad (4.15)$$

Descrição dos Casos de Estudo

Os vectores \underline{b} e \bar{b} têm coordenadas convenientemente escolhidas para descreverem correctamente as restrições anteriores. Caso não exista o limite inferior a atribuir à respectiva componente do vector \underline{b} , o valor a atribuir é $-inf$, caso não exista limite superior a atribuir à respectiva componente do vector \bar{b} , o valor a atribuir é $+inf$, sendo inf um valor significativamente elevado da ordem de 100000. Os vectores \underline{b} e \bar{b} são dados por:

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} v_1^0 + a_1^1 \\ v_2^0 + a_3^1 \\ v_3^0 + a_3^1 \\ a_1^2 \\ a_3^2 \\ a_3^2 \\ -inf \\ -inf \\ -inf \\ \vdots \\ -inf \\ -inf \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

(36×1)

$$\bar{b} = \begin{bmatrix} v_1^0 + a_1^1 \\ v_2^0 + a_3^1 \\ v_3^0 + a_3^1 \\ a_1^2 \\ a_3^2 \\ a_3^2 \\ R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ \vdots \\ R_1 \\ R_2 \\ R_3 \\ inf \\ inf \\ inf \\ \vdots \\ inf \\ inf \\ inf \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

(36×1)

Descrição dos Casos de Estudo

A expressão matemática que permite determinar o valor óptimo da função objectivo é indicada em (2.18) e para este caso de estudo com três reservatórios e só dois períodos do horizonte temporal é dada por:

$$\sum_{i=1}^3 \sum_{k=1}^2 (\lambda^k p_i^k(q_i^k, h_i^k) - SU_i y_i^k) \quad (4.18)$$

Cujo desenvolvimento é dado por:

$$\begin{aligned} & \lambda^1 p_1^1(q_1^1, h_1^1) + \lambda^1 p_2^1(q_2^1, h_2^1) + \lambda^1 p_3^1(q_3^1, h_3^1) + \lambda^2 p_1^2(q_1^2, h_1^2) + \lambda^2 p_2^2(q_2^2, h_2^2) + \lambda^2 p_3^2(q_3^2, h_3^2) \\ & - SU_1 y_1^1 - SU_2 y_2^1 - SU_3 y_3^1 - SU_1 y_1^2 - SU_2 y_2^2 - SU_3 y_3^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sabendo que a função objectivo depende da potência entregue e que por sua vez a potência é representada por uma função não linear, indicada anteriormente pela equação (3.23), é de seguida indicada a respectiva potência entregue para cada reservatório:

$$p_1^1 = \alpha_1 \beta_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \alpha_1 l_1^0 q_1^1 - \alpha_1 l_2^0 q_1^1 + \eta_1^0 q_1^1 \quad (4.20)$$

$$p_2^1 = \alpha_2 \beta_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_3 q_2^1 v_3^1 + \alpha_2 l_2^0 q_2^1 - \alpha_2 l_3^0 q_2^1 + \eta_2^0 q_2^1 \quad (4.21)$$

$$p_3^1 = \alpha_3 \beta_3 q_3^1 v_3^1 - \alpha_3 \beta_4 q_3^1 v_4^1 + \alpha_3 l_3^0 q_3^1 - \alpha_3 l_4^0 q_3^1 + \eta_3^0 q_3^1 \quad (4.22)$$

$$p_1^2 = \alpha_1 \beta_1 q_1^2 v_1^2 - \alpha_1 \beta_2 q_1^2 v_2^2 + \alpha_1 l_1^0 q_1^2 - \alpha_1 l_2^0 q_1^2 + \eta_1^0 q_1^2 \quad (4.23)$$

$$p_2^2 = \alpha_2 \beta_2 q_2^2 v_2^2 - \alpha_2 \beta_3 q_2^2 v_3^2 + \alpha_2 l_2^0 q_2^2 - \alpha_2 l_3^0 q_2^2 + \eta_2^0 q_2^2 \quad (4.24)$$

$$p_3^2 = \alpha_3 \beta_3 q_3^2 v_3^2 - \alpha_3 \beta_4 q_3^2 v_4^2 + \alpha_3 l_3^0 q_3^2 - \alpha_3 l_4^0 q_3^2 + \eta_3^0 q_3^2 \quad (4.25)$$

Substituindo nas equações anteriores as equações (3.17) e (3.20), vem que:

$$p_1^1 = \alpha_1 \beta_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \left(\alpha_1 \left(\bar{l}_1 - \beta_1 \bar{v}_1 - (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2) \right) + \bar{\eta}_1 - \alpha_1 \bar{h}_1 \right) q_1^1 \quad (4.26)$$

$$p_2^1 = \alpha_2 \beta_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_3 q_2^1 v_3^1 + \left(\alpha_2 \left(\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2 - (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3) \right) + \bar{\eta}_2 - \alpha_2 \bar{h}_2 \right) q_2^1 \quad (4.27)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$p_3^1 = \alpha_3 \beta_3 q_3^1 v_3^1 + \left(\alpha_3 (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3 - l_{mar}) + \bar{\eta}_3 - \alpha_3 \bar{h}_3 \right) q_3^1 \quad (4.28)$$

$$p_1^2 = \alpha_1 \beta_1 q_1^2 v_1^2 - \alpha_1 \beta_2 q_1^2 v_2^2 + \left(\alpha_1 (\bar{l}_1 - \beta_1 \bar{v}_1 - (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2)) + \bar{\eta}_1 - \alpha_1 \bar{h}_1 \right) q_1^2 \quad (4.29)$$

$$p_2^2 = \alpha_2 \beta_2 q_2^2 v_2^2 - \alpha_2 \beta_3 q_2^2 v_3^2 + \left(\alpha_2 (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2 - (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3)) + \bar{\eta}_2 - \alpha_2 \bar{h}_2 \right) q_2^2 \quad (4.30)$$

$$p_3^2 = \alpha_3 \beta_3 q_3^2 v_3^2 + \left(\alpha_3 (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3 - l_{mar}) + \bar{\eta}_3 - \alpha_3 \bar{h}_3 \right) q_3^2 \quad (4.31)$$

Sejam por conveniência de escrita definidos os seguintes parâmetros:

$$\mu_i = \alpha_i \beta_i$$

$$\sigma_1 = \alpha_1 (\bar{l}_1 - \beta_1 \bar{v}_1 - (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2)) + \bar{\eta}_1 - \alpha_1 \bar{h}_1 \quad (4.32)$$

$$\sigma_2 = \alpha_2 (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2 - (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3)) + \bar{\eta}_2 - \alpha_2 \bar{h}_2$$

$$\sigma_3 = \alpha_3 (\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3 - l_{mar}) + \bar{\eta}_3 - \alpha_3 \bar{h}_3$$

As equações de potência entregue (4.26) a (4.31) de cada reservatório, usando (4.32) passam a ser dadas por:

$$p_1^1 = \mu_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \sigma_1 q_1^1 \quad (4.33)$$

$$p_2^1 = \mu_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_3 q_2^1 v_3^1 + \sigma_2 q_2^1 \quad (4.34)$$

$$p_3^1 = \mu_3 q_3^1 v_3^1 + \sigma_3 q_3^1 \quad (4.35)$$

$$p_1^2 = \mu_1 q_1^2 v_1^2 - \alpha_1 \beta_2 q_1^2 v_2^2 + \sigma_1 q_1^2 \quad (4.36)$$

$$p_2^2 = \mu_2 q_2^2 v_2^2 - \alpha_2 \beta_3 q_2^2 v_3^2 + \sigma_2 q_2^2 \quad (4.37)$$

$$p_3^2 = \mu_3 q_3^2 v_3^2 + \sigma_3 q_3^2 \quad (4.38)$$

A função objectivo passa a ser a ser dada por:

$$\begin{aligned} & \lambda^1 (\mu_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \sigma_1 q_1^1) + \lambda^1 (\mu_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_3 q_2^1 v_3^1 + \sigma_2 q_2^1) + \lambda^1 (\mu_3 q_3^1 v_3^1 + \sigma_3 q_3^1) + \\ & \lambda^2 (\mu_1 q_1^2 v_1^2 - \alpha_1 \beta_2 q_1^2 v_2^2 + \sigma_1 q_1^2) + \lambda^2 (\mu_2 q_2^2 v_2^2 - \alpha_2 \beta_3 q_2^2 v_3^2 + \sigma_2 q_2^2) + \lambda^2 (\mu_3 q_3^2 v_3^2 + \sigma_3 q_3^2) - \\ & SU_1 y_1^1 - SU_2 y_2^1 - SU_3 y_3^1 - SU_1 y_1^2 - SU_2 y_2^2 - SU_3 y_3^2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

Descrição dos Casos de Estudo

Os coeficientes do termo linear da função objectivo constituem o vector dado por:

$$f = [0 \dots 0 | \lambda^1 \sigma_1 \lambda^1 \sigma_2 \lambda^1 \sigma_3 \lambda^2 \sigma_1 \lambda^2 \sigma_2 \lambda^2 \sigma_3 | 0 \dots 0 | 0 \dots 0 | -SU_1 -SU_2 -SU_3 -SU_1 -SU_2 -SU_3 | 0 \dots 0]^T$$

(36 × 1) (4.40)

O termo quadrático da função objectivo é definido pela matriz Hessiana seguidamente indicada.

4.2 Caso Estudo – Sete Reservatórios

Neste subcapítulo é apresentado o caso de estudo para um conjunto de sete reservatórios em cascata, supondo que o horizonte temporal é de apenas uma hora. Na Figura 4.2, as centrais numeradas por 1, 2, 4, 5 e 7 são de fio de água, enquanto que as centrais numeradas por 3 e 6 são de albufeira. A afluência é considerada somente nos reservatórios 1 a 6.

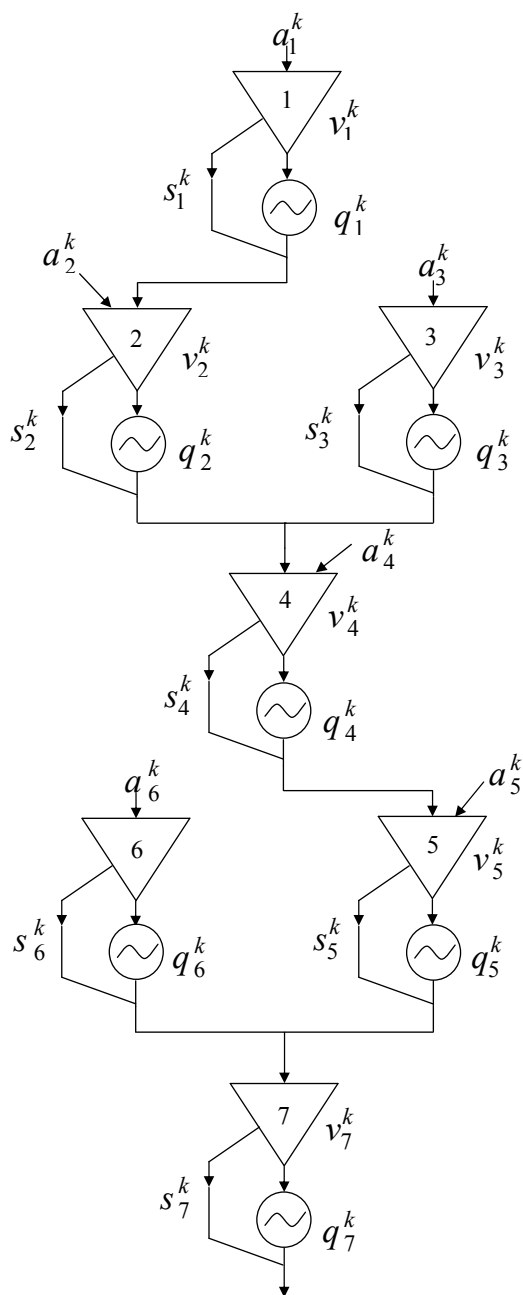


Figura 4.2 – Sistema hidroelétrico com sete reservatórios em cascata.

Descrição dos Casos de Estudo

Considerando os sete reservatórios e só um período do horizonte temporal, as restrições de igualdade e desigualdade são dadas por:

- Equação de balanço de água:

$$v_i^1 = v_i^0 + a_i^1 + \sum_{m \in M_i} (q_m^1 + s_m^1) - q_i^1 - s_i^1 \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k=1 \quad (4.41)$$

O conjunto $M_1 = \{ \}$, o conjunto $M_2 = \{1\}$, o conjunto $M_3 = \{ \}$, o conjunto $M_4 = \{2, 3\}$, o conjunto $M_5 = \{5\}$, o conjunto $M_6 = \{ \}$ e o conjunto $M_7 = \{5, 6\}$.

Seja por conveniência de escrita o vector:

$$\begin{aligned} x(1) &= v_1^1, & x(2) &= v_2^1, & x(3) &= v_3^1, & x(4) &= v_4^1, & x(5) &= v_5^1, & x(6) &= v_6^1, & x(7) &= v_7^1, & x(8) &= q_1^1, \\ x(9) &= q_2^1, & x(10) &= q_3^1, & x(11) &= q_4^1, & x(12) &= q_5^1, & x(13) &= q_6^1, & x(14) &= q_7^1, & x(15) &= s_1^1, \\ x(16) &= s_2^1, & x(17) &= s_3^1, & x(18) &= s_4^1, & x(19) &= s_5^1, & x(20) &= s_6^1, & x(21) &= s_7^1, & x(22) &= u_1^1, \\ x(23) &= u_2^1, & x(24) &= u_3^1, & x(25) &= u_4^1, & x(26) &= u_5^1, & x(27) &= u_6^1, & x(28) &= u_7^1, & x(29) &= y_1^1, \\ x(30) &= y_2^1, & x(31) &= y_3^1, & x(32) &= y_4^1, & x(33) &= y_5^1, & x(34) &= y_6^1, & x(35) &= y_7^1, & x(36) &= z_1^1, \\ x(37) &= z_2^1, & x(38) &= z_3^1, & x(39) &= z_4^1, & x(40) &= z_5^1, & x(41) &= z_6^1, & x(42) &= z_7^1. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} v_1^1 = v_1^0 + a_1^1 - q_1^1 - s_1^1 \\ v_2^1 = v_2^0 + a_2^1 - q_2^1 - s_2^1 + q_1^1 + s_1^1 \\ v_3^1 = v_3^0 + a_3^1 - q_3^1 - s_3^1 \\ v_4^1 = v_4^0 + a_4^1 - q_4^1 - s_4^1 + q_2^1 + s_2^1 + q_3^1 + s_3^1 \\ v_5^1 = v_5^0 + a_5^1 - q_5^1 - s_5^1 + q_4^1 + s_4^1 \\ v_6^1 = v_6^0 + a_6^1 - q_6^1 - s_6^1 \\ v_7^1 = v_7^0 + a_7^1 - q_7^1 - s_7^1 + q_6^1 + s_6^1 + q_5^1 + s_5^1 \end{cases} \quad (4.42)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$\begin{cases} x(1) + x(8) + x(15) = v_1^0 + a_1^1 \\ x(2) + x(9) + x(16) - x(8) - x(15) = v_2^0 + a_2^1 \\ x(3) + x(10) + x(17) = v_3^0 + a_3^1 \\ x(4) + x(11) + x(18) - x(9) - x(10) - x(16) - x(17) = v_4^0 + a_4^1 \\ x(5) + x(12) + x(19) - x(11) - x(18) = v_5^0 + a_5^1 \\ x(6) + x(13) + x(20) = v_6^0 + a_6^1 \\ x(7) + x(14) + x(21) - x(12) - x(13) - x(19) - x(20) = v_7^0 + a_7^1 \end{cases} \quad (4.43)$$

- Restrição de rampa:

$$q_i^k - R_i \leq q_i^{k+1} \leq q_i^k + R_i \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k = 0 \quad (4.44)$$

A restrição de rampa é uma restrição de dupla desigualdade, pelo que tem de ser subdividida em duas inequações. Esta subdivisão revela-se importante na medida em que o modelo do programa computacional foi concebido para que os valores mínimos e máximos, \underline{b} e \bar{b} sejam constantes.

$$-q_i^{k+1} + q_i^k \leq R_i \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k = 0 \quad (4.45)$$

$$\begin{cases} -q_1^1 + q_1^0 \leq R_1 \\ -q_2^1 + q_2^0 \leq R_2 \\ -q_3^1 + q_3^0 \leq R_3 \\ -q_4^1 + q_4^0 \leq R_4 \\ -q_5^1 + q_5^0 \leq R_5 \\ -q_6^1 + q_6^0 \leq R_6 \\ -q_7^1 + q_7^0 \leq R_7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x(8) + q_1^0 \leq R_1 \\ -x(9) + q_2^0 \leq R_2 \\ -x(10) + q_3^0 \leq R_3 \\ -x(11) + q_4^0 \leq R_4 \\ -x(12) + q_5^0 \leq R_5 \\ -x(13) + q_6^0 \leq R_6 \\ -x(14) + q_7^0 \leq R_7 \end{cases} \quad (4.46)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$q_i^{k+1} - q_i^k \leq R_i \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k = 0 \quad (4.47)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^1 - q_1^0 \leq R_1 \\ q_2^1 - q_2^0 \leq R_2 \\ q_3^1 - q_3^0 \leq R_3 \\ q_4^1 - q_4^0 \leq R_4 \\ q_5^1 - q_5^0 \leq R_5 \\ q_6^1 - q_6^0 \leq R_6 \\ q_7^1 - q_7^0 \leq R_7 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(8) - q_1^0 \leq R_1 \\ x(9) - q_2^0 \leq R_2 \\ x(10) - q_3^0 \leq R_3 \\ x(11) - q_4^0 \leq R_4 \\ x(12) - q_5^0 \leq R_5 \\ x(13) - q_6^0 \leq R_6 \\ x(14) - q_7^0 \leq R_7 \end{array} \right. \quad (4.48)$$

- Restrição associada com a zona proibida:

$$u_i^k \underline{q}_i \leq q_i^k \leq u_i^k \bar{q}_i \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k = 1 \quad (4.49)$$

$$q_i^k - \underline{q}_i \cdot u_i^k \geq 0 \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k = 1 \quad (4.50)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} q_1^1 - \underline{q}_1 \cdot u_1^1 \geq 0 \\ q_2^1 - \underline{q}_2 \cdot u_2^1 \geq 0 \\ q_3^1 - \underline{q}_3 \cdot u_3^1 \geq 0 \\ q_4^1 - \underline{q}_4 \cdot u_4^1 \geq 0 \\ q_5^1 - \underline{q}_5 \cdot u_5^1 \geq 0 \\ q_6^1 - \underline{q}_6 \cdot u_6^1 \geq 0 \\ q_7^1 - \underline{q}_7 \cdot u_7^1 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(8) - \underline{q}_1 \cdot x(22) \geq 0 \\ x(9) - \underline{q}_2 \cdot x(23) \geq 0 \\ x(10) - \underline{q}_3 \cdot x(24) \geq 0 \\ x(11) - \underline{q}_4 \cdot x(25) \geq 0 \\ x(12) - \underline{q}_5 \cdot x(26) \geq 0 \\ x(13) - \underline{q}_6 \cdot x(27) \geq 0 \\ x(14) - \underline{q}_7 \cdot x(28) \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.51)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$-q_i^k + \bar{q}_i \cdot u_i^k \geq 0 \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k=1 \quad (4.52)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -q_1^1 + \bar{q}_1 \cdot u_1^1 \geq 0 \\ -q_2^1 + \bar{q}_2 \cdot u_2^1 \geq 0 \\ -q_3^1 + \bar{q}_3 \cdot u_3^1 \geq 0 \\ -q_4^1 + \bar{q}_4 \cdot u_4^1 \geq 0 \\ -q_5^1 + \bar{q}_5 \cdot u_5^1 \geq 0 \\ -q_6^1 + \bar{q}_6 \cdot u_6^1 \geq 0 \\ -q_7^1 + \bar{q}_7 \cdot u_7^1 \geq 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x(8) + \underline{q}_1 \cdot x(22) \geq 0 \\ -x(9) + \underline{q}_2 \cdot x(23) \geq 0 \\ -x(10) + \underline{q}_3 \cdot x(24) \geq 0 \\ -x(11) + \underline{q}_4 \cdot x(25) \geq 0 \\ -x(12) + \underline{q}_5 \cdot x(26) \geq 0 \\ -x(13) + \underline{q}_6 \cdot x(27) \geq 0 \\ -x(14) + \underline{q}_7 \cdot x(28) \geq 0 \end{array} \right. \quad (4.53)$$

- Equação que determina o estado das centrais hidroeléctricas:

$$y_i^1 + u_i^0 - u_i^1 - z_i^1 = 0 \quad i \in \{1, 2, 3, \dots, 7\} \quad k=1 \quad (4.54)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1^1 + u_1^0 - u_1^1 - z_1^1 = 0 \\ y_2^1 + u_2^0 - u_2^1 - z_2^1 = 0 \\ y_3^1 + u_3^0 - u_3^1 - z_3^1 = 0 \\ y_4^1 + u_4^0 - u_4^1 - z_4^1 = 0 \\ y_5^1 + u_5^0 - u_5^1 - z_5^1 = 0 \\ y_6^1 + u_6^0 - u_6^1 - z_6^1 = 0 \\ y_7^1 + u_7^0 - u_7^1 - z_7^1 = 0 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x(29) + u_1^0 - x(22) - x(36) = 0 \\ x(30) + u_2^0 - x(23) - x(37) = 0 \\ x(31) + u_3^0 - x(24) - x(38) = 0 \\ x(32) + u_3^0 - x(25) - x(39) = 0 \\ x(33) + u_3^0 - x(26) - x(40) = 0 \\ x(34) + u_3^0 - x(27) - x(41) = 0 \\ x(35) + u_3^0 - x(28) - x(42) = 0 \end{array} \right. \quad (4.55)$$

Considerando as restrições de igualdade e desigualdade, (4.43), (4.46), (4.48), (4.51), (4.53) e (4.55) para o caso em estudo, seguidamente é apresentada a matriz A dos coeficientes que abrange todas estas restrições.

$$\underline{b} \leq A \cdot x \leq \bar{b} \quad (4.56)$$

Descrição dos Casos de Estudo

A expressão matemática que permite determinar o valor óptimo da função objectivo é indicada em (2.18) e para este caso de estudo com sete reservatórios e só um período do horizonte temporal é dada por:

$$\sum_{i=1}^7 \sum_{k=1}^1 (\lambda^k p_i^k(q_i^k, h_i^k) - SU_i y_i^k) \quad (4.59)$$

Cujo desenvolvimento é dado por:

$$\lambda^1 p_1^1(q_1^1, h_1^1) + \lambda^1 p_2^1(q_2^1, h_2^1) + \lambda^1 p_3^1(q_3^1, h_3^1) + \lambda^1 p_4^1(q_4^1, h_4^1) + \lambda^1 p_5^1(q_5^1, h_5^1) + \lambda^1 p_6^1(q_6^1, h_6^1) + \lambda^1 p_7^1(q_7^1, h_7^1) - SU_1 y_1^1 - SU_2 y_2^1 - SU_3 y_3^1 - SU_4 y_4^1 - SU_5 y_5^1 - SU_6 y_6^1 - SU_7 y_7^1 \quad (4.60)$$

Sabendo que a função objectivo depende da potência entregue e que por sua vez a potência é representada por uma função não linear, indicada anteriormente pela equação (3.23), é de seguida indicada a respectiva potência entregue para cada reservatório:

$$p_1^1 = \alpha_1 \beta_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \alpha_1 l_1^0 q_1^1 - \alpha_1 l_2^0 q_1^1 + \eta_1^0 q_1^1 \quad (4.61)$$

$$p_2^1 = \alpha_2 \beta_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_4 q_2^1 v_4^1 + \alpha_2 l_2^0 q_2^1 - \alpha_2 l_4^0 q_2^1 + \eta_2^0 q_2^1 \quad (4.62)$$

$$p_3^1 = \alpha_3 \beta_3 q_3^1 v_3^1 - \alpha_3 \beta_4 q_3^1 v_4^1 + \alpha_3 l_3^0 q_3^1 - \alpha_3 l_4^0 q_3^1 + \eta_3^0 q_3^1 \quad (4.63)$$

$$p_4^1 = \alpha_4 \beta_4 q_4^1 v_4^1 - \alpha_4 \beta_5 q_4^1 v_5^1 + \alpha_4 l_4^0 q_4^1 - \alpha_4 l_5^0 q_4^1 + \eta_4^0 q_4^1 \quad (4.64)$$

$$p_5^1 = \alpha_5 \beta_5 q_5^1 v_5^1 - \alpha_5 \beta_7 q_5^1 v_7^1 + \alpha_5 l_5^0 q_5^1 - \alpha_5 l_7^0 q_5^1 + \eta_5^0 q_5^1 \quad (4.65)$$

$$p_6^1 = \alpha_6 \beta_6 q_6^1 v_6^1 - \alpha_6 \beta_7 q_6^1 v_7^1 + \alpha_6 l_6^0 q_6^1 - \alpha_6 l_7^0 q_6^1 + \eta_6^0 q_6^1 \quad (4.66)$$

$$p_7^1 = \alpha_7 \beta_7 q_7^1 v_7^1 - \alpha_7 \beta_8 q_7^1 v_8^1 + \alpha_7 l_7^0 q_7^1 - \alpha_7 l_{mar}^0 q_7^1 + \eta_7^0 q_7^1 \quad (4.67)$$

Substituindo nas equações anteriores as equações (3.17) e (3.20), vem que:

$$p_1^1 = \alpha_1 \beta_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \left(\alpha_1 \left(\bar{l}_1 - \beta_1 \bar{v}_1 - (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2) \right) + \bar{\eta}_1 - \alpha_1 \bar{h}_1 \right) q_1^1 \quad (4.68)$$

$$p_2^1 = \alpha_2 \beta_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_4 q_2^1 v_4^1 + \left(\alpha_2 \left(\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2 - (\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4) \right) + \bar{\eta}_2 - \alpha_2 \bar{h}_2 \right) q_2^1 \quad (4.69)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$p_3^1 = \alpha_3 \beta_3 q_3^1 v_3^1 - \alpha_3 \beta_4 q_3^1 v_4^1 + \left(\alpha_3 \left(\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3 - (\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4) \right) + \bar{\eta}_3 - \alpha_3 \bar{h}_3 \right) q_3^1 \quad (4.70)$$

$$p_4^1 = \alpha_4 \beta_4 q_4^1 v_4^1 - \alpha_4 \beta_5 q_4^1 v_5^1 + \left(\alpha_4 \left(\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4 - (\bar{l}_5 - \beta_5 \bar{v}_5) \right) + \bar{\eta}_4 - \alpha_4 \bar{h}_4 \right) q_4^1 \quad (4.71)$$

$$p_5^1 = \alpha_5 \beta_5 q_5^1 v_5^1 - \alpha_2 \beta_7 q_5^1 v_7^1 + \left(\alpha_5 \left(\bar{l}_5 - \beta_5 \bar{v}_5 - (\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7) \right) + \bar{\eta}_5 - \alpha_5 \bar{h}_5 \right) q_5^1 \quad (4.72)$$

$$p_6^1 = \alpha_6 \beta_6 q_6^1 v_6^1 - \alpha_2 \beta_7 q_6^1 v_7^1 + \left(\alpha_6 \left(\bar{l}_6 - \beta_6 \bar{v}_6 - (\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7) \right) + \bar{\eta}_6 - \alpha_6 \bar{h}_6 \right) q_6^1 \quad (4.73)$$

$$p_7^1 = \alpha_7 \beta_7 q_7^1 v_7^1 + \left(\alpha_7 \left(\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7 - l_{mar} \right) + \bar{\eta}_7 - \alpha_7 \bar{h}_7 \right) q_7^1 \quad (4.74)$$

Sejam por conveniência de escrita definidos os seguintes parâmetros:

$$\begin{aligned} \mu_i &= \alpha_i \beta_i \\ \sigma_1 &= \alpha_1 \left(\bar{l}_1 - \beta_1 \bar{v}_1 - (\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2) \right) + \bar{\eta}_1 - \alpha_1 \bar{h}_1 \\ \sigma_2 &= \alpha_2 \left(\bar{l}_2 - \beta_2 \bar{v}_2 - (\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4) \right) + \bar{\eta}_2 - \alpha_2 \bar{h}_2 \\ \sigma_3 &= \alpha_3 \left(\bar{l}_3 - \beta_3 \bar{v}_3 - (\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4) \right) + \bar{\eta}_3 - \alpha_3 \bar{h}_3 \\ \sigma_4 &= \alpha_4 \left(\bar{l}_4 - \beta_4 \bar{v}_4 - (\bar{l}_5 - \beta_5 \bar{v}_5) \right) + \bar{\eta}_4 - \alpha_4 \bar{h}_4 \\ \sigma_5 &= \alpha_5 \left(\bar{l}_5 - \beta_5 \bar{v}_5 - (\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7) \right) + \bar{\eta}_5 - \alpha_5 \bar{h}_5 \\ \sigma_6 &= \alpha_6 \left(\bar{l}_6 - \beta_6 \bar{v}_6 - (\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7) \right) + \bar{\eta}_6 - \alpha_6 \bar{h}_6 \\ \sigma_7 &= \alpha_7 \left(\bar{l}_7 - \beta_7 \bar{v}_7 - l_{mar} \right) + \bar{\eta}_7 - \alpha_7 \bar{h}_7 \end{aligned} \quad (4.75)$$

As equações da potência entregue (4.68) a (4.74) em cada reservatório, usando (4.75) passam a ser dadas por:

$$p_1^1 = \mu_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \sigma_1 q_1^1 \quad (4.76)$$

$$p_2^1 = \mu_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_4 q_2^1 v_4^1 + \sigma_2 q_2^1 \quad (4.77)$$

$$p_3^1 = \mu_3 q_3^1 v_3^1 - \alpha_3 \beta_4 q_3^1 v_4^1 + \sigma_3 q_3^1 \quad (4.78)$$

Descrição dos Casos de Estudo

$$p_4^1 = \mu_4 q_4^1 v_4^1 - \alpha_4 \beta_5 q_4^1 v_5^1 + \sigma_4 q_4^1 \quad (4.79)$$

$$p_5^1 = \mu_5 q_5^1 v_5^1 - \alpha_2 \beta_7 q_5^1 v_7^1 + \sigma_5 q_5^1 \quad (4.80)$$

$$p_6^1 = \mu_6 q_6^1 v_6^1 - \alpha_2 \beta_7 q_6^1 v_7^1 + \sigma_6 q_6^1 \quad (4.81)$$

$$p_7^1 = \mu_7 q_7^1 v_7^1 + \sigma_7 q_7^1 \quad (4.82)$$

A função objectivo passa a ser a ser dada por:

$$\begin{aligned} & \lambda^1 (\mu_1 q_1^1 v_1^1 - \alpha_1 \beta_2 q_1^1 v_2^1 + \sigma_1 q_1^1) + \lambda^1 (\mu_2 q_2^1 v_2^1 - \alpha_2 \beta_4 q_2^1 v_4^1 + \sigma_2 q_2^1) + \lambda^1 (\mu_3 q_3^1 v_3^1 - \\ & \alpha_3 \beta_4 q_3^1 v_4^1 + \sigma_3 q_3^1) + \lambda^1 (\mu_4 q_4^1 v_4^1 - \alpha_4 \beta_5 q_4^1 v_5^1 + \sigma_4 q_4^1) + \lambda^1 (\mu_5 q_5^1 v_5^1 - \alpha_2 \beta_7 q_5^1 v_7^1 + \sigma_5 q_5^1) + \\ & \lambda^1 (\mu_6 q_6^1 v_6^1 - \alpha_2 \beta_7 q_6^1 v_7^1 + \sigma_6 q_6^1) + \lambda^1 (\mu_7 q_7^1 v_7^1 + \sigma_7 q_7^1) - SU_1 y_1^1 - SU_2 y_2^1 - SU_3 y_3^1 - \\ & SU_4 y_4^1 - SU_5 y_5^1 - SU_6 y_6^1 - SU_7 y_7^1 \end{aligned} \quad (4.83)$$

Os coeficientes do termo linear da função objectivo constituem o vector dado por:

$$f = [0 \ \dots \ 0 \mid \sigma_1 \ \dots \ \sigma_7 \mid 0 \ \dots \ 0 \mid 0 \ \dots \ 0 \mid -SU_1 \ \dots \ -SU_7 \mid 0 \ \dots \ 0]^T \quad (4.84)$$

(42×1)

O termo quadrático da função objectivo é definido pela matriz Hessiana seguidamente indicada

CAPÍTULO 5

Resultados Obtidos

Neste capítulo são testadas as metodologias propostas para a resolução do problema de otimização da exploração de recursos hídricos, tendo sido aplicadas ao caso com três reservatórios e ao caso com sete reservatórios. Apresentam-se e comparam-se os resultados da simulação computacional, relativos à aplicação das metodologias de resolução do problema.

5.1 Introdução

Neste capítulo são apresentados os resultados numéricos obtidos, ilustrando o desempenho da nova metodologia para a resolução do problema de optimização da exploração de recurso hídricos de curto prazo, baseada em PNLIM. Os resultados numéricos obtidos dizem respeito aos aproveitamentos hidroeléctricos em cascata indicados respectivamente nas Figuras 4.1 e 4.2.

A metodologia de optimização proposta para resolver o problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo considera não só o efeito de queda, mas também as contribuições apresentadas ao longo da dissertação, nomeadamente:

- As regiões proibidas de funcionamento, impedindo a exploração em zonas consideradas irregulares.
- Os custos de arranque, de forma a evitar que as centrais hidroeléctricas estejam sujeitas a arranques frequentes.
- As restrições de rampa, que impõem que alterações de potência entre períodos consecutivos sejam adequadamente limitadas.

Esta metodologia de optimização foi aplicada a dois casos de estudo baseados em cascatas hídricas existentes em Portugal. Ao longo da exposição do capítulo é feito um estudo comparativo entre a PLIM e a PNLIM, de forma a revelar as vantagens desta metodologia. A metodologia foi desenvolvida e executada com recurso à aplicação informática MATLAB, sendo usado o *solver* de optimização Xpress-MP para resolver o problema. As simulações numéricas foram realizadas num computador com um processador 600-MHz e 256 MB de RAM.

O volume de água armazenado nos reservatórios no último período é fixado de acordo com a capacidade de cada reservatório.

Resultados Obtidos

Consequentemente, o valor futuro da água armazenada nos reservatórios não é considerado, visto que, são fixadas cotas objectivo. Caso a função valor água seja considerada, então não é fixada a cota objectivo no fim do horizonte temporal e o segundo termo da função objectivo (2.17) poderá ser descrito como é considerado em [Urbey07].

5.2 Análise Comparativa de Resultados

Caso_A

O caso de estudo é constituído por um sistema hidroeléctrico com três reservatórios em cascata, apresentado na Figura 4.1, sendo o horizonte temporal de 168 horas. Neste caso consideram-se restrições associadas com as zonas proibidas, as restrições de rampa e os custos de arranque para evidenciar a contribuição destas restrições para uma adequada exploração, usando a nova metodologia baseada em PNLIM.

A afluência ao primeiro reservatório é apresentada na Figura 5.1, sendo que os segundo e terceiro reservatórios recebem apenas a água do reservatório a montante.

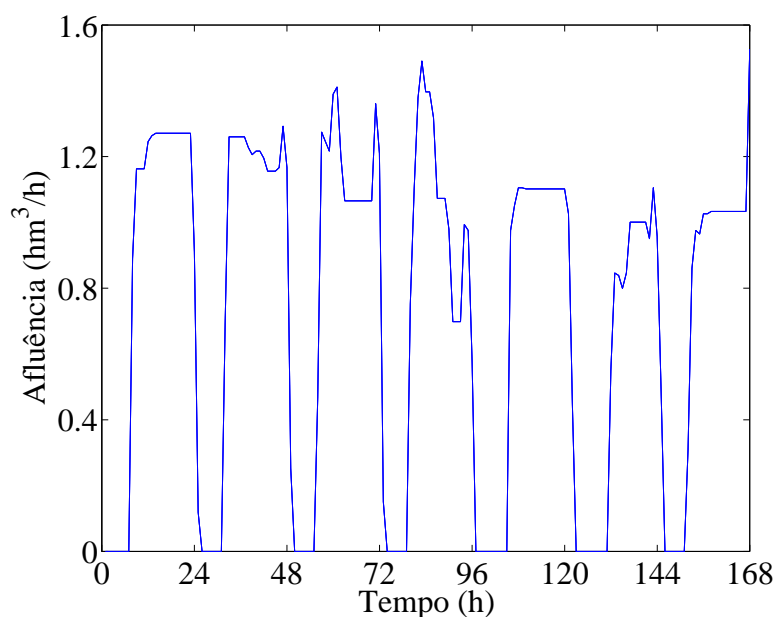


Figura 5.1 – Afluência ao primeiro reservatório.

O preço da energia eléctrica, previsto ao longo do horizonte temporal de 168 horas, é apresentado na Figura 5.2 (\$ é uma quantidade económica simbólica).

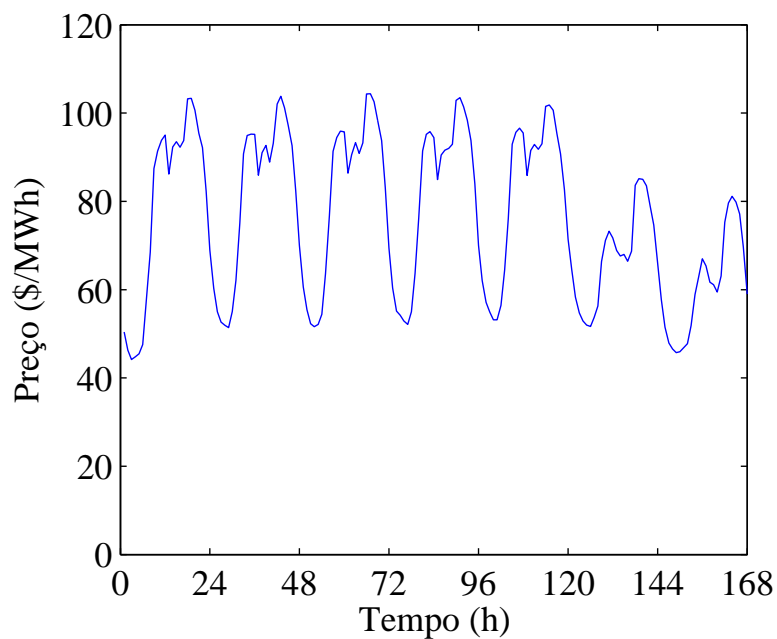


Figura 5.2 – Perfil dos preços da energia eléctrica.

O volume final de água nos reservatórios é considerado igual ao valor no início do horizonte temporal, sendo que o volume inicial corresponde a 60% do volume máximo.

As Figuras 5.3 e 5.4 apresentam, respectivamente, o volume de água nos reservatórios e o caudal de água turbinado para o Caso_A, tendo como finalidade comparar o desempenho da PNLIM com a PLIM.

Resultados Obtidos

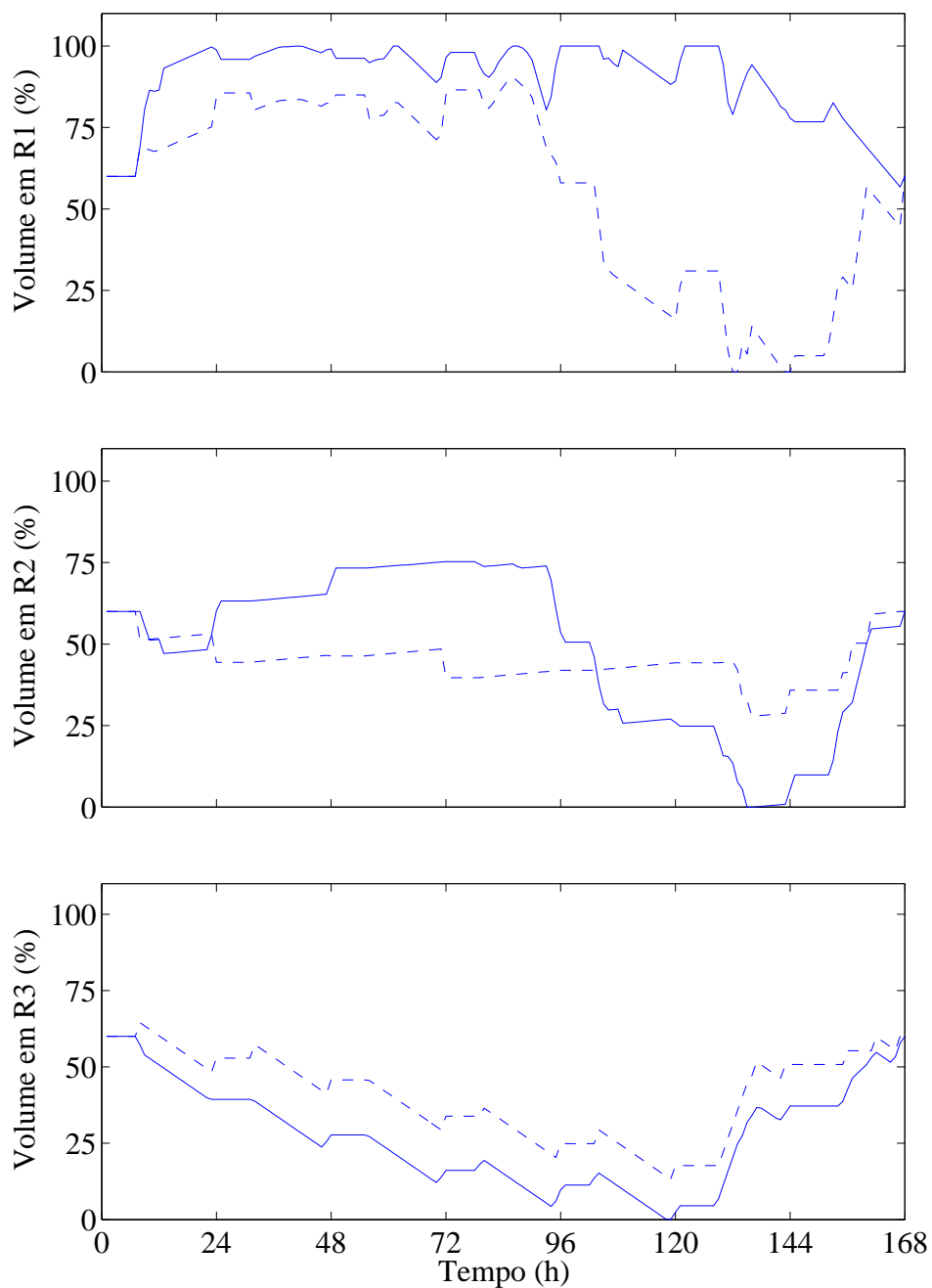


Figura 5.3 – Volume de água nos reservatórios para o Caso_A. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em PLIM.

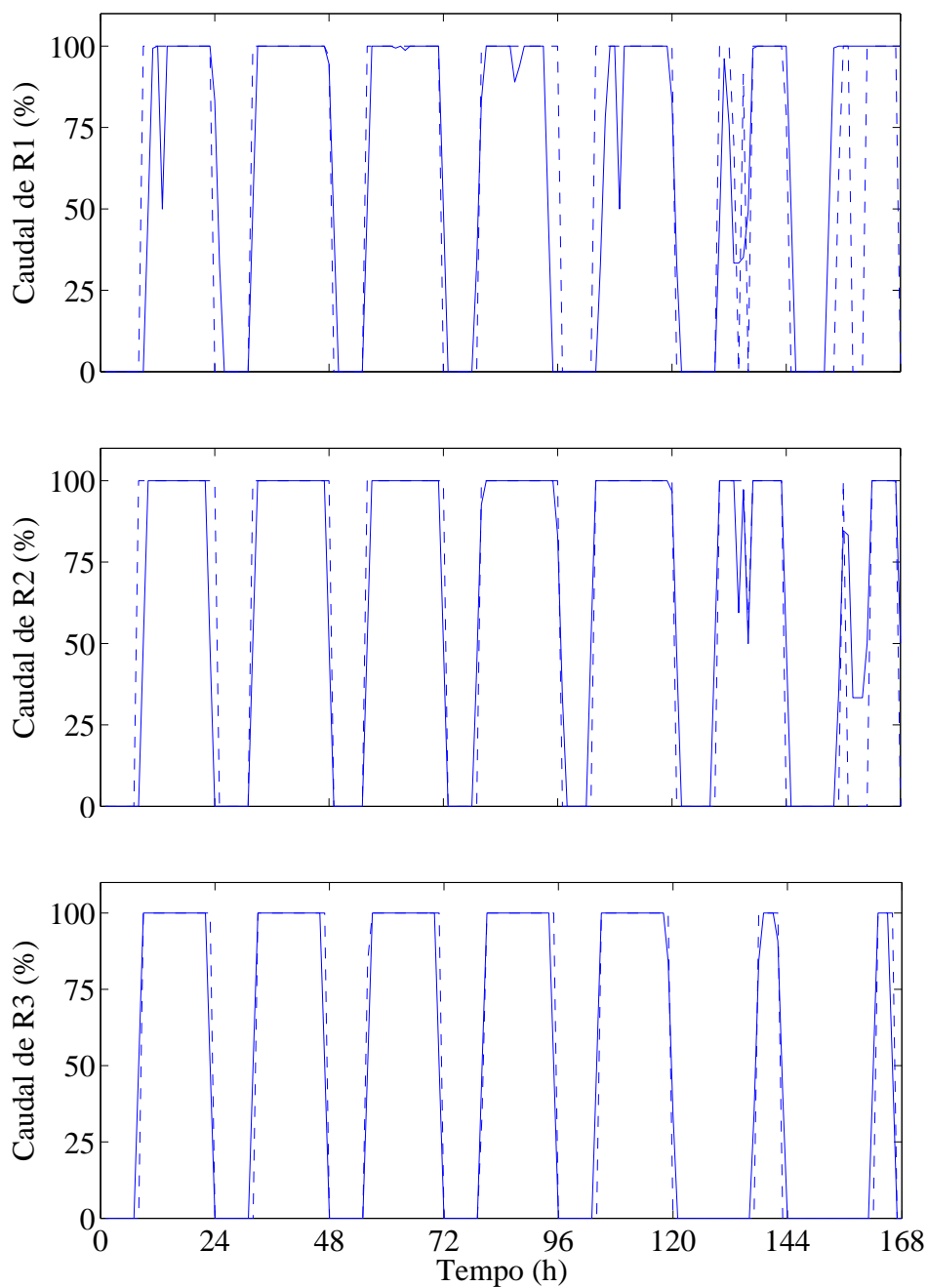


Figura 5.4 – Caudal de água turbinado para o Caso_A. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em PLIM.

Resultados Obtidos

A Tabela 5.1 estabelece uma comparação entre os resultados obtidos em cada metodologia de optimização.

Tabela 5.1 – Resultados comparativos entre as metodologias de optimização para o Caso_A.

	Metodologia de optimização	Lucro (\$)	% Aumento	Tempo de computação (s)
Caso_A	PLIM	5,258,373	-	2.16
	PNLIM	5,466,481	3.96	106.62

Os resultados obtidos para o volume de água armazenado nos reservatórios, Figura 5.3, ilustram a influência do efeito de queda na exploração óptima de recursos hídricos. Nos resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM, a trajectória para o volume de água armazenado nos reservatórios, situados no início da cascata, é elevada, visando a maximização do lucro total. Contrariamente, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no fim da cascata é reduzida, visando aumentar a altura de queda para o reservatório de montante.

As trajectórias óptimas para o caudal de água turbinado são apresentadas na Figura 5.4. A comparação entre as metodologias revela que o caudal de água turbinado muda mais rapidamente do valor mínimo para o valor máximo com a PLIM, do que com a PNLIM. O caudal de água turbinado e consequentemente a produção de electricidade tendem a seguir a forma do perfil do preço da energia eléctrica apresentado na Figura 5.2.

As restrições associadas com as zonas proibidas permitem evitar que os caudais de água turbinados se situem em intervalos inadequados à exploração, nomeadamente entre 0 e q_i . Também, a restrição de rampa incluída na metodologia permite uma adequada exploração do recurso, visto que, limita adequadamente as alterações de

caudal entre períodos consecutivos. Assim, consegue-se um planeamento operacional de sistemas de energia hidroeléctrica mais adequado. Embora o tempo computacional adicional exigido pela nova metodologia baseada em PNLIM seja mais elevado relativamente à metodologia baseada em PLIM, conseguem-se obter resultados economicamente mais favoráveis, visto que, é obtido um aumento no lucro total usando a PNLIM, comparativamente à PLIM, de aproximadamente 4%.

Caso_B

O caso de estudo é constituído por um sistema hidroeléctrico com sete reservatórios em cascata, apresentado na Figura 4.2, sendo o horizonte temporal de 24 horas. Igualmente, neste caso consideram-se restrições associadas com as zonas proibidas, as restrições de rampa e os custos de arranque para evidenciar, mais uma vez, a contribuição destas restrições para uma adequada exploração, usando a nova metodologia baseada em PNLIM.

O preço da energia previsto considerando o horizonte temporal de 24 horas é apresentado na Figura 5.5 (\$ é uma quantidade económica simbólica).

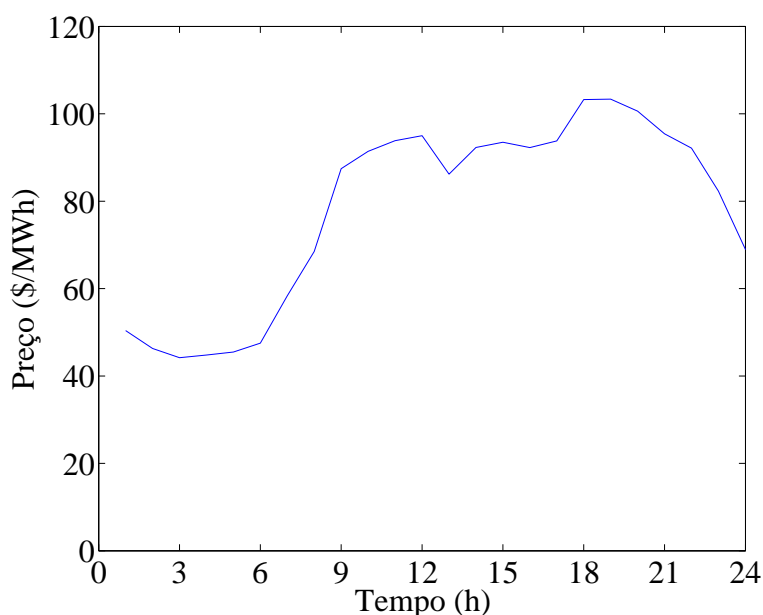


Figura 5.5 – Perfil dos preços da energia eléctrica.

Resultados Obtidos

Como anteriormente referido, as centrais hidroeléctricas numeradas na Figura 4.2 por 1, 2, 4, 5 e 7 são centrais de fio de água situados ao longo do percurso do rio e as numeradas por 3 e 6 são centrais de albufeira.

O volume final de água nos reservatórios é considerado igual ao valor no início do horizonte temporal, sendo que o volume inicial corresponde a 80% do volume máximo. Neste caso, o volume mínimo corresponde a 20% do volume máximo.

A Figura 5.6 apresenta as afluências aos reservatórios 1 a 6, sendo que a afluência ao reservatório 7 é nula. As Figuras 5.7 e 5.8 apresentam, respectivamente, o volume de água nos reservatórios e o caudal de água turbinado para o Caso_B, tendo como finalidade comparar o desempenho da PNLIM e da PLIM.

Resultados Obtidos

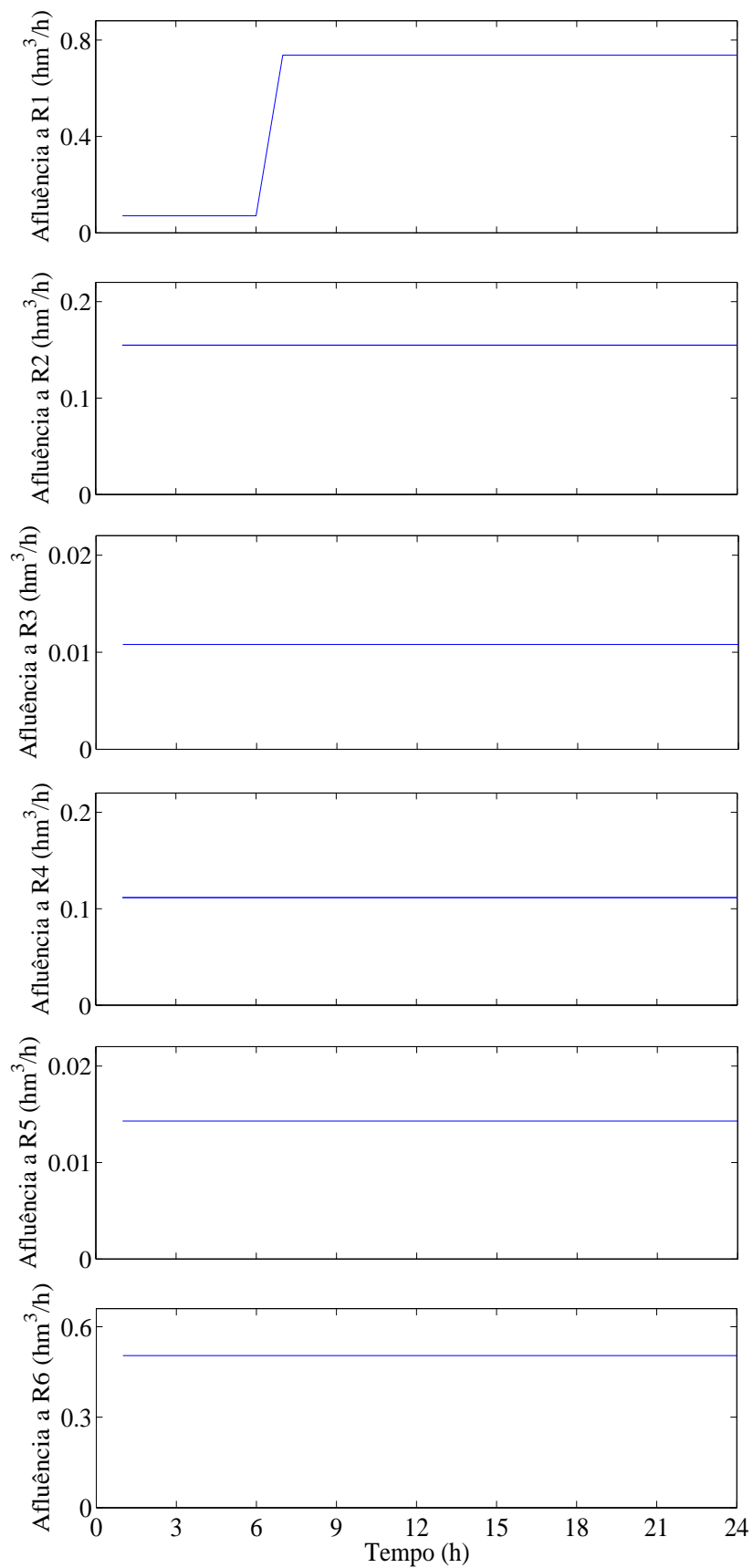


Figura 5.6 – Afluência aos reservatórios 1 a 6.

Resultados Obtidos

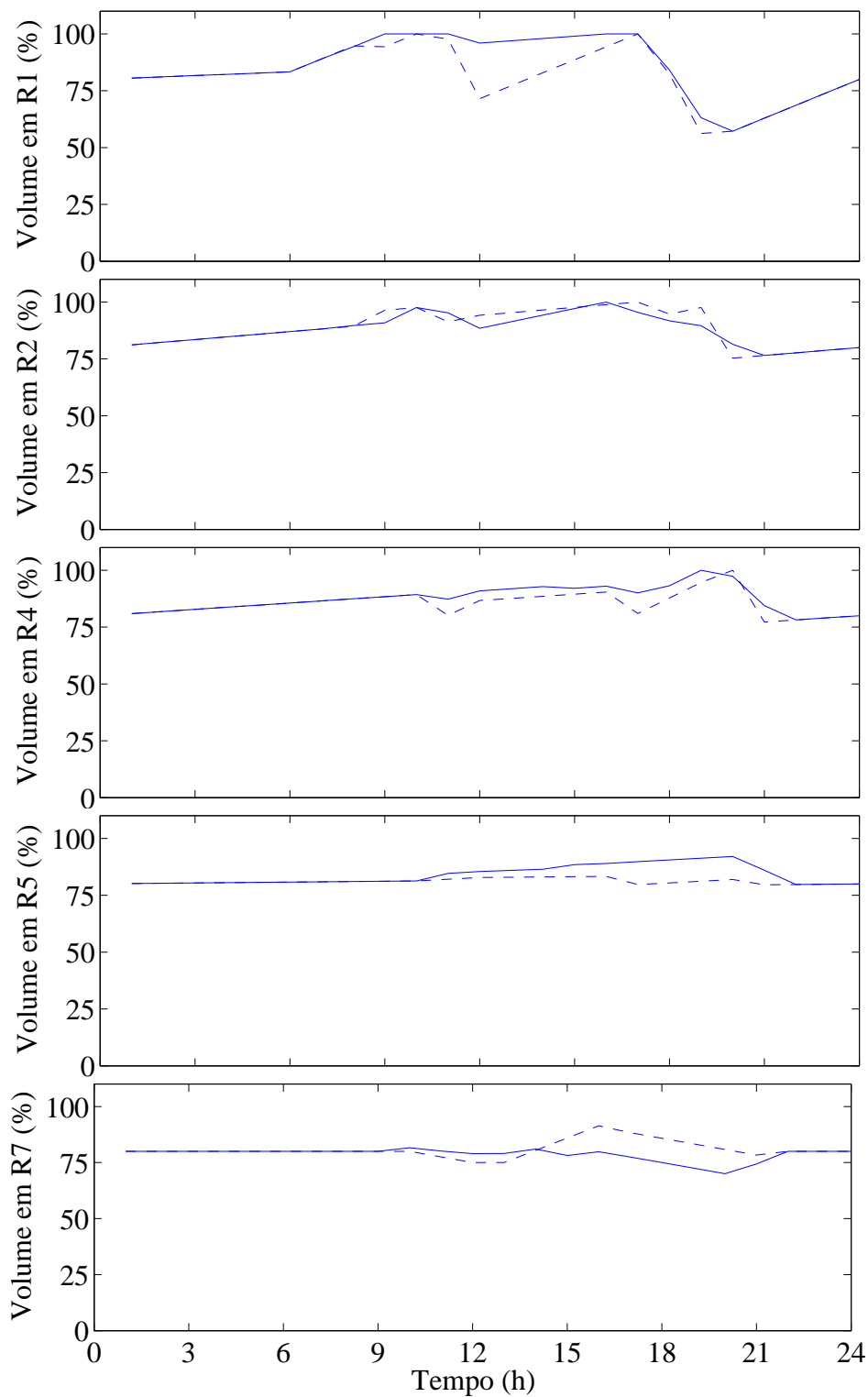


Figura 5.7 – Volume de água nos reservatórios para o Caso_B. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em PLIM.

Resultados Obtidos

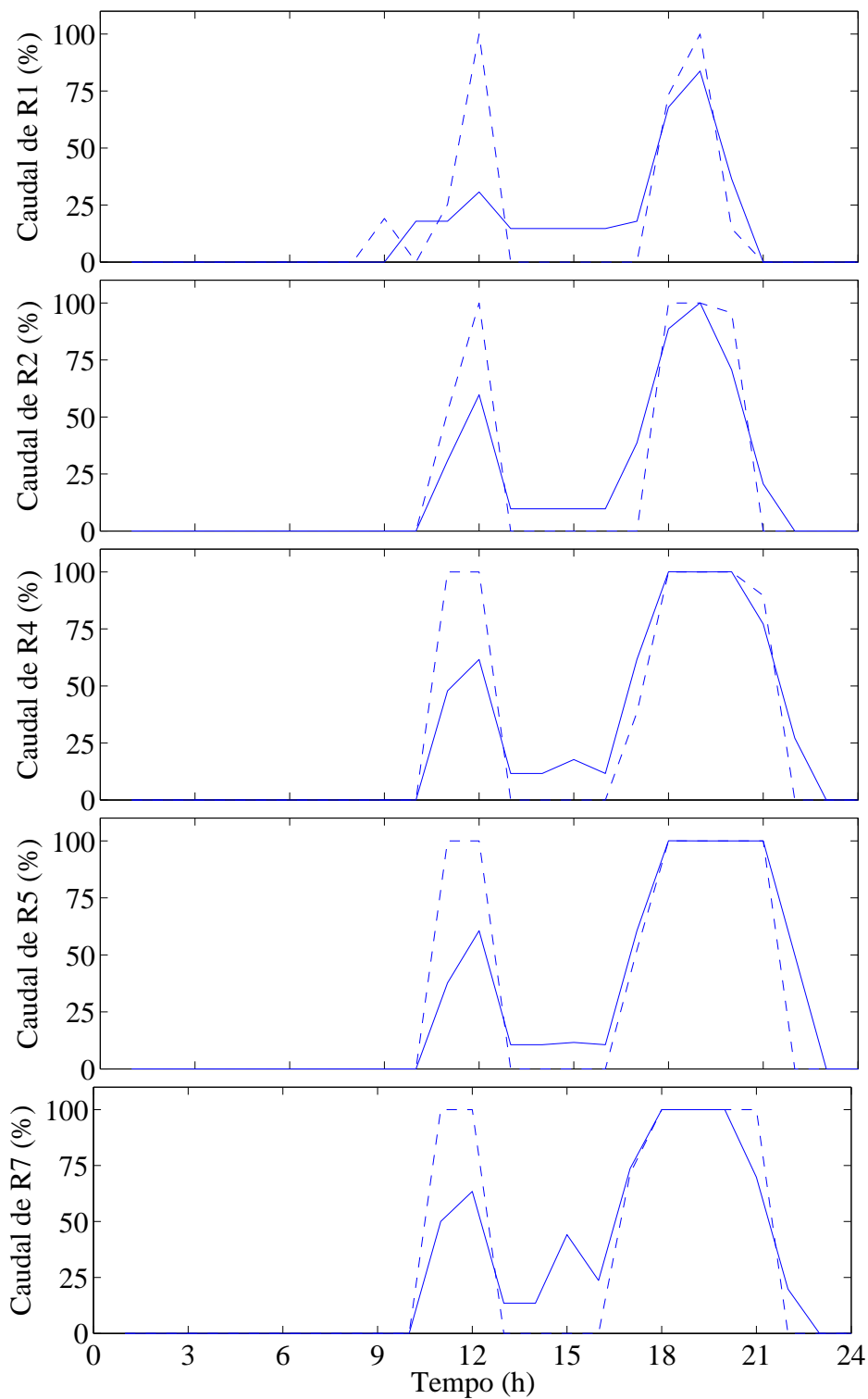


Figura 5.8 – Caudal de água turbinado para o Caso_B. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM e os resultados obtidos com uma metodologia baseada em PLIM.

Resultados Obtidos

A Tabela 5.2 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos para cada metodologia de otimização.

Tabela 5.2 – Resultados comparativos entre as metodologias de otimização para o Caso_B.

Metodologias de otimização	Caso_B	
	PLIM	PNLIM
Caudal turbinado (%)	25.00	25.00
Volume armazenado (%)	83.08	83.90
Lucro (\$)	718 335	745 990
% Aumento	-	3.85
Tempo de computação (s)	1.75	9.26

Por análise dos resultados conclui-se que o reservatório situado no início da cascata deve reter água de forma a garantir um nível de água elevado, tendo como finalidade aumentar o valor da queda, sendo uma consequência da consideração adequada do efeito de queda. O nível de água armazenada no último reservatório é mais baixo com a PNLIM do que com a PLIM, devido ao aumento da altura de queda nos reservatórios imediatamente a montante ser mais benéfica, sendo também uma consequência da consideração do efeito de queda.

Embora o caudal médio de água turbinado seja o mesmo para ambas as metodologias de otimização, o volume médio de água armazenada, calculado como a média dos volumes de água armazenada em cada hora, é superior para a nova metodologia baseada em PNLIM, devido à consideração da variação da altura de queda.

Resultados Obtidos

Assim, a nova metodologia apresenta um lucro total mais elevado, de aproximadamente 4 %. Além disso, o tempo de computação adicional é aceitável, considerando que o horizonte temporal em questão é um dia.

Assim, a nova metodologia baseada em PNLIM fornece um suporte para a tomada de decisões mais adequadas quando se pretende fazer a exploração de aproveitamentos de fio de água em cascata, onde o efeito de queda é relevante.

CAPÍTULO

6

Conclusão

Neste capítulo enuncia-se uma síntese do trabalho e apresentam-se as principais conclusões que se extraíram da investigação desenvolvida para a resolução do problema de optimização da exploração de recursos hídricos. Apontam-se ainda algumas direcções em que pode ser desenvolvida investigação de interesse relevante para a solução do problema.

6.1 Contribuições

A necessidade de construção de um modelo de otimização contribui, por si só, para uma clarificação e uma sistematização do problema a resolver. A investigação realizada caminha numa linha de construção de modelos de otimização reflectindo os aspectos relevantes dos problemas reais, evitando as simplificações que no passado foram necessárias devido à não existência de algoritmos adequados e capacidade de computação para permitir uma resolução mais fidedigna.

Uma nova metodologia de optimização, baseada em PNLIM, é proposta nesta dissertação para resolver o problema de optimização da exploração de recursos hídricos de curto prazo. Com base em estudos publicados anteriormente, foi proposta uma contribuição onde são usadas variáveis inteiras para modelar o comportamento das centrais hidroeléctricas, permitindo considerar zonas proibidas. Restrições de rampa são incluídas no modelo para suavizar as variações do caudal turbinado, uma vez que fisicamente as turbinas não devem ser sujeitas a níveis de variações elevados de caudal água turbinado.

Os resultados numéricos mostram que a metodologia proposta é computacionalmente adequada para a exploração de recursos hídricos de curto prazo, considerando o efeito de queda, as regiões proibidas de funcionamento, as restrições de rampa e os custos de arranque, a fim de obter resultados mais adequados e factíveis. O tempo adicional de computação exigido é aceitável. Em todos os casos de estudo, as simulações realizadas mostraram sempre convergência.

6.2 Direcções de Investigação

Tendo como base o estudo realizado, é de apontar ou esperar perspectivas futuras que estejam nas seguintes linhas de investigação:

Na linha de investigação que consiste em incorporar na solução do problema e resultados subsequentes o carácter aleatório do vector de preços e afluências.

Na linha de investigação complementar ao problema de optimização da exploração de recursos hídricos, visando a coordenação entre recursos hídricos e eólicos.

Referências Bibliográficas

- [Amado87] Amado, S.M., Ribeiro, C.C., “Short-term generation scheduling of hydraulic multi-reservoir multi-area interconnected systems”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. PWRS-2, No. 3, pp. 758-763, Aug. 1987.
- [Arce02] Arce, A., Ohishi, T., Soares, S., “Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 17, No. 1, pp. 154-158, Feb. 2002.
- [Borghetti08] Borghetti, A., D’Ambrosio, C., Lodi, A., Martello, S., “An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 23, No. 3, pp.1115-1124, Aug. 2008.
- [Brannlund86] Brannlund, H., Bubenko, J.A., Sjelvgren, D., Andersson, N., “Optimal short term operation planning of a large hydrothermal power system based on a nonlinear network flow concept”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. PWRS-1, No. 4, pp. 75-82, Nov. 1986.
- [Brannlund88] Brannlund, H., Sjelvgren, D., Bubenko, J.A., “Short term generation scheduling with security constraints”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 3, No. 1, pp. 310-316, Feb. 1988.
- [Carvalho94] Carvalho, P.M.S., *Convergência de Decisão na Gestão de Sistemas Estocásticos de Energia Hidro-Eléctrica*. Dissertação de Mestrado, Instituto superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal, Junho 1994.
- [Carvalho95a] Carvalho, P.M.S., Ferreira, L. A. F. M., “Convergência de Decisão na Gestão de Sistemas Estocásticos de Energia Hidroeléctrica”, *Actas das 4^{as} Jornadas Luso-Espanholas de Engenharia Electrotécnica*, Porto, 1995.

Referências Bibliográficas

- [Carvalho95b] Carvalho, P.M.S., Ferreira, L. A. F. M., "Decision Convergence in Stochastic Multireservoir Hydroelectric System Optimization", *Proceedings of Stockholm Power Tech Conf.*, Stockholm, Sweden, 1995.
- [Catalão03] Catalão, J.P.S., *Planeamento Operacional de Curto Prazo de Sistemas de Energia Hidroeléctricos*. Dissertação de Mestrado, Instituto superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal, Dezembro 2003.
- [Catalão06a] Catalão, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F., Ferreira, L. A. F. M., "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model", *Electr. Power Syst. Res.*, Vol. 76, No. 6-7, pp. 404-412, Apr. 2006.
- [Catalão06b] Catalão, J.P.S., *Novas Metodologias de Optimização em Sistemas de Energia Hidrotérmicos*. Tese de Doutoramento, Universidade da Beira Interior, Portugal, Dezembro 2006.
- [Catalão08] Catalão, J.P.S., Pousinho, H.M.I., Mendes, V.M.F., "Programação linear versus não linear na optimização da exploração de recursos hídricos", *IV Jornadas de Engenharia Electrónica e Telecomunicações e de Computadores ISEL*, Lisboa, Portugal, 20 - 21 Novembro, 2008.
- [Catalão09a] Catalão, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F., Ferreira, L. A. F. M., "Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: a nonlinear approach", *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 24, No. 2, pp. 337-346, Feb. 2009.

Referências Bibliográficas

- [Catalão09b] Catalão, J.P.S., Pousinho, H.M.I., Mendes, V.M.F., “Mixed-integer nonlinear programming for head-dependent short-term hydro scheduling”, *Proceedings of the 2009 International Conference on Power Engineering, Energy and Electrical Drives — PowerEng 2009*, Lisbon, Portugal, 18-20 Mar., 2009.
- [Catalão09c] Catalão, J.P.S., Pousinho, H.M.I., Mendes, V.M.F., “Profit-based head-sensitive behavior of a hydro chain: mixed-integer nonlinear method”, *Proceedings of the IEEE Power Tech 2009 Conference*, Bucharest, Romania, 28 Jun. - 2 Jul., 2009
- [Catalão09d] Catalão, J.P.S., Pousinho, H.M.I., Mendes, V.M.F., “Short-term hydro scheduling: mixed-integer nonlinear optimisation methodology”, *Proceedings of the 11th Spanish-Portuguese Conference on Electrical Engineering — 11CHLIE*, Zaragoza, Spain, 1-4 July, 2009.
- [Cau02] Cau, T.D.H., Kaye, R.J., “Evolutionary optimization method for multistorage hydrothermal scheduling”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 149, No. 2, pp. 152-156, Mar. 2002.
- [Chang90] Chang, S.-C., Chen, C.-H., Fong, I.-K., Luh, P.B., “Hydroelectric generation scheduling with an effective differential dynamic programming algorithm”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 5, No. 3, pp. 737-743, Aug. 1990.
- [Chang01] Chang, G. W., Aganagic, M., Waight, J. G., Medina, J., Burton, T., Reeves, S., Christoforidis, M., “Experiences with mixed integer linear programming based approaches on short-term hydro scheduling”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 16, No. 4, pp. 743-749, Nov. 2001.

- [Chen96] Chen, P.-H., Chang, H.-C., “Genetic aided scheduling of hydraulically coupled plants in hydro-thermal coordination”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 11, No. 2, pp. 975-981, May 1996.
- [Conejo02] Conejo, A.J., J.M. Arroyo, Contreras, J., Villamor, F. A., “Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 17, No. 4, pp. 1265–1272, Nov. 2002.
- [Ferreira89] Ferreira, L.A.F.M., Anderson T., Imparato, C. F., Miller, T. E., Pang, C. K., Svoboda, A., Vojdani, A. F., “Short-Term Resource Scheduling in Multi-Area Hydrothermal Power Systems”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 11, No. 3, pp. 200-212, Jul. 1989.
- [Finardi06] Finardi, E. C., Silva, E. L., “Solving the hydro unit commitment problem via dual decomposition and sequential quadratic programming”, *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 2, pp. 835-844, May 2006.
- [Franco94] Franco, P.E.C., Carvalho, M.F., Soares, S., “A network flow model for short-term hydro-dominated hydrothermal scheduling problems”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 9, No. 2, pp. 1016-1022, May 1994.
- [Guan97] Guan, X., Ni, E., Li, R., Luh, P.B., “An optimisation-based algorithm for scheduling hydrothermal power systems with cascaded reservoirs and discrete hydro constraints”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 12, No. 4, pp. 1775-1780, Nov. 1997.
- [Guan99] Guan, X., Svoboda, A., Li, C.-A., “Scheduling hydro power systems with restricted operating zones and discharge ramping constraints”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 14, No. 1, pp. 126-131, Feb. 1999.

Referências Bibliográficas

- [García-González03] García-González, J., Parrilla, E., Barquín, J., Alonso, J., Sáiz-Chicharro, A., González, A., “Under-relaxed iterative procedure for feasible short- term scheduling of a hydro chain”, *Proceedings of the IEEE Power Tech 2003 Conf.*, Bologna, Italy, 2003.
- [García-González07] García-González, J., Parrilla, E., Mateo, A., “Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market”, *Eur. J. Oper. Res.*, Vol. 181, No. 3, pp. 1354-1369, Sept. 2007.
- [Habibollahzadeh90] Habibollahzadeh, H., Frances, D., Sui, U., “A new generation scheduling program at Ontario hydro”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 5, No. 1, pp. 65-73, Feb. 1990.
- [Hreinsson88] Hreinsson, E.B., “Optimal short term operation of a purely hydroelectric system”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 3, No. 3, pp. 1072-1077, Aug. 1988.
- [Johannesen91] Johannesen, A., Gjelsvik, A., Fosso, O.B., Flatabo, N., “Optimal short term hydro scheduling including security constraints,” *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 6, No. 2, pp. 576-583, May 1991.
- [Leite02] Leite, P.T., Carneiro, A.A.F.M., Carvalho, A.C.P.L.F., “Energetic operation planning using genetic algorithms”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 17, No. 1, pp. 173-179, Feb. 2002.
- [Li97] Li, C.-A., Hsu, E., Svoboda, A.J., Tseng, C.-L., Johnson, R.B., “Hydro unit commitment in hydro-thermal optimization”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 12, No. 2, pp. 764-769, May 1997.

Referências Bibliográficas

- [Liang94] Liang, R.-H., Hsu, Y.-Y., “Scheduling of hydroelectric generations using artificial neural networks”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 141, No. 5, pp. 452-458, Sep. 1994.
- [Liang96] Liang, R.-H., Hsu, Y.-Y., “Short-term hydro-scheduling using Hopfield neural network”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 143, No. 3, pp. 269-275, May 1996.
- [Lidgate88] Lidgate, D., Amir, B. H., “Optimal operational planning for a hydro- electric generation system”, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 135, No. 3, pp. 169-181, May 1988.
- [Lyra95] Lyra, C., Ferreira, L.R.M., “A multiobjective approach to the short-term scheduling of a hydroelectric power system”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 10, No. 4, pp. 1750-1755, Nov. 1995.
- [Mendes94] Mendes, V.M.F., *Planeamento da Gestão de Curto Prazo dos Recursos Produtores de um Sistema de Energia Eléctrica no Contexto da Operação*. Tese de Doutoramento, Instituto superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Portugal, Fevereiro 1994.
- [Naresh00] Naresh, R., Sharma, J., “Hydro system scheduling using ANN approach”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 15, No. 1, pp. 388-395, Feb. 2000.
- [Naresh02] Naresh, R., Sharma, J., “Short term hydro scheduling using two-phase neural network”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 24, No. 7, pp. 583-590, Oct. 2002.
- [Ni99] Ni, E., Guan, X., Li, R., “Scheduling hydrothermal power systems with cascaded and head-dependent reservoirs”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 14, No. 3, pp. 1127-1132, Aug. 1999.

- [Nilsson96] Nilsson, O., Sjelvgren, D., “Mixed-integer programming applied to short-term planning of a hydro-thermal system”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 11, No. 1, pp. 281-286, Feb. 1996.
- [Nilsson97] Nilsson, O., Sjelvgren, D., “Hydro Unit Start-Up Costs and Their Impact on the Short-Term Scheduling Strategies of Swedish Power Producers”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 12, No. 1, pp. 38-44, Feb. 1997.
- [Oliveira05] Oliveira, A.R.L., Soares, S., Nepomuceno, L., “Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 27, No. 2, pp. 91-99, Feb. 2005.
- [Parrilla06] Parrilla, E., García-González, J., “Improving the B&B search for large-scale hydrothermal weekly scheduling problems”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 28, No. 5, pp. 339-348, Jun. 2006.
- [Pursimo98] Pursimo, J.M., Antila, H.K., Vilkkko, M.K., Lautala, P.A., “A short-term scheduling for a hydropower power plant”, *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, Vol. 20, No. 8, pp. 525-532, Nov. 1998.
- [Piekutowski94] Piekutowski, M. R., Litwinowicz, T., Frowd, R. J., “Optimal short-term scheduling for a large-scale cascaded hydro system”, *IEEE Trans. on Power Syst.*, Vol. 9, No. 2, pp. 805-811, May 1994.
- [Qing88] Qing, X., Niande, X., Shiyong, W., Boming, Z., Mei, H., “Optimal daily scheduling of cascaded plants using a new algorithm of nonlinear minimum cost network flow”, *IEEE Trans. Power Syst.*, Vol. 3, No. 3, pp. 929-935, Aug. 1988.
- [Santana06] Santana, J. J. E., Resende, M. J., “Reflectir energia”, Lidel-Edições técnicas, Lda, pp. 29, Setembro 2006.

Referências Bibliográficas

- [Uturbey07] Uturbey, W., Simões Costa, A., “Dynamic optimal power flow approach to account for consumer response in short term hydrothermal coordination studies”, *IET Gener. Transm. Distrib.*, Vol. 1, No. 3, pp. 414-421, May 2007.
- [Wood96] Wood, A.J., Wollenberg, B.F., *Power Generation, Operation and Control*, Wiley, New York, USA, 1996.
- [S1] http://bdjur.almedina.net/item.php?field=node_id&value=900180, acedido em: 08/01/2009.
- [S2] <http://www.uclm.es/area/gsee/aie/censublin/hidraulicas.pdf>, acedido em: 23/11/2008.
- [S3] <http://eduvisilva.com.sapo.pt/minihidrica.htm>, acedido em: 23/11/2008.
- [S4] http://cnpqb.inag.pt/gr_barragens/gbportugal/Lista.htm, acedido em: 23/11/2008.

Anexos

Comunicação científica:

2009 IEEE Power Tech Conference

Bucareste, Roménia, Junho-Julho 2009

*Profit-Based Head-Sensitive Behavior of a
Hydro Chain: Mixed-Integer Nonlinear Method*

Profit-Based Head-Sensitive Behavior of a Hydro Chain: Mixed-Integer Nonlinear Method

J. P. S. Catalão, *Member, IEEE*, H. M. I. Pousinho, V. M. F. Mendes

Abstract—This paper is on the problem of short-term hydro scheduling, particularly concerning a head-sensitive hydro chain. We propose a new mixed-integer nonlinear method for optimizing power generation efficiency. The proposed method considers not only the nonlinear dependence between power generation, water discharge and head, but also start-up costs for the hydro units and discontinuous operating regions, in order to obtain more realistic and feasible results. Numerical results, based on one of the main Portuguese cascaded hydro systems, illustrate the proficiency of the proposed method. Finally, conclusions are duly drawn.

Index Terms—Hydroelectric power generation, mixed-integer nonlinear method, power generation scheduling.

I. NOMENCLATURE

The notation used throughout the paper is stated as follows:

I, i	Set and index of reservoirs.
K, k	Set and index of hours in the time horizon.
λ_k	Forecasted energy price in hour k .
p_{ik}	Power generation of plant i in hour k .
SU_i	Start-up cost of plant i .
y_{ik}	Binary variable which is equal to 1 if plant i is started-up at beginning of hour k .
z_{ik}	Binary variable which is equal to 1 if plant i is shut-down at beginning of hour k .
Ψ_i	Future value of the water stored in reservoir i .
v_{ik}	Water storage of reservoir i at end of hour k .
a_{ik}	Inflow to reservoir i in hour k .
M_i	Set of upstream reservoirs to reservoir i .
q_{ik}	Water discharge by reservoir i in hour k .
s_{ik}	Water spillage by reservoir i in hour k .
h_{ik}	Head of plant i in hour k .
l_{ik}	Water level in reservoir i in hour k .
η_{ik}	Power efficiency of plant i in hour k .
u_{ik}	Binary variable which is equal to 1 if plant i is on-line in hour k .
$\bar{v}_i, \underline{v}_i$	Water storage limits of reservoir i .
$\bar{h}_i, \underline{h}_i$	Head limits of plant i .
$\bar{q}_i, \underline{q}_i$	Water discharge limits of plant i .
A	Constraint matrix.

\bar{b}, \underline{b}	Upper and lower bound vectors on constraints.
x	Vector of decision variables.
\bar{x}, \underline{x}	Upper and lower bound vectors on decision variables.
$\bar{\eta}_i, \underline{\eta}_i$	Power efficiency limits of plant i .
$\bar{l}_i, \underline{l}_i$	Water level limits of reservoir i .

II. INTRODUCTION

IN this paper, the short-term hydro scheduling (STHS) problem of a head-sensitive hydro chain is considered. Hydro plants with only a small storage capacity available are known as run-of-the-river. Due to the reservoirs small storage capacity, the operating efficiency becomes sensitive to the head—head change effect [1]. In a cascaded hydraulic configuration, where hydro plants can be connected in both series and in parallel, the release of an upstream plant contributes to the inflow of the next downstream plant. The cascaded hydraulic configuration coupled with the nonlinear head change effect, augments the problem dimension and the complexity.

In the STHS problem a time horizon of one to seven days is considered, usually discretized into hourly periods. The STHS problem is treated as a deterministic one. Where the problem includes stochastic quantities such as inflows to reservoirs or energy prices, the corresponding forecasts are used [2]. The main goal in the profit-based STHS problem is to maximize the value of total hydroelectric generation throughout the time horizon, while satisfying all hydraulic constraints, aiming the most efficient and profitable use of the water [3].

Dynamic programming (DP) is among the earliest methods applied to the STHS problem [4]-[5]. However, direct application of DP methods for hydro chains is impractical due to the well-known DP curse of dimensionality.

Artificial intelligence techniques have also been applied to the STHS problem [6]-[9]. However, due to the heuristics used in the search process only sub-optimal solutions can be reached.

A natural approach to STHS is to model the system as a network flow model [10], because of the underlying network structure subjacent in hydro chains. The network flow model is often simplified as a linear or piecewise linear one. Linear programming (LP) is a widely used method for STHS [11]. However, LP typically considers that hydroelectric power generation is linearly dependent on water discharge, thus ignoring head-dependency to avoid nonlinearities.

J. P. S. Catalão and H. M. I. Pousinho are with the University of Beira Interior, Covilha, Portugal (e-mail: catalao@ubi.pt; hmi-21@hotmail.com).

V. M. F. Mendes is with the Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisbon, Portugal (e-mail: vfmendes@isiel.pt).

Mixed-integer linear programming (MILP) is becoming often used for STHS [12]-[15], where integer variables allow modeling of start-up costs, which are mainly caused by the increased maintenance of windings and mechanical equipment and by malfunctions of the control equipment [16].

Hydro scheduling is in nature a nonlinear optimization problem. A nonlinear model has advantages compared with a linear one. A nonlinear model expresses hydroelectric generation characteristics more accurately and the head change effect can be taken into account [17]-[18]. However, the nonlinear model cannot avoid water discharges at forbidden intervals, and ignoring start-up costs may give schedules unacceptable from an operation point of view.

In this paper, we propose a new mixed-integer nonlinear programming (MINLP) method to solve the STHS problem. The proposed method considers not only head-dependency but also start/stop of units. We report our experience with the proposed method on a case study based on one of the main Portuguese cascaded hydro systems.

This paper is organized as follows. Section 3 provides the mathematical formulation of the STHS problem. Section 4 presents the proposed MINLP method to solve the STHS problem. Section 5 provides the results from the case study. Finally, concluding remarks are given in Section 6.

III. PROBLEM FORMULATION

A. Objective Function

In this paper, the objective function to be maximized is expressed as

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K (\lambda_k p_{ik} - SU_i y_{ik}) + \sum_{i=1}^I \Psi_i(v_{iK}) \quad (1)$$

In (1), the first term is related to the revenues of each plant i in the hydro chain, whereas the second term represents the start-up costs. The last term expresses the future value of the water stored in the reservoirs in the last period K [19].

B. Hydro Constraints

1) *Water Balance*: The water balance equation for each reservoir is formulated as

$$v_{ik} = v_{i,k-1} + a_{ik} + \sum_{m \in M_i} (q_{mk} + s_{mk}) - q_{ik} - s_{ik} \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (2)$$

assuming that the time required for water to travel from a reservoir to a reservoir directly downstream is less than the one hour period.

2) *Head*: The head is considered a function of the water levels in the upstream and downstream reservoirs

$$h_{ik} = l_{f(i)k}(v_{f(i)k}) - l_{t(i)k}(v_{t(i)k}) \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (3)$$

3) *Power Generation*: Power generation is considered a function of water discharge and hydro power efficiency

$$p_{ik} = q_{ik} \eta_{ik}(h_{ik}) \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (4)$$

Hydro power efficiency is expressed as the output-input ratio, depending on the head. The hydroelectric power generation characteristics can be graphically represented by a family of nonlinear curves, also known as unit performance curves, each curve for a specific value of the head (see Fig. 1).

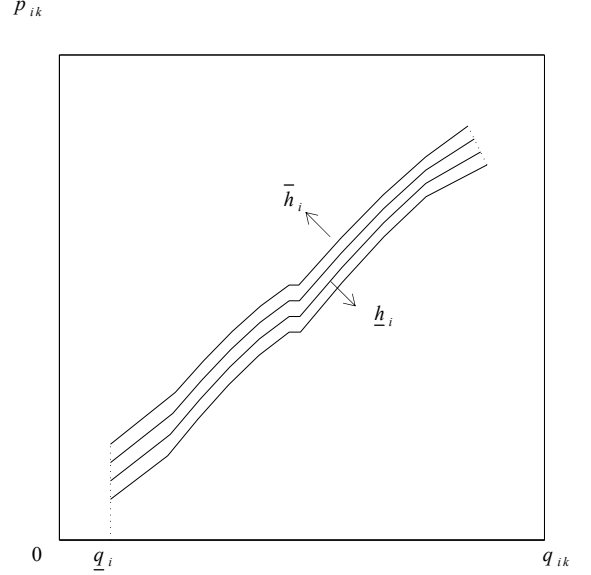


Fig. 1. Unit performance curves.

4) *Water Storage*: Water storage has lower and upper bounds

$$v_i \leq v_{ik} \leq \bar{v}_i \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (5)$$

5) *Water Discharge*: Water discharge has lower and upper bounds

$$u_{ik} \underline{q}_i \leq q_{ik} \leq u_{ik} \bar{q}_i \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (6)$$

6) *Water Spillage*: We consider a null lower bound for water spillage

$$s_{ik} \geq 0 \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (7)$$

Water spillage can occur when without it the water storage exceeds its upper bound, so spilling is necessary due to safety considerations. The spillage effects were considered in [20].

7) *Logical Status of Commitment*: The following constraints

$$y_{ik} - z_{ik} = u_{ik} - u_{i,k-1} \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (8)$$

are necessary to model the start-up and shut-down status of the plants. Although variables z_{ik} may seem superfluous since they only appear in (8), extensive numerical simulations have proven their ability in considerably reducing computation time [12].

The initial water storages and inflows to reservoirs are assumed known. Also, the energy prices are considered as deterministic input data for our STHS problem. Nevertheless, several techniques are available in the literature to forecast these prices [21]-[26].

IV. MIXED-INTEGGER NONLINEAR METHOD

The MINLP problem can be stated as to maximize

$$F(x) \quad (9)$$

subject to

$$\underline{b} \leq Ax \leq \bar{b} \quad (10)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x} \quad (11)$$

$$x_j \text{ integer } \forall j \in J \quad (12)$$

In (9), the function $F(\cdot)$ is a nonlinear function of the vector x of decision variables. Equality constraints are defined by setting the lower bound equal to the upper bound, i.e. $\underline{b} = \bar{b}$. The variables x_j are restricted to be integers. The lower and upper bounds for water discharge imply new inequality constraints that will be rewritten into (10).

As expressed in (3) and (4), water level and hydro power efficiency depend respectively on water storage and head.

We consider a linearization of hydro power efficiency of plants given by

$$\eta_{ik} = \alpha_i h_{ik} + \eta_i^0 \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (13)$$

where the parameters α_i and η_i^0 are given by

$$\alpha_i = (\bar{\eta}_i - \underline{\eta}_i) / (\bar{h}_i - \underline{h}_i) \quad \forall i \in I \quad (14)$$

$$\eta_i^0 = \bar{\eta}_i - \alpha_i \bar{h}_i \quad \forall i \in I \quad (15)$$

Also, we consider a linearization of the water level function given by

$$l_{ik} = \beta_i v_{ik} + l_i^0 \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (16)$$

where the parameters β_i and l_i^0 are given by

$$\beta_i = (\bar{l}_i - \underline{l}_i) / (\bar{v}_i - \underline{v}_i) \quad \forall i \in I \quad (17)$$

$$l_i^0 = \bar{l}_i - \beta_i \bar{v}_i \quad \forall i \in I \quad (18)$$

Substituting (13) into (4) we have

$$p_{ik} = q_{ik} (\alpha_i h_{ik} + \eta_i^0) \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (19)$$

Therefore, substituting (3) and (16) into (19), power generation becomes a nonlinear function of water discharge and water storage, given by

$$p_{ik} = \alpha_i \beta_{f(i)} q_{ik} v_{f(i)k} - \alpha_i \beta_{t(i)} q_{ik} v_{t(i)k} + \chi_i q_{ik} \quad \forall i \in I, \quad \forall k \in K \quad (20)$$

with

$$\chi_i = \alpha_i (l_{f(i)}^0 - l_{t(i)}^0) + \eta_i^0 \quad \forall i \in I \quad (21)$$

Hence, a major advantage of our MINLP method is to consider the head change effect in a single function (20) of

water discharge and water storage that can be used in a straightforward way, instead of deriving several curves for different heads. As a new contribution to earlier studies [17]-[18], start-up costs for the hydro units and discontinuous operating regions are considered.

V. CASE STUDY

The proposed MINLP method has been applied on one of the main Portuguese cascaded hydro systems. Our model has been developed and implemented in MATLAB. The numerical testing has been performed on a 600-MHz-based processor with 256 MB of RAM.

A. Input Data

The realistic hydro chain has seven cascaded reservoirs and is shown in Fig. 2.

The hydro plants numbered in Fig. 2 as 1, 2, 4, 5 and 7 are run-of-the-river hydro plants. The hydro plants numbered as 3 and 6 are storage hydro plants. Hence, for the storage hydro plants the head change effect is neglected, due to the small head variation during the short-term time horizon. Inflow is considered only on reservoirs 1 to 6. The final water storage in the reservoirs is constrained to be equal to the initial water storage. The hydro units start-up costs have been estimated as a function of its nominal output power, $SU_i = \bar{p}_i \times 2.5$, as in [14]. Also, we consider forbidden zones for the hydro units.

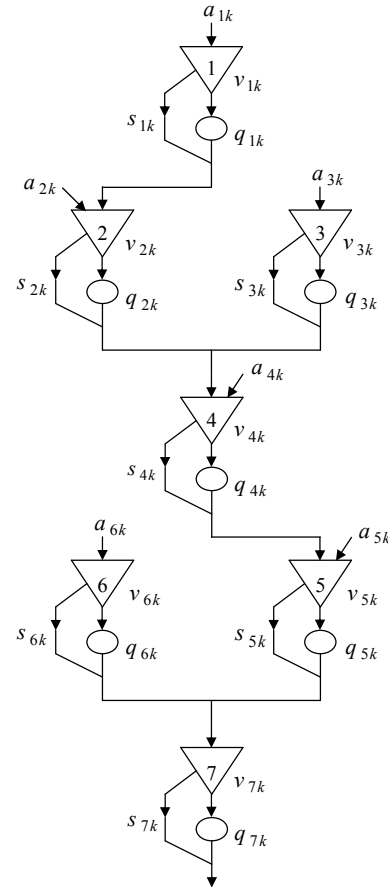


Fig. 2. Cascaded hydro system.

The time horizon is one day divided into 24 hourly intervals. The energy price profile considered over the short-term time horizon is shown in Fig. 3 (\$ is a symbolic economic quantity).

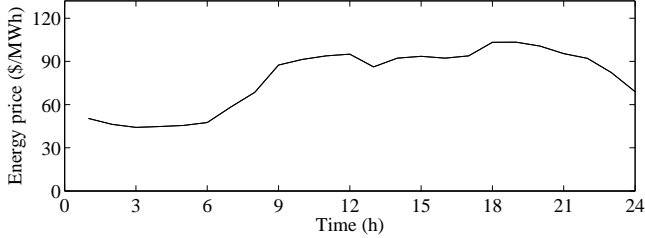


Fig. 3. Energy price profile.

B. Result Analysis

The storage trajectories of the run-of-the-river reservoirs are shown in Fig. 4. The solid lines denote MINLP results while the dashed lines denote MILP results.

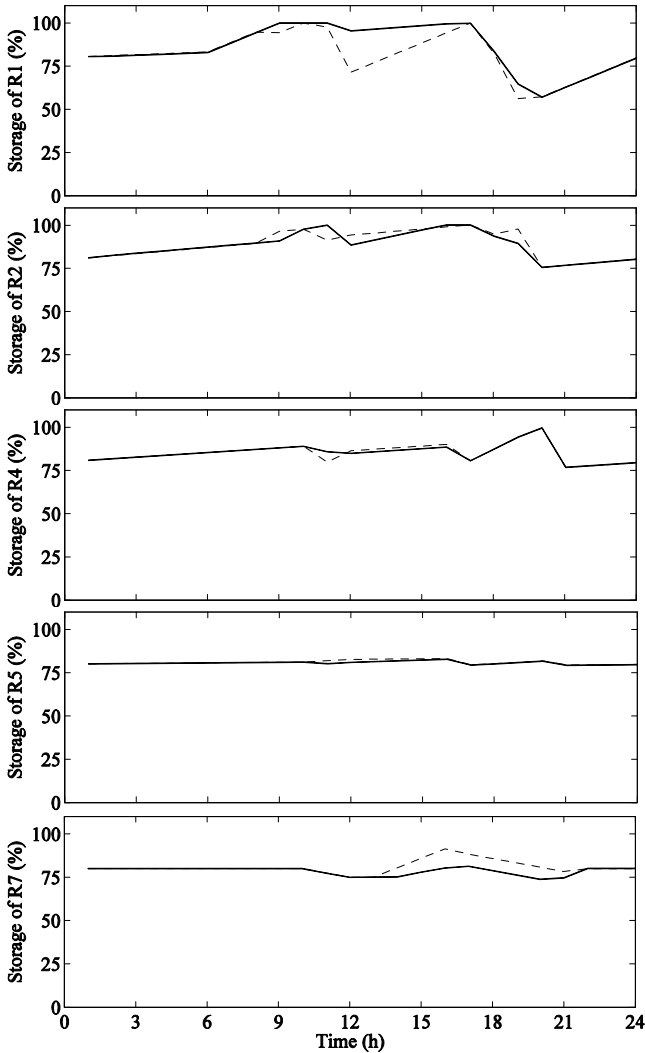


Fig. 4. Storage trajectories of the reservoirs 1, 2, 4, 5 and 7.

The comparison of MINLP with MILP results, shown in Fig. 4, reveals the influence of considering the head change effect in the behavior of the reservoirs. The upstream reservoir should operate at a suitable high storage level in order to benefit the power generation efficiency of its associated plant, due to the head change effect. Hence, the storage trajectory of the upstream reservoir is pulled up using the MINLP method. Instead, the storage trajectory of the last downstream reservoir is pulled down using the MINLP method, thereby improving the head for the immediately upstream reservoirs. Hence, a higher efficiency of the last downstream plant is not important for the overall profit in this hydro system.

The discharge profiles for the run-of-the-river reservoirs are shown in Fig. 5. Again, the solid lines denote MINLP results while the dashed lines denote MILP results.

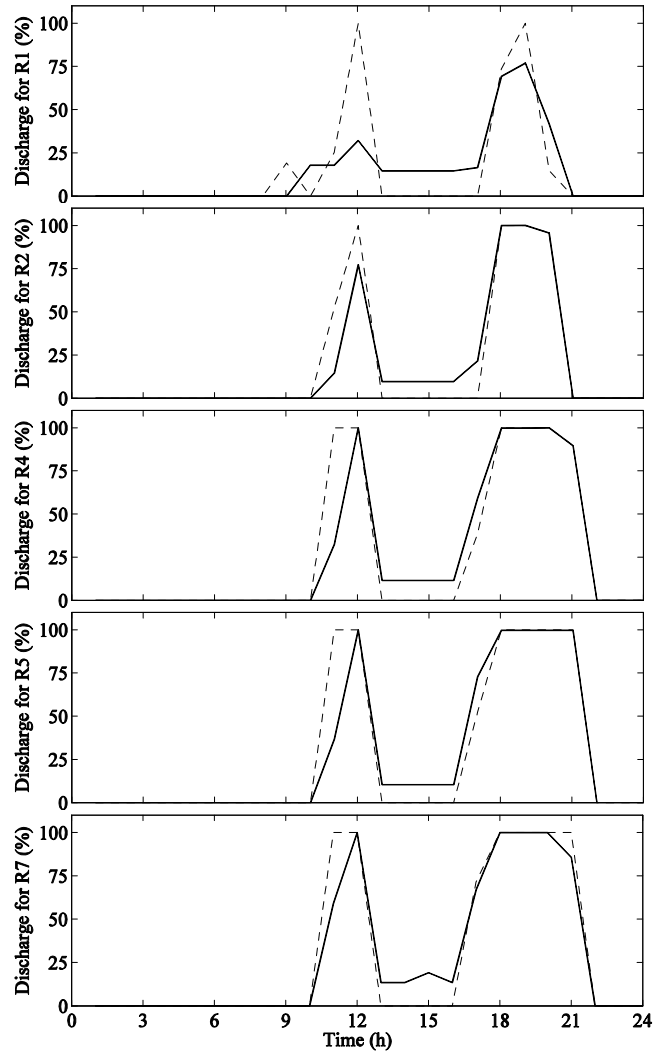


Fig. 5. Discharge profiles for the reservoirs 1, 2, 4, 5 and 7.

The comparison of MINLP with MILP results, shown in Fig. 5, reveals that the water discharge changes more quickly from the minimum value to the upper value in the MILP results than in the MINLP results, due to the head change effect.

As a new contribution to earlier studies [17]-[18], the water discharges at forbidden zones are avoided, namely between 0 and q_j . Also, including start-up costs in the objective function implies a different behavior of the reservoirs: once a hydro unit is committed, it tends to remain on-line during more hours, avoiding frequent start-ups.

The main numerical results for the hydro system are summarized in Table I. Although the average water discharge is as expected the same for both optimization methods, the average storage is superior with the proposed MINLP method, due to the consideration of the head change effect.

TABLE I
COMPARISON OF MINLP WITH MILP RESULTS

Method	Average Discharge (%)	Average Storage (%)	Total Profit ($\$ \times 10^3$)	CPU (s)
MILP	25.00	83.08	718.33	1.75
MINLP	25.00	83.19	747.52	21.95

Thus, regardless of the price scenario considered, with the proposed MINLP method we have a higher total profit for the H-GENCO, about 4%. Moreover, the additional CPU time required is acceptable.

In order to model head variations in MILP, the discretization of the nonlinear dependence between power generation, water discharge and head is required. However, such discretization augments the computational burden required to solve the STHS problem. For instance, the optimal solution reported in [12] required 22 minutes of CPU time, on a 400-MHz-based processor with 500 MB of RAM.

A major advantage of our MINLP method is to consider the head change effect in a single function of water discharge and water storage that can be used in a straightforward way, instead of deriving several curves for different heads. In our paper, the optimal solution requires about 22 seconds of CPU time, on a 600-MHz-based processor with 256 MB of RAM, considering head-dependency, discontinuous operating regions and start-up costs. Hence, the proposed MINLP method is both accurate and computationally acceptable, providing better results for head-sensitive hydro chains.

VI. CONCLUSIONS

A new MINLP method is proposed for the STHS problem, considering not only head-dependency, but also start/stop of units. A major advantage of our method is to consider the head change effect in a single function of water discharge and water storage that can be used in a straightforward way, instead of deriving several curves for different heads. Due to the more realistic modeling presented in this paper, an enhanced STHS is provided, assuring simultaneously an acceptable computation time.

VII. ACKNOWLEDGMENT

The authors gratefully acknowledge the contributions of Professor L. A. F. M. Ferreira and Dr. S. J. P. S. Mariano.

VIII. REFERENCES

- [1] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 76, no. 6-7, pp. 404-412, Apr. 2006.
- [2] L. A. F. M. Ferreira, T. Andersson, C. F. Imparato, T. E. Miller, C. K. Pang, A. Svoboda, and A. F. Vojdani, "Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 11, no. 3, pp. 200-212, Jul. 1989.
- [3] S. J. P. S. Catalão, J. P. S. Catalão, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Optimising power generation efficiency for head-sensitive cascaded reservoirs in a competitive electricity market," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 30, no. 2, pp. 125-133, Feb. 2008.
- [4] S. M. Amado and C. C. Ribeiro, "Short-term generation scheduling of hydraulic multi-reservoir multi-area interconnected systems," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. PWRS-2, no. 3, pp. 758-763, Aug. 1987.
- [5] A. Arce, T. Ohishi, and S. Soares, "Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 1, pp. 154-158, Feb. 2002.
- [6] P. T. Leite, A. A. F. M. Carneiro, and A. C. P. L. F. Carvalho, "Energetic operation planning using genetic algorithms," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 1, pp. 173-179, Feb. 2002.
- [7] R. Naresh and J. Sharma, "Short term hydro scheduling using two-phase neural network," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 24, no. 7, pp. 583-590, Oct. 2002.
- [8] C. W. Jiang and E. Bompard, "A self-adaptive chaotic particle swarm algorithm for short term hydroelectric system scheduling in deregulated environment," *Energy Conv. Manag.*, vol. 46, no. 17, pp. 2689-2696, Oct. 2005.
- [9] W. Jiekang, Z. Jianquan, C. Guotong, and Z. Hongliang, "A hybrid method for optimal scheduling of short-term electric power generation of cascaded hydroelectric plants based on particle swarm optimization and chance-constrained programming," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 4, pp. 1570-1579, Nov. 2008.
- [10] A. R. L. Oliveira, S. Soares, and L. Nepomuceno, "Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 27, no. 2, pp. 91-99, Feb. 2005.
- [11] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*. New York: Wiley, 1996.
- [12] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, and F. A. Villamor, "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, no. 4, pp. 1265-1272, Nov. 2002.
- [13] J. García-González, E. Parrilla, J. Barquín, J. Alonso, A. Sáiz-Chicharro, and A. González, "Under-relaxed iterative procedure for feasible short-term scheduling of a hydro chain," presented at the IEEE Power Tech Conf., Bologna, Italy, 2003.
- [14] J. García-González, E. Parrilla, and A. Mateo, "Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 181, no. 3, pp. 1354-1369, Sept. 2007.
- [15] A. Borghetti, C. D'Ambrosio, A. Lodi, and S. Martello, "An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 1115-1124, Aug. 2008.
- [16] O. Nilsson and D. Sjelvgren, "Hydro unit start-up costs and their impact on the short term scheduling strategies of Swedish power producers," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 12, no. 1, pp. 38-43, Feb. 1997.
- [17] S. J. P. S. Mariano, J. P. S. Catalão, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Profit-based short-term hydro scheduling considering head-dependent power generation," presented at the IEEE Power Tech Conf., Lausanne, Switzerland, 2007.
- [18] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: a nonlinear approach," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 24, no. 1, pp. 337-346, Feb. 2009.

- [19] W. Uturbey and A. Simões Costa, "Dynamic optimal power flow approach to account for consumer response in short term hydrothermal coordination studies," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 1, no. 3, pp. 414–421, May 2007.
- [20] A. L. Diniz and M. E. P. Maceira, "A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, no. 3, pp. 1298–1308, Aug. 2008.
- [21] J. Contreras, R. Espínola, F. J. Nogales, and A. J. Conejo, "ARIMA models to predict next-day electricity prices," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 3, pp. 1014–1020, Aug. 2003.
- [22] A. M. González, A. M. San Roque, and J. García-González, "Modeling and forecasting electricity prices with input/output hidden Markov models," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 1, pp. 13–24, Feb. 2005.
- [23] A. J. Conejo, M. A. Plazas, R. Espínola, and A. B. Molina, "Day-ahead electricity price forecasting using the wavelet transform and ARIMA models," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 20, no. 2, pp. 1035–1042, May 2005.
- [24] A. T. Lora, J. M. R. Santos, A. G. Expósito, J. L. M. Ramos, and J. C.R. Santos, "Electricity market price forecasting based on weighted nearest neighbors techniques," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 3, pp. 1294–1301, Aug. 2007.
- [25] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Short-term electricity prices forecasting in a competitive market: a neural network approach," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 77, no. 10, pp. 1297–1304, Aug. 2007.
- [26] N. Amjady and F. Keynia, "Day ahead price forecasting of electricity markets by a mixed data model and hybrid forecast method," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 30, no. 9, pp. 533–546, Nov. 2008.

IX. BIOGRAPHIES

J. P. S. Catalão (M'04) received the M.Sc. degree from the Instituto Superior Técnico, Lisbon, Portugal, in 2003 and the Ph.D. degree from the University of Beira Interior, Covilha, Portugal, in 2007.

He is currently an Assistant Professor at the University of Beira Interior. His research interests include hydro scheduling, unit commitment, price forecasting, wind energy systems, and electricity markets. He is the author or co-author of more than 70 scientific papers presented at international conferences or published in reviewed journals.

Dr. Catalão is an Associate Editor for the *International Journal of Power and Energy Systems*, and a Member of the Editorial Board of *Electric Power Components & Systems*. Also, he is a regular reviewer for IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS, and other IEEE and *International Journals*.

H. M. I. Pousinho received the electromechanical engineering degree (with honors) from the University of Beira Interior, Covilha, Portugal, in 2008.

He is currently finishing his M.Sc. degree at the University of Beira Interior, in collaboration with the Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisbon, Portugal. His research interests include hydro scheduling, unit commitment, and price forecasting.

V. M. F. Mendes received the M.Sc. and Ph.D. degrees from the Instituto Superior Técnico, Lisbon, Portugal, in 1987 and 1994, respectively.

He is currently a Coordinator Professor with Aggregation at the Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, Lisbon, Portugal. His research interests include hydrothermal scheduling, optimization theory and its applications, and renewable energies. He is the author or co-author of more than 110 scientific papers presented at international conferences or published in reviewed journals.

Comunicação científica:

*2009 International Conference on Power Engineering,
Energy and Electrical Drives — PowerEng 2009*

Lisboa, Março 2009

*Mixed-Integer Nonlinear Programming for
Head-Dependent Short-Term Hydro Scheduling*

Mixed-Integer Nonlinear Programming for Head-Dependent Short-Term Hydro Scheduling

J.P.S. Catalão¹, H.M.I. Pousinho¹, V.M.F. Mendes²

¹University of Beira Interior, ²Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
E-mail: catalao@ubi.pt; hmi-21@hotmail.com; vfmendes@isel.pt

Abstract—This paper is on the problem of short-term hydro scheduling, particularly concerning a head-dependent hydro chain. We propose a novel mixed-integer nonlinear programming approach for optimizing power generation efficiency. The proposed approach considers not only the nonlinear dependence between power generation, water discharge and head, but also discontinuous operating regions, in order to obtain more realistic and feasible results. Numerical results, based on one of the Portuguese cascaded hydro systems, illustrate the proficiency of the proposed approach. Finally, conclusions are duly drawn.

I. INTRODUCTION

In this paper, the short-term hydro scheduling (STHS) problem of a head-dependent hydro chain is considered. Hydro plants with only a small storage capacity available are known as run-of-the-river. Due to the reservoirs small storage capacity, the operating efficiency becomes sensitive to the head—head change effect [1].

In a cascaded hydraulic configuration, where hydro plants can be connected in both series and in parallel, the release of an upstream plant contributes to the inflow of the next downstream plant. The cascaded hydraulic configuration coupled with the nonlinear head change effect, augments the problem dimension and the complexity.

In the STHS problem a time horizon of one to seven days is considered, usually discretized into hourly periods. The STHS problem is treated as a deterministic one. Where the problem includes stochastic quantities such as inflows to reservoirs or energy prices, the corresponding forecasts are used [2].

The main goal in the profit-based STHS problem is to maximize the value of total hydroelectric generation throughout the time horizon, while satisfying all hydraulic constraints, aiming the most efficient and profitable use of the water [3].

Dynamic programming (DP) is among the earliest methods applied to the STHS problem [4]. However, direct application of DP methods for cascaded hydro systems is impractical due to the well-known DP curse of dimensionality.

Artificial intelligence techniques have also been applied to the STHS problem, namely genetic algorithms [5] and neural networks [6]. However, due to the heuristics used in the search process only sub-optimal solutions can be reached.

A natural approach to STHS is to model the system as a network flow model [7], because of the underlying network structure subjacent in hydro chains.

The network flow model is often simplified as a linear or piecewise linear one. Linear programming (LP) is a widely used method for STHS [8]. However, LP typically considers that hydroelectric power generation is linearly dependent on water discharge, thus ignoring head-dependency to avoid nonlinearities.

Mixed-integer linear programming (MILP) is becoming often used for STHS [9]-[11], where integer variables allow modeling of start-up costs, which are mainly caused by the increased maintenance of windings and mechanical equipment, and by malfunctions of the control equipment.

Hydro scheduling is in nature a nonlinear optimization problem. A nonlinear model has advantages compared with a linear one. A nonlinear model expresses hydroelectric generation characteristics more accurately and the head change effect can be taken into account [1], [3]. However, the nonlinear model cannot avoid water discharges at forbidden intervals.

In this paper, we propose a novel mixed-integer nonlinear programming (MINLP) approach to solve the STHS problem. The proposed approach considers not only head-dependency but also discontinuous operating regions. We report our experience with the proposed approach on a case study based on one of the Portuguese cascaded hydro systems. Computer simulations obtained by using the optimization solver package Xpress-MP/Matlab are presented, and conclusions are duly drawn.

II. PROBLEM FORMULATION

A. Objective Function

In this paper, the objective function to be maximized is expressed as

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda_k p_{ik} + \sum_{i=1}^I \Psi_i(v_{iK}), \quad (1)$$

where I is the total number of reservoirs, K is the total number of hours in the time horizon, λ_k is the forecasted energy price in hour k , p_{ik} is the power generation of plant i in hour k , Ψ_i is the future value of the water stored in reservoir i , and v_{ik} is the water storage of reservoir i at end of hour k . In (1), the first term is related to the revenues of each plant i in the hydro chain. The last term expresses the future value of the water stored in the reservoirs in the last period K .

B. Hydro Constraints

1) *Water balance*: the water balance equation for each reservoir is formulated as

$$v_{ik} = v_{i,k-1} + a_{ik} + \sum_{m \in M_i} (q_{mk} + s_{mk}) - q_{ik} - s_{ik}, \quad (2)$$

where a_{ik} is the inflow to reservoir i in hour k , M_i is the set of upstream reservoirs to reservoir i , q_{ik} is the water discharge by reservoir i in hour k , and s_{ik} is the water spillage by reservoir i in hour k . We assume that the time required for water to travel from a reservoir to a reservoir directly downstream is less than the one hour period.

2) *Head*: the head is considered a function of the water levels in the upstream and downstream reservoirs

$$h_{ik} = l_{f(i)k}(v_{f(i)k}) - l_{t(i)k}(v_{t(i)k}), \quad (3)$$

where h_{ik} is the head of plant i in hour k , and l_{ik} is the water level in reservoir i in hour k .

3) *Power generation*: power generation is considered a function of water discharge and hydro power efficiency

$$p_{ik} = q_{ik} \eta_{ik}(h_{ik}), \quad (4)$$

where η_{ik} is the power efficiency of plant i in hour k . Hydro power efficiency is expressed as the output-input ratio, depending on the head. The hydroelectric power generation characteristics can be graphically represented by a family of nonlinear curves, also known as unit performance curves, each curve for a specific value of the head (see Fig. 1).

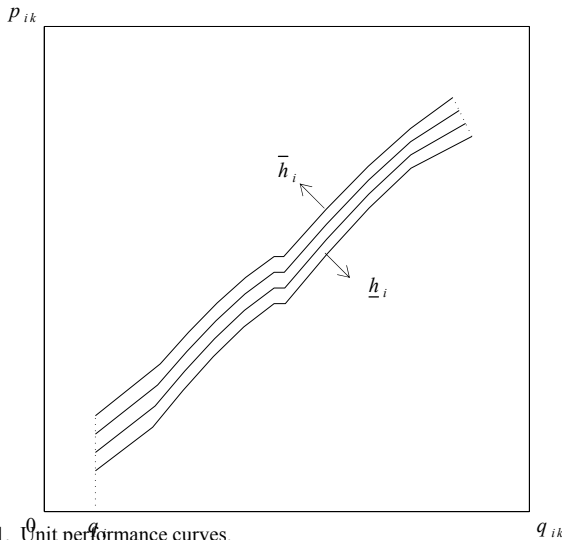


Fig. 1. Unit performance curves.

4) *Water storage*: water storage has lower and upper bounds

$$\underline{v}_i \leq v_{ik} \leq \bar{v}_i, \quad (5)$$

5) *Water discharge*: water discharge for plant i has by hypothesis R_i discontinuous operating regions defined by lower bounds and upper bounds, defining the feasible operation discharge regions for plant i

$$Q_i^{(r)} = [\underline{q}_i^{(r)}, \bar{q}_i^{(r)}], \quad (6)$$

where $r = 1, 2, \dots, R_i$. Hence, water discharge is given by

$$u_{ik}^{(r)} \underline{q}_i^{(r)} \leq q_{ik} \leq u_{ik}^{(r)} \bar{q}_i^{(r)}, \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^{R_i} u_{ik}^{(r)} \leq 1, \quad (8)$$

$$q_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} q_{ik}^{(r)}, \quad (9)$$

where $u_{ik}^{(r)}$ is a binary variable which is equal to 1 if plant i is operating in region $Q_i^{(r)}$ in hour k , otherwise is equal to 0.

6) *Water spillage*: we consider a null lower bound for water spillage

$$s_{ik} \geq 0. \quad (10)$$

Water spillage can occur when without it the water storage exceeds its upper bound, so spilling is necessary due to safety considerations. The initial water storages and inflows to reservoirs are assumed known. Also, the energy prices are considered as deterministic input data for our STHS problem. Nevertheless, several techniques are available in the literature to forecast these prices [12]-[14].

III. MINLP APPROACH

MINLP can be stated as to maximize

$$F(x), \quad (11)$$

subject to

$$-\infty < \underline{x} \leq x \leq \bar{x} < +\infty, \quad (12)$$

$$\underline{b} \leq Ax \leq \bar{b}, \quad (13)$$

$$x_j \text{ integer}, j \in J, \quad (14)$$

where $F(\cdot)$ is a function of the vector x of decision variables, \underline{x} and \bar{x} are the lower and upper bound vectors on variables, A is the constraint matrix, \underline{b} and \bar{b} are the lower and upper bound vectors on constraints. Equality constraints are defined by setting the lower bound equal to the upper bound, i.e. $\underline{b} = \bar{b}$. The variables $x \in J$ are restricted to be integers.

The lower and upper bounds for water discharge imply new inequality constraints that will be rewritten into (13).

As expressed in (3) and (4), water level and hydro power efficiency depend respectively on water storage and head.

We consider a linearization of hydro power efficiency of plants, expressed as the output-input ratio, Fig. 1. Hence, we consider the hydro power efficiency given by

$$\eta_{ik} = \alpha_i h_{ik} + \eta_i^0, \quad (15)$$

where the parameters α_i and η_i^0 are given by

$$\alpha_i = (\bar{\eta}_i - \underline{\eta}_i) / (\bar{h}_i - \underline{h}_i), \quad (16)$$

$$\eta_i^0 = \bar{\eta}_i - \alpha_i \bar{h}_i. \quad (17)$$

Also, we consider a linearization of the water level function given by

$$l_{ik} = \beta_i v_{ik} + l_i^0, \quad (18)$$

where the parameters β_i and l_i^0 are given by

$$\beta_i = (\bar{l}_i - \underline{l}_i) / (\bar{v}_i - \underline{v}_i), \quad (19)$$

$$l_i^0 = \bar{l}_i - \beta_i \bar{v}_i. \quad (20)$$

Substituting (15) into (4) we have

$$p_{ik} = q_{ik} (\alpha_i h_{ik} + \eta_i^0). \quad (21)$$

Therefore, substituting (3) and (18) into (21), power generation becomes a nonlinear function of water discharge and water storage, given by

$$p_{ik} = \alpha_i \beta_{f(i)} q_{ik} v_{f(i)k} - \alpha_i \beta_{t(i)} q_{ik} v_{t(i)k} + \chi_i q_{ik}, \quad (22)$$

with

$$\chi_i = \alpha_i (l_{f(i)}^0 - l_{t(i)}^0) + \eta_i^0. \quad (23)$$

Hence, a major advantage of our MINLP approach is to consider the head change effect in a single function (22) of water discharge and water storage that can be used in a straightforward way, instead of deriving several curves for different heads.

The parameters given by the product of α 's by β 's are of crucial importance for the behavior of head-dependent reservoirs in a hydro system, setting optimal reservoirs storage trajectories in accordance to their relative position in the cascade. These parameters are determined only by physical data defining the hydro system.

As a new contribution to earlier studies [1], [3], discontinuous operating regions are considered. Thus, restrictions (7) to (9) are considered in order to obtain more realistic and feasible results, allowing for multiple operating regions.

IV. CASE STUDY

The proposed MINLP approach has been applied on one of the Portuguese cascaded hydro systems. Our model has been implemented in Matlab and solved using the optimization solver package Xpress-MP. The numerical testing has been performed on a 600-MHz-based processor with 256 MB of RAM.

A. Input Data

The realistic hydro chain has three cascaded reservoirs and is shown in Fig. 2.

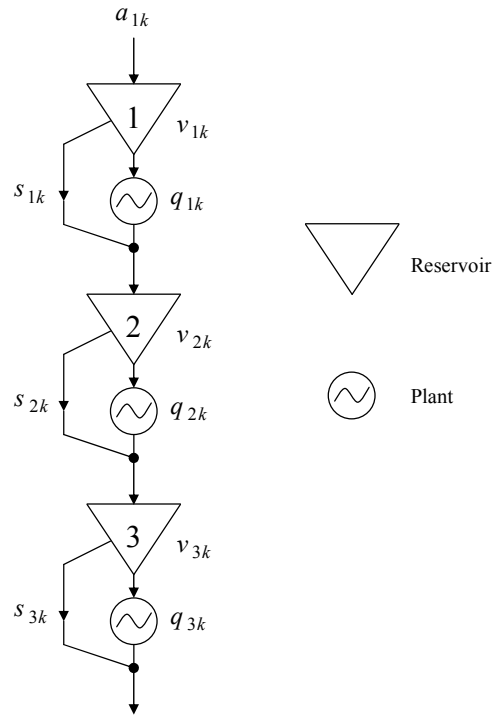


Fig. 2. Cascaded hydro system.

Inflow is considered only on reservoir 1, as shown in Fig. 3.

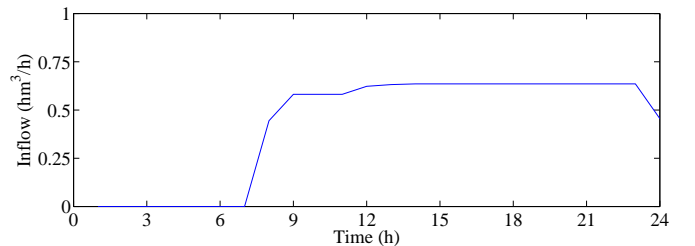


Fig. 3. Inflow on reservoir 1.

The final water storage in the reservoirs is constrained to be equal to its initial value, chosen as 80% of maximum storage.

Hence, the future value of the water stored in the reservoirs is not considered in (1).

The time horizon chosen is one day divided into 24 hourly periods. The energy prices are illustrated in Fig. 4, where \$ is a symbolic quantity.

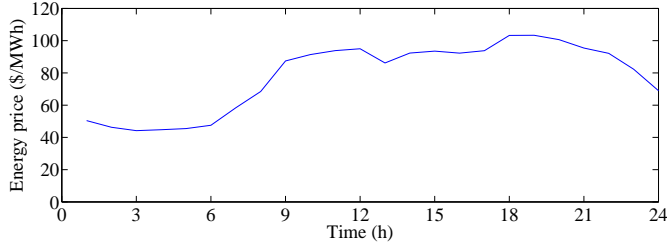


Fig. 4. Energy price profile.

B. Result Analysis

The storage trajectories of the reservoirs are shown in Fig. 5. The solid lines denote MINLP results while the dashed lines denote MILP results.

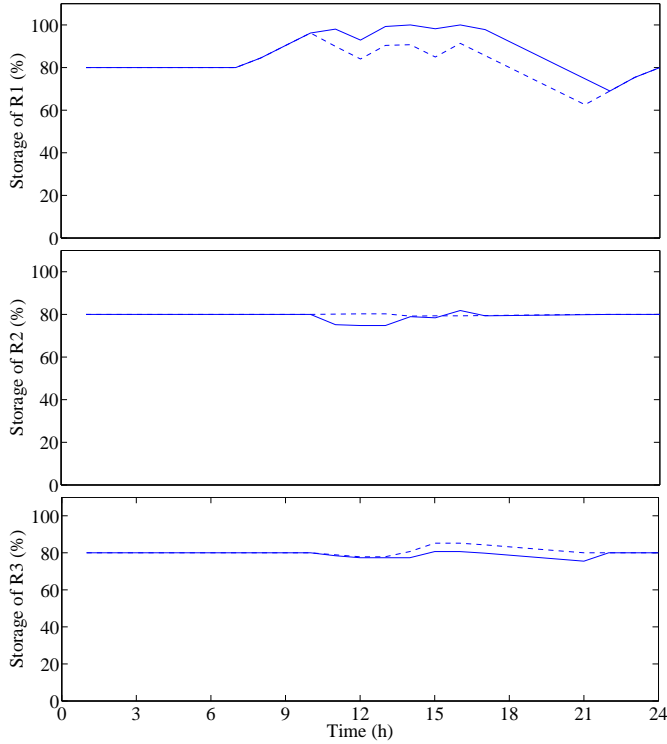


Fig. 5. Storage trajectories of the reservoirs.

The comparison of MILP with MINLP results, shown in Fig. 5, reveals the influence of considering the head change effect in the behavior of the reservoirs. The upstream reservoir should operate at a suitable high storage level in order to benefit the power generation efficiency of its associated plant, due to the head change effect. The storage level in the last downstream reservoir is lower with MINLP than with MILP, thereby improving the head for the immediately upstream reservoir. Hence, a higher efficiency of the last downstream

plant is not important for the overall profit in this hydro system.

The discharge profiles for the reservoirs are shown in Fig. 6. Again, the solid lines denote MINLP results while the dashed lines denote MILP results.

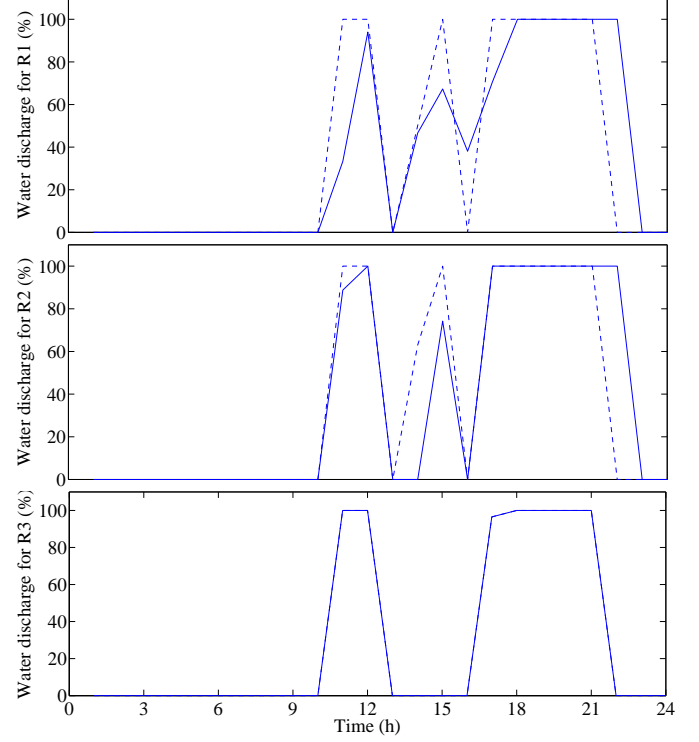


Fig. 6. Discharge profiles for the reservoirs.

The comparison of MILP with MINLP results, shown in Fig. 6, reveals that the water discharge changes more quickly from the minimum value to the upper value in the MILP results than in the MINLP results, due to the head change effect.

As a new contribution to earlier studies [1], [3], the water discharges at forbidden intervals are avoided, namely between 0 and q_i . Thus, an enhanced STHS is provided due to the more realistic modeling presented in this paper.

The main numerical results for the hydro system are summarized in Table I.

TABLE I
COMPARISON OF MILP WITH MINLP RESULTS

Approach	Average Discharge (%)	Average Storage (%)	Total Profit (\$ $\times 10^2$)	CPU (s)
MILP	33.47	80.71	4654.36	1.29
MINLP	33.47	81.63	4870.20	1.42

Although the average water discharge is as expected the same for both optimization methods, the average storage is superior with our MINLP approach, due to the consideration of the head change effect.

Thus, with MINLP we have a higher total profit, about 4.4%. Moreover, the extra CPU time required is negligible. Hence, the proposed MINLP approach provides better results for head-dependent cascaded hydro systems.

V. CONCLUSIONS

A novel MINLP approach is proposed for the STHS problem, considering not only head-dependency but also discontinuous operating regions. A major advantage of our approach is to consider the head change effect in a single function of water discharge and water storage that can be used in a straightforward way, instead of deriving several curves for different heads. Due to the more realistic modeling presented in this paper, an enhanced STHS is provided, assuring simultaneously an acceptable computation time.

ACKNOWLEDGMENT

The authors gratefully acknowledge the contributions of Prof. L. A. F. M. Ferreira and Dr. S. J. P. S. Mariano.

REFERENCES

- [1] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 76, pp. 404-412, Apr. 2006.
- [2] L. A. F. M. Ferreira, T. Andersson, C. F. Imparato, T. E. Miller, C. K. Pang, A. Svoboda, and A. F. Vojdani, "Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 11, pp. 200-212, Jul. 1989.
- [3] S. J. P. S. Mariano, J. P. S. Catalão, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Optimising power generation efficiency for head-sensitive cascaded reservoirs in a competitive electricity market," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 30, pp. 125-133, Feb. 2008.
- [4] A. Arce, T. Ohishi, and S. Soares, "Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, pp. 154-158, Feb. 2002.
- [5] P. T. Leite, A. A. F. M. Carneiro, and A. C. P. L. F. Carvalho, "Energetic operation planning using genetic algorithms," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, pp. 173-179, Feb. 2002.
- [6] R. Naresh and J. Sharma, "Short term hydro scheduling using two-phase neural network," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 24, pp. 583-590, Oct. 2002.
- [7] A. R. L. Oliveira, S. Soares, and L. Nepomuceno, "Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 27, pp. 91-99, Feb. 2005.
- [8] A. J. Wood and B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*. NY: Wiley, 1996.
- [9] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, and F. A. Villamor, "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 17, pp. 1265-1272, Nov. 2002.
- [10] J. Garcia-González, E. Parrilla, and A. Mateo, "Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 181, pp. 1354-1369, Sept. 2007.
- [11] A. Borghetti, C. D'Ambrosio, A. Lodi, and S. Martello, "An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, pp. 1115-1124, Aug. 2008.
- [12] J. Contreras, R. Espinola, F. J. Nogales, and A. J. Conejo, "ARIMA models to predict next-day electricity prices," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, pp. 1014-1020, Aug. 2003.
- [13] A. T. Lora, J. M. R. Santos, A. G. Expósito, J. L. M. Ramos, and J. C. R. Santos, "Electricity market price forecasting based on weighted nearest neighbors techniques," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, pp. 1294-1301, Aug. 2007.
- [14] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes, and L. A. F. M. Ferreira, "Short-term electricity prices forecasting in a competitive market: a neural network approach," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 77, pp. 1297-1304, Aug. 2007.

Comunicação científica:

11th Spanish-Portuguese Conference on Electrical Engineering — 11CHLIE

Zaragoza, Espanha, Julho 2009

*Planeamento Hídrico de Curto Prazo: Programação Não
Linear Inteira Mista*

Planeamento Hídrico de Curto Prazo: Programação Não Linear Inteira Mista

J.P.S. Catalão¹, H.M.I. Pousinho¹ e V.M.F. Mendes²

¹ Departamento de Engenharia Electromecânica
Universidade da Beira Interior
R. Fonte do Lameiro, 6200-001 Covilhã (Portugal)
Telefone: +351 275 329914, fax: +351 275 329972, e-mail: catalao@ubi.pt

² Departamento de Engenharia Eléctrica e Automação
Instituto Superior de Engenharia de Lisboa
R. Conselheiro Emídio Navarro, 1950-062 Lisboa (Portugal)
Telefone: +351 218 317 000, fax: +351 218 317 001, e-mail: vmendes@isel.pt

Resumo. Esta comunicação aborda o problema de planeamento hídrico de curto prazo, considerando a variação da altura de queda para um sistema hidroeléctrico com configuração hidráulica em cascata. Propõe-se uma metodologia baseada na programação não linear inteira mista para otimizar a exploração de recursos hídricos. A metodologia proposta considera não só a dependência não linear da potência produzida em função do caudal de água turbinado e da altura de queda, mas também considera as zonas proibidas de funcionamento, para obter resultados mais realísticos e factíveis. Os resultados numéricos, baseados num sistema hidroeléctrico existente em Portugal, ilustram a proficiência da metodologia proposta. Por último, são apresentadas as conclusões.

Palavras-chave

Planeamento hídrico, curto prazo, programação não linear inteira mista, mercado eléctrico.

1. Introdução

Nesta comunicação considera-se o problema de planeamento hídrico de curto prazo, tendo em conta a variação da altura de queda num sistema hidroeléctrico em cascata. As centrais hidroeléctricas que têm uma pequena capacidade de armazenamento de água são denominadas como centrais de fio de água. Devido à sua pequena capacidade de armazenamento, a eficiência da exploração torna-se sensível à variação da altura de queda — efeito de queda [1].

Numa configuração hidráulica em cascata, onde as centrais hidroeléctricas podem ser ligadas em série ou em paralelo, as centrais situadas a montante afectam as centrais a jusante na medida em que as afluências provenientes das centrais a montante vão confluir às centrais a jusante. A configuração hidráulica da cascata juntamente com o efeito de queda, para além de tornar o problema não linear, aumenta a dimensão do problema e a sua complexidade.

No problema de planeamento hídrico de curto prazo é considerado um horizonte temporal de um a sete dias, geralmente discretizado em períodos de uma hora. O problema de planeamento hídrico de curto prazo é tratado como sendo determinístico. Quando o problema inclui quantidades estocásticas como a afluência aos reservatórios ou os preços da energia, as previsões correspondentes são utilizadas [2].

O objectivo principal no problema de planeamento hídrico de curto prazo consiste em maximizar o lucro obtido com a venda da energia eléctrica para o horizonte temporal considerado, com a preocupação de satisfazer todas as restrições a que o equipamento está sujeito, visando a utilização mais eficiente e rentável da água [3].

A programação dinâmica (PD) foi um dos primeiros métodos utilizados para a resolução do problema de planeamento hídrico de curto prazo [4]. A utilização da programação dinâmica para a resolução do problema permite obter a solução óptima. Contudo, a “maldição da dimensionalidade”, inerente à programação dinâmica, implica que a sua utilização só seja possível para problemas de dimensão reduzida.

Técnicas de inteligência artificial também foram aplicadas ao problema de planeamento hídrico de curto prazo, designadamente algoritmos genéticos [5] e redes neuronais [6]. No entanto, devido às heurísticas usadas no processo de pesquisa, apenas podem ser alcançadas soluções sub-óptimas.

Uma abordagem natural do planeamento hídrico de curto prazo é modelar o sistema como uma rede de fluxos [7], devido à estrutura subjacente nas centrais hidroeléctricas.

O modelo de rede de fluxos é frequentemente simplificado tornando o modelo linear. A programação linear (PL) é um método extensamente usado para planeamento hídrico de curto prazo [8]. No entanto, PL considera tipicamente que a potência fornecida é

linearmente dependente do caudal de água turbinado, ignorando assim a variação da altura de queda.

A programação linear inteira mista (PLIM) tem sido frequentemente usada no planeamento hídrico de curto prazo [9]-[11], onde variáveis inteiras permitem modelar os custos de arranque, que são principalmente causados pelo aumento de manutenção dos enrolamentos e equipamentos mecânicos e pelo mau funcionamento do equipamento de controlo.

O planeamento hídrico é por natureza um problema de optimização não linear. Um modelo não linear tem vantagens quando comparado com um modelo linear. O modelo não linear é mais preciso uma vez que o efeito de queda pode ser tido em consideração [1], [3]. No entanto, no modelo não linear não é possível evitar descargas de água em zonas proibidas de funcionamento.

Nesta comunicação, é proposta uma nova metodologia baseada na programação não linear inteira mista (PNLIM) para resolver o problema de planeamento hídrico de curto prazo. A metodologia proposta considera não só o efeito de queda, mas também as zonas proibidas de funcionamento.

Apresentam-se resultados numéricos obtidos para um caso de estudo baseado num sistema hidroeléctrico português. O método foi desenvolvido e executado a partir do MATLAB sendo resolvido usando o *solver* de optimização Xpress-MP. Finalmente, conclui-se sobre o desempenho da metodologia apresentada.

2. Formulação do Problema

A. Função Objectivo

Nesta comunicação, a função objectivo a ser maximizada é dada por

$$\sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \lambda_k p_{ik} + \sum_{i=1}^I \Psi_i(v_{iK}) \quad (1)$$

onde I é o número total de reservatórios, K é o número total de horas do horizonte temporal, λ_k é o preço previsto para a energia eléctrica na hora k , p_{ik} é a potência fornecida pela central i na hora k , Ψ_i é o valor futuro da água armazenada no reservatório i na hora k , e v_{ik} é o volume de água armazenada no reservatório i na hora k . Em (1), o primeiro termo está relacionado com o lucro obtido em cada central i . O último termo expressa o valor futuro da água armazenada nos reservatórios na última hora K .

C. Restrições

1) *Equação de balanço de água*: a equação de balanço de água para cada reservatório é dada por

$$v_{ik} = v_{i,k-1} + a_{ik} + \sum_{m \in M_i} (q_{mk} + s_{mk}) - q_{ik} - s_{ik} \quad (2)$$

onde a_{ik} é a afluência ao reservatório i na hora k , M_i é o conjunto de reservatórios situados a montante do reservatório i , q_{ik} é o caudal de água turbinado pelo reservatório i na hora k , e s_{ik} é o caudal de água descarregado pelo reservatório i na hora k . Assume-se que a duração dos trânsitos de água entre as unidades da cascata é inferior relativamente ao intervalo de tempo de um estádio.

2) *Altura de queda*: a queda é considerada função do nível de água a montante e jusante dos reservatórios

$$h_{ik} = l_{f(i)k}(v_{f(i)k}) - l_{t(i)k}(v_{t(i)k}) \quad (3)$$

onde h_{ik} é a altura de queda da central i na hora k , e l_{ik} é o nível de água no reservatório i na hora k .

3) *Potência fornecida*: a potência fornecida é considerada uma função do caudal de água turbinado e da eficiência da exploração

$$p_{ik} = q_{ik} \eta_{ik}(h_{ik}) \quad (4)$$

onde η_{ik} é a eficiência da central i na hora k . A eficiência pode ser expressa como o quociente entre a potência fornecida e o caudal de água turbinado, que por sua vez depende da altura de queda entre reservatórios. Cada central hídrica é caracterizada por uma relação de três variáveis: potência fornecida p_{ik} , caudal de água turbinado q_{ik} , e altura de queda h_{ik} . Assumindo que a altura de queda é constante, cada central pode ser caracterizada por um conjunto de curvas características de potência fornecida versus caudal de água turbinado (Fig. 1).

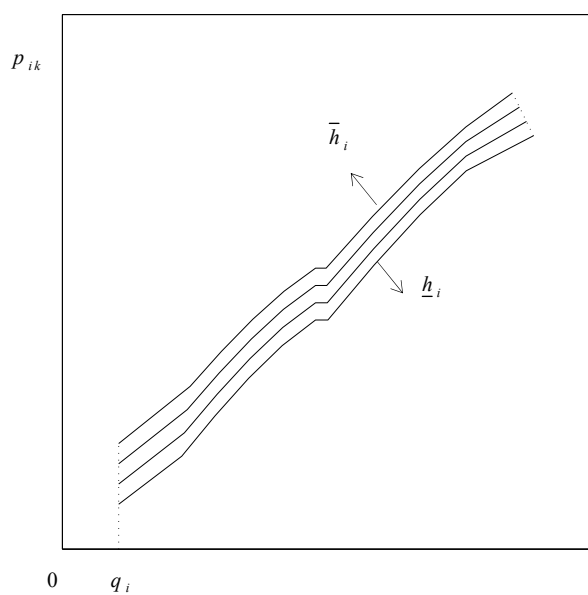


Fig. 1. Conjunto de curvas características para uma central hídrica.

4) *Volume de água*: o volume de água armazenado tem limite inferior e superior

$$\underline{v}_i \leq v_{ik} \leq \bar{v}_i \quad (5)$$

5) *Caudal de água turbinado*: o caudal de água turbinado pela central i tem por hipótese R_i zonas proibidas de funcionamento definidas pelos limites inferior e superior, definindo uma região favorável de funcionamento da central i

$$Q_i^{(r)} = [q_i^{(r)}, \bar{q}_i^{(r)}] \quad (6)$$

onde $r=1, 2, \dots, R_i$. Então, o caudal de água turbinado é dado por

$$u_{ik}^{(r)} q_i^{(r)} \leq q_{ik}^{(r)} \leq u_{ik}^{(r)} \bar{q}_i^{(r)} \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^{R_i} u_{ik}^{(r)} \leq 1 \quad (8)$$

$$q_{ik} = \sum_{r=1}^{R_i} q_{ik}^{(r)} \quad (9)$$

onde $u_{ik}^{(r)}$ é uma variável binária que é igual a 1 se a central i está a funcionar na região $Q_i^{(r)}$ na hora k , caso contrario é igual a 0.

6) *Caudal de água descarregado*: para o caudal de água descarregado o limite inferior é considerado nulo

$$s_{ik} \geq 0 \quad (10)$$

O caudal de água descarregado pode ocorrer quando o volume de água armazenado for superior ao limite máximo imposto, sendo então necessário proceder ao descarregamento de água por razões de segurança.

O volume de água inicial nos reservatórios bem como as afluições aos mesmos são dados conhecidos. Também, os preços da energia eléctrica são considerados determinísticos para o planeamento hídrico de curto prazo. No entanto, várias técnicas encontram-se disponíveis na literatura para realizar a previsão dos preços da energia eléctrica [12]-[13].

3. Metodologia de PNLIM

A PNLIM pode ser enunciada pela maximização de

$$F(x) \quad (11)$$

sujeita a

$$-\infty < \underline{x} \leq x \leq \bar{x} < +\infty \quad (12)$$

$$\underline{b} \leq Ax \leq \bar{b} \quad (13)$$

$$x_j \text{ inteira, } j \in J \quad (14)$$

onde $F(\cdot)$ é uma função não linear do vector x das variáveis de fluxo ou de decisão, \underline{x} e \bar{x} são os vectores dos limites, mínimos e máximos, associados às variáveis de decisão, A é a matriz de incidência nodal, \underline{b} e \bar{b} são os vectores dos limites mínimos e máximos das injeções de fluxo nos nós da rede. As restrições de igualdade são definidas estabelecendo uma relação de igualdade entre o limite inferior e o limite superior, isto é, $\underline{b} = \bar{b}$. As variáveis $x \in J$ são variáveis inteiras.

Os limites inferiores e superiores para os caudais de água turbinada implicam novas restrições de desigualdade que serão reescritas pela equação (13).

Como é apresentado em (3) e (4), o nível de água e a potência fornecida dependem respectivamente do volume de água armazenado e da queda. Considerou-se uma linearização da função que caracteriza a dependência entre a eficiência da exploração e a altura de queda, Fig. 1. Assim, a eficiência da exploração depende da altura de queda. A linearização da função é dada por

$$\eta_{ik} = \alpha_i h_{ik} + \eta_i^0 \quad (15)$$

onde os parâmetros α_i e η_i^0 são dados por

$$\alpha_i = (\bar{\eta}_i - \underline{\eta}_i) / (\bar{h}_i - \underline{h}_i) \quad (16)$$

$$\eta_i^0 = \bar{\eta}_i - \alpha_i \bar{h}_i \quad (17)$$

Também, é considerada uma linearização da função do nível de água dada por

$$l_{ik} = \beta_i v_{ik} + l_i^0 \quad (18)$$

onde os parâmetros β_i e l_i^0 são dados por

$$\beta_i = (\bar{l}_i - \underline{l}_i) / (\bar{v}_i - \underline{v}_i) \quad (19)$$

$$l_i^0 = \bar{l}_i - \beta_i \bar{v}_i \quad (20)$$

Substituindo (15) em (4) temos

$$p_{ik} = q_{ik} (\alpha_i h_{ik} + \eta_i^0) \quad (21)$$

Ainda, substituindo as equações (3) e (18) na equação (21), a potência fornecida é representada por uma função não linear, sendo dada por

$$p_{ik} = \alpha_i \beta_{f(i)} q_{ik} v_{f(i)k} - \alpha_i \beta_{t(i)} q_{ik} v_{t(i)k} + \chi_i q_{ik} \quad (22)$$

com

$$\chi_i = \alpha_i (l_{f(i)}^0 - l_{t(i)}^0) + \eta_i^0 \quad (23)$$

Assim, uma vantagem da PNLIM consiste em considerar o efeito de queda numa única função (22) dependente do caudal de água turbinado e do volume de água armazenado, evitando a necessidade de várias curvas para diferentes valores da altura de queda.

Um novo parâmetro χ_i , que corresponde ao produto de α 's por β 's, é definido para ponderar a dependência não linear da potência fornecida com o caudal de água turbinado e com o volume de água. Este parâmetro é determinado apenas pelos dados físicos que definem o sistema hidroeléctrico.

A contribuição original apresentada nesta comunicação, tendo presente comunicações já publicadas [1], [3], passa por considerar as zonas proibidas para as quais as turbinas não podem funcionar. Assim, as restrições (7) a (9) são consideradas, com a finalidade de obter resultados mais realísticos e factíveis, permitindo considerar várias zonas de funcionamento das turbinas.

4. Caso Estudo

A metodologia de PNLIM foi aplicada a um caso de estudo real baseado num sistema hidroeléctrico existente em Portugal, com três reservatórios em cascata, sendo comparada a uma metodologia de PLIM.

As metodologias de optimização foram implementadas num computador com processador a 600-MHz e 256 MB de RAM, usando a aplicação informática MATLAB e o solver Xpress-MP.

D. Dados de entrada

A interligação entre os reservatórios é apresentada na Fig. 2.

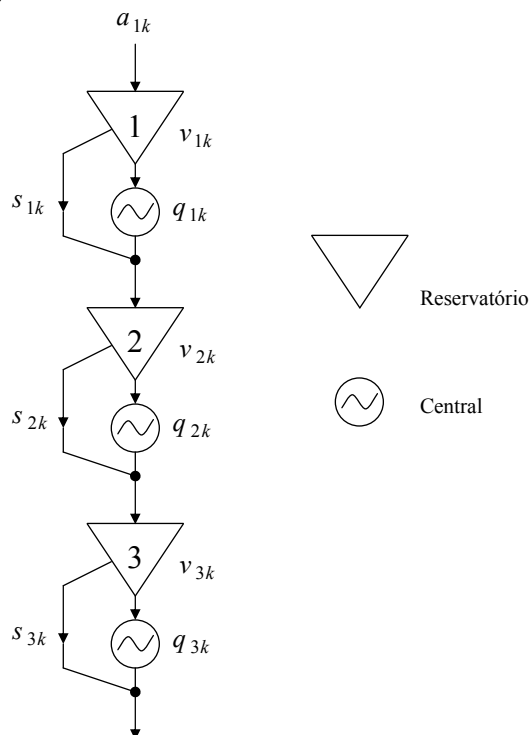


Fig. 2. Sistema hidroeléctrico em cascata.

Neste sistema hidroeléctrico em cascata considera-se que apenas o primeiro reservatório recebe afluência, sendo que os segundo e terceiro reservatórios recebem apenas a água proveniente do reservatório a montante. Na Fig. 3 é apresentada a afluência ao reservatório 1.

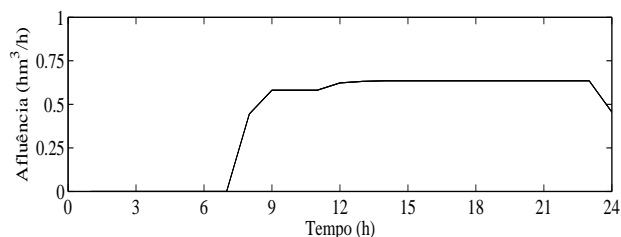


Fig. 3. Afluência ao reservatório 1.

O volume final de água nos reservatórios é considerado igual ao valor no início do horizonte temporal, sendo que o volume inicial corresponde a 80% do volume máximo.

O valor futuro da água armazenada nos reservatórios no último período do horizonte temporal não é considerado em (1).

O horizonte temporal considerado é um dia dividido em 24 períodos horários. O perfil dos preços da energia eléctrica é apresentado na Fig. 4, sendo \$ uma quantidade simbólica.

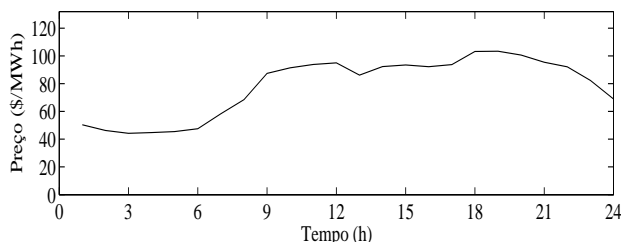


Fig. 4. Perfil de preços da energia eléctrica.

E. Análise dos Resultados

Na Fig. 5 são apresentadas as trajectórias para o volume de água armazenada nos reservatórios. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de PNLIM e os resultados obtidos com a metodologia de PLIM.

Os resultados obtidos para o volume de água nos reservatórios, apresentados na Fig. 5, permitem ilustrar a influência do efeito de queda na exploração óptima de recursos hídricos.

Nos resultados obtidos com a nova metodologia baseada em PNLIM, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no início da cascata é elevada, visando a maximização do lucro total.

Contrariamente, a trajectória para o volume de água no reservatório situado no fim da cascata é reduzida, visando aumentar a altura de queda para os reservatórios imediatamente a montante.

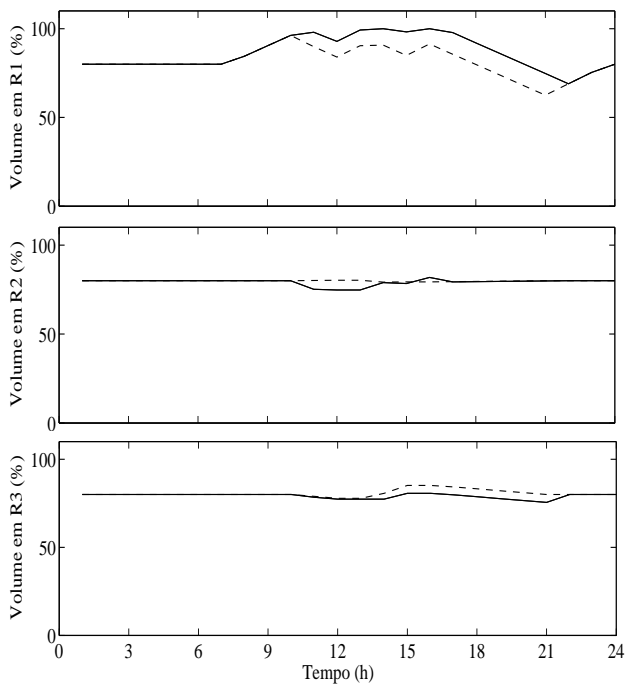


Fig. 5. Volume de água nos reservatórios, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

Na Fig. 6 são apresentadas as trajetórias para o caudal de água turbinado. As linhas a traço contínuo e as linhas a traço interrompido representam, respectivamente, os resultados obtidos com a metodologia de PNLIM e os resultados obtidos com a metodologia de PLIM.

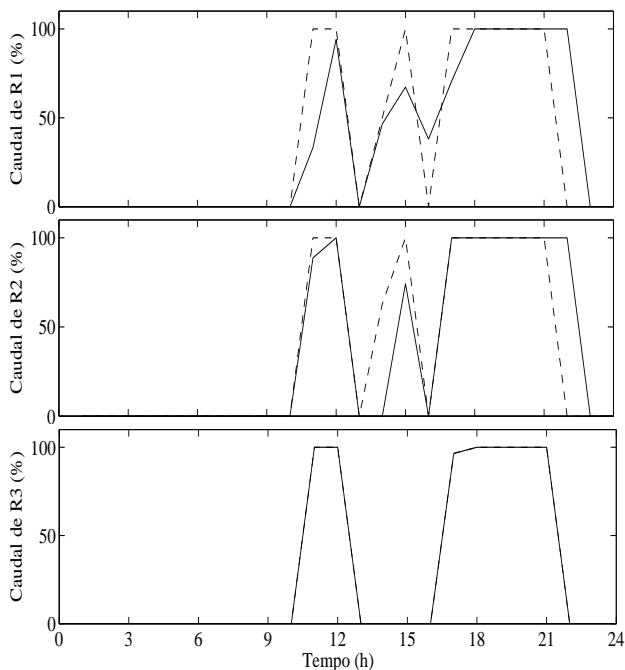


Fig. 6. Caudais de água turbinados na centrais, em percentagem dos valores máximos, para cada uma das metodologias.

A comparação dos resultados da PLIM com PNLIM, apresentados na Fig. 6, revelam que as trajetórias do caudal de água turbinado transitam mais rapidamente do

valor mínimo para o valor máximo na PLIM, do que acontece na PNLIM, devido ao efeito de queda.

A contribuição original apresentada, tendo presente comunicações já publicadas [1], [3], passa por evitar caudais de água turbinados em zonas proibidas de funcionamento, nomeadamente, entre 0 e q_i . Assim, a metodologia apresentada proporciona um planeamento hídrico de curto prazo mais realístico.

Os resultados numéricos obtidos para este sistema hidroeléctrico em cascata encontram-se apresentados na Tabela I.

TABELA I. – Comparação da PLIM com a PNLIM

Metodologia	Caudal turbinado (%)	Volume de água (%)	Lucro total ($\$ \times 10^2$)	Tempo de computação (s)
PLIM	33.47	80.71	4654.36	1.29
PNLIM	33.47	81.63	4870.20	1.42

Embora o caudal de água turbinado médio é, como se esperava, igual para ambas as metodologias de optimização, o volume de água armazenada é superior com a PNLIM, pelo facto de se considerar o efeito de queda. Assim, com a PNLIM obtêm-se um lucro total mais elevado, cerca de 4,4%. Ainda, o tempo de computação adicional é desprezável.

Assim, a metodologia baseada na PNLIM proporciona melhores resultados para os sistemas hidroeléctricos em cascata, considerando a variação da altura de queda.

5. Conclusões

Uma nova metodologia baseada na PNLIM é proposta para o problema de planeamento hídrico de curto prazo, considerando não só a variação da altura de queda, mas também as zonas proibidas de funcionamento das turbinas. Uma vantagem da nossa metodologia consiste em considerar o efeito de queda numa única função dependente do caudal de água turbinado e do volume de água armazenado. Em consequência da utilização da metodologia apresentada nesta comunicação, pode-se obter um planeamento hídrico de curto prazo mais realístico e factível, garantindo simultaneamente um tempo de computação aceitável.

Agradecimentos

Os autores desta comunicação agradecem as contribuições dos Professores Luís Marcelino Ferreira e Sílvio Mariano.

Referências

- [1] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Parameterisation effect on the behaviour of a head-dependent hydro chain using a nonlinear model", *Electric Power Systems Research*, Vol. 76, pp 404-412, Abril de 2006.

- [2] L. A. F. M. Ferreira, T. Andersson, C. F. Imparato, T. E. Miller, C. K. Pang, A. Svoboda e A. F. Vojdani, "Short-term resource scheduling in multi-area hydrothermal power systems", *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 11, pp 200-212, Junho de 1989.
- [3] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: a nonlinear approach", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 24, pp 337-346, Fevereiro de 2009.
- [4] A. Arce, T. Ohishi e S. Soares, "Optimal dispatch of generating units of the Itaipú hydroelectric plant", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 154-158, Fevereiro de 2002.
- [5] P. T. Leite, A. A. F. M. Carneiro e A. C. P. L. F. Carvalho, "Energetic operation planning using genetic algorithms", *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 173-179, Fevereiro de 2002.
- [6] R. Naresh e J. Sharma, "Short term hydro scheduling using two-phase neural network", *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 24, pp 583-590, Outubro de 2002.
- [7] A. R. L. Oliveira, S. Soares e L. Nepomuceno, "Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches," *Int. J. Electric Power Energy Systems*, Vol. 27, pp 91-99, Fevereiro de 2005.
- [8] A. J. Wood e B. F. Wollenberg, *Power Generation, Operation and Control*. NY: Wiley, 1996.
- [9] A. J. Conejo, J. M. Arroyo, J. Contreras, e F. A. Villamor, "Self-scheduling of a hydro producer in a pool-based electricity market," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 17, pp 1265-1272, Novembro de 2002.
- [10] J. García-González, E. Parrilla, e A. Mateo, "Risk-averse profit-based optimal scheduling of a hydro-chain in the day-ahead electricity market," *Eur. J. Operation Research*, Vol. 181, pp 1354-1369, Setembro de 2007.
- [11] A. Borghetti, C. D'Ambrosio, A. Lodi, e S. Martello, "An MILP approach for short-term hydro scheduling and unit commitment with head-dependent reservoir," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 23, pp 1115-1124, Agosto de 2008.
- [12] A. T. Lora, J. M. R. Santos, A. G. Expósito, J. L. M. Ramos, and J. C. R. Santos, "Electricity market price forecasting based on weighted nearest neighbors techniques," *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 22, pp 1294-1301, Agosto de 2007.
- [13] J. P. S. Catalão, S. J. P. S. Mariano, V. M. F. Mendes e L. A. F. M. Ferreira, "Short-term electricity prices forecasting in a competitive market: a neural network approach", *Electric Power Systems Research*, Vol. 77, pp 1297-1304, Agosto de 2007.

