



Estudo Analítico, Conceção e Ensaio Experimental de uma Bomba de Discos para Baixo Número de Reynolds

Marco David Canário de Oliveira

Licenciado do 1ºCiclo em Engenharia Electromecânica pela
Universidade da Beira Interior

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
do 2º Ciclo em Engenharia Electromecânica sob a
orientação do Professor Doutor José Carlos Páscoa Marques
Professor Auxiliar do Departamento de Electromecânica
da Universidade da Beira Interior

Covilhã e UBI, Agosto de 2009

Para Pais, Irmã, Gabriela e Amigos

Agradecimentos

Quero deixar este espaço para deixar algumas palavras de agradecimentos a todos os que contribuíram, de uma forma directa ou indirecta, na realização deste trabalho.

Primeiro que tudo ao Professor Doutor José Carlos Páscoa Marques, meu orientador, sendo o principal incentivador na elaboração deste trabalho. Longas reuniões com valiosas sugestões e análises imprescindíveis proporcionaram sempre uma grande motivação, apoio incondicional quer no âmbito académico quer a nível pessoal.

À Professora Doutora Cristina Fael, do Departamento de Engenharia Civil, pessoa responsável pelo Laboratório de Hidráulica da Universidade da Beira Interior. Agradeço a cedência do laboratório referido, com todas as condições necessárias para a construção da instalação experimental, onde foi disponibilizado sem nenhum obstáculo, o espaço e seu material a qualquer hora que necessitasse. Quero também agradecer ao Senhor Jorge Barros, funcionário do laboratório pela sua boa vontade de ajudar.

Ao Professor Doutor António Eduardo Vitória do Espírito Santo por disponibilizar o uso dos equipamentos do laboratório.

Ao Professor Doutor Paulo Manuel Oliveira Fael pelo esclarecimento de algumas dúvidas que ocorreram durante o projecto.

Agradeço ao Técnico Senhor João pela partilha de ideias durante a realização da instalação experimental.

Aos meus Pais, Irmã e Gabriela pela motivação, compreensão, paciência, carinho, apoio incondicional e incentivo que me deram desde o início do trabalho.

Resumo

Este trabalho tem como objectivo projectar, e construir, uma instalação experimental que permita analisar, e estudar, o comportamento de uma bomba de discos para baixo número de Reynolds.

O trabalho divide-se em quatro partes distintas. Apesar da pouca investigação encontrada para este tipo de turbomáquinas, numa primeira parte é feita uma revisão ao estado da arte sobre as mesmas. Referem-se em geral os trabalhos sobre as turbomáquinas que têm por base de funcionamento as tensões viscosas. Nestes contextos avaliam-se os estudos mais importantes na área da modelação analítica, experimental e numérica. Dá-se uma maior importância aos estudos mais recentes, avaliando também os estudos mais antigos, que foram pioneiros na sua época.

Numa segunda parte são apresentadas várias aproximações para o estudo do escoamento num disco em rotação, bem como os modelos físico-matemáticos de uma bomba de discos. Este estudo permitiu deduzir equações para projectar a bomba de discos.

É ainda apresentado, em detalhe, o desenvolvimento de uma instalação experimental de raiz, caracterizando em pormenor os problemas e conceitos desenvolvidos, tanto para bomba de discos como para toda a instrumentação necessária ao ensaio. É também apresentado o procedimento experimental utilizado para colher os resultados dos ensaios.

Finalmente é feita uma análise aos resultados e é analisada a extrapolação de resultados com base em vários grupos adimensionais. O estudo efectuado usando os vários grupos adimensionais permite concluir que existem erros significativos associados à utilização de grupos adimensionais convencionais em turbinas de disco. Conclui-se que a única forma fidedigna de obter resultados é o ensaio de bombas de disco à escala real, quer esta modelação seja feita experimental ou numericamente. É ainda verificada a concordância entre as variáveis de desempenho experimentais e as obtidas de forma analítica. Os resultados apresentam uma boa concordância, dentro das limitações das incertezas experimentais e das hipóteses subjacentes ao modelo analítico.

Abstract

This work aims to design, and build, an experimental facility for analyzing and studying the behavior of a disc pump for low Reynolds number.

The work is divided into four distinct parts. Albeit little research is found for this type of turbomachinery, in the first part it is presented a review of state of the art of these. It is referred in general turbomachinery based on viscous stress. In this content we evaluate the most important studies in the area of analytical, experimental and numerical modeling. It is given a greater emphasis on the more recent studies, also evaluating older studies, which were pioneers in their time.

The second part refers to various approaches used to study the flow in a rotating disk, as well as the physical-mathematical models for disc pumps. This led to deduction of equations for designing the disc pumps.

It is also presented in detail the development of an experimental facility, characterizing particularly the problems, and concepts, developed for both the pump and for all the instrumentation needed for testing. Also shown is the experimental procedure used to obtain the results of the tests.

Finally the results are examined and an analysis of extrapolation of results is made with several dimensionless groups. The study carried out using the various dimensionless groups concludes that there are significant errors associated with using conventional dimensionless groups for blade pumps. It is concluded that the only way to obtain reliable results is to test disc pumps at full scale, whether this modeling is done experimentally or numerically. A comparison is also performed between experimental and analytical results. These results compare well, within the limitations associated to experimental uncertainties and to the assumptions used to define the analytical model.

Conteúdo

1. Introdução	1
1.1. Nota histórica	1
1.2. Aplicações das bombas de disco	2
1.3. Dispositivos comerciais	4
1.4. Estrutura da Dissertação	6
2. Estado da Arte	8
2.1. Modelos analíticos puros	9
2.2. Modelação com dinâmica dos fluidos computacional	12
2.3. Modelação experimental	14
3. Modelação analítica da bomba de disco	23
3.1. Modelos físico-matemáticos para o escoamento num disco em rotação	23
3.1.1. Escoamento perto de um disco em rotação imerso num fluido em repouso	23
3.1.2. Escoamento num disco em rotação imerso num fluido com velocidade axial	32
3.1.3. Escoamento turbulento em torno de um disco em rotação	34
3.1.4. Escoamento num disco em rotação dentro de um encapsulamento	36
3.2. Modelo físico-matemático da bomba multi-disco proposto por Rice e Hardwood	39
3.2.1. Análise Dimensional aplicada à bomba de discos	40
3.2.1.1. Descrição do escoamento no interior dos discos	45
3.2.1.2. Projecto da bomba de discos considerando o fluido de trabalho a água	48
4. Instalação Experimental	54
4.1. Caracterização da instalação	54
4.1.1. Encapsulamento da bomba de discos	55
4.1.2. Rotor da bomba de discos	60

Conteúdo

4.1.3.	Acoplamento magnético	62
4.1.4.	Sistema de transmissão entre a bomba de discos e motor	64
4.1.5.	Leitura da velocidade de rotação	66
4.1.6.	Leitura do binário	67
4.1.7.	Motor, fonte de alimentação e leitura da potência	70
4.1.8.	Tomadas de pressão e manómetros	71
4.1.9.	Tubo de Pitot	73
4.1.10.	Tubagens, depósito e válvula de saída	78
4.2.	Procedimento experimental e recolha de resultados	80
5.	Resultados Experimentais	83
5.1.	Resultados obtidos para velocidades de rotação entre 150 e 450 rpm	83
5.1.1.	Efeito do número de Reynolds sobre a bomba	90
5.1.2.	Parâmetros adimensionais Ψ^* e Φ^* para bombas convencionais	92
5.1.3.	Parâmetros adimensionais Q^* e Δp^* para turbomáquinas de disco não convencionais	97
5.2.	Resultados obtidos para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm	104
6.	Conclusões	111
6.1.	Projecto da bomba	111
6.2.	Resultados experimentais	112
6.3.	Trabalhos Futuros	114
A.	Trabalhos publicados	120
B.	Anexo - Rendimento do motor	121
C.	Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões	123
C.1.	Cálculo das velocidades V_i (para 150 a 300rpm)	124
C.2.	Cálculo das velocidades V_i (para 350 a 450rpm)	125
C.3.	Cálculo das áreas A_i	126
C.4.	Caudais e pressões calculadas	127
D.	Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos	130
D.1.	Cálculo do binário e potência	130
D.2.	Cálculo dos rendimentos e números de Reynolds	132

Conteúdo

E. Cálculo dos grupos adimensionais	135
E.1. Cálculo dos parâmetros adimensionais Ψ^* e Φ^*	135
E.2. Cálculo dos parâmetros adimensionais Q^* e Δp^*	137
F. Anexo - Valores para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm	141

Lista de Figuras

1.1. Patente apresentada por Tesla para a primeira turbomáquina de discos Tesla (1913b).	2
1.2. Turbina de Tesla aplicada numa ribeira, para produzir energia eléctrica, na cidade de Smiljan, Croácia, cidade natal do grande inventor Nikola Tesla (<i>How Stuff Works</i> , 23 de Maio de 2009).	3
1.3. Conceito de um submarino com um sistema de propulsão usando uma turbomáquina de discos. Os pioneiros deste conceito foram Viktor Schaubberger e Nikola Tesla (Fonte: <i>Frank Germano</i> , 28 de Março de 2009)	4
1.4. Exemplo de uma bomba de discos da empresa DiscFlo (Fonte: <i>DiscFlo</i> , 8 de Março de 2009)	5
1.5. Turbina Tesla criada pela associação Tesla Engine, com discos de aproximadamente 60cm de diâmetro.(Fonte: <i>Tesla Engine Builders Association</i> , 14 de Março de 2009)	6
2.1. Geometria da bomba de discos estudada por Dolgushev e Khaidarov (2001)	11
2.2. Bomba em forma de C estudada por Al-Halhouli et al. (2007)	12
2.3. Linhas de corrente coloridas por velocidade tangencial com encapsulamento circular e espiral(Lemma et al., 2008).	14
2.4. Patente de uma bomba de discos, criada por Possell (1980).	15
2.5. Resultados obtidos experimentalmente da comparação entre uma bomba de discos e uma bomba centrífuga, com ambos rotores com uma velocidade de rotação de 12000rpm (Joyce, 1979; Possell, 1980).	16
2.6. Configurações de vários tipos de bombas viscosas. a) Bomba de discos, b) Bomba de lóbulos em forma de C, c) Bomba de lóbulos em forma de V, d) Bomba com vários canais em forma de espiral, e) Bomba com um canal em forma de espiral, f) Bomba em forma de hélice e g) Bomba de cilindro (Blanchard e Ligrani, 2006a).	19

Lista de Figuras

2.7. Micro bombas de rotor cilíndrico. a) Encapsulamento recto, em forma em I; b) Encapsulamento curvo, em forma de L; c) Encapsulamento curvo em forma de U.	22
3.1. Escoamento na vizinhança de um disco, em rotação, no seio de um fluido em repouso (Schlichting, 1979, pp. 102). O fluido desloca-se axialmente em direcção ao disco, posteriormente desloca-se tangencialmente por aderência ao disco. A força centrífuga que actua na camada de fluido gera um escoamento secundário que desloca o fluido na direcção radial.	24
3.2. Representação das componentes da tensão viscosa, do ângulo θ e da força centrífuga que actua numa partícula de fluido quando o disco roda a uma velocidade ω	26
3.3. Evolução da distribuição de velocidade na vizinhança de um disco em rotação imerso num fluido em repouso (Schlichting, 1979).	28
3.4. Coeficiente de binário num disco em rotação; Símbolo (1), caso em regime laminar da equação (3.13); Símbolos (2) e (3), casos em regime turbulento das equações (3.22) e (3.25), respectivamente (Schlichting, 1979).	31
3.5. Fotografia ilustrando a transição na camada limite de um disco em rotação num fluido em repouso, tirada por N. Gregory, J. T. Stuart e W. S. Walker. O disco roda em sentido anti-horário, com uma velocidade $\omega = 3200rpm$ e o seu raio é de $15cm$ (Schlichting, 1979, pp. 535).	32
3.6. Coeficiente de binário para um disco em rotação em contacto com um escoamento axial (Schlichting, 1979, pp. 243).	33
3.7. Representação das variáveis utilizadas para o problema de um disco em rotação dentro de um encapsulamento (Schlichting, 1979, pp. 650).	36
3.8. Coeficiente de binário para um disco em rotação dentro de um encapsulamento. Símbolo (1) e (2), caso em regime laminar da equação (3.28) e (3.30), respectivamente; Símbolo (3), caso em regime turbulento da equação (3.31), (Schlichting, 1979).	38
3.9. Definição das variáveis para um escoamento em torno de dois discos em rotação.	40
3.10. Exemplo de um perfil de velocidades com inflexão (a) e parabólico (b). Podemos notar que no caso (a) existe um ponto em que a velocidade do escoamento muda de direcção,	46

Lista de Figuras

3.11. Dependência do rendimento η da bomba em relação ao parâmetro adimensional de caudal Q^* (U_o no gráfico) e razão de raios $\frac{R_{ext}}{R_{int}}$ (r_o no gráfico) (Crawford e Rice, 1974).	51
4.1. Primeira solução desenvolvida para a bomba a instalar na instalação piloto. 1 - Primeiro Cd transparente para permitir visualizar o escoamento interno entre dois discos (normalmente é fornecido um Cd transparente em cada caixa de Cd's); 2 - Cd's com furação para permitir a entrada do fluido; 3 - Espaçador entre os discos; 4 - encapsulamento de uma caixa de Cd's com abertura de lado para permitir a saída do fluido.	55
4.2. Vista isométrica, lateral e frontal do primeiro conceito da bomba. 1 - Tampa da caixa de Cd's; 2 - Rotor composto por Cd's; 3 - Caixa de Cd's utilizada como encapsulamento; 4 - Disco de suporte aos ímanes; 5 - Motor e o seu apoio.	56
4.3. Conceito final do encapsulamento da bomba de discos e esquema de montagem. 1 - Porcas de orelhas; 2 - Fusos roscados; 3 - Paredes do encapsulamento em acrílico; 4- Vedante de borracha; 5 - Encapsulamento em forma de espiral.	58
4.4. Pormenor de como foi desenhado o encapsulamento (duas semi-circunferências representadas pelas cores azul e vermelho). A traço interrompido pode-se verificar qual a dimensão dos discos no encapsulamento.	59
4.5. Encapsulamento montado sem rotor; pormenor do rolamento para o rotor; e encaixe gravado no próprio acrílico.	60
4.6. Geometria do disco e da montagem do rotor.	61
4.7. Vista lateral do rotor, à esquerda, e do rotor usado na experiência, à direita. 1 - Disco; 2 - Espaçador; 3 - Ímanes na periferia do disco que movimentam o rotor; 4 - Porca que aperta os discos; 5 - Veio do rotor. . .	61
4.8. Bomba de discos ainda na sua fase de construção.	62
4.9. Acoplamento magnético instalado na bomba de discos. 1 - Polia que se vai fixar ao anel na periferia do rolamento; 2 - Anel em acrílico transparente, que faz de suporte aos ímanes que vão impulsionar os discos do rotor, que é fixado na periferia do rolamento; 3 - Ímanes fixados ao anel de suporte que serve de motor; 4 - Rolamento com o seu centro fixo no tubo à curva de PVC junto à face representada por A; 5 - Tubo PVC de forma curva a 90° ; A - Face onde o rolamento vai ser fixado.	63

Lista de Figuras

4.10. Bomba de discos completa com o seu sistema de transmissão por acoplamento magnético.	64
4.11. Na imagem da esquerda (1) temos o projecto da bomba em CAD numa, com o pormenor do sistema de transmissão por engrenagens. Na imagem da direita (2) podemos visualizar a implementação deste sistema de engrenagens e o motor usado na bomba de discos.	65
4.12. Pormenor do sistema de transmissão por correia e polia.	66
4.13. Imagem do foto-tacómetro apontado para o reflector. 1 - Reflector; 2 - Sinal que começa a piscar se a leitura não estiver a ser correcta.	67
4.14. Sistema de alavanca para permitir uma leitura com maior resolução do binário.	68
4.15. No lado esquerdo podemos ver o sensor e o pormenor da calibração do sistema de alavanca. No lado direito temos o sistema de alavanca com o motor apoiado em rolamentos.	69
4.16. Fonte de alimentação utilizada na instalação experimental da marca TES®. 71	
4.17. Manómetros das tomadas de pressão da bomba de discos. 1 e 2 - Manómetros das duas entradas; 3 - Manómetro da saída. A altura manométrica Δh é dada pela diferença entre o valor da saída e a média das duas entradas, sendo que estas duas apresentam valores muito próximos.	72
4.18. Localização das tomadas de pressão. 1 - Tomada de pressão à saída; 2 - Tomada de pressão à entrada.	73
4.19. Instrumentação usada para obter a velocidade e caudal com um tubo de Pitot. 1 - Tubo de Pitot e respectivo apoio para este se poder deslocar horizontalmente e permitir medir a velocidade em vários pontos da tubagem; 2 - Pormenor dos tubos ligados ao tubo de Pitot; 3 - Manómetros do tubo de Pitot inclinados com um ângulo de 45° , para obter uma melhor leitura e resolução; 4 - Leitura nos manómetros para calcular a velocidade do escoamento.	75
4.20. Posição do tubo de Pitot para as quatro medições de velocidade que se efectuaram em relação ao centro da tubagem. 1 - Medição a 11mm do centro; 2 - Medição a 8mm do centro; 3 - Medição a 5mm do centro; 4 - Medição no centro da tubagem.	76
4.21. Representação das várias áreas consideradas, para as medições do perfil de velocidades na tubagem em 3 pontos usando o tubo de Pitot ($\omega = 150$ a 300 rpm). A vermelho representam os pontos de medição da velocidade e os números 1,2 e 3 as áreas correspondentes.	77

Lista de Figuras

4.22. Representação das várias áreas consideradas, para as medições do perfil de velocidades na tubagem em 4 pontos usando o tubo de Pitot ($\omega = 350$ a $450rpm$). A vermelho representam os pontos de medição da velocidade e os números 1,2 e 3 as áreas correspondentes.	78
4.23. Tubagens de entrada e saída da bomba ligadas ao mesmo depósito. 1 - Depósito usado na instalação experimental; 2 - Válvula de saída, do tipo esfera, que permite regular o caudal total q_t	79
4.24. Desenho em CAD da tubagem da instalação experimental e respectivos apoios. O último apoio antes do depósito é diferente para permitir a instalação do tubo de Pitot.	79
4.25. Tubagens fixadas por meio de parafusos aos apoios de madeira, permitindo manter as tubagens sempre niveladas e alinhadas. A tubagem usada possui $25mm$ de diâmetro interior e $30mm$ de diâmetro exterior	80
4.26. Instalação experimental. 1 - Manómetros do tubo de Pitot (são posicionados a 45° durante a experiência); 2 - Tubo para encher/esvaziar o depósito; 3 - Depósito; 4 - Tubo de Pitot; 5 - Válvula de saída; 6 - Tubagens da instalação; 7 - Manómetros das tomadas de pressão; 8 - Foto-tacómetro; 9 - Bomba de discos; 10 - Visualizador do sensor de binário; 11 - Fonte de alimentação.	81
5.1. Variação da altura manométrica da bomba com o caudal para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).	84
5.2. Curvas características de uma bomba centrífuga (retirado do catálogo da empresa de bomba centrífugas Thomsen).	85
5.3. Rendimento hidráulico em função do caudal, para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).	86
5.4. Comparação entre os valores da diferença da pressão manométrica máxima teórica, equação (3.38), e os experimentais, em função da velocidade de rotação. Neste caso apresentam-se toda a gama de velocidades de rotação da experiência ($\omega = 40$ a $450rpm$).	87
5.5. Comparação entre a diferença da pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) com a diferença da pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$)	88
5.6. Binário nos discos em função do caudal obtido. Analisando o gráfico, reparamos que à medida que se aumenta a contra-pressão (diminuição do caudal pela válvula de saída) o binário nos discos é menor.	89

Lista de Figuras

5.7. Variação do rendimento eléctrico η_1 e hidráulico η_2 em função do número de Reynolds Re_2 . Estas duas curvas permitem-nos obter o rendimento no motor $\eta_{motor} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$. Verifica-se que há um aumento de desempenho a baixo número de Reynolds.	91
5.8. Variação do rendimento hidráulico η_2 com o número de Reynolds Re_1 , segundo a definição apresentada por Schlichting (1979).	92
5.9. Variação dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para diferentes velocidades de rotação. Representação dos rendimentos correspondentes aos vários valores de velocidade ($\omega = 150$ a $450rpm$).	94
5.10. Valores dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para uma bomba centrífuga convencional. Na zona 1 existem discrepâncias devido às forças viscosas, na zona 2 as variações são devidas aos efeitos de cavitação que ocorrem nas bombas centrífugas convencionais (Dixon, 1998, pp. 9).	95
5.11. Variação dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para diferentes velocidades de rotação. Representação dos rendimentos correspondentes aos vários valores de velocidade ($\omega = 150$ a $450rpm$).	98
5.12. Variação do rendimento hidráulico η_2 em função do caudal adimensional Q^* , para cada uma das velocidades de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).	99
5.13. Representação da variação do rendimento hidráulico η_2 em função da diferença da pressão manométrica adimensional Δp^* para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).	100
5.14. Dependência do rendimento η da bomba em função do parâmetro adimensional de caudal Q^* (U_o neste gráfico) e da razão de raios $\frac{R_{ext}}{R_{int}}$ (r_o neste gráfico). Está indicado a determinação do rendimento hidráulico máximo teórico, graficamente, para o nosso caso $\eta_2 = 56\%$ (Crawford e Rice, 1974).	103
5.15. Comparação entre a diferença da pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) e a diferença da pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação ($\omega = 40$ a $100rpm$).	105
5.16. Comparação entre a diferença de pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) com a diferença de pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação. Neste caso é apresentada toda a gama de velocidades da experiência ($\omega = 40$ a $450rpm$).	106
5.17. Variação da potência eléctrica absorvida nos discos em função da velocidade de rotação ($\omega = 40$ a $100rpm$)	107
5.18. Variação do binário nos discos em função da velocidade angular ($\omega = 40$ a $100rpm$)	108

Lista de Figuras

5.19. Valores experimentais e valores extrapolados pelos números adimensionais Q^* e Δp^* para baixas velocidades. Os pontos que estão dentro do rectângulo correspondem ao resultados extrapolados e mostram uma boa concordância com os experimentais. 110

B.1. Variação do rendimento do motor, rendimento hidráulico e rendimento com base na potência eléctrica, em função da velocidade de rotação. . . . 122

Lista de Tabelas

1.1. Fluidos de trabalho testados por Possell (1980) para a bomba de discos.	2
3.1. Valores iniciais das funções necessários para calcular numericamente o escoamento. Estes valores correspondem à zona da parede e também para uma zona a uma grande distância da parede (Schlichting, 1979, pp. 105)	29
3.2. Valores utilizados para projectar a bomba.	49
4.1.	82
5.1. Valores óptimos dos grupos adimensionais obtidos a partir dos resultados do gráfico da Fig. 5.9.	96
5.2. Tabela de valores extrapolados com os grupos adimensionais Ψ^* e Φ^* , comparados com os valores experimentais e os respectivos erros.	96
5.3. Valores óptimos dos parâmetros adimensionais calculados a partir dos resultados do gráfico da Fig. 5.9.	101
5.4. Tabela de valores extrapolados com os números adimensionais Q^* e Δp^* comparados com os valores experimentais e os respectivos erros.	102
5.5. Valores extrapolados para baixas velocidades de rotação.	109
B.1. Cálculo do rendimento do motor, obtido experimentalmente, considerando o maior valor de η_2	121
C.1. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 150 \text{ rpm}$	124
C.2. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 200 \text{ rpm}$	124
C.3. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 250 \text{ rpm}$	125
C.4. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 300 \text{ rpm}$	125

Lista de Tabelas

C.5. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 350 \text{ rpm}$	125
C.6. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 400 \text{ rpm}$	126
C.7. Tabela com os valores medidos nos manómetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 450 \text{ rpm}$	126
C.8. Áreas A_i para cada ponto de velocidade medido, no caso de 3 medições (150-300rpm)	126
C.9. Áreas A_i para cada ponto de velocidade medido, no caso de 3 medições (350-450rpm)	127
C.10. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 150 \text{ rpm}$	127
C.11. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 200 \text{ rpm}$	127
C.12. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 250 \text{ rpm}$	128
C.13. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 300 \text{ rpm}$	128
C.14. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 350 \text{ rpm}$	128
C.15. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 400 \text{ rpm}$	129
C.16. Caudais e pressões calculadas para $\omega = 450 \text{ rpm}$	129
D.1. Binário e potência calculados para $\omega = 150 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	130
D.2. Binário e potência calculados para $\omega = 200 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	130
D.3. Binário e potência calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	131
D.4. Binário e potência calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	131
D.5. Binário e potência calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	131
D.6. Binário e potência calculados para $\omega = 400 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	132
D.7. Binário e potência calculados para $\omega = 450 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.	132
D.8. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 150 \text{ rpm}$	132
D.9. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 200 \text{ rpm}$	133

Lista de Tabelas

D.10. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 250 \text{ rpm}$	133
D.11. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 300 \text{ rpm}$	133
D.12. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 350 \text{ rpm}$	134
D.13. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 400 \text{ rpm}$	134
D.14. Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 450 \text{ rpm}$	134
E.1. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 150 \text{ rpm}$	135
E.2. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 200 \text{ rpm}$	135
E.3. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$	136
E.4. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$	136
E.5. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$	136
E.8. Parâmetros Ψ^* e Φ^* médios óptimos.	137
E.6. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 400 \text{ rpm}$	137
E.7. Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 450 \text{ rpm}$	137
E.9. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 150 \text{ rpm}$	138
E.10. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 200 \text{ rpm}$	138
E.11. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$	139
E.12. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$	139
E.13. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$	139
E.14. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 400 \text{ rpm}$	140
E.15. Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 450 \text{ rpm}$	140
E.16. Parâmetros Q^* e Δp^* médios óptimos.	140
F.1. Valores para velocidades de rotação entre $\omega = 40$ e 100 rpm	142

Nomenclatura

Caracteres Latinos

a	Aceleração.
A	Área.
C_M	Coefficiente de binário.
D	Diâmetro.
F	Força.
F_C	Força centrífuga
g	Aceleração gravítica.
G	Peso medida na balança.
G_T	Peso total medido na balança.
G_0	Peso em vazio medido na balança.
G_u	Peso útil, diferença entre o total e em vazio.
h	Espaçamento entre os discos.
Δh	Altura manométrica.
L	Comprimento.
m	Massa.
\dot{m}	Caudal mássico.
M	Binário.
M_T	Binário total.
M_d	Binário no disco.
M^*	Binário adimensional.
N	Número de discos do rotor.
p	Pressão.
p^*	Pressão adimensional.
Δp	Diferença de pressão manométrica.
Δp^*	Diferença de pressão manométrica adimensional
p_t	Pressão de estagnação.
P	Potência.
P_{eT}	Potência eléctrica total.

Lista de Tabelas

P_{e0}	Potência eléctrica em vazio.
P_H	Potência hidráulica.
P_{Md}	Potência mecânica nos discos.
P_{ed}	Potência eléctrica solicitada pelos discos
P_{mec}	Perdas mecânicas.
q	Caudal bombeado por um espaçamento entre discos.
q_t	Caudal total bombeado pela bomba de discos.
Q_L	Caudal bombeado de um só lado de um disco.
Q^*	Caudal adimensional.
r, ϕ, z	Coordenadas cilíndricas num referencial Cartesiano representando as direcções radial, tangencial e axial.
R	Raio.
\bar{R}	Constante dos gases perfeitos.
Re	Número de Reynolds.
s^*	Escorregamento entre o disco e o fluido adimensional.
t	Distância entre a superfície do disco e o encapsulamento.
T	Temperatura.
u, v, w	Componentes da velocidade na direcção radial, tangencial e axial.
v_p	Velocidade tangencial do disco na sua periferia.
V	Velocidade do fluido.
W_∞	Velocidade axial, para o caso de um disco em rotação num fluido com velocidade axial.

Símbolos Gregos

δ	Espessura da camada limite.
ζ^*	Distância à superfície do discos adimensional.
η	Rendimento.
η_1	Rendimento eléctrico, com base na potência eléctrica solicitada pelos discos.
η_2	Rendimento hidráulico.
η_{motor}	Rendimento do motor.
θ	Ângulo entre as tensões viscosas e a componente tangencial da velocidade.
κ	Calor específico.
μ	Viscosidade absoluta.
ν	Viscosidade cinemática.
ρ	Massa específica.
σ	Distância da periferia do disco ao encapsulamento.

Lista de Tabelas

τ	Tensão viscosa.
ϕ_0	Ângulo entre as linhas de corrente do escoamento e a direcção tangencial.
Φ^*	Caudal adimensional para turbomáquinas convencionais.
Ψ^*	Pressão adimensional para turbomáquinas convencionais.
ω	Velocidade angular ou de rotação.
ω_{motor}	Velocidade angular ou de rotação do motor eléctrico.

Índices superiores e inferiores

<i>int</i>	Interior.
<i>ext</i>	Exterior.
<i>i</i>	Entrada.
<i>o</i>	Saída.
<i>med</i>	Médio.
<i>max</i>	Máximo.
<i>min</i>	Mínimo.

Acrónimos

CFD	Computer Fluids Dynamics.
MEMS	Micro Electro-Mechanical Systems.
DC	Direct Current, Corrente contínua.
A	Válvula de saída totalmente aberta.
QA	Válvula de saída quase totalmente aberta.
I-1	Posição intermédia da válvula de saída 1.
I-2	Posição intermédia da válvula de saída 2.
QF	Válvula de saída quase fechada.
	Válvula de saída totalmente fechada.

1. Introdução

O presente capítulo visa introduzir o tema desta dissertação de mestrado. Começamos por referir o momento em que as bombas e turbinas de disco foram inventadas, dando a sua continuidade histórica no Cap. 2 . Apresentamos os campos de aplicação e referimos exemplos de dispositivos comerciais. No final do capítulo é apresentada a estrutura da dissertação.

1.1. Nota histórica

Nikola Tesla foi o inventor das turbomáquinas de disco. Estas introduzem um novo conceito de transferência de energia em turbomáquinas usando as propriedades do fluido, como a viscosidade, em vez do método convencional de transferir a energia por pás. Estas máquinas usam discos paralelos com um certo espaçamento entre si fixados a único veio. Quando Nikola Tesla inventou este tipo de aparelhos apresentou duas versões. Uma em forma de turbina onde o fluido entra tangencialmente aos discos, a partir de um ou mais injectores, e move-se em forma de espiral entre os discos, saindo através de orifícios existentes perto do centro do veio. É a aderência entre o fluido e os discos que faz rodar a turbina. Outra em forma de bomba, onde o fluido entra axialmente no centro dos discos, e move-se em forma de espiral entre os discos, saindo radialmente dos discos para um difusor.

Desde a sua invenção existiu pouca actividade em relação à aplicação comercial das turbomáquinas de Tesla, tendo ressurgindo algum interesse por volta do ano 1950. Desde o trabalho original de Nikola Tesla que as turbomáquinas de discos tiveram um maior interesse académico do que comercial. Algumas das aplicações iniciais foram como ferramentas de dentista. Outras aplicações consideradas consistiam em aparelhos de propulsão para armas tais como torpedos.

1. Introdução

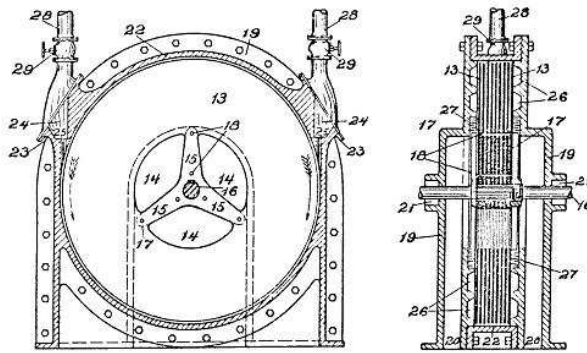


Figura 1.1.: Patente apresentada por Tesla para a primeira turbomáquina de discos Tesla (1913b).

1.2. Aplicações das bombas de disco

Existem aplicações onde as bombas de disco trabalham em situações muito difíceis, ou impossíveis, para utilizar bombas convencionais. Exemplo disso, é a capacidade de bombear com sucesso água com peixes vivos, bem como alguns tipos de vegetais, tais como batatas, tomate, abóbora, abacates e maçãs. Tudo isto foi demonstrado sem deteriorar os delicados materiais que foram bombeados (Joyce, 1979). A bomba criada por Possell (1980), foi testada para bombear misturas de vários fluidos, como se encontra representado na Tab. 1.1.

Tabela 1.1.: Fluidos de trabalho testados por Possell (1980) para a bomba de discos.

Sólidos abrasivos	Metano	Gases	Serradura
Maçãs	Melaço	Fluidos geotérmicos	Água salgada
Cinzas	Lama	Vidro	Algas
Abacate	Lodo	Sementes	Caroços
Grão de café	Óleo	Espuma	Camarão
Sangue (Miller e Fink, 1999)	Ervilhas	Fosfato de sódio	Sedimentos
Água com vapor	Ozono	Águas sanitárias	Ácido sulfúrico
Legumes	Milho	Pellets	Lixo tóxico
Carvão	Cloreto de ferro	Batata	Lixo vegetal
Cimento	Peixes	Arroz	Água
Químicos	Farinha	Sal	Trigo

Um dos problemas mais difíceis que as bombas convencionais têm que enfrentar é a cavitação. O fenómeno ocorre quando a pressão de sucção na entrada da bomba é inferior

1. Introdução

à pressão de vapor do fluido bombeado, a uma determinada temperatura, criando bolhas de ar. Estas bolhas, ao colapsarem, criam pequenas ondas de choque que atingem as pás, causando a rápida erosão e redução do desempenho da bomba. Também provocam flutuações na pressão de saída da bomba, que poderá danificar equipamentos sensíveis. Nas bombas de disco não existe cavitação, elas podem trabalhar com gases, líquidos, sólidos ou até a combinação de duas ou três fases. Outra vantagem é que nestas bombas existe um pequeno movimento relativo entre a camada limite do fluido e a superfície do disco, não existindo erosão do disco, mesmo quando funciona com fluidos abrasivos.

As bombas de disco, em relação às bombas convencionais, têm uma arquitectura bastante simples. Essa simplicidade torna a bomba fácil de construir, de montar e posteriormente permite uma manutenção simples e eficaz. Estas características fazem desta bomba, uma bomba barata, que reduz significativamente os custos de produção. Além disso, estas bombas, como estão muito menos sujeitas a erosão e a outros tipos de desgaste, exigem uma manutenção muito mais barata. As bombas de disco superam a maioria das desvantagens das bombas convencionais



Figura 1.2.: Turbina de Tesla aplicada numa ribeira, para produzir energia eléctrica, na cidade de Smiljan, Croácia, cidade natal do grande inventor Nikola Tesla (*How Stuff Works*, 23 de Maio de 2009).

Uma das grandes aplicações para que estas bombas poderão servir no futuro é no bombeamento de sangue, uma vez que este fluido requer um cuidado muito especial no seu manuseamento. O sangue não pode ser bombeado por bombas que tenham pás, pois estas embatem nos constituintes do sangue, em particular os glóbulos vermelhos, destruindo-os. A bomba de discos, como bombeia o fluido baseando-se nas forças viscosas, não provoca qualquer ameaça aos constituintes do sangue, tendo já sido demonstrado que

1. Introdução

desempenha essa função melhor que as bombas de sangue actuais (Miller et al., 1990).

Também o inventor Nikola Tesla, na altura da invenção destas turbomáquinas de disco, teve algumas ideias sobre onde poderiam ser aplicadas. Na Fig. 1.3 propõe-se um submarino movido por uma sistema de propulsão de discos.

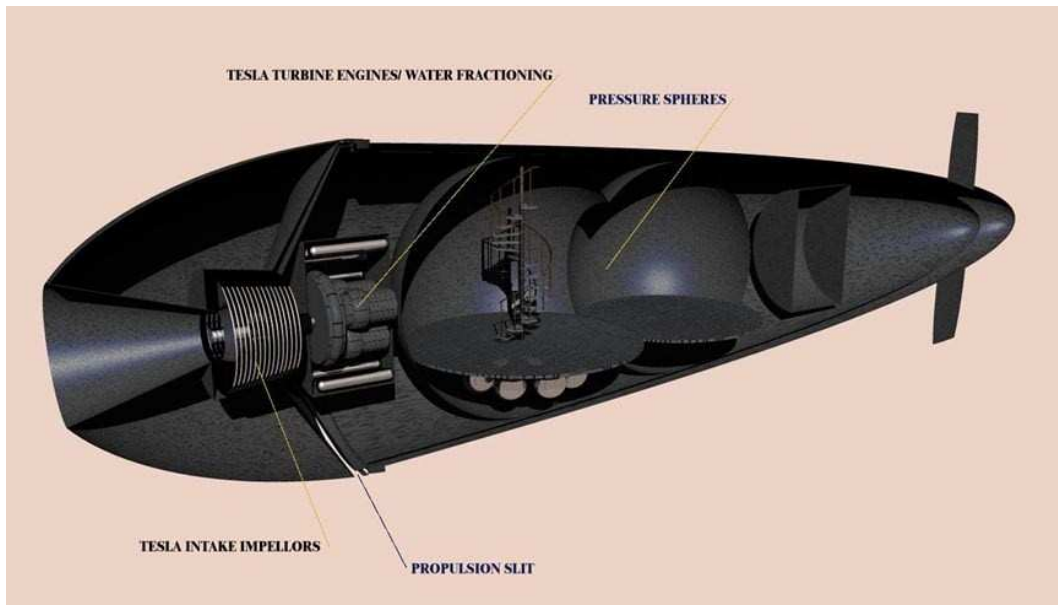


Figura 1.3.: Conceito de um submarino com um sistema de propulsão usando uma turbomáquina de discos. Os pioneiros deste conceito foram Viktor Schauberger e Nikola Tesla (Fonte: *Frank Germano*, 28 de Março de 2009)

1.3. Dispositivos comerciais

Actualmente existe somente uma empresa a comercializar turbomáquinas de discos. Essa empresa tem o nome Discflo[®], e tem soluções direccionadas para aplicações onde é difícil o bombeamento usando bombas convencionais. Esta empresa oferece uma variedade de bombas de disco, com capacidades de bombeamento 8×10^{-3} a $38 \text{ m}^3/\text{s}$. As suas bombas atingem uma velocidade de 3600 rpm, sendo particularmente adequadas para situações onde o fluido contém ar misturado, sólidos suspensos e abrasivos, ou no caso de fluidos sensíveis a danos e fluidos muito viscosos. A ausência de pás permite que estas bombas movam fluidos sem embater nos sólidos suspensos. Estas também operam sem criar excessiva turbulência no fluido bombeado, aproximando-se geralmente o seu funcionamento do regime laminar. Isto permite desenvolver um escoamento não pulsante. Estas bombas podem operar fluidos com viscosidades até 10000 cPs . Segundo a empresa

1. Introdução



Figura 1.4.: Exemplo de uma bomba de discos da empresa DiscFlo (Fonte: *DiscFlo*, 8 de Março de 2009)

as aplicações destas bombas passam pelas seguintes áreas: indústria petroquímica, processos químicos, águas sanitárias, alimentos, bebidas, fabrico de produtos farmacêuticos e várias aplicações especiais, onde entram fluidos abrasivos, sólidos, e altas viscosidades, etc (*DiscFlo*, 8 de Março de 2009). Na Fig. 1.4 podemos ver uma bomba da empresa DiscFlo®.

Existe ainda uma associação, a Tesla Engine Builders Association, sem fins lucrativos que é dedicada ao grande inventor Nikola Tesla. Aos membros é fornecida informação e assistência para construir reproduções das máquinas de Tesla. é curioso que existam vários níveis de membros. Dependendo do nível de membro é fornecida mais ou menos informação. No nível de membro mais alto fornecem um manual completo de 90 paginas contendo muita informação acerca das turbomáquinas de disco de Nikola Tesla (*Tesla Engine Builders Association*, 14 de Março de 2009). Na Fig. 1.5 podemos ver uma reprodução da patente de Nikola Tesla de um turbina de discos construída por esta associação.

1. Introdução

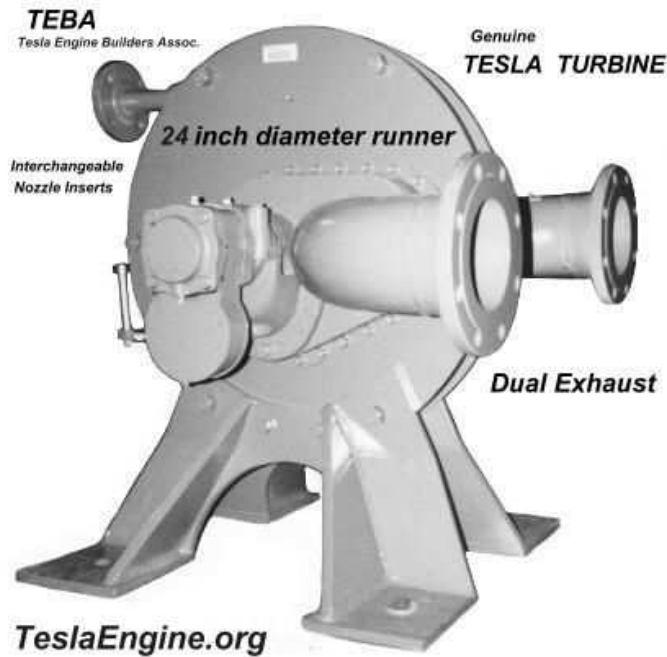


Figura 1.5.: Turbina Tesla criada pela associação Tesla Engine, com discos de aproximadamente 60cm de diâmetro. (Fonte: *Tesla Engine Builders Association*, 14 de Março de 2009)

1.4. Estrutura da Dissertação

No primeiro capítulo é apresentada uma breve introdução às turbomáquinas de disco. São referidas algumas aplicações e é feita referência aos dispositivos comerciais que existem.

No capítulo dois é feita uma revisão ao estado da arte sobre as turbomáquinas que se baseiam em forças viscosas. São apresentados por ordem cronológica os estudos mais importantes desde que este tipo de aparelhos foram inventados, sendo dado detalhe maior aos estudos mais recentes. O capítulo está dividido em três secções, uma primeira sobre os modelos analíticos, uma segunda sobre modelação com dinâmica de fluidos computacional e uma terceira sobre modelação experimental.

O terceiro capítulo apresenta modelos analíticos que vão servir para projectar a instalação experimental. Este está dividido em duas secções. Uma primeira onde são apresentadas soluções analíticas para casos simples de escoamento num disco em rotação. Na segunda secção apresenta-se o modelo físico-matemático proposto para a bomba de discos, de modo a conseguir projecta-la e proceder à sua construção.

1. Introdução

No quarto capítulo é descrito o conceito utilizado para a construção da instalação experimental bem como os detalhes do ensaio. Também este capítulo está dividido em duas secções, na primeira é feita a caracterização de toda a instalação e dos conceitos e problemas solucionados durante o seu desenvolvimento. Na segunda é apresentado o procedimento experimental que serviu para a recolha dos resultados obtidos no ensaio da instalação experimental.

O quinto capítulo apresenta a análise dos resultados experimentais, incluindo algumas observações e conclusões. Este está dividido em duas secções, uma para resultados obtidos para velocidades de rotação entre 140 e 450 rpm, e outra para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm.

Finalmente, no sexto capítulo, são retiradas as conclusões finais do trabalho. Descreveu-se as conclusões relativamente ao projecto da bomba de discos e as relativas aos resultados experimentais. É ainda sugerido um conjunto de trabalhos futuros.

2. Estado da Arte

Dando continuidade à nota histórica, referimos novamente que Nikola Tesla foi a primeira pessoa a introduzir o conceito de uma turbomáquina sem pás em 1906. Este inventor apresentou uma bomba que usava discos, paralelos entre si, dentro de um encapsulamento. Esta bomba foi patenteada em 1913 (Tesla, 1913a). Nesse mesmo ano, Nikola Tesla construiu e patenteou uma turbina, tendo por base o mesmo princípio de funcionamento da bomba. A turbina possuía discos de 20cm e era alimentada a vapor, sendo capaz de produzir mais de 147 kW (Tesla, 1913b). Tesla refere que as suas máquinas se baseavam na propriedade de adesão associada à viscosidade do fluido, justificando que eram muito eficientes devido à sua forma de transferência de energia. Apesar disso, das várias turbinas que foram projectadas e construídas por Tesla (Tesla, 1911; Stockbridge, 1912), e que eram de grande dimensão, não houve registo de bons rendimentos. Para além do projecto da turbina, Nikola Tesla publicou também projectos para máquinas que operavam com o mesmo princípio de funcionamento. Exemplos dessas máquinas são um compressor de ar, o motor de ar, e o ventilador e bomba de vácuo (O'Neill, 1994; Cairns, 2001). As ideias de Tesla atraíram a atenção da empresa Allis Chalmers, que fez um acordo de forma a construir uma turbina de 500 kW. Esta foi testada com vapor mas sem o uso de um condensador. A eficiência obtida foi baixa, em particular devido à sua grande dimensão e ao facto de não ter sido completamente desenvolvida (O'Neill, 1994). Naquela altura considerou-se que não era comercialmente viável, devido à ausência de materiais adequados para funcionar a altas velocidades. Mais tarde, foram publicadas várias análises qualitativas que se basearam num factor de fricção, em dados empíricos ou ainda assumiram uma distribuição de velocidades para estimar o desempenho (Soo e Princeton, 1958; Rice, 1963, 1965; Beans, 1966). Apesar destes resultados confirmarem que esta turbomáquina multi disco podia ter um bom desempenho, a experiência demorara a dar-lhes razão.

Foram feitas muitas tentativas para comercializar este tipo de máquinas, especialmente as bombas, mas não houve uma grande generalização da sua aplicação. Rice (1991) refere que os rendimentos no rotor deste tipo de máquinas podem ser muito elevados, mas existem perdas adicionais inerentes aos escoamentos na entrada e saída do rotor. Para

2. Estado da Arte

turbinas, os injectores são necessariamente longos, o que os torna pouco eficientes. Para bombas, ou compressores, os difusores ou a voluta têm que dirigir escoamentos com ângulos de entrada muito pequenos, o que provoca uma redução do desempenho. Por estas razões, as máquinas Tesla actuais têm rendimentos muito abaixo do que seria de esperar, partindo apenas da consideração do escoamento no rotor. As turbomáquinas Tesla demonstram não ser competitivas para aplicações onde as máquinas convencionais têm bons rendimentos. Deste modo, não é de esperar que venham a substituir as bombas, ou turbinas, de água e gás convencionais. Podem no entanto ser consideradas outras aplicações, em particular onde as máquinas convencionais são inadequadas. Essas aplicações ocorrem geralmente para baixa potência, no uso de fluidos muito viscosos, de fluidos não Newtonianos e a escalas geométricas muito pequenas como os MEMS (Micro ElectroMechanical Systems). Nestas condições é possível trabalhar com este tipo de aparelhos, em situações onde ocorrem misturas de fluidos abrasivos, e em escoamento bifásico. A produção de energia a partir de vapor com origem geotérmica é uma possível aplicação para estas máquinas, que já demonstrado por Schmidt (2002). O funcionamento destas máquinas é mais silencioso do que nas máquinas convencionais e no caso das bombas têm a particularidade de resistir bem à cavitação. Este tipo de máquinas pela sua simplicidade de construção, podem ser fabricadas em pequenas oficinas mecânicas (Rice, 1991).

Nos secções seguintes é apresentada uma compilação dos trabalhos mais importantes publicados até à data, por ordem cronológica, e dando mais ênfase aos trabalhos mais recentes.

2.1. Modelos analíticos puros

O escoamento no rotor pode ser laminar ou turbulento, sendo reconhecidas certas vantagens e desvantagens em cada regime. Os primeiros trabalhos eram basicamente empíricos e pouco suportados numa base analítica. Só a partir dos anos 50 é que surgiu algum interesse académico sobre este tipo de máquinas. A investigação, a partir dessa altura, centrou-se na área da modelação analítica do escoamento no espaçamento entre os discos do rotor. A maioria dos trabalhos considerou que o escoamento se desenvolveu de forma laminar, que o fluido é incompressível e Newtoniano, embora estes dispositivos aceitem qualquer tipo de fluido, seja ele gás ou líquido.

Breiter e Pohlhausen (1962) apresentaram uma solução aproximada para o escoamento laminar de um fluido incompressível, entre dois discos paralelos animados de um movimento de rotação, o que corresponde ao funcionamento como bomba. Assumiram um

2. Estado da Arte

caudal suficientemente pequeno, de modo a permitir linearizar as equações de Navier-Stokes.

Rice (1963, 1965), por sua vez, usou em todo o seu estudo um factor de fricção como parâmetro principal para ter em conta os efeitos viscosos, desta forma evitava a necessidade e resolver as complexas equações de Navier-Stokes. Além disso propôs alguns parâmetros de desempenho, para o cálculo da queda de pressão na turbina (no rotor e no injector), e ainda parâmetros de desempenho globais tais como binário, potência e rendimento. O rendimento demonstrado da turbina ainda não excedeu os 40% (Rice, 1965) e o da bomba os 60% (Rice, 1963). Também desenvolveram um estudo analítico usando soluções aproximadas para o escoamento laminar e incompressível Matsch e Rice (1967a,b) .

Beans (1966) também investigou a turbina Tesla. Este autor fez uma simulação analítica para o escoamento laminar incompressível na turbina. Testou ainda uma turbina de 15 cm de diâmetro. Nestes ensaios obteve uma boa concordância qualitativa (mas não quantitativa) com os seus cálculos para a previsão de desempenho.

Khan (1970) estudou a forma como se desenvolve o escoamento radial do fluido entre dois discos em co-rotação. A sua abordagem analítica, e os seus resultados, estão de acordo com o trabalho anteriormente publicado por Breiter e Pohlhausen (1962).

Doligushev e Khaidarov (2001) procuraram obter soluções analíticas para a distribuição de velocidades na direcção radial e circunferencial de uma bomba de discos. Neste caso a entrada e a saída do fluido da bomba, é tangencial ao plano dos discos, com direcções contrárias, ver Fig.2.1. No segmento de rotação BCD (Fig.2.1), o fluido é acelerado devido ao trabalho das forças viscosas, resultando num gradiente de pressão periférico positivo. Deste modo, as forças de pressão não aceleram o fluido, mas retardam-no na direcção principal. Parte significativa do fluido irá sair do espaçamento dos discos em direcção contrária ao fluido que entra na bomba, resultando daí algumas perdas significativas, ver geometria da Fig.2.1. Outro aspecto a salientar é direcção radial. No meio do canal curvo prevalecem forças centrífugas, forçando o fluido mover-se para o exterior em direcção às paredes, enquanto que nestas o fluido volta em direcção ao centro da curvatura. Esta recirculação deve-se ao facto, que a maior velocidade na direcção circular é desenvolvida nas camadas adjacentes aos discos, movendo o fluido por acção centrífuga contra as paredes da bomba. A presença das paredes causa uma reversão radial do escoamento, forçando-o em direcção ao centro da curvatura por entre os discos. Os autores basearam-se nas equações simplificadas de Navier-Stokes. Consideraram que o escoamento entre os discos era laminar e totalmente desenvolvido. Assumiram ainda que o fluido era incompressível, que o gradiente de pressão circunferencial, induzido pelos

2. Estado da Arte

discos a uma rotação constante, é adverso e também ele constante, e que o escoamento é constituído por duas componentes (a principal que é circunferencial e a secundária radial). Seleccionando os parâmetros das equações de forma a existir uma boa concordância entre o perfil de velocidades experimental e calculado, avaliaram a velocidade dos escoamentos secundários. Concluíram que a sua velocidade é bastante inferior (na ordem de 10^4 vezes) comparada com a velocidade do escoamento na direcção principal. No entanto a influência na distribuição de velocidades é bastante substancial. Os cálculos efectuados são muito sensíveis aos valores do gradiente de pressão circunferencial e da velocidade de escoamentos secundários, no qual têm que ser considerados no projecto deste tipo de bombas (Doligushev e Khaidarov, 2001).

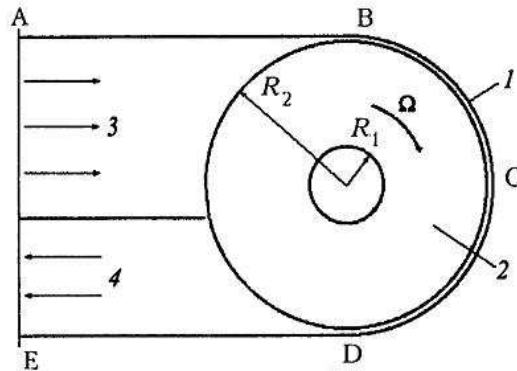


Figura 2.1.: Geometria da bomba de discos estudada por Doligushev e Khaidarov (2001)

Recentemente Couto et al. (2006) apresentaram uma metodologia simplificada, usando as equações clássicas da camada limite, para estimar o número de discos requerido pela turbina Tesla. Usaram equações de transporte para descrever o escoamento entre dois discos paralelos e em rotação, estimando a espessura da camada limite em regime laminar e turbulento. Uma vez definido o fluido de trabalho, as condições de entrada e potência de saída, demonstraram como calcular o número total de discos necessários para obter o desejado desempenho. É importante referir que os autores não revelam conhecer os trabalhos similares feitos desde a invenção da turbina Tesla. A técnica apresentada dá uma estimativa aproximada, descartando muitas variáveis importantes para o projecto deste tipo de máquinas. Referem também que este tipo de máquinas pode funcionar num grande espectro de fluidos (Couto et al., 2006), como já aqui referimos.

Al-Halhouli et al. (2007) investigaram analítica e numericamente o desempenho de duas micro-bombas, uma de um único disco e outra de disco duplo. Nestas máquinas o fluido passa por um canal em forma de C que tem uma secção rectangular, como pode

2. Estado da Arte

ver na Fig.2.2. Estes autores estudaram a influência dos parâmetros geométricos no desempenho. Em particular estudaram o efeito da razão entre raio interior e exterior do disco e também a razão de aspecto do canal (comprimento/altura). O disco roda sobre o canal criando uma câmara de bombeamento. No caso da bomba de disco duplo existe outro disco a rodar por baixo dessa câmara. Para estimar a influência destas variáveis geométricas foram utilizados modelos numéricos 3D, usando o método de volumes finitos. Tanto para a bomba de um único disco como para a de duplo disco foram obtidos coeficientes de resistência, e de pressão, para diferentes geometrias da bomba. Estes coeficientes foram formulados para uma vasta gama de razões de raios e de aspecto. Os autores obtiveram uma boa concordância entre os resultados analíticos e numéricos, com um erro inferior a 6%. Para ambas as bombas de disco o caudal decresce linearmente com o aumento da diferença de pressão, o que é consistente com as expressões analíticas utilizadas pelos autores, que apresentam uma relação linear (Al-Halhouli et al., 2007).

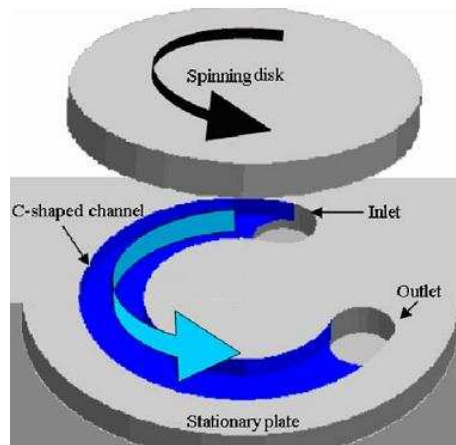


Figura 2.2.: Bomba em forma de C estudada por Al-Halhouli et al. (2007)

2.2. Modelação com dinâmica dos fluidos computacional

Breiter e Pohlhausen (1962) linearizaram as equações de Navier-Stokes para o escoamento entre dois discos paralelos funcionando como bomba. Estas equações, na sua forma linearizada, não eram aplicáveis à entrada, pelo que foi necessário resolver as equações não lineares de forma numérica. Estes autores referem que a solução de equações não lineares representa condições reais e que são, também úteis para analisar o escoamento radial do fluido na saída. Neste caso foi considerado que a velocidade radial era constante na entrada axial da bomba.

2. Estado da Arte

(Rice, 1991) refere que o rendimento é em geral elevado, e pelo menos igual ao alcançado nas máquinas convencionais. Já Nikola Tesla refere que 65% era o limite teórico da eficiência destas turbomáquinas (Tesla, 1911). Crawford e Rice (1974) publicaram um artigo sobre o desempenho de bombas Tesla, baseado em dados obtidos numericamente para um escoamento entre dois discos usando uma abordagem puramente integral. Este autores obtiveram um elevado número de resultados, apresentados na forma adimensional. Conseguiram demonstrar que o rendimento do rotor pode ser superior a 95% em certas condições de escoamento. Nestes cálculos foi assumido que a componente tangencial da velocidade à entrada da bomba era zero. As perdas subjacentes à forma do encapsulamento, à resistência viscosa do fluido nas paredes e à entrada não axial do escoamento não foram consideradas.

Batista (2007) também apresenta soluções analíticas e numéricas para as equações de Navier-Stokes no caso do escoamento permanente de um fluido incompressível entre dois discos colineares sem aproximações. A solução é obtida para as componentes de velocidade e pressão na direção radial, em constaste com as soluções analíticas de Breiter e Pohlhausen (1962) que têm como base equações simplificadas de Navier-Stokes. A primeira e segunda aproximação da solução foram resolvidas analiticamente e a terceira e quarta foram resolvidas numericamente. Foi apresentado um exemplo numérico que demonstrou estar de acordo com os resultados obtidos por Hide e Crespo del Arco usando diferentes metodologias. O erro relativo foi da ordem de 2% (Batista, 2007).

Lemma et al. (2008) investigaram numericamente, e experimentalmente, uma turbina a gás multidiscos. Foram efectuados ensaios de modo a medir o rendimento da expansão adiabática e a potência de saída da turbina. Estes autores referem a importância deste tipo de máquinas para a geração de energia em aparelhos portáteis. Surgem também a sua aplicação em motores de propulsão, no controlo de camada limite, e na medição de caudal e por exemplo, micro cogeração para uma residência individual ou para lâmpadas de edifícios industriais. Para além da económica fabricação estas máquinas são indicadas substituir baterias. É referido que, apesar do actual baixo desempenho destas micro-turbomáquinas, estas podem fornecer uma maior potência de saída que as melhores baterias químicas actuais. Os parâmetros explorados neste trabalho foram a influência dos perfis de velocidade, da pressão e da distribuição das tensões tangenciais nos discos, bem como a intensidade e dissipação da turbulência na voluta de entrada da turbina. As perdas corresponderam a cerca de 92% da carga medida, tendo-se considerado que as perdas nos rolamentos eram a causa principal deste elevado valor. Se estas perdas pudessem ser eliminadas a turbina operava próximo do seu rendimento máximo teórico

de 38.5%. Os resultados do estudo numérico demonstraram que a utilização de um encapsulamento em forma de espiral reduz as perdas de forma significativa. Isto deve-se ao facto de a câmara desviar o escoamento de forma suave em direcção ao espaçamento entre os discos, ver Fig. 2.3. O pior desempenho foi obtido para o encapsulamento de forma circular (Lemma et al., 2008).

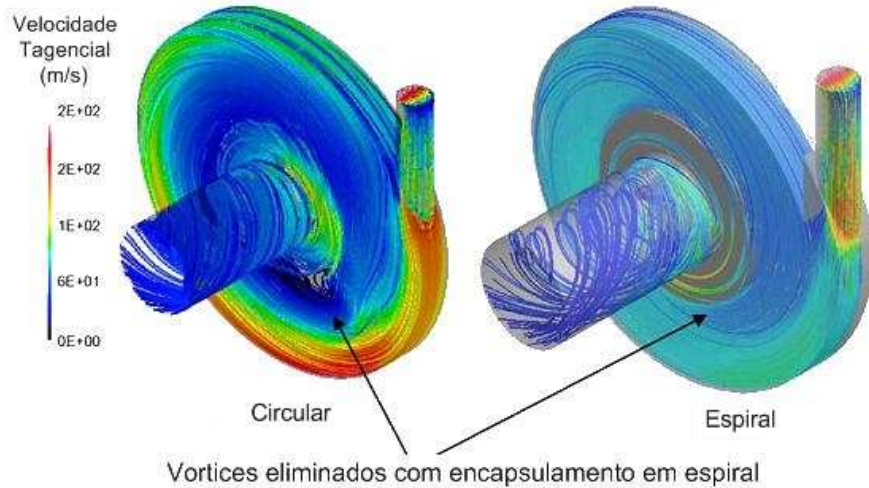


Figura 2.3.: Linhas de corrente coloridas por velocidade tangencial com encapsulamento circular e espiral(Lemma et al., 2008).

2.3. Modelação experimental

Nikola Tesla foi a primeira pessoa que fez experiências com este tipo de máquinas. Em 1906 Tesla construiu um primeiro modelo de turbina com 8 discos de 15cm de diâmetro, atingindo uma rotação de 35000 rotações por minuto, quando alimentada a ar comprimido. Mais tarde construiu um modelo de uma turbina de maior dimensão por volta de 1910. Esse modelo tinha discos de 30cm de diâmetro que rodavam a 10000 rotações por minuto e desenvolvia uma potência de 75kW. Construiu ainda uma turbina de 500kW em acordo com a empresa Allis Chalmers como já foi anteriormente referido. O rotor era constituído por 15 discos de 152cm de diâmetro, que rodavam a 3600 rotações por minuto (O'Neill, 1994).

Hasinger e Kehrt (1963) continuaram o trabalho de Breiter e Pohlhausen (1962), e ensaiaram experimentalmente um rotor de discos para funcionar como bomba. Examinaram as perdas na entrada e rendimento na zona entre os discos. Estes autores descobriram que o perfil de velocidades entre os discos deve ser parabólico para obter um melhor

2. Estado da Arte

rendimento. Sendo que esta é reduzida à medida que o perfil de velocidades se deforma até atingir um perfil com inflexão. O rotor ensaiado experimentalmente por estes autores, atingiu um rendimento de 55%.

Possell (1980) criou uma patente de uma bomba de discos, baseada na bomba de Tesla (1913a). Na sua patente introduz vários tipos de discos no seu interior, apresentados na Fig. 2.4. O autor também refere a grande variedade de aplicações onde este tipo de turbomáquina se pode inserir, sendo que algumas já foram demonstradas com sucesso. Exemplo disso, passa por bombear fluidos com combinação de duas ou três fases (gasoso, líquido ou sólido), fluidos provenientes de poços geotérmicos, água com peixes vivos ou vegetais, cimento, águas sanitárias e até sangue para uso médico (Joyce, 1979; Possell, 1980). O autor comparou experimentalmente uma bomba centrífuga e uma bomba de discos. Ambos os rotores foram testados em situações idênticas, com uma velocidade de rotação de $12000rpm$ alimentado por um motor eléctrico síncrono. Os resultados foram apresentados em forma de gráfico, ver Fig. 2.5, onde concluíram que as bombas de disco apresentam um desempenho igual ou maior que as bombas convencionais para desempenhar a mesma aplicação específica. Observando a Fig. 2.5, também podemos reparar que o caudal é aproximadamente linear com a pressão (para caudais mais baixo), contrariamente à bomba centrífuga.

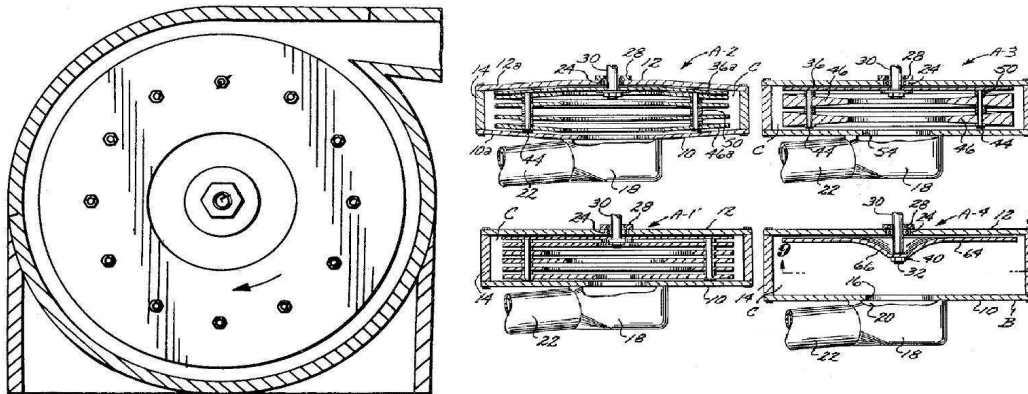


Figura 2.4.: Patente de uma bomba de discos, criada por Possell (1980).

As bombas de disco, que geralmente são pensadas com vista a obter um fluxo de caudal constante, também podem ser usadas em aplicações onde se pretende um fluxo pulsante. Miller et al. (1990) projectaram e testaram um protótipo de uma bomba centrífuga multi-disco pulsante, esta é conhecida na língua inglesa por *Tesla Viscous Flow Pump*. Esta bomba foi comparada por estes autores, com a bomba de pistão Harvard

2. Estado da Arte

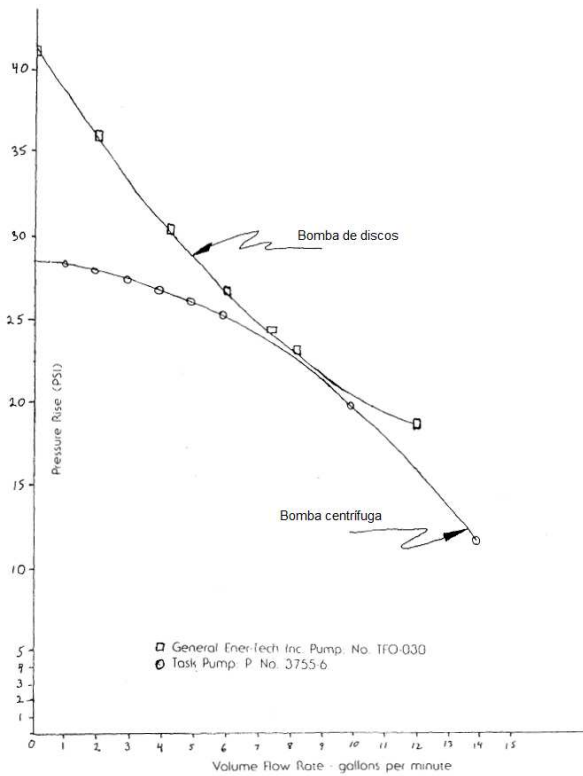


Figura 2.5.: Resultados obtidos experimentalmente da comparação entre uma bomba de discos e uma bomba centrífuga, com ambos rotores com uma velocidade de rotação de $12000rpm$ (Joyce, 1979; Possell, 1980).

que é geralmente usada para bombear sangue. Pretendia-se saber se a bomba de disco produzia pressões e caudais fisiológicos similares às bombas cardíacas. Os valores médios obtidos para a pressão e caudal foram muito semelhantes para ambas, embora os da bomba de disco apresentassem valores ligeiramente superiores aos da bomba Harvard, para as mesmas condições de funcionamento. O que permite concluir que também a bomba de discos pode ser usada nestas aplicações. A origem de algumas imprecisões detectadas, é essencialmente devido a erros no controlo do circuito da bomba. O ajuste foi feito manualmente para que a bomba de discos se aproximasse da duração da pressão arterial sistólica da bomba de Harvard, sendo que esta foi calibrada para se ajustar às condições fisiológicas do ser humano. Estas fragilidades no sistema de controlo podem ser corrigidas usando um controlo computadorizado. Segundo os autores, quando esse sistema estiver operacional pode reduzir significamente os problemas associados com a imprecisão no controlo da bomba de disco em relação às actuais bombas de sangue. Apesar das limitações evidenciadas nos testes, o protótipo foi capaz de produzir pressões

2. Estado da Arte

fisiológicas e fluxos de sangue típicos dos fornecidos pelos actuais corações artificiais. Estes baseiam-se actualmente como bombas SAC, de diafragma e de pistão. Miller et al. (1990) referem ainda que, futuramente, serão necessários outros testes para analisar as condições do fluxo do sangue dentro da bomba, bem como o seu encapsulamento. As zonas de estagnação, de elevada intensidade de turbulência e de cavitação também devem ser monitorizadas, de modo a eliminar quaisquer condições de escoamento que provoquem a destruição de alguns dos constituintes do sangue (Miller et al., 1990)

Uma bomba de disco, de fluxo radial e com ranhuras no seu estator, foi analisada por Winoto (1999). O aumento da temperatura do fluido de trabalho, em particular a altas rotações, entre 600 e 1800 rpm, fez com que a relação pressão-caudal deixasse de ser linear. Neste caso o ensaio foi feito com uma bomba de baixa velocidade, compreendida entre 50 e 500 rpm. Os testes foram feitos a baixas rotações para minimizar a subida da temperatura do fluido. O objectivo destes autores era verificar a precisão da sua formulação analítica para a relação pressão-caudal. Compararam então os valores analíticos, usando valores médios de viscosidade provenientes da experiência, com os valores obtidos nos ensaios para a pressão e caudal. Verificaram que os resultados diferiam de no máximo 10%. Concluiu-se ainda que a comparação de resultados mais favorável ocorria a baixas velocidades, em particular entre 50 e 250 rpm, o que confirma que a pequena não-linearidade observada na relação pressão-caudal era essencialmente devida à inconstância da viscosidade do fluido usado na experiência. É importante ressaltar, que neste tipo de ensaios experimentais, se deve ter o cuidado de manter as propriedades do fluido constantes. O que também será tido em conta nos ensaios feitos no âmbito do presente trabalho (Winoto, 1999).

Schmidt (2002) desenvolveu um projecto que explora o potencial de rentabilidade da produção de electricidade a partir de biomassa com uma turbina de discos. Os objectivos deste projecto passaram pela documentação do desempenho, avaliação dos efeitos de deposição de detritos, corrosão e erosão, de forma a projectar uma próxima geração da máquina. A turbina apresentou um baixo rendimento num ensaio durante 40 horas, tendo consumindo cerca de 68 Kg de combustível biomassa. O seu desempenho mostrou um rendimento isentrópico de 11% a 6284 rpm. Nestes testes foi registado uma temperatura de 371°C e uma pressão de 3 bar nas condições de entrada na turbina. Durante o teste não se observou qualquer degradação significativa dos componentes da máquina, nem qualquer deposição de partículas. Estes resultados representam um primeiro passo em direcção ao desenvolvimento deste tipo de turbinas para biomassa. Verificou-se que não existe qualquer entrave no uso da biomassa para este tipo de rotores. Este autor

2. Estado da Arte

continuará, avaliando modelos matemáticos previamente desenvolvidos para o projecto e construção de um protótipo. O protótipo deverá atingir um rendimento isotrópico de pelo menos 50%, valor que considerou ser alcançável (95% para o rotor (Crawford e Rice, 1974)) e ainda completar testes de longa duração para demonstrar a fiabilidade e o desempenho da turbina ao longo do tempo (Schmidt, 2002).

Blanchard et al. (2005) desenvolveram e testaram duas versões de uma bomba de discos, de um único disco e duplo disco. Os discos colineares, estão separados por uma pequena distância formando um canal direccionando o fluido a passar por uma parte dos discos, idêntico à geometria da Fig. 2.6a. A vantagem destas micro bombas, comparadas com bombas de pás convencionais, centra-se na sua capacidade de funcionarem bem numa larga gama de caudais, em terem uma boa facilidade no controlo do caudal e permitindo mantê-lo constante e sem oscilações. Também é vantajosa por ser de construção simples, com uma estrutura planar. Estes autores verificaram experimentalmente que o caudal aumenta quase linearmente com a velocidade de rotação, o que prova o efeito dominante das forças viscosas induzidas pela rotação dos discos. Esta geometria permite facilmente inverter a direcção de bombeamento mudando o sentido de rotação dos discos. Estes autores compararam o caudal máximo e tamanho típico destas bombas de disco com outro tipo de bombas. Elas destacam-se por fornecerem mais caudal que as outras micro bombas. Estas podem ser do tipo ultrasónico, peristálticas, rotativas, EHD (electro-hidrodinâmicas), EK (electro-cinéticas), de transferência de fase, MHD (magneto-hidrodinâmicas). Durante a experiência foi inserido corante Rhodamine dentro do volume de bombeamento, o que permitiu visualizar o movimento do escoamento provocado pelos gradientes de pressão, pelas forças viscosas e centrífugas. As aplicações potenciais para as bombas de disco, sugeridas por estes autores, são no transporte de fluidos biomédicos, distribuição de medicamentos e ainda para aplicações em arrefecimento de electrónica (Blanchard et al., 2005).

Blanchard e Ligrani (2006a) apresentaram novos parâmetros adimensionais para caracterizar o desempenho das bombas de efeito viscoso com diferentes configurações geométricas. A altura de carga máxima e o caudal máximo foram adimensionalizados para as diferentes configurações. Este trabalho foi feito tendo em conta as dimensões, velocidade de rotação e viscosidade do fluido usados a diferentes escalas (macro e milimétrica). Estes parâmetros foram criados com base na combinação de expressões analíticas para escoamentos do tipo Couette e Poiseuille. O uso destes parâmetros foi feito a partir de dados experimentais compilados de várias fontes para as bombas de disco (Fig. 2.6a), de canais de lóbulos (Fig. 2.6b e Fig. 2.6c), de canais em forma de espiral (Fig. 2.6d e

2. Estado da Arte

Fig. 2.6e) e hélice (Fig. 2.6f), e de cilindro (Fig. 2.6g). Estes parâmetros são úteis para analisar quantitativamente o desempenho das diferentes configurações para cumprir as aplicações que requerem maiores pressões ou caudais. Estes autores concluíram que o caudal varia com o número de canais e com a sua largura, enquanto que a pressão varia com o comprimento do canal que impulsiona o fluido. Portanto as bombas com os canais dispostos de forma radial, com canais com vários lóbulos em forma de C (Fig. 2.6b) e V (Fig. 2.6c), e as bombas de vários canais em forma de espiral (Fig. 2.6d) têm a vantagem de disponibilizarem grandes caudais devido ao seu elevado número de canais. As bombas com um único ou poucos canais em forma de espiral (Fig. 2.6e) ou de hélice (Fig. 2.6f) têm a vantagem de obterem maiores pressões devido ao maior comprimento dos seus canais (Blanchard e Ligrani, 2006a).

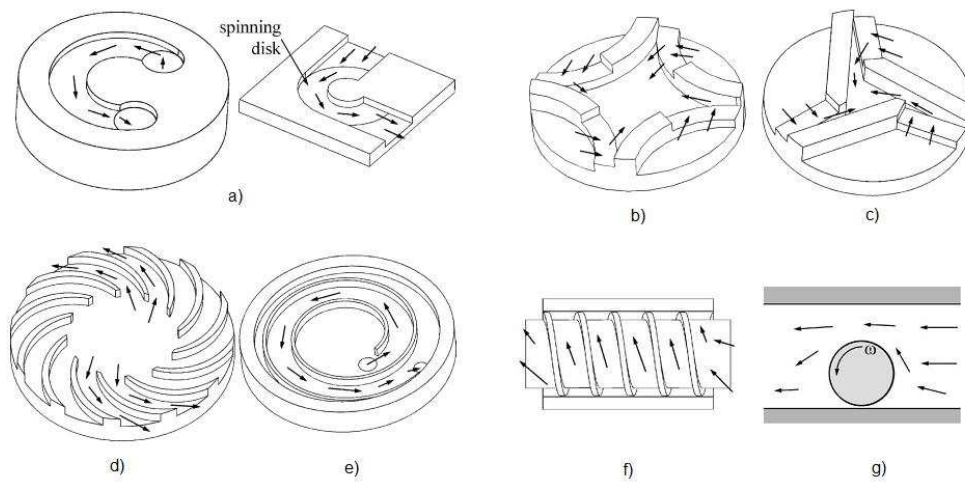


Figura 2.6.: Configurações de vários tipos de bombas viscosas. a) Bomba de discos, b) Bomba de lóbulos em forma de C, c) Bomba de lóbulos em forma de V, d) Bomba com vários canais em forma de espiral, e) Bomba com um canal em forma de espiral, f) Bomba em forma de hélice e g) Bomba de cilindro (Blanchard e Ligrani, 2006a).

Blanchard e Ligrani (2006b) analisaram experimentalmente a combinação do escoamento de tipo Couette e Poiseulle com maior pormenor, na bomba de disco em forma de C (ver Fig. 2.6a), às escalas milimétrica e micrométrica. Um dos discos é rotativo enquanto que o outro está estático. Na câmara da bomba cria-se uma pressão circumferencial, que devido às interações do fluido com as paredes, provoca um aumento da pressão estática ao longo do canal. Esta variação de pressão vai opor-se às forças viscosas produzidas pelo movimento relativo dos discos (escoamento de Couette), criando

2. Estado da Arte

uma recirculação do fluido quando a pressão for suficientemente elevada (escoamento de Poiseulle). A configuração que estes autores utilizaram produz gradientes de velocidade relativamente altos a baixos números de Reynolds. Refere-se que este tipo de escoamentos constitui uma variação do escoamento de tipo Couette que ainda não foi amplamente estudada. O escoamento entre os dois discos gera um gradiente de pressão segundo a direcção do volume de fluido em movimento. Assim sendo, o escoamento que se produz entre esferas rotativas e cilindros concêntricos (em que não existe movimento horizontal do fluido) é diferente, porque tais gradientes de pressão são insignificantes. Importantes diferenças também estão presentes nos cilindros mesmo se estes gerarem escoamentos axiais, porque o gradiente de pressão é perpendicular à direcção das superfícies móveis, contrariamente ao caso em estudo pelos autores. Outra importante diferença comparada com outras configurações, é que devido à pequena escala desta experiência as forças centrífugas são insignificantes. Os autores fizeram variar a velocidade de rotação do disco, a altura do canal, a viscosidade do fluido e o número de Reynolds. Como fluido de trabalho utilizaram ar, água e um óleo de motor 5W-30. Efectuou-se um ensaio com a saída da bomba fechada, ou seja, com um caudal nulo, o que corresponde ao caso em que se dá um equilíbrio entre os escoamentos de Couette e de Poiseulle. Estes resultados mostram que o aumento de pressão é independente da altura do canal, da velocidade de rotação, e da viscosidade do fluido para números de Knudsen iguais ou menores que 0.001 e número de Reynolds inferior a 110. Há que referir que, para número de Reynolds superior, o erro foi maior que 10%. Conclui-se que os resultados desta experiência apresentam um bom alinhamento com as soluções analíticas. A abordagem experimental, juntamente com os procedimentos analíticos, pode então ser usada para determinar a viscosidade do fluido usando pequenas amostras, de ordem dos micro-litros. Com isto é possível obter resultados para a incerteza experimental menores que os obtidos com outros tipos de aparelhos, tais como tubos capilares e micro canais (Blanchard e Ligrani, 2006b).

Algumas aplicações fisiológicas envolvem a utilização de sistemas de bombeamento não pulsados. Atencia e Beebe (2006) exploraram a criação de um caudal constante, em sistemas de microfluidica com bombas de discos. Esta aplicação foi inspirada no exemplo do sistema cardiovascular do corpo humano. Nos pequenos capilares o caudal é constante em vez de pulsante pois as pulsações geradas pelo coração são atenuadas pela complacência das artérias. Como a complacência das paredes dos sistemas de microfluidica fabricados é insignificante, comparada às das artérias, a bomba tem que produzir caudal constante. Foram apresentados sistemas de um e dois circuitos fechados em que o caudal contínuo, gerado pelas bombas de disco, pode ser também usado para separar pequenas partículas. As potenciais aplicações não se restringem ao domínio da separação de partículas, por

2. Estado da Arte

dimensão, mas também podem abranger a separação baseada em propriedades magnéticas, e eléctricas, dessas mesmas partículas. Podem ainda ser utilizadas em instalações de fraccionamento de caudal. A bomba de disco não é uma bomba volumétrica, o que a faz ser sensível à contra-pressão. Foi por isso que os autores a caracterizaram num sistema fechado, sem contra-pressão e sem forças externas. Esta bomba foi comparada com o caudal de uma micro bomba de pás, funcionando em condições similares. Tanto a bomba de disco como a de pás produziram valores similares de caudal com a mesma potência fornecida, o que permite concluir que têm um rendimento similar. O que geralmente não acontece à macro-escala, onde as bombas de disco têm um rendimento muito inferior às de pás. Apesar de apresentar rendimento semelhante à de disco, a micro bomba de pás gerou oscilações significativas a baixas frequências ($f \approx 5Hz$), sendo que estas diminuem com o aumento da frequência de rotação. Por outro lado, a bomba de disco não apresentou quaisquer oscilações. Atencia e Beebe (2006) explicam que a altas frequências de rotação produzem-se rápidas variações de pressão, o que ocasiona um amortecimento das flutuações locais de caudal em escoamento viscoso. Para minimizar quaisquer oscilações do caudal a frequência de rotação tem que ser a mais alta possível, o que limita a aplicação das bombas de pás em regimes de caudal baixos. As bombas de disco são neste caso mais vantajosas. Além disso, e como não são volumétricas, o caudal pode ser ajustado aumentando ou diminuindo a perda de carga, por exemplo reduzindo a altura do canal (Atencia e Beebe, 2006).

Uma análise de micro bombas de rotor cilíndrico, em 2D, foi apresentada por da Silva et al. (2007) para três configurações diferentes. Uma primeira de encapsulamento recto (em forma de I) que compreende um cilindro posicionado excêntricamente (distância do rotor à parede) em relação ao eixo de simetria do canal (ver Fig. 2.7a). E duas outras configurações de encapsulamento curvo, nas quais os canais têm a forma de L e de U, e onde o cilindro do rotor também se encontra posicionado excêntricamente (ver Fig. 2.7b,c). Estes autores estudaram o efeito que a altura do canal e a excentricidade do rotor tinham no desempenho de cada uma das bombas. O objectivo era maximizar o caudal e ao mesmo tempo minimizar a potência absorvida ao veio da bomba. Estes são factores determinantes para o projecto de uma micro-bomba eficiente. O desempenho destas micro-bombas viscosas é baseado no posicionamento assimétrico do cilindro dentro do encapsulamento. Estes autores fizeram simulações numéricas utilizando o programa COMSOL Multiphysics, que se baseia no método dos elementos finitos. Os resultados numéricos mostraram que a excentricidade do rotor e a altura do canal têm uma importância significativa no caudal produzindo e na potência consumida pela micro-bomba. Concluíram ainda que as bombas de encapsulamento curvo fornecem um caudal maior e

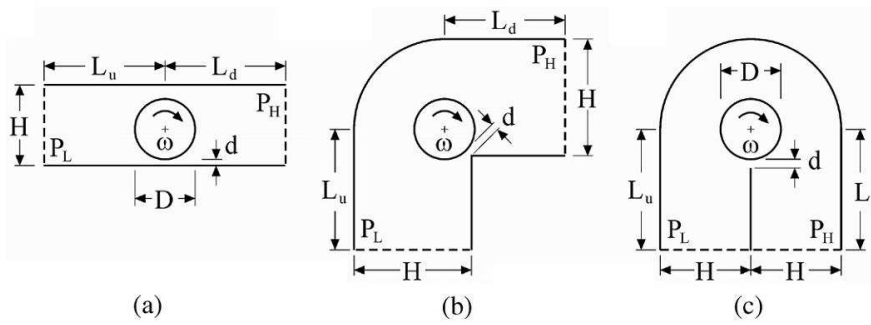


Figura 2.7.: Micro bombas de rotor cilíndrico. a) Encapsulamento recto, em forma em I; b) Encapsulamento curvo, em forma de L; c) Encapsulamento curvo em forma de U.

também requerem menos potência para operarem, em comparação com as de encapsulamento recto. Para qualquer das configurações, uma diminuição da excentricidade provoca uma redução do caudal. Para manter o mesmo caudal com excentricidades menores tem de se aumentar muito a velocidade de rotação, e portanto o número de Reynolds, o que tem um efeito pernicioso sobre o desempenho da bomba. Recorde-se que a bomba funciona por arrastamento viscoso e portanto um aumento do número de Reynolds não é desejável. Conclui-se então que para uma potência fixa é preferível ter o rotor o mais próximo possível da parede (excentricidade máxima), mantendo uma velocidade angular baixa. Também se concluiu que o melhor ângulo entre a entrada e saída da micro bomba deve ser próximo dos 180° , ou seja, a bomba em forma de U tem um melhor desempenho (da Silva et al., 2007).

3. Modelação analítica da bomba de disco

Neste capítulo iremos apresentar várias aproximações para o estudo do escoamento no rotor de um bomba de disco. Este estudo tem como base a compreensão de como se comporta o escoamento num disco em rotação. O estudo aqui apresentado começa com o caso mais simples de um disco em rotação imerso num fluido, passando para o caso de um disco com um escoamento axial, em regime laminar e turbulento, e terminado com o escoamento num disco dentro de um encapsulamento.

Após a compreensão deste tipo de escoamento apresentam-se, numa segunda secção, os vários estudos e modelos físico-matemáticos de vários autores para este tipo de turbomáquinas. Isto permite-nos descrever as equações que se utilizam para projectar, e construir a bomba, bem como a instalação experimental.

3.1. Modelos físico-matemáticos para o escoamento num disco em rotação

Nesta secção vão ser apresentados alguns casos de escoamento num disco em rotação, entre os quais um escoamento perto de um disco em rotação imerso num fluido em repouso e o de um fluido com uma velocidade axial. Também se apresenta o escoamento de um disco em rotação dentro de um encapsulamento. Em todos estes estudos é referido um coeficiente de binário, também se apresenta graficamente a sua evolução em função do número de Reynolds.

3.1.1. Escoamento perto de um disco em rotação imerso num fluido em repouso

Nesta secção iremos apresentar soluções exactas para as equações de Navier-Stokes, em particular, para o escoamento ao longo de um disco imerso num fluido em repouso. As soluções apresentadas são baseadas no trabalho compilado por Schlichting (1979, pp. 102). O disco roda, em torno de um eixo central perpendicular ao plano formado pela

3. Modelação analítica da bomba de disco

sua superfície, com uma velocidade angular uniforme, ω . A camada de fluido mais próxima do disco é transportada por aderência, entre o fluido e a superfície do disco, e expulsada radialmente devido à acção de forças centrífugas. Este efeito provoca um movimento na partículas, que primeiro se movem axialmente em direcção ao disco e depois são transportadas e expelidas radialmente. Deste modo, estamos perante um escoamento tridimensional. Na Fig.3.1 apresenta-se graficamente o escoamento em estudo. Inicialmente consideraremos um plano infinito em rotação, posteriormente iremos particularizar o resultado para um disco de diâmetro finito $D = 2R$. Vamos desprezar os efeitos que a periferia do disco tem no escoamento.

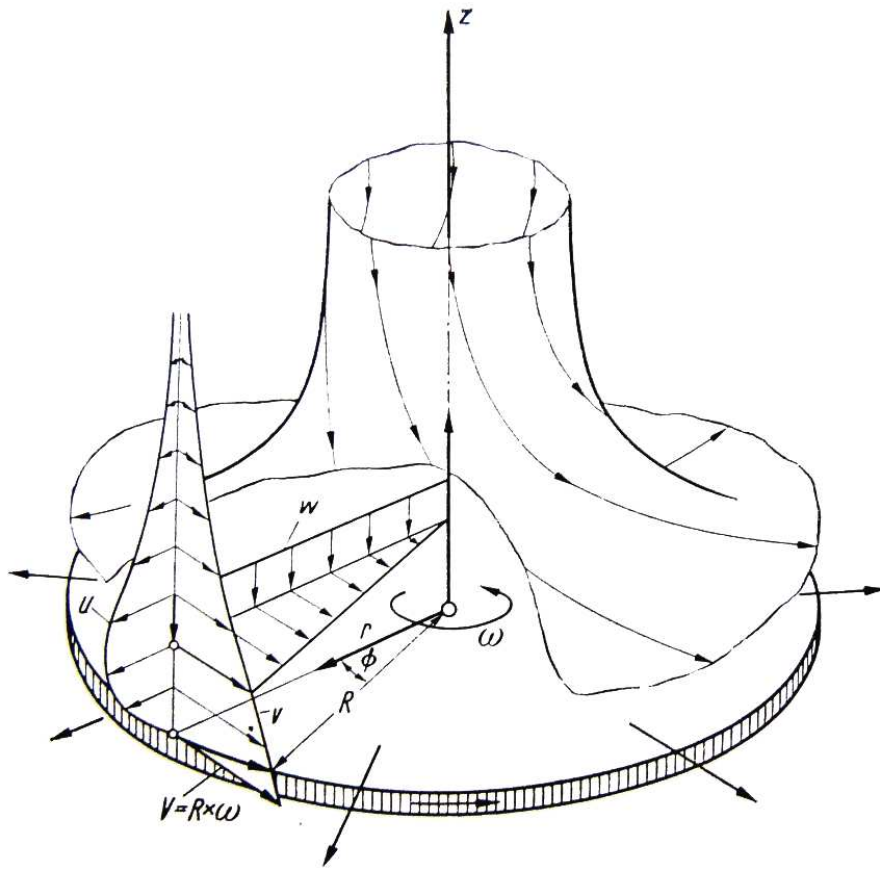


Figura 3.1.: Escoamento na vizinhança de um disco, em rotação, no seio de um fluido em repouso (Schlichting, 1979, pp. 102). O fluido desloca-se axialmente em direcção ao disco, posteriormente desloca-se tangencialmente por aderência ao disco. A força centrífuga que actua na camada de fluido gera um escoamento secundário que desloca o fluido na direcção radial.

3. Modelação analítica da bomba de disco

Na equação (3.1) apresentam-se as equações de Navier-Stokes para um escoamento incompressível utilizando coordenadas cilíndricas. As letras r , ϕ , z designam as coordenadas radial, tangencial e axial, respectivamente, e u , v , w as componentes de velocidade nessas respectivas direcções, veja-se Schlichting (1979).

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial u}{\partial \phi} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \\ = F_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{u}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right), \\ \\ \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \\ = F_\phi - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \phi} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v}{\partial \phi^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \phi} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right), \\ \\ \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{v}{r} \frac{\partial w}{\partial \phi} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \\ = F_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right), \\ \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Tendo em conta a simetria do escoamento estacionário descrito na Fig. 3.1 podemos escrever as equações de Navier Stokes, desprezando o peso do fluido, do seguinte modo:

$$\left\{ \begin{array}{l} u \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{v^2}{r} + w \frac{\partial u}{\partial z} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right\} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \right) + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right\}, \\ u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} = \nu \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right\} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \\ \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0. \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Impondo a condição de não-escorregamento entre o fluido e a superfície do disco, podem escrever-se as seguintes condições fronteira para o caso da Fig. 3.1:

$$\left\{ \begin{array}{l} z = 0 : u = 0, v = r\omega \quad w = 0, \\ z = \infty : u = 0, v = 0. \end{array} \right. \quad (3.3)$$

O sistema de equações (3.2), em conjunto com as condições de fronteira (3.3), permite descrever o escoamento do fluido em redor do disco em rotação. Vamos iniciar o nosso estudo começando por estimar a espessura da camada limite, δ , do fluido que é arrastado pelo disco.

3. Modelação analítica da bomba de disco

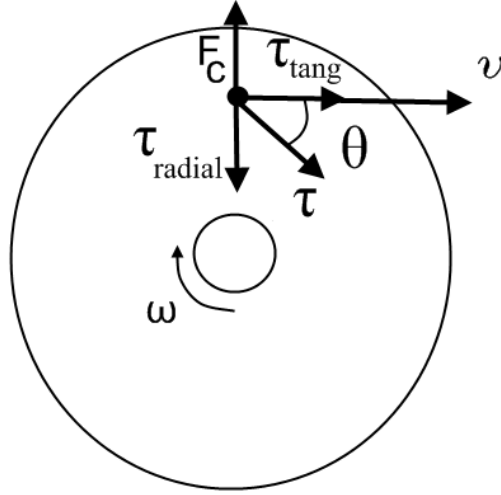


Figura 3.2.: Representação das componentes da tensão viscosa, do ângulo θ e da força centrífuga que actua numa partícula de fluido quando o disco roda a uma velocidade ω .

A força centrífuga, por unidade de volume, que actua nas partículas do fluido da camada limite em rotação, a uma distância r do eixo, é igual a $\rho r \omega^2$. Se considerarmos um elemento de volume, de área $dr \cdot ds$ e altura δ , a força centrífuga é $\rho r \omega^2 \delta dr ds$. Nestas mesmas partículas de fluido, que formam o elemento de volume, também actuam tensões viscosas τ . Estas tensões actuam na direcção para onde o fluido tende a escorregar, formando um ângulo θ com a velocidade tangencial (ver Fig. 3.2). Como não há escorregamento entre as partículas e o disco, a componente radial das tensões viscosas é igual à força centrífuga, e por conseguinte:

$$\tau \sin \theta dr ds = \rho r \omega^2 \delta dr ds, \quad (3.4)$$

ou,

$$\tau \sin \theta = \rho r \omega^2 \delta. \quad (3.5)$$

Por outro lado, a componente tangencial da tensão viscosa tem que ser proporcional ao gradiente de velocidade tangencial na superfície do disco, como decorre da lei de Newton para a viscosidade ($\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y}$). Esta condição permite escrever,

$$\tau \cos \theta \sim \mu \frac{\omega r}{\delta}.$$

3. Modelação analítica da bomba de disco

Eliminando τ nas duas equações anteriores obtém-se:

$$\delta^2 \sim \frac{\nu}{\omega} \tan \theta.$$

Se assumirmos que a direcção do escorregamento, no escoamento perto da superfície do disco, é independente do raio, a espessura da camada limite em torno do disco será então:

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\nu}{\omega}},$$

o que permite verificar que a espessura da camada limite é proporcional à viscosidade do fluido e inversamente proporcional à velocidade angular.

Adicionalmente, pode-se ainda escrever o seguinte sobre as forças viscosas na superfície do disco:

$$\tau \sim \frac{\text{Força Centrífuga}}{\text{Área}} \sim \frac{\rho r \omega^2 \delta (dr ds)}{(dr ds)} \sim \rho r \omega^2 \delta \sim \rho r \omega \sqrt{\nu \omega}.$$

O binário, que é igual ao produto da tensão de corte na superfície do disco, pela área, e pelo braço, vem da seguinte forma:

$$M \sim \tau R^3 \sim \rho R^4 \omega \sqrt{\nu \omega}, \quad (3.6)$$

onde R designa o raio do disco.

De acordo com Schlichting (1979, pp. 103), de modo a permitir a integração do sistema de equações (3.2), é conveniente definir uma distância adimensional à superfície do disco, $\zeta^* \sim \frac{z}{\delta}$:

$$\zeta^* = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}}. \quad (3.7)$$

São colocadas as seguintes hipóteses sobre a forma como evoluem a velocidade e pressão em função da distância à superfície do disco:

$$u = r\omega A(\zeta^*); \quad v = r\omega B(\zeta^*); \quad w = \sqrt{\nu\omega} C(\zeta^*); \quad p = p(z) = \rho\nu\omega D(\zeta^*), \quad (3.8)$$

onde nas componentes u e v se verifica a dependência da velocidade tangencial e em w e p se verifica a influência da velocidade segundo z (axial).

Inserindo estas equações em (3.2), obtém-se um sistema de quatro equações diferenciais ordinárias para as funções, de forma A, B, C e D.

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$\begin{cases} 2A + C' & = 0 \\ A^2 + A'C - B^2 - A'' & = 0 \\ 2AB + CB' - B'' & = 0 \\ D' + CC' - C'' & = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Para resolver o sistema de equações temos ainda de considerar as condições de fronteira (3.3). Estas são aqui transformadas para a coordenada adimensional ζ^* . Em $\zeta^* = 0$ ($z = 0$) só existe o movimento de rotação do disco, visto que o fluido adere à superfície do disco.

$$\begin{aligned} \zeta^* = 0 : & \quad A = 0, \quad B = 1, \quad C = 0, \quad D = 0 \\ \zeta^* = \infty : & \quad A = 0, \quad B = 0 \end{aligned}$$

Segundo Schlichting (1979), foram Sparrow e Gregg quem apresentou a primeira solução para o sistema de equações (3.9). Esta foi calculada por aproximação, a partir de integração numérica. A solução está representada na Fig.3.3. Os valores impostos para a integração, de forma a obter a solução estão indicados na Tabela 3.1 tal como foram apresentados por estes autores.

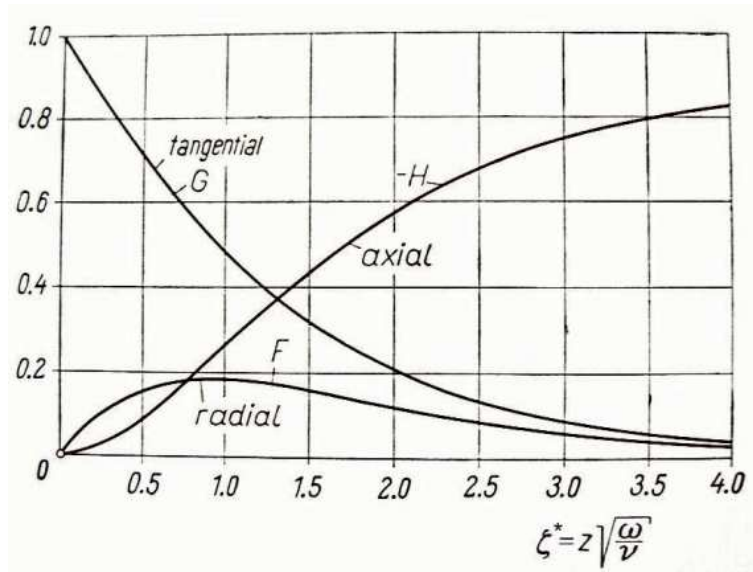


Figura 3.3.: Evolução da distribuição de velocidade na vizinhança de um disco em rotação imerso num fluido em repouso (Schlichting, 1979).

O campo de velocidades é o primeiro a ser calculado, a partir da equação da con-

3. Modelação analítica da bomba de disco

Tabela 3.1.: Valores iniciais das funções necessários para calcular numericamente o escoamento. Estes valores correspondem à zona da parede e também para uma zona a uma grande distância da parede (Schlichting, 1979, pp. 105)

$\zeta^* = z\sqrt{\frac{\omega}{r}}$	A'	$-B'$	$-C$	D
0	0.510	0.6159	0	0
∞	0	0	0.8845	0.3912

tinuidade e da equação da quantidade de movimento segundo a direcção paralela à parede do disco. Numa segunda fase é obtida a pressão a partir da equação da quantidade de movimento segundo a direcção perpendicular à parede.

Como podemos ver na Fig.3.3, a velocidade tangencial na superfície do disco é igual à própria velocidade do disco, o que permite verificar a correcta imposição da condição de não-escorregamento. Nesta zona as velocidades radial e axial são nulas, tal como foi imposto nas condições fronteira. À medida que nos afastamos do disco a velocidade tangencial decresce e a axial aumenta. A função para a velocidade radial tem um máximo, porque perto da superfície do disco existe pouco escorregamento (predominam as forças viscosas que anulam a força centrífuga). Para um ponto afastado do disco a velocidade tangencial é menor, o que faz com que as forças centrífugas também sejam menores e, por conseguinte, que a velocidade radial também seja menor. Portanto, é entre estas duas zonas que a velocidade radial será máxima, como se pode ver na Fig.3.3. É importante referir que quando a camada limite ($\delta = \sqrt{\nu/\omega}$) é pequena, u e v , só têm valores significativos dentro da camada limite. A componente da velocidade axial, w , é sempre pequena e da ordem de $\sqrt{\nu/\omega}$.

O ângulo das linhas de corrente, num sistema de coordenadas relativo, na direcção circunferencial e perto da superfície do disco, imaginando que o disco está parado e o fluido está em rotação a uma grande distância do disco, pode obter-se de:

$$\tan \phi_0 = - \left(\frac{\partial u / \partial z}{\partial v / \partial z} \right)_{z=0} = - \frac{A'(0)}{G'(0)} = \frac{0.510}{0.616} = 0.828,$$

ou seja,

$$\phi_0 = 39.6^\circ.$$

Apesar deste cálculo ter sido obtido para um disco infinito, pode-se extrapolar os resultados para um disco finito. Esse disco terá que ter um raio elevado, R , comparado com a espessura da camada limite, δ . Ao definir um raio finito para o disco, pode-se calcular o binário que actua sobre o disco. Sabe-se que para um disco anular, com uma

3. Modelação analítica da bomba de disco

largura dr e de raio r , $dM = -2\pi r dr r \tau_{tan}$, e por isso o binário resultante sobre um disco molhado de um só lado vem dado por:

$$M = -2\pi \int_0^R r^2 \tau_{tan} dr,$$

onde $\tau_{tan} = \mu (\partial v / \partial z)_0$, refere-se à componente tangencial da tensão viscosa. A partir da segunda equação de (3.8) obtém-se:

$$\tau_{tan} = \rho r \nu^{1/2} \omega^{3/2} B'(0).$$

Então o binário resultante, para um disco molhado em ambos os lados, vem dado por:

$$2M = -\pi \rho R^4 (\nu \omega^3)^{1/2} B'(0) = 0.616 \pi \rho R^4 (\nu \omega^3)^{1/2}. \quad (3.10)$$

Pode ainda definir-se um coeficiente de binário:

$$C_M^* = \frac{2M}{\frac{1}{2} \rho \omega^2 R^5}. \quad (3.11)$$

Segundo as hipóteses colocadas em (3.8) para a evolução das diferentes componentes da velocidade e pressão, vem:

$$C_M^* = -\frac{2\pi B'(0) \nu^{1/2}}{R \omega^{1/2}},$$

se definirmos o número de Reynolds em função do raio (R) e da velocidade na periferia do disco (ωR):

$$Re_1 = \frac{R^2 \omega}{\nu}, \quad (3.12)$$

e analisando a Tabela 3.1, sabendo que $-B'(0) = 0.6159$, temos $-2\pi B'(0) = 3.87$. Podemos finalmente obter o coeficiente de binário:

$$C_M^* = \frac{3.87}{\sqrt{Re_1}}. \quad (3.13)$$

A curva assinalada por (1) na Fig.3.4, apresenta o gráfico da evolução da equação (3.13), sendo comparada com as medições realizadas por Theodorsen e Regier. Para números de Reynolds até 3×10^5 existe uma boa concordância entre a presente solução teórica e a experiência. Para números de Reynolds maiores, o escoamento torna-se tur-

3. Modelação analítica da bomba de disco

bulento e os resultados obviamente divergem. As curvas assinaladas por (2) e (3) da Fig.3.4 são obtidas a partir de soluções para escoamento turbulento.

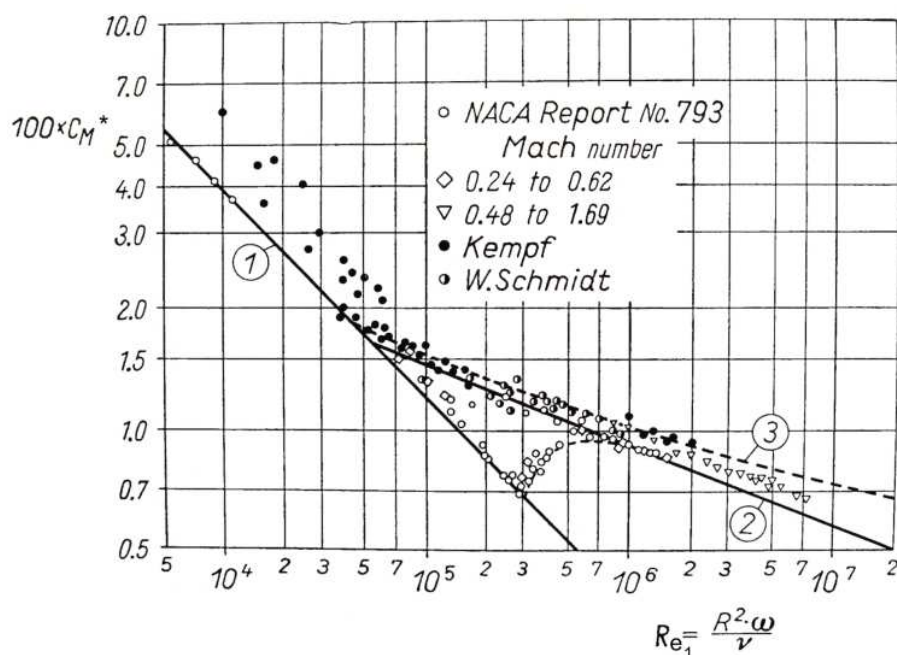


Figura 3.4.: Coeficiente de binário num disco em rotação; Símbolo (1), caso em regime laminar da equação (3.13); Símbolos (2) e (3), casos em regime turbulento das equações (3.22) e (3.25), respectivamente (Schlichting, 1979).

Na Fig.3.5 é apresentada uma fotografia ilustrando a transição do escoamento na camada limite de um disco em rotação imerso num fluido em repouso. Esta imagem foi obtida por N. Gregory, Stuart e Walker, tal como referido em Schlichting (1979, pp. 535). A fotografia mostra algumas regiões onde ocorrem pequenos vórtices. Na zona próxima do seu centro apresenta uma instabilidade, ocorrendo a transição do escoamento perto da periferia do disco. Na zona do centro o número de Reynolds é $Re_{1int} = R_{int}^2 \omega / \nu = 1.9 \times 10^5$, e na zona da periferia do disco o número de Reynolds é de $Re_{1ext} = R_{ext}^2 \omega / \nu = 2.8 \times 10^5$.

A quantidade de fluido que é bombeado para o exterior do disco, como resultado da acção centrífuga de um só lado do disco, de raio R , é dada por:

$$Q_L = 2\pi R \int_{z=0}^{\infty} u dz.$$

Os cálculos utilizando a solução exacta apresentada mostram que:

3. Modelação analítica da bomba de disco

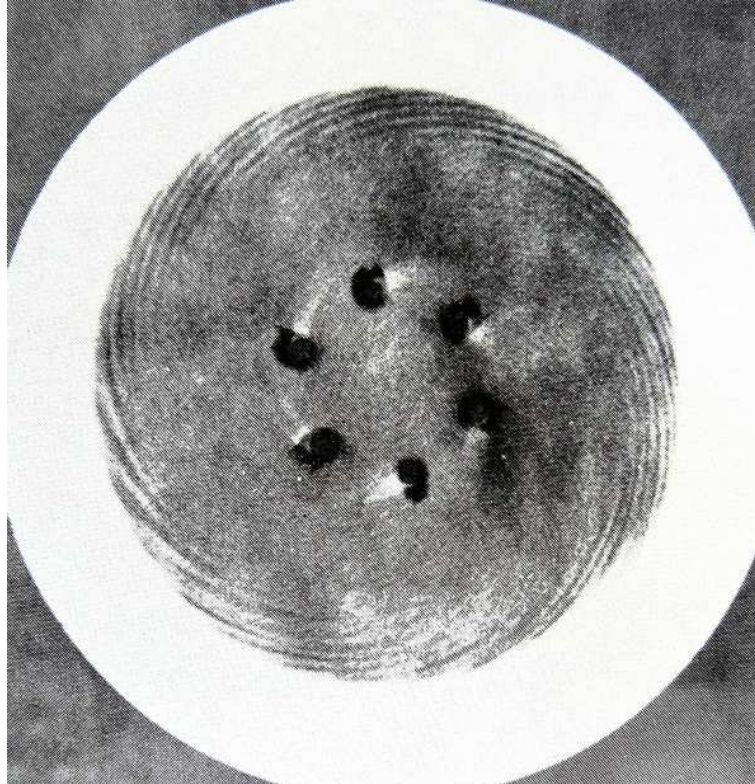


Figura 3.5.: Fotografia ilustrando a transição na camada limite de um disco em rotação num fluido em repouso, tirada por N. Gregory, J. T. Stuart e W. S. Walker. O disco roda em sentido anti-horário, com uma velocidade $\omega = 3200rpm$ e o seu raio é de $15cm$ (Schlichting, 1979, pp. 535).

$$Q_L = 0.885\pi R^2 \sqrt{\nu\omega} = 0.885\pi R^3 Re_1^{-1/2} \quad (\text{regime laminar}). \quad (3.14)$$

A quantidade de fluido que segue em direcção ao disco, axialmente, é a mesma que é bombeada. É importante referir que a diferença de pressão, na camada de fluido transportada pelo disco, é da ordem de $\rho\nu\omega$, ou seja, é muito pequena se o valor da viscosidade for baixo. A distribuição de pressão depende somente da distância à superfície do disco. Na direcção radial, não existe nenhum gradiente de pressão.

3.1.2. Escoamento num disco em rotação imerso num fluido com velocidade axial

Na secção anterior foi estudado o caso do escoamento num disco em rotação imerso num fluido em repouso. As partículas de fluido que rodam na zona da camada limite presente

3. Modelação analítica da bomba de disco

no disco, são expelidas para fora do mesmo devido à força centrífuga existente. Estas partículas são substituídas pelas que se dirigem em direcção à camada limite segundo a direcção axial. Este caso pode ser considerado como uma extensão do problema da secção anterior. Aqui considera-se o escoamento num disco de raio R , que roda com uma velocidade angular ω , num escoamento com uma velocidade axial W_∞ . O escoamento é regido pelo número de Reynolds e do parâmetro de rotação $W_\infty/R\omega$, que é dado pela razão entre a velocidade axial do fluido que atinge o disco e a velocidade na periferia do disco. A partir da equação (3.11), anteriormente deduzida, para os dois lados do disco, o coeficiente de binário para um dos lados do disco vem dado por:

$$C_M^* = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho\omega^2 R^5}, \quad (3.15)$$

onde M é o binário resultante num dos lados do disco. Na Fig.3.6 está representada a evolução gráfica da equação (3.15). Estes resultados são apresentados para diferentes valores de número de Reynolds e parâmetro de rotação $W_\infty/R\omega$.

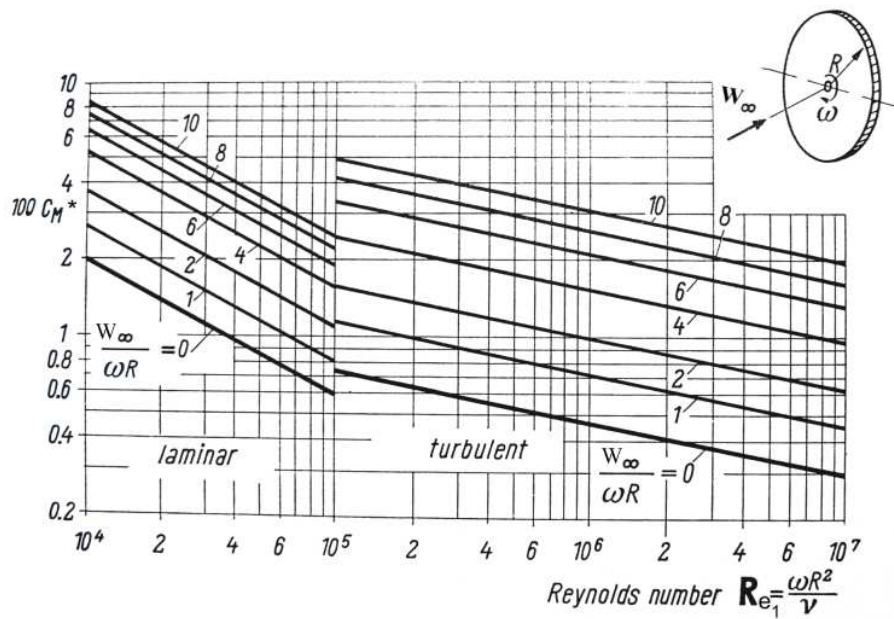


Figura 3.6.: Coeficiente de binário para um disco em rotação em contacto com um escoamento axial (Schlichting, 1979, pp. 243).

Assume-se que a separação da camada limite ocorre na borda do disco. Algum do fluido estagnado na parte de trás do disco, pouco contribui para o binário. Sendo assim, qualquer contribuição deste tipo para o binário não está incluída na equação (3.15) e

3. Modelação analítica da bomba de disco

por sua vez no gráfico da Fig.3.6. É de notar que o binário aumenta rapidamente com a velocidade axial do escoamento, W_∞ , para uma velocidade angular constante.

3.1.3. Escoamento turbulento em torno de um disco em rotação

Como já foi referido anteriormente, o escoamento de um fluido em torno de um disco em rotação torna-se turbulento a elevados valores de número de Reynolds ($Re_1 = R^2\omega/\nu \geq 3 \times 10^5$). A equação (3.11) apresenta o coeficiente de binário, C_M^* , para o caso de um escoamento laminar. Esta equação é aqui de novo apresentada,

$$C_M^* = \frac{2M}{\frac{1}{2}\rho\omega^2 R^5}. \quad (3.16)$$

Para o caso de um disco molhado em ambos os lados, esta equação é dada em função do número de Reynolds, pela equação (3.13):

$$C_M^* = \frac{3.87}{\sqrt{Re_1}} \quad (\text{regime laminar}). \quad (3.17)$$

Pretendemos agora deduzir uma solução para o caso do escoamento turbulento. Iniciamos a nossa dedução tendo como base a equação para a resistência viscosa que ocorre num escoamento turbulento, para o caso de uma placa plana.

Uma partícula de fluido, que rode na camada limite a uma distância r do eixo de rotação, é actuada por uma força centrífuga por unidade de volume de intensidade $\rho r\omega^2$. A força centrífuga num volume elementar de área $dr \times ds$ e altura δ é dada por $\rho r\omega^2 dr \times ds$. A tensão viscosa τ forma um ângulo θ com direcção tangencial e a sua componente radial tem que contra-balançar a força centrífuga (ver Fig. 3.2), logo temos que:

$$\tau \sin \theta dr \times ds = \rho r\omega^2 dr ds,$$

ou

$$\tau \sin \theta = \rho r\omega^2 \delta.$$

Por outro lado, a componente tangencial da tensão de corte pode ser expressa utilizando os resultados para a solução da camada limite turbulenta de uma placa plana. A solução aqui apresentada é obtida para a lei da potência $\frac{1}{7}$, ver Schlichting (1979, pp. 637, equação (21.5)). Usando esta solução, e substituindo a velocidade axial na placa, W_∞ , pela velocidade tangencial de rotação, ωr , vem:

$$\tau \cos \theta \sim \rho (\omega r)^{\frac{7}{4}} \left(\frac{\nu}{\delta}\right)^{\frac{1}{4}}. \quad (3.18)$$

3. Modelação analítica da bomba de disco

Igualando τ nas duas equações anteriores, obtém-se:

$$\delta \sim r^{\frac{3}{5}} \left(\frac{\nu}{\omega} \right)^{\frac{1}{5}}. \quad (3.19)$$

Conclui-se que em escoamento turbulento, a espessura da camada limite aumenta segundo a direcção radial para fora dos discos. Este aumento é na proporção de $r^{\frac{3}{5}}$ e não se mantém constante, como acontece no escoamento laminar. O binário é obtido de:

$$M \sim \tau R^3 \sim \rho R \omega^2 \left(\frac{\nu}{\omega} \right)^{\frac{1}{5}} R^{\frac{3}{5}} R^3, \quad (3.20)$$

de modo que:

$$M \sim \rho v_p^2 R^3 \left(\frac{\nu}{v_p R} \right)^{\frac{1}{5}},$$

onde $v_p = \omega R$, é a velocidade tangencial do disco na sua periferia.

Para o caso da evolução do perfil de velocidades na camada limite obedecer à lei da potência $\frac{1}{7}^0$, o binário resultante num disco molhado em ambos os lados, é igual a,

$$2M = 0.073 \rho \omega^2 R^5 \left(\frac{\nu}{\omega R^2} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (3.21)$$

assim, o binário definido na equação (3.16) vem:

$$C_M^* = 0.146 Re^{-\frac{1}{5}} \quad (\text{regime turbulento}). \quad (3.22)$$

Esta ultima equação (3.25) está representada graficamente na Fig.3.4 e assinalada como (2). A espessura da camada limite vem dada por:

$$\delta = 0.526r \left(\frac{\nu}{r^2 \omega} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (3.23)$$

e o caudal escoado na direcção axial é dado por:

$$Q_L = 0.219 R^3 \omega Re_1^{-\frac{1}{5}} \quad (\text{regime turbulento}), \quad (3.24)$$

valor que pode ser comparado com a equação (3.14) para o escoamento laminar. Tratando-se de escoamento turbulento os resultados dependem da lei escolhida para a evolução do perfil de velocidades na camada limite.

Uma outra aproximação foi calculada para um perfil de velocidades de tipo logarítmico $u/v = A_1 \ln(yv/\nu) + D_1$, este resultado foi obtido por S. Goldstein, que chegou à seguinte solução:

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$\frac{1}{\sqrt{C_M^*}} = 1.97 \log \left(Re_1 \sqrt{C_M^*} \right) + 0.03 \quad (\text{regime turbulento}). \quad (3.25)$$

Esta última equação está representada no gráfico da Fig.3.4 e assinalada como curva (3). Neste caso foram feitos ajustes nas constantes, de modo a obter uma melhor aproximação aos resultados experimentais.

3.1.4. Escoamento num disco em rotação dentro de um encapsulamento

Nesta secção iremos estudar o caso de um disco em rotação dentro de um encapsulamento. Nos compressores e turbinas, geralmente, os rotores rodam em encapsulamentos muito justos, sendo que a distância entre o rotor e o encapsulamento, t , é pequena comparada com o raio do rotor R , ver Fig. 3.7.

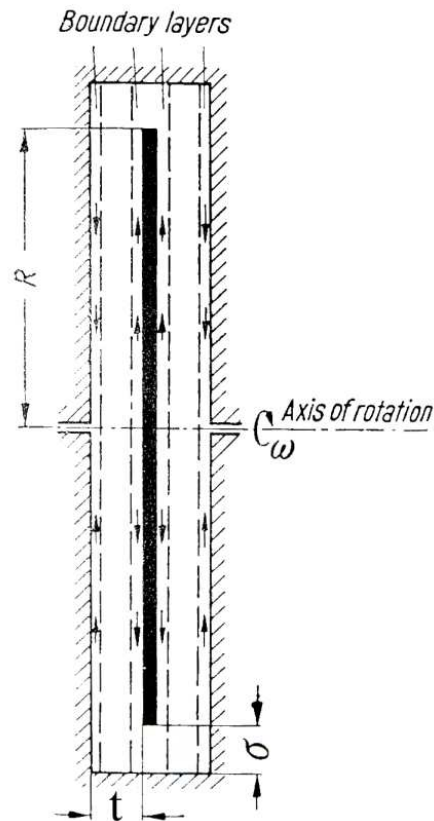


Figura 3.7.: Representação das variáveis utilizadas para o problema de um disco em rotação dentro de um encapsulamento (Schlichting, 1979, pp. 650).

Para um escoamento em regime laminar, $Re_1 < 10^5$, e quando o espaçamento entre o

3. Modelação analítica da bomba de disco

encapsulamento e os discos é pequeno, a solução pode obter-se de forma simples. Se o espaçamento, t , for menor que a espessura da camada limite então o perfil de velocidades através do espaçamento é linear, de uma forma idêntica ao escoamento de Couette. Assim, a tensão de corte, a uma distância r do eixo de rotação, é igual a $\tau = r\omega\mu/t$ e o binário das forças viscosas que actuam num dos lados do disco é dado por:

$$M = 2\pi \int_0^R \tau r^2 dr = \frac{\pi \omega \mu R^4}{2t}. \quad (3.26)$$

Por sua vez, para os dois lados do disco, é dado por:

$$2M = \frac{\pi \omega R^4 \mu}{t}, \quad (3.27)$$

e o coeficiente de binário a partir da equação (3.16), vem:

$$C_M^* = 2\pi \frac{R}{t} \frac{1}{Re_1} \quad (\text{regime laminar}). \quad (3.28)$$

Esta última equação está representada graficamente na curva (1) da Fig.3.7 para o valor $t/R = 0.02$. Esta curva demonstra uma boa concordância com os valores experimentais comparados com os de O. Zumbusch, tal como referido por Schlichting (1979, pp. 650).

Segundo Schlichting (1979), C. Schmieden investigou a influência do espaçamento entre o disco e a parede lateral num encapsulamento cilíndrico σ (Fig. 3.7) a um baixo número de Reynolds. Utilizando a equação (3.28), o coeficiente de binário pode ser apresentado na forma $C_M^* = K/R$, onde K é uma constante. Essa constante depende de duas razões adimensionais que são t/R e σ/R . Para o caso de valores muito pequenos de σ/R (< 0.1), os valores de C_M^* são maiores do que os obtidos na equação (3.28), apesar de para grandes valores de σ/R a equação (3.28) manter a sua validade, ou seja $K = 2\pi R/t$.

O que foi descrito anteriormente difere consideravelmente da experiência para grandes espaçamentos entre o encapsulamento e o rotor. Estas discrepâncias levaram a que F. Schultz-Grunow estudasse o problema teórica e experimentalmente. Este autor verificou que se o espaçamento for múltiplo da espessura da camada de limite irá formar-se uma camada limite, designada secundária, no encapsulamento. O fluido perto do disco é bombeado pelas forças centrífugas radialmente em direcção ao encapsulamento, onde encontra a camada limite secundária que ali se forma. Nesta camada limite não existe praticamente nenhuma componente radial de velocidade, e esta roda aproximadamente a metade da velocidade angular do disco, segundo o autor, que investigou este fenómeno para o regime laminar e turbulento. A expressão matemática que permite calcular o

3. Modelação analítica da bomba de disco

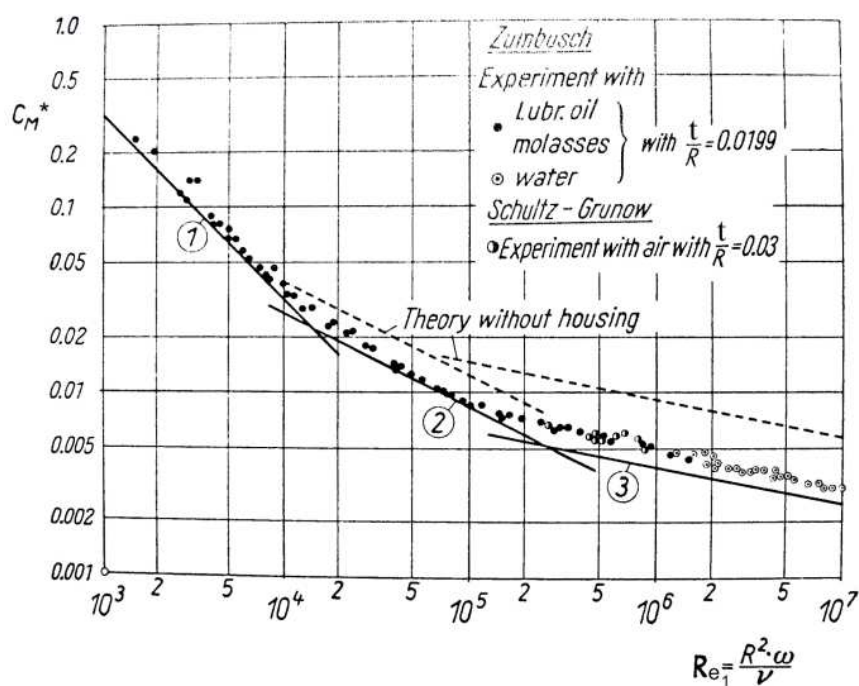


Figura 3.8.: Coeficiente de binário para um disco em rotação dentro de um encapsulamento. Símbolo (1) e (2), caso em regime laminar da equação (3.28) e (3.30), respectivamente; Símbolo (3), caso em regime turbulento da equação (3.31), (Schlichting, 1979).

binário tem forma da que foi apresentada, para um disco em rotação imerso num fluido em repouso, na equação (3.13). Esta expressão matemática somente difere no valor da constante numérica. O binário criado pela resistência viscosa num disco em escoamento laminar e molhado em ambos os lados, descrito por este autor, vem:

$$2M = 1.334\mu R^4\omega\sqrt{\frac{\omega}{\nu}}, \quad (3.29)$$

e sendo assim, o coeficiente de binário vem definido por:

$$C_M^* = 2.67(Re_1)^{-1/2} \quad (\text{regime laminar}). \quad (3.30)$$

Esta última equação está representada graficamente na curva (2) na Fig.3.8. Os valores obtidos estão em concordância com a experiência até $Re_1 = 2 \times 10^5$ e existe uma boa ligação com a equação (3.28).

Para um escoamento em regime turbulento, $Re_1 > 3 \times 10^5$, de um disco em rotação den-

3. Modelação analítica da bomba de disco

tro de um encapsulamento, F. Schultz-Grunow usou um método de solução aproximada. Assumiu-se que a velocidade tangencial foi obedecia à lei da potência $\frac{1}{7}^o$ e foi verificou-se que o fluido no centro dos discos roda a aproximadamente metade da velocidade angular do disco. O coeficiente de binário vem então definido por:

$$C_M^* = 0.0622 (Re_1)^{-1/5} \quad (\text{regime turbulento}). \quad (3.31)$$

O coeficiente de binário para um disco em rotação dentro de um encapsulamento em regime turbulento, equação (3.31), está representado graficamente na curva (3) da Fig.3.8. Comparando com os valores obtidos pela experiência, esta equação fornece valores um pouco superiores, em cerca de 17%. Este erro é devido às hipóteses e aproximações que se fizeram nos cálculos.

É importante referir que, excepto para o caso de espaçamentos muito pequenos entre o rotor e encapsulamento na equação (3.28), o binário das forças viscosas é completamente independente do valor do espaçamento, como se pode observar nas equações (3.30) e (3.31). Comparando o coeficiente de binário num disco sem encapsulamento e com encapsulamento, equações (3.17) e (3.22) com as equações (3.30) e (3.31), nota-se que o binário é maior sem encapsulamento. A razão para tal acontecer, é devido a que no centro do disco, o fluido roda a aproximadamente metade da velocidade angular do disco, para o caso com encapsulamento. Isto faz com que o gradiente da velocidade tangencial seja só metade do que seria num disco sem encapsulamento. Consequentemente, devido à menor velocidade tangencial, a resistência viscosa é também mais pequena num disco com encapsulamento.

J. Dailey e R. Nece, também segundo Schlichting (1979), investigaram experimentalmente o tipo de escoamento da Fig.3.8 para valores de espaçamento de $t/R = 0.01$ a 0.20 e número de Reynolds de $Re_1 = R^2\omega/\nu = 10^3$ a 10^7 , para escoamentos em regime laminar e turbulento. Os resultados destes autores relativamente ao binário, confirmaram os resultados demonstrados na Fig.3.8.

3.2. Modelo físico-matemático da bomba multi-disco proposto por Rice e Hardwood

Harwood (2008) fez um estudo analítico e numérico, para projectar um ventilador baseado num rotor de discos assim como os autores Rice (1991, 1965, 1963); Crawford e Rice (1974). Vai ser discutido esse estudo, no qual irá definir as equações básicas para projectar a bomba de discos que será calculada e construída.

3.2.1. Análise Dimensional aplicada à bomba de discos

Nesta secção faz-se uma análise dimensional da bomba de discos. Para tal utilizam-se parâmetros adimensionais, de forma a poder relacionar as grandezas físicas e a forma das relações entre as grandezas que intervêm neste tipo de turbomáquinas. Serão também estabelecidas as condições de semelhança para a concepção destas máquinas.

A análise, do escoamento de um fluido que se desloca em torno de um disco em rotação, movido pelas forças viscosas, depende de várias variáveis (Fig. 3.9), tais como:

$$f(\rho, \mu, \omega, h, R_{int}, R_{ext}, p, u_i, v_i, \bar{RT}, \kappa) = 0. \quad (3.32)$$

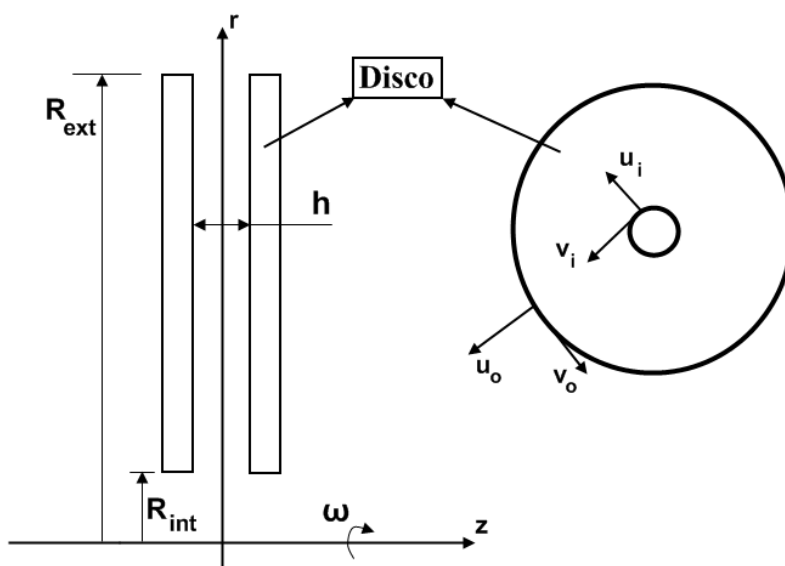


Figura 3.9.: Definição das variáveis para um escoamento em torno de dois discos em rotação.

Começamos por definir uma pressão adimensional. Como a pressão máxima é desenvolvida na periferia dos discos é óbvio o uso do raio exterior, ao invés do interior, para definir a pressão adimensional, logo vem:

$$p^* = \frac{p}{\rho \omega^2 R_{ext}^2}. \quad (3.33)$$

Se fizermos uma leitura do valor da pressão estática no colector ou voluta adjacente aos discos e outra leitura na zona adjacente à entrada do fluido, no centro dos discos, a diferença entre elas fornece-nos a pressão que a bomba tem que vencer. Se retirarmos a

3. Modelação analítica da bomba de disco

voluta, de modo a que os discos suguem e bombeiem o fluido para a pressão atmosférica (ou seja, sem encapsulamento), alcança-se uma velocidade radial máxima nos discos. Se fossemos diminuindo a área de saída do fluido, o caudal através dos discos iria diminuir também, até que se aproximaria de zero. No caso do caudal ser igual a zero, encontramos o valor máximo da contra-pressão. Para um escoamento incompressível pode ser calculada a partir da segunda Lei de Newton:

$$F = m.a = m.\frac{v^2}{r} = m.\omega^2 r, \quad (3.34)$$

se a velocidade de rotação for constante.

$$F = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} (\rho 2\pi r h dr) (\omega^2 r), \quad (3.35)$$

como $p = \frac{F}{A}$, vem:

$$p = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \frac{(\rho 2\pi r h dr) (\omega^2 r)}{2\pi r h}, \quad (3.36)$$

$$p = \int_{R_{int}}^{R_{ext}} \rho \omega^2 r dr, \quad (3.37)$$

resolvendo o integral, encontramos a solução para a pressão dinâmica, a qual permite determinar o aumento de pressão quando toda a energia cinética fornecida pelos discos ao fluido é convertida em pressão:

$$\Delta p_{max} = P_{total} - p_{estática} = p = \frac{\rho \omega^2 (R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{2}. \quad (3.38)$$

Apresentamos agora um parâmetro adimensional para o caudal. O caudal, q , vai variar em função da pressão estática, p , e da contra-pressão, Δp_{max} :

$$q = f\left(\frac{p}{\Delta p_{max}}\right). \quad (3.39)$$

Também podemos dizer que o caudal vai depender da razão entre velocidade radial do fluido à entrada e a velocidade tangencial dos discos na entrada. Podemos então definir o parâmetro de caudal adimensional, Q^* :

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$Q^* = \frac{u_i}{\omega R_{int}} = \frac{q}{2\pi R_{int}^2 \omega h}, \quad (3.40)$$

onde se considerou a área de entrada do fluido $2\pi R_{int}h$ e a velocidade na entrada ωR_{int} . Este parâmetro adimensional, Q^* , relaciona a velocidade tangencial dos discos com a velocidade radial do fluido.

No espaçamento entre os discos o fluido irá deslocar-se a uma velocidade diferente da dos discos. Assim, define-se um parâmetro adimensional de escorregamento à entrada, que relaciona a velocidade tangencial do fluido com a velocidade tangencial dos discos, s_i^* :

$$s_i^* = \frac{v_i}{\omega R_{int}} \quad (3.41)$$

O parâmetro s_i^* pode designar-se de parâmetro de escorregamento ou de pré-rotação à entrada. Se $s_i^* = 1$, estamos perante um escoamento sem perdas nos discos. Neste caso o fluido anda à mesma velocidade tangencial que a dos discos. Se substituirmos R_{int} por R_{ext} , que se refere à periferia dos discos, e v_i por v_{med} , obtemos o escorregamento médio na saída, s_o^* :

$$s_o^* = \frac{v_{med}}{\omega R_{ext}}. \quad (3.42)$$

Da mesma maneira, podemos adimensionalizar o binário:

$$M^* = \frac{M}{\rho \omega^2 h R_{int}^4}. \quad (3.43)$$

Para relacionar a viscosidade, massa específica, as velocidades e raios, podemos usar o número de Reynolds. Na sua fórmula mais convencional temos:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu}, \quad (3.44)$$

onde V é a velocidade média do fluido e L o comprimento característico. Se associarmos a velocidade média do fluido (V) à velocidade tangencial na entrada ($v_i = \omega R_{int}$), e o comprimento do objecto (L) ao raio interior do disco (R_{int}), podemos apresentar o número de Reynolds na seguinte forma:

$$Re_1 = \frac{\rho \omega R_{int}^2}{\mu}. \quad (3.45)$$

Sabendo que $\nu = \frac{\mu}{\rho}$, e introduzindo na equação (3.45), encontramos mesmo número de

3. Modelação analítica da bomba de disco

Reynolds apresentado por Schlichting (1979) na equação (3.12), referindo-o novamente, mas com o raio de entrada R_{int} , vem:

$$Re_1 = \frac{\omega R_{int}^2}{\nu}. \quad (3.46)$$

Se substituirmos agora R_{int} , na equação (3.45), pela distância entre os discos, h , que também tem unidades de comprimento, mantemos Re_1 como um parâmetro adimensional mas define-se um outro número de Reynolds (Re_2), que foi introduzido por Crawford e Rice (1974):

$$Re_2 = \frac{\rho \omega h^2}{\mu}. \quad (3.47)$$

Apesar do termo ωh não definir a velocidade tangencial ele continua a ser muito útil. Na solução destes autores verificaram que para Re_2 aproximadamente igual a 5, ou 6, a máquina apresentava o melhor desempenho. As variáveis ρ e μ podem ser combinadas na viscosidade cinemática, ν . Apresenta-se então uma outra forma do número de Reynolds, Re_3 :

$$Re_3 = \frac{\omega h^2}{\nu}. \quad (3.48)$$

Existe ainda uma outra forma de apresentar o número de Reynolds, neste caso fazendo a distinção entre as componentes de velocidade radial e tangencial. Para isso, o número adimensional tem que ser escrito em função de algumas características geométricas, tais como h , R_{int} , R_{ext} ou $(R_{int} - R_{ext})$. Por exemplo, podemos escrever o número de Reynolds da seguinte forma:

$$Re_4 = \frac{h \sqrt{u_{int}^2 + v_{int}^2}}{\nu}. \quad (3.49)$$

O diâmetro hidráulico, D_h , correspondente ao espaçamento entre dois pratos infinitos é dado por $D_h = 2h$, que adicionado à equação anterior (3.49), vem:

$$Re_5 = \frac{2h \sqrt{u_{int}^2 + v_{int}^2}}{\nu}. \quad (3.50)$$

Usando as velocidades médias, e sabendo que as velocidades radial e tangencial são $u = \frac{q}{2\pi r h}$ e $v = s^* \omega r$, respectivamente, onde s^* é o escorregamento entre o fluido e o disco, já referindo anteriormente na equação (3.41), o número de Reynolds vem:

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$Re_6 = \frac{2h}{\nu} \sqrt{\left(\frac{q}{2\pi R_{int}h}\right)^2 + (s_i^* \omega R_{int}^2)^2}. \quad (3.51)$$

Se ignorarmos a componente radial da velocidade e usarmos $\omega r R_{int}$ como velocidade tangencial, temos:

$$Re_7 = \frac{\omega R_{int}h}{\nu}. \quad (3.52)$$

O número de Reynolds Re_3 demonstra ser o mais útil para usar na prática como parâmetro adimensional. Este inclui a maior parte das variáveis associadas a este tipo de turbomáquina e é muito usado na bibliografia, onde muitos autores o referem como Re_b . Quando usado em conjunto com a razão entre o raio externo e interno, todas as variáveis geométricas podem ser incluídas em dois números adimensionais. Note-se que Re_3 pode ser convertido em Re_7 multiplicando simplesmente por $\frac{R_{int}}{h}$. O número adimensional Re_6 é uma expansão de Re_5 , onde também se inclui a maioria das variáveis associadas à turbomáquina, apesar de ser uma fórmula um pouco “pesada”. Re_6 pode ser separado em dois números de Reynolds, um para o escoamento radial e outro para o escoamento tangencial, sendo estes:

$$Re_8 = \frac{2qh}{2\pi R_{int}h\nu} \quad (Radial), \quad (3.53)$$

$$Re_9 = \frac{2s_i^* \omega R_{int}^2 h}{\nu} \quad (Tangencial). \quad (3.54)$$

Existem outras variáveis, para além das que são englobadas no número de Reynolds, que também afectam os resultados:

Para a entrada nos discos:

- Pré-rotação à entrada;
- Espessura dos discos;
- Número de discos;
- O uso de raios de suporte para ligar os discos ao veio;
- Coeficiente de resistência na entrada.

Na zona do espaçamento entre os discos:

- A rugosidade dos discos (no caso de escoamento turbulento);

3. Modelação analítica da bomba de disco

- O uso de espaçadores entre cada um dos discos;
- O efeito da transição entre a camada limite laminar e a turbulenta, à medida que o número de Reynolds aumenta.

Para a zona de saída dos discos:

- As perdas por fugas nas paredes do encapsulamento ;
- A força de resistência entre o fluido em movimento e as paredes do encapsulamento;
- As perdas na voluta ou difusor ;
- A espessura dos discos;
- Os efeitos de restrição ao escoamento e força de resistência na periferia dos discos.

É importante referir que as variáveis dependentes da temperatura e massa específica não foram considerados por se tratar de um escoamento incompressível. Alguns estudos referem o número de Mach, mas também aqui não é usado, pois a sua aplicação só se aplica em casos de escoamento compressível .

3.2.1.1. Descrição do escoamento no interior dos discos

O perfil de velocidades do fluido que entra nos discos pode ser assumido como uniforme, parabólico ou mais complexo devido à transição para um escoamento completamente desenvolvido. À medida que o fluido atravessa o espaçamento entre os discos, este passa de uma fase de transição até se tornar num escoamento completamente desenvolvido, com uma componente radial e tangencial de velocidade. É apropriado assumir que o perfil de velocidade do escoamento completamente desenvolvido é parabólico no caso laminar. A tensão de corte que actua no fluido, devido às forças viscosas, é maior à superfície do disco. Esta tensão, e a rotação dos discos, provoca uma força centrífuga que também é maior perto da superfície do disco. Esta não uniformidade da força centrífuga que actua no fluido, pode resultar num perfil de velocidades com inflexão em determinadas condições (ver Fig. 3.10). As condições para ocorrer essa situação podem ser a ocorrência de um grande espaçamento entre os discos, de raios pequenos, de velocidades de rotação baixas e um pequeno caudal na direcção radial. Se alguma, ou a combinação destas condições for significativa poderá haver recirculação. A situação de recirculação corresponde ao caso em que o perfil de velocidades tem a direcção radial para fora junto dos discos, e num ponto afastado da superfície do disco, o escoamento muda de sentido, em direcção ao centro do discos.

3. Modelação analítica da bomba de disco

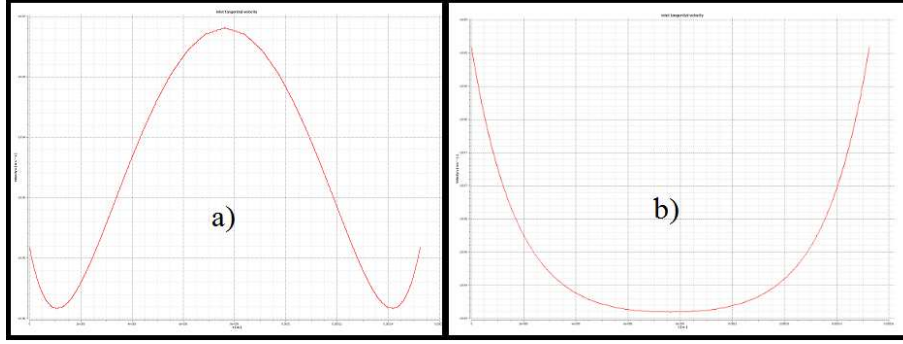


Figura 3.10.: Exemplo de um perfil de velocidades com inflexão (a) e parabólico (b). Podemos notar que no caso (a) existe um ponto em que a velocidade do escoamento muda de direcção,

Assumindo um perfil de velocidade parabólico, e definindo o plano $r\theta$, que está posicionado na superfície dos discos e o eixo z que passa pelo eixo de rotação dos discos, então a equação da parábola é a seguinte:

$$u = C_1 z^2 + C_2 z + C_3. \quad (3.55)$$

Para $z = 0$ e aplicando a condição fronteira de que não existe escorregamento na superfície do disco, vem que $u = C_3 = 0$, onde obtém-se a seguinte equação:

$$u = C_1 z^2 + C_2 z. \quad (3.56)$$

Considerando agora que estamos na superfície do disco seguinte, $z = h$, e aplicando a condição fronteira de que não existe escorregamento na superfície do disco, vem que $u = 0$ em $z = h$, obtendo a seguinte equação:

$$C_2 = -C_1 h. \quad (3.57)$$

Substituindo a equação (3.57) na equação (3.56) e considerando a zona a meio entre os discos ($z = \frac{h}{2}$), onde a componente radial da velocidade é máxima ($u = u_{max}$), obtém-se a seguinte equação:

$$u_{max} = C_1 \left(\frac{h}{2}\right)^2 + (-C_1 h) \left(\frac{h}{2}\right), \quad (3.58)$$

onde depois de alguma álgebra na equação, obtém-se:

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$C_1 = -\frac{4u_{max}}{h^2}, \quad (3.59)$$

e a partir da equação (3.57) temos que:

$$C_2 = \frac{4u_{max}}{h}. \quad (3.60)$$

Substituindo as equações (3.59) e (3.60) na equação (3.56), podemos obter o perfil de velocidades na direcção radial ou tangencial, para a zona entre os discos. Para a componente da velocidade na direcção radial vem:

$$u = -\frac{4u_{max}}{h^2}z^2 + \frac{4u_{max}}{h}z. \quad (3.61)$$

Integrando esta última equação ao longo do espaçamento entre os discos, e dividindo posteriormente pela distância do espaçamento entre os discos, obtém-se o valor médio da componente da velocidade na direcção radial. O que é o mesmo que dividir o caudal pela área de secção transversal:

$$u_{med} = \frac{q}{2\pi Rh} = \frac{1}{h} \int_0^h \left(-\frac{4u_{max}}{h^2}z^2 + \frac{4u_{max}}{h}z \right) dz. \quad (3.62)$$

Depois de resolver o integral desta última equação, e de termos simplificado, obtemos:

$$u_{med} = \frac{q}{2\pi Rh} = \frac{\dot{m}}{\rho 2\pi Rh} = \frac{2}{3}u_{max}, \quad (3.63)$$

$$q = \frac{\dot{m}}{\rho} = 2\pi R_{ext} h u_{med} = 2\pi R_{ext} h \left(\frac{2}{3}u_{max} \right), \quad (3.64)$$

$$u_{max} = \frac{3q}{4\pi Rh} = \frac{3\dot{m}}{4\rho\pi Rh}. \quad (3.65)$$

Substituindo a equação (3.65) na equação (3.61), obtém-se a componente radial da velocidade, u , em função do caudal mássico:

$$u = \frac{4\frac{3\dot{m}}{4\rho\pi Rh}}{h^2}z^2 + \frac{4\frac{3\dot{m}}{4\rho\pi Rh}}{h}z, \quad (3.66)$$

simplificando, vem:

$$u = -\frac{3\dot{m}}{\rho\pi Rh^3}z^2 + \frac{3\dot{m}}{\rho\pi Rh^2}z. \quad (3.67)$$

3. Modelação analítica da bomba de disco

A equação da conservação da massa, referida em (3.1) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial(r\rho u)}{\partial z} + \frac{\partial(r\rho w)}{\partial r} = 0. \quad (3.68)$$

Substituindo a equação (3.67) na equação da conservação da massa (3.68), integrando e pondo em evidência a componente axial da velocidade, w , temos:

$$w = \frac{3\dot{m}}{\rho\pi h^3}z^2 - \frac{3\dot{m}}{\rho\pi h^2}z. \quad (3.69)$$

O escorregamento, que corresponde à diferença entre a velocidade do fluido e dos discos, já referido anteriormente na equação (3.41), é então:

$$s_i^* = \frac{v_i}{R_{int}\omega}. \quad (3.70)$$

Pondo em evidência a componente tangencial da velocidade para um raio genérico:

$$v = s^*R\omega. \quad (3.71)$$

Substituindo agora na equação (3.61), obtém-se o perfil de velocidades para a componente tangencial da velocidade:

$$v = -\frac{4s^*R\omega}{h^2}z^2 + \frac{4s^*R\omega}{h}z. \quad (3.72)$$

Deduzimos portanto aproximações para três componentes do vector velocidade. Por uma questão de conveniência, repete-se em seguida as equações para as outras duas componentes da velocidade, a radial e axial:

$$u = -\frac{3\dot{m}}{\rho\pi Rh^3}z^2 + \frac{3\dot{m}}{\rho\pi Rh^2}z, \quad (3.73)$$

$$w = \frac{3\dot{m}}{\rho\pi h^3}z^2 - \frac{3\dot{m}}{\rho\pi h^2}z. \quad (3.74)$$

3.2.1.2. Projecto da bomba de discos considerando o fluido de trabalho a água

Nesta secção utilizaremos as equações anteriores para projectar a bomba que vai ser ensaiada. Para projectar a bomba de discos é necessário saber qual a pressão a que irá funcionar e qual o fluido de trabalho. Normalmente é imposto um caudal para a bomba, mas neste caso vamos antes impor um número fixo de discos mais à frente. Para este

3. Modelação analítica da bomba de disco

$\rho_{\text{água}} [Kg/m^3] (0^\circ \text{ a } 30^\circ\text{C})$	$p_t [Pa]$	$R_{int} [m]$	$R_{ext} [m]$
1000	200	0.015	0.06

Tabela 3.2.: Valores utilizados para projectar a bomba.

caso a bomba irá funcionar com água e terá que fornecer uma pressão de estagnação de $p_t = 200Pa$. Como queremos visualizar o escoamento, a bomba terá que ser relativamente grande de modo a poder ser visualizado a olho nu. Começámos por definir um diâmetro externo dos discos, $R_{ext} = 0,06m$, que é compatível com as medidas dos discos de Cd-Rom, para uma maior facilidade na construção do rotor. Assumindo que o rendimento aumenta à medida que a razão entre os raios aumenta (Crawford e Rice, 1974), e que este efeito é reduzido para razões de raios maiores que 10:1 (Harwood, 2008), assumir uma razão de raios de 4:1, parece-nos ser adequado. Portanto, o raio interno dos disco será quatro vezes menor que o raio externo, $R_{int} = \frac{R_{ext}}{4} = \frac{0.06}{4} = 0.015m$.

Para a pressão de estagnação, e assumindo um escoamento incompressível temos:

$$p_t = p_{estática} + \text{pressão dinâmica}, \quad (3.75)$$

$$p_t = \Delta p_{max} + \frac{1}{2}\rho v_{med}^2 = \frac{\rho\omega^2 (R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{2} + \frac{1}{2}\rho (\omega R_{int})^2. \quad (3.76)$$

Pondo em evidência a velocidade angular, ω , e simplificando, temos:

$$\omega = \sqrt{\frac{2p_t}{\rho (2R_{ext}^2 - R_{int}^2)}}. \quad (3.77)$$

Para este projecto considerámos os valores constantes da Tabela 3.2 para substituir na equação (3.77):

o que nos permite obter a velocidade angular:

$$\omega = \sqrt{\frac{2 \times p_t}{\rho (2 \times R_{ext}^2 - R_{int}^2)}} = 7.57 \text{rads}^{-1} = 72.3 \text{rpm}.$$

É referido por Crawford e Rice (1974), que o melhor desempenho ocorre a um número de Reynolds, baseado na equação (3.48), de aproximadamente cinco ($Re_3 \approx 5$). Uma vez que a viscosidade cinemática da água é $\nu_{\text{água}} = 1.01 \times 10^{-6} m^2s^{-1}$, a 20°C , podemos pôr em evidência, na equação para o número de Reynolds, o espaçamento entre os discos h . E desta forma:

3. Modelação analítica da bomba de disco

$$Re_3 = \frac{\omega h^2}{\nu} \approx 5,$$

$$h = \sqrt{\frac{5\nu}{\omega}} \approx 8.2 \times 10^{-4}m = 0.82mm. \quad (3.78)$$

Para uma maior facilidade na construção, definiu-se um espaçamento entre discos de $1mm$, não diferindo muito do resultado calculado. Com este novo espaçamento, para a mesma rotação iremos obter um número de Reynolds, $Re_3 \approx 7$. Estes valores servem de base para se poder projectar e construir a bomba de discos. A velocidade angular dos discos irá ser regulada de modo a abranger vários números de Reynolds para permitir, com as medições necessárias, obter vários desempenhos. Para os cálculos que se seguem, fica definido a mesma velocidade angular dos discos, $\omega = 7.57rads^{-1}$ e um espaçamento entre os discos $h = 0.001m$.

Crawford e Rice (1974), e também Hasinger e Kehrt (1963), criaram um numero adimensional para o caudal já apresentado anteriormente na equação (3.40). A Fig. 3.11 demonstra a variação deste numero adimensional Q^* (representado por U_o no gráfico) em função do rendimento η e da razão entre os raios interior e exterior $\frac{R_{ext}}{R_{int}}$ (representado por r_o no gráfico). Este valor vai ser arbitrado, porque é um valor dependente de factores exteriores ao rotor, que vai ser verificado experimentalmente, para posteriormente ser corrigido. Depois de encontrado o valor real, este permito-nos dar com exactidão as características principais da bomba, por exemplo para outras velocidades de rotação. Foi então arbitrado um valor de $Q^* = \frac{u_{med}}{\omega R_{int}} = 0.25$.

Substituindo os valores já acima calculados, podemos calcular a componente radial da velocidade média entre os discos:

$$u_{med} = Q^* \omega R_{int} = 2.84 \times 10^{-2}ms^{-1}.$$

É referido por Schlichting (1979) que para valores de $\frac{t}{R} = 0.01$ a 0.20 existe uma boa concordância com os valores experimentais e os que estão apresentados na Fig. 3.7. Sabendo que $R = 0.06m$ obtemos um leque de valores para o espaçamento entre o rotor e o encapsulamento, t de $6 \times 10^{-4}m$ a $1.2 \times 10^{-2}m$ (de $0.6mm$ a $12mm$). Poderia-se escolher o valor mais baixo, pois no gráfico da Fig. 3.7, reparamos que o coeficiente de binário C_M^* decresce com o aumento do espaçamento t . Mas por outro lado a bomba irá funcionar com um acoplamento magnético, por razões que irão ser explicadas no capítulo da Instalação Experimental, sendo necessário aplicar ímanes num dos lados do disco. Os ímanes têm uma espessura de aproximadamente igual à dos discos, que é de

3. Modelação analítica da bomba de disco

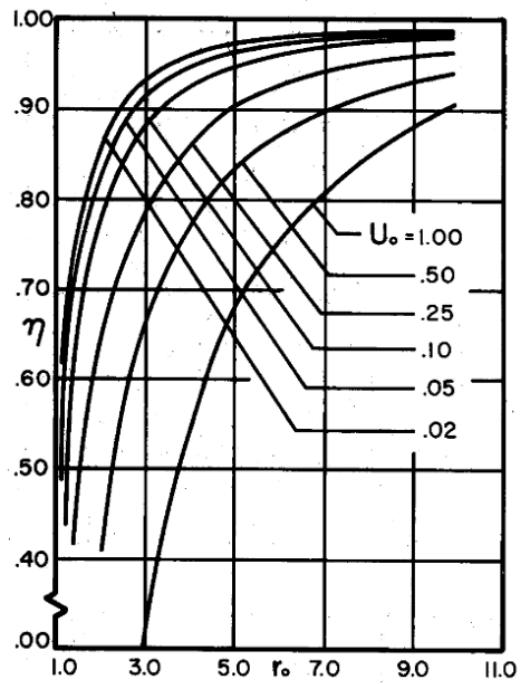


Figura 3.11.: Dependência do rendimento η da bomba em relação ao parâmetro adimensional de caudal Q^* (U_o no gráfico) e razão de raios $\frac{R_{ext}}{R_{int}}$ (r_o no gráfico) (Crawford e Rice, 1974).

3. Modelação analítica da bomba de disco

2mm. Para ter um valor plausível para este espaçamento, considerou-se uma largura de modo aproximar-se com o diâmetro de entrada dos discos. Então foi considerado um número de discos igual a cinco, o que dá uma largura de rotor de 14mm. Somando um espaçamento de $t = 5mm$ para cada lado do rotor, para uma total simetria, obtemos um largura total de 24mm.

Sabendo que cada espaçamento entre discos gera um caudal:

$$q = 2\pi R_{int} h u_{med} = 2.36 \times 10^{-5} m^3 s^{-1} = 2.36 \times 10^{-2} l/s = 23.6 ml/s,$$

podemos impor um determinado número de discos, N , para obtermos o caudal total, q_t , ou vice-versa. Uma vez que foi definido um rotor com cinco discos ($N = 5$), temos cinco espaçamentos que geram caudal (quatro entre discos e mais as duas metades dos discos da periferia do rotor). Então o caudal total que iremos obter é o seguinte:

$$q_t = q \times N = 2\pi R_{int} h u_{med} N = 1.18 \times 10^{-4} m^3 s^{-1} = 1.18 \times 10^{-1} l/s = 118 ml/s.$$

Consideremos agora a energia perdida na entrada. Uma expressão que permite estimar as perdas de entrada p_i pode basear-se na energia cinética na entrada. Para calcular essa energia cinética multiplica-se a componente axial da velocidade pelo número de discos:

$$p_i = N \frac{1}{2} \rho w^2 = N \frac{1}{2} \rho \left(\frac{q_t}{\pi R_{int}} \right)^2. \quad (3.79)$$

Substituindo os valores obtém-se,

$$p_i = 1.57 \times 10^{-2} Pa.$$

Podemos ainda fazer uma previsão de qual o binário que é necessário fornecer ao veio, para que a bomba produza o caudal e pressão desejados. A potência contida no fluido à saída da bomba é:

$$P_f = p_t q_t = 2.36 \times 10^{-2} W = 23.6 mW. \quad (3.80)$$

Definindo o rendimento:

$$\eta = \frac{p_t q_t}{M \omega}, \quad (3.81)$$

e se resolvermos a equação em ordem a M , admitindo que o rendimento de transferência da energia dos discos para o fluido é de aproximadamente $\eta = 86\%$, ver Fig. 3.11 para

3. Modelação analítica da bomba de disco

$\frac{R_{ext}}{R_{int}} = 4$ e $Q^* = 0.25$, vem:

$$M_{total} = \frac{p_t q_t}{\omega \eta} = 3.63 \times 10^{-3} Nm, \quad (3.82)$$

o binário correspondente a cada disco é:

$$M_{disco} = \frac{T_{total}}{N} = 7.26 \times 10^{-4} Nm. \quad (3.83)$$

4. Instalação Experimental

Neste capítulo vai ser descrito o desenvolvimento do projecto da instalação experimental de uma bomba de discos. O objectivo da instalação experimental é construir uma instalação piloto que sirva de base de apoio ao estudo da bomba de discos. A principal diferença deste tipo de turbomaquinas para as convencionais é geometria do rotor. Os rotores das bomba de discos são constituídos por discos paralelos entre si, separados por um determinado espaçamento. Os discos têm que ter uma furação no seu centro para permitir que o fluido entre por entre os espaçamentos dos discos, e no seu encapsulamento têm que ter uma abertura para permitir a saída do fluido.

Na primeira secção irá ser feita uma caracterização detalhada dos vários constituintes da bomba de discos, incluindo os instrumentos de medição, bem como dos problemas e ideias que ocorreram ao longo de todo o desenvolvimento do projecto. Numa segunda secção iremos descrever o procedimento experimental que é necessário para efectuar as medições.

4.1. Caracterização da instalação

Para construir uma bomba de discos necessitamos de um rotor que consiga fixar os discos paralelos entre si, e deixar entre eles um certo espaçamento. Uma vez que o fluido entra pelo centro do rotor e é expelido radialmente pelos discos, necessitamos de um encapsulamento com uma abertura no centro do rotor, e que direcione o fluido para a saída do mesmo. Para esta máquina funcionar como bomba necessitamos de fornecer energia mecânica aos discos, imprimindo-lhes uma determinada rotação, e para isso usou-se um motor eléctrico.

Para se construir uma instalação experimental, de modo a que este tipo de turbomáquinas não convencionais possam ser estudadas com detalhe, a instalação terá que possuir uma instrumentação adequada. A instrumentação é de extrema importância, pois sem ela não podemos obter resultados para retiramos conclusões sobre este tipo de turbomáquinas. Esta tem que ser capaz de adquirir medições quanto ao tipo de escoamento, ao desempenho da máquina, e à gama de pressões, velocidades, caudais, potência

4. Instalação Experimental

consumida, binário aos discos. Só desta forma é possível comparar os valores teóricos com os experimentais. Nas próximas secções iremos apresentar o desenvolvimento da instalação experimental no seu detalhe.

4.1.1. Encapsulamento da bomba de discos

Um dos objectivos iniciais da construção da bomba era que o encapsulamento fosse transparente, de modo a poder ser visualizado o escoamento. De entre as primeiras ideias que surgiram, pensou-se na utilização de uma caixa de Cd's para ser utilizada como encapsulamento. Esta opção é encontrada em algumas construções caseiras deste tipo de turbomáquinas. É uma solução simples, económica e prática, pois é muito fácil de se obter em qualquer loja de informática. Esta já tem a forma pretendida, e é transparentes além de que ainda podemos utilizar os próprios Cd's como discos para a construção do rotor. Foi este o primeiro conceito da bomba de discos, ver Fig. 4.1.

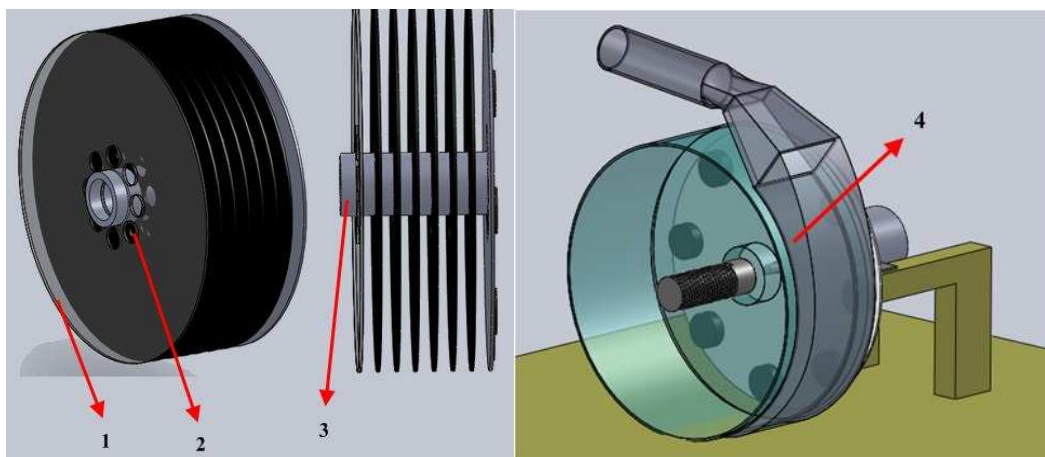


Figura 4.1.: Primeira solução desenvolvida para a bomba a instalar na instalação piloto.
1 - Primeiro Cd transparente para permitir visualizar o escoamento interno entre dois discos (normalmente é fornecido um Cd transparente em cada caixa de Cd's); 2 - Cd's com furação para permitir a entrada do fluido; 3 - Espaçador entre os discos; 4 - encapsulamento de uma caixa de Cd's com abertura de lado para permitir a saída do fluido.

Neste primeiro esboço propunha-se um sistema de transmissão magnética, entre o motor e o rotor, que permitisse transmitir movimento sem o uso de uma ligação física entre o eixo dos discos e o do motor. Não existindo contacto físico entre o motor e o rotor podemos eliminar o uso de vedantes, que só iriam provocar perdas por atrito e eventuais problemas de estanqueidade. O uso de um acoplamento magnético também permite

4. Instalação Experimental

obter um arranque ou paragem suave da bomba. Podemos ver na Fig. 4.2 a montagem e as várias vistas do primeiro conceito da bomba de discos.

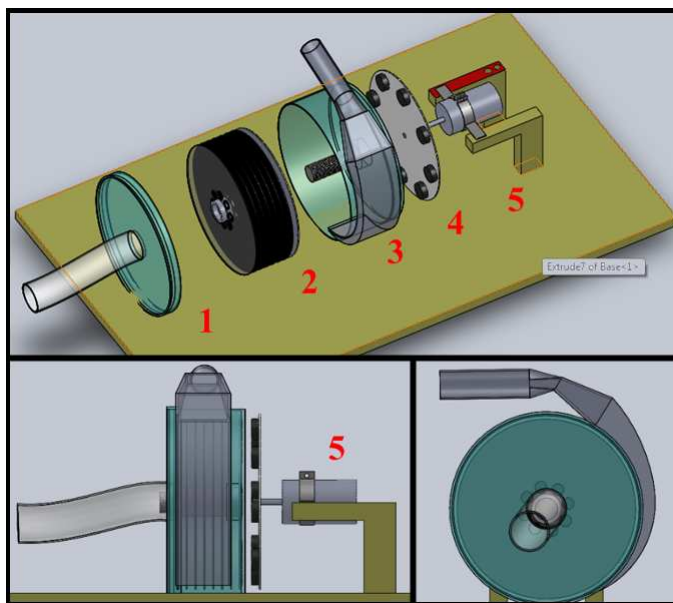


Figura 4.2.: Vista isométrica, lateral e frontal do primeiro conceito da bomba. 1 - Tampa da caixa de Cd's; 2 - Rotor composto por Cd's; 3 - Caixa de Cd's utilizada como encapsulamento; 4 - Disco de suporte aos ímanes; 5 - Motor e o seu apoio.

Durante a revisão bibliográfica, compreendeu-se que a maioria das perdas neste tipo de turbomáquinas estão localizadas na entrada e na saída do encapsulamento. Lemma et al. (2008) chamaram a atenção, através do seu estudo numérico entre um encapsulamento circular e em espiral, que um encapsulamento em espiral elimina os vórtices criados pela rápida mudança de direcção da componente tangencial da velocidade do escoamento, ver Fig. 2.3. Foi então desenvolvida uma solução para melhorar o desempenho da bomba, tanto na saída como na entrada.

Para melhorar o desempenho à saída foi construído um encapsulamento em forma de espiral, fazendo de difusor. Para melhorar o desempenho na entrada usou-se, como já anteriormente proposto, um acoplamento magnético entre o rotor e o motor eléctrico. Referiram-se anteriormente as vantagens que se obtêm com um acoplamento magnético, mas aquando da revisão bibliográfica ficou a conhecer-se a importância relativa à origem das perdas mais significantes deste tipo de máquinas. Surgiu uma solução que permite tirar o maior partido de ter um acoplamento magnético. Trata-se da possibilidade de ter duas entradas de fluido no encapsulamento, uma de cada lado, já que não existe nenhum

4. Instalação Experimental

veio a ligar os discos ao motor. Existindo duas entradas na bomba iremos reduzir as perdas na entrada, isto porque na zona de entrada o fluido tem fazer um ângulo de 90° , não facilitando a deslocações do fluido para entre os discos. Ao entrar pelos dois lados, facilita-se que o escoamento se dirija para os espaçamentos entre os discos, aumentando o seu rendimento. A desvantagem associada à utilização do acoplamento magnético é a necessidade de aplicar ímanes num dos discos do rotor, podendo ter alguma influência no escoamento. Em particular pode introduzir algumas perdas nessas zonas.

Feitas estas alterações no projecto houve a necessidade de fazer um encapsulamento totalmente de raiz e já não usar a caixa de Cd's. A dimensão exterior do disco manteve-se igual à de um disco de Cd comum ($R_{ext} = 0.06m$), e usando a abordagem analítica do Capítulo 3 o raio interno foi definido como sendo $R_{int} = 0.015m$. Na Fig. 4.3 temos a versão final do encapsulamento e a sua montagem. A sua forma de construção permite uma prática, e simples, montagem e desmontagem do encapsulamento sem a necessidade a ferramentas, graças às porcas de orelhas. Este conceito, permite alterar o tamanho do encapsulamentos muito facilmente apenas trocando a peça 5 da Fig. 4.3 por uma mais larga, ou mais estreita, e os parafusos se tal for necessário. Podemos assim alterar as dimensões para fazer estudos com rotores diferentes. Os vedantes, peças 4 da Fig. 4.3, permitem tornar a bomba estanque ao fluido de trabalho. As paredes do encapsulamento, peças 3, são feitas de acrílico, enquanto que a peça 5, é feita de policarbonato, para se poder moldar à forma pretendida. Qualquer dos dois materiais é transparente obtendo-se assim um encapsulamento ideal para a visualização do escoamento.

4. Instalação Experimental

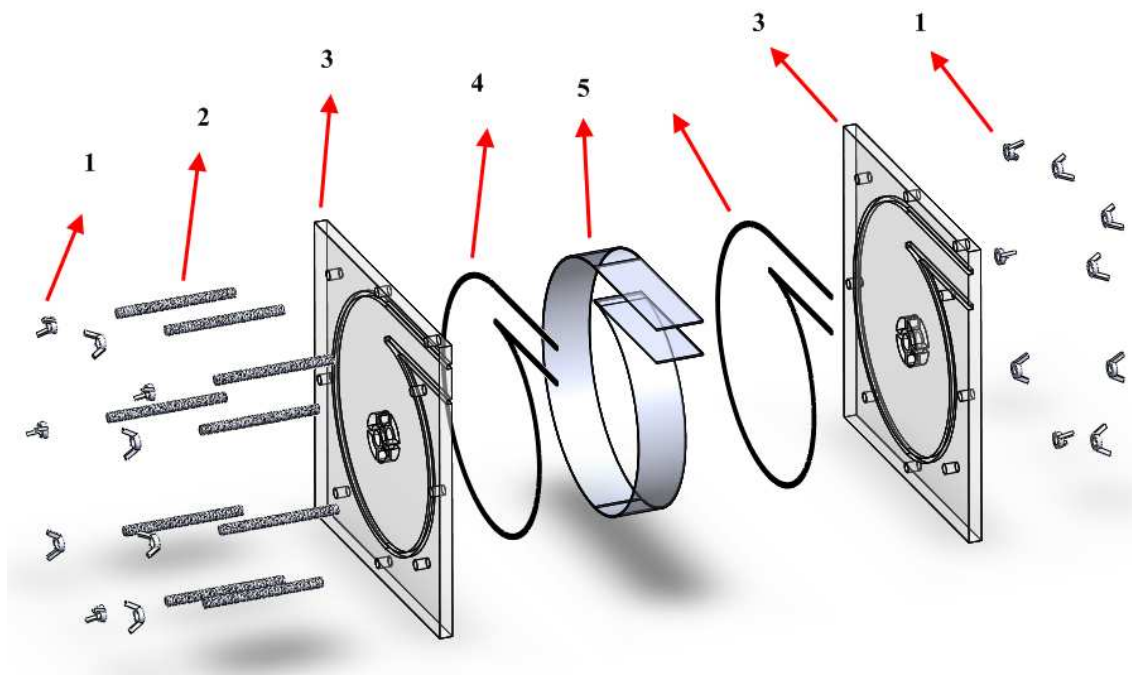


Figura 4.3.: Conceito final do encapsulamento da bomba de discos e esquema de montagem. 1 - Porcas de orelhas; 2 - Fusos roscados; 3 - Paredes do encapsulamento em acrílico; 4- Vedante de borracha; 5 - Encapsulamento em forma de espiral.

É de notar aqui ainda uma outra vantagem em relação ao primeiro conceito proposto. Este tinha um veio muito largo (de aproximadamente $20mm$), provocando grandes perdas à entrada dessa zona. Enquanto que o novo conceito tem um veio de $5mm$ e somando o diâmetro dos espaçadores, obtém-se um veio de $10mm$, obtendo-se uma área de entrada útil muito maior.

Por falta de outros estudos existentes na literatura sobre este tipo de bombas, em particular sobre o encapsulamento ideal para este tipo de turbomáquinas, foi desenhada uma espiral tal como proposto por Harwood (2008). Para uma melhor facilidade de construção, foram criadas duas semi-circunferências de raios diferentes formando uma espiral suave, permitindo um fraca variação na direcção da velocidade tangencial, ver Fig. 4.4.

4. Instalação Experimental

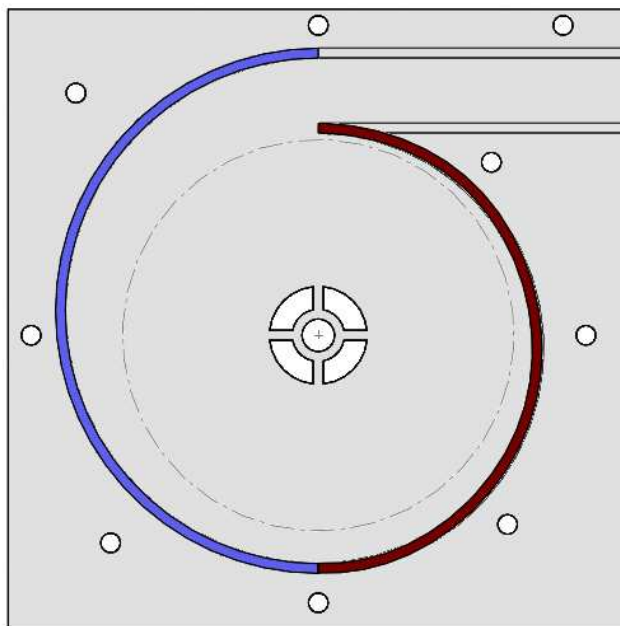


Figura 4.4.: Pormenor de como foi desenhado o encapsulamento (duas semi-circunferências representadas pelas cores azul e vermelho). A traço interrompido pode-se verificar qual a dimensão dos discos no encapsulamento.

4. Instalação Experimental

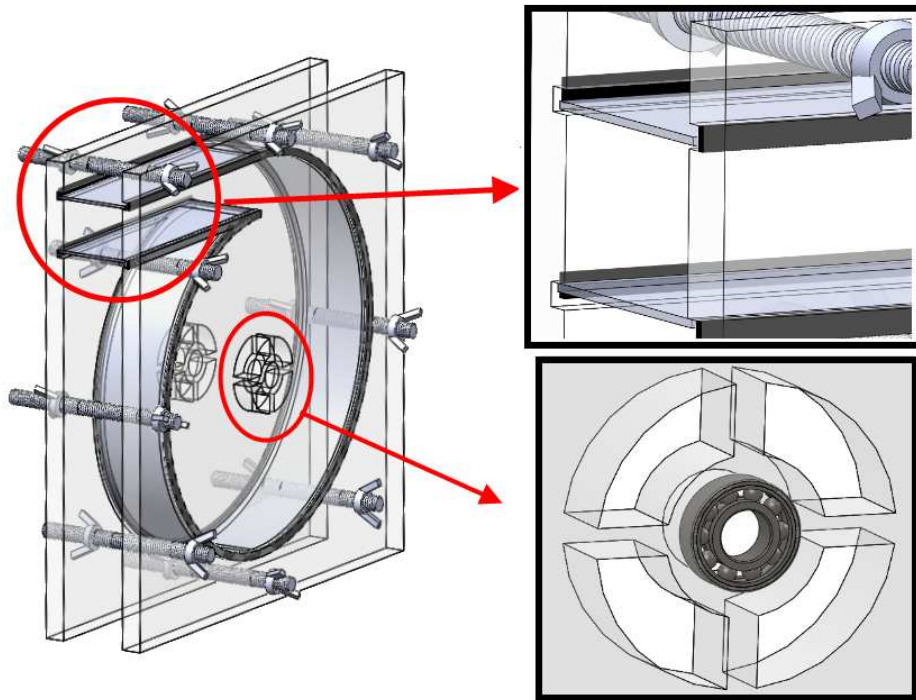


Figura 4.5.: Encapsulamento montado sem rotor; pormenor do rolamento para o rotor; e encaixe gravado no próprio acrílico.

Na Fig. 4.5 mostra-se como é que a peça 4 da Fig. 4.3 se encaixa nas paredes do encapsulamento. As paredes têm gravado o formato da espiral, com uma profundidade e largura de 3mm , permitindo introduzir uma borracha de forma a tornar estanque o encapsulamento. No centro de cada parede do encapsulamento existe um suporte para colocar o rolamento, este vai apoiar o eixo do rotor como se observa na Fig. 4.5.

4.1.2. Rotor da bomba de discos

Os discos do rotor são feitos em acrílico pela mesma razão pela qual o encapsulamento é transparente, isto é, permitir ver o escoamento no interior da bomba de discos. Os discos têm um diâmetro de $D = 0.12\text{m}$, similar às dimensões de um Cd, com um raio à entrada $R_{int} = 0.015\text{m}$ obtido usando a formulação analítica do capítulo anterior. Para obter a maior área possível na entrada, reduziram-se os raios que seguram o disco ao veio do rotor, ver Fig. 4.6. Para que essa redução seja possível a espessura dos discos não pode ser muita pequena, pois o acrílico é um material pouco resistente, neste caso a espessura é de 2mm .

4. Instalação Experimental

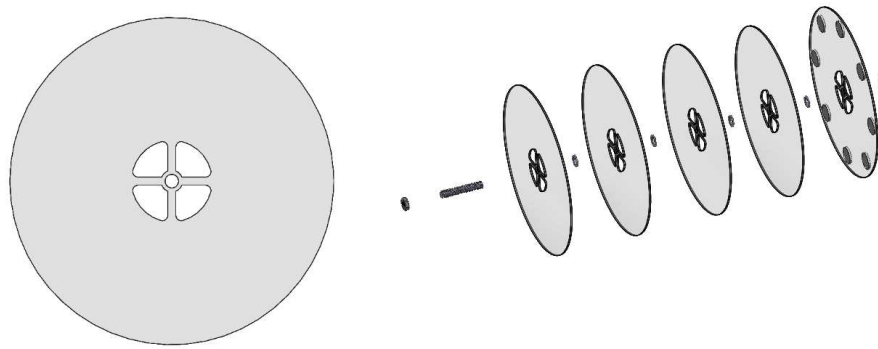


Figura 4.6.: Geometria do disco e da montagem do rotor.

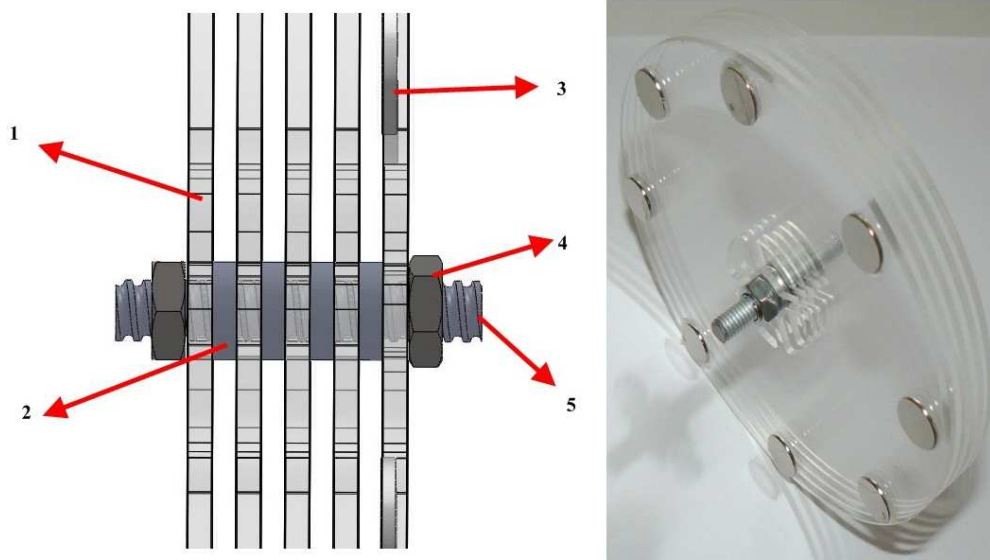


Figura 4.7.: Vista lateral do rotor, à esquerda, e do rotor usado na experiência, à direita.
1 - Disco; 2 - Espaçador; 3 - Ímãs na periferia do disco que movimentam o rotor; 4 - Porca que aperta os discos; 5 - Veio do rotor.

A Fig. 4.6 mostra o formato do disco usado e a montagem dos mesmos no veio. A Fig. 4.7 mostra um desenho da constituição do rotor e uma fotografia do rotor usado na experiência. Neste caso com cinco discos paralelos entre si, tendo cada um uma espessura de $2mm$ e um espaçamento entre eles de $h = 1mm$, conforme calculado no projecto da bomba de discos descrito na Secção 3.2.1.2. O conceito desenvolvido para o rotor permite alterar facilmente o número de discos e o espaçamento entre eles, bastando

4. Instalação Experimental



Figura 4.8.: Bomba de discos ainda na sua fase de construção.

somente introduzir um veio e espaçamentos mais ou menos compridos.

4.1.3. Acoplamento magnético

Depois de ser caracterizado o rotor e o encapsulamento iremos agora apresentar o sistema de transmissão que impulsiona os discos. Nas duas entradas da bomba foram introduzidos dois tubos com uma curva de 90° para que as duas entradas da bomba fiquem paralelas entre si e possam ser ligadas a um depósito. Em um dos lados da bomba foi instalado um rolamento que têm o centro fixo ao tubo, sendo que o seu anel exterior roda livremente. Na periferia do rolamento é colado um anel de acrílico que vai fazer de suporte para os ímãs estes vão permitir transmitir o movimento de rotação aos discos do rotor. Também à periferia do rolamento vai ser fixado uma polia, possuindo um centro furado de modo a que o tubo passe pelo seu interior. A montagem do acoplamento magnético pode ser observada na Fig. 4.9, e na Fig. 4.10 podemos ver a bomba de discos com o acoplamento magnético e a polia já montados.

4. Instalação Experimental

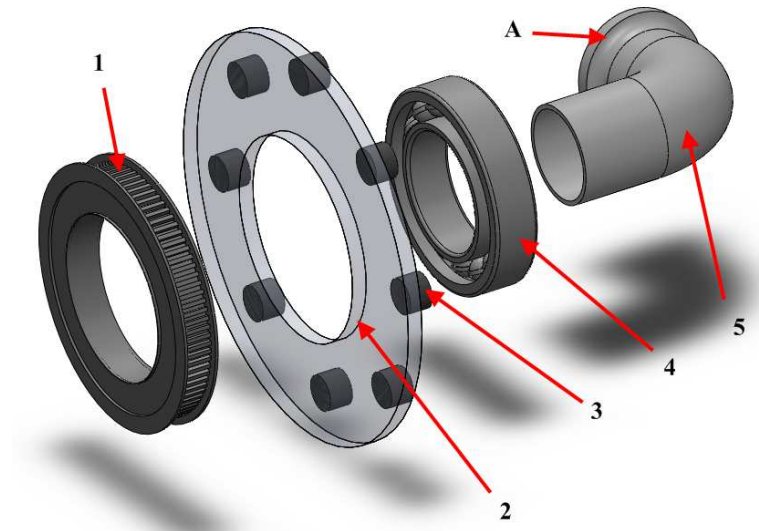


Figura 4.9.: Acoplamento magnético instalado na bomba de discos. 1 - Polia que se vai fixar ao anel na periferia do rolamento; 2 - Anel em acrílico transparente, que faz de suporte aos ímanes que vão impulsionar os discos do rotor, que é fixado na periferia do rolamento; 3 - Ímanes fixados ao anel de suporte que serve de motor; 4 - Rolamento com o seu centro fixo no tubo à curva de PVC junto à face representada por A; 5 - Tubo PVC de forma curva a 90°; A - Face onde o rolamento vai ser fixado.

4. Instalação Experimental

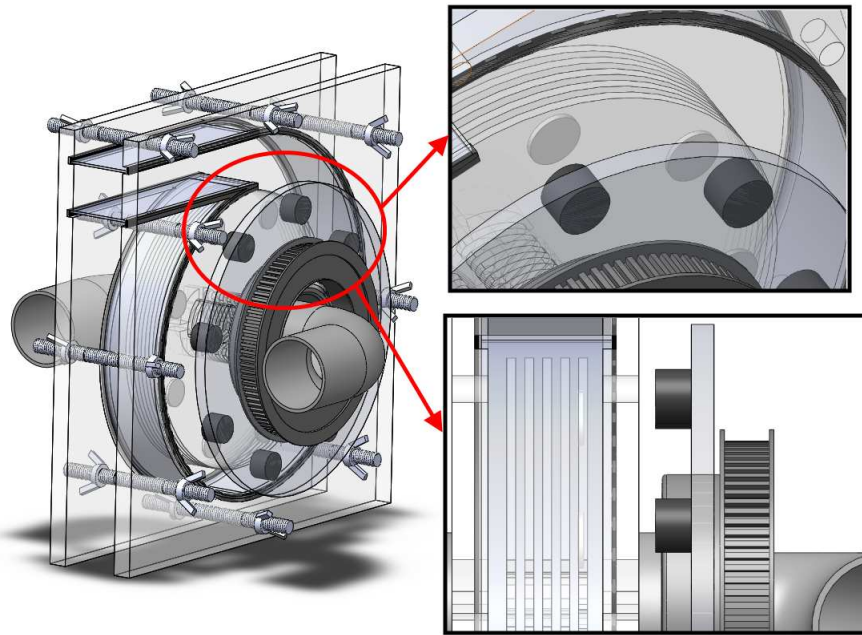


Figura 4.10.: Bomba de discos completa com o seu sistema de transmissão por acoplamento magnético.

O anel de suporte aos ímanes é em acrílico transparente para não haver a mínima obstrução à visualização do escoamento. O conjunto do acoplamento está fixado junto à face representada por A na Fig. 4.9, que é a mesma face onde o tubo vai ser fixado à parede do encapsulamento.

4.1.4. Sistema de transmissão entre a bomba de discos e motor

Para transmitir o movimento aos discos foi decidido utilizar um motor eléctrico DC (corrente contínua). Esta opção prende-se com a facilidade de controlo da sua velocidade por meio de uma fonte de alimentação de tensão variável. O motor eléctrico e a fonte de alimentação estão descritos na Secção 4.1.7.

De modo a transferir o movimento do motor para o anel de suporte dos ímanes necessitamos de um sistema de transmissão. A escolha do sistema de transmissão teve que ser feita de forma cuidadosa, pois uma das características desta instalação experimental era permitir a leitura do binário que estava a ser aplicado ao rotor. A melhor solução encontrada foi através da medição do binário no motor eléctrico (descrita na Secção 4.1.6). A primeira ideia para o problema proposto foi a de usar uma engrenagem entre o motor e o anel de suporte aos ímanes, ao invés da polia apresentada nas Figs 4.9 e 4.10.

4. Instalação Experimental

Devido à bomba possuir duas entradas de fluido a roda dentada no anel de suporte aos ímanes tinha que ser relativamente grande, em relação à roda dentada usada no motor. Esta opção levantou um problema, pois como o binário é medido no motor a relação de transmissão provoca uma redução do binário lido. Depois de efectuar alguns cálculos preliminares verificámos que os valores de binário associados a esta bomba eram muito baixos, o que originaria problemas de precisão das medidas. Assim, pensou-se na utilização de um sistema de engrenagens que permitisse aumentar o valor do binário lido. Depois de lidos os valores do binário efectuavam-se os cálculos necessários para saber que binário estava a ser aplicado aos discos. Na Fig. 4.11 podemos visualizar a engrenagem na fase de projecto e a sua aplicação prática.

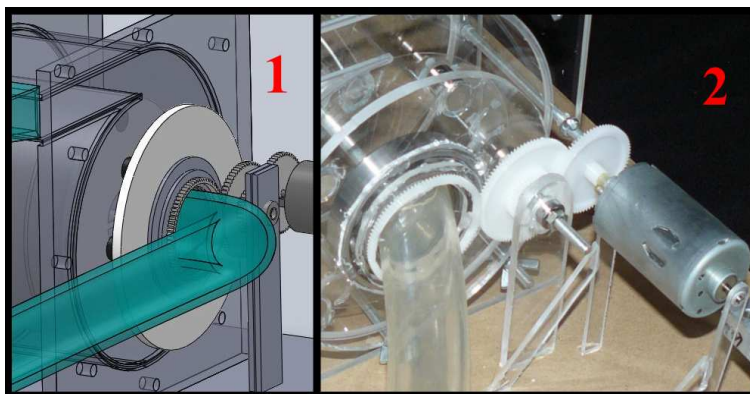


Figura 4.11.: Na imagem da esquerda (1) temos o projecto da bomba em CAD numa, com o pormenor do sistema de transmissão por engrenagens. Na imagem da direita (2) podemos visualizar a implementação deste sistema de engrenagens e o motor usado na bomba de discos.

Depois de aplicada a engrenagem deparámo-nos com um outro problema. Esse problema era o elevado atrito entre as engrenagens, que era maior que o próprio binário aplicado aos discos. Houve então necessidade de pensar em aplicar outro tipo de transmissão. Surgiu então a ideia de aplicar uma transmissão por polias e correia. A aplicação de um sistema de transmissão deste tipo leva ao mesmo problema que surgiu anteriormente, o baixo binário lido. Esse problema foi resolvido usando uma alavanca e a sua implementação é apresentada na Secção 4.1.6. Com este sistema de transmissão o atrito foi reduzido consideravelmente. A Fig. 4.12 demonstra a aplicação do sistema de transmissão por polias e correia.

4. Instalação Experimental

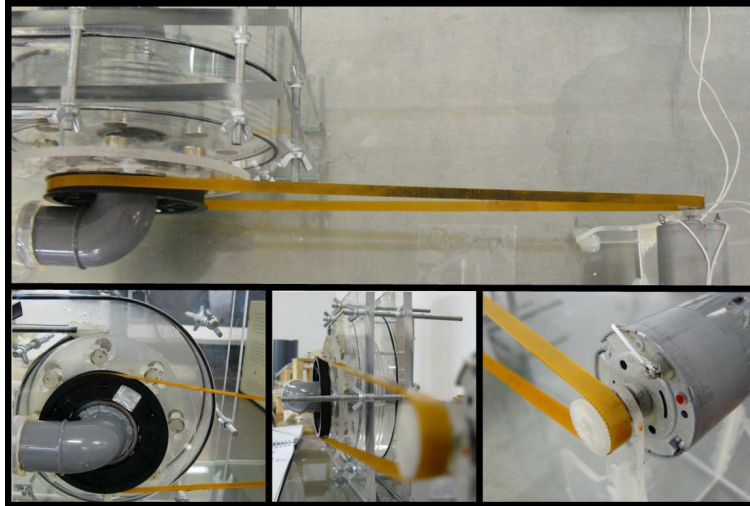


Figura 4.12.: Pormenor do sistema de transmissão por correia e polia.

4.1.5. Leitura da velocidade de rotação

Para obter a leitura da velocidade de rotação dos discos, foi utilizado um foto-tacómetro. Este aparelho possui um feixe de luz que é apontado para um reflector instalado na polia do anel de suporte de ímanes. O instrumento dispõe de um indicador de cristal líquido, de grande dimensão, fornecendo a velocidade em rotações por minuto com uma precisão de até 1 rpm . Se o foto-tacómetro estiver mal posicionado ou por alguma razão não estiver a obter a velocidade correcta, surge uma indicação no visor, com um sinal a piscar, ver a Fig. 4.13 ponto 2.

4. Instalação Experimental

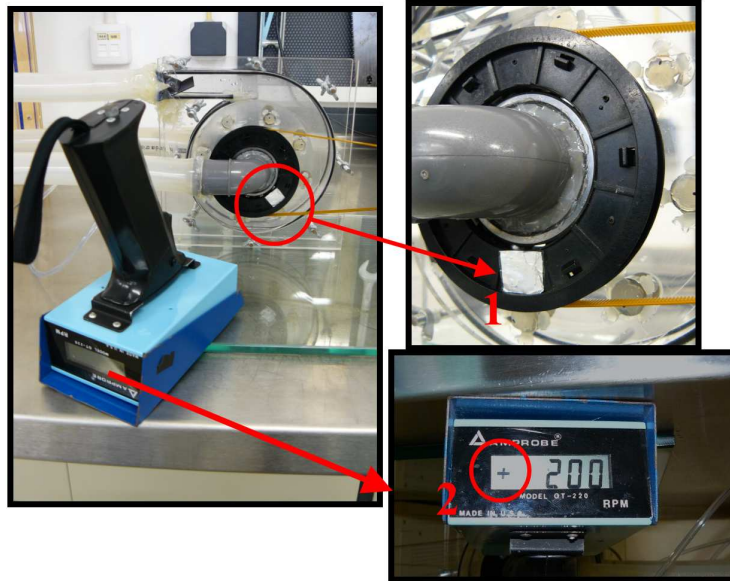


Figura 4.13.: Imagem do foto-tacómetro apontado para o reflector. 1 - Reflector; 2 - Sinal que começa a piscar se a leitura não estiver a ser correcta.

Durante o procedimento experimental regista-se o valor da velocidade de rotação dos discos lido no foto-tacómetro, posteriormente esta é convertida para unidades S.I. em rad/s . Este aparelho permite ler em tempo real a velocidade de rotação nos discos, o que permite uma regulação precisa da tensão de alimentação do motor de modo a obter uma velocidade constante.

4.1.6. Leitura do binário

Nesta instalação experimental é dotada de um sistema que permite medir o binário que estamos aplicar aos discos. Face aos custos muito altos de sensores comerciais que permitem ler binários muito pequenos, teve que se adoptar uma maneira mais económica de permitir a leitura do binário. Foi então que surgiu a ideia de utilizar um sensor de uma balança electrónica. Construiu-se um suporte do motor, que permitia que ele rodasse sobre si próprio, tendo o seu veio apoiado em dois rolamentos. A uma certa distância do centro é medida a força com que o motor faz no sensor da balança. O sensor mede um peso máximo de 2 Kg , com uma precisão de 1 g . Como o binário é o produto da força pelo braço, consegue-se obter o binário em $N.m$. Converte-se o peso, medido em gramas, para força em N , e multiplicando pela distância ao centro do eixo do motor em $[m]$. Como visto anteriormente, existia o problema com a relação de transmissão,

4. Instalação Experimental

obtendo valores lidos muito reduzidos na balança. Esse problema foi solucionado quando se pensou num sistema de engrenagens que aumentava o binário lido para uma maior resolução de leitura. Ao decidir o uso de uma transmissão por correia e polia, o problema voltou a surgir. Neste caso foi solucionado com um sistema de alavanca aplicado entre o motor e o sensor de balança. O sistema está representado na Na Fig. 4.14 onde é constituído por uma alavanca, que está apoiada no seu centro, para o sensor não “sentir” o seu peso, G_{al} . Temos o peso que é aplicado e medido no sensor G_{sensor} , o peso que é aplicado no outro lado da alavanca G_{motor} e o momento do motor M_{motor} , que é o que se pretende saber. A distância do sensor ao centro da alavanca é dada por L_1 , a distância do centro da alavanca até à outra ponta é L_2 e a distância do centro do motor à ponta da alavanca $L_{braço}$, ver Fig. 4.14.

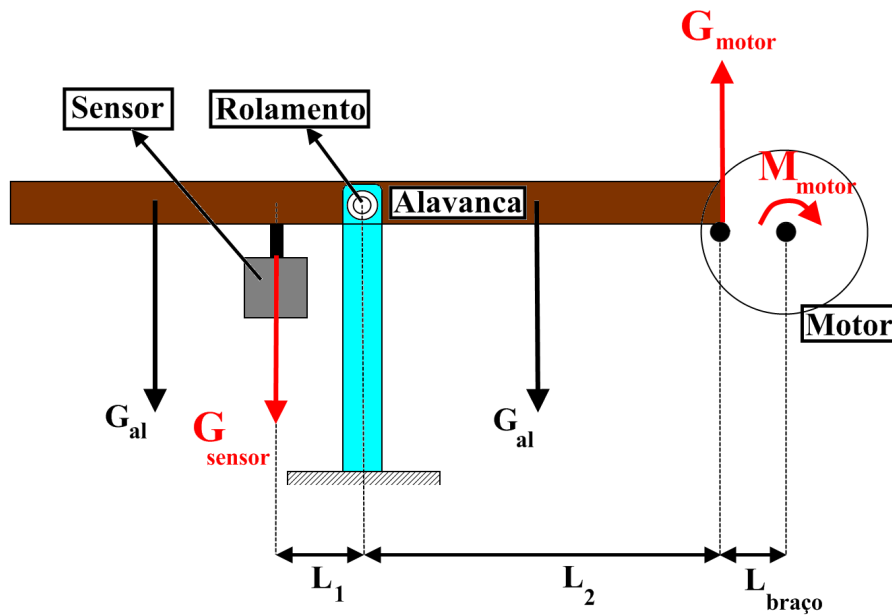


Figura 4.14.: Sistema de alavanca para permitir uma leitura com maior resolução do binário.

Vamos agora definir a relação destas variáveis. Na alavanca temos que:

$$G_{sensor} L_1 = G_{motor} L_2, \quad (4.1)$$

$$G_{motor} = \frac{L_1}{L_2} G_{sensor}. \quad (4.2)$$

Sabemos que o binário do motor é o produto da força pelo o braço, então temos:

4. Instalação Experimental

$$M_{motor} = F L_{braço}. \quad (4.3)$$

Passando para unidades de peso, temos que:

$$M_{motor} = (G_{motor} g) L_{braço}. \quad (4.4)$$

Substituindo a equação (4.2) em (4.4), obtemos o momento que o motor fornece em função do peso lido no sensor:

$$M_{motor} = \frac{L_1}{L_2} G_{sensor} g L_{braço}. \quad (4.5)$$

Sabendo que $L_1 = 0.02m$ e $L_2 = 0.1m$ (com estes valores a alavanca permite aumentar o valor lido em 5 vezes), $L_3 = 0.013m$ e $g = 9.81m/s^2$, basta substituir o valor do peso lido no sensor na equação (4.6) e obtemos o binário fornecido pelo motor:

$$M_{motor} = 0.025506 G_{sensor}. \quad (4.6)$$

Na Fig. 4.15 podemos ver o sistema de alavanca montado e o pormenor da calibração do sensor para permitir que a alavanca esteja completamente horizontal. É muito importante que a alavanca esteja completamente horizontal, para que a relação entre o sensor e o binário do motor seja igual à que foi referida na equação (4.6).

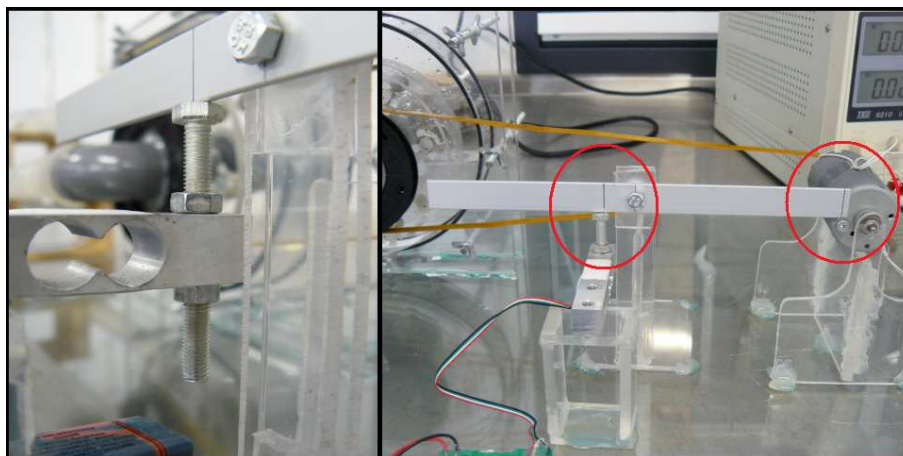


Figura 4.15.: No lado esquerdo podemos ver o sensor e o pormenor da calibração do sistema de alavanca. No lado direito temos o sistema de alavanca com o motor apoiado em rolamentos.

Para sabermos o momento que estamos aplicar aos discos M_d , foram efectuadas medições

4. Instalação Experimental

com a bomba em vazio, obtendo o binário em vazio M_0 , que são as perdas mecânicas. Quando se estiver a medir o binário no ensaio M_t , basta subtrair a este, o binário em vazio M_0 e obtemos M_d .

A potência mecânica aplicada aos discos P_{Md} , vem expressa da seguinte forma:

$$P_{Md} = M_d \omega_{motor}. \quad (4.7)$$

onde ω_{motor} é a velocidade do motor. Uma vez que o foto-tacómetro mede a velocidade de rotação dos discos, a velocidade de rotação do motor é fácil de obter conhecendo a velocidade dos discos e a relação de transmissão entre os discos e motor. A polia dos discos tem um diâmetro de 83mm e a polia do motor tem um diâmetro de 13mm . Logo a relação de transmissão é dada por $\frac{83}{13} = 6.38$. Isto significa que para sabermos a velocidade do motor, basta multiplicar por 6.38 a velocidade de rotação lida no foto-tacómetro, referida na seguinte equação:

$$\omega_{motor} = 6.38 \omega \quad (4.8)$$

Conhecendo a potência hidráulica P_H e a potência mecânica nos discos, obtemos o rendimento hidráulico, definido como:

$$\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} \quad (4.9)$$

4.1.7. Motor, fonte de alimentação e leitura da potência

O motor usado nesta instalação experimental foi retirado de uma impressora obsoleta, Fig. 4.11 e Fig. 4.12. Trata-se de um motor DC (corrente contínua), que tem uma tensão e corrente nominais de 24V e 0.2A . A escolha caiu sobre este tipo de motor devido à facilidade de controlo da velocidade de rotação. Este controlo é muito importante nesta instalação de forma a conseguir manter uma velocidade constante nas leituras. Para a leitura da potência consumida são utilizados um amperímetro e voltímetro que estão incluídos na própria fonte de alimentação. A fonte tem uma tensão máxima de 30V e uma corrente máxima de 3A . Esta referência chega perfeitamente para o motor DC usado. A fonte tem dois visores, ver Fig. 4.16, onde pode ser visualizada a tensão e a corrente. Existe ainda três reguladores, um para a corrente e outro para a tensão, sendo que o terceiro é para uma selecção mais fine da tensão, permitindo uma boa precisão na regulação da velocidade do motor.

4. Instalação Experimental



Figura 4.16.: Fonte de alimentação utilizada na instalação experimental da marca TES®.

A tensão eléctrica fornecida pela fonte tem de variar de forma a que o motor mantenha uma velocidade constante à medida que se regula o caudal na válvula. Para cada caudal, e para uma determinada velocidade, calcula-se a potência eléctrica total consumida, P_T pela leitura da corrente e tensão. É efectuada outra medição, com a bomba em vazio, calculando a potência eléctrica em vazio P_0 . A diferença entre estas duas ultimas potências fornece a potência eléctrica fornecida aos discos, P_{ed} . É com esta potência, que não inclui as perdas no motor, vai permitir calcular o rendimento, com base na potência eléctrica da bomba de discos. Definindo então rendimento eléctrico, vem:

$$\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}}, \quad (4.10)$$

onde P_H é a potência hidráulica.

4.1.8. Tomadas de pressão e manómetros

Para uma instalação deste tipo é importante conseguir medir pressões, tanto na entrada como na saída da bomba. Foram instaladas tomadas de pressão junto às duas

4. Instalação Experimental

entradas e uma outra junto à saída da bomba (ver Fig. 4.18). A diferença de altura nos manômetros fornece a altura manométrica Δh que a bomba consegue desenvolver. A altura manométrica é calculada lendo o manômetro da saída e subtraindo a média dos valores lidos nos dois manômetros da entrada, ver Fig. 4.17.

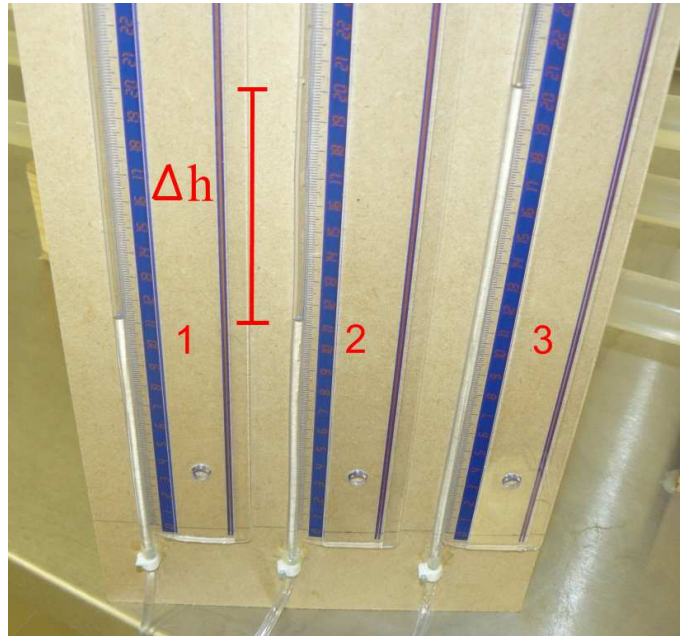


Figura 4.17.: Manômetros das tomadas de pressão da bomba de discos. 1 e 2 - Manômetros das duas entradas; 3 - Manômetro da saída. A altura manométrica Δh é dada pela diferença entre o valor da saída e a média das duas entradas, sendo que estas duas apresentam valores muito próximos.

4. Instalação Experimental

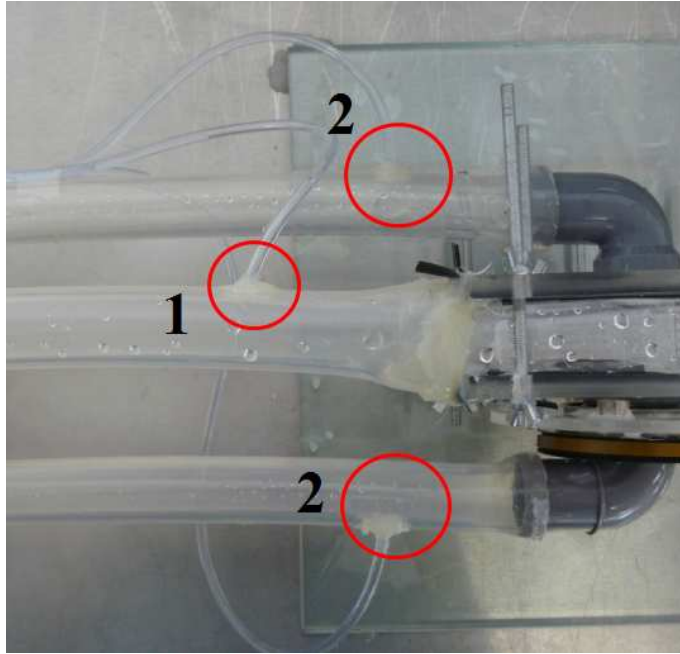


Figura 4.18.: Localização das tomadas de pressão. 1 - Tomada de pressão à saída; 2 - Tomada de pressão à entrada.

Obtendo a altura manométrica Δh , o passo seguinte é calcular a diferença de pressão manométrica que a bomba consegue desenvolver, usando a equação (4.11), retirada de Robert W. Fox (2006), obtém-se facilmente o valor:

$$\Delta p = \Delta h \rho g, \quad (4.11)$$

onde Δp é a pressão manométrica desenvolvida pela bomba em Pa , Δh a altura manométrica em m , ρ a massa específica em Kg/m^3 (para água à temperatura ambiente $\rho = 1000Kg/m^3$) e g a aceleração da gravidade em m/s^2 ($g = 9.81m/s^2$).

4.1.9. Tubo de Pitot

Foi utilizado um tubo de Pitot para permitir ler a velocidade do escoamento em vários pontos da tubagem. Ao ser utilizado o tubo de Pitot, foi necessário medir a velocidade do escoamento a uma grande distância da bomba de discos. Isto para se obter uma leitura o mais próxima possível de um escoamento completamente desenvolvido. Tal como Robert W. Fox (2006) referem, para um escoamento laminar numa tubagem, este fica completamente desenvolvido após aproximadamente 140 diâmetros do tubo. Como a tubagem tem 25 mm de diâmetro, obtém-se uma tubagem com um comprimento de aproximada-

4. Instalação Experimental

mente de 3.5 m . Devido às limitações físicas do local da instalação experimental e à sensibilidade na contra-pressão que estas bombas têm, o tubo de Pitot foi posicionado a uma distância de aproximadamente 1.8 m da bomba de discos.

Para a montagem do tubo de Pitot, foi construído um apoio para a sua fixação, e pode ser deslocado horizontalmente de forma a medir vários pontos de velocidade do escoamento. Devido aos baixos caudais que esta bomba funciona, os manómetros usados são mais largos que os manómetros das tomadas pressão, para permitir um menor tempo de estabilização. Isto porque quanto menor for o diâmetro do manómetro, mais significativas se tornam as forças viscosas. Como as pressões geradas pelo tubo de Pitot são muito reduzidas, demoram muito tempo a estabilizar. Mesmo assim é necessário esperar 15 a 20 minutos para que os manómetros estabilizem. Outra necessidade, devido às baixas pressões geradas no tubo de Pitot, foi inclinar os manómetros de um ângulo de 45° , permitindo obter uma maior resolução de leitura. Na Fig. 4.19 podemos visualizar a montagem do tubo de Pitot e dos manómetros.

4. Instalação Experimental

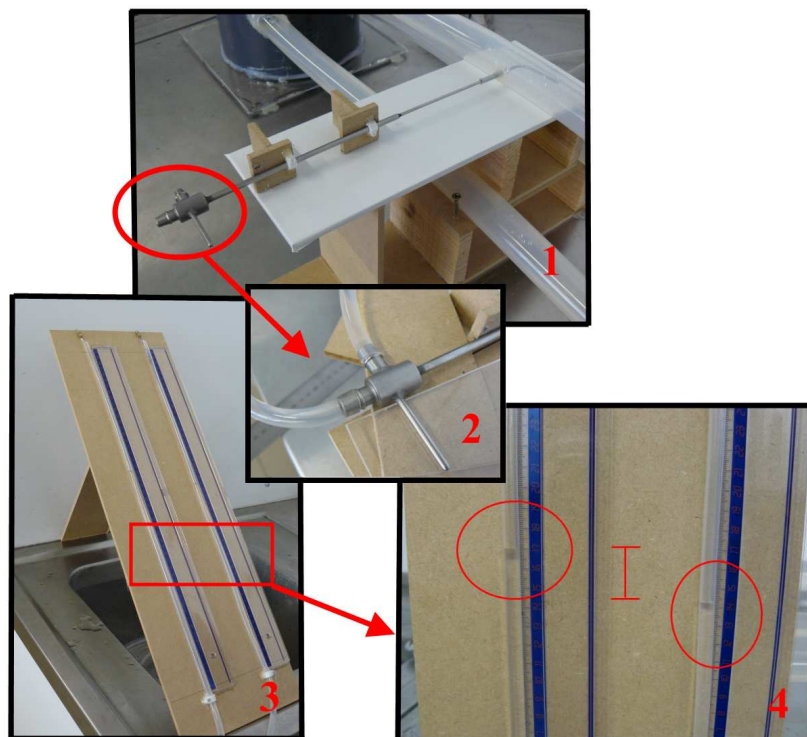


Figura 4.19.: Instrumentação usada para obter a velocidade e caudal com um tubo de Pitot. 1 - Tubo de Pitot e respectivo apoio para este se poder deslocar horizontalmente e permitir medir a velocidade em vários pontos da tubagem; 2 - Pormenor dos tubos ligados ao tubo de Pitot; 3 - Manómetros do tubo de Pitot inclinados com um ângulo de 45° , para obter uma melhor leitura e resolução; 4 - Leitura nos manómetros para calcular a velocidade do escoamento.

O passo seguinte, depois da leitura e do registo dos manómetros, procede-se ao cálculo do caudal. A equação (4.12) fornece-nos o caudal em função da velocidade que atravessa uma determinada área. Então foram medidas várias velocidades em pontos ao longo do raio da tubagem. Devido à pouca variação nos manómetros ao longo do raio da tubagem, foram medidas as velocidades em 3 pontos para velocidades de rotação entre 150 e 300 *rpm*. Para maiores velocidades de rotação já foi possível medir a velocidade em mais um ponto. Para cada ponto i onde foi medida a velocidade, que foi considerada ser igual numa área de secção A_i , obtendo vários caudais q_i . Com a soma dos vários q_i , obtemos o caudal total q_t . Os cálculos efectuados para as áreas, velocidades e caudais estão representados em forma de tabela no Anexo C.

4. Instalação Experimental

$$q_t = \int_A V dA = \sum_i^n V_i A_i. \quad (4.12)$$

Na Fig. 4.20 podemos observar os 4 pontos de medição efectuados na tubagem. Nas Fig. 4.21 e Fig. 4.22 estão representadas as áreas consideradas e os pontos de medição, para o caso de 3 e 4 pontos, respectivamente.

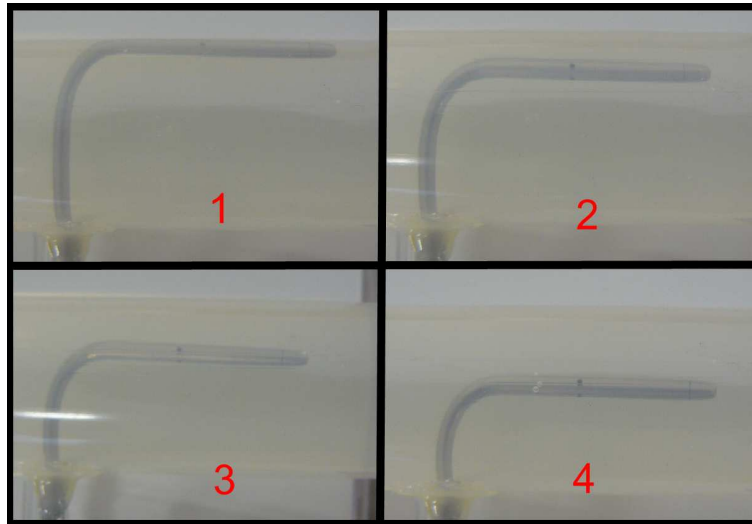


Figura 4.20.: Posição do tubo de Pitot para as quatro medições de velocidade que se efectuaram em relação ao centro da tubagem. 1 - Medição a 11mm do centro; 2 - Medição a 8mm do centro; 3 - Medição a 5mm do centro; 4 - Medição no centro da tubagem.

4. Instalação Experimental

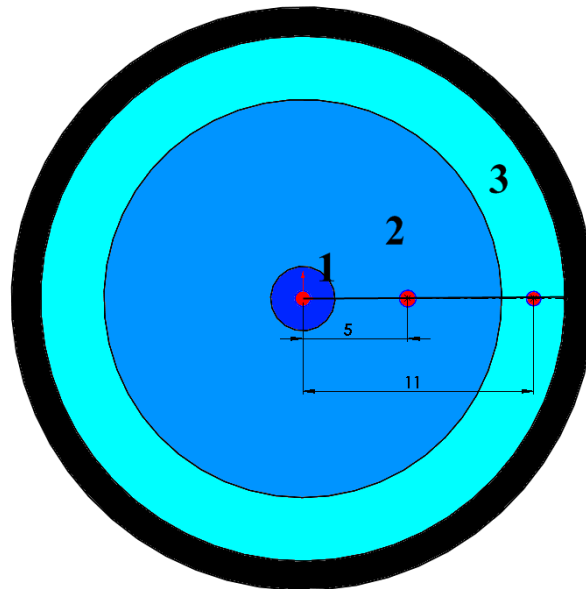


Figura 4.21.: Representação das várias áreas consideradas, para as medições do perfil de velocidades na tubagem em 3 pontos usando o tubo de Pitot ($\omega = 150$ a 300 rpm). A vermelho representam os pontos de medição da velocidade e os números 1,2 e 3 as áreas correspondentes.

4. Instalação Experimental

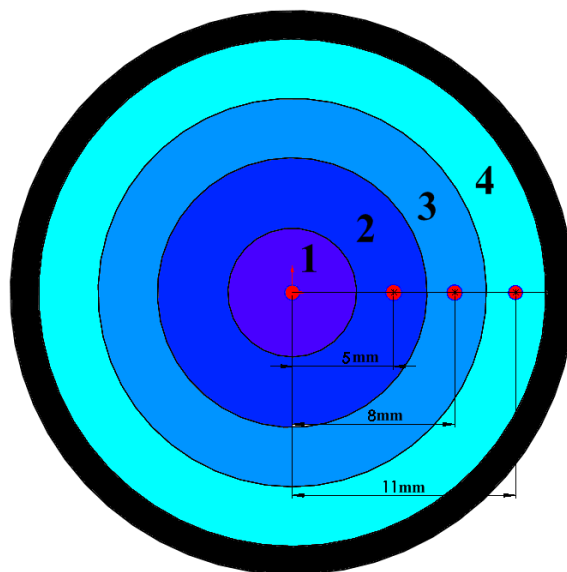


Figura 4.22.: Representação das várias áreas consideradas, para as medições do perfil de velocidades na tubagem em 4 pontos usando o tubo de Pitot ($\omega = 350$ a 450 rpm). A vermelho representam os pontos de medição da velocidade e os números 1,2 e 3 as áreas correspondentes.

4.1.10. Tubagens, depósito e válvula de saída

Foram usadas tubagens flexíveis e transparentes. Flexíveis para facilitar a construção da instalação experimental, no sentido de serem fáceis de encaixar nas entradas da bomba de discos, de facilitarem a aplicação das tomadas de pressão, da válvula de saída e do tubo de Pitot. Estas também permite, por deformação manual da tubagem, que as bolhas de ar existentes sejam extraídas. Sendo a tubagem transparente esta permite uma fácil visualização das bolhas de ar existentes.

A instalação experimental aqui apresentada é de circuito fechado. A tubagem de entrada da bomba está ligada ao mesmo depósito da tubagem de saída, ver Fig. 4.23. Existem duas tubagens que ligam as entradas da bomba de discos ao depósito e que são paralelas entre si. Nestas tubagens estão aplicadas as duas tomadas de pressão da entrada. A tubagem instalada ligeiramente acima das tubagens de entrada, devido à geometria da bomba, liga a saída da bomba ao depósito. Nesta está instalada uma válvula, do tipo esfera, junto ao depósito (ver Fig. 4.23). Possui ainda uma tomada de pressão junto à saída da bomba e é nesta tubagem que é instalado o tubo de Pitot.

4. Instalação Experimental

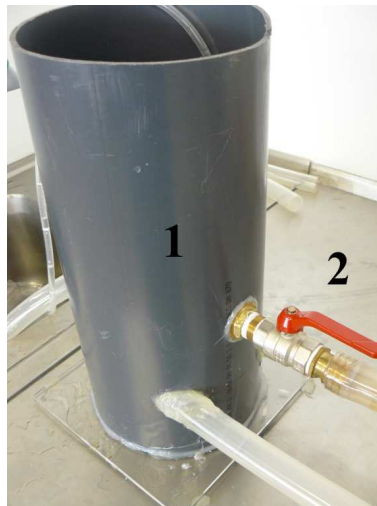


Figura 4.23.: Tubagens de entrada e saída da bomba ligadas ao mesmo depósito. 1 - Depósito usado na instalação experimental; 2 - Válvula de saída, do tipo esfera, que permite regular o caudal total q_t .

Como as tubagens são flexíveis têm que ter apoios para permitir que fiquem alinhadas e niveladas. Os apoios estão fixados à bancada, assim como o depósito e a bomba. O ultimo apoio é diferente dos outros, para permitir a instalação do tubo de Pitot, ver Fig. 4.24. A tubagem é fixada aos apoios por meio de parafusos, como se pode ver na Fig. 4.25. O diâmetro interior da tubagem usada é de 25 mm e o exterior de 30 mm . O depósito tem uma capacidade total de 12 L , mas apenas foram usados cerca de 6 L de água.

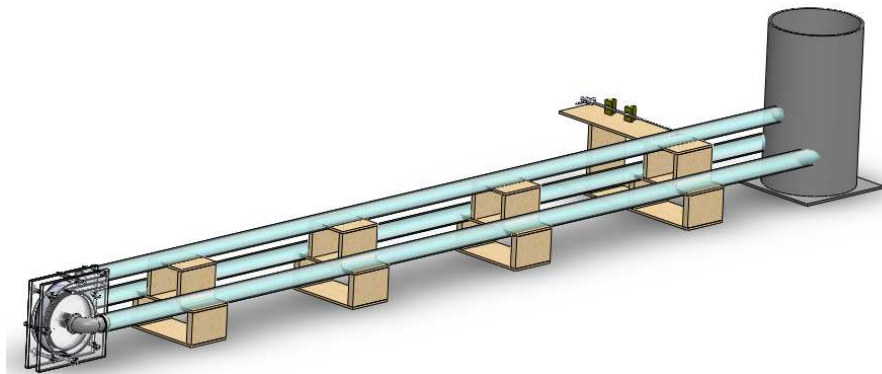


Figura 4.24.: Desenho em CAD da tubagem da instalação experimental e respectivos apoios. O último apoio antes do depósito é diferente para permitir a instalação do tubo de Pitot.

4. Instalação Experimental



Figura 4.25.: Tubagens fixadas por meio de parafusos aos apoios de madeira, permitindo manter as tubagens sempre niveladas e alinhadas. A tubagem usada possui 25mm de diâmetro interior e 30mm de diâmetro exterior

4.2. Procedimento experimental e recolha de resultados

Nesta secção iremos descrever o processo experimental para a recolha de resultados:

Começa-se por encher o depósito (3 da Fig. 4.26) com o tubo de enchimento (2 da Fig. 4.26) até ficar com um nível próximo da válvula de saída (5 da Fig. 4.26), não sendo importante o nível de água do depósito, pois o que interessa ler nos manómetros é a diferença entre eles. Prepara-se o ensaio, eliminando todas as bolhas de ar presentes na tubagem (6 da Fig. 4.26) e na bomba de discos (9 da Fig. 4.26), com a válvula de saída totalmente aberta e com a bomba a funcionar a alta rotação. Depois das bolhas terem sido eliminadas, regula-se a velocidade de rotação para um valor constante, lida no foto-tacómetro (8 da Fig. 4.26). Registam-se de seguida as leituras da potência eléctrica consumida (11 da Fig. 4.26), peso na balança (10 da Fig. 4.26), manómetros das tomadas de pressão (7 da Fig. 4.26), manómetros do tubo de Pitot (manómetros em 1 e tubo de Pitot em 4 da Fig. 4.26) com a válvula de saída totalmente aberta para uma velocidade de rotação constante. Para cada velocidade de rotação, são efectuadas todas as leituras

4. Instalação Experimental

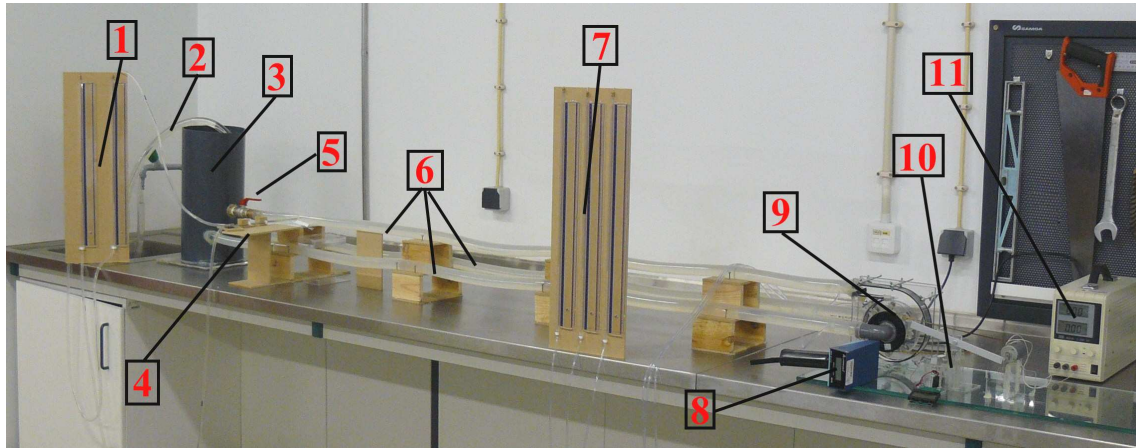


Figura 4.26.: Instalação experimental. 1 - Manómetros do tubo de Pitot (são posicionados a 45° durante a experiência); 2 - Tubo para encher/esvaziar o depósito; 3 - Depósito; 4 - Tubo de Pitot; 5 - Válvula de saída; 6 - Tubagens da instalação; 7 - Manómetros das tomadas de pressão; 8 - Foto-tacómetro; 9 - Bomba de discos; 10 - Visualizador do sensor de binário; 11 - Fonte de alimentação.

para 6 posições diferentes da válvula (A^1 , QA^2 , $I-1^3$, $I-2^4$, QF^5 e F^6). Em cada posição da válvula é lido o valor dos manómetros do tubo de Pitot para 4 posições diferentes, para velocidades entre 350 e 450 *rpm*, e 3 posições diferentes para velocidades entre 150 e 300 *rpm*.

É importante referir, que para o tubo de Pitot é necessário esperar entre 15 a 20 minutos para os manómetros estabilizarem, devido às baixas velocidades obtidas. Enquanto que nas tomadas de pressão, bastam 5 minutos para estabilizarem. Foram efectuadas medições para 17 velocidades de rotação diferentes (sendo estas de 40, 50, 60, 70, 75, 80, 85, 90, 95, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400 e 450 *rpm*)

A precisão dos aparelhos de medida usados é apresentada na tabela seguinte:

Os dados da tabela anterior, em conjunto com as fórmulas apresentadas para cálculo de resultados, permite fazer uma análise exhaustiva dos erros e da sua propagação nos cálculos. Os cálculos preliminares efectuados permitem concluir que os valores das variáveis apresentados no capítulo de resultados possuem um erro relativo inferior a 10%. A

¹Totalmente aberta.

²Quase totalmente aberta.

³Intermédio 1.

⁴Intermédio 2.

⁵Quase totalmente fechada.

⁶Totalmente fechada.

4. Instalação Experimental

Tabela 4.1.:

Escala	Precisão
Manómetros de Pressão	$\pm 0.5 \text{ mm.c.a.}$
Dimensões geométricas	$\pm 0.5 \text{ mm}$
Velocidade de rotação	$\pm 1 \text{ rpm}$
Intensidade de corrente eléctrica	$\pm \times A$
Diferença de potencial	$\pm \times V$
Célula de carga	$\pm 1 \text{ g}$

redução destes erros experimentais envolve a aquisição de equipamento que se encontra fora do orçamento da presente dissertação.

5. Resultados Experimentais

Este capítulo apresenta os resultados obtidos experimentalmente usando a instalação experimental descrita no Capítulo 4. Os dados obtidos são apresentados na forma de gráficos para uma melhor visualização e discussão. O presente capítulo está dividido em duas secções, uma para velocidades de rotação compreendidas entre 150 e 450 *rpm*, e outra para baixas velocidades de rotação, entre 40 e 150 *rpm*. Só foi possível efectuar todas as medidas previstas inicialmente para valores de velocidade de rotação superiores a 150 *rpm*. Abaixo desta velocidade de rotação a pressão no tubo de Pitot apresentava uma pequena, ou quase nula, variação nos manómetros. Os resultados para a gama de velocidades de rotação mais elevadas são apresentados na Secção 5.1, onde se apresentam também na forma adimensional. No entanto, apesar de ser impossível calcular o caudal para baixas velocidades de rotação, foi possível obter alguns dados para velocidades de rotação entre 40 e 100 *rpm*. Estes resultados são apresentados na Secção 5.2.

5.1. Resultados obtidos para velocidades de rotação entre 150 e 450 rpm

Nesta secção vão ser apresentados, e discutidos, os resultados experimentais sob forma gráfica e também em tabelas. Estes dados referem-se às maiores velocidades de rotação obtidas na experiência, nas quais foram feitas todas as medições previstas.

Na Fig. 5.1 representa-se graficamente a altura manométrica Δh em função do caudal total q_t para diferentes valores de velocidades de rotação ω . Os valores numéricos são apresentados no Anexo C.4. Note-se que a relação entre a altura manométrica e o caudal é linear, contrariamente ao tipicamente visto em bombas centrífugas, ver Fig. 5.2 e Fig. 2.5. Esta variação linear já era esperada devido ao facto de a bomba estar a funcionar em regime laminar, e está de acordo com todas as referências a este tipo de bombas não convencionais (Winoto, 1999; Blanchard et al., 2005; Atencia e Beebe, 2006; Harwood, 2008; Lemma et al., 2008; Blanchard e Ligrani, 2006a,b; Possell, 1980, etc.).

Schlichting (1979) apresentou uma definição para o número de Reynolds $Re_1 = \frac{\omega R_{int} h}{\nu}$ representada nos gráficos das Fig. (3.4, 3.6 e 3.8) em função do coeficiente de binário C_M .

5. Resultados Experimentais

Este último aumenta linearmente com o decréscimo do número de Reynolds Re_1 . Para o nosso caso, como R_{int} , h e ν são constantes, ao fazer variar a velocidade de rotação verifica-se que o coeficiente de binário varia linearmente, o que implica também uma variação linear para o caudal, como se comprova na Fig. 5.1.

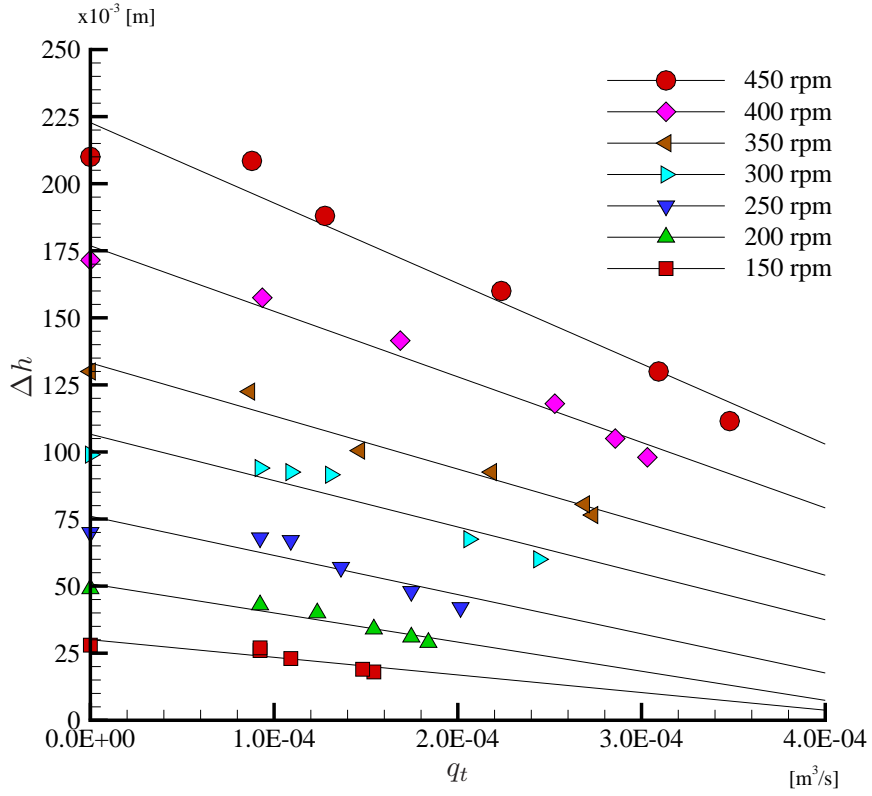


Figura 5.1.: Variação da altura manométrica da bomba com o caudal para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a 450 rpm).

5. Resultados Experimentais

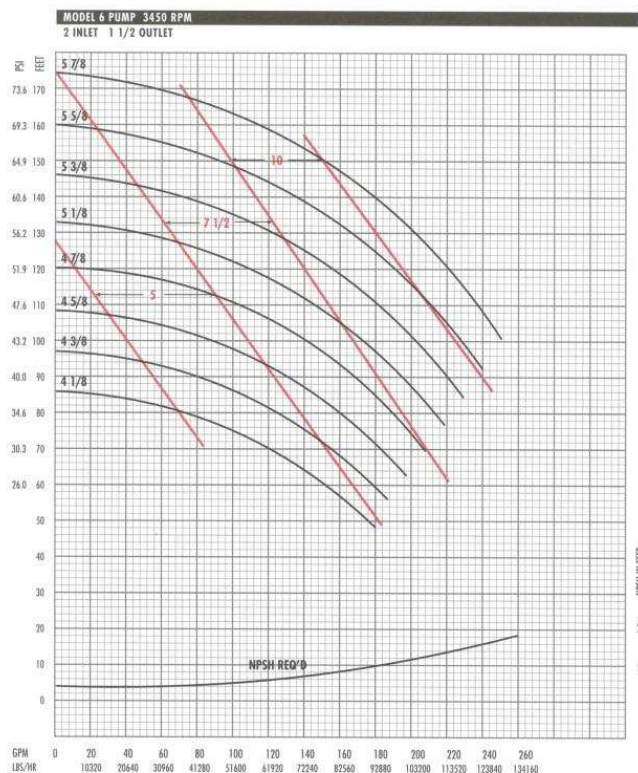


Figura 5.2.: Curvas características de uma bomba centrífuga (retirado do catálogo da empresa de bomba centrífugas Thomsen[®]).

Na Fig. 5.3 podemos visualizar a variação do rendimento hidráulico η_2 em função do caudal obtido pela bomba, para cada velocidade de rotação (os valores obtidos no ensaio são dados no Anexo D.2). Neste gráfico podemos verificar que à medida que se reduz a velocidade de rotação o rendimento máximo obtido em cada velocidade de rotação vai subindo ligeiramente. Há somente uma exceção para a velocidade mais baixa, que sobe para um grande valor. A ocorrência desta discrepância pode ter duas origens.

A primeira razão poderá dever-se a erros de medição, visto que quanto menor é o caudal mais difícil se torna a leitura. É o caso em particular do manómetro do tubo de Pitot, mesmo estando inclinado com um ângulo de 45° . A segunda possibilidade é a de existirem efeitos de transição entre um regime turbulento e laminar, em algumas zonas dentro do encapsulamento e rotor.

Esta bomba usa ímanes aplicados a um lado de um só disco, podendo criar pequenas zonas onde o escoamento é turbulento. É importante referir que durante o ensaio os discos tinham um ligeiro empeno em relação ao eixo de rotação. Este empeno ocorreu

5. Resultados Experimentais

devido à imprecisão inerente à rosca do eixo roscado usado para fixar os discos, o que pode também ter contribuído para uma discrepância nos valores.

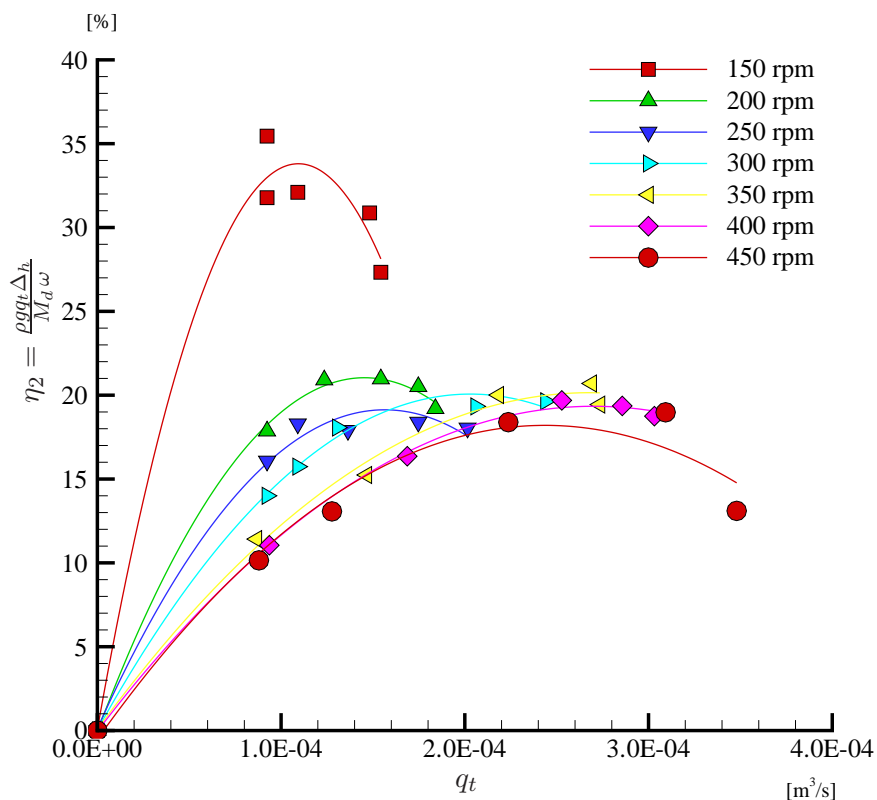


Figura 5.3.: Rendimento hidráulico em função do caudal, para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a 450 rpm).

Na Fig. 5.4 está representada a diferença de pressão manométrica máxima Δp_{max} . Estes valores correspondem aos dados calculados teoricamente e aos obtidos experimentalmente. Esta é a diferença de pressão máxima que a bomba consegue desenvolver em cada velocidade de rotação. Neste tipo de bombas a diferença de pressão manométrica máxima é obtida quando o caudal é nulo. Para cada rotação, e com um caudal nulo (torneira fechada) foi obtido um Δp_{max} experimental. Por outro lado, foi deduzida uma expressão que permite calcular a diferença de pressão manométrica máxima teórica, veja-se a equação (3.38). Com os valores calculados e obtidos experimentalmente construiu-se o gráfico da Fig. 5.4. Os valores calculados e obtidos experimentalmente estão organizados no Anexo C.4.

5. Resultados Experimentais

A diferença entre os valores teóricos e os experimentais pode ter várias origens. Uma delas pode ser explicada se recordarmos a dedução da expressão do Δp_{max} . Nesta assume-se que o fluido está parado na periferia dos discos, o que não acontece na realidade. Outra razão que contribui para a diferença poderá ser o ligeiro empeno que foi referido atrás.

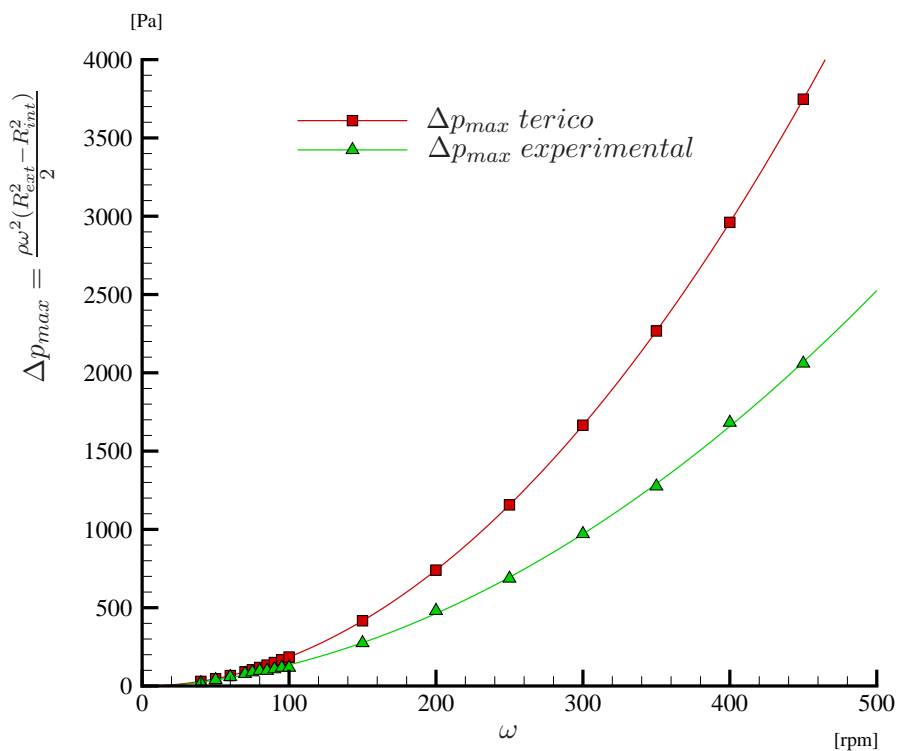


Figura 5.4.: Comparação entre os valores da diferença da pressão manométrica máxima teórica, equação (3.38), e os experimentais, em função da velocidade de rotação. Neste caso apresentam-se toda a gama de velocidades de rotação da experiência ($\omega = 40$ a $450rpm$).

O gráfico da Fig. 5.5 representa a diferença entre o Δp máxima e mínima para cada velocidade de rotação. Para a construção do gráfico, e em cada velocidade de rotação obtemos o valor máximo da diferença da pressão manométrica quando o caudal total é nulo ($q_t = 0$ quando a válvula de saída está totalmente fechada) e o valor mínimo da diferença da pressão manométrica quando o caudal total é máximo ($q_t = max$ quando a válvula de saída está totalmente aberta). Este gráfico foi construído a partir dos valores apresentados no Anexo C.4. A diferença da pressão manométrica mínima Δp_{min} , correspondente ao caudal máximo, varia quase linearmente com a velocidade de rotação,

5. Resultados Experimentais

tendendo para uma forma parabólica. A diferença da pressão manométrica máxima Δp_{max} varia de uma forma parabólica bem definida. O gráfico está de acordo com a equação (3.38), onde esta pressão foi definida como $\Delta p_{max} = \frac{\rho\omega^2(R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{2}$, que varia com o quadrado da velocidade de rotação dos discos. Outro facto digno de notar é a diferença entre estas duas pressões ser cada vez maior à medida que a velocidade de rotação aumenta. Este valor atinge o dobro da pressão manométrica mínima para uma velocidade de rotação de $\omega = 450rpm$.

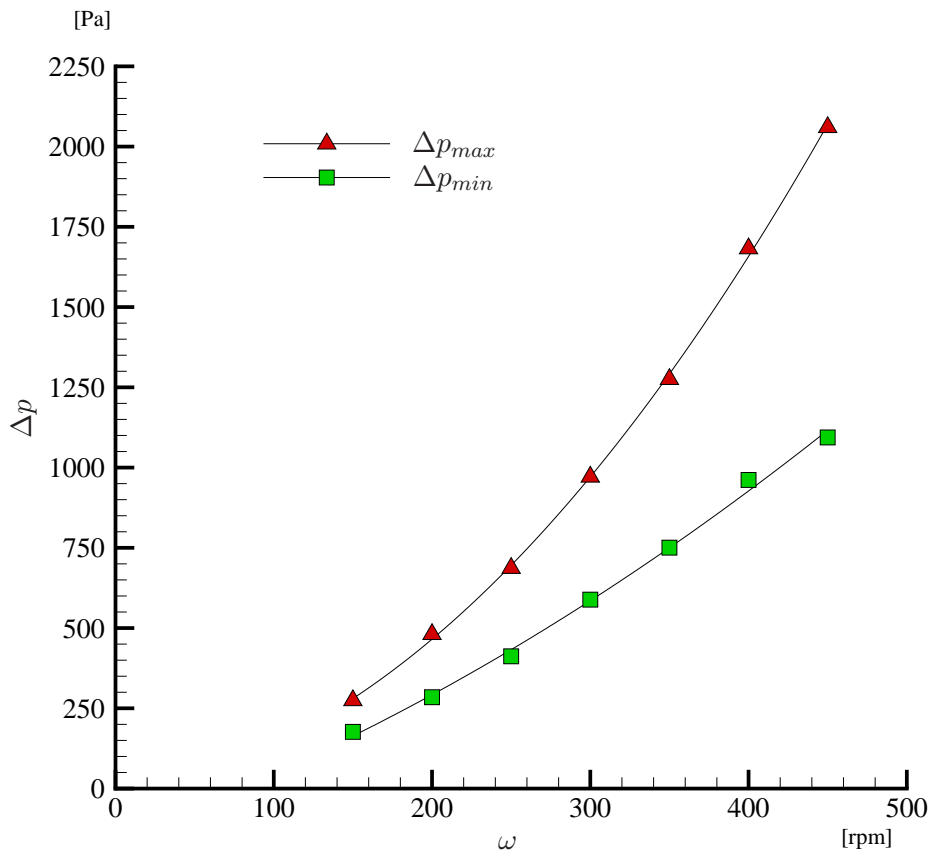


Figura 5.5.: Comparação entre a diferença da pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) com a diferença da pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$)

5. Resultados Experimentais

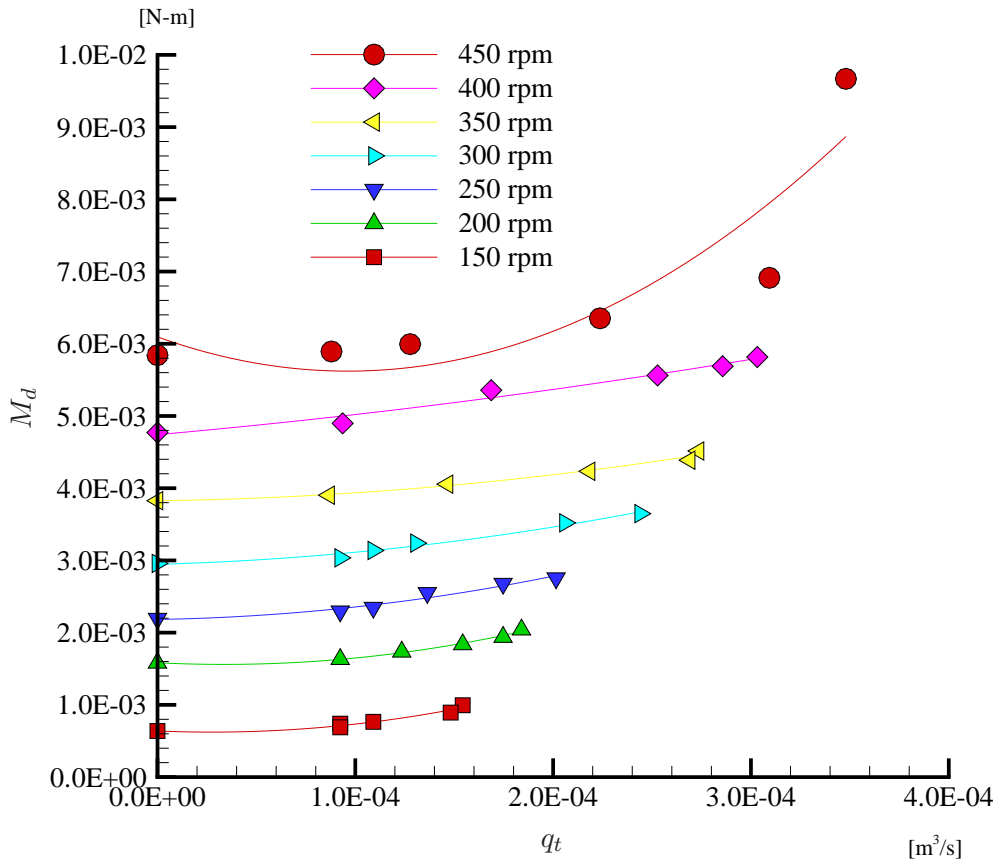


Figura 5.6.: Binário nos discos em função do caudal obtido. Analisando o gráfico, reparamos que à medida que se aumenta a contra-pressão (diminuição do caudal pela válvula de saída) o binário nos discos é menor.

No gráfico da Fig. 5.6 representa-se a variação do binário nos discos M_d em função do caudal total q_t , para cada velocidade de rotação. Os valores usados para construir o gráfico estão representados no Anexo D.1. Estes valores foram obtidos medindo o binário aos discos e variando a contra-pressão. Ou seja, fazendo variar o caudal através da regulação da válvula de saída para uma velocidade de rotação constante. Verificou-se durante o decorrer da experiência, e conforme se demonstra nos gráficos, que à medida que se fecha a válvula de saída o binário nos discos diminui. Ao fechar a válvula diminui-se o caudal de fluido que percorre os discos, o que ocasiona um menor factor de escorregamento entre os discos e o fluido. Com a diminuição do factor de escorregamento o fluido vai rodar com uma velocidade mais próxima da velocidade de rotação dos discos, diminuindo

5. Resultados Experimentais

o valor das forças viscosas entre o fluido e o disco. Por sua vez, esta diminuição das forças viscosas entre o fluido e o disco irá provocar uma diminuição do binário lido. Num caso extremo, ou seja, com a válvula de saída totalmente fechada o fluido que está dentro do encapsulamento irá ser sempre o mesmo, rodando praticamente à mesma velocidade dos disco. É neste caso que é obtido o valor mais baixo do binário para cada uma das velocidades de rotação, conforme se demonstra na Fig. 5.6.

5.1.1. Efeito do número de Reynolds sobre a bomba

Nas Fig. 5.7 estão representados os valores do Anexo D.2. Estes valores correspondem à evolução do rendimento em função do número de Reynolds Re_2 (que é igual a Re_3). Conforme já anteriormente referido o rendimento eléctrico η_1 corresponde à potência hidráulica sobre a potência eléctrica útil ($\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}}$), enquanto que o rendimento hidráulico η_2 corresponde à potência hidráulica sobre a potência mecânica útil transmitida ao disco ($\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}}$). Este dois rendimentos diferem quanto ao método de medição, e também sobre a forma de considerar as perdas. O rendimento η_1 não considera as perdas eléctricas no motor, enquanto que o rendimento η_2 considera todas as perdas mecânicas e eléctricas. O rendimento eléctrico η_1 permite-nos calcular o rendimento do motor ($\eta_{motor} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$). A diferença entre as duas curvas do gráfico da Fig. 5.7 corresponde às perdas no motor. O rendimento do motor η_{motor} está calculado na Tab. B.1. Este varia entre os 60% e 84% e está representado no gráfico da Fig. B.1. É importante realçar que o rendimento mais importante é o hidráulico η_2 , pois é esse que permite definir o rendimento da bomba. Do gráfico da Fig. 5.7 podemos concluir que o rendimento aumenta com o decréscimo do número de Reynolds. Por impossibilidade dos aparelhos de medida, em particular nas medições usando o tubo de Pitot, não foi possível obter valores próximos de um número de Reynolds $Re_2 = Re_3 \approx 5$, onde Crawford e Rice (1974) referem ser este o valor onde se obtém um melhor desempenho para a bomba. Neste caso, o valor máximo obtido para o rendimento hidráulico foi de $\eta_2 = 35.5\%$, para um número de Reynolds $Re_2 = 15.6$. Verifica-se que neste tipo de turbomáquinas, não convencionais, o melhor desempenho ocorre a baixo número de Reynolds. Isto justifica o uso deste tipo de bombas para aplicações MEMS a baixo número de Reynolds. Para baixo números de Reynolds predominam as forças viscosas, o que é útil para melhorar o desempenho nestas bombas, como Schlichting (1979) demonstra com o seu coeficiente de binário C_M representado nos gráficos das Fig. (3.4, 3.6 e 3.8).

5. Resultados Experimentais

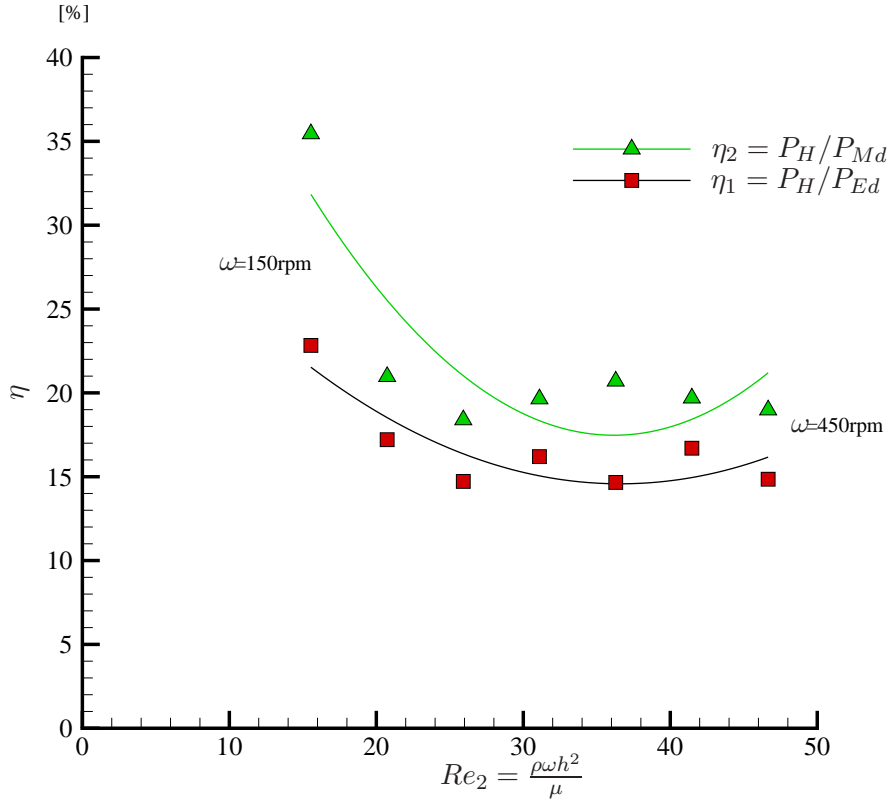


Figura 5.7.: Variação do rendimento eléctrico η_1 e hidráulico η_2 em função do número de Reynolds Re_2 . Estas duas curvas permitem-nos obter o rendimento no motor $\eta_{motor} = \frac{\eta_1}{\eta_2}$. Verifica-se que há um aumento de desempenho a baixo número de Reynolds.

Na Fig. 5.8 está representado o rendimento hidráulico η_2 em função do número de Reynolds Re_1 (os valores usados para construir o gráfico estão representados no Anexo D.2). Esta definição de número de Reynolds foi apresentada por Schlichting (1979) onde refere que para $Re_1 < 10^5$ estamos perante um escoamento laminar. No nosso caso estamos muito longe da transição, visto que o número de Reynolds máximo obtido no ensaio, foi de $Re_{1max} = 10498$. Os números de Reynolds definidos como Re_4 e Re_5 não puderam ser calculados, uma vez que eles dependem das componentes radial e tangencial da velocidade na entrada dos discos, que não é conhecida. Os números de Reynolds Re_6 e Re_9 também não puderam ser calculados. Estes usam um parâmetro adimensional de escorregamento $s_i = \frac{v_i}{\omega R_{int}}$, e também é necessário saber a componente tangencial da velocidade à entrada. O número de Reynolds definido como Re_7 não é aqui apresentado

5. Resultados Experimentais

graficamente, uma vez que para o obter basta multiplicar Re_1 por uma constante, neste caso $\frac{R_{int}}{h} = 15$. De qualquer forma os valores estão representados no Anexo D.2. Sobre o número de Reynolds definido como Re_8 não existe nenhuma referência na bibliografia. Este número foi definido por Harwood (2008) mas este autor também não o utilizou, por isso só é apresentado na forma de tabela no Anexo D.2.

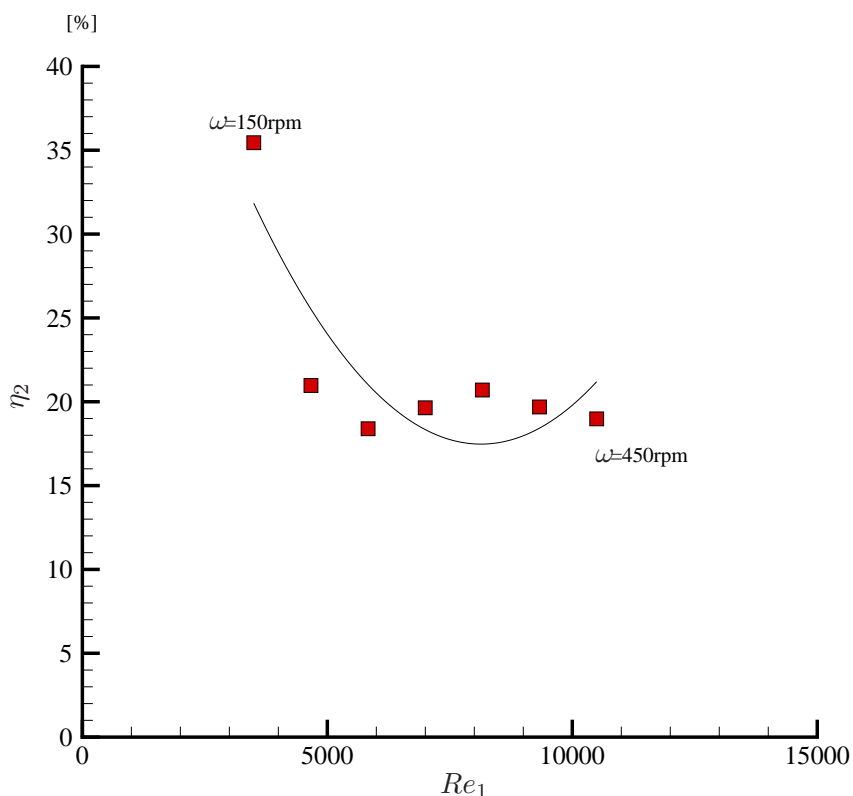


Figura 5.8.: Variação do rendimento hidráulico η_2 com o número de Reynolds Re_1 , segundo a definição apresentada por Schlichting (1979).

5.1.2. Parâmetros adimensionais Ψ^* e Φ^* para bombas convencionais

Nesta secção iremos apresentar os parâmetros adimensionais mais usados nas turbomáquinas convencionais. Estes irão permitir extrapolar os dados para outras condições de funcionamento e analisar qual o erro que lhes está associado. Antes de prosseguirmos com a análise dos gráficos vamos definir os parâmetros adimensionais, estes vêm descritos nos livros clássicos sobre turbomáquinas, veja-se Sayers (1990, pp. 6) e Dixon (1998, pp.

5. Resultados Experimentais

7). Os parâmetros aqui colocados são o de altura manométrica e de caudal, Ψ^* e Φ^* respectivamente, e vêm definidos como:

$$\Psi^* = \frac{g\Delta h}{\omega^2 D^2}, \quad (5.1)$$

$$\Phi^* = \frac{q_t}{\omega_{rps} D^3}, \quad (5.2)$$

onde g é a aceleração da gravidade em m/s^2 , Δh a altura manométrica em metros, ω a velocidade angular dos discos em radianos por segundo (rad/s), D o diâmetro dos discos em metros e q_t o caudal total gerado pela bomba em m^3/s .

Na Fig. 5.9 estão representados graficamente os valores do Anexo E.1 . Estes relacionam os parâmetros de altura manométrica e de caudal (Ψ^* e Φ^* , respectivamente) em função da velocidade de rotação ω e seus respectivos rendimentos. Nas rectas correspondentes aos valores adimensionalizados existe uma discrepância dos resultados. Em nossa opinião é normal ocorrer esta discrepância, isto porque a bomba de discos está a funcionar na zona onde as forças viscosas predominam, sendo elas a principal razão para o funcionamento destas turbomáquinas não convencionais. Se, por exemplo, observarmos a Fig. 5.10 retirada de Dixon (1998), que também relaciona os valores adimensionais da altura manométrica e caudal para uma bomba centrífuga convencional, reparamos que existem duas zonas de discrepâncias de resultados. Primeiro temos a zona 1, onde devido ao baixo caudal e velocidade predominam as forças viscosas. Uma vez que estes parâmetros adimensionais não tomam em consideração os efeitos viscosos, é normal existirem tais variações nos resultados. Temos ainda a zona 2 onde, devido às baixas pressões e altas velocidades, existem efeitos de cavitação que produzem variações nos resultados. Como o funcionamento da bomba de discos tem como base as forças viscosas, ou seja, funciona sempre na zona 1, seria de esperar que ocorressem algumas discrepâncias como aliás foi observado. Também temos que considerar que existem erros de medição, o que também justifica uma maior variação nos resultados. Estes valores adimensionais permitem, em geral, extrapolar os valores de funcionamento para outras dimensões físicas da bomba. Estas discrepâncias vão dificultar essa extrapolação de resultados, no sentido de haver sempre um erro físico associado a elas. Observando de novo os gráficos das Fig.5.9 e Fig. 5.10, e como as bombas de disco funcionam na zona 1, em princípio os resultados extrapolados terão maior erro que no caso das turbo máquinas convencionais. Outro ponto a considerar é a diferença entre os gráficos das Fig. 5.1 e Fig. 5.9. No primeiro não existe sobreposição dos valores para as diferentes velocidades, no segundo existem pontos de velocidades diferentes que se sobrepõem, como seria de esperar. A utilização

5. Resultados Experimentais

Ψ^* e Φ^* em bombas de disco deve ser feita com um maior cuidado do que quando aplicados em turbomáquinas convencionais. É este aspecto que será considerado no parágrafo seguinte.

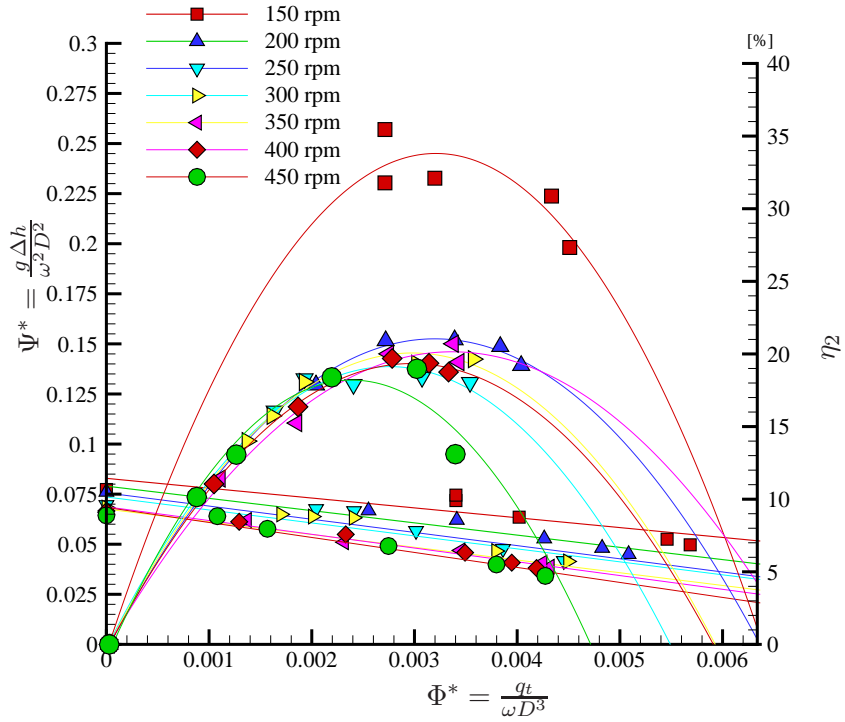


Figura 5.9.: Variação dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para diferentes velocidades de rotação. Representação dos rendimentos correspondentes aos vários valores de velocidade ($\omega = 150$ a $450rpm$).

5. Resultados Experimentais

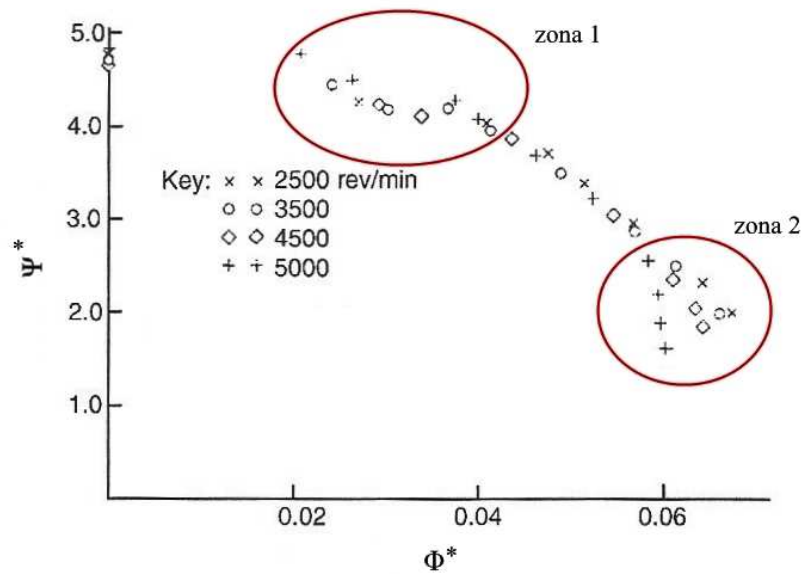


Figura 5.10.: Valores dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para uma bomba centrífuga convencional. Na zona 1 existem discrepâncias devido às forças viscosas, na zona 2 as variações são devidas aos efeitos de cavitação que ocorrem nas bombas centrífugas convencionais (Dixon, 1998, pp. 9).

A Fig. 5.9, representa ainda as curvas de rendimento hidráulico η_2 da bomba para cada uma das velocidades de rotação. Neste caso, os valores do rendimento têm maiores discrepâncias, não podendo ser extrapolados para outras bombas, o que também ocorre nas turbomáquinas convencionais. Estas variações no rendimento dependem da velocidade de rotação que por sua vez correspondem a diferentes números de Reynolds, que também iremos relacionar mais abaixo.

É importante referir que em cada curva de rendimento, se escolhermos o ponto onde o rendimento é máximo e traçarmos uma recta vertical que intersecte cada um dos grupos adimensionais para essa mesma velocidade de rotação, obtemos os valores adimensionais óptimos para um maior rendimento nessa rotação. A partir desses valores calculou-se a média dos valores óptimos para Ψ^* e Φ^* . Os valores calculados estão apresentados na Tab. 5.1.

Sabendo os valores dos grupos adimensionais podemos agora fazer um simulação para extrapolar os resultados experimentais conhecidos e calcular o erro proveniente daí. Este é o erro associado à utilização dos grupos adimensionais Ψ^* e Φ^* para se extrapolar as condições de funcionamento em bombas de discos.

Analisando as equações (5.1) e (5.2), que definem os grupos adimensionais, podemos

5. Resultados Experimentais

Tabela 5.1.: Valores óptimos dos grupos adimensionais obtidos a partir dos resultados do gráfico da Fig. 5.9.

Valores dos grupos adimensionais médios óptimos	
Ψ^*	0.04899
Φ^*	0.00394

Tabela 5.2.: Tabela de valores extrapolados com os grupos adimensionais Ψ^* e Φ^* , comparados com os valores experimentais e os respectivos erros.

Extrapolados			Experimental		Erro	
$\omega[rpm]$	$\Delta h[\times 10^{-3}m]$	$q_t[m^3/s]$	$\Delta h[\times 10^{-3}m]$	$q_t[m^3/s]$	$\Delta h[\%]$	$q_t[\%]$
150	17.70	1.050×10^{-4}	27.0	9.238×10^{-5}	34.4	12.00
200	31.50	1.340×10^{-4}	34.0	1.747×10^{-4}	7.4	23.30
250	49.26	1.750×10^{-4}	48.0	2.015×10^{-4}	2.6	13.15
300	70.90	2.010×10^{-4}	60.0	2.440×10^{-4}	15.4	17.60
350	96.54	2.449×10^{-4}	80.5	2.690×10^{-4}	16.6	9.00
400	126.00	2.800×10^{-4}	118.0	2.528×10^{-4}	6.4	9.70
450	159.60	3.149×10^{-4}	130.0	3.093×10^{-4}	18.5	1.80
Erro máximo					34.4%	23.3%
Erro médio					14.5%	12.4%

determinar com recurso a Ψ^* a altura manométrica em função da velocidade de rotação, enquanto que com o número adimensional Φ^* podemos determinar o caudal em função da velocidade de rotação:

$$\Delta h = \frac{\Psi^* \omega^2 D^2}{g} \quad (5.3)$$

$$q_t = \Phi^* \omega D^3 \quad (5.4)$$

Da análise feita na Tab. 5.2 conclui-se que usando este método ao extrapolar os dados será de esperar que o erro máximo para a altura manométrica seja de 34.4% e o erro médio de 14.5%. Para o caudal bombeado obtém-se um erro máximo de 23.3% e erro médio de 12.4%. Demonstra-se assim que, embora possível, é importante ter em conta estes erros ao usar os grupos adimensionais Ψ^* e Φ^* em bombas de disco.

5.1.3. Parâmetros adimensionais Q^* e Δp^* para turbomáquinas de disco não convencionais

Após termos analisado os parâmetros adimensionais usados para as turbomáquinas convencionais iremos agora analisar os parâmetros adimensionais apresentados por Crawford e Rice (1974) e Harwood (2008). Q^* refere-se a um caudal adimensional e Δp^* a uma diferença de pressão manométrica adimensional. Já tínhamos anteriormente definido o caudal adimensional na equação (3.40), e a partir da pressão adimensional definida na equação (3.33), apresentamos agora a diferença de pressão manométrica adimensional. Estes grupos adimensionais vêm definidos como:

$$Q^* = \frac{q}{2\pi R_{int}^2 \omega h}, \quad (5.5)$$

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2 R_{ext}^2}. \quad (5.6)$$

Na Fig. 5.11 vêm apresentados os adimensionais acima referidos em função da velocidade de rotação ω . Analisando o gráfico e comparando-o com o gráfico da Fig. 5.9, nota-se que existem discrepâncias em ambos. Numa primeira análise destes dois gráficos não podemos concluir qual dos dois tem menos erro associado. Teremos que fazer outra análise com outras variáveis e, mais à frente, extrapolar resultados e verificar o erros destes dois métodos. No entanto, estas discrepâncias são devidas a erros de medição, justificando a maior parte das variações. Temos que ter em conta que ao extrapolar os resultados iremos ter um erro associado erro a essa extrapolação.

Na Fig. 5.12 está representado o rendimento hidráulico η_2 em função do caudal adimensional Q^* para cada velocidade de rotação (os valores estão organizados no Anexo E.2). No capítulo 3, no projecto da bomba, o caudal adimensional foi definido assumindo o valor de $Q^* = 0.25$, este terá de ser corrigido experimentalmente. A partir dos valores do gráfico da Fig. 5.12, e para cada velocidade de rotação, foi obtido um valor de Q^* correspondente ao rendimento hidráulico máximo. Fazendo a média de todos os caudais adimensionais, para cada velocidade de rotação, obtemos um valor de $Q^* = 0.9625$. Verifica-se ainda que a dispersão de valores de rendimento é menor do que a apresentada na Fig. 5.9. Os valores abaixo do meio das abcissas são muito mais coincidentes aqui do que no gráfico da Fig. 5.9. O que permite concluir que Q^* é mais adequado para modelar a bomba de discos do que Φ^* .

5. Resultados Experimentais

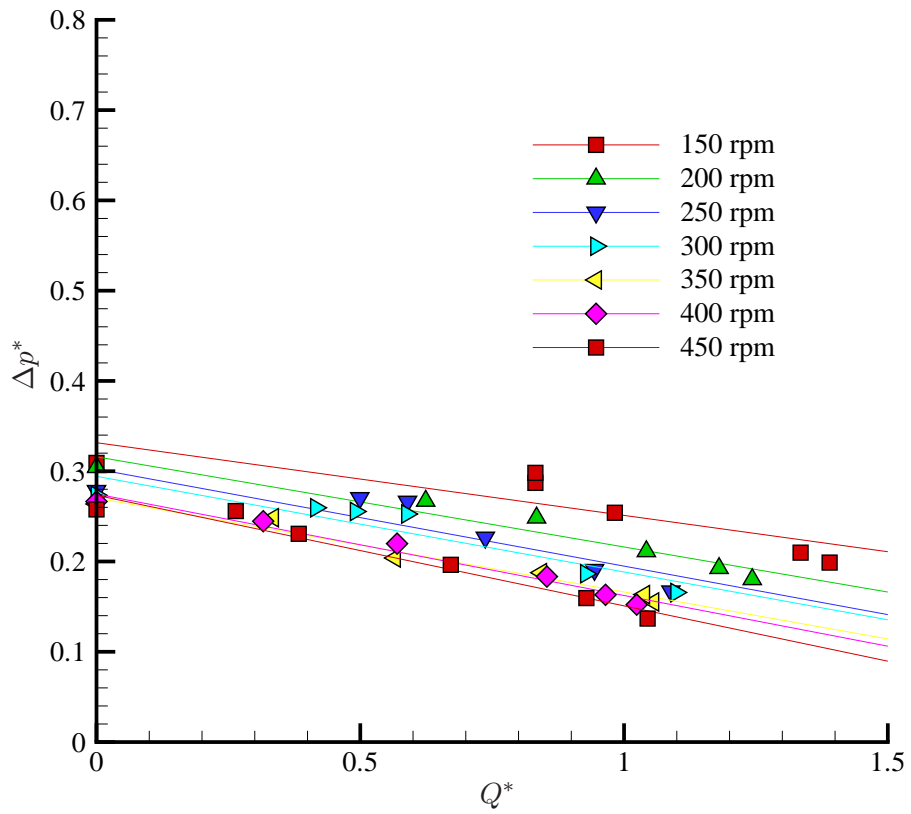


Figura 5.11.: Variação dos parâmetros de altura manométrica e de caudal para diferentes velocidades de rotação. Representação dos rendimentos correspondentes aos vários valores de velocidade ($\omega = 150$ a $450rpm$).

5. Resultados Experimentais

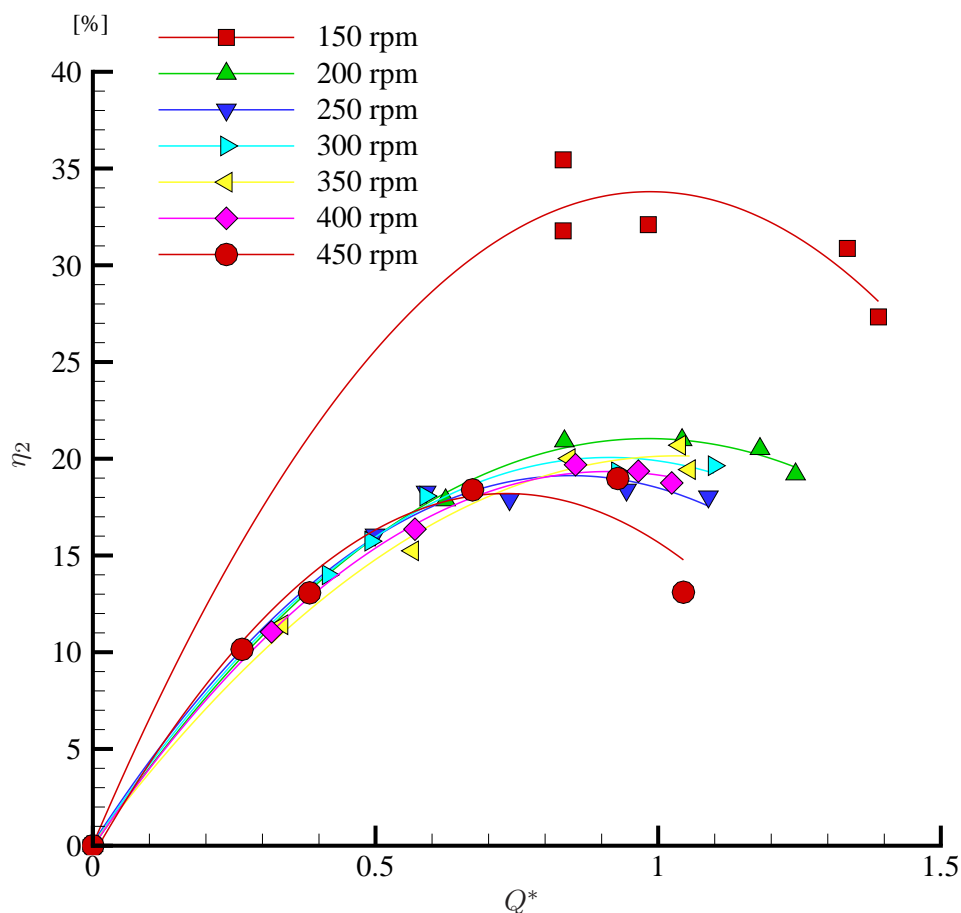


Figura 5.12.: Variação do rendimento hidráulico η_2 em função do caudal adimensional Q^* , para cada uma das velocidades de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).

Na Fig. 5.13 está representado o rendimento hidráulico η_2 em função da diferença da pressão manométrica adimensional $\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2 R_{ext}^2}$, como definido na equação (3.33). Os valores para cada uma das velocidades de rotação estão organizados no Anexo E.2 e D.2. Devido às discrepâncias nos resultados iremos ter várias pressões adimensionais para cada velocidade de rotação. Considerando também aqui uma pressão adimensional, para cada velocidade de rotação onde o rendimento hidráulico é máximo, obtemos várias pressões adimensionais ótimas. Fazendo a médias delas, obtemos uma pressão adimensional média ótima, que é igual a $\Delta p^* = 0.1960$.

5. Resultados Experimentais

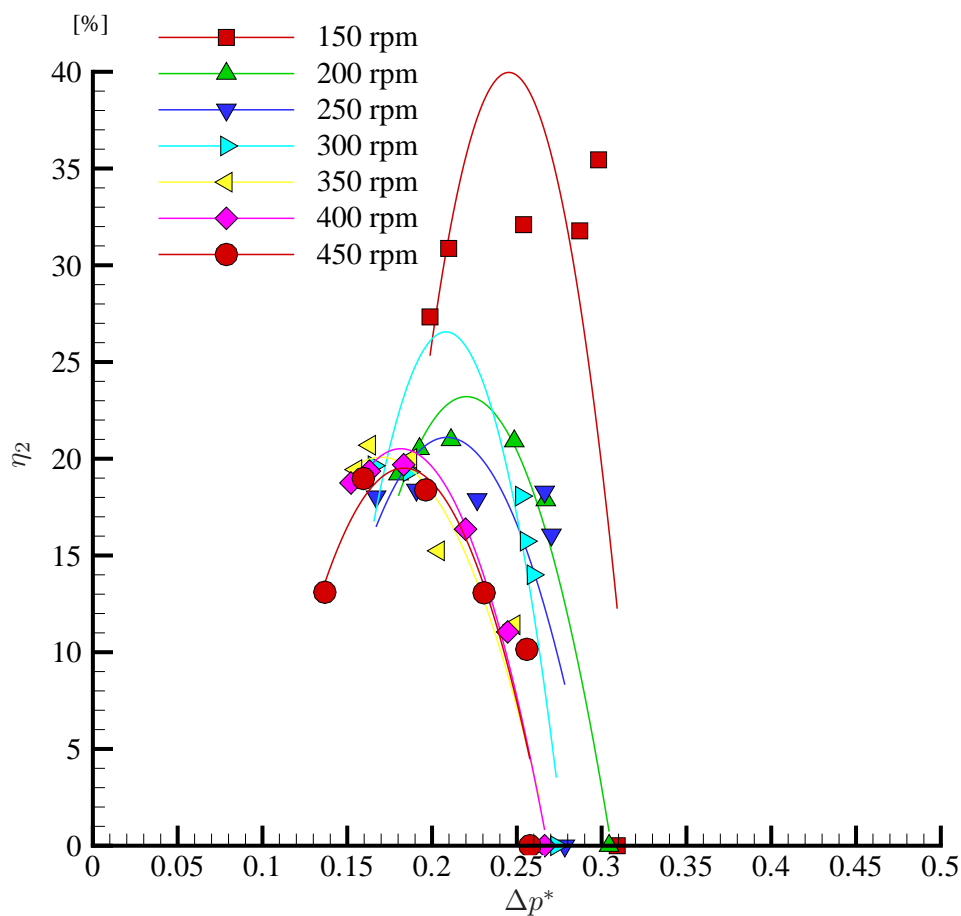


Figura 5.13.: Representação da variação do rendimento hidráulico η_2 em função da diferença da pressão manométrica adimensional Δp^* para cada velocidade de rotação ($\omega = 150$ a $450rpm$).

Corrigimos o caudal adimensional em relação ao definido no projecto inicial e encontramos a diferença da pressão estática adimensional para o nosso caso, que está apresentada na Tab. 5.3.

Podemos agora fazer uma simulação para extrapolar os resultados de forma a comparar com os valores experimentais e verificar qual o erro que lhe está associado. Voltamos aqui a referir as seguintes equações:

$$u_{med} = Q^* \omega R_{int}, \quad (5.7)$$

5. Resultados Experimentais

Tabela 5.3.: Valores óptimos dos parâmetros adimensionais calculados a partir dos resultados do gráfico da Fig. 5.9.

Valores adimensionais médios óptimos	
Q^*	0.9625
Δp^*	0.1960

$$q = 2\pi R_{int} h u_{med}, \quad (5.8)$$

$$q_t = qN = 2\pi R_{int} h u_{med} N, \quad (5.9)$$

podemos juntar estas três últimas equações numa só, permitindo obter o caudal total em função da velocidade de rotação:

$$q_t = N 2\pi R_{int} h \times Q \omega R_{int}, \quad (5.10)$$

$$q_t = Q^* 2\pi N R_{int}^2 h \omega. \quad (5.11)$$

Para a diferença de pressão manométrica adimensional, conforme já referido, e partindo da equação (3.33) definida acima, podemos escrever:

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2 R_{ext}^2}, \quad (5.12)$$

pondo em evidência Δp obtemos a diferença da pressão manométrica em função da velocidade de rotação:

$$\Delta p = \Delta p^* \rho \omega^2 R_{ext}^2 \quad (5.13)$$

Substituindo os valores podemos construir a Tab. 5.4.

5. Resultados Experimentais

Tabela 5.4.: Tabela de valores extrapolados com os números adimensionais Q^* e Δp^* comparados com os valores experimentais e os respectivos erros.

Extrapolados			Experimental		Erro	
$\omega[rpm]$	$\Delta p[Pa]$	$q_t[m^3/s]$	$\Delta p[Pa]$	$q_t[m^3/s]$	$\Delta p[\%]$	$q_t[\%]$
150	174.1	1.069×10^{-4}	264.87	9.238×10^{-5}	34.27	13.58
200	309.51	1.425×10^{-4}	333.54	1.747×10^{-4}	7.2	18.43
250	483.61	1.781×10^{-4}	470.88	2.015×10^{-4}	2.63	11.61
300	696.4	2.137×10^{-4}	588.60	2.44×10^{-4}	15.48	12.42
350	947.87	2.494×10^{-4}	789.71	2.69×10^{-4}	16.69	7.29
400	1238.04	2.85×10^{-4}	1157.58	2.528×10^{-4}	6.5	11.3
450	1566.9	3.206×10^{-4}	1275.30	3.093×10^{-4}	18.61	3.5
Erro máximo					34.27%	18.43%
Erro médio					14.48%	11.16%

Pela Tab. 5.4 conclui-se que por este método ao extrapolar os dados obtém-se para a diferença da pressão manométrica um erro máximo de 34.27% e um erro médio de 14.48%. Para o caudal bombeado obtém-se um erro máximo de 18.43% e um erro médio de 11.16%.

Sabendo o novo valor para o caudal adimensional Q^* (U_o no gráfico de Crawford e Rice (1974)) e que a razão de raios $\frac{R_{ext}}{R_{int}} = 4$ (r_o no gráfico) podemos a partir do gráfico da Fig. 5.14 determinar o valor do rendimento hidráulico máximo teórico que podemos obter para a nossa bomba. Este valor obtido, graficamente, foi de $\eta_{2max} \simeq 0.56 \simeq 56\%$, ver Fig. 5.14. O rendimento máximo obtido experimentalmente foi de $\eta_2 = 35.5\%$, ver Anexo D.2.

5. Resultados Experimentais

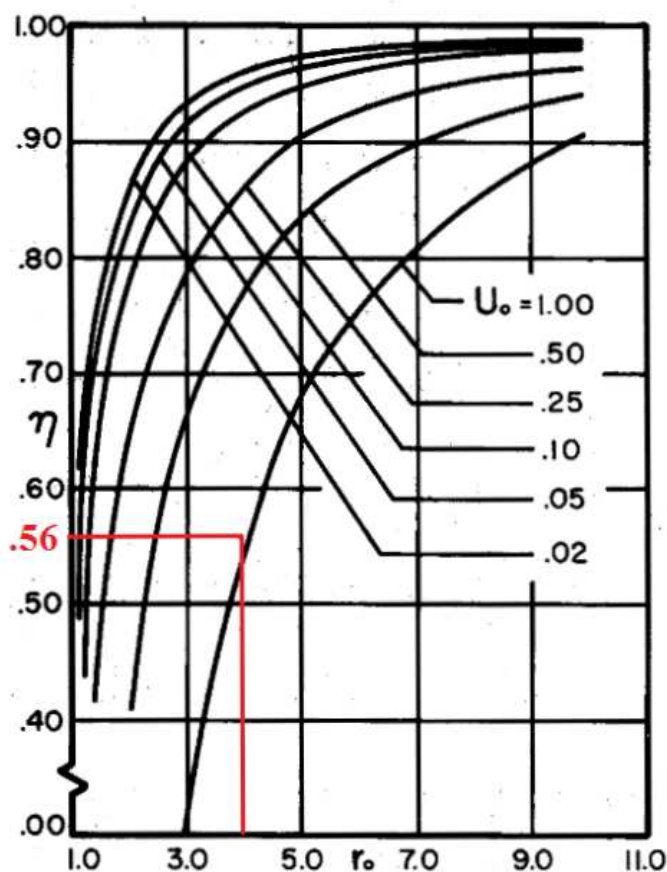


Figura 5.14.: Dependência do rendimento η da bomba em função do parâmetro adimensional de caudal Q^* (U_o neste gráfico) e da razão de raios $\frac{R_{ext}}{R_{int}}$ (r_o neste gráfico). Está indicado a determinação do rendimento hidráulico máximo teórico, graficamente, para o nosso caso $\eta_2 = 56\%$ (Crawford e Rice, 1974).

Para explicar a diferença de valores, tanto no rendimento anteriormente calculado como nos resultados apresentados para estes números adimensionais, é preciso compreender as hipóteses subjacentes à definição do caudal adimensional Q^* e da diferença da pressão manométrica adimensional Δp^* , estes foram apresentados por Crawford e Rice (1974) e Harwood (2008). No cálculo deste grupo adimensional não são tomadas em conta as perdas que actuam no rotor devido à interacção rotor-encapsulamento. Também são ignoradas as perdas que actuam na bomba devido à interferência da periferia dos discos, na entrada e saída do escoamento no rotor. O modelo proposto também não considera as perdas que existem no difusor, devido às mudanças de secção e de resistência viscosa do fluido. Este modelo só tem em conta as perdas do escoamento no espaçamento entre

5. Resultados Experimentais

os discos. Ele fornece-nos um limite máximo de desempenho que experimentalmente é impossível de obter. Na presente versão da bomba foi introduzido um acoplamento magnético para permitir construir duas entradas para o fluido na bomba e assim reduzir as perdas na entrada. Infelizmente o ligeiro empeno nos discos ajuda a diminuir o rendimento. Outra razão para as discrepâncias foi não ter sido possível obter medições do caudal para a velocidade de rotação que foi projectada ($\omega = 72.3rpm$), correspondente a um número de Reynolds $Re_2 = 5$, que é referido por Crawford e Rice (1974) como fornecendo o melhor desempenho.

5.2. Resultados obtidos para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm

Nesta secção são apresentados os resultados para as velocidades de rotação mais baixas. A obtenção destes resultados está limitada pelos aparelhos de medida disponíveis, pelo que não foi possível obter todos os valores previstos. Abaixo da velocidade de rotação $\omega = 150rpm$ os valores indicados nos manómetros do tubo de Pitot aproximaram-se da resolução máxima (1mm), mesmo estando inclinados com um ângulo de 45° em relação à horizontal. Admitindo estas limitações são apresentados e discutidos os valores que se obtiveram no ensaio.

O gráfico da Fig. 5.15 representa a diferença entre pressão manométrica máxima Δp_{max} e mínima Δp_{min} , para cada velocidade de rotação. Para cada velocidade de rotação obteve-se o valor máximo de Δp_{max} , quando o caudal total é igual a zero ($q_t = 0$ quando válvula de saída está totalmente fechada) e o valor mínimo Δp_{min} , quando o caudal total é máximo ($q_t = max$ quando válvula de saída totalmente está aberta). Este gráfico foi construído a partir dos valores apresentados no Anexo F. Estes valores correspondem aos valores inferiores aos representados na Fig. 5.5. Analisando a Fig. 5.15, verifica-se que a diferença de pressão manométrica mínima Δp_{min} varia praticamente de forma linear enquanto que a diferença da pressão manométrica máxima Δp_{max} varia linearmente com a velocidade de rotação. A pequena diferença de valores que ocorre nas velocidades mais baixas poderá ser devida a erros associados aos aparelhos de medida. Pode concluir-se que para velocidades de rotação muito baixas a diferença de pressão manométrica varia praticamente de forma linear com a velocidade de rotação.

5. Resultados Experimentais

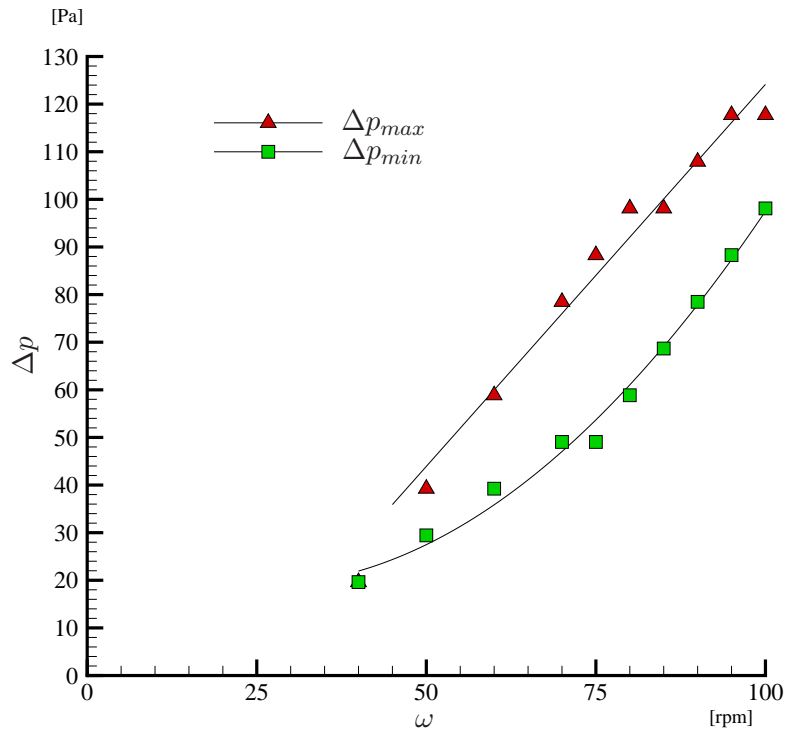


Figura 5.15.: Comparação entre a diferença da pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) e a diferença da pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação ($\omega = 40$ a $100rpm$).

Se agora considerarmos os resultados obtidos para as baixas e altas velocidades de rotação podemos concluir o gráfico apresentado na Fig. 5.16. Neste gráfico verifica-se que as duas pressões variam de forma parabólica o que comprova a equação (3.38) que foi definida como $\Delta p_{max} = \frac{\rho\omega^2(R_{ext}^2 - R_{int}^2)}{2}$, onde Δp_{max} varia com o quadrado da velocidade de rotação dos discos.

5. Resultados Experimentais

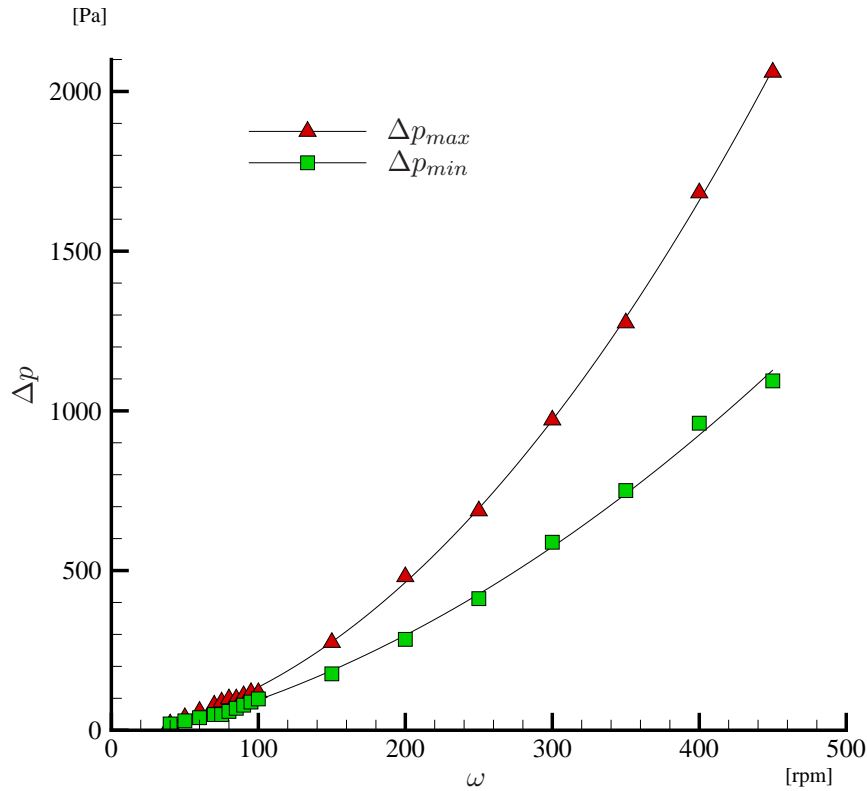


Figura 5.16.: Comparação entre a diferença de pressão manométrica máxima ($q_t = 0$) com a diferença de pressão manométrica mínima ($q_t = max$) em função da velocidade de rotação. Neste caso é apresentada toda a gama de velocidades da experiência ($\omega = 40$ a $450 rpm$).

Na Fig. 5.17 representa-se a variação da potência eléctrica absorvida pelos discos P_{ed} em função da velocidade de rotação ω . Esta potência eléctrica corresponde à potência total absorvida pelo motor P_{eT} subtraída das perdas mecânicas P_0 . Podemos observar um aumento linear da potência eléctrica em função do aumento da velocidade de rotação.

5. Resultados Experimentais

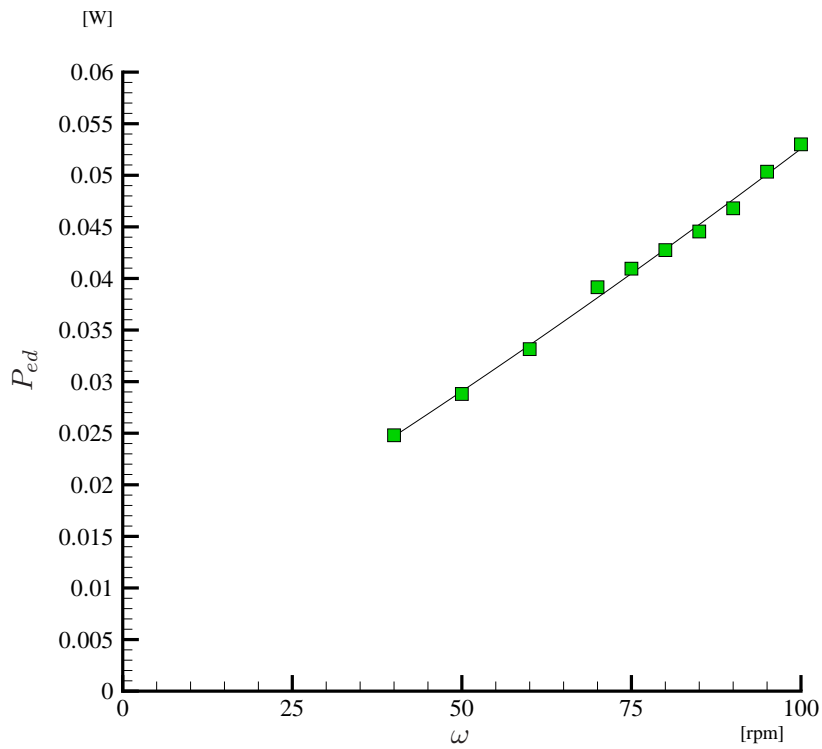


Figura 5.17.: Variação da potência eléctrica absorvida nos discos em função da velocidade de rotação ($\omega = 40$ a 100 rpm)

Na Fig. 5.18 representa-se a variação do binário nos discos M_d em função da velocidade de rotação ω . Como podemos observar os resultados apresentam alguma discrepância. Uma das razões possíveis é que, nesta gama de velocidades de rotação, os erros de medida associados à balança de medição do binário são elevados.

5. Resultados Experimentais

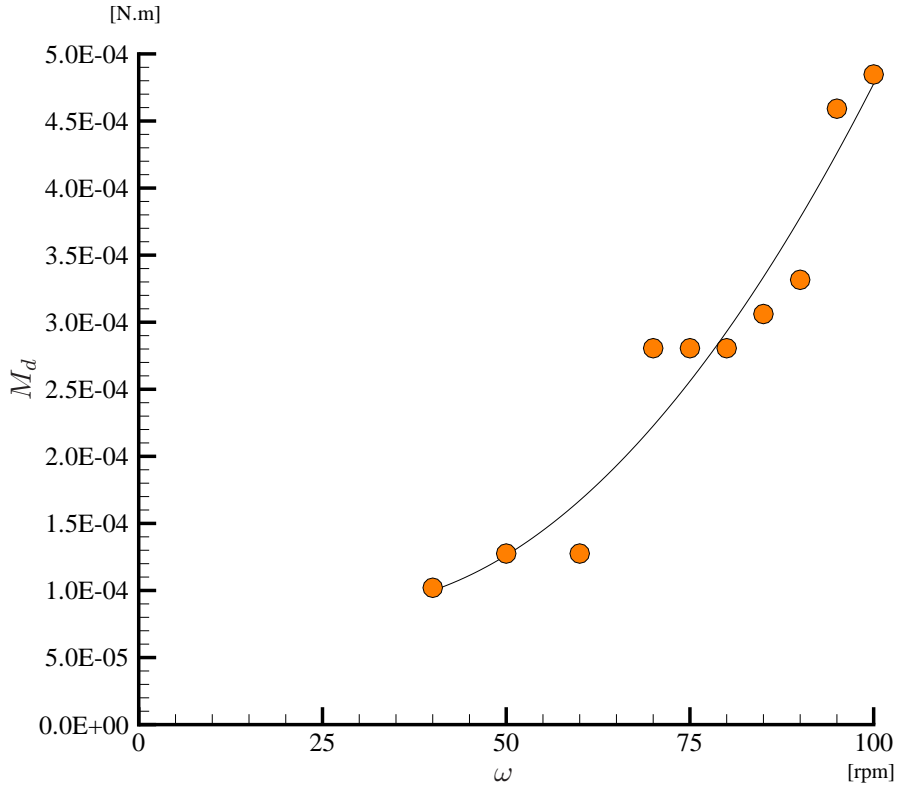


Figura 5.18.: Variação do binário nos discos em função da velocidade angular ($\omega = 40$ a 100 rpm)

Vamos agora utilizar os grupos adimensionais para extrapolar os valores que não se conseguiram obter durante o ensaio. Vamos usar o modelo apresentado por Crawford e Rice (1974) e Harwood (2008), que é o que tem menor erro associado. Recordamos as equações (5.11) e (5.13) que vão ser usadas para extrapolar os resultados:

$$q_t = Q^* \times 2\pi N R_{int}^2 h \omega, \quad (5.14)$$

$$p_r = p_r^* \rho \omega^2 R_{ext}^2. \quad (5.15)$$

Recordando que os grupos adimensionais têm os valores $Q^* = 0.9625$ e $\Delta p^* = 0.1960$ podemos extrapolar os valores para as velocidades mais baixas, que se encontram apresentados na Tab. 5.5.

5. Resultados Experimentais

Tabela 5.5.: Valores extrapolados para baixas velocidades de rotação.

Valores extrapolados		
$\omega[rpm]$	$p_r[Pa]$	$q_t[m^3/s]$
40	12.38	2.85×10^{-5}
50	19.34	3.562×10^{-5}
60	27.86	4.275×10^{-5}
70	37.92	4.987×10^{-5}
75	43.5	5.343×10^{-5}
80	49.5	5.7×10^{-5}
85	55.91	6.056×10^{-5}
90	62.68	6.412×10^{-5}
95	69.83	6.768×10^{-5}
100	77.38	7.125×10^{-5}

Com os valores calculados podemos construir um gráfico, que inclua os valores experimentais para altas velocidades de rotação, e os extrapolados para baixas velocidades de rotação.

5. Resultados Experimentais

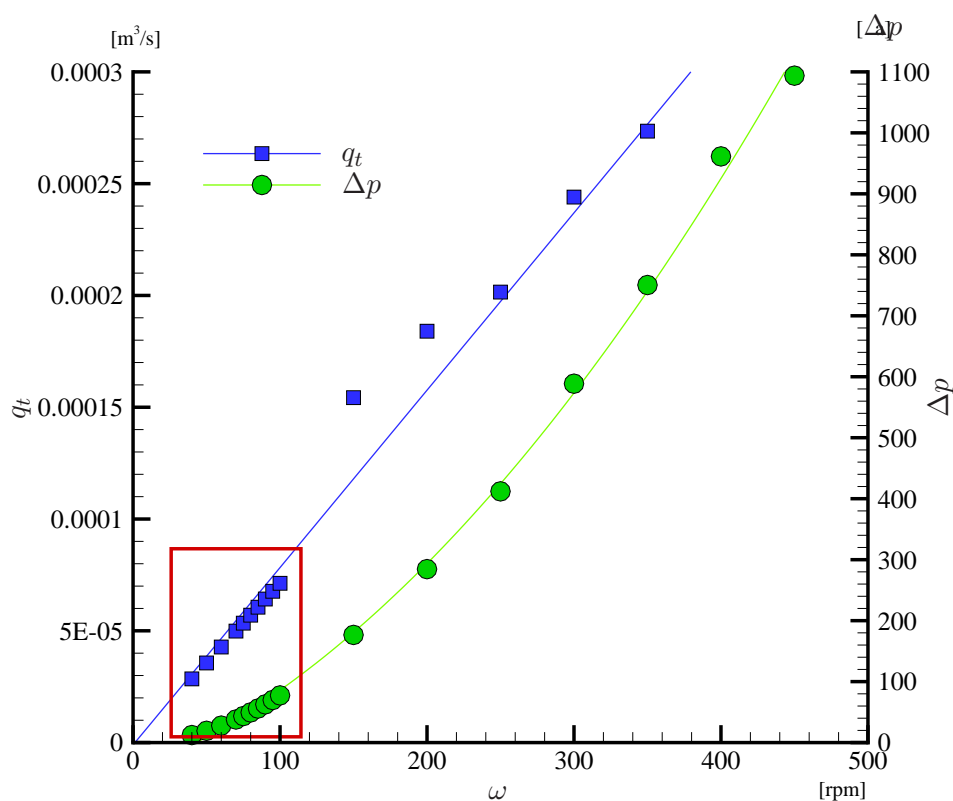


Figura 5.19.: Valores experimentais e valores extrapolados pelos números adimensionais Q^* e Δp^* para baixas velocidades. Os pontos que estão dentro do retângulo correspondem aos resultados extrapolados e mostram uma boa concordância com os experimentais.

Na Fig. 5.19 os pontos que estão dentro do retângulo correspondem aos valores extrapolados pelos valores adimensionais. Verifica-se que os valores extrapolados para o caudal apresentam uma boa continuação da evolução linear entre o caudal e a velocidade de rotação. Para a diferença de pressão manométrica os valores também apresentam uma boa evolução dos resultados, que se assemelham aos gráficos da pressão manométrica Δp das Fig. 5.15 e 5.16. Essa semelhança existe para toda a gama de velocidades de rotação, onde para as velocidades mais baixas (aproximadamente para $\omega = 40$ a 60 rpm) existe uma ligeira variação parabólica, talvez proveniente de erros. Para velocidades um pouco superiores (aproximadamente para $\omega = 60$ a 100 rpm), ocorre uma variação linear e, de seguida, para velocidades altas (para $\omega \geq 150 \text{ rpm}$), uma outra variação parabólica, tal como acontece na Fig. 5.19.

6. Conclusões

O presente capítulo sintetiza as conclusões retiradas do presente trabalho. Serão referidos os aspectos referentes ao projecto da bomba, aos resultados experimentais e também sugeridos trabalhos futuros.

A revisão bibliográfica teve um papel de extrema importância neste trabalho, uma vez que este tipo de turbomáquinas, baseada nas tensões viscosas, é um assunto pouco desenvolvido e menos encontrado na literatura. Apesar destes aparelhos terem sido inventados à muito tempo passaram décadas até lhes serem atribuídas aplicações reais. Aplicações essas onde as turbomáquinas convencionais não têm um bom desempenho. Embora até ao presente não se tenha conseguido demonstrar desempenhos superiores às turbomáquinas convencionais, par aplicações à macro-escala. A principal aplicação que fez estas turbomáquinas na literatura científica refere-se aos MEMS (Micro Electro Mechanical Systems). Se estas turbomáquinas funcionarem à microescala, onde as forças viscosas predominam, estas apresentam um melhor desempenho que as convencionais. Recentemente foram apresentados estudos que estão a considerar como aplicações destas bombas o bombeamento de sangue, uma vez que este fluido requer um cuidado muito especial no seu manuseamento de modo a não destruir os seus constituintes, particular os glóbulos vermelhos. A bomba de discos apresenta-se como uma boa solução para este fluido, e tem demonstrado desempenhar essa função melhor que as bombas de sangue actuais, o que forneceu uma motivação adicional para o tema do presente trabalho.

6.1. Projecto da bomba

Foi feita um estudo analítico começando com casos simples, para nos dar uma base de conhecimento sobre o comportamento do escoamento, começando num caso tão particular como o de um disco em rotação. De seguida foram estudados alguns modelos já existentes para este tipo de turbomáquinas que serviram para definir as equações de base, de forma a projectar a bomba de discos. o estudo analítico tinha como objectivo mais do que só projectar a bomba, tinha também como objectivo estudar e compreender de uma forma completa o comportamento do escoamento, bem como as variáveis que lhe estão

6. Conclusões

associadas, definindo equações que irão servir para trabalhos futuros, como por exemplo CFD.

O estado da arte permitiu formar uma base de conhecimento sobre como funcionam estas máquinas, quais os seus problemas, que estudos actuais existem e quais as aplicações onde estas turbomáquinas têm alto desempenho. Percebeu-se que as perdas na entrada e saída, tanto nas bombas como nas turbinas de disco, são de extrema importância. Esta constatação levou a adoptar alterações à primeira ideia do projecto. Alterações essas que incluíram um encapsulamento em forma de espiral, eliminando assim a criação de pequenos vórtices que são criados pela rápida mudança de direcção da componente tangencial da velocidade do escoamento. E também a aplicação de um acoplamento magnético entre o rotor e o motor, que permitiu transmitir movimento sem o uso de uma ligação física entre o eixo dos discos e o motor. Assim elimina-se o uso de vedantes no veio, que só iriam provocar perdas por atrito e eventuais problemas de estanqueidade. Mas a grande vantagem do acoplamento magnético foi a possibilidade de a bomba ter duas entradas, uma em cada lado, do encapsulamento. Isto permite uma redução das perdas na entrada, devido à maior facilidade que o fluido tem em se dirigir para os espaçamentos entre os discos, aumento assim o seu rendimento.

6.2. Resultados experimentais

Os resultados obtidos experimentalmente ao longo do trabalho, apresentam alguma discrepância. Em grande parte, esta é devida aos instrumentos de medição. Reduzir estas discrepâncias, derivadas em grande parte dos instrumentos de medição, envolve a aquisição de equipamento que se encontra fora do orçamento disponível. A instalação experimental foi toda construída de raiz, e como o orçamento era limitado, tiveram de ser adquiridos equipamentos em função do seu custo e disponibilidade.

Para velocidades de rotação abaixo das 150 rpm, devido às baixas velocidades do fluido, as leituras efectuadas nos manómetros do tubo de Pitot apresentavam-se no limite da sua resolução, mesmo estando os manómetros posicionados a 45° com a horizontal, não permitindo obter valores de caudal abaixo dessa rotação.

Quanto à medição de binário, devido ao pequeno valor do binário da bomba (a rondar os 1×10^{-4} a $9 \times 10^{-3} N.m$), foi instalado um sistema de alavanca que proporciona uma amplificação da leitura de cinco vezes, para uma melhor resolução na medição. Apesar de a alavanca dispor de um sistema de calibração para que, no fim de instalado, se regulasse a posição da alavanca segundo a horizontal, temos que considerar, que não é um sistema sem erro associado, pelo que este deve ser somado ao erro do sensor de carga.

6. Conclusões

As tomadas de pressão, à entrada e saída da bomba, apresentavam uma boa leitura até às velocidades mais baixas aqui testadas, no entanto abaixo da velocidade de rotação de 40 rpm já apresentam estar no seu limite de resolução. A duas tomadas de pressão à entrada, durante o ensaio, estiveram sempre com o mesmo nível nos manómetros, o que indica uma boa simetria do rotor e encapsulamento, dado que houve esse cuidado no projecto da bomba de discos.

Obteve-se durante o trabalho um rendimento máximo teórico de 50%, sendo que experimentalmente se atingiu o máximo de 35.5%. Para esta diferença existem um série de razões possíveis. A primeira é que experimentalmente é impossível atingir o valor teórico, porque temos sempre as suposições teóricas que não são exactamente iguais à prática. A segunda é que foi considerado um número de Reynolds $Re_2 = 7$ (a $\omega = 72.3\text{ rpm}$) no projecto e, devido ao limite de precisão dos aparelhos de medida, só se conseguiu obter um número de Reynolds mínimo de $Re_2 = 15.5$ (a $\omega = 150\text{ rpm}$), isto para os casos em que se efectuaram todas as medições. Em terceiro lugar este tipo de bombas é sensível à contra-pressão, pelo que o uso de curvas de 90° à entrada, e de uma tubagem de 2 metros entre o depósito e a bomba, associado ao ligeiro empeno nos discos, podem ter causado um decréscimo do rendimento. No entanto, actualmente, o rendimento medido para estas bombas ainda só conseguiu alcançar aproximadamente os 55%. Atendendo a que esta instalação experimental foi a primeira versão, que poderá ser melhorada em alguns aspectos, pensa-se que será possível alcançar ou até mesmo ultrapassar este rendimento.

Da análise dos resultados experimentais foi possível concluir, e comprovar, o comportamento associado a este tipo de turbomáquinas não convencionais. Verificou-se uma variação linear entre a altura manométrica e o caudal bombeado, contrariamente ao tipicamente visto em bombas centrífugas. Esta variação linear é devida ao facto de a bomba estar a funcionar em regime laminar, como foi demonstrado por vários autores. Uma variação da rotação do rotor provoca uma variação linear no coeficiente de binário, o que implica uma variação linear também para o caudal. Comprovou-se também que a diferença da pressão manométrica varia de uma forma parabólica com a variação da velocidade de rotação.

Verificou-se durante a experiência que à medida que se fechava a válvula de saída da bomba, para a mesma velocidade de rotação, o binário nos discos diminuía. Esta diminuição do caudal que percorre os discos ocasiona um menor factor de escorregamento entre os discos e o fluido. Com a diminuição do factor de escorregamento o fluido vai rodar com uma velocidade mais próxima da velocidade dos discos, diminuindo o valor das forças viscosas entre o fluido e o disco, o que por sua vez conduz a uma diminuição do binário nos discos. Foi demonstrado que este tipo de bombas têm um melhor rendimento para

6. Conclusões

baixos números de Reynolds, o que justifica a sua utilização para aplicações MEMS. Para baixos números de Reynolds predominam as forças viscosas, que são a base de funcionamento deste tipo de bombas. Nas bombas convencionais um aumento das forças viscosas provoca um decréscimo no seu rendimento, contrariamente às de disco, o que prova que em aplicações de pequena dimensão as bombas de discos prevalecem face às convencionais.

Foi feita uma análise da realidade da utilização dos parâmetros adimensionais, concluiu-se que os parâmetros para as turbomáquinas convencionais têm um elevado erro associado, visto que estes não consideram as forças viscosas. Ainda assim os erros encontrados na extrapolação de resultados são também provocados por erros de medida. Verificou-se ao longo dos gráficos, que os resultados para a velocidade de rotação $\omega = 150 \text{ rpm}$ raramente estão em concordância com os outros resultados. O que nos leva dizer que nessa velocidade houve alguma diferença nas condições interiores ou exteriores da bomba, provocando erros maiores. Considerando essa velocidade fora dos cálculos, os valores extrapolados apresentam um erro máximo de 18,5% e um erro médio por volta dos 11% para a altura manométrica da bomba, e um erro máximo de 23% e um erro médio de 12% para o caudal bombeado. É importante referir que estes erros são relativos aos resultados obtidos experimentalmente, que também contêm erros associados, como já referido anteriormente. Para ultrapassar os erros presentes nesta extrapolação sugerem-se duas soluções. A primeira é o uso de equipamentos que permitem menores erros de medida, de modo a verificar quais os erros associados às extrapolações. A segunda solução é ir reduzindo a escala da bomba, apesar de esta trazer uma maior dificuldade à visualização do escoamento, de modo a efectuar um estudo paramétrico experimental do efeito de escala.

6.3. Trabalhos Futuros

O projecto da bomba foi sempre pensado para se obter a máxima transparência, de modo a, visualizar-se o escoamento no interior. Isto permite que futuramente seja instalado um sistema que permita a coloração do fluido de trabalho, de modo a poder ser visualizado o escoamento.

Com a instalação experimental construída, e estando a bomba e o seu encapsulamento preparados para o efeito, é possível obter resultados para vários espaçamentos entre discos, diferente número de discos e diferentes formas da borda de entrada dos discos. Verifica-se de $Re_2 = \frac{\rho\omega h^2}{\mu}$ que se aumentarmos a velocidade de rotação o espaçamento entre os discos terá de ser menor para um mesmo número de Reynolds. Então, à medida

6. Conclusões

que o fluido viaja por entre os discos, a sua velocidade é alterada, e o espaçamento entre os discos também deverá de ser alterado para manter um número de Reynolds óptimo, e constante, ao longo do rotor. Este caso seria bastante interessante para estudar a aplicação de um rotor com discos cónicos, de forma a que o espaçamento entre eles variasse à medida que o fluido acelerasse segundo a direcção radial dos discos

Era também interessante fazer uma análise numérica a este tipo de bombas, de forma a poder melhorar a instalação experimental, e a poder ser feita uma comparação entre os experimentais, a solução analítica e os resultados numéricos.

Seria também interessante aplicar várias tomadas de pressão ao longo do encapsulamento, de modo a obter a variação da pressão ao longo do encapsulamento, e daí obter resultados que indiquem qual o encapsulamento ideal. Um vez que não existe praticamente nenhum estudo sobre as geometrias ideais de encapsulamento.

Bibliografia

- Al-Halhouli, A. T., Kilani, M. I. e Al-Salaymeh, A.: 2007, Investigation of the influence of design parameters on the flow performance of a single and double disk viscous micropumps, *Microsyst Technol* **13**, 677–687.
- Atencia, J. e Beebe, D. J.: 2006, Steady flow generation in microcirculatory systems, *Lab on Chip* **6**, 567–574.
- Batista, M.: 2007, A note on steady flow of incompressible fluid between two co-rotating disks. University of Ljubljana, Faculty of Maritime Studies and Transportation, Slovenia, EU.
- Beans, E. W.: 1966, Investigation into the performance characteristics of a friction turbine, *Journal of Spacecraft* **3**, N^o1, 131–134.
- Blanchard, D. e Ligrani, P.: 2006a, Comparisons of different viscous pumps based on physical flow behavior, *Sensors and Actuators A* **126**, 83–92.
- Blanchard, D., Ligrani, P. e Gale, B.: 2005, Single-disk and double disc viscous micropumps, *Sensors and Actuators A* **122**, 149–158.
- Blanchard, D. e Ligrani, P. M.: 2006b, Micro-scale and milimeter-scale rotating disk couette flows, experiments and analysis, *Exp Fluids* **41**, 893–903.
- Breiter, M. C. e Pohlhausen, K.: 1962, *Laminar Flow Between Two Parallel Rotating Disks*, Applied Mathematics Research Branch of the Aeronautical Research Laboratory, Office of Aero-space Research, Wright-Patterson Air Force Base.
- Cairns, W. M. J.: 2001, *The Tesla Disc Turbine*, Camden Miniature Steam Services.
- Couto, H. S., Duarte, J. e Bastos-Netto, D.: 2006, The tesla turbine revisited, *8th Asia-Pacific International Symposium on Combustion and Energy Utilization*.
- Crawford, M. E. e Rice, W.: 1974, Calculated design data for the multiple-disk pump using incompressible fluid, *ASME Trans. J. Eng. Power* **96**, 274–282.

Bibliografia

- da Silva, A., Kobayashi, M. e Coimbra, C.: 2007, Optimal theoretical design of 2-d microscale viscous pumps for maximum mass flow rate and minimum power consumption, *International Journal of Heat and Fluid Flow* **28**, 526–536.
- DiscFlo*: 8 de Março de 2009, <http://www.discflo.com> .
- Dixon, S. L.: 1998, *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery*, 4th edition edn, Butterworth Heinemann.
- Dolgushev, S. V. e Khaidarov, S. V.: 2001, Simplified description of the flow in a diametral disk friction pump, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics* **74** N^o**3**, 745–749.
- Frank Germano*: 28 de Março de 2009, <http://www.frank.germano.com/airship.htm> .
- Harwood, P.: 2008, *Further investigations into tesla turbomachinery*, Master's thesis, MECH4841 Mechanical Engineering Project.
- Hasinger, S. H. e Kehrt, L. G.: 1963, Investigation of a shear-force pump, *ASME Transactions* **85** N^o**3**, 201–207.
- How Stuff Works*: 23 de Maio de 2009, <http://auto.howstuffworks.com/tesla-turbine.htm> .
- Joyce, K.: 1979, Possel bladeless pumps, *Energy Unlimited* **5**, 26–28.
- Khan, A.: 1970, Hydromagnetic flow between two rotating coaxial disks, *Defense Science Journal* .
- Lemma, E., Deam, R., Toncich, D. e Collins, R.: 2008, Characterization of a small viscous flow turbine, *Experimental Thermal and Fluid Science* **33**, 96–105.
- Matsch, L. e Rice, W.: 1967a, Flow at low reynolds number with partial admission between rotating disks, *ASME Transactions, Journal of Applied Mechanics* **34**, Series **E**, N^o**3**, 768–770.
- Matsch, L. e Rice, W.: 1967b, Potencial flow between two parallel circular disks with partial admission, *ASME Transactions, Journal of Applied Mechanics* **34**, Series **E**, N^o**1**, 239–240.
- Miller, G. E., Etter, B. D. e Dorsi, J. M.: 1990, A multiple disk centrifugal pump as a blood flow device, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* **37**, 157–163.

Bibliografia

- Miller, G. E. e Fink, R.: 1999, Analysis of optimal design configurations for a multiple disk centrifugal blood pump, *Artificial Organs* **23(6)**, 559–565.
- O’Neill, J. J.: 1994, *Prodigal Genius: Biography of Nikola Tesla*, Brotherhood of Life.
- Possell, C. R.: 1980, Bladeless pump and method of using same, *US Patent Nº 4,403,911*.
- Rice, W.: 1963, An analytical and experimental investigation of multiple-disk pumps and compressors, *ASME Transactions, Journal of Engineering for Power* **85, Series A, Nº 3**.
- Rice, W.: 1965, An analytical and experimental investigation of multiple-disk turbines, *ASME Transactions, Journal of Engineering for Power* **87, Series A, Nº 3**.
- Rice, W.: 1991, Tesla turbomachinery, *Proc. IV International Nikola Tesla Symposium*.
- Robert W. Fox, Alan T. McDonald, P. J. P.: 2006, *Introdução à Mecânica dos Fluidos*, sexta edição edn, John Wiley & Sons, Inc.
- Sayers, A. T.: 1990, *Hydraulic and Compressible Flow Turbomachines*, Mc-Graw Hill Book Company.
- Schlichting, D. H.: 1979, *Boundary Layer Theory*, Mc-Graw Hill Series in Mechanical Engineering.
- Schmidt, D. D.: 2002, Biomass boundary layer turbine power system, *Technical report*, The Energy Innovations Small Grant (EISG) Program.
- Soo, S. L. e Princeton, N. J.: 1958, Laminar flow over an enclosed rotating disk, *ASME Transactions* **80**, 287–296.
- Stockbridge, F. P.: 1912, The tesla turbine, *The World’s Work* pp. 543–548.
- Tesla, N.: 1911, The tesla steam turbine, *Scientific American* **290**, 296–297.
- Tesla, N.: 1913a, Patent nº. 1,061,142, *Fluid Power* .
- Tesla, N.: 1913b, Patent nº. 1,061,206, *Turbine* .
- Tesla Engine Builders Association*: 14 de Março de 2009, <http://www.teslaengine.org> .
- Winoto, S.: 1999, Performance of a viscous pump with radial pumping grooves at low speeds, *Tribology Transactions* **42**, 425–428.

Anexos

A. Trabalhos publicados

- Oliveira M. C., Páscoa J. C., (2009), "Analytical and experimental modeling of a viscous disc pump for MEMS applications", III Conferência Nacional em mecânica de fluidos, termodinâmica e energia, Associação Portuguesa de Mecânica Teórica Aplicada e Computacional, 6 pgs, Instituto Politécnico de Bragança. Contribuições: M. Oliveira colaborou na dedução do modelo analítico e na implementação experimental dos ensaios.
- Oliveira M. C., Páscoa J. C., (2009), "Experimental set-up to analyse the flow on Tesla pumps for MEMS applications", Conferência Engenharia'2009, 6 pgs, Universidade da Beira Interior. Contribuições: M. Oliveira colaborou na elaboração do texto e na implementação experimental dos ensaios.

B. Anexo - Rendimento do motor

Tabela B.1.: Cálculo do rendimento do motor, obtido experimentalmente, considerando o maior valor de η_2 .

$\omega[rpm]$	$\eta_1[\%]$	$\eta_2[\%]$	$\eta_{motor}[\%]$
150	21.19	35.45	59.77
200	17.21	20.97	82.07
250	14.59	18.39	79.34
300	16.06	19.64	81.77
350	14.65	20.7	70.77
400	16.7	19.69	84.81
450	14.85	18.98	78.24

B. Anexo - Rendimento do motor

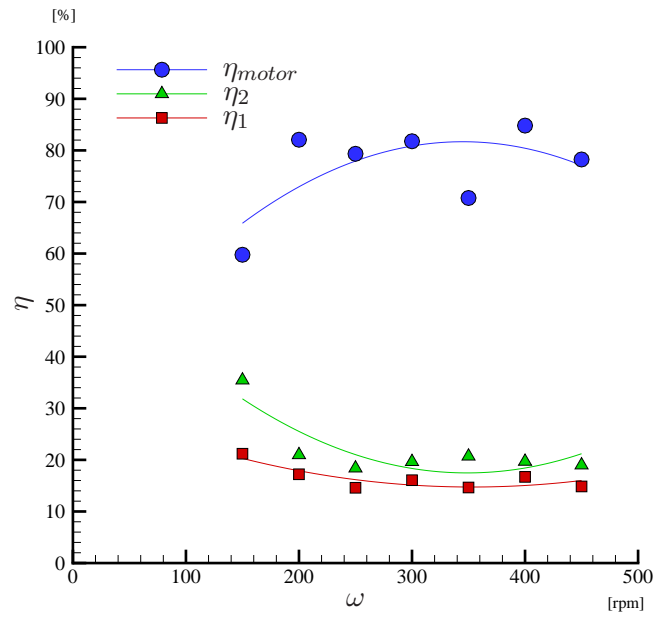


Figura B.1.: Variação do rendimento do motor, rendimento hidráulico e rendimento com base na potência eléctrica, em função da velocidade de rotação.

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

$$q_t = \int_A V dA = \sum_i^n V_i A_i.$$

Para cada velocidade de rotação foram efectuadas medidas para seis posições da válvula de saída, desde totalmente aberta até estar totalmente fechada. Para cada posição da válvula de saída foram efectuadas medições com o tubo de Pitot, determinando a velocidade em vários pontos para permitir calcular o caudal. Em cada posição da válvula de saída foi medida a velocidade em 3 pontos (para $\omega = 150$ a $300rpm$) e em 4 pontos (para $\omega = 150$ a $300rpm$) ao longo do raio da tubagem. Calculando a área correspondente A_i de cada velocidade v_i , medida no ponto i , e somando os vários caudais q_{t_i} , obtemos o caudal total para cada posição da válvula de saída. São apresentados neste capítulo todos os resultados e cálculos em forma de tabela necessários para o cálculo do caudal.

C.1. Cálculo das velocidades V_i (para 150 a 300rpm)

Tabela C.1.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 150 \text{ rpm}$

	Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 150 \text{ rpm}$						
	0 (Centro)		5		11		12.5 (Parede)
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]
A	8	0.333148	8	0.333148	6	0.288514	0
QA	7	0.311631	7	0.311631	6	0.288514	0
I-1	4	0.235571	4	0.235571	3	0.204011	0
I-2	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	0
QF	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	0
F	0	0	0	0	0	0	0

Tabela C.2.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 200 \text{ rpm}$

	Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 200 \text{ rpm}$						
	0 (Centro)		5		11		12.5 (Parede)
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]
A	12	0.408021	11	0.39065	9	0.353357	0
QA	11	0.39065	10	0.372471	8	0.333148	0
I-1	9	0.353357	8	0.333148	6	0.288514	0
I-2	6	0.288514	5	0.263376	4	0.235571	0
QF	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	0
F	0	0	0	0	0	0	0

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

Tabela C.3.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 250 \text{ rpm}$

Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 250 \text{ rpm}$							
	0 (Centro)		5		11		12.5 (Parede)
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]
A	17	0.485642	13	0.424682	11	0.39065	0
QA	11	0.39065	10	0.372471	8	0.333148	0
I-1	6	0.288514	6	0.288514	5	0.263376	0
I-2	5	0.263376	4	0.235571	3	0.204011	0
QF	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	0
F	0	0	0	0	0	0	0

Tabela C.4.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 300 \text{ rpm}$

Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 300 \text{ rpm}$							
	0 (Centro)		5		11		12.5 (Parede)
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]
A	22	0.552463	20	0.526753	15	0.456181	0
QA	15	0.456181	14	0.440713	11	0.39065	0
I-1	7	0.311631	6	0.288514	4	0.235571	0
I-2	4	0.235571	4	0.235571	3	0.204011	0
QF	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	0
F	0	0	0	0	0	0	0

C.2. Cálculo das velocidades V_i (para 350 a 450rpm)

Tabela C.5.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 350 \text{ rpm}$

Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 350 \text{ rpm}$								
	0 (Centro)		5		8		11	Parede
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]	V [m/s]
A	29	0.634295	26	0.600591	22	0.552463	20	0.526753
QA	25	0.588928	23	0.56488	21	0.539761	18	0.499722
I-1	18	0.499722	17	0.485642	15	0.456181	12	0.408021
I-2	9	0.353357	8	0.333148	7	0.311631	5	0.263376
QF	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574	2	0.166574
F	0	0	0	0	0	0	0	0

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

Tabela C.6.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 400 \text{ rpm}$

Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 400 \text{ rpm}$								
	0 (Centro)		5		8		11	Parede
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]	V [m/s]
A	35	0.696829	32	0.666296	28	0.623263	24	0.577029
QA	31	0.655802	29	0.634295	25	0.588928	21	0.539761
I-1	25	0.588928	22	0.552463	19	0.513415	17	0.485642
I-2	12	0.408021	10	0.372471	9	0.353357	7	0.311631
QF	4	0.235571	3	0.204011	3	0.204011	2	0.166574
F	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela C.7.: Tabela com os valores medidos nos manômetros do tubo de Pitot e velocidades calculadas, para $\omega = 450 \text{ rpm}$

Distância ao centro da tubagem [mm], para $\omega = 450 \text{ rpm}$								
	0 (Centro)		5		8		11	Parede
	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	Δh [mm]	V [m/s]	V [m/s]	V [m/s]
A	46	0.79886	41	0.754195	37	0.716462	32	0.666296
QA	39	0.735571	35	0.696829	29	0.634295	24	0.577029
I-1	19	0.513415	18	0.499722	15	0.456181	13	0.424682
I-2	7	0.311631	6	0.288514	5	0.263376	4	0.235571
QF	4	0.235571	3	0.204011	2	0.166574	2	0.166574
F	0	0	0	0	0	0	0	0

C.3. Cálculo das áreas A_i

Tabela C.8.: Áreas A_i para cada ponto de velocidade medido, no caso de 3 medições (150-300rpm)

Distância ao centro da tubagem	Raio exterior R_{ext} [m]	Raio interior R_{int} [m]	Para 3 medições A_i (150 – 300rpm)
Centro	0.0005	N.D.	7.85398E-07
5	0.0095	0.0005	0.000282743
11	0.0125	0.0095	0.000207345

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

Tabela C.9.: Áreas A_i para cada ponto de velocidade medido, no caso de 3 medições (350-450rpm)

Distância ao centro da tubagem	Raio exterior R_{ext} [m]	Raio interior R_{int} [m]	Para 4 medições A_i (350 – 450rpm)
Centro	0.0035	N.D.	3.84845E-05
5	0.0065	0.0035	9.42478E-05
8	0.0095	0.0065	0.000150796
11	0.0125	0.0095	0.000207345

C.4. Caudais e pressões calculadas

Tabela C.10.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 150 \text{ rpm}$

150rpm	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
Válvula	[m ³ /s]	[ml/s]		
A	1.543E-04	154.3	18	176.58
QA	1.482E-04	148.2	19	186.39
I-1	1.091E-04	109.1	23	225.63
I-2	9.238E-05	92.4	26	255.06
QF	9.238E-05	92.4	27	264.87
F	0.000E+00	0.0	28	274.68
			p_{teo}	176.58
			p_{max}	274.68

Tabela C.11.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 200 \text{ rpm}$

200rpm	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
Válvula	[m ³ /s]	[ml/s]		
A	1.840E-04	184.0	29	284.49
QA	1.747E-04	174.7	31	304.11
I-1	1.543E-04	154.3	34	333.54
I-2	1.235E-04	123.5	40	392.40
QF	9.238E-05	92.4	43	421.83
F	0.000E+00	0.0	49	480.69
			p_{teo}	284.49
			p_{max}	480.69

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

Tabela C.12.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 250 \text{ rpm}$

250rpm Válvula	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
	[m^3/s]	[ml/s]		
A	2.015E-04	201.5	42	412.02
QA	1.747E-04	174.7	48	470.88
I-1	1.364E-04	136.4	57	559.17
I-2	1.091E-04	109.1	67	657.27
QF	9.238E-05	92.4	68	667.08
F	0.000E+00	0.0	70	686.70
			p_{teo}	412.02
			p_{max}	686.70

Tabela C.13.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 300 \text{ rpm}$

300rpm Válvula	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
	[m^3/s]	[ml/s]		
A	2.440E-04	244.0	60	588.60
QA	2.060E-04	206.0	67.5	662.18
I-1	1.307E-04	130.7	91.5	897.62
I-2	1.091E-04	109.1	92.5	907.43
QF	9.238E-05	92.4	94	922.14
F	0.000E+00	0.0	99	971.19
			p_{teo}	588.6
			p_{max}	971.19

Tabela C.14.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 350 \text{ rpm}$

350rpm Válvula	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
	[m^3/s]	[ml/s]		
A	2.735E-04	273.5	76.5	750.47
QA	2.690E-04	269.0	80.5	789.71
I-1	2.184E-04	218.4	92.5	907.43
I-2	1.466E-04	146.6	100.5	985.91
QF	8.674E-05	86.7	122.5	1201.73
F	0.000E+00	0.0	130	1275.30
			p_{teo}	750.47
			p_{max}	1275.30

C. Anexo - Cálculo dos Caudais e Pressões

Tabela C.15.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 400 \text{ rpm}$

400rpm Válvula	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
	[m^3/s]	[ml/s]		
A	3.032E-04	303.2	98	961.38
QA	2.857E-04	285.7	105	1030.05
I-1	2.528E-04	252.8	118	1157.58
I-2	1.687E-04	168.7	141.5	1388.12
QF	9.360E-05	93.6	157.5	1545.08
F	0.000E+00	0.0	171.5	1682.42
			p_{teo}	961.38
			p_{max}	1682.42

Tabela C.16.: Caudais e pressões calculadas para $\omega = 450 \text{ rpm}$

450rpm Válvula	Caudal total q_t		Altura manométrica Δh [mm]	Pressão p_r [Pa]
	[m^3/s]	[ml/s]		
A	3.480E-04	348.0	111.5	1093.82
QA	3.093E-04	309.3	130	1275.30
I-1	2.237E-04	223.7	160	1569.60
I-2	1.277E-04	127.7	188	1844.28
QF	8.795E-05	88.0	208.5	2045.39
F	0.000E+00	0.0	210	2060.10
			p_{teo}	1093.82
			p_{max}	2060.10

D. Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos

D.1. Cálculo do binário e potência

Neste Anexo é calculado o binário e respectiva potência para se poder calcular os rendimentos, que estão representados no Anexo D.2.

Tabela D.1.: Binário e potência calculados para $\omega = 150 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $G_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
1.543E-04	118	3.010E-03	39	9.949E-04	0.8415	0.715	0.1265
1.482E-04	114	2.908E-03	35	8.929E-04	0.836	0.715	0.121
1.091E-04	109	2.781E-03	30	7.653E-04	0.8305	0.715	0.1155
9.238E-05	108	2.755E-03	29	7.398E-04	0.8305	0.715	0.1155
9.238E-05	106	2.704E-03	27	6.888E-04	0.8305	0.715	0.1155
0	104	2.653E-03	25	6.378E-04	0.8305	0.715	0.1155

Tabela D.2.: Binário e potência calculados para $\omega = 200 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $G_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência [W]		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
1.840E-04	163	4.158E-03	80	2.041E-03	1.316	0.91	0.406
1.747E-04	159	4.056E-03	76	1.939E-03	1.222	0.91	0.312
1.543E-04	155	3.954E-03	72	1.837E-03	1.209	0.91	0.299
1.235E-04	151	3.852E-03	68	1.735E-03	1.209	0.91	0.299
9.238E-05	147	3.750E-03	64	1.633E-03	1.209	0.91	0.299
0	145	3.699E-03	62	1.582E-03	1.1625	0.91	0.2525

D. Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos

Tabela D.3.: Binário e potência calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $P_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
2.015E-04	201	5.128E-03	108	2.755E-03	1.74	1.176	0.564
1.747E-04	198	5.051E-03	105	2.679E-03	1.74	1.176	0.564
1.364E-04	193	4.923E-03	100	2.551E-03	1.74	1.176	0.564
1.091E-04	185	4.719E-03	92	2.347E-03	1.682	1.176	0.506
9.238E-05	183	4.668E-03	90	2.296E-03	1.6385	1.176	0.4625
0	179	4.566E-03	86	2.194E-03	1.582	1.176	0.406

Tabela D.4.: Binário e potência calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $P_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
2.440E-04	245	6.250E-03	143	3.648E-03	2.346	1.452	0.894
2.060E-04	240	6.122E-03	138	3.520E-03	2.329	1.452	0.877
1.307E-04	229	5.842E-03	127	3.240E-03	2.176	1.452	0.724
1.091E-04	225	5.740E-03	123	3.138E-03	2.176	1.452	0.724
9.238E-05	221	5.638E-03	119	3.036E-03	2.16	1.452	0.708
0.000E+00	218	5.561E-03	116	2.959E-03	2.16	1.452	0.708

Tabela D.5.: Binário e potência calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $P_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
2.735E-04	285	7.270E-03	177	4.515E-03	3.12	1.65	1.47
2.690E-04	280	7.143E-03	172	4.388E-03	3.1005	1.65	1.4505
2.184E-04	274	6.990E-03	166	4.235E-03	3.002	1.65	1.352
1.466E-04	267	6.811E-03	159	4.056E-03	3.002	1.65	1.352
8.674E-05	261	6.658E-03	153	3.903E-03	2.983	1.65	1.333
0.000E+00	258	6.582E-03	150	3.827E-03	2.808	1.65	1.158

D. Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos

Tabela D.6.: Binário e potência calculados para $\omega = 400 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $P_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
3.032E-04	342	8.724E-03	228	5.816E-03	3.982	2.028	1.954
2.857E-04	337	8.597E-03	223	5.689E-03	3.971	2.028	1.943
2.528E-04	332	8.469E-03	218	5.561E-03	3.78	2.028	1.752
1.687E-04	324	8.265E-03	210	5.357E-03	3.6695	2.028	1.6415
9.360E-05	306	7.806E-03	192	4.898E-03	3.58	2.028	1.552
0.000E+00	301	7.679E-03	187	4.770E-03	3.58	2.028	1.552

Tabela D.7.: Binário e potência calculados para $\omega = 450 \text{ rpm}$, usando os valores medidos no sensor de binário, amperímetro e voltímetro.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Peso $P_T [g]$	Binário Total $M_T [N.m]$	Peso útil $G_u [g]$	Binário nos discos $M_d [N.m]$	Potência		
					P_{eT}	P_{e0}	P_{ed}
3.480E-04	399	1.018E-02	379	9.668E-03	5.05	2.268	2.782
3.093E-04	391	9.974E-03	271	6.913E-03	4.9245	2.268	2.6565
2.237E-04	369	9.413E-03	249	6.352E-03	4.653	2.268	2.385
1.277E-04	355	9.056E-03	235	5.995E-03	4.554	2.268	2.286
8.795E-05	351	8.954E-03	231	5.893E-03	4.455	2.268	2.187
0.000E+00	349	8.903E-03	229	5.842E-03	4.455	2.268	2.187

D.2. Cálculo dos rendimentos e números de Reynolds

Após calcular os binários, potências, caudais e pressões necessárias, podemos calcular o rendimento eléctrico, η_1 e o rendimento hidráulico η_2 . Nas tabelas seguintes também estão representados os números de Reynolds Re_1 e Re_2 .

Tabela D.8.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 150 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico	Rendimento Hidráulico	Numero de Reynolds			
	$\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	$\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
1.543E-04	21.54	27.33	3499	15.55	52485	648
1.482E-04	22.83	30.87				623
1.091E-04	21.31	32.10				458
9.238E-05	20.40	31.78				388
9.238E-05	21.19	35.45				388
0	0.00	0.00				0

D. Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos

Tabela D.9.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 200 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
1.840E-04	12.90	19.20	4666	20.74	69990	773
1.747E-04	17.03	20.51				734
1.543E-04	17.21	20.97				648
1.235E-04	16.21	20.91				519
9.238E-05	13.03	17.86				388
0	0.00	0.00				0

Tabela D.10.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 250 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
2.015E-04	14.72	18.04	5832	25.92	87480	847
1.747E-04	14.59	18.39				734
1.364E-04	13.52	17.90				573
1.091E-04	14.17	18.29				458
9.238E-05	13.32	16.07				388
0	0.00	0.00				0

Tabela D.11.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 300 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
2.440E-04	16.06	19.64	6999	31.1	104985	1025
2.060E-04	15.55	19.33				866
1.307E-04	16.20	18.07				549
1.091E-04	13.67	15.74				458
9.238E-05	12.03	14.00				388
0.000E+00	0.00	0.00				0

D. Anexo - Cálculo de binários, potências e respectivos rendimentos

Tabela D.12.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 350 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
2.735E-04	13.96	19.44	8165	36.29	122475	1149
2.690E-04	14.65	20.70				1130
2.184E-04	14.66	20.01				918
1.466E-04	10.69	15.24				616
8.674E-05	7.82	11.42				364
0.000E+00	0.00	0.00				0

Tabela D.13.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 400 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
3.032E-04	14.92	18.75	9331	41.47	139965	1274
2.857E-04	15.15	19.36				1201
2.528E-04	16.70	19.69				1062
1.687E-04	14.27	16.36				709
9.360E-05	9.32	11.05				393
0.000E+00	0.00	0.00				0

Tabela D.14.: Rendimento eléctrico η_1 , hidráulico η_2 , e número de Reynolds Re_1 e Re_2 calculados para a $\omega = 450 \text{ rpm}$.

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Rendimento Eléctrico $\eta_1 = \frac{P_H}{P_{ed}} [\%]$	Rendimento Hidráulico $\eta_2 = \frac{P_H}{P_{Md}} [\%]$	Numero de Reynolds			
			Re_1	Re_2	Re_7	Re_8
3.480E-04	13.68	13.10	10498	46.66	157470	1462
3.093E-04	14.85	18.98				1300
2.237E-04	14.72	18.39				940
1.277E-04	10.30	13.07				537
8.795E-05	8.23	10.15				370
0.000E+00	0.00	0.00				0

E. Cálculo dos grupos adimensionais

E.1. Cálculo dos parâmetros adimensionais Ψ^* e Φ^*

Os parâmetros Ψ^* e Φ^* vêm definidos como:

$$\Psi^* = \frac{g\Delta h}{\omega^2 D^2},$$

$$\Phi^* = \frac{q_t}{\omega_{rps} D^3},$$

onde D é o diâmetro do rotor, no nosso caso $D = 0.12 m$.

Tabela E.1.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 150 rpm$

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h [\times 10^{-3} m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
1.543E-04	18	0.0497	0.0057
1.482E-04	19	0.0525	0.0055
1.091E-04	23	0.0635	0.0040
9.238E-05	26	0.0718	0.0034
9.238E-05	27	0.0745	0.0034
0	28	0.0773	0.0000
Parâmetro óptimo para $\omega = 150 rpm$		0.0745	0.0034

Tabela E.2.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 200 rpm$

Caudal total $q_t [m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h [\times 10^{-3} m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
1.840E-04	29	0.0450	0.0051
1.747E-04	31	0.0481	0.0048
1.543E-04	34	0.0528	0.0043
1.235E-04	40	0.0621	0.0034
9.238E-05	43	0.0668	0.0026
0	49	0.0761	0.0000
Parâmetro óptimo para $\omega = 200 rpm$		0.0528	0.0043

E. Cálculo dos grupos dimensionais

Tabela E.3.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$

Caudal total $q_t[m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h[\times 10^{-3}m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
2.015E-04	42	0.0417	0.0045
1.747E-04	48	0.0477	0.0039
1.364E-04	57	0.0567	0.0030
1.091E-04	67	0.0666	0.0024
9.238E-05	68	0.0676	0.0020
0	70	0.0696	0.0000
Parâmetro ótimo para $\omega = 250 \text{ rpm}$		0.0477	0.0039

Tabela E.4.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$

Caudal total $q_t[m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h[\times 10^{-3}m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
2.440E-04	60	0.0414	0.0045
2.060E-04	67.5	0.0466	0.0038
1.307E-04	91.5	0.0632	0.0024
1.091E-04	92.5	0.0638	0.0020
9.238E-05	94	0.0649	0.0017
0	99	0.0683	0.0000
Parâmetro ótimo para $\omega = 300 \text{ rpm}$		0.0414	0.0045

Tabela E.5.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$

Caudal total $q_t[m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h[\times 10^{-3}m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
2.735E-04	76.5	0.0388	0.0043
2.690E-04	80.5	0.0408	0.0042
2.184E-04	92.5	0.0469	0.0034
1.466E-04	100.5	0.0510	0.0023
8.674E-05	122.5	0.0621	0.0014
0	130	0.0659	0.0000
Parâmetro ótimo para $\omega = 350 \text{ rpm}$		0.0408	0.0042

E. Cálculo dos grupos adimensionais

Tabela E.8.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* médios ótimos.

Velocidade de rotação $\omega[rpm]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
150	0.0745	0.0034
200	0.0528	0.0043
250	0.0477	0.0039
300	0.0414	0.0045
350	0.0408	0.0042
400	0.0458	0.0035
450	0.0399	0.0038
Parâmetro médio ótimo	0.04899	0.00394

Tabela E.6.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 400 rpm$

Caudal total $q_t[m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h[\times 10^{-3}m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
3.032E-04	98	0.0381	0.0042
2.857E-04	105	0.0408	0.0039
2.528E-04	118	0.0458	0.0035
1.687E-04	141.5	0.0549	0.0023
9.360E-05	157.5	0.0612	0.0013
0	171.5	0.0666	0.0000
Parâmetro ótimo para $\omega = 400 rpm$		0.0458	0.0035

Tabela E.7.: Parâmetros Ψ^* e Φ^* calculados para $\omega = 450 rpm$

Caudal total $q_t[m^3/s]$	Altura manométrica $\Delta h[\times 10^{-3}m]$	Altura manométrica adimensionalizada Ψ^*	Caudal Adimensionalizado Φ^*
3.480E-04	111.5	0.0342	0.0043
3.093E-04	130	0.0399	0.0038
2.237E-04	160	0.0491	0.0027
1.277E-04	188	0.0577	0.0016
8.795E-05	208.5	0.0640	0.0011
0	210	0.0644	0.0000
Parâmetro ótimo para $\omega = 450 rpm$		0.0399	0.0038

E.2. Cálculo dos parâmetros adimensionais Q^* e Δp^*

Os parâmetros Q^* e Δp^* vêm definidos como:

E. Cálculo dos grupos dimensionais

$$Q^* = \frac{q}{2\pi R_{int}^2 \omega h},$$

$$\Delta p^* = \frac{\Delta p}{\rho \omega^2 R_{ext}^2}. \quad (E.1)$$

recordando que no nosso caso, $q = \frac{q_i}{5} [m^3/s]$.

Tabela E.9.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 150 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
3.086E-05	176.58	1.3897	0.1988
2.964E-05	186.39	1.3347	0.2098
2.182E-05	225.63	0.9826	0.2540
1.848E-05	255.06	0.8320	0.2871
1.848E-05	264.87	0.8320	0.2982
0	274.68	0.0000	0.3092
Parâmetro óptimo para $\omega = 150 \text{ rpm}$		0.8320	0.2982

Tabela E.10.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 200 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
3.681E-05	284.49	1.2431	0.1802
3.494E-05	304.11	1.1801	0.1926
3.086E-05	333.54	1.0423	0.2112
2.470E-05	392.40	0.8342	0.2485
1.848E-05	421.83	0.6240	0.2671
0	480.69	0.0000	0.3044
Parâmetro óptimo para $\omega = 200 \text{ rpm}$		1.0423	0.2112

E. Cálculo dos grupos dimensionais

Tabela E.11.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 250 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
4.030E-05	412.02	1.0889	0.1670
3.494E-05	470.88	0.9440	0.1908
2.728E-05	559.17	0.7371	0.2266
2.182E-05	657.27	0.5896	0.2664
1.848E-05	667.08	0.4992	0.2704
0.000E+00	686.70	0.0000	0.2783
Parâmetro ótimo para $\omega = 250 \text{ rpm}$		0.9440	0.1908

Tabela E.12.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 300 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
4.880E-05	588.60	1.0988	0.1657
4.120E-05	662.18	0.9277	0.1864
2.614E-05	897.62	0.5886	0.2526
2.182E-05	907.43	0.4913	0.2554
1.848E-05	922.14	0.4160	0.2595
0.000E+00	971.19	0.0000	0.2733
Parâmetro ótimo para $\omega = 300 \text{ rpm}$		1.0988	0.1657

Tabela E.13.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 350 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
5.470E-05	750.47	1.0557	0.1552
5.380E-05	789.71	1.0383	0.1633
4.368E-05	907.43	0.8430	0.1876
2.932E-05	985.91	0.5659	0.2039
1.735E-05	1201.73	0.3348	0.2485
0.000E+00	1275.30	0.0000	0.2637
Parâmetro ótimo para $\omega = 350 \text{ rpm}$		1.0383	0.1633

E. Cálculo dos grupos dimensionais

Tabela E.14.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 400 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
6.064E-05	961.38	1.0240	0.1522
5.714E-05	1030.05	0.9649	0.1631
5.056E-05	1157.58	0.8538	0.1833
3.374E-05	1388.12	0.5698	0.2198
1.872E-05	1545.08	0.3161	0.2446
0.000E+00	1682.42	0.0000	0.2664
Parâmetro ótimo para $\omega = 400 \text{ rpm}$		0.8538	0.1833

Tabela E.15.: Parâmetros Q^* e Δp^* calculados para $\omega = 450 \text{ rpm}$

Caudal por disco $q[m^3/s]$	Diferença de pressão manométrica $\Delta p[Pa]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
6.960E-05	1093.82	1.0447	0.1368
6.186E-05	1275.30	0.9286	0.1595
4.474E-05	1569.60	0.6716	0.1963
2.554E-05	1844.28	0.3834	0.2307
1.759E-05	2045.39	0.2640	0.2559
0.000E+00	2060.10	0.0000	0.2577
Parâmetro ótimo para $\omega = 450 \text{ rpm}$		0.9286	0.1595

Tabela E.16.: Parâmetros Q^* e Δp^* médios ótimos.

Velocidade de rotação $\omega[rpm]$	Caudal adimensionalizado Q^*	Diferença de pressão adimensionalizada Δp^*
150	0.8320	0.2982
200	1.0423	0.2112
250	0.9440	0.1908
300	1.0988	0.1657
350	1.0383	0.1633
400	0.8538	0.1833
450	0.9286	0.1595
Parâmetro médio ótimo	0.9625	0.1960

F. Anexo - Valores para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm

F. Anexo - Valores para velocidades de rotação entre 40 e 100 rpm

Tabela F.1.: Valores para velocidades de rotação entre $\omega = 40$ e 100 rpm

Velocidade de rotação	Pressão		Binário $M_{ed}[N.m]$	Potência [W]	
	$\Delta h [\times 10^{-3}m]$	$\Delta p [Pa]$		Total	No fluido
40	2	19.62	1.020E-04	0.248	0.03425
40	2	19.62			
50	3	29.43	1.276E-04	0.288	0.028
50	4	39.24			
60	4	39.24	1.276E-04	0.3315	0.02125
60	6	58.86			
70	5	49.05	2.806E-04	0.3915	0.0515
70	8	78.48			
75	5	49.05	2.806E-04	0.4095	0.0525
75	9	88.29			
80	6	58.86	2.806E-04	0.4275	0.05775
80	10	98.10			
85	7	68.67	3.061E-04	0.4455	0.027
85	10	98.10			
90	8	78.48	3.316E-04	0.468	0.018
90	11	107.91			
95	9	88.29	4.592E-04	0.5035	0.049
95	12	117.72			
100	10	98.10	4.847E-04	0.53	0.0575
100	12	117.72			