



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
Engenharia

# Motor Foguete de Combustível Sólido

Francisco Javier Fuertes Carande

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**  
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Francisco Miguel Ribeiro Proença Brójo

Covilhã, Junho de 2011

# Dedicatória

*Dedico este trabalho a todos aqueles amigos e colegas que me apoiaram durante o meu curso em Portugal, aos meus amigos em Espanha, e à minha querida família Miguel Ángel Fuertes Miguélez, María Covadonga Carande López y Miguel Angel Fuertes Carande.*

*Javi*

# Agradecimentos

O meu especial agradecimento ao Prof. Dr. Francisco Miguel Ribeiro Proença Brójo pela seu constante orientação e interesse durante o desenvolvimento deste projecto.

Aos meus professores do curso de Mestrado em Engenharia Aeronáutica da Universidade Da Beira Interior pela sua docência e ajuda neste curso.

Ao meu pai, Miguel Ángel Fuertes Miguélez, à minha mãe, María Covadonga Carande López e ao meu irmão Miguel Ángel Fuertes Carande, que me proporcionaram a oportunidade de fazer este curso na Covilhã.

Aos meus amigos íntimos de Espanha Patricia Alonso Cadenas e Pablo Fernández Sevilla, que com o seu apoio e confiança em mim, ajudaram-me com a decisão de fazer o segundo ciclo de estudos na Covilhã e a fazer este curso.

E finalmente, a todos os meus amigos de Covilhã e colegas do curso, que nestes dois anos foram os meus companheiros de ócio e largas horas de estudo.

# RESUMO

O objectivo deste projecto é a explicação detalhada do processo de dimensionamento de um motor foguete de combustível sólido.

É feito um estudo dos parâmetros iniciais de cálculo, optimização, dimensionamento do grão, selecção da tubeira e a concepção do sistema de ignição. Além disso, é feito um estudo das actuações do foguete devido às hipóteses iniciais de simplificação do estudo, assim como o desenho CAD dos componentes principais do foguete e as suas dimensões finais mais importantes.

# **Abstract**

The objective of this Project is a detailed explanation of the design process of a rocket engine propelled by solid propellant.

It includes a study of the initial parameters of calculation, optimization, design of grain, nozzle selection and design of the ignition system.

Furthermore, this Project includes simulation of the performance of the rocket engine due to the initial assumptions to simplify the study, as well as the CAD design of the rocket main parts and its final most important measures.

# INDICE

<b>CAPITULO 1: Introdução</b>	<b>1</b>
1. Motivação e objectivos.	1
2. Motores foguete	3
3. Foguetes de sondagem.	6
3.1. Estrutura do foguete de sondagem.	8
3.2. Requerimentos do foguete de sondagem.	10
3.3. Tipos de missões.	11
3.4. Esquema da missão.	11
3.5. Foguete de combustível sólido.	13
<b>CAPITULO 2: Determinação de Parâmetros de Cálculo</b>	<b>14</b>
1. Introdução.	15
1.1. Objectivo.	15
1.2. Características da missão.	16
2. Hipóteses.	16
3. Notação.	17
4. Equações do movimento.	18
4.1. Actuação do Booster.	18
4.2. Fase propulsada.	18
4.3. Fase de vôo livre.	19
5. Optimização e estudo paramétrico.	22
5.1. Peso total do foguete VS factor de aceleração.	24
5.2. Tracção do Sustainer VS factor de aceleração.	25
5.3. Tempo de combustão VS factor de aceleração.	26
5.4. Conclusões.	27

6. Seleção de propelantes.	28
<b>CAPITULO 3: Optimização a Geometria do Foguete</b>	<b>35</b>
1. Introdução.	36
1.1. Objectivo.	36
2. Hipóteses.	36
3. Notação.	37
4. Pré-dimensionamento.	38
4.1. Peso do motor Sustainer.	38
4.1.1. Peso do propelante.	38
4.1.2. Peso da estrutura.	41
4.1.2.1. Factor de concentração e combustão erosiva.	43
4.1.2.2. Relação entre $P_c$ e $P_1$ .	46
4.1.2.3. Relação entre $P_1$ e $P_2$ .	46
4.1.2.4. Relação entre $P_1$ e $P_c$ .	47
4.1.2.5. Conclusões.	48
4.1.3. Peso da estrutura.	49
4.2. Esbeltez.	49
4.3. Rendimento estrutural.	50
5. Possíveis configurações.	51
5.1. Propelantes.	51
5.2. Materiais estruturais.	51
6. Estimativa do $R_c$ .	52
7. Gráficos e conclusões.	54
7.1. Gráficos.	54
7.2. Critérios.	72
7.3. Conclusões.	73
<b>CAPITULO 4: Desenho e Configuração do Grão</b>	<b>74</b>
1. Introdução.	75
2. Secção transversal.	75
2.1. Notação.	76

2.2. Equações da estrela.	78
3. Secção longitudinal.	83
3.1. Notação.	84
3.2. Hipóteses.	85
3.3. Cálculo de $Y_N(T)$ .	85
3.4. Cálculo de $Y_F(T)$ .	87
3.5. Cálculo de $L_C(T)$ .	89
4. Cálculo da cauda da tracção.	91
4.1. Notação.	91
4.2. Hipóteses.	92
4.3. Desenvolvimento.	92
5. Resultados.	94
5.1. Notas e conclusões.	98
<b>CAPITULO 5: Cálculo Estrutural do Grão</b>	<b>100</b>
1. Introdução.	101
2. Estimação dos esforços.	102
2.1. Esforços devidos à pressão.	103
2.1.1. Notação.	103
2.1.2. Hipóteses.	104
2.1.3. Enfoque matemático.	104
2.2. Esforços devidos à temperatura.	107
2.2.1. Notação.	107
2.2.2. Enfoque matemático.	107
2.3. Correções devidas à geometria.	109
3. Resultados e conclusões.	111
3.1. Conclusões.	113
<b>CAPITULO 6: Selecção do Contorno da Tubeira</b>	<b>114</b>
1. Introdução.	115
2. Tipos de tubeiras.	115
2.1. Concepção do convergente.	116

2.1.1. Notação.	116
2.1.2. Cálculo dos valores principais.	117
2.2. Concepção do divergente.	119
2.2.1. Tubeira cónica.	119
2.2.2. Tubeira ideal.	121
2.2.3. Tubeira truncada.	121
2.2.4. Tubeira de Rao.	123
3. Selecção da tubeira.	124
4. Presença de descolamento.	125
<b>CAPITULO 7: Sistema de Ignição</b>	<b>126</b>
1. Introdução.	127
2. Fundamentos do sistema de ignição.	127
3. Tipos de sistemas de ignição.	129
3.1. Sistemas pirotécnicos.	129
3.2. Sistemas pirogénicos.	130
4. Sistema de ignição seleccionado.	130
5. Cálculo da massa de pólvora necessária.	130
5.1. Notação.	130
5.2. Enfoque matemático.	131
<b>CAPITULO 8: Cálculo das Actuações</b>	<b>134</b>
1. Introdução.	135
2. Equações do movimento.	135
2.1. Tracção e pressão.	136
2.2. Massa do sistema.	137
2.3. Gravidade.	138
2.4. Resistência aerodinâmica.	139
2.5. Modelo Atmosférico.	142
3. Resolução.	143
3.1. Altitude VS tempo.	143
3.2. Tracção VS tempo.	145

3.3. Coeficiente de resistência VS tempo.	146
3.4. Resistência VS tempo.	147
3.5. Aceleração VS tempo.	148
3.6. Numero de Mach VS tempo.	149
3.7. Velocidade VS tempo.	150
3.8. Apogeu VS tempo.	151
<b>CAPITULO 9: Planos e Desenho</b>	<b>153</b>
1. Introdução.	154
2. Desenho e fabricação.	154
3. Planos.	156
<b>CAPITULO 10: Conclusões e Trabalho Futuro</b>	<b>159</b>
1. Síntese do projecto e considerações finais	160
2. Perspectivas de trabalho futuro.	162
<b>ANEXO I</b>	<b>163</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>176</b>

# Lista de Tabelas

Tabela 1.1.- Tipos de Motores Foguete	6
Tabela 2.1.- Propelantes e Características Principais	33
Tabela 3.1.- Pressão de saída para os propelantes considerados	41
Tabela 3.2.- Propriedades de vários materiais a 700 K	42
Tabela 4.1.- Resultados de Cálculo para ANP-2639 AF	96
Tabela 4.2.- Resultados de Cálculo para TRX H609	97
Tabela 5.1.- Esforços Devidos à Pressão	111
Tabela 5.2.- Esforços devidos à Temperatura	112
Tabela 5.3.- Correções Devidas à Geometria	112
Tabela 5.4.- Resultados globais	112
Tabela 8.1.- Dados do Projecto	152

# Lista de Figuras

Figura 1.1.- Esteira do Motor Foguete de Sondagem	12
Figura 1.2.- Esquema de Operação do Foguete de Sondagem	12
Figura 2.1.- Apogeu na Atmosfera vs Apogeu no Vácuo	17
Figura 2.2.- Taxa de queima vs Impulso Especifico	30
Figura 2.3.- Densidade vs Impulso Específico	31
Figura 3.1.- Câmara de Combustão	37
Figura 3.2.- Equilíbrio de Tensões	42
Figura 3.3.- Combustão Erosiva	44
Figura 3.4.- Câmara de Combustão	45
Figura 3.5 - Relações de Pressões	46
Figura 3.6.- Materiais Estruturais	48
Figura 3.7 à Figura 3.60.- Estudo de Materiais em função dos valores de Peso do Sustainer, Esbeltez e Rendimento estrutural, em relação à Pressão na Câmara.	52 - 72
Figura 4.1.- Configuração em Estrela	75
Figura 4.2.- Câmara de Combustão	76
Figura 4.3.- Diagrama do Grão	76
Figura 4.4.- Tipos de Estrela	83
Figura 4.5.- Disposição do Propelante na Câmara	91
Figura 5.1.- Esforços na Câmara	101
Figura 5.2.- Esforços Cilíndricos	103
Figura 5.3- Evolução do Coeficiente de Poisson e $m$	106
Figura 5.4.- Esforços do Grão em Estrela	109
Figura 5.5.- Concentração de Esforços	110
Figura 5.6.- Factor de Concentração de Esforços	110
Figura 6.1.- Dimensionamento do Convergente	117
Figura 6.2.- Tubeira Tronco-Cônica	119
Figura 6.3.- Comprimentos para Vários Tipos de Tuberias	120
Figura 6.4.- Tubeira Ideal	121
Figura 6.5.- Tuberias Truncadas Perfeitas	122
Figura 6.6.- Tubeira de Rao	123

Figura 6.7.- Parâmetros da Tubeira de Rao	123
Figura 7.1.- Pressão na Câmara vs Tempo	128
Figura 7.2.- Definição dos Parâmetros	128
Figura 8.1.- Dimensões Geométricas do Foguete	142
Figura 8.2.- Altitude Atingida vs Tempo	144
Figura 8.3.- Tracção do Foguete vs Tempo	145
Figura 8.4.- Coeficiente de Resistência vs Tempo	146
Figura 8.5.- Resistência do Foguete vs Tempo	147
Figura 8.6.- Aceleração do Foguete vs Tempo	148
Figura 8.7.- Numero de Mach do Foguete vs Tempo	149
Figura 8.8.- Velocidade do Foguete vs Tempo	150
Figura 8.9.- Apogeu vs Carga Paga	151
Figura 9.1.- Ponta da Ogiva	156
Figura 9.2.- Ancoragem da Ogiva	156
Figura 9.3.- Ancoragem da Tubeira	157
Figura 9.4.- Ancoragem da Carga Paga	157
Figura 9.5.- Vista Geral do Foguete	158
Figura 9.6.- Perspectiva Geral do Foguete	158

# **CAPITULO**

# **I**

# **Introdução**

## **1.- MOTIVAÇÃO E OBJECTIVOS**

O presente projecto tem como objectivo principal a explicação detalhada do processo de dimensionamento de um motor foguete de combustível sólido a partir das hipóteses iniciais baseadas em motores foguete com características similares às requeridas para maior facilidade no avanço do projecto.

A eleição do tema responde a certas circunstâncias: a primeira é a facilidade relativa de acesso à informação; a segunda é o interesse próprio no tema; e finalmente como método de aprendizagem profundo, de forma a aprofundar conhecimentos que permitam *aposteriori* trabalhar profissionalmente nesta área.

A quantidade de missões que pode realizar um foguete é muito grande e vai desde pequenas aplicações como o controlo de atitude de satélites até motores que impulsionam as primeiras etapas de um veículo lançador.

A missão deste foguete vai ser a elevação de uma carga útil até uma altura determinada.

Nos capítulos subsequentes vai ser descrito de forma detalhada o processo de selecção e dimensionamento do ciclo do motor foguete assim como o projecto preliminar de alguns dos sistemas mais importantes do motor. Além disso, vão ser desenvolvidos os programas de cálculo de todo processo de forma computacional recorrendo a programas tais como MatLab, Mathematica, Excel..., que permitam realizar os estudos paramétricos oportunos para a optimização do foguete.

Com a realização deste projecto, o meu objectivo é a recompensa académica e, sobretudo intelectual, de acordo com o meu trabalho e a dificuldade do mesmo, como enriquecimento pessoal ou ajuda e experiência para a vida laboral.

## **2.- MOTORES FOGUETE**

Os motores foguete são motores de reacção autónomos, isto é, não precisam de ar do meio ambiente para o seu funcionamento. A propulsão é gerada pela ejeção de uma massa existente no veículo, chamada propelante, a qual deixa o veículo com uma determinada quantidade de movimento associada. De acordo com o principio de conservação da quantidade de movimento, com esta acção incrementa-se a quantidade de movimento do veículo em sentido contrário ou são contrariadas as forças aerodinâmicas e gravitacionais.

Os foguetes não guiados são veículos de construção simples. Não têm sistema de guiamento ou controlo e por isso apresentam problemas de dispersão se não forem equipados com os meios de correção adequados.

As aplicações de este tipo de motores são fundamentalmente de tipo militar, foguetes ar-terra e terra-terra para missões militares, e algumas aplicações civis. Nas aplicações civis são utilizados por exemplo na meteorologia ou na experimentação científica, tal como para a medida de componentes radioativos, ou no envio a terra dos resultados da telemedida em atmosferas contaminadas nuclearmente. Outra das aplicações prometedoras é a sua utilização como foguete anti-incêndios.

Com relação ao propelante ou fonte de energia disponível, é possível fazer uma primeira classificação:

- **Motores Foguete Químicos.** Nesta denominação estão agrupados os foguetes que utilizam a energia química do propelante e que a transformam em energia térmica por reacção química. São subdivididos em:
  - **Motores Foguete de Propelante Sólido.** Este será o tipo de foguete utilizado neste projecto; nestes motores, o propelante está

colocado dentro da câmara de combustão. É o tipo mais simples e mais facilmente manipulável e armazenável.

Pela sua simplicidade, a sua taxa de falhas é muito baixa, o que é a sua maior virtude.

Como desvantagens, estes foguetes não têm controle sobre a tracção após o início da combustão. Também é preciso usar blindagens térmicas. O tempo de combustão é curto quando comparado com outros tipos de foguetes; e as suas prestações podem ser afectadas pelas condições de armazenamento (envelhecimento do propelante).

A tracção nestes foguetes é conseguida pela combustão do propelante, que produz gases que são expulsos a muita alta velocidade, transmitindo a quantidade de movimento necessária.

- **Motores Foguete de Propelante Líquido.** A energia térmica é conseguida pela reacção química de um oxidante e um redutor, os quais são pressurizados e injectados na câmara de combustão. Posteriormente, os gases de combustão são acelerados para obter a tracção.

São muito mais complexos que os de propelante sólido, porque exigem, para o armazenamento e distribuição dos líquidos condições determinadas de pressão e temperatura de forma a garantir a fiabilidade do foguete.

O seu tempo de combustão é maior que os motores de tipo sólido e pode ser regulado para controlar a tracção, visto que é possível actuar sobre a alimentação do propelante.

- **Motores Foguete Híbridos.** Neste tipo de foguetes, é utilizado o oxidante no estado líquido e o redutor no estado sólido, ou o oposto.

Têm melhores características de propulsão que os motores foguete de propelante sólido, e é possível refrigerar e também controlar a tracção com facilidade.

- **Motores Foguete Nucleares.** O propelante é aquecido num reator nuclear e depois é ejectado numa tubeira.
- **Motores Foguete Eléctricos.** Neste grupo são incluídos todos os motores que utilizam a energia eléctrica para aquecer e/ou acelerar o propelante.
  - **Motores Foguete Termoeléctricos.** São aqueles onde a energia eléctrica é utilizada basicamente para aquecer o propelante que é acelerado depois numa tubeira.
    - **Resistojet.** O propelante é aquecido por uma resistência eléctrica.
    - **Arcjet.** O propelante é aquecido com uma descarga eléctrica entre eléctrodos, mas visto que a temperatura do arco é muito elevada, o propelante na proximidade do arco vai estar no estado de plasma.
  - **Motores Foguete Eletrostáticos.** O propelante é acelerado, depois de ser ionizado, com campos eléctricos. Também pode ser denominado foguete iónico
  - **Motores Foguete Eletromagnéticos.** O propelante, em estado de plasma, é acelerado mediante campos eléctricos e magnéticos.
- **Motores Foguete Fotónicos.** Neste tipo de foguete, é gerado um feixe de fótons (as partículas mais rápidas do Universo) que depois são expulsas numa direcção. Este desenvolvimento tem o problema de ser muito difícil converter a matéria em energia fotónica.

Com o estudo da energia solar aparecem outros tipos de foguetes espaciais como os foguetes solares térmicos, que concentram a radiação solar para aquecer o propelente que depois é expulso.

De forma geral, estes tipos de foguetes podem ser resumidos na Tabela 1.1.

**Tabela 1.1: Tipos De Motores Foguete**

Fonte: Original do autor

		Tracção (N)	Tracção/Peso	Impulso Especifico (s)	Estado	Tempo Característico	Aplicações	
Propulsão Fluidodinâmica	Químicos	Sólidos	$0 - 10^7$	$< 10^2$	$\leq 280$	Utilização	Segundos	JATO, Misseis e Missões Espaciais Em Geral
		Líquidos	$0 - 10^7$	$< 10^2$	$\leq 500$	Utilização	Minutos	JATO, Misseis e Missões Espaciais Em Geral
		Híbridos	$0 - 10^5$	$< 10^2$	$\leq 350$	Investigação e Desenvolvimento	Minutos	JATO, Misseis e Missões Espaciais Em Geral
	Nucleares	Fissão	$< 10^5$	$3 \times 10^1$	$\leq 1000$	Investigação e Desenvolvimento	Minutos	Missões De Superfície e Interplanetárias
		Fusão	-----	$10^{-1}$	3000	Investigação Básica	-----	Especulativas
	Eléctricos	Resistojet	$0 - .5$	$10^{-2}$	150 - 800	Utilização	Dias	Missões de Satélite
		Arcjet	$0 - 1.0$	$10^{-4} - 10^{-2}$	280 - 1500	Utilização	Meses	Missões de Satélite
		Eletrostáticos	$0 - 1.0$	$10^{-6} - 10^{-4}$	1500 - 25000	Utilização e Desenvolvimento	Meses	Missões De Satélites e Interplanetárias
		Eletromagnéticos	$0 - 2$	$10^{-6} - 10^{-4}$	1500 - 15000	Utilização e Desenvolvimento	Meses	Missões De Satélites e Interplanetárias
		Fotónicos	-----	-----	$3.16 \times 10^7$	Especulativo	Anos	Especulativas ¿Estelares?

### **3.- FOGUETES DE SONDAGEM**

Geralmente, estes foguetes são veículos não guiados para transportar equipamentos e/ou fazer experiências científicas a uma altitude elevada, para estudar uma característica da zona atravessada ou qualquer parâmetro ou fenómeno de observação fora da atmosfera. A duração da experiência fica limitada ao período de tempo em que a carga útil percorre a zona de interesse (da ordem de minutos).

Embora os foguetes de sondagem possam atingir mais de 1000 km de altitude, costuma ser considerado como o instrumento perfeito para a exploração das regiões do ambiente terrestre intermédias entre as exploradas por os balões e as exploradas pelos satélites(entre 40 e 2000 km).

A utilização deste tipo de motores tem sido reduzida nos últimos anos devido ao facto de que muitas experiências foram redireccionadas para o funcionamento em satélites de forma a aumentar o tempo de experimentação. No entanto, há casos em que a utilização do satélite ainda não é possível.

Como a carga não tem que entrar em órbita, não é preciso utilizar Boosters caros e equipamentos avançados de telemetria. Por isso, os custos deste tipo de missões são inferiores ao de um lançamento espacial.

As principais vantagens que apresentam são:

- **Simplicidade.** São muito menos complicados que os satélites porque apresentam um menor número de componentes. Além disso, os problemas possíveis no lançamento são menores.
- **Compatibilidade de experiências.** As cargas pagas normalmente são constituídas por experiências bastante diferenciadas, sem possibilidade de compatibilidade entre elas.
- **Custo.** Pequenos foguetes de sondagem podem ser adquiridos por relativamente pouco dinheiro, enquanto os satélites podem ter um custo da ordem de milhões de euros.
- **Possibilidade de recuperação.** As cargas pagas como películas ou pequenos animais podem ser recuperadas para outro estudo ou lançamento.

- **Flexibilidade geográfica.** Podem ser lançados a partir de quase qualquer lugar. Isto faz destes foguetes, ideais para estudos de eclipses, manchas solares, auroras...
- **Flexibilidade temporal.** Os foguetes de sondagem e as suas experiências podem ser preparados em poucos meses, permitindo aos cientistas actuar nos momentos mais convenientes ou aguardar, se necessário.

Entre as suas desvantagens, contam-se:

- **Falta de controle de tracção.** É o maior problema destes sistemas. Uma vez iniciada a combustão, não é possível modificar o vector tracção, e por isso, são utilizados em missões sem requisitos de alta precisão.
- **Blindagens térmicas.** São necessárias na garganta para suportar as elevadas temperaturas que podem existir.
- **Armazenamento.** Em estado prolongado podem ser alteradas algumas prestações do foguete, devido a envelhecimento do propelante.

### 3.1.- ESTRUTURA DO FOGUETE DE SONDAGEM

Como estes foguetes são de construção relativamente simples, a parte inferior (foguete) é responsável pela propulsão da parte superior (carga paga).

Este projecto vai ser centrado no dimensionamento da primeira parte, isto é, do foguete.

Os elementos típicos da carga paga dum foguete de sondagem são: A carga paga (Experiências e ogiva por uma parte; e radar, telemetria e controle de atitude por outra parte).

Para o estudo das actuações destes foguetes, é preciso definir a trajectória nominal. Depois vão ser introduzidas as perturbações como termos correctores. Para isto, são usados os seguintes parâmetros:

- Massa de lançamento e propelante, centros de gravidade, momentos de inércia, e dimensões em geral. Algumas vezes não é necessário o conhecimento correcto de todas as magnitudes se o estudo dinâmico não for muito rigoroso.
- Parâmetros aerodinâmicos, obtidos em banco ou calculados. O preferível é o calculado, mas por simplicidade recorre-se a estudos de semelhança.
- Tracção.
- Atmosfera Standard ISA em repouso.
- Ângulo de lançamento e comprimento do lançador.
- Para curto alcance (< 50 km) é possível utilizar a hipótese de terra plana sem rotação. O mais comum é utilizar um modelo de terra plana e sem giro, e para cada caso específico de latitude e azimute de lançamento, deduzir a correção e adicioná-la às actuações nominais.
- Gravidade. O modelo de variação com o quadrado da distância ao centro da terra é uma boa aproximação. Não é necessário consideramos termos perturbadores do potencial, excepto em foguetes com alcance superior a 500 km.

Existem perturbações que não são tidas em conta na trajectória nominal, mas afectam o vôo real do foguete. Por ordem de importância são:

- Erros na direcção e ponto de aplicação da tracção.
- Ventos e Atmosfera diferente da ISA standard.
- Erro no posicionamento angular do lançador.
- Momentos de picada induzidos pelo lançador.
- Variações sobre a meia curva da tracção.
- Variações nos parâmetros aerodinâmicos.
- Erros de posicionamento do centro de gravidade.
- Variações nas massas e posicionamento.

O mais comum é quantificar o efeito da variação unidade em meia e desvio típico em respeito à trajectória nominal para cada efeito, mantendo a informação para aplicação ao caso concreto e dia de lançamento.

### **3.2.- REQUISITOS DE UM FOGUETE DE SONDAGEM**

- O foguete deve ter uma grande capacidade de experimentação, parâmetro que estará reflectido no gráfico do apogeu - carga útil, que vai ser obtido neste projecto. É muito interessante que a margem de cargas úteis seja ampla para poder efectuar diferentes missões ou experiências.
- Uma aceleração máxima dentro de limites razoáveis, porque o projecto da instrumentação e da carga útil deve acomodar-se às exigências do foguete. Uma alta aceleração permite uma maior velocidade de saída do lançador, o que diminui a dispersão do foguete.
- Segurança de funcionamento. A segurança afecta directamente a perigosidade da missão e a fiabilidade do foguete. É muito importante a primeira ignição do foguete, a separação de etapas e a estabilidade de vôo.
- Dispersão adequada. A dispersão do foguete no apogeu e no ponto de impacto deve ser razoável.
- Simplicidade operacional. É importante tender a fazer projectos com um transporte e manejo simplificados, que possam ser feitos por uma equipa restringida de pessoal, de modo a que a infraestrutura a utilizar seja simples e versátil, com boa capacidade de reacção e poucos controlos.
- Baixo custo. O custo e fiabilidade são dois conceitos unidos, porque por vezes é melhor ter um foguete mais caro, mas também mais fiável.

Estes requisitos dependem de muitos factores, os mais importantes são o objectivo do projecto (carga paga e apogeu), restrições por fragilidade de alguma carga e o conceito do projecto.

### 3.3.- TIPOS DE MISSÕES DE UM FOGUETE DE SONDAGEM

- **Missões de meteorologia de alta atmosfera.** Medem os parâmetros atmosféricos entre as alturas de 40 e 100 km. O foguete ejecta a carga útil quando chega ao apogeu ou nas suas proximidades. A carga desce em pára-quedas.
- **Missões de estudo da ionosfera.** Estudam-se as altitudes até 400-500 km, embora o típico sejam alturas entre 100 e 350 km. São tomadas medidas da densidade de iões presentes. Uma das técnicas utilizadas é lançar a carga com uma sonda Langmuir que envia os dados por telemetria. Outra técnica consiste em explodir um depósito de bário. Com várias câmaras estuda-se a evolução da nuvem do material transportado. A velocidade de difusão da nuvem é uma função conhecida da composição iónica da experiência.
- **Missões de estudos espaciais e científicos.** Observação acima de 100 km de alguma região do espaço com telescópio ou sonda. A carga costuma separar-se do foguete para ter controle e estabilidade. Podem fazer-se também estudos de micro-gravidade, medidas do campo magnético...

### 3.4.- ESQUEMA DE UMA MISSÃO

O lançamento dum foguete de sondagem desde terra produz normalmente uma esteira como está apresentada na figura 1.1:



Figura 1.1: Esteira do foguete de sondagem

Fonte: [www.meteored.com](http://www.meteored.com)

A maioria das missões de um foguete de sondagem seguem um esquema de operação como a da figura 2.2.

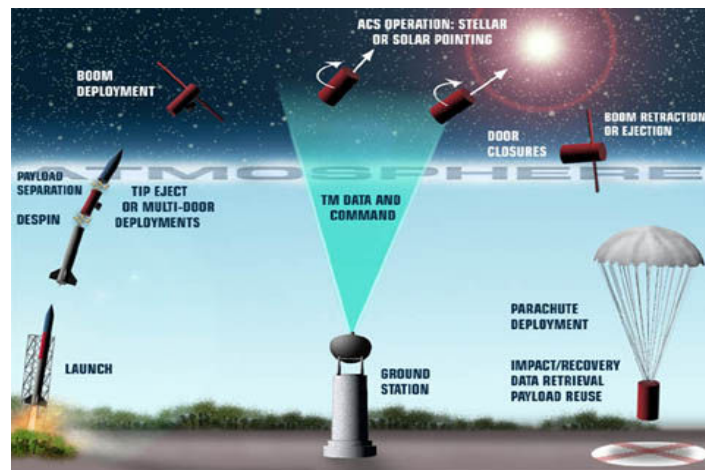


Figura 1.2: Esquema de operação de um foguete de sondagem

Fonte: [http://www.daviddarling.info/encyclopedia/S/sounding\\_rocket.html](http://www.daviddarling.info/encyclopedia/S/sounding_rocket.html)

Nesta figura estão apresentadas varias fases:

- A primeira etapa (“Booster”) é encarregada da decolagem do foguete e da obtenção da velocidade inicial até que o combustível termina; e a segunda etapa separa-se após alguns segundos da decolagem.
- A segunda etapa (“Sustainer”) é encarregada de continuar a acelerar o foguete até conseguir a velocidade suficiente para chegar à altura desejada.

- Depois de conseguir isto, a carga paga é separada e activam-se as equipas de orientação, estabilização e medida da mesma que actuam no vôo parabólico quando estão a levar a cabo a experimentação.
- Posteriormente, a carga paga realiza a reentrada com um pára-quedas, o que permite a descida de forma controlada para posterior recolha.

### **3.5.- MOTOR FOGUETE DE COMBUSTÍVEL SÓLIDO**

O presente projecto vai ser centrado no foguete de combustível sólido onde o propelante está confinado na câmara de combustão. A maior vantagem destes foguetes é a sua simplicidade, além do perigo inferior no manuseamento e armazenagem destes combustíveis.

A diferença para os foguetes de combustível líquido, reside no facto de os foguetes a combustível sólido apresentarem uma taxa de falha inferior, devido sobretudo à sua simplicidade de projecto. No entanto, o maior problema é a ausência de controle na tracção depois de iniciada a combustão. Isto pode ser resolvido com o controle da pressão na câmara, o que exige a instalação de mecanismos complexos que contradizem o principio de simplicidade do foguete de combustível sólido. Outros factores negativos são o tempo de combustão pequeno e a necessidade de blindagens térmicas...

A base de funcionamento destes motores é a combustão progressiva do propelante. Os gases resultantes dessa combustão são expulsos por uma tubeira a alta velocidade e transmitem ao foguete uma quantidade de movimento igual, mas de sentido contrário, seguindo o principio de ação-reação. Quando se está a reduzir a combustão, o propelante está a diminuir de modo que a câmara de combustão se altera. Isto implica uma variação da pressão na câmara e, portanto, uma variação da tracção conseguida, já que a melhor lei é a que proporciona tracção constante.

# **CAPITULO**

## **II**

# **Determinação de Parâmetros de Cálculo**

## **1.- INTRODUÇÃO**

### **1.1.- OBJECTIVO**

Neste capítulo vão ser determinados os parâmetros de projecto que optimizam a configuração do foguete. Toma-se como hipótese que a solução óptima é aquela que corresponde à do peso mínimo total de lançamento.

Ao finalizar este capítulo vão ser obtidos a tracção e o tempo de combustão do Sustainer (ou segunda etapa do foguete) para o combustível em estudo. Estes valores serão fixos até o fim do estudo e servirão para cálculos posteriores do motor.

Antes de obter estes resultados, serão representados vários gráficos com a Tracção, Tempo de combustão e Peso total do foguete com diferentes factores de aceleração, impulsos específicos (eleição do propelante) e rendimentos estruturais.

Realmente, o processo que deveria ser seguido no projecto é o de realimentação. Isto é, com os resultados obtidos, fazer uma correcção aos dados iniciais, de forma a que os resultados finais se aproximem do desejado. Salvo casos com discrepâncias excessivas, os resultados obtidos neste capítulo não serão recalculados. Este passo é justificado na medida em que este projecto é um estudo aproximado de um caso real, e os procedimentos e ferramentas de calculo só são aproximados.

O objectivo do motor foguete é levar uma carga útil até uma altura fixa sobre a superfície terrestre. Este fim deve ser alcançado com margens razoáveis de segurança, custo e simplicidade operacional, além disso, deve ter capacidade de experimentação, uma aceleração máxima dentro de limites razoáveis e dispersão adequada. Vão ter de ser optimizados alguns parâmetros para que o dimensionamento se mantenha dentro desses limites.

## 1.2.- CARACTERÍSTICAS DA MISSÃO

O motor foguete dimensionado neste projecto é para uma missão com as seguintes especificações:

- Etapas: 2 (Booster + Sustainer).
- Carga Útil: 50 kg.
- Altura: 200 km.

## 2.- HIPÓTESES

- Trajectória vertical: as trajectórias normais dos foguetes de sondagem afastam-se da vertical (85°-88° de ângulo de elevação).
- Tracção e consumo de propelante constante: Esta aproximação é válida dentro da gama de foguetes do estudo.
- A função do Booster consiste em proporcionar uma velocidade inicial  $v_0$ : a altura conseguida nesta etapa é desprezável comparada com a conseguida na segunda etapa. Isto pode ser comprovado com o cálculo da altura de adaptação.
- Nas equações apresentadas vai ser considerado o movimento do foguete em vazio sem ter em conta o efeito da atmosfera. Este efeito provoca variações em:
  - Tracção com o tempo
  - Impulso específico com a altitude
  - Aceleração da gravidade
  - Características atmosféricas com a altitude
  - Resistência
  - ...

Para contabilizar a atmosfera com o movimento do foguete agora não se tem os parâmetros suficientes definidos, mas é possível utilizar a figura 2.1 que proporciona uma relação entre o apogeu na atmosfera e o apogeu em vazio.

Nas equações apresentadas vai ser introduzida a altura geopotencial correspondente à altura real de 300 km, obtendo-se um valor de 360 km no caso de movimento em vazio.

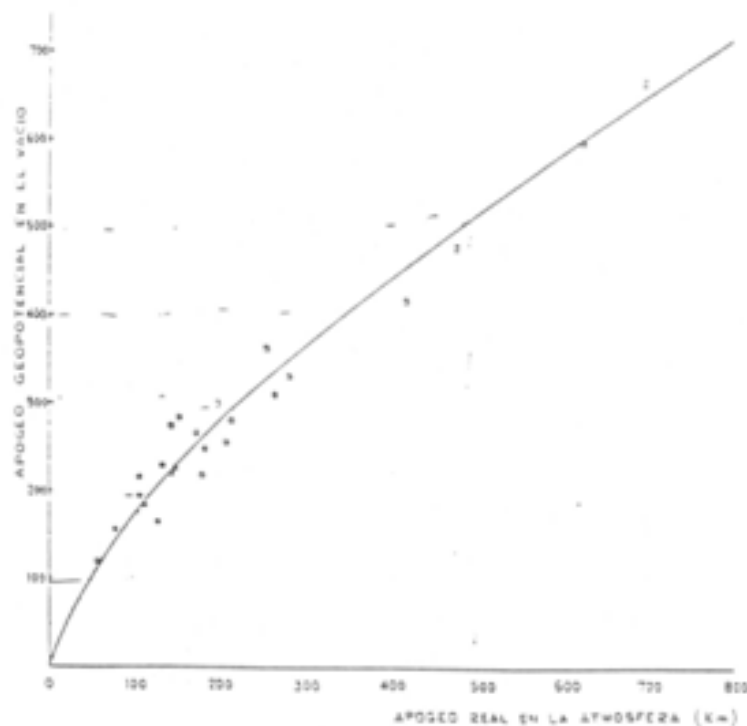


Figura 2.1 Apogeu na atmosfera VS apogeu no vazio

Fonte: Elices, 1970

### 3.- NOTAÇÃO

- H = Altura geopotencial
- T = Tracção.
- n = Factor de aceleração ou relação entre a aceleração do foguete (a) e a gravidade (g).
- I = Impulso específico do propelente.

- $W_0$  = Peso do foguete ao início da segunda etapa.
- $W_p$  = Peso do propelante.
- $K = \frac{T}{W_0 \cdot g}$  = Relação da tracção.
- $\mu = \frac{W_p}{W_0}$  = Relação de massas.
- $\dot{m} = \frac{T}{I \cdot g}$  = Caudal mássico do propelante.
- $t_b = \frac{W_p}{m} = \frac{I \cdot \mu}{K}$  = Tempo de combustão.
- $\eta_s = \frac{W_{propelante}}{W_{motor}}$  = Rendimento estrutural.

#### **4.- EQUAÇÕES DO MOVIMENTO**

##### **4.1.- ACTUAÇÃO DO BOOSTER**

A função do Booster, como foi indicado anteriormente, é acelerar o foguete até uma velocidade inicial  $v_0$ . O Sustainer, continuará com a ascensão. Esta velocidade vai ser calculada a partir do sistema de equações obtido das três fases descritas.

##### **4.2.- FASE PROPULSADA**

Inicia-se no momento em que o Booster termina a sua função e se produz a separação do mesmo, começando a actuar o Sustainer.

As equações do movimento nesta fase são:

Aceleração:

$$a = \frac{T-W}{W} \cdot g - g = \frac{T}{W_0 - \dot{m} \cdot t} \cdot g - g \quad (2.1)$$

Introduzindo as variáveis definidas ao principio, tem-se:

$$a = \frac{I \cdot g}{\frac{I}{K} - t} - g \quad (2.2)$$

De onde por integração se obtém a velocidade e a altura.

$$v = v_o + \int_0^t a \cdot dt = I \cdot g \ln \frac{\frac{I}{K}}{\frac{I}{K} - t} - g \cdot t + v_o \quad (2.3)$$

$$h = \int_0^t v \cdot dt = I \cdot g \cdot t \cdot \left[ \ln \frac{\frac{I}{K}}{\frac{I}{K} - t} + 1 \right] - \frac{I^2}{K} \cdot g \cdot \ln \frac{\frac{I}{K}}{\frac{I}{K} - t} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 + v_o \cdot t \quad (2.4)$$

Quando finaliza a combustão da segunda fase, obtém-se a aceleração e a velocidade máximas. Esta velocidade obtém-se substituindo  $t_b$  por  $t$  nas expressões (2.2) e (2.3).

$$v_{max} = v_o + I \cdot g \cdot \left[ \ln \frac{1}{1-\mu} + \frac{\mu}{K} \right] \quad (2.5)$$

$$a_{max} = \left[ \frac{I}{\frac{I}{K} - t_b} - 1 \right] \cdot g = \left[ \frac{K}{1-\mu} - 1 \right] \cdot g \quad (2.6)$$

Se por sua vez fizermos o mesmo em (2.4), obtemos a altitude que se atinge nesta fase.

$$h(t = t_b) = I^2 \cdot g \cdot \frac{\mu}{K} \cdot \left[ \ln \frac{1}{1-\mu} + 1 \right] - \frac{I^2}{K} \cdot g \cdot \ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{\mu^2 \cdot I^2}{K^2} + v_o \cdot \mu \cdot \frac{I}{K} \quad (2.7)$$

### 4.3.- FASE DE VÔO LIVRE

Chegados a esta fase, deixa de actuar sobre o foguete a tracção, porque já foi consumido todo o propelante. Assim, a única força que actua no mesmo, é a gravidade, onde as equações do movimento são:

$$v = v_{max} - g \cdot (t - t_b) \quad (2.8)$$

$$h = h_{(t=t_b)} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot (t - t_b)^2 + v_{max} \cdot (t - t_b) \quad (2.9)$$

A condição a impor para calcular a altura máxima que alcança o foguete, é a que a velocidade se anula, a partir da qual obtemos a expressão seguinte para eliminar o valor da velocidade máxima.

$$t - t_b = \frac{v_{max}}{g} = I \cdot \left[ \ln \frac{1}{1-\mu} - \frac{\mu}{K} \right] + \frac{v_o}{g} \quad (2.10)$$

Esta expressão é introduzida na equação (2.9), obtendo-se a altura em função do impulso específico, da velocidade inicial no início da segunda fase K e  $\mu$ .

$$H = I^2 \cdot g \left[ \frac{\mu}{K} - \frac{1}{K} \cdot \ln \frac{1}{1-\mu} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{1}{1-\mu} \right] + \frac{v_o^2}{2 \cdot g} + v_o \cdot I \cdot \ln \frac{1}{1-\mu} \quad (2.11)$$

Devido a que um dos parâmetros importantes no dimensionamento é o factor de aceleração, será conveniente introduzir esse factor nesta última equação. Para isso, com a expressão da aceleração da equação (2.6), onde é possível extrair directamente:

$$n = \frac{K}{1-\mu} - 1 \quad (2.12)$$

Ou, de outra forma:

$$K = (1 - \mu) \cdot (n + 1)$$

Podemos por outro lado escrever  $v_o$  em função dos parâmetros do Booster, procedendo-se de forma análoga ao cálculo da velocidade máxima que se consegue na fase propulsada, com a única variável em que no caso do Booster partimos do repouso. Tendo em conta estas considerações:

$$v_o = I \cdot g \cdot \left[ \ln \frac{1}{1-\mu_{Boost}} - \frac{\mu_{Boost}}{K_{Boost}} \right] \quad (2.13)$$

Neste ponto, e para introduzir estas últimas expressões na equação da altitude ou apogeu, temos que ter em conta novas hipóteses.

Vai ser considerado que o propelante utilizado em ambas as etapas é o mesmo (no Booster e no Sustainer), pelo que o parâmetro que caracteriza o propelante, que é o impulso específico I, é o mesmo em ambos casos.

Também vai ser considerado que a aceleração e como consequência o factor de aceleração, é o mesmo para ambas etapas:  $n_{\text{booster}} = n_{\text{sustainer}}$ .

Como resultado destas considerações, tem-se:

$$H_{\text{apogeu}} = I^2 \cdot g \cdot \left[ \frac{1}{(n+1) \cdot (1-\mu_{\text{Sust}})} \cdot \left( \mu_{\text{Sust}} - \ln \frac{1}{1-\mu_{\text{Sust}}} + \frac{(n+1) \cdot (1-\mu_{\text{Sust}})}{2} \ln^2 \frac{1}{1-\mu_{\text{Sust}}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \left( \ln \frac{1}{1-\mu_{\text{Boost}}} - \frac{\mu_{\text{Boost}}}{(n+1) \cdot (1-\mu_{\text{Boost}})} \right)^2 + \ln \frac{1}{1-\mu_{\text{Sust}}} \left( \ln \frac{1}{1-\mu_{\text{Boost}}} - \frac{\mu_{\text{Boost}}}{(n+1) \cdot (1-\mu_{\text{Boost}})} \right) \right] \quad (2.14)$$

Vamos reescrever a expressão anterior, de forma a explicitar os nossos parâmetros. Para isso podemos escrever as relações mássicas como:

$$\mu_{\text{Sust}} = \frac{\eta_s \cdot W_{ms}}{W_{ms} + W_{as} + W_{PL} + W_o} = \frac{\eta_s \cdot W_{ms}}{(1+r_{as}) \cdot W_{ms} + (1+r_o) \cdot W_{PL}} \quad (2.15)$$

$$\mu_{\text{Boost}} = \frac{\eta_s \cdot W_{mb}}{W_{mb} + W_{ab} + W_{ms} + W_{as} + W_{PL} + W_o} = \frac{\eta_s \cdot W_{mb}}{(1+r_{ab}) \cdot W_{mb} + (1+r_{as}) \cdot W_{ms} + (1+r_o) \cdot W_{PL}} \quad (2.16)$$

Onde introduzimos as seguintes massas e relações mássicas:

- $W_{ms}$  = peso do motor do Sustainer
- $W_{mb}$  = peso do motor do Booster
- $W_{as}$  = peso das aletas do Sustainer
- $W_{ab}$  = peso das aletas do Booster
- $W_{PL}$  = peso da carga paga
- $W_o$  = peso da ogiva
- $r_{as} = \frac{W_{as}}{W_{ms}}$
- $r_{ab} = \frac{W_{ab}}{W_{mb}}$
- $r_o = \frac{W_o}{W_{PL}}$

Para continuar o estudo, temos de dar valores a estes parâmetros. Como ainda não sabemos como vai ser o nosso foguete, vamos utilizar o estado da arte dos foguetes semelhantes [Sutton,2001].

$$r_{as} \approx r_{ab} \approx 0.1 = r_a \quad r_o \approx 0.3$$

O peso total do lançamento é o obtido depois de considerar todas as partes, Booster, Sustainer, aletas de estabilização, cargas paga...

$$W_T = W_{mb} \cdot (1 + r_{ab}) + W_{ms} \cdot (1 + r_{as}) + W_{PL} \cdot (1 + r_o) \quad (2.17)$$

Para o tempo de combustão (do Sustainer) com a equação (2.12) temos:

$$t_b = \frac{\mu_{Sust} \cdot I}{(n+1) \cdot (1 - \mu_{Sust})} \quad (2.18)$$

E para a tracção:

$$T = W_{totalsust} \cdot K = (1 - \mu_{sust})(n + 1)(1 + r_o) \left( \frac{\mu_{sust}(1+r_a)}{\eta_s - \mu_{sust}(1+r_a)} + 1 \right) W_{PL} \quad (2.20)$$

Tanto o tempo de combustão como a tracção correspondem apenas ao Sustainer, se for necessário obter valores para o Booster, teremos que introduzir nas expressões as variáveis do mesmo. Por interesse didáctico, foi obtida também a evolução dos parâmetros do Booster, e embora não se apresentem pode ser observado que a evolução do peso do mesmo, a sua tracção e o seu tempo de combustão influem em  $I$ ,  $n$  e no rendimento estrutural com a mesma tendência que os parâmetros do Sustainer.

## **5.- OPTIMIZAÇÃO E ESTUDO PARAMÉTRICO**

Depois de planeado e analisado o problema, com as suas hipóteses e simplificações, falta apenas impor uma condição para poder resolver o mesmo, já que substituindo todas as equações e relações obtidas na equação do apogeu (2.14), temos uma função implícita,

$$F(W_{ms}, W_T; I, n, \eta_s) = 0$$

onde todos os outros termos da equação são conhecidos.

Também é possível ter uma relação com qualquer peso do Booster e outro termo mais, mas sempre fica uma função de duas variáveis.

A condição que vai ser usada é o peso total de lançamento  $W_T$  mínimo, porque este peso é uma medida indireta do tamanho, manipulação, dificuldades de construção e o custo do projecto global.

Matematicamente, o objectivo é calcular o peso do motor do Sustainer  $W_{mS}$  que corresponde ao peso total de lançamento  $W_T$  mínimo, para cada três valores de impulso específico  $I$ , factor de aceleração  $n$  e rendimento estrutural  $\eta_S$ , que vão ser os três parâmetros cuja influência se pretende estudar:

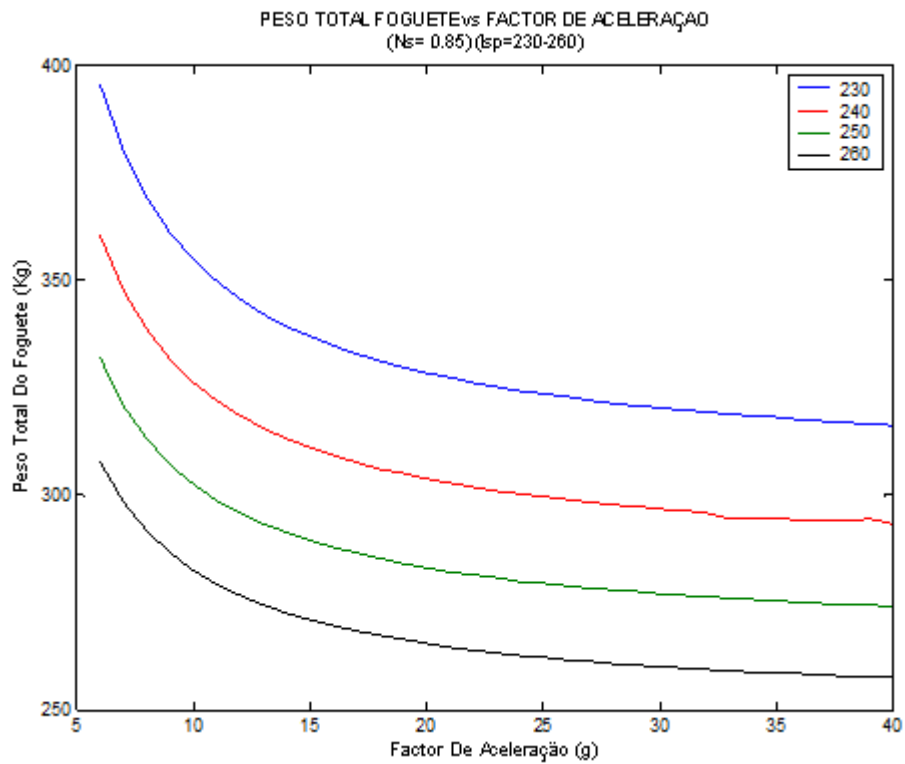
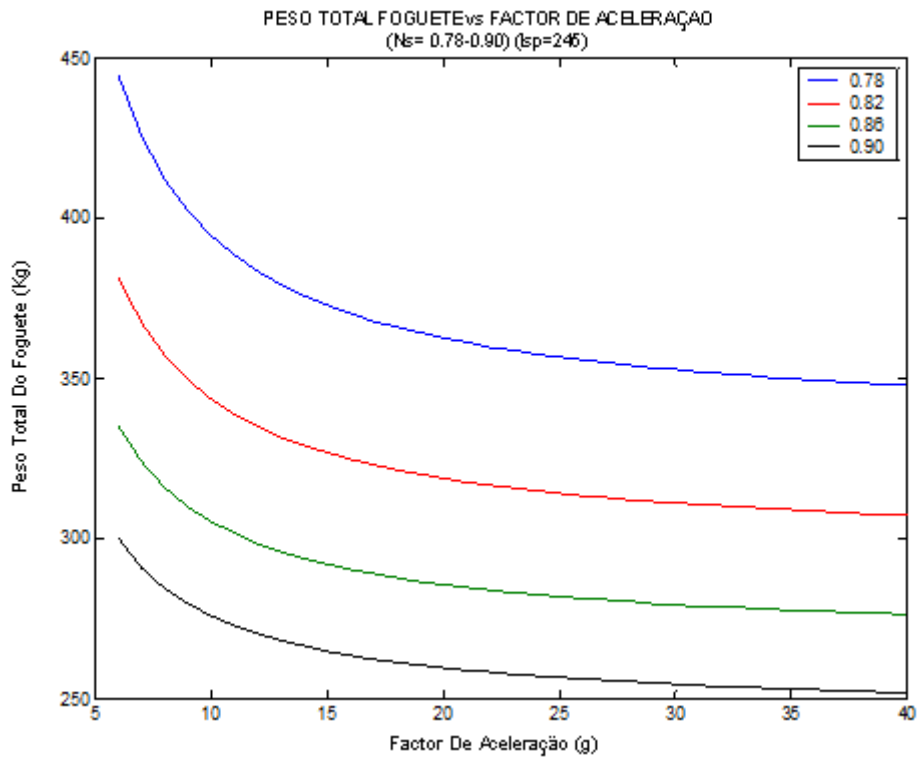
$$\frac{\partial W_T}{\partial W_{mS}} = 0$$

Passamos, pois à obtenção das curvas de tracção e tempo de combustão do Sustainer assim como o peso total do foguete em função do impulso específico, factor de aceleração e rendimento estrutural. Isto vai permitir estudar a sua evolução e obter os valores mais apropriados.

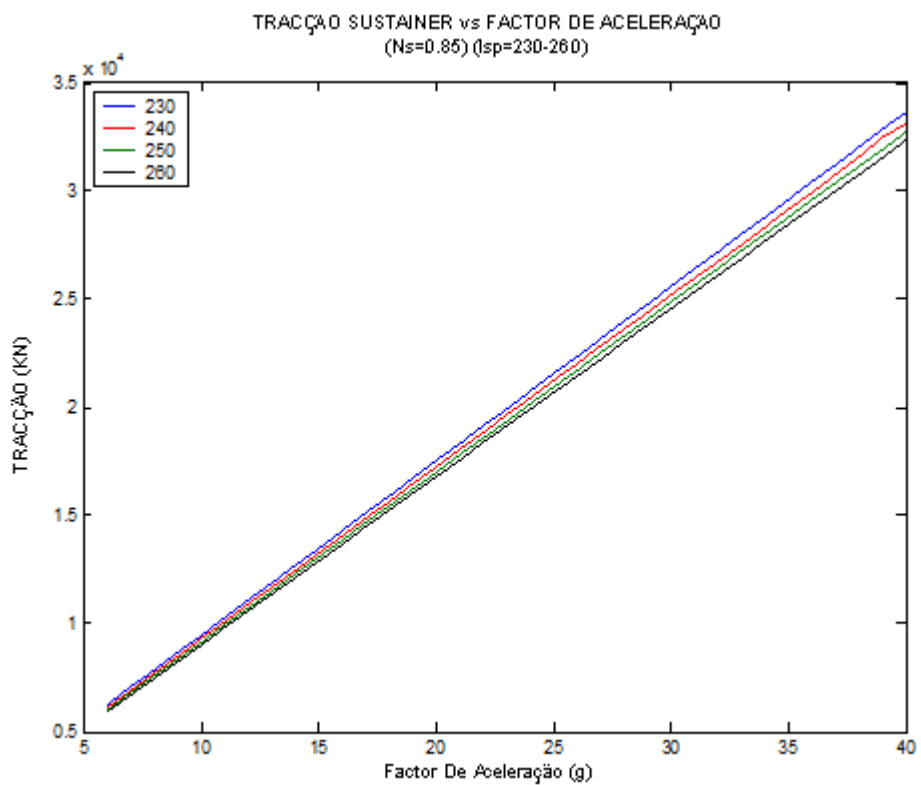
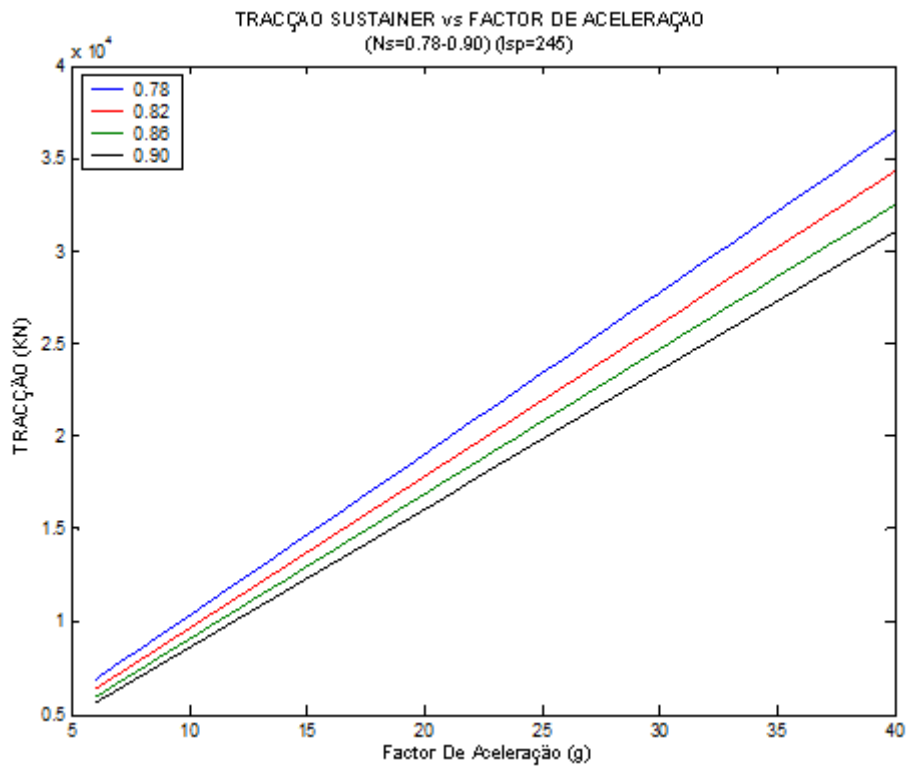
Se realizará a seguir o estudo com o programa Matlab nas seguintes gamas de parâmetros representativos do estado da arte [Sutton, 2001]. Estes gráficos são comentados na secção 5.4 do presente capítulo.

- Impulso específico (s)      230 – 260
- Rendimento estrutural      0.78 – 0.9
- Factor de aceleração      6 – 40

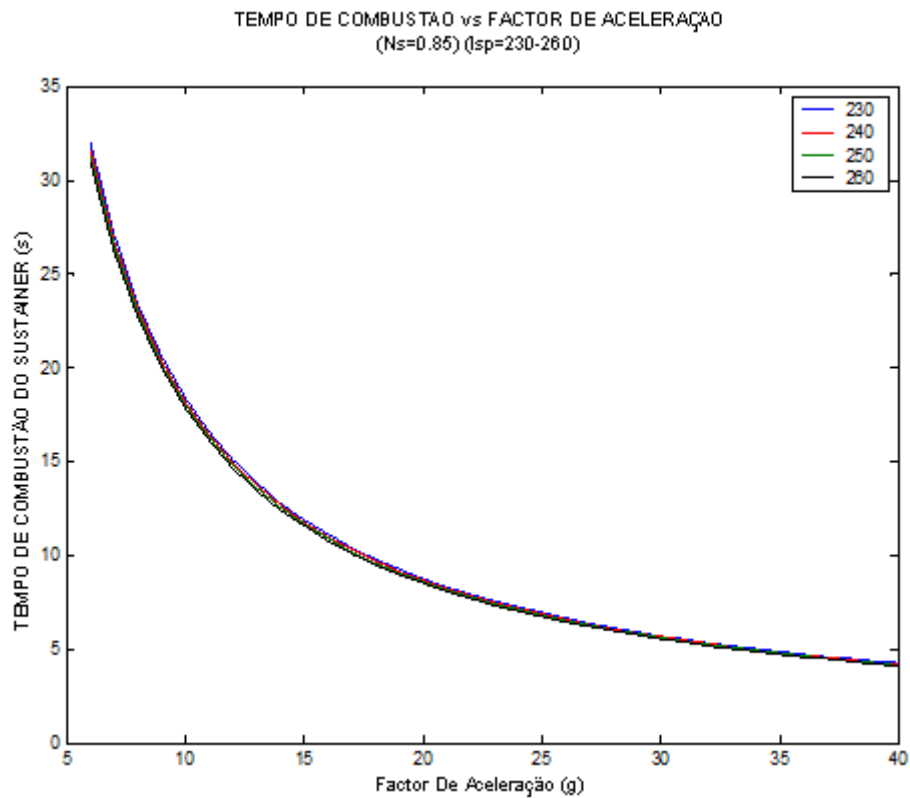
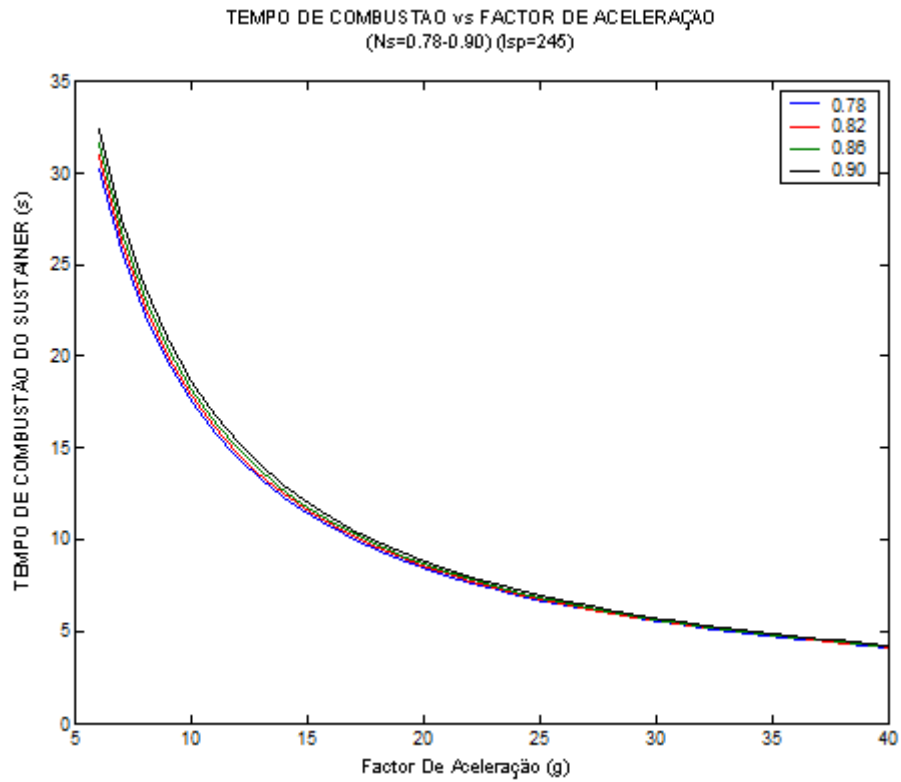
### 5.1.- PESO TOTAL DO FOGUETE VS FACTOR DE ACELERAÇÃO



### 5.2.- TRACÇÃO DO SUSTAINER VS FACTOR DE ACELERAÇÃO



### 5.3.- TEMPO COMBUSTÃO SUSTAINER VS FACTOR DE ACELERAÇÃO



## 5.4.- CONCLUSÕES

Foi estudado primeiro o efeito dos parâmetros no peso total do veículo de onde se conclui que o aumento do factor de aceleração leva a uma diminuição do peso total. Esta diminuição é especialmente notória para  $n$  reduzido (lançadores) e atenua-se quase totalmente perto das 20 unidades.

O efeito do impulso específico e do rendimento estrutural é análogo: o seu aumento diminui o peso total, o primeiro porque representa a utilização do combustível, logo se é melhor utilizado, é necessária uma menor quantidade do mesmo, e o segundo é um factor tecnológico que indica que para uma mesma quantidade de combustível, o peso é inferior.

A seguir, observamos a evolução da tracção exigida e comprovamos que aumenta com o factor de aceleração de forma linear, que o impulso específico quase não influi, apesar de seguir a tendência do rendimento estrutural, isto é, quando este aumenta a necessidade de tracção diminui pelas razões anteriormente referidas.

Para finalizar, observamos a evolução do tempo de combustão. Este diminui fundamentalmente com o factor de aceleração e os efeitos do impulso específico e do rendimento estrutural podem ser desprezáveis.

Interessam tempos de combustão baixos, porque assim, a quantidade de propelante é menor, o peso do foguete diminui e a esbeltez da estrutura melhora.

Face ao exposto, conclui-se que interessa o maior factor de aceleração possível. Este está limitado por razões estruturais e de integridade da carga. O limite em este tipo de missões fixa-se perto dos 30 G. A falta de outro critério, vamos utilizar este limite, isto é,  **$n=30$** .

No referente ao rendimento estrutural, concluímos que quanto mais alto o valor, melhor. O problema, evidentemente, é que não temos dados para a sua fixação e o ideal deveria ser obtido por um processo de realimentação. Como simplificação podemos admitir um valor extraído dos valores típicos actuais [Sutton, 2001]. Vamos supor  **$\eta_s=0.87$** .

Finalmente resta apenas escolher o impulso específico, o que não é um problema, porque depende do combustível.

## **6.- SELECCÃO DE PROPELANTES**

Os propelantes sólidos apresentam vantagens relativamente aos restantes, tal como a sua manipulação simples, porque não requerem dispositivos especiais para o seu armazenamento ou transporte, como pode acontecer no caso dos propelantes líquidos.

Os motores foguete de propelante sólido são muito mais simples em constituição interna, porque não precisam de bombas, tubagens, sistemas de injeção, refrigeração...

No entanto, os motores foguetes de combustível sólido têm um controle muito limitado da tracção tanto em direcção como em magnitude, o que limita o seu uso às missões que não requerem muita precisão.

Este tipo de propelantes tem um impulso específico baixo e em algumas condições as suas características podem variar existindo risco de explosão.

Os propelantes sólidos são combinação de diferentes substâncias químicas que na reacção de combustão libertam uma grande quantidade de calor e existe uma grande variação de volume, pelo que aumenta pressão de forma elevada em sistemas confinados. Estes gases procedentes do processo de combustão, e que depois experimentam uma expansão na tubeira, proporcionam a força de reacção necessária para o movimento do foguete.

Todo propelante sólido inclui dois o mais dos seguintes elementos:

- **Oxidante:** Nitratos e percloratos.
- **Redutor:** Resinas orgânicas e plásticos.
- **Compósitos e oxidantes e redutores:** Como nitrocelulose e nitroglicerina.

- **Aditivos:** A sua missão é servir como elemento de controle durante os processos de fabricação (tempo de cura, fluidez, ...), assim como aumentar a sua estabilidade química durante o período de armazenamento. Também se emprega para a regulação da velocidade de queima, para aumentar o limite elástico e para diminuir a deformação.
- **Inibidores:** Têm como objecto a limitação da superfície de queima.

Os propelantes podem classificar-se fundamentalmente em:

- **Base-Dupla**(Double-Base, DB): Estes propelantes formam um grão homogéneo, geralmente uma nitrocelulose (NC), um ingrediente sólido que absorve nitroglicerina líquida (NG) e porcentagens menores de aditivos. Os ingredientes maioritários são explosivos e funcionam como uma combinação de combustível e oxidante. Os propelantes “extruded double-base” (EDB) e “cast double-base” (CDB) podem ter muitas aplicações, sobretudo em mísseis táticos pequenos de concepção antiquada. Adicionando cristais de nitramina (HMX ou RDX) as actuações e a densidade podem ser melhoradas; a que se costuma chamar “cast modified double-base”. Outra melhoria é obtida adicionando uma matriz de elastómero que melhora as propriedades físicas. O propelante que resulta conhece-se como “elastomeric-modified cast double-base (EMCDB). Para estas quatro classes de propelante as plumas têm fumo reduzido. Adicionando perclorato de amônia (AP) e alumínio (Al) aumenta-se a massa específica e o impulso específico de forma pouco acentuada, no entanto as plumas são mais fumarentas. O propelante chama-se “composite-modified double-base” (CMDB).
- **Compósitos:** Estes propelantes formam um grão heterogéneo com cristais oxidantes e combustível em pó (normalmente alumínio) contendo os dois uma matriz de goma sintética ou

plástico como o polibutadieno (HTPB). Os propelantes compósitos estão formados por uma mistura de ingredientes sólidos (cristais de AP e Al em pó) e líquidos (HTPB). Estes propelantes podem ser subdivididos em:

- Propelantes compósitos convencionais geralmente contêm entre 60 e 72% de AP como oxidante, 22% de Al em pó como combustível metálico e entre 8 e 16% de matriz de elastômero (polímero orgânico).
- Propelantes compósitos modificados onde um plastificante energético, como a nitroglicerina, é adicionado para obter melhores actuações.
- Propelantes compósitos “lower-energy”, onde o nitrato de amónia (AN) é o oxidante, e não o AP. É usado como propelante para geradores de gás.

Nas Figuras 2.2 e 2.3 é apresentada a influencia da taxa de queima e da massa específica do propelante no seu impulso específico para varias formulações.

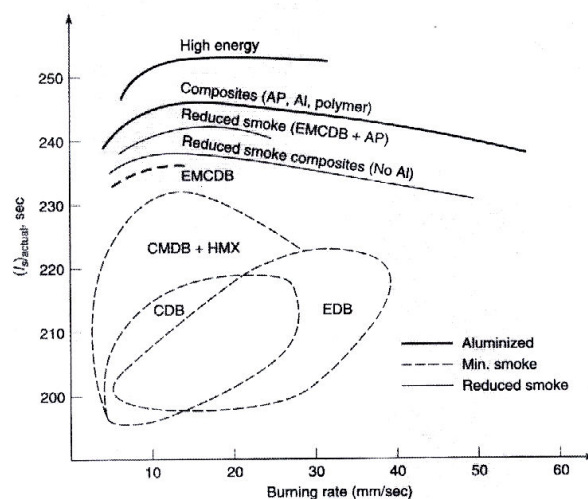


Figura 2.2: Taxa de queima vs Impulso específico

Fonte: Mattingly, 2006

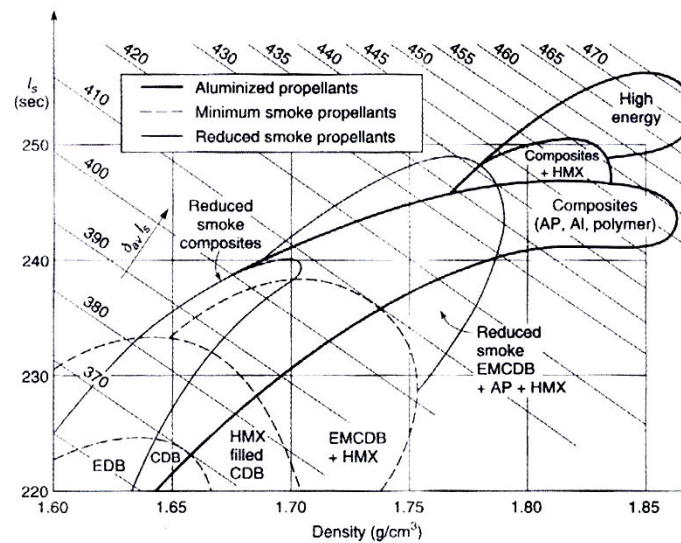


Figura 2.3: Densidade vs Impulso específico

Fonte: Mattingly, 2006

A selecção dos propelantes é um ponto crítico no dimensionamento do motor foguete. A seguir são expostas algumas das características desejáveis para estes propelantes. Os requisitos específicos para um motor em particular vão influir na prioridade destas características.

- Impulso específico elevado.
- Velocidade de regressão previsível, reproduzível, e ajustável para conseguir uma concepção adequada do grão e o tempo de tracção desejado.
- O expoente da velocidade de regressão e o coeficiente de temperatura deverão ser pequenos para uma variação mínima na tracção ou na pressão da câmara.
- Propriedades físicas adequadas na gama de temperaturas de operação desejada.
- Alta densidade (permite um menor volume do motor). Qualidades de ignição previsíveis e reproduzíveis.

- Boas características de envelhecimento e vida longa. O envelhecimento depende das propriedades dos propelantes.
- Baixa absorção da humidade, a qual causa muitas vezes deterioração química.
- Fabricação simples, reproduzível, segura, de baixo custo, controlável, perigo reduzido e baixo risco técnico.
- Gases de escape não tóxicos.
- Não propenso a combustão instável.

Os propelantes passíveis de selecção são propelantes “convencionais”, pois são aqueles em que as propriedades energéticas estão no domínio público. Infelizmente, os melhores propelantes não poderão estar disponíveis para efectuar um estudo deste género. Apresenta-se a seguir a Tabela 2.1 com os propelantes seleccionados e as suas características principais.

Destaca-se que entre os dados apresentados estão tanto o tempo de combustão como a tracção necessária para cada combustível que se obtiveram a partir do programa construído neste trabalho.

**Tabela 2.1 – Propelantes e características principais.**

<b>Características propelantes</b>	<b>ANP-2639Af</b>	<b>Arcite 373</b>	<b>TRX-H609</b>
M(kg/Kmol)	24.7	29.06	25.97
$\gamma$	1.18	1.18	1.21
$T_c$ (k)	2703	3370	3040
Isp	254	242	245
$c^*$	1480	1523	1517
$\rho_p$ (kg/m <sup>3</sup> )	1669	1772	1760
GamaP(Mpa)	4.14-8.96	4.83-13.1	2.07-13.79
a	5.61	5.64	4.92
n	0.159	0.295	0.297
$r_{p=7\text{Mpa}}$ (mm/s)	7.64	10.01	8.77
$K_M$	0.8	0.7	0.75
Tempo de combustão	5.625	5.6899	5.6728
Tracção(KN)	24.152	24.485	24.397

<b>Características propelantes</b>	<b>AHH</b>	<b>JPL 540A</b>
M(kg/Kmol)	24.56	25
$\gamma$	1.23	1.2
$T_c(k)$	2485	2600
Isp	225	231
$c^*$	1402	1434
$\rho_p(kg/m^3)$	1601	1660
GamaP(Mpa)	8.62-10	1.65-5.5
a	5.98	4.6
N	0.23	0.189
$r_{p=7Mpa}(mm/s)$	9.36	6.65
$K_M$	1	0.85
Tempo de combustão	5.7982	5.7575
Tracção(KN)	25.062	24.842

# **CAPITULO**

## **III**

# **Optimização da Geometria do Foguete**

## **1.- INTRODUÇÃO**

### **1.1.- OBJECTIVO**

No capítulo anterior foram obtidos a tracção e o tempo de combustão da etapa do Sustainer em função de cada propelante ( $I_{sp}$ ), do rendimento estrutural ( $\eta_s$ ), e do factor de aceleração ( $n$ ).

Agora iremos tratar de delimitar o dimensionamento do motor Sustainer a partir de um pré-dimensionamento seguindo critérios de peso mínimo do motor, rendimento estrutural e esbeltez aerodinâmica aceitáveis (5-12 para não existirem problemas aerodinâmicos).

Para isto, vão ser seleccionados vários materiais para a câmara, que em combinação com os propelantes apresentados no capítulo anterior vão gerar as configurações possíveis. Para cada uma delas estudou-se a evolução dos parâmetros critério em função da pressão da câmara ( $P_c$ ) e do raio da câmara.

Com estes dados, analisar-se-á os casos mais favoráveis, fazendo as primeiras eliminações de configurações que não apresentem resultados favoráveis.

## **2.- HIPÓTESES**

- A câmara consta de uma parte cilíndrica, uma cápsula semiesférica e uma tubeira convergente-divergente, cujo peso vai ser desprezável na primeira aproximação (isto é válido salvo excepções como o Ariane ou o Space Shuttle onde se pode considerar 2 ou 3%). Estruturalmente não é a melhor opção a tomar. Realmente a cúpula vai ser uma ogiva, mas por simplicidade de operação será semiesférica.
- A espessura da câmara considera-se constante.

- A distribuição do propelante no comprimento da câmara será cilíndrica. Isto é, um corte em qualquer secção vai ter a mesma forma. Como comprimento do propelante toma-se a câmara (ver Figura 3.1).
- Para calcular o coeficiente de tracção vai ser assumido que a tubeira está adaptada (pressão de saída e ambiente iguais) à altitude alcançada pelo Booster.
- Vai ser usado como correção do coeficiente de tracção o de uma tubeira troncocónica de  $15^\circ$ .
- Supoem-se constantes durante o funcionamento o consumo de propelante, a tracção e a pressão na câmara.
- Como velocidade de regressão do propelante, vai ser considerado um valormédiode  $70 \text{ kg/cm}^2$  não considerando combustão erosiva senão a perpendicular ao eixo longitudinal do motor.
- As características do material supõem-se como uniformes em toda a estrutura.

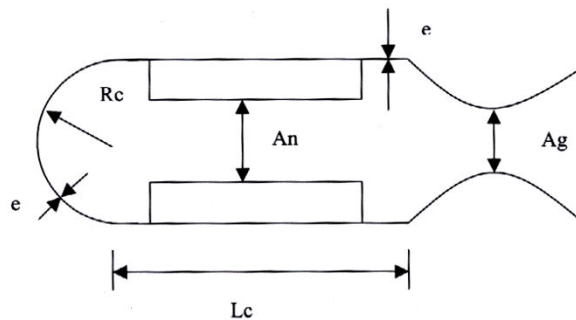


Figura 3.1: Câmara de combustão

### 3.- NOTAÇÃO

- $W_{ms}$  = Peso motor do Sustainer
- $W_{estrutura}$  = Peso estrutura

- $W_{\text{tubeira}}$  = Peso tubeira
- $W_p$  = Peso propelante
- $W_{\text{câmara}}$  = Peso câmara
- $t_b$  = Tempo de combustão do Sustainer
- $C_T$  = Coeficiente de tracção
- $C_{Ti}$  = Coeficiente de tracção ideal
- $c^*$  = velocidade característica do combustível
- $P_C$  = Pressão de câmara
- $\sigma_{\text{mat}}$  = Tensão de fratura do material
- $\rho_{\text{mat}}$  = Densidade do material
- $\rho_p$  = Densidade do propelante
- $R_C$  = Radio de câmara
- $A_g$  = Área da garganta
- $A_n$  = Área do canal em secção N
- $e$  = espessura da câmara
- $J_o = \frac{A_g}{A_n}$  = Factor de concentração
- $P_S$  : Pressão de saída
- $P_a$ : Pressão ambiente

## **4.- PRÉ-DIMENSIONAMENTO**

### **4.1.- PESO DO MOTOR SUSTAINER**

O peso do motor do Sustainer pode ser expresso como:

$$W_{ms} = W_{estrutura} + W_P = W_{câmara} + W_{tubo} + W_P \quad (3.1)$$

#### **4.1.1.- PESO DO PROPELANTE**

O peso do propelante pode ser escrito como:

$$W_P = \dot{m} \cdot t_b \quad (3.2)$$

Onde, se recordamos que uma das hipóteses foi o fluxo mássico constante, podemos dizer que:

$$\dot{m} = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} \quad (3.3)$$

Se agora introduzimos  $C_T$  que se define como:

$$C_T = \frac{T}{P_c \cdot A_g} \quad (3.4)$$

Introduzindo (3.4) em (3.3) e isto por sua vez em (3.2), obtemos:

$$W_P = \frac{T}{c^* \cdot C_T} \cdot t_b \quad (3.5)$$

Tudo o que é apresentado aqui é referido do capítulo anterior salvo  $C_T$ . Este coeficiente de tracção, como foi dito nas hipóteses, vai ser tomado como ideal com a correção de uma tubeira troncocónica de 15°, isto é

$$C_T = \xi \cdot C_{Ti}$$

E sabemos que para uma tubeira troncocónica

$$\xi = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

Por tanto:

$$C_T = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \cdot C_{Ti} \quad (3.6)$$

Onde, se consideramos uma tubeira adaptada, podemos dizer:

$$C_{Ti} = \Gamma(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma - 1} \cdot \left( \left( \frac{P_s}{P_c} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right)} \quad (3.7)$$

$$\text{onde } \Gamma(\gamma) = \sqrt{\gamma} \cdot \left( \frac{2}{\gamma + 1} \right)^{\frac{\gamma + 1}{2 \cdot (\gamma - 1)}} \quad (3.8)$$

Nesta expressão aparece a  $P_s$  da tubeira que como foi referido vai ser a pressão de adaptação à altura de início da combustão do Sustainer.

No capítulo anterior tínhamos:

$$h_{inícioSust} = I^2 \cdot g \cdot \frac{\mu_{Boost}}{K_{Boost}} \cdot \left[ \ln \frac{1}{1 - \mu_{Boost}} + 1 \right] - \frac{I^2}{K_{Boost}} \cdot g$$

$$\cdot \ln \frac{1}{1 - \mu_{Boost}} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{\mu_{Boost}^2 \cdot I^2}{K_{Boost}^2} + v_o \cdot \mu_{Boost} \cdot \frac{I}{K_{Boost}}$$

Considerando esta altura de adaptação e com um modelo empírico obtemos a  $P_{ADAPT}$ .

$$P_{ADAPT} = 101300 \cdot (1 - 0.02256 \cdot h)^{5.26}$$

Assim, podemos construir a Tabela 3.1 onde são apresentadas a pressão de saída e o impulso específico para cada combustível.

**Tabela 3.1 – Pressão de saída para os propelantes considerados.**

Propelante	l(s)	P <sub>ADAPT</sub> (Pa)
ANP-2639AF	254	73530
Arcite 373	242	73177
TRX-H609	245	73268
AHH	225	72626
ATN	235	72958

Como tínhamos indicado, esta vai ser a P<sub>S</sub> para obter os resultados em função de P<sub>C</sub>.

#### 4.1.2.- PESO DA ESTRUTURA

Como foi assinalado na hipótese.

$$W_{estrutura} = W_{câmara} + W_{tubeira} \cong W_{câmara} \quad (3.9)$$

O peso da câmara pode ser escrito tendo em conta as hipóteses e variáveis apresentadas na Figura 3.1.

$$W_{câmara} = 2 \cdot \pi \cdot R_c \cdot e \cdot L \cdot \rho_{mat} + 2 \cdot \pi \cdot R_c^2 \cdot e \cdot \rho_{mat} = 2 \cdot \pi \cdot R_c \cdot e \cdot \rho_{mat} \cdot (L + R_c) \quad (3.10)$$

A espessura da câmara pode ser expressa como função das outras variáveis escrevendo o equilíbrio de tensões numa secção da câmara. Graficamente (Fig. 3.2):

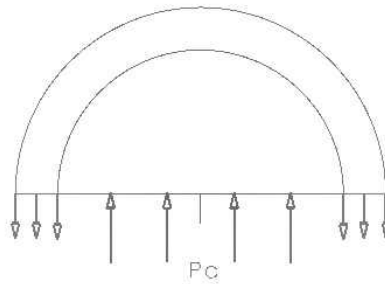


Figura 3.2: Equilíbrio de tensões

Esta seria a espessura teórica. Na realidade, introduz-se um factor de segurança para absorver os defeitos do material, do fabrico, da estimação de esforços... Este factor para veículos não tripulados esta perto de 1.2 [Sutton, 2001]. Com isto:

$$\sigma_{trabalho} = \frac{\sigma_{mat}}{n} = \frac{P_c \cdot R_c}{e} \quad (3.12)$$

Pelo que a espessura:

$$e = n \cdot \frac{P_c \cdot R_c}{\sigma_{mat}} \quad (3.13)$$

Agora substituindo em (3.13) e (3.10) temos que:

$$W_{câmara} = 2 \cdot \pi \cdot R_c^2 \cdot n \cdot (L + R_c) \cdot P_c \cdot \frac{\rho_{mat}}{\sigma_{mat}} \quad (3.14)$$

Desta equação é preciso ainda explicitar L em função dos parâmetros escolhidos ( $R_c$  e  $P_c$ ) e para isso e pela observação da Figura 3.1, o peso do propelante pode ser expresso como:

$$W_p = \rho_p \cdot (\pi \cdot R_c^2 - A_n) \cdot L \quad (3.15)$$

Pelo que o comprimento da câmara é:

$$L = \frac{W_p}{\rho_p \cdot (\pi \cdot R_c^2 - A_n)} \quad (3.16)$$

Para colocar  $A_n$  em função dos parâmetros, introduzimos o parâmetro:

$$J_o = \frac{A_g}{A_n} = \text{factor de concentração}$$

A seguir passamos à realização de um pequeno estudo deste parâmetro para obter um valor que permita finalizar o problema.

#### 4.1.2.1.- FACTOR DE CONCENTRAÇÃO E COMBUSTÃO EROSIVA

Na combustão de propelantes sólidos aparece um fenómeno chamado combustão erosiva, devido ao facto de que a velocidade dos gases no interior da câmara não é a mesma em todo os pontos, afectando a velocidade de regressão local.

A correlação de Green expressa a influência deste fenómeno da seguinte maneira:

$$\frac{\dot{r}}{\dot{r}_o} = 1 + k_M \cdot \frac{M}{1+\gamma \cdot M^2} \cdot \sqrt{2 \cdot (\gamma + 1) \cdot \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M^2 \right]} \quad (3.17)$$

Tendo:

- $\dot{r}$  = Velocidade de regressão considerando combustão erosiva
- $\dot{r}_o$  = Velocidade de regressão sem combustão erosiva
- $K_M$  = Coeficiente de combustão erosiva
- $M$  = Número de Mach

O coeficiente de combustão erosiva obtém-se a partir de um gráfico de resultados experimentais, obtidos com propelantes, entre os quais vamos distinguir se são “double-base” ou compósitos, a uma pressão de câmara de 70 kg/cm<sup>2</sup>, tal como na figura 3.3.

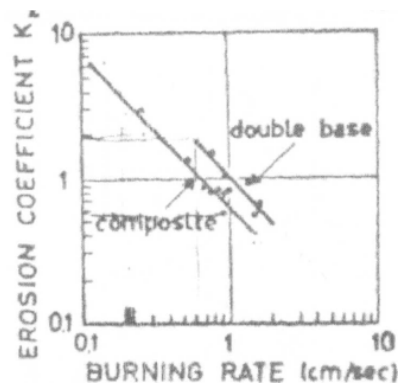


Figura 3.3: Combustão erosiva

Fonte: Elices, 1970

$K_M$  estará perto de 1, podendo ser tanto maior como menor, dependendo da velocidade de regressão do propelante.

O valor da velocidade de regressão sem combustão erosiva tem a forma:

$$\dot{r}_o = a \cdot P^n \quad (3.18)$$

onde  $a$  e  $n$  são dois coeficientes característicos do propelante.

Portanto em funcionamento teremos dois efeitos acoplados:

- Como a pressão é maior na secção inicial que na final (condição necessária para ter fluxo de saída) a velocidade de recessão será maior na secção inicial que na final.
- Como os gases de saída têm velocidade diferente, variando desde  $M = 0$  na secção F a  $M = M_N$  na secção final, a velocidade de regressão na secção final vai ser muito maior que na inicial, conforme a correlação de Green.

Verifica-se sempre que este segundo fenómeno é o dominante. Este efeito vai ser tratado quando for desenvolvida a expressão da tracção.

Passamos agora à realização do estudo da combustão de uma câmara como na Figura (3.4) considerando as seguintes hipóteses Entre as secções 1 ea saída.

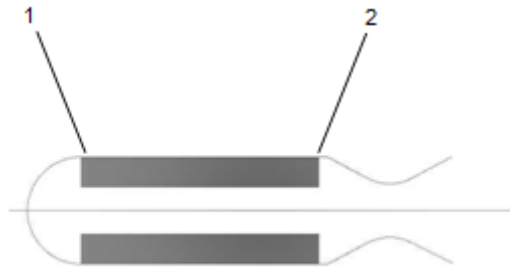


Figura 3.4: Câmara de combustão

- Entre a secção 2 e a garganta o escoamento é isentrópico. Alguns autores consideram que uma fracção importante de energia cinética na secção 2 é perdida pela turbulência [Sutton, 2001][Mattingly, 2006]. Mas como dificilmente pode ser avaliar, geralmente é considerada muito pequena e desprezável.
- A velocidade de regressão é considerada constante em todo o comprimento do grão, mas não é certo se é considerado o comentário anterior sobre o efeito da combustão erosiva ser predominante em respeito à saída da pressão. Verifica-se que as diferenças podem ser frequentemente desprezáveis. Isto é válido para valores de  $J$  inferiores a 0.5.
- O processo entre 1 e 2 considera-se isentrópico. Isto é, a entalpia total  $C_p t_c$  é constante.
- Em todo momento têm-se condições de equilíbrio. Isto é, as variações no interior da câmara são suficientemente lentas em comparação com a descarga em toda a tubeira.

**4.1.2.2.- Relação entre  $P_c$  e  $P_1$** 

Igualando o caudal mássico de propelante que se está a queimar e o que passa na garganta, teremos:

$$\dot{m} = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} = \Gamma(\gamma) \cdot \frac{P_c \cdot A_g}{\sqrt{R}} = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 \quad (3.18)$$

Tendo em conta a hipótese de isentropia temos:

$$v_2^2 = 2 \cdot c_p \cdot T_c \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{2 \cdot \gamma}{1 - \gamma}\right) \cdot R \cdot T_c \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \quad (3.19)$$

$$\rho_2 = \frac{\rho_2}{\rho_c} \cdot \rho_c = \left(\frac{P_2}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \frac{P_c}{R \cdot T_c} \quad (3.20)$$

Introduzindo (3.20) e (3.19) em (3.18) temos que:

$$\Gamma(\gamma) \cdot J_o = \left(\frac{P_2}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma-1}} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_2}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] \quad (3.21)$$

Onde operando fica:

$$\frac{P_2}{P_c} \cong 1 - \frac{\Gamma^2}{2} \cdot J^2 \quad (3.22)$$

**4.1.2.3.- Relação entre  $P_1$  e  $P_2$** 

- Equação de continuidade ( $A_b$  é a área de queimado)

$$\rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 = \rho_p \cdot A_b \cdot \dot{r} \quad (3.23)$$

- Equação de quantidade de movimento em forma integral

$$P_1 = P_2 + \rho_2 \cdot v^2 \quad (3.24)$$

- Equação da energia

$$c_p \cdot T_c = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{P_2}{\rho_2} + 0.5 \cdot v_2^2 \quad (3.25)$$

Se agora substituirmos a expressão de  $(V_2)^2$  utilizando a expressão (3.24) e introduzindo essa expressão em (3.25), obtemos a relação:

$$\frac{P_2}{\rho_2} = \frac{c_p \cdot T_c}{\frac{\gamma}{\gamma-1} + 0.5 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right)} \quad \frac{P_2}{\rho_2} = \frac{c_p \cdot T_c}{\frac{\gamma}{\gamma-1} + 0.5 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right)} \quad (3.26)$$

Se agora utilizarmos  $V_2$  de (3.23) e a introduzimos em (3.25) em conjunto com a equação (3.26), simplificando fica:

$$0.5 \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right)^2 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \left( \frac{P_1}{P_2} - 1 \right) = c_p \cdot T_c \left( \frac{\rho_P \cdot A_2}{P_2 \cdot A_2} \right)^2 \quad (3.27)$$

Resolvendo a equação e sabendo que o quociente deve ser maior que 1, obtemos que:

$$\frac{P_1}{P_2} = 1 + \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \left( \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{\sqrt{R \cdot T_c} \cdot \rho_{prop} \cdot A_b \cdot \dot{r}}{P_2 \cdot A_2}} - 1 \right) \quad (3.28)$$

E utilizando  $J_0$  (Factor de Concentração) recordando que:

$$\Gamma(\gamma) \cdot \frac{P_c \cdot A_g}{\sqrt{R \cdot T_c}} = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 = \rho_P \cdot A_b \cdot \dot{r} \quad (3.29)$$

Pelo que desenvolvendo até os termos de 2ª ordem, fica:

$$\frac{P_1}{P_2} \cong 1 + \Gamma(\gamma)^2 \cdot J^2 \quad (3.30)$$

#### 4.1.2.4.- Relação entre $P_1$ e $P_c$

Combinando todas as expressões, a pressão do fundo da câmara é obtido:

$$P_1 \cong P_c + \left( 1 + \frac{\Gamma^2}{2} \cdot J^2 \right) \quad (3.31)$$

$$P_c = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad (3.32)$$

#### 4.1.2.5.- Conclusões

Os parâmetros das expressões anteriores estão apresentadas na figura 3.5 para um valor de  $\gamma = 1.24$  (os propelantes que são usados vão ter valores perto de 1.20, por isso são muito representativos do comportamento).

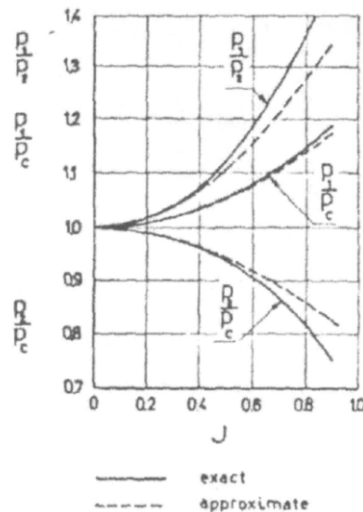


Figura 3.5: Relações de pressões

Fonte: Elices, 1970

Do gráfico anterior podem ser extraídas as seguintes conclusões. Embora interesse um  $J_0$  alto que evita que apareçam  $R_c$  grandes, isto conduzirá a esbeltez baixa (2-3) com os consequentes problemas aerodinâmicos. Mas se aumentamos em excesso  $J_0$  (mais de 0.5) podemos observar que o aumento de pressões começa a elevar-se pelo que não é contrariada a combustão erosiva, já que aparece uma velocidade de regressão não constante.

Além disso, valores altos de  $J_0$  podem produzir riscos de explosões pelo qual, em vista de tudo isto vamos tomar  $J_0 = 0.5$  (valor típico [Sutton, 2001]).

### 4.1.3.- PESO DA ESTRUTURA

Tínhamos que:

$$L = \frac{W_P}{\rho_2 \cdot (\pi \cdot R_c^2 - A_n)} \quad (3.16)$$

Pelo que introduzindo o factor de concentração temos que:

$$L = \frac{W_P}{\rho_P \cdot \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{A_g}{J_0} \right)} \quad (3.33)$$

E recordando que:

$$A_g = \frac{T}{P_c \cdot c_T} \quad (3.34)$$

Substituindo as expressões anteriores na expressão de  $W_{\text{câmara}}$ , fica:

$$W_{\text{câmara}} = 2 \cdot \pi \cdot R_c^2 \cdot P_c \cdot n \cdot \left( \frac{W_P}{\rho_P \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{T/c_T \cdot P_c}{J_0} \right)} + R_c \right) \cdot \frac{\rho_{\text{mat}}}{\sigma_{\text{mat}}} \quad (3.35)$$

Finalmente temos com  $W_p$ :

$$W_{ms} = \frac{T}{c^* \cdot c_T} \cdot t_b + 2 \cdot \pi \cdot R_c^2 \cdot P_c \cdot n \cdot \left( \frac{\frac{T}{c^* \cdot c_T} \cdot t_b}{\rho_P \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{T/c_T \cdot P_c}{J_0} \right)} + R_c \right) \cdot \frac{\rho_{\text{mat}}}{\sigma_{\text{mat}}} \quad (3.35 A)$$

Onde finalmente o buscado é:  $W_{ms} = \varphi_1(P_c, R_c)$  (3.35 B)

### 4.2.- ESBELTEZ

Da definição da esbeltez pode ser obtido directamente:

$$\frac{L}{D} = \frac{L}{2 \cdot (R_c + e)} = \frac{W_P}{\rho_P \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{A_g}{J_0} \right)} \quad (3.36)$$

$$\frac{L}{D} = \frac{\frac{T}{c^* \cdot C_T} \cdot t_b}{2 \cdot \rho_P \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{T / c_T \cdot P_c}{J_0} \right) \cdot \left( R_c + n \cdot \frac{P_c \cdot R_c}{\sigma_{mat}} \right)} \quad (3.36 A)$$

Onde tendo em conta (3.33), (3.34), (3.5) y (3.13) fica:

$$\frac{L}{D} = \varphi_2(P_c, R_c) \quad (3.36 B)$$

### 4.3.- RENDIMENTO ESTRUTURAL

Por definição sabemos que:

$$\eta_s = \frac{W_{propelante}}{W_{ms}} \quad (3.37)$$

que com (3.35 A) fica

$$\eta_s = \frac{\frac{T}{c^* \cdot C_T} \cdot t_b}{\frac{T}{c^* \cdot C_T} \cdot t_b + 2 \cdot \pi \cdot R_c^2 \cdot P_c \cdot n \cdot \left( \frac{\frac{T}{c^* \cdot C_T} \cdot t_b}{\rho_P \left( \pi \cdot R_c^2 - \frac{T / c_T \cdot P_c}{J_0} \right)} + R_c \right) \cdot \frac{\rho_{mat}}{\sigma_{mat}}}$$

(3.37A)

$$\eta_s = \varphi_3(P_c, R_c) \quad (3.37B)$$

## **5.- POSSÍVEIS CONFIGURAÇÕES**

### **5.1.- PROPELANTES**

Nesta secção remete-se à secção 6 do capítulo 2.

### **5.2.- MATERIAIS ESTRUTURAIS**

Vamos assinalar inicialmente os requisitos desejados nos materiais:

- Devem ter as propriedades mecânicas adequadas para suportar as altas pressões e temperaturas que vão ser atingidas durante a propulsão.
- Massa específica baixa, para reduzir o peso do foguete.
- Custo Mínimo, mas o projecto está restrito aos nossos requisitos físicos.

Em primeiro lugar vai ser estudado o comportamento dos materiais estruturais mais comuns para altas temperaturas. Isto é devido ao facto de que em funcionamento se espera atingir temperaturas até 700 K e é exigido portanto um material com um comportamento aceitável.

Da figura 3.6 podem-se descartar à priori as ligas de alumínio e titânio e logicamente a fibra de vidro se comparamos a sua evolução com a temperatura do parâmetro  $\frac{\rho_{mat}}{\sigma_{mat}}$  (interessa o maior possível para minimizar o peso).

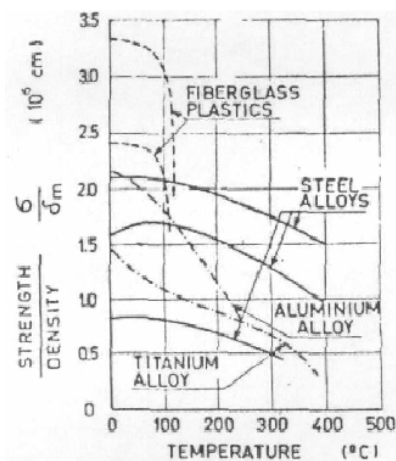


Figura 3.6: Materiais Estruturais (Temperatura vs Resistência específica)

Fonte: Elices, 1970

Portanto, são selecionados os materiais apresentados na Tabela 3.2 onde estão explicitadas as suas propriedades a uma temperatura perto de 700 K.

Tabela 3.2– Propriedades de vários materiais a 700 K.

AÇOS	$\sigma_m$ (Mpa)	$\rho_m$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\sigma_m/\rho_m$ (Nm/Kg)
4140 (temperado)	965	7840	123087
4140(normalizado a 870°)	1020	7850	129936
HP	1241	7750	160129
4340 (endurecido e temperado)	1790	8000	223750
4130	580	7840	73980
4130 (trat. term)	1170	7845	149140

## 6.- ESTIMATIVA DO R<sub>c</sub>

Antes de apresentar os gráficos dos materiais estruturais, é necessário fazer uma estimativa dos raio da câmara exigido para o nosso intervalo de condições:

$$R_c \geq 2 \cdot w \quad (3.38)$$

Onde  $w$  é a espessura do propelante.

Este critério é utilizado para que o combustível possa entrar na câmara.

Isto é, a condição fica então:

$$R_c \geq 2 \cdot w = 2 \cdot a \cdot P_c^n \cdot t_b \quad (3.38a)$$

Vai ser tomado como referência uma pressão na câmara de 7 MPa para esta estimativa (é uma aproximação típica dos valores esperados [Sutton, 2001]), com isto fica que:

- **ANP-2639AF:**  $w = 5.61 \times 7^{0.159} \times 5.625 = 43.0 \text{ mm}$

$$R_c \geq 86 \text{ mm}$$

- **Arcite 373:**  $w = 5.64 \times 7^{0.295} \times 5.6899 = 57.0 \text{ mm}$

$$R_c \geq 104 \text{ mm}$$

- **TRX-H609:**  $w = 4.92 \times 7^{0.297} \times 5.6728 = 49.7 \text{ mm}$

$$R_c \geq 99.4 \text{ mm}$$

- **AHH:**  $w = 5.98 \times 7^{0.23} \times 5.7982 = 54.2 \text{ mm}$

$$R_c \geq 108.4 \text{ mm}$$

- **JPL 540<sup>a</sup>:**  $w = 4.6 \times 7^{0.189} \times 5.7575 = 38.3 \text{ mm}$

$$R_c \geq 76.6 \text{ mm}$$

## 7.- GRÁFICOS E CONCLUSÕES

### 7.1.- GRÁFICOS

São estudados a seguir nas figuras 3.7 a 3.60 os resultados para o dimensionamento estrutural com os materiais seleccionados. A análise e conclusões a extrair dos gráficos apresentados a seguir será efectuada a posteriormente. Apenas estão apresentados os gráficos dos materiais que dão melhor resultado para limitar o comprimento do documento. De qualquer forma, estes gráficos podem ser obtidos com o programa Matlab do Anexo I.

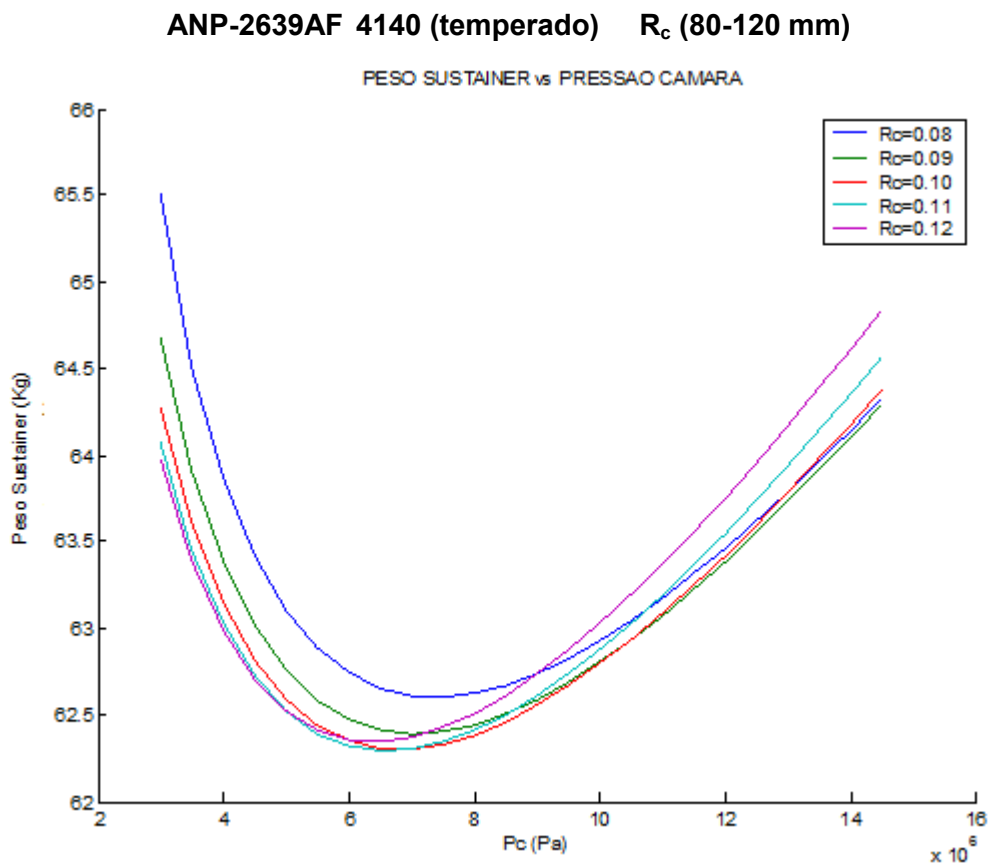


Figura 3.7: Variação do peso com  $P_c$

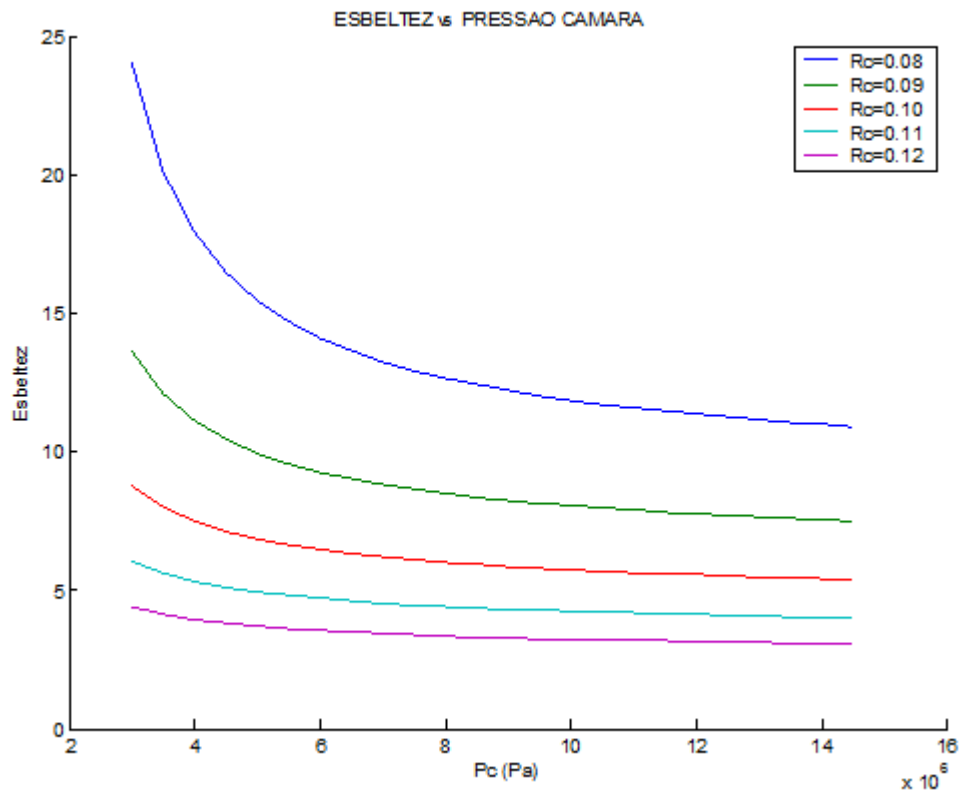


Figura 3.8: Variação da esbeltez com Pc

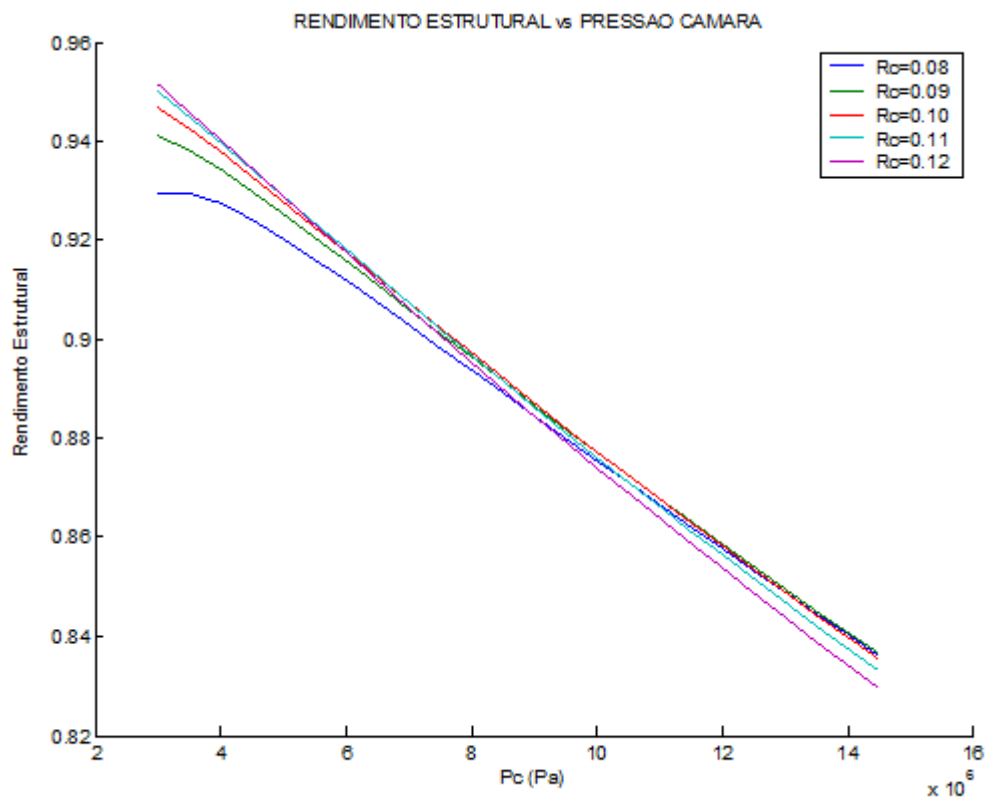


Figura 3.9: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**ANP-2639AF 4140 (normalizado)  $R_c$  (80-120 mm)**

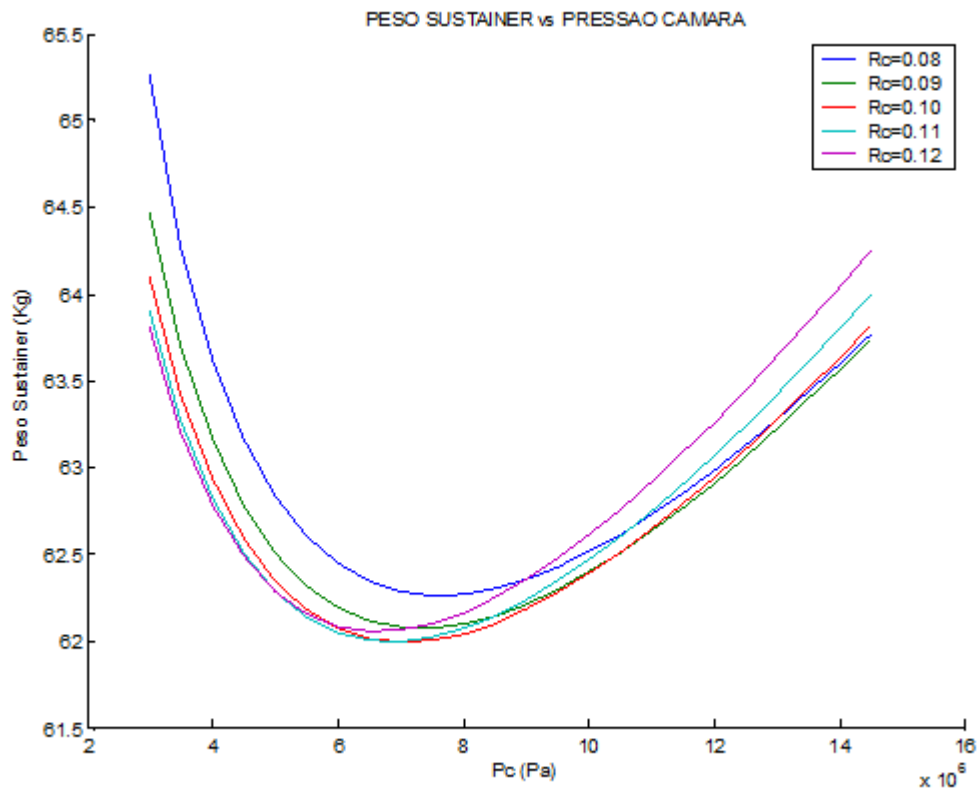


Figura 3.10: Variação do peso com  $P_c$

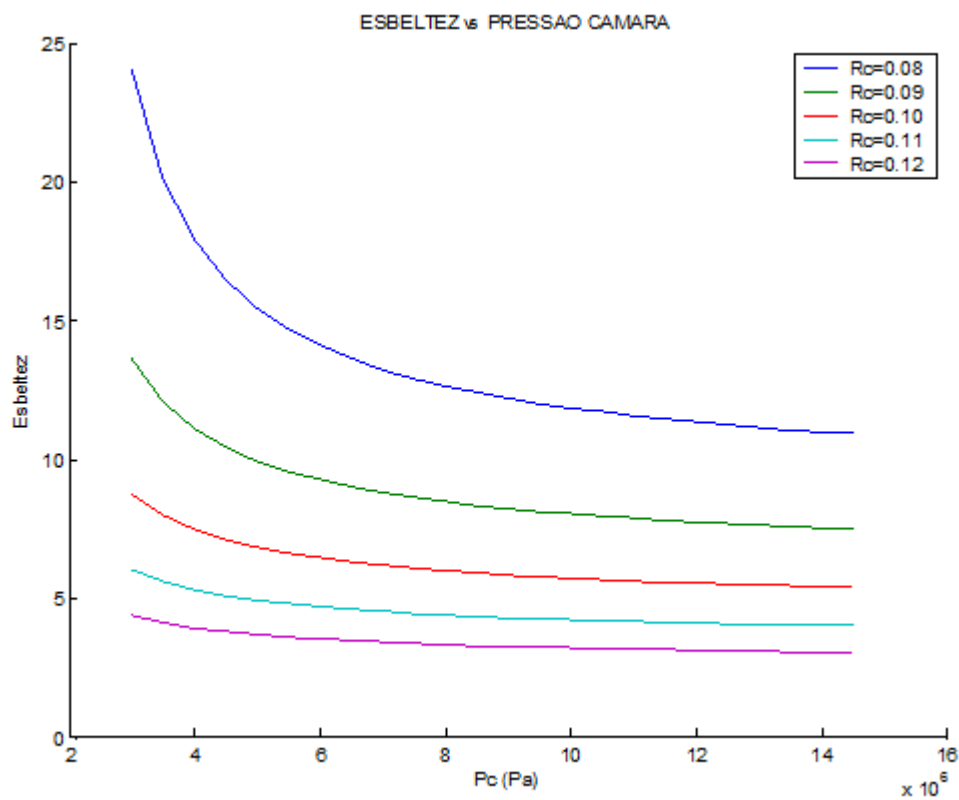


Figura 3.11: Variação da esbeltez com  $P_c$

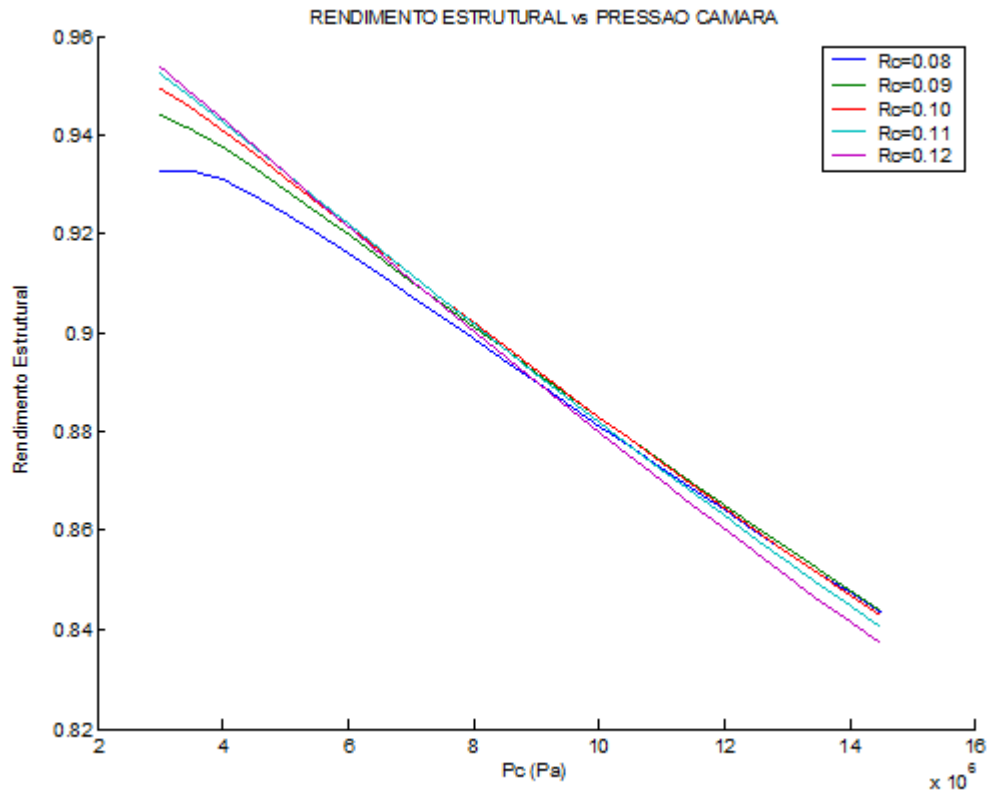


Figura 3.12: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**ANP-2639AF      HP      Rc (80-120 mm)**

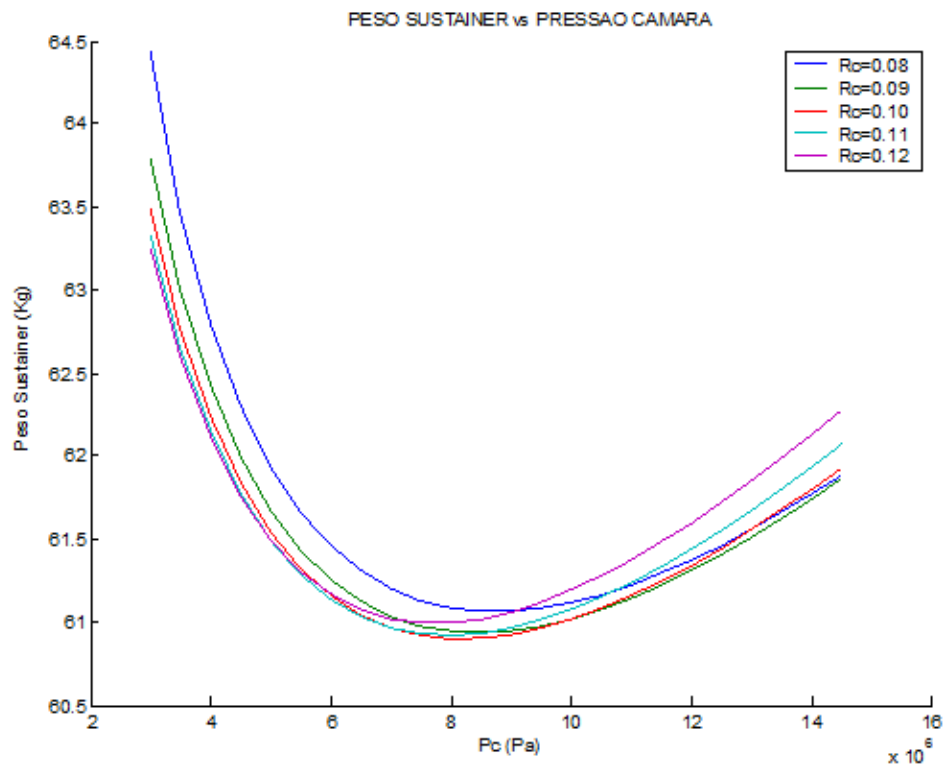


Figura 3.3: Variação do peso com Pc

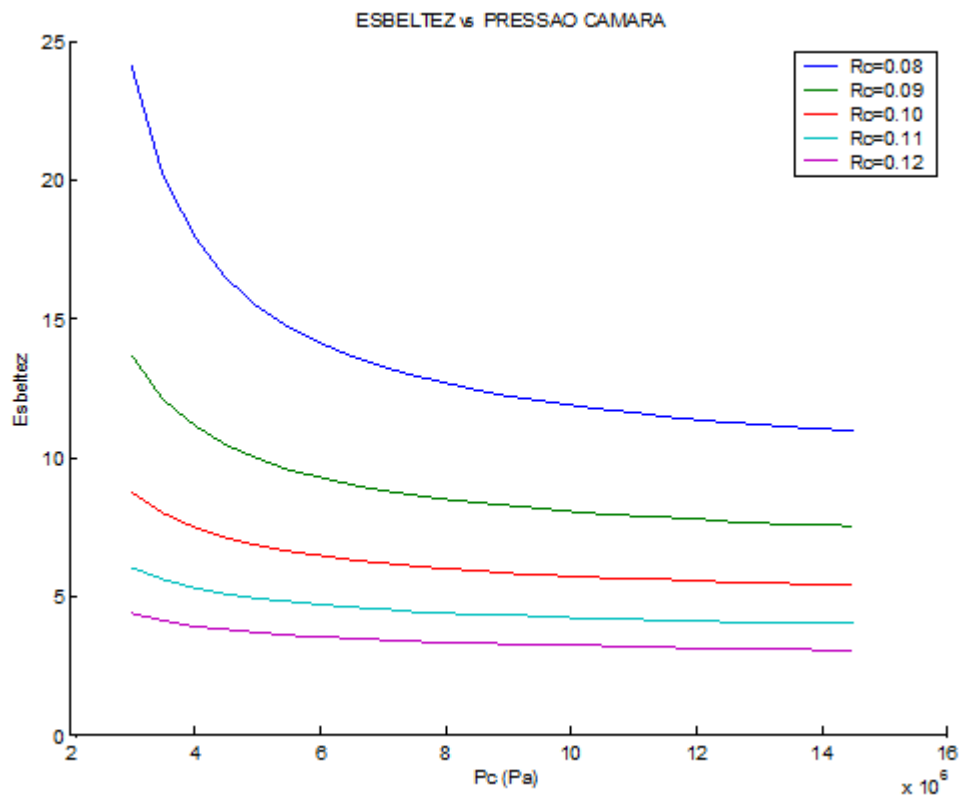


Figura 3.14: Variação da esbeltez com Pc

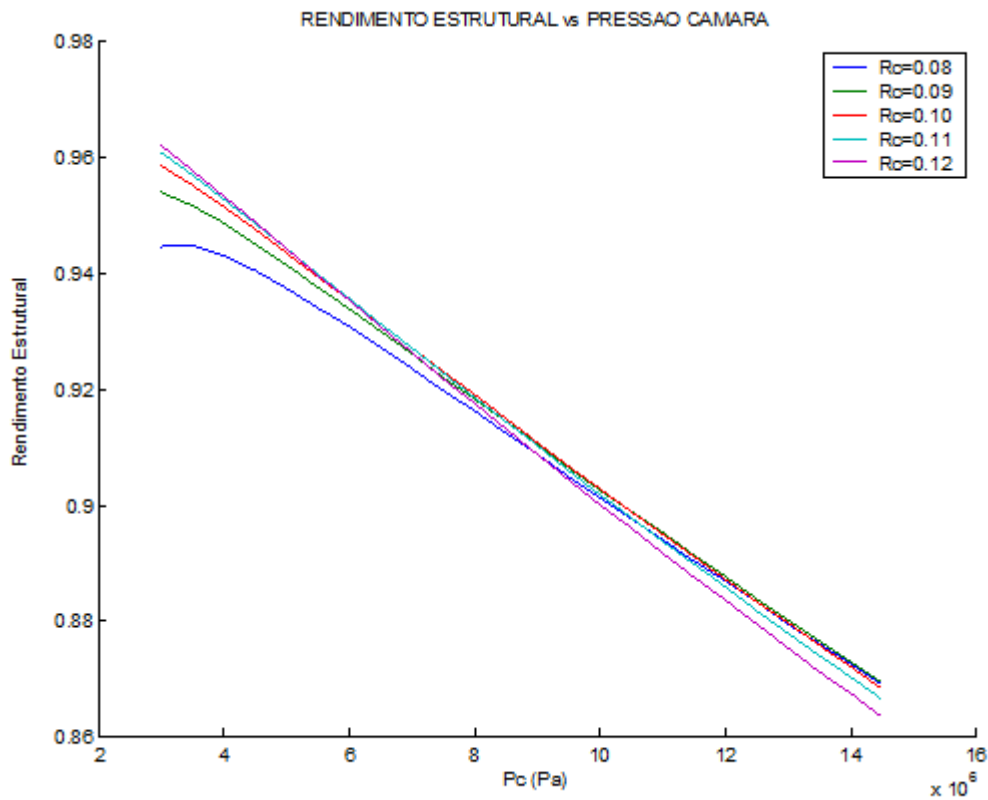


Figura 3.15: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**ANP-2639AF      4340 (end. y temp.)       $R_c$  (80-120 mm)**

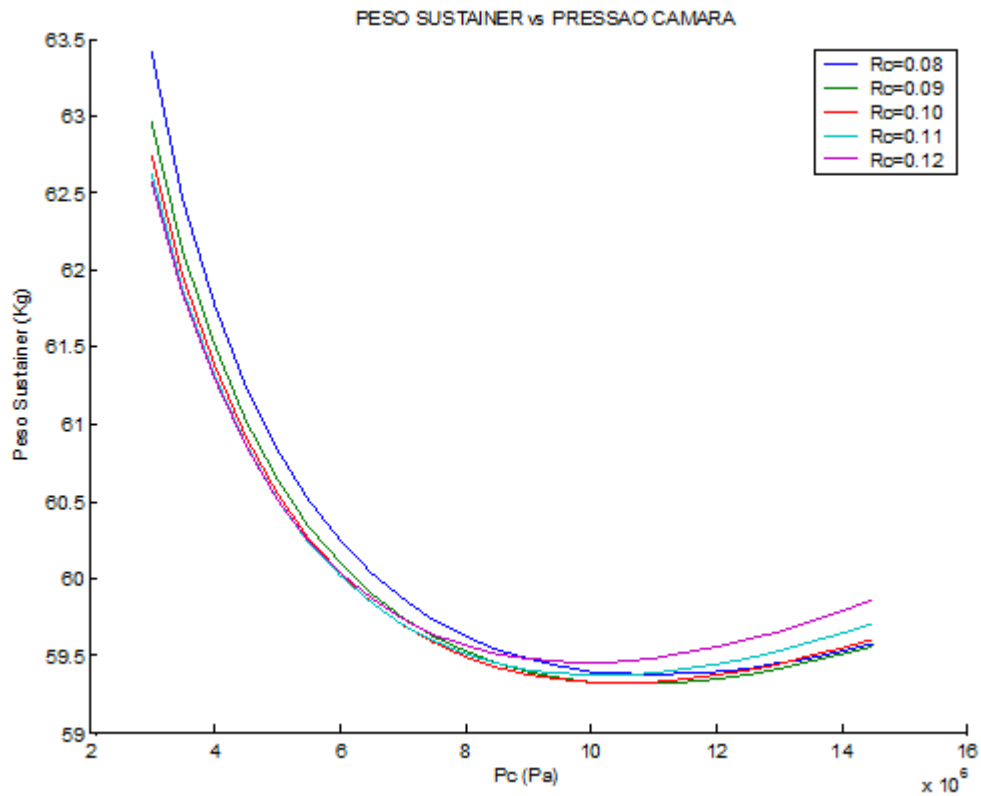


Figura 3.4: Variação do peso com  $P_c$

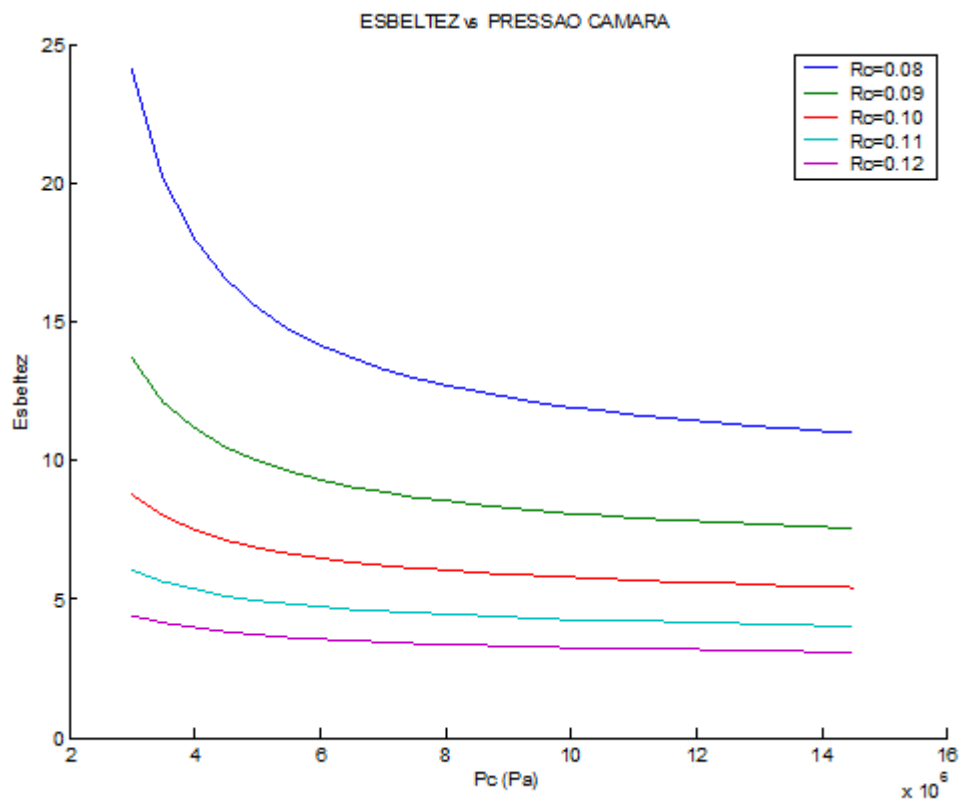


Figura 3.17: Variação da esbeltez com  $P_c$

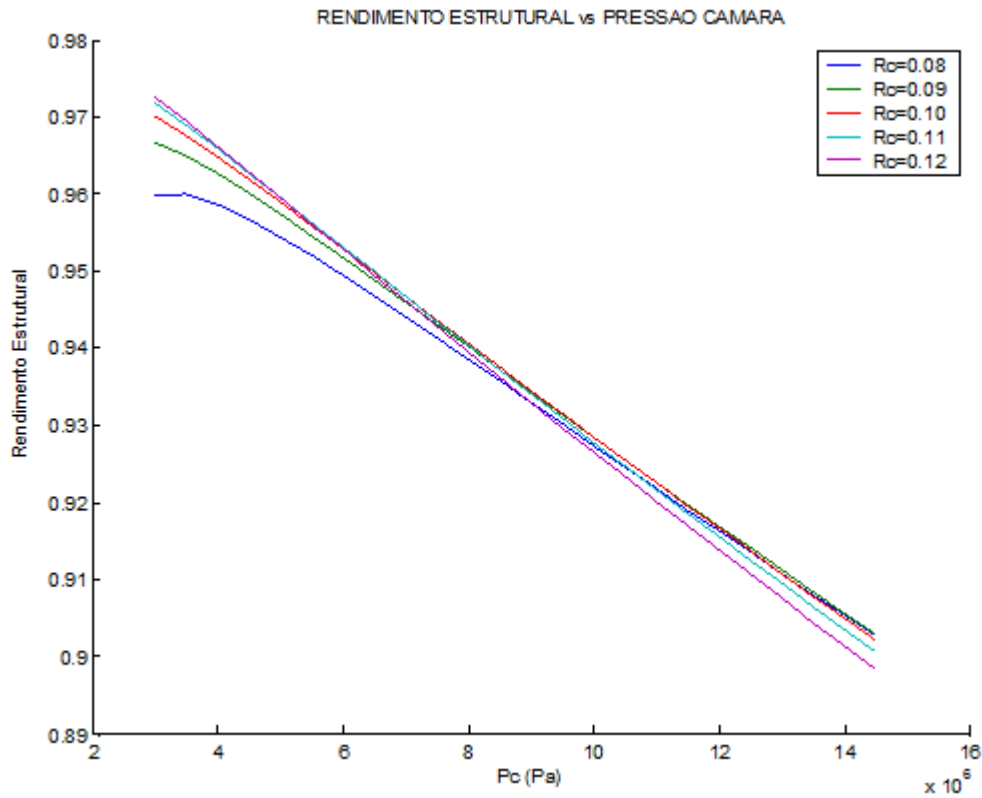


Figura 3.18: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**ANP-2639AF      4130      Rc (80-120 mm)**

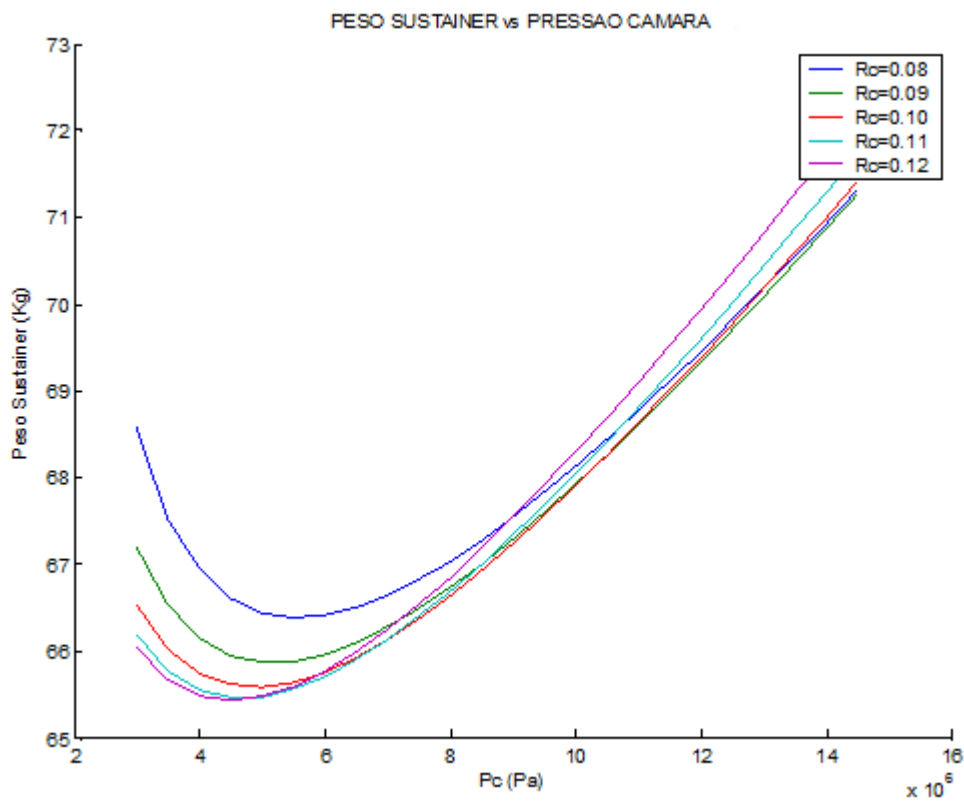


Figura 3.19: Variação do peso com Pc

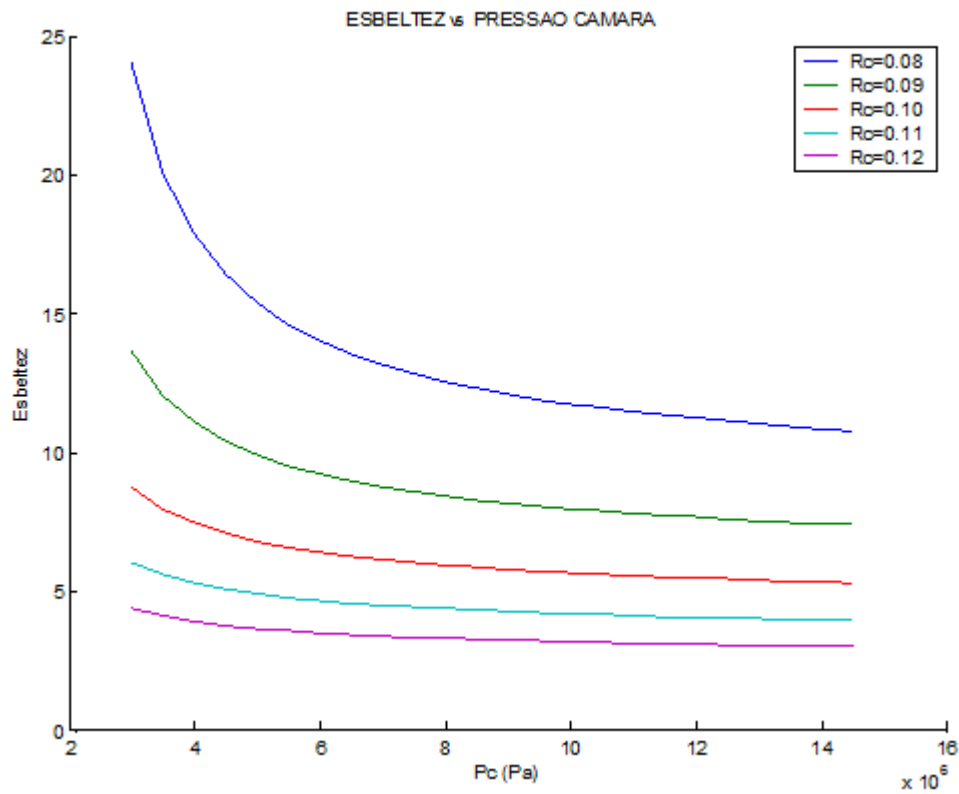


Figura 3.20: Variação da esbeltez com Pc

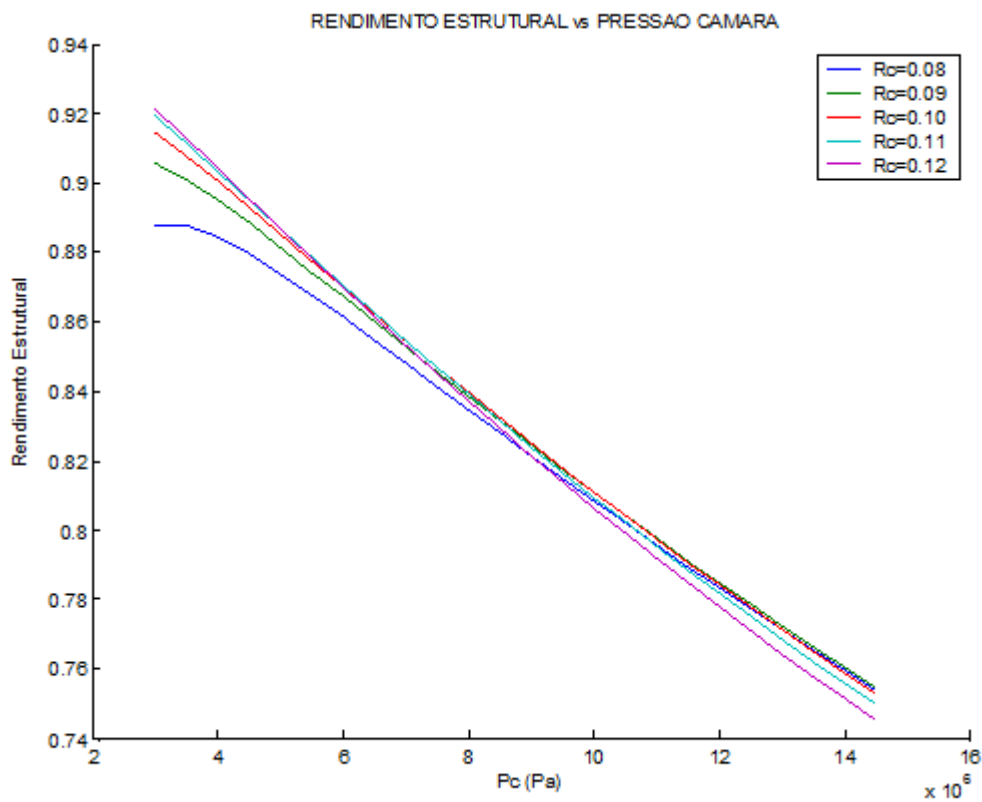


Figura 3.5: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**ANP-2639AF      4130 (tratado term)       $R_c$  (80-120 mm)**

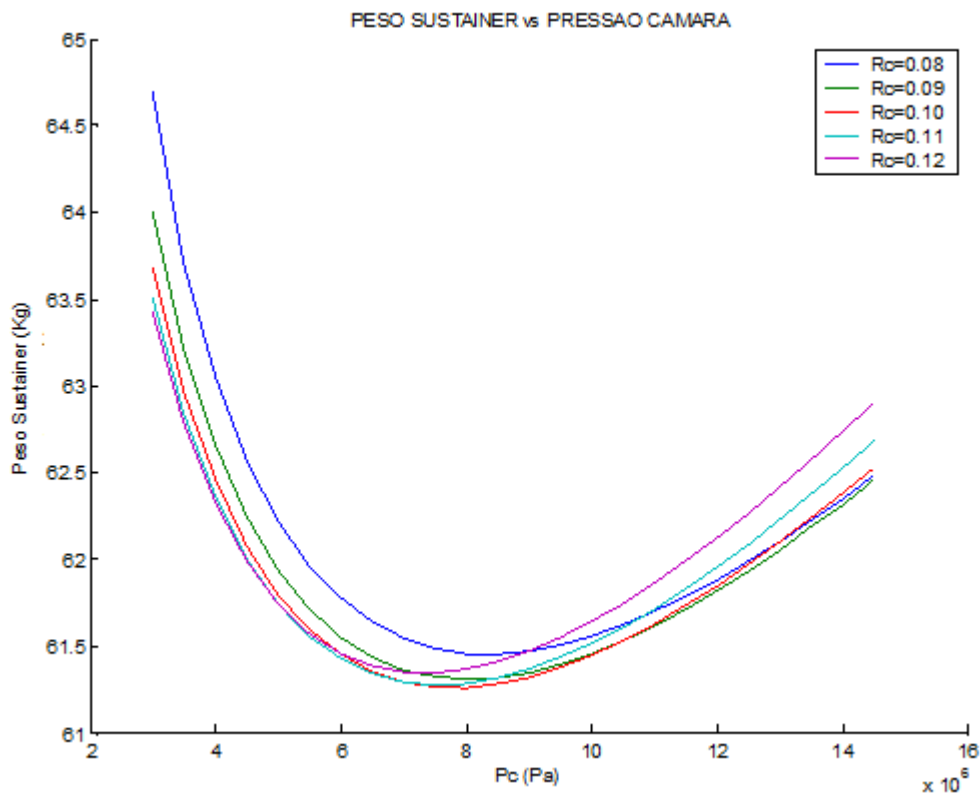


Figura 3.22: Variação do peso com  $P_c$

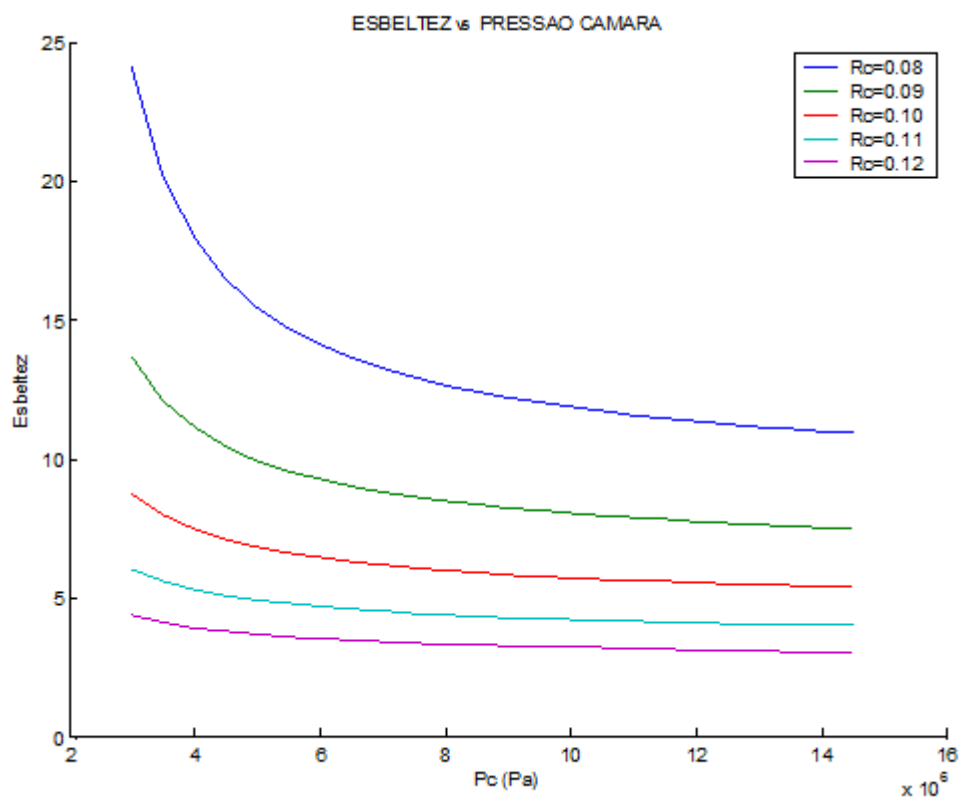


Figura 3.23: Variação da esbeltez com  $P_c$

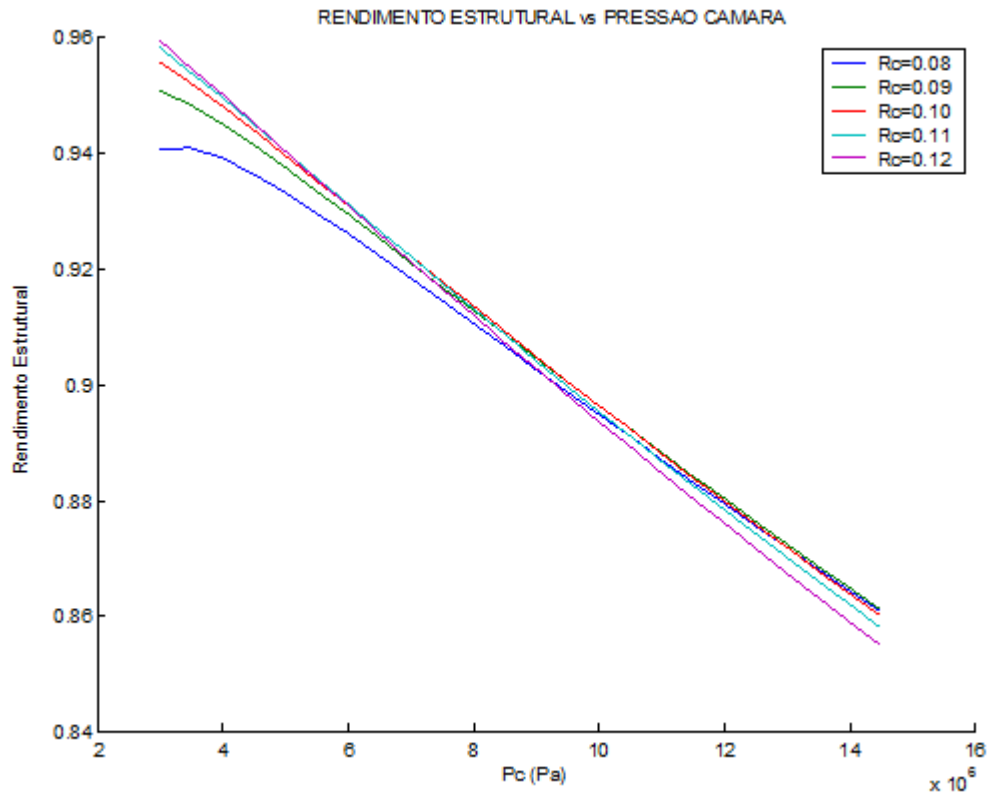


Figura 3.24: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**TRX-H609                      4140 (temperado)                      Rc (100-140 mm)**

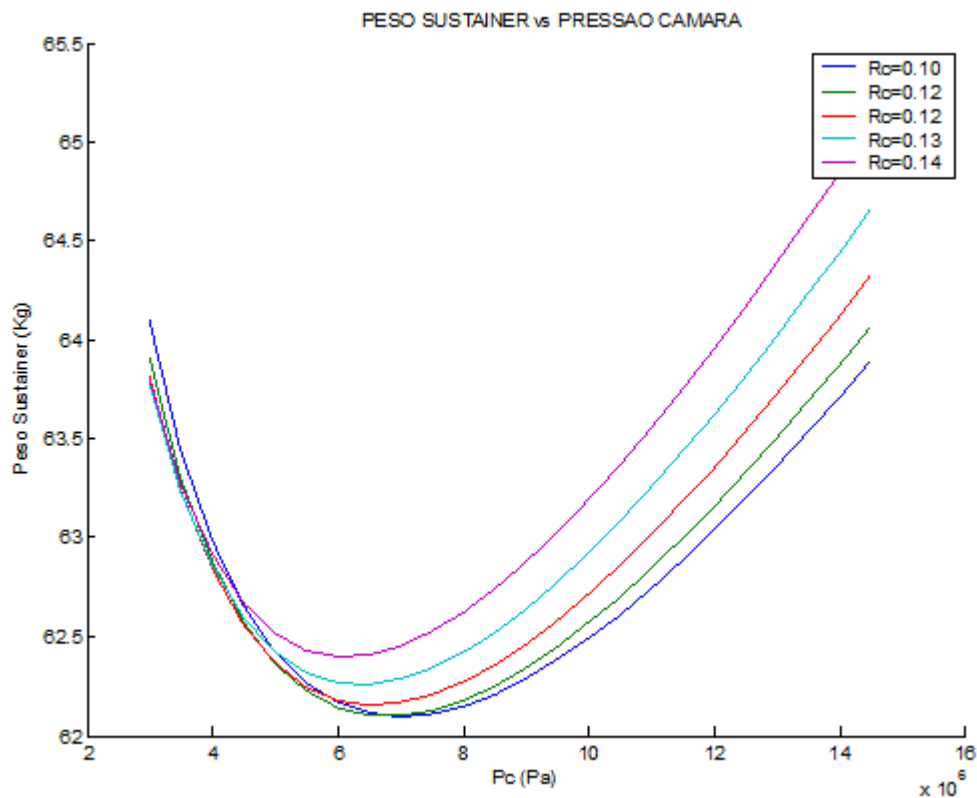


Figura 3.43: Variação do peso com Pc

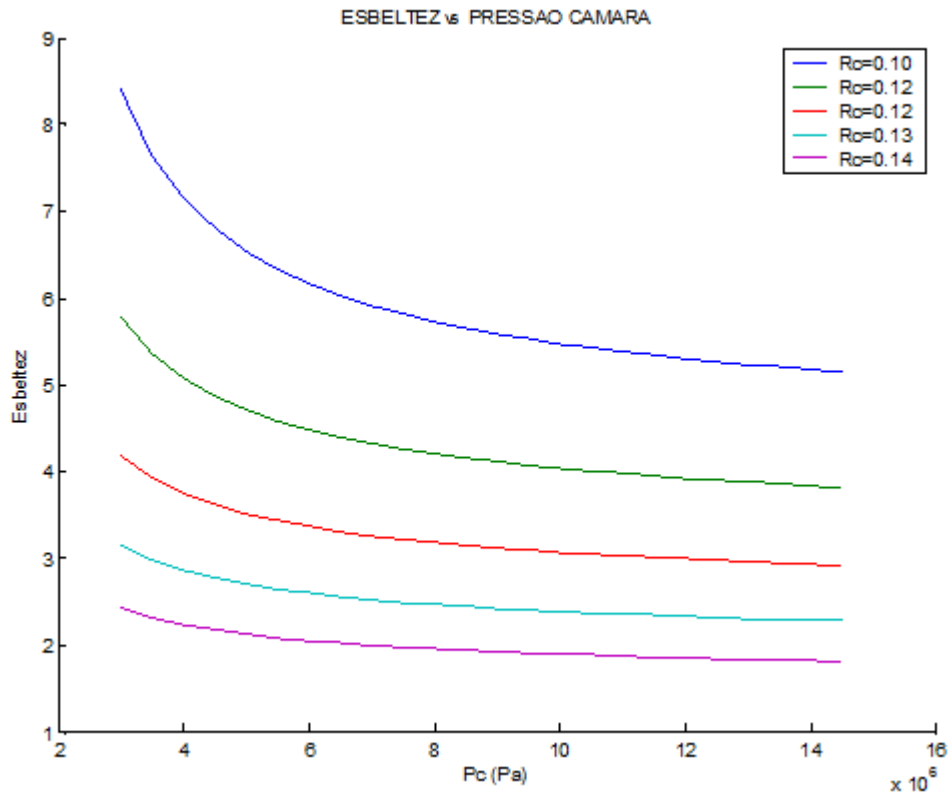


Figura 3.44: Variação da esbeltez com Pc

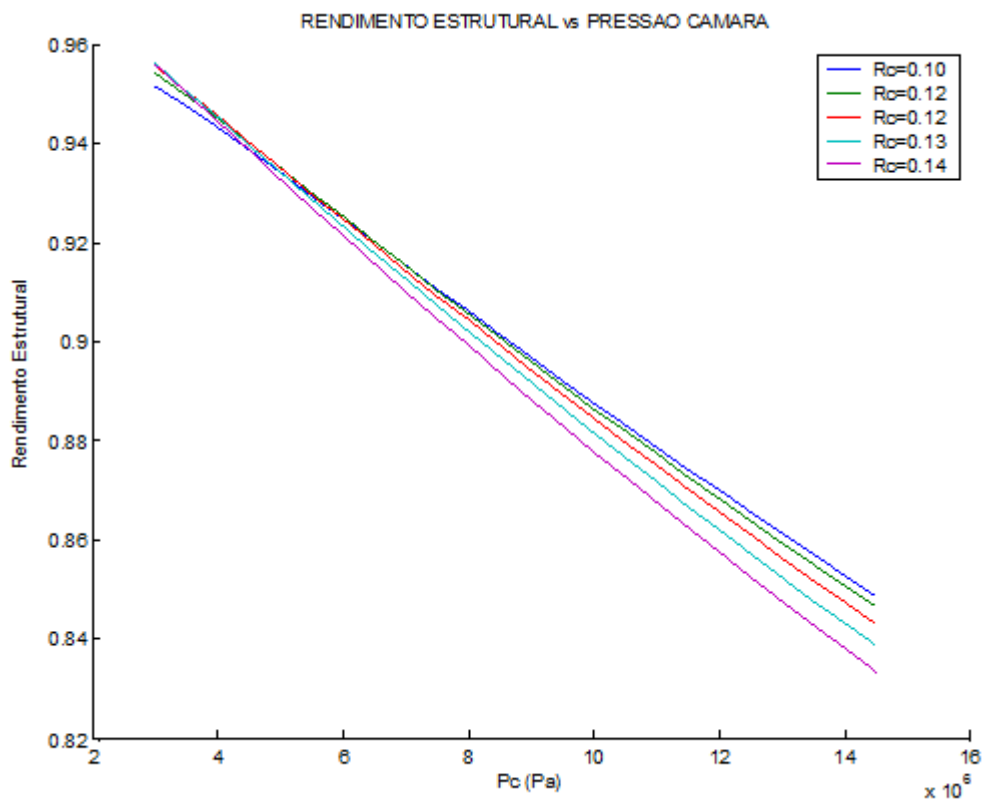


Figura 3.45: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

TRX-H609

4140 (normalizado)

$R_c$  (100-140 mm)

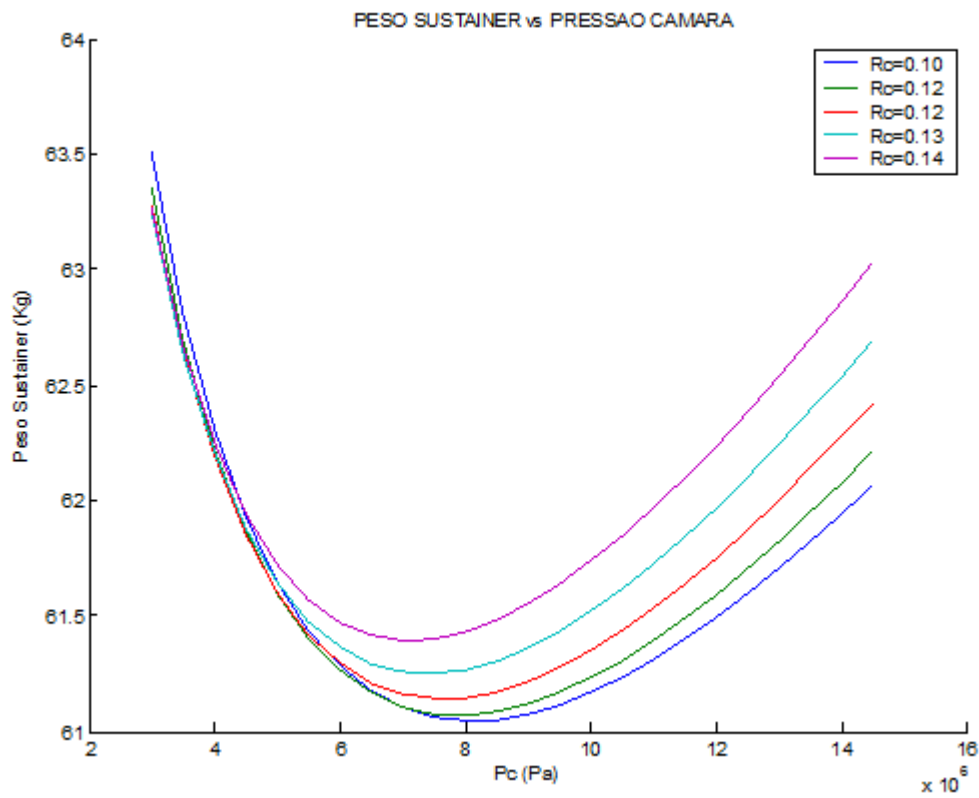


Figura 3.46: Variação do peso com  $P_c$

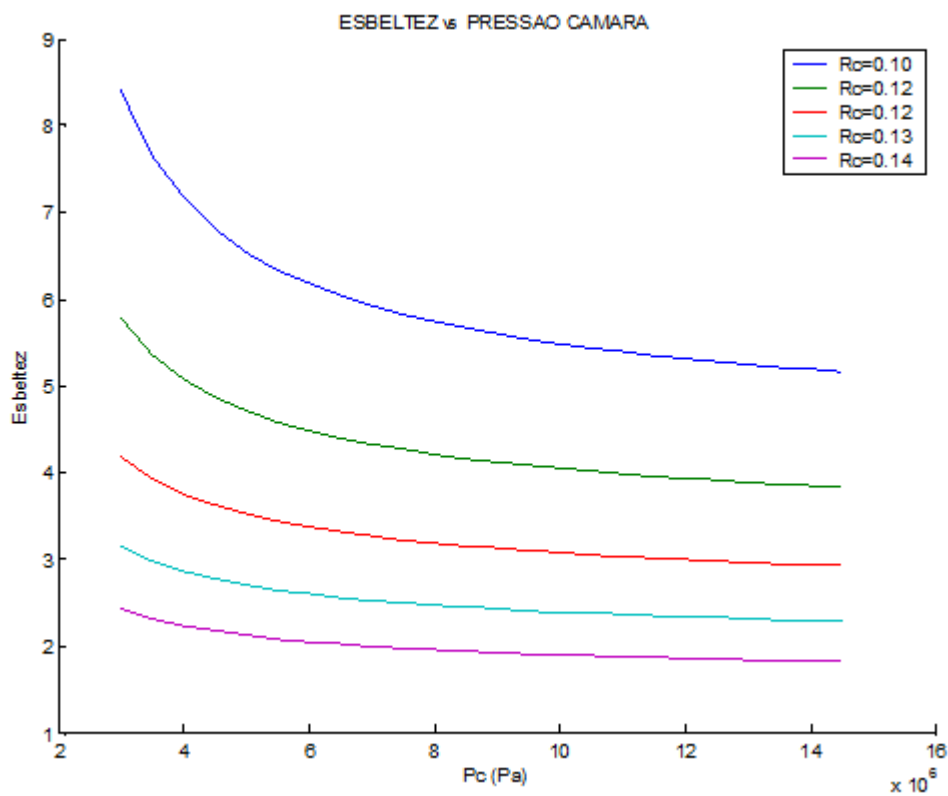


Figura 3.47: Variação da esbeltez com  $P_c$

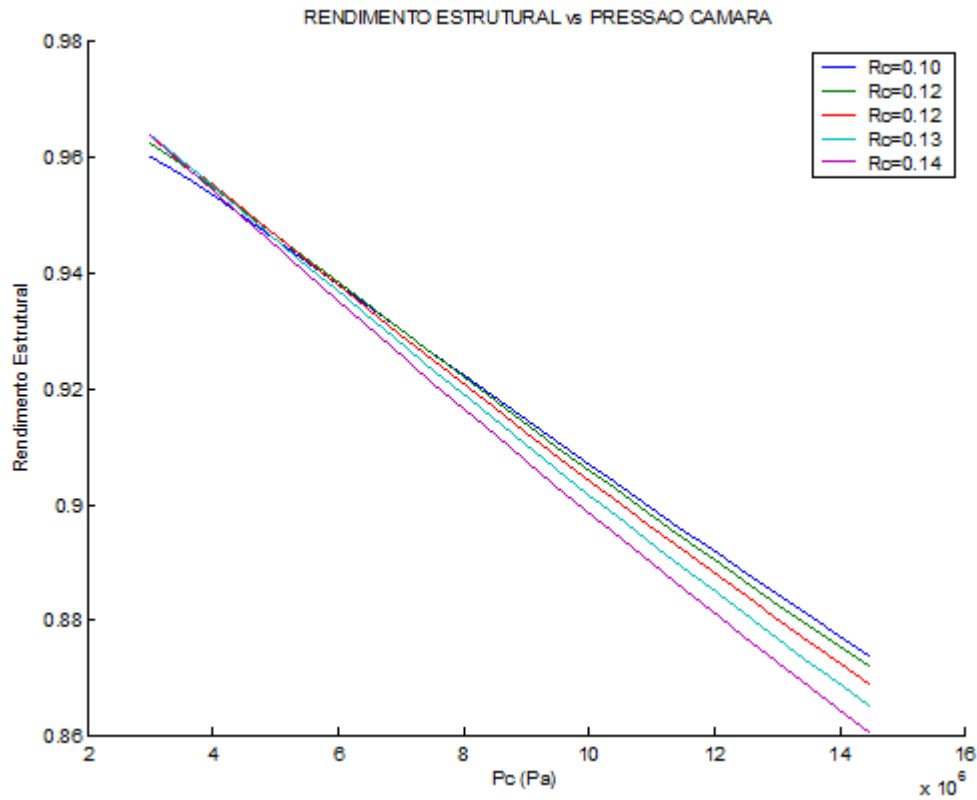


Figura 3.48: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**TRX-H609 HP Rc (100-140 mm)**

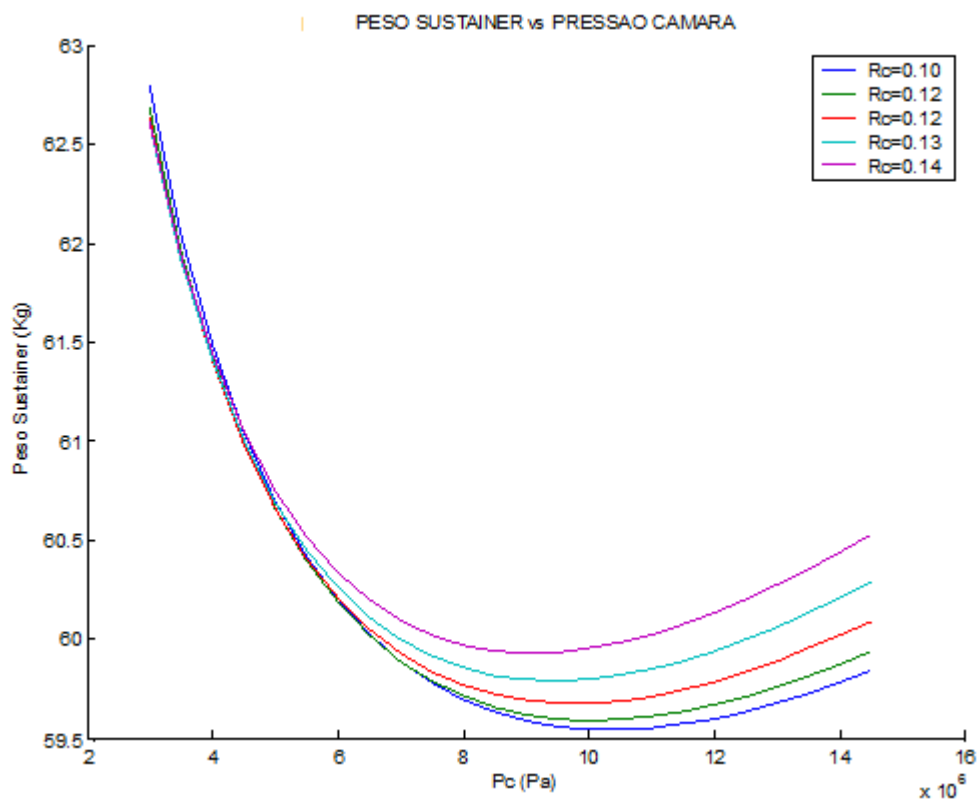


Figura 3.49: Variação do peso com Pc

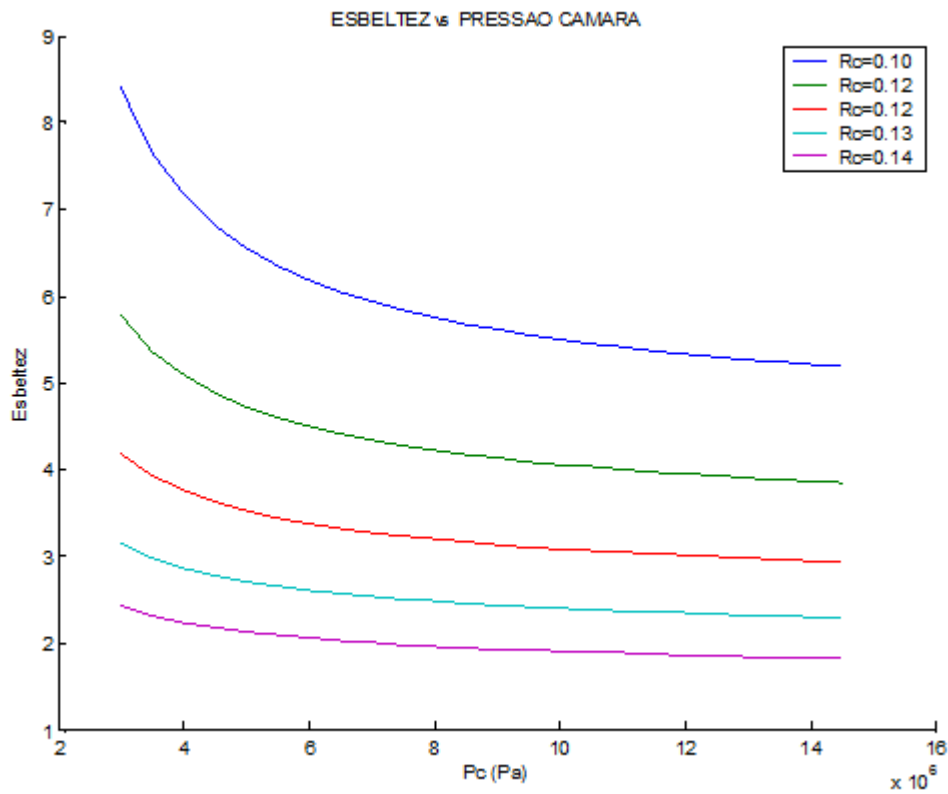


Figura 3.50: Variação da esbeltez com Pc

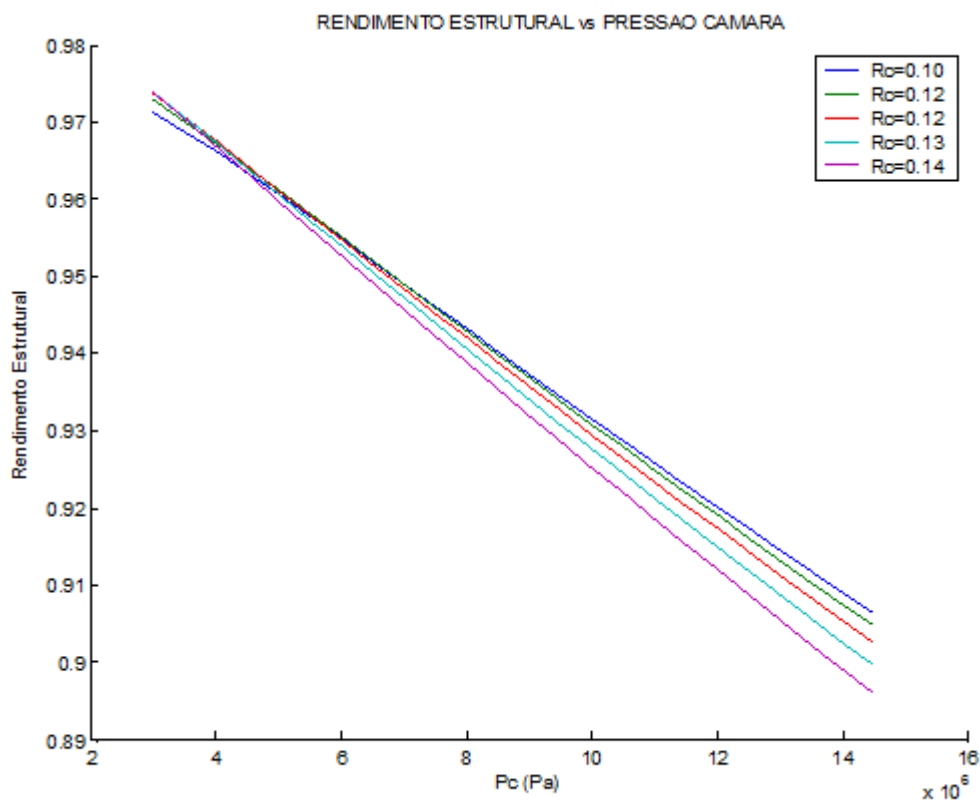


Figura 3.51: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

TRX-H609

4340 (end.y temp.)

$R_c$  (100-140 mm)

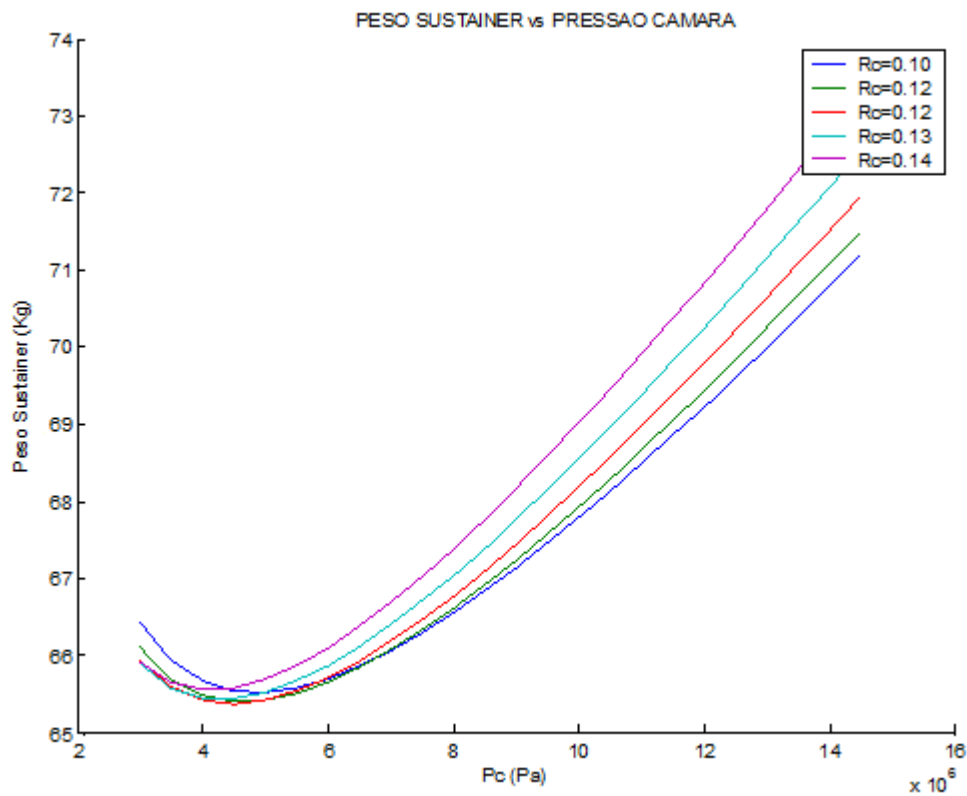


Figura 3.52: Variação do peso com  $P_c$

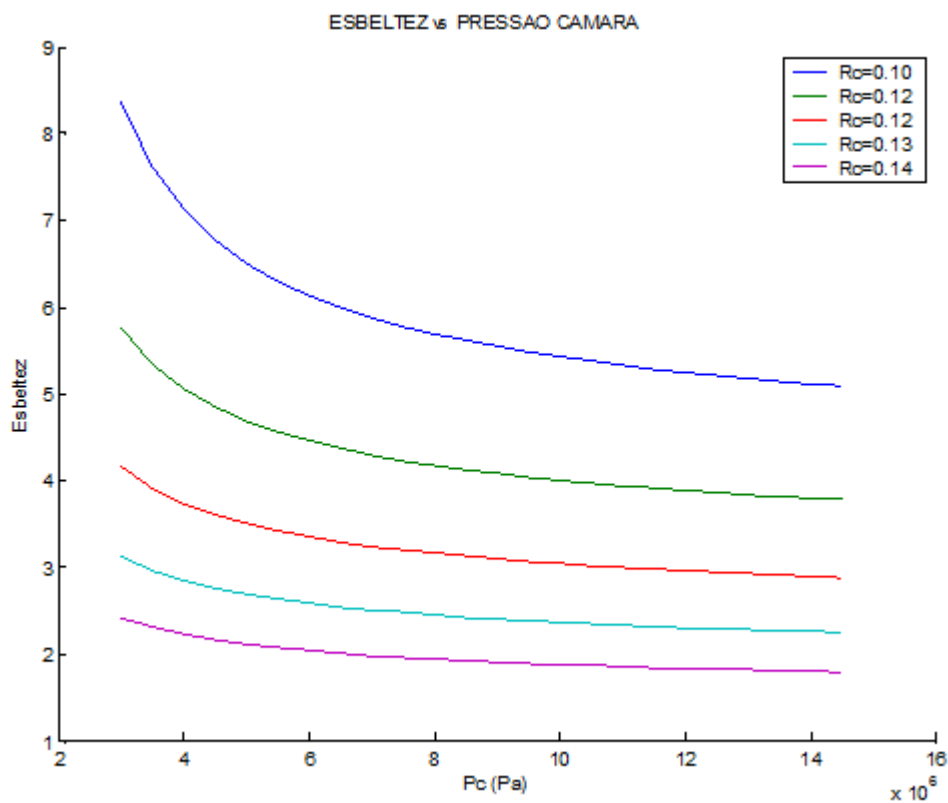


Figura 3.53: Variação da esbeltez com  $P_c$

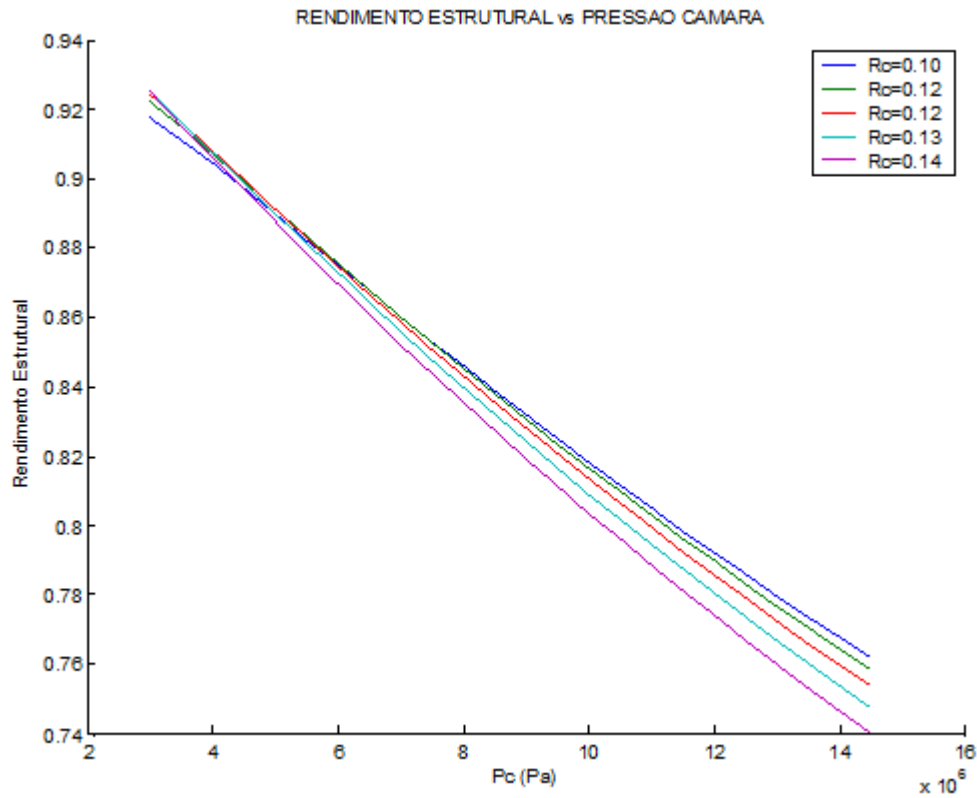


Figura 3.54: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

**TRX-H609                      4130                      Rc (100-140 mm)**

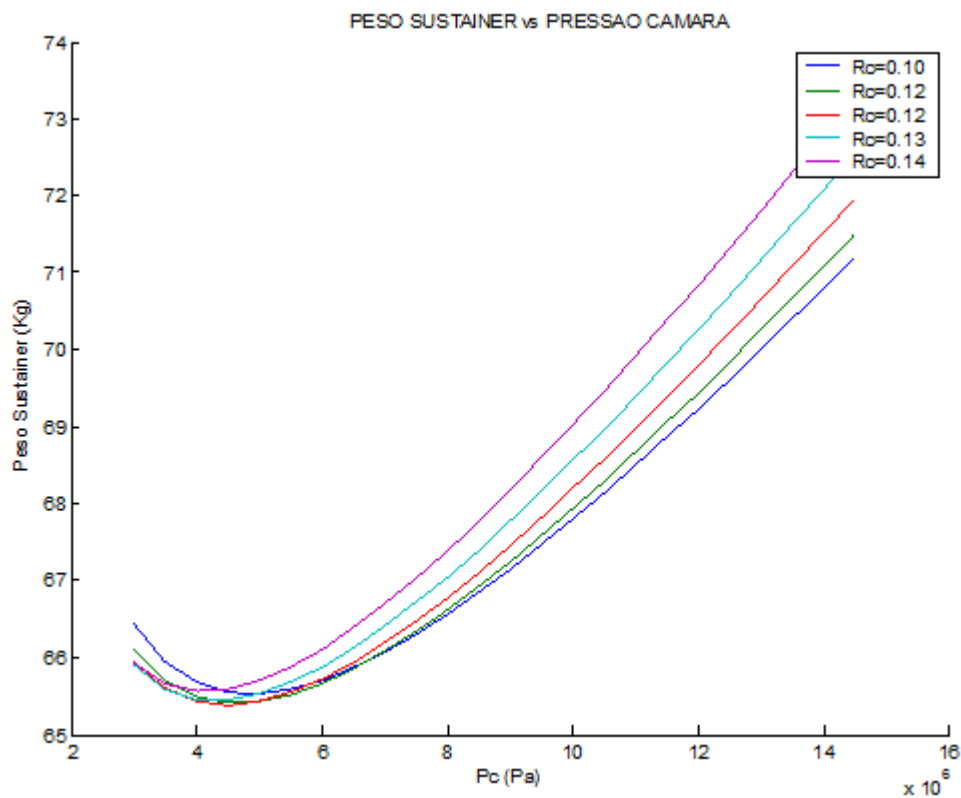


Figura 3.55: Variação do peso com Pc

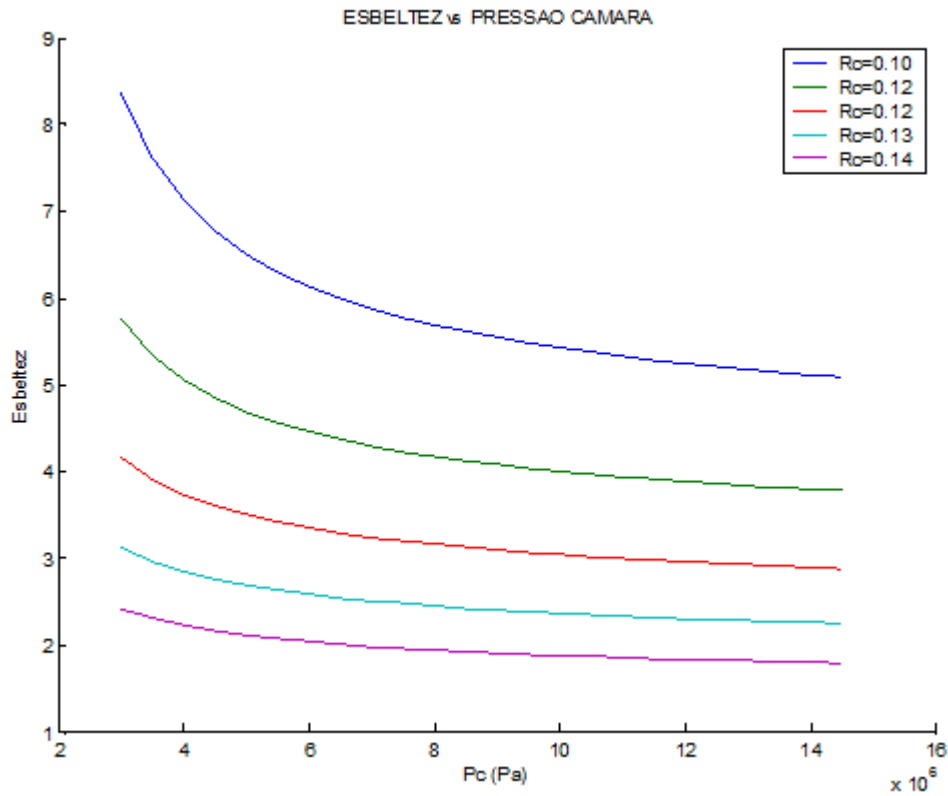


Figura 3.56: Variação da esbeltez com  $P_c$

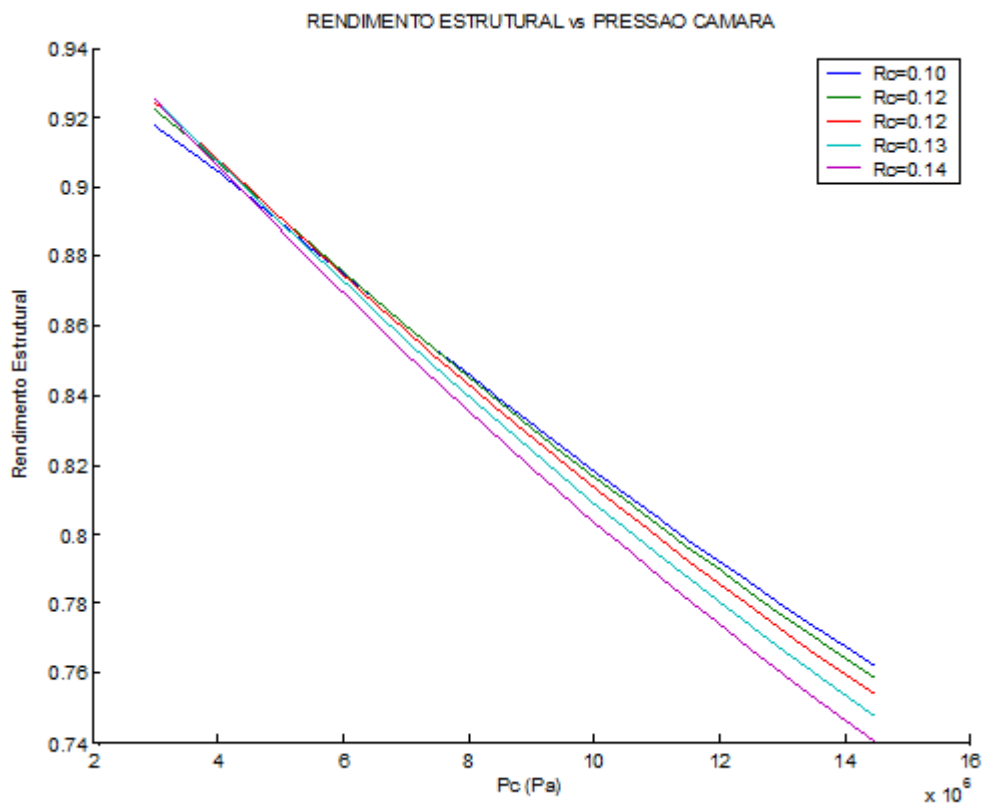


Figura 3.57: Variação do Rendimento Estrutural com  $P_c$

**TRX-H609                      4130 (trat. Term.)                       $R_c$  (100-140 mm)**

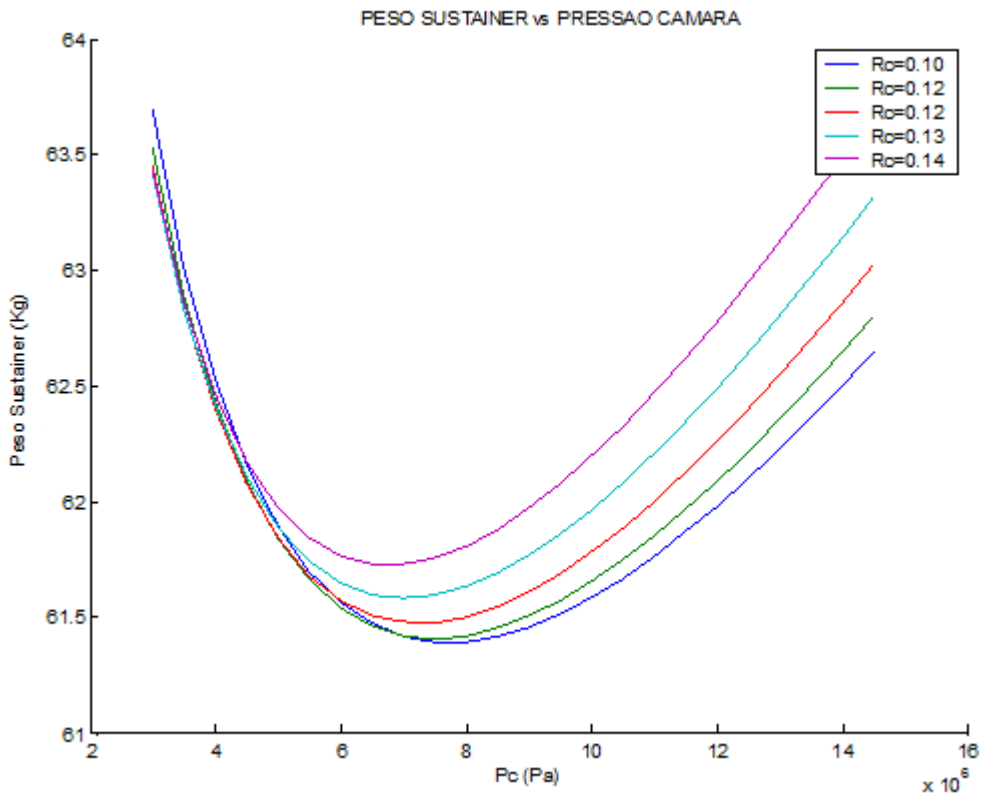


Figura 3.58: Variação do peso com  $P_c$

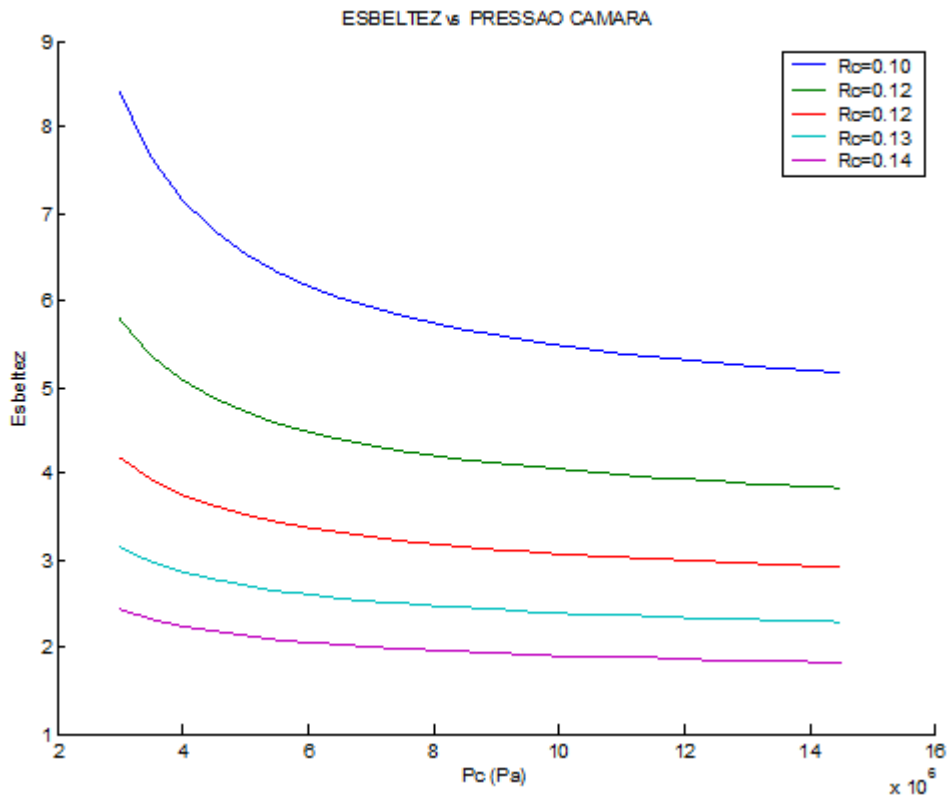


Figura 3.59: Variação da esbeltez com  $P_c$

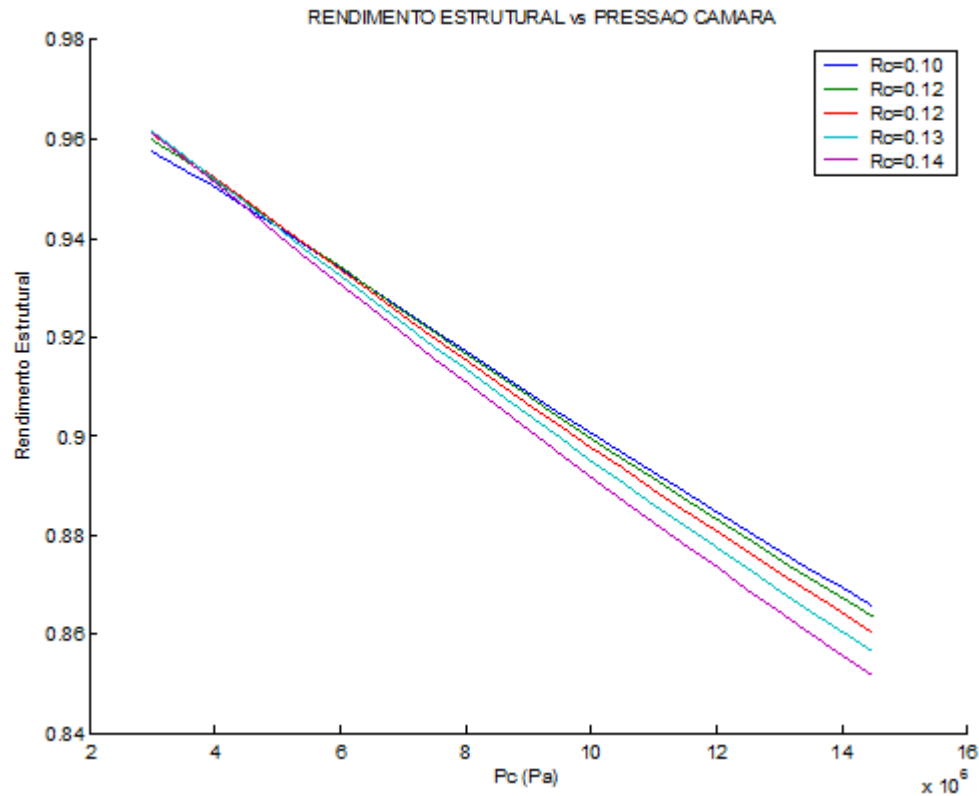


Figura 3.60: Variação do Rendimento Estrutural com Pc

## 7.2.- CRITÉRIOS:

- No primeiro critério utiliza-se o facto de que a margem de mínimos encontra-se um intervalo de pressão de funcionamento dos combustíveis para os quais temos dados.
- São omitidos os resultados com zonas de mínimos para Pc menores de 4 MPa (para evitar instabilidades da combustão).
- É exigida uma esbeltez do ordem de 5-10 para os mínimos (para evitar problemas aerodinâmicos).
- Os rendimentos estruturais devem ser aceitáveis (>0.85).

### **7.3.- CONCLUSÕES:**

Pela análise dos gráficos das Figuras 3.7 a 3.60 podemos realizar a primeira seleção de combinações. Os resultados para os combustíveis AHH e JPL540A são muito piores no que respeita ao peso mínimo que os outros combustíveis (perto de 20% e 10% respectivamente), por isso, são eliminados.

Por essa mesma razão é eliminado como material o aço 4130, pois além de apresentar resultados piores, a sua gama de mínimos está perto de 4 MPa, podendo originar problemas de combustão.

As outras combinações são mantidas por agora.

# **CAPITULO**

## **IV**

# **Desenho e Configuração do Grão**

## **1.- INTRODUÇÃO**

Neste capítulo analisa-se a disposição do grão na câmara de combustão para as combinações do material e propelante escolhidos no capítulo anterior.

Este estudo vai ser dividido em varias partes; na primeira dimensiona-se a secção transversal do grão, sendo depois calculadas as medidas longitudinais e estudada a combustão erosiva e a cauda de tracção.

Um dos objectivos a atingir é conseguir uma configuração de grão que mantenha a tracção constante e onde não possam ser atingidos os picos de pressão extremos que possam ultrapassar a resistência dos materiais utilizados.

## **2.- SECÇÃO TRANSVERSAL**

Para escolher a secção transversal devemos ter em conta que estamos à procura de uma lei de tracção o mais constante possível com o tempo. Isto traduz-se em que a superfície de queima deve ser também constante com o tempo, isto é, devemos ter uma combustão neutra. Para a consecução deste requerimento, é utilizada a clássica configuração em estrela da figura 4.1.



**Figura 4.6 Configuração em estrela**

Fonte: [www.therocketryforum.com](http://www.therocketryforum.com)

Nesta configuração temos zonas em que se produz combustão progressiva e aumenta o perímetro da combustão as quais são compensadas por outras onde a combustão é de tipo regressivo, pelo que diminui o

perímetro. Tudo isto de tal forma que o perímetro total se mantém, constante com o tempo.

O referido processa-se até atingirmos um momento da combustão onde o perímetro já não é passível de se manter constante, resultado combustão progressiva. Finalmente tem lugar a combustão dos restos de propelante que ficaram por queimar, a que se vai chamar “cauda de tracção”.

Trabalha-se com a secção mais próxima à garganta (secção N). Por outro lado, a parte da secção mais longe vai ser chamada secção F. (ver Fig. 4.2).

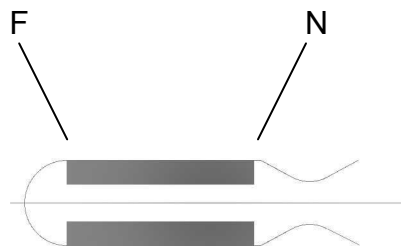


Figura 4.2: Câmara de Combustão

## 2.1.- NOTAÇÃO

Em primeiro lugar vamos definir a geometria da configuração em estrela. Para isso vamos recorrer à Fig. 4.3.

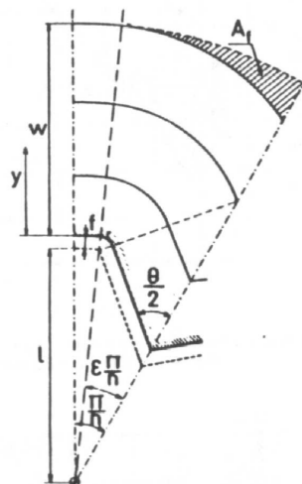


Figura4.3: Diagrama do Grão

Fonte: Sutton, 2001

- $R_C$  = Raio da câmara
- $f$  = Raio de tolerância ou ajuste
- $l$  = Raio interior
- $w$  = Espessura do grão
- $\theta$  = Ângulo varrido pelas pontas
- $\varepsilon$  = Parâmetro da estrela
- $n$  = Número de pontas da estrela
- $C_T$  = Coeficiente de tracção
- $T$  = Tracção
- $y_N$  = Regressão na secção N
- $P_C$  = Pressão da câmara
- $P_N$  = Pressão na secção N
- $K_M$  = Coeficiente de combustão erosiva
- $M_N$  = Número de Mach
- $A_g$  = Área da garganta
- $A_N$  = Área do canal na secção N
- $J_o = \frac{A_g}{A_n}$  = Factor de concentração
- $S$  = perímetro
- $\dot{r}$  = velocidade de regressão
- $\dot{r}_o$  = velocidade de regressão sem considerar combustão erosiva

## 2.2.- EQUAÇÕES DA ESTRELA

A primeira equação obtém-se directamente da geometria do problema representada na figura 4.3.

$$\boxed{R_c = w + f + l} \quad (4.1)$$

A segunda equação será a evolução da regressão.

$$\frac{dy_N}{dt} = \dot{r} \cdot N = \dot{r} \cdot N_o \cdot \frac{\dot{r} \cdot N}{\dot{r} \cdot N_o} \quad (4.2)$$

Onde

$$\dot{r}_{N_o} = a \cdot P_N^n \quad (4.3)$$

$$\frac{\dot{r}_N}{\dot{r}_{N_o}} = 1 + K_M \cdot f(M_N) \quad (4.4)$$

$$f(M_N) = \frac{M_N}{1 + \gamma \cdot M_N^2} \cdot \sqrt{2 \cdot (\gamma + 1) \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_N^2\right)} \quad (4.5)$$

Para além do anterior, considerando a evolução dos gases no comprimento da câmara como isentrópica, é possível escrever:

$$P_N = P_C \cdot \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M_N^2\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \quad (4.6)$$

Se integramos a equação (4.2) desde o início até ao seu final, tendo em conta as relações anteriores e considerando a hipótese de que a pressão da câmara se mantém constante:

$$a \cdot P_C^n \cdot t_b = \int_0^w \frac{dy_N}{\varphi(M_N)} \quad (4.7)$$

Esta equação pode ser reescrita tendo em conta que o n° de Mach pode ser relacionado com a relação de áreas.

$$\frac{A_g}{A_N} = M_N \cdot \left[ \frac{\gamma+1}{2 \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_N^2\right)} \right]^{\frac{\gamma+1}{2 \cdot (\gamma-1)}} \quad (4.8)$$

Por sua vez esta relação de áreas é:

$$\frac{A_g}{A_N} = \frac{\frac{A_g}{A_{N(t=0)}}}{\frac{A_N}{A_{N(t=0)}}} = J_o / \Psi(y_N, \text{Parâmetros da estrela}) \quad (4.9)$$

Cabe realçar que esta equação é diferente para as combustões progressiva e neutra e lembrar também que  $J_o = 0.5$ . Introduzindo esta fórmula na equação (4.7), obtemos:

$$a \cdot P_C^n \cdot t_b = \int_0^w \frac{dy_N}{\varphi(y_N, \text{Parâmetros da estrela}, J_o)} \quad (4.10a)$$

É necessário comentar a equação anterior., pois o integral é composto por duas partes, uma para a zona de combustão neutra e outra para a zona de combustão progressiva. Assim, se denominamos ao ponto de passagem da combustão neutra a progressiva como:

$$y_N^* = \frac{\sin\left(\varepsilon \cdot \frac{\pi}{n}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \cdot l - f$$

Podemos reescrever a equação (10a) como:

$$a \cdot P_c^n \cdot t_b = \int_0^{y_N^*} \frac{dy_N}{\varphi_1(y_N, \text{Parâmetros da estrela}, J_o)} + \int_{y_N^*}^w \frac{dy_N}{\varphi_2(y_N, \text{Parâmetros da estrela}, J_o)}$$

(10 b)

A seguinte equação fornece o valor da tracção

$$T = A_g \cdot P_c \cdot C_T = P_c \cdot \frac{A_g}{A_{N(t=0)}} \cdot A_{N(t=0)} \cdot C_T \quad (4.11)$$

Ou, de outra forma

$$T = P_c \cdot J_o \cdot A_{N(t=0)} \cdot C_T \quad (4.11a)$$

A equação seguinte é puramente geométrica e consiste basicamente em obrigar a que o perímetro da zona de queima seja constante, o que traduzido como:

$$\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{n} = \frac{\theta}{2} + \cot g \frac{\theta}{2} \quad (4.12)$$

Na equação seguinte é restringido o raio de acordo (ou tolerância)  $f$ . Esta equação é empírica e depende de resultados experimentais, em que se pretende minimizar as concentrações de esforços nas esquinas da estrela

Isto resulta em  $\frac{l}{f} = 0.03 - 0.05$  neste caso

$$\frac{l}{f} = 0.05 \quad (4.13)$$

A última equação que vamos usar será uma explicitação da equação (4.9), onde se conclui que efectivamente  $\Psi$  depende dos parâmetros que se têm referido. Para isto expressa-se  $A_N$  em função dos parâmetros da estrela e de  $Y_N$ .

Como temos dito, a equação tem duas partes, uma para combustão neutra e outra para a progressiva.

- Combustão neutra  $y < y_N^*$

$$\frac{A_{N \text{ neutra}}}{l^2} = n \cdot \left[ \sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \cdot \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) - \sin^2 \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \cdot \cot g \cdot \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] + (1 - \varepsilon) \cdot \pi + 2 \cdot n \cdot \left( \frac{y_{N+f}}{l} \right) \cdot \left[ (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi}{n} + \frac{\sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right)}{\sin \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right] \quad (4.14)$$

Em toda esta zona o perímetro é constante:

$$S_{\text{neutra}} = 2 \cdot n \cdot l \cdot \left( (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi}{n} + \frac{\sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right)}{\sin \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right) \quad (4.15)$$

- Combustão progressiva  $y > y_N^*$

$$A_{N \text{ progressiva}} = \pi \cdot (l + f + y_N)^2 - A_f \quad (4.16)$$

onde

$$\frac{A_f}{l^2} = \varepsilon \cdot \pi \cdot \left( 1 + \frac{y_{N+f}}{l} \right)^2 - n \cdot \left[ \sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \cdot \left( \sqrt{\left( \frac{y_{N+f}}{l} \right)^2 - \sin^2 \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) + \cos \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right)} \right) \right] + \left( \frac{y_{N+f}}{l} \right)^2 \cdot \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} + \sin^{-1} \left( \frac{l}{y_{N+f}} \cdot \sin \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \right) \quad (4.17)$$

Em toda esta zona o perímetro não é constante.

$$S_{progressiva} = 2 \cdot n \cdot l \cdot \left[ \frac{y_{N+f}}{l} \cdot \left( \frac{\pi}{n} + \sin^{-1} \left( \frac{l}{y_{N+f}} \right) \right) + (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi}{n} \right] \quad (4.18)$$

Depois do explicitado, é fácil compreender que

$$\frac{A_N}{A_{N(t=0)}} = \Psi(y_N, \text{parâmetros da estrela})$$

Com o que se pode já escrever a última equação que estamos a procurar.

$$\boxed{\frac{A_{N(t=0)}}{l^2} = n \cdot \left[ \sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \cdot \cos \left( \frac{\theta}{2} \right) - \sin^2 \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right) \cdot \cot g \cdot \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] + (1 - \varepsilon) \cdot \pi + 2 \cdot n \cdot \left( \frac{f}{l} \right) \cdot \left[ (1 - \varepsilon) \cdot \frac{\pi}{n} + \frac{\sin \left( \varepsilon \cdot \frac{\pi}{n} \right)}{\sin \left( \frac{\theta}{2} \right)} \right]} \quad (4.19)$$

Como temos visto, temos construído um sistema de 6 equações (as que estão em quadro (4.1), (4.10 b), (4.11), (4.12), (4.13), (4.19) com 9 incógnitas pelo que temos 3 grãos de liberdade

- Incógnitas:  $R_C, w, l, f, P_C, n, \theta, \varepsilon, A_N(t = 0)$
- Grausde liberdade tomados:  $P_C, R_C, n$

Este sistema de equações tem aparte duas condições:

$0 \leq \varepsilon \leq 1$ . Este parâmetro vai estar no intervalo entre 0 e 1, já que fisicamente não pode sair de eles. Um valor de  $\varepsilon$  grande pode dar como resultado uma estrela mais pontiaguda que se for próxima de zero se traduziria numa estrela mais plana (ver Fig 4.4).



Figura 4.4: Tipos de Estrela

Fuente: Sutton, 2001

A segunda condição impede que as pontas se toquem e é de tipo geométrico:

$$\sin\left(\varepsilon \cdot \frac{\pi}{n}\right) \cdot \cot g\left(\frac{\theta}{2}\right) - \cos\left(\varepsilon \cdot \frac{\pi}{n}\right) - \frac{f}{l} \cdot \frac{1}{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)} > 0 \quad (4.20)$$

Com isto fechamos o sistema de equações da secção transversal.

### **3.- SECÇÃO LONGITUDINAL**

A secção longitudinal é concebida de forma a obter tracção constante. Para isso, é preciso que o combustível consumido tenha sempre o valor determinado.

Na secção seguinte vão ser definidos os cálculos de três parâmetros:

- A coordenada radial da secção N (mais próxima à tubeira de saída) em relação ao tempo  $y_N(t)$ .
- A coordenada radial da secção F (mais longe da tubeira de saída) em relação ao tempo  $y_F(t)$ .
- O comprimento do canal ( $L_c$ ) em função das coordenadas anteriores para uma tracção constante.

### 3.1.- NOTAÇÃO

- $\alpha$  = ângulo da secção longitudinal
- $w$  = espessura do grão.
- $C_T$  = Coeficiente de tracção
- $T$  = Tracção
- $y_N$  = Regressão na secção N
- $P_C$  = Pressão na câmara
- $P_N$  = Pressão na secção N
- $r'_N$  = Velocidade de regressão considerando combustão erosiva
- $r'_{N0}$  = Velocidade de regressão sem combustão erosiva
- $K_M$  = Coeficiente de combustão erosiva
- $M_N$  = Número de Mach na secção N
- $A_g$  = Área da garganta
- $A_N$  = Área do canal na secção N
- $J_o = \frac{A_g}{A_n}$  = Factor de concentração
- $S_N$  = perímetro na secção N

- $\dot{m}$  = Gasto mássico
- $A_b$  = área queimada
- $c^*$  = velocidade característica do combustível.

### 3.2.- HIPÓTESES

Para ter uma simplificação da análise consideram-se as seguintes hipóteses:

- O propelante queima adoptando na secção longitudinal forma cónica com um ângulo  $\alpha$  muito pequeno.
- Os fenómenos transitórios na expansão na tubeira são desprezáveis.
- Considera-se movimento unidimensional.
- Os efeitos viscosos no canal são desprezáveis.
- A evolução nas secções N e garganta é considerada isentrópica.

### 3.3.- CÁLCULO DE $Y_N(t)$

A equação da velocidade de regressão com as hipóteses consideradas fica como:

$$\frac{dy_N}{dt} = \dot{r}_N \cdot \cos \alpha \cong \dot{r}_N = \dot{r}_{No} \cdot \frac{\dot{r}_N}{\dot{r}_{No}} \quad (4.21)$$

Agora continuamos o mesmo caminho realizado na secção 2.3.

De (4.21) sabemos que

$$\dot{r}_{No} = a \cdot P_N^n \quad (4.22)$$

$$\frac{\dot{r}_N}{\dot{r}_{No}} = 1 + K_M \cdot f(M_N) \quad (4.23)$$

$$f(M_N) = \frac{M_N}{1+\gamma \cdot M_N^2} \cdot \sqrt{2 \cdot (\gamma + 1) \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_N^2\right)} \quad (4.24)$$

Além disso, como temos considerado a evolução dos gases em toda a câmara como isentrópica podemos utilizar:

$$P_N = P_C \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_N^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \quad (4.25)$$

Com tudo isto podemos dizer que é possível reescrever (4.21) como

$$\frac{dy_N}{dt} = a \cdot P_C^n \cdot \varphi(M_N) \quad (4.26)$$

Esta equação pode ser transformada se temos em conta que o nº de Mach está relacionado com a relação das áreas:

$$\frac{A_g}{A_N} = M_N \cdot \left[ \frac{\gamma+1}{2 \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_N^2\right)} \right]^{\frac{\gamma+1}{2 \cdot (\gamma-1)}} \quad (4.27)$$

Por sua vez esta relação de áreas pode-se escrever como:

$$\frac{A_g}{A_N} = \frac{A_g}{A_{N(t=0)}} \bigg/ \frac{A_N}{A_{N(t=0)}} = J_o / \Psi(y_N, \text{Parámetros da estrela}) \quad (4.28)$$

Cabe notar que esta equação é distinta para a combustão progressiva e para a neutra e lembrar que  $J_o = 0.5$ .

Assim sendo, já estamos em posição de escrever a primeira equação diferencial:

$$\frac{dy_N}{dt} = a \cdot P_C^n \cdot \varphi(\text{Parámetros da estrela}, y_N, J_o) \quad (4.29)$$

$$y_N(t = 0) = 0$$

Tem que se realçar que a função  $\varphi$  é contínua, mas por partes, pois quando a combustão muda de neutra a progressiva a função muda também, mas formalmente está bem enunciado.

### 3.3.- CÁLCULO DE $Y_F(t)$

Na secção F não há componente normal da velocidade já que está perto do topo da câmara, portanto não há que considerar os efeitos associados à combustão erosiva. O enfoque do problema é:

$$\frac{dy_F}{dt} = \dot{r}_F \cdot \cos \alpha \cong \dot{r}_F = \dot{r}_{F0} \quad (4.30)$$

Se dividimos esta equação entre a sua homónima para a secção N:

$$\frac{dy_F}{dy_N} = \frac{r_F}{r_N} = \frac{\frac{r_{Fo}}{r_{No}}}{\frac{r_N}{r_{No}}} \quad (4.31)$$

Pelo exposto anteriormente, sabemos que:

$$\frac{r_N}{r_{No}} = [1 + K_M \cdot f(M_N)] \quad (4.32)$$

E se temos em conta as hipóteses anteriores, a evolução da pressão pode escrever-se como:

$$P_F + 0 = P_N + \frac{1}{2} \rho \cdot V_N^2 \quad (4.33)$$

Tendo isto em conta

$$\frac{r_{Fo}}{r_{No}} = \left(\frac{P_F}{P_N}\right)^n = (1 + \gamma \cdot M_N^2)^n \quad (4.34)$$

Portanto a equação pode ser:

$$\frac{dy_F}{dy_N} = \frac{(1 + \gamma \cdot M_N^2)^n}{1 + K_M \cdot f(M_N)} \quad (4.35)$$

Na linha anterior vimos que realmente  $M_N$  pode ser expressado como:

$$M_N = \xi(J_o, y_N, \text{Parámetros da estrela})$$

Com isto a equação final é:

$$\frac{dy_F}{dy_N} = \varphi(\text{Parámetros da estrela}, J_o, y_N, K_M) \quad (4.36)$$

E como vimos antes que  $y_N$  pode ser expresso em função do tempo, então já temos  $y_F(y_N(t))$ .

$$y_F(y_N = 0) = 0$$

### 3.5.- CÁLCULO DE $L_c(t)$

Considerando o processo na tubeira como quase-estacionário, a massa que passa pela garganta deverá ser a mesma que a proveniente da combustão do propelante dentro da câmara. Igualando ambos os caudais mássicos:

$$\dot{m} = \int \rho_p \cdot \dot{r} \cdot d\sigma = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} \quad (4.37)$$

É possível ver que ao impor um valor da pressão, utilizamos o valor da tracção que é procurado. O integral vai ser aproximado por valores médios, pelo que:

- $A_b$  é a superfície de queima, suposta cônica em que:

$$A_b = \frac{L_c}{2} \cdot (S_F \cdot S_N) \quad (4.38)$$

- Tomando uma velocidade de regressão média, da forma:

$$\dot{r} = \frac{1}{2} \cdot (\dot{r}_F + \dot{r}_N) \quad (4.39)$$

Tendo isto em conta, (4.37) podemos reescrever como:

$$\frac{P_c \cdot A_g}{c^*} = \frac{L_c \cdot \rho_p}{4} \cdot (S_F \cdot S_N) \cdot (\dot{r}_F + \dot{r}_N) \quad (4.40)$$

Além disso se multiplicamos e dividimos por  $r_{No}^{\dot{}}$  temos que:

$$\frac{P_C \cdot A_g}{c^*} = \frac{L_C \cdot \rho_p}{4} \cdot (S_F \cdot S_N) \cdot r_{No}^{\dot{}} \cdot \left( \frac{r_F^{\dot{}}}{r_{No}^{\dot{}}} + \frac{r_N^{\dot{}}}{r_{No}^{\dot{}}} \right) \quad (4.41)$$

De anterior sabemos que:

- $\frac{r_N^{\dot{}}}{r_{No}^{\dot{}}} = [1 + K_M \cdot f(M_N)]$
- $\frac{r_{Fo}^{\dot{}}}{r_{No}^{\dot{}}} = (1 + \gamma \cdot M_N^2)^n$
- $r_{No}^{\dot{}} = a \cdot P_N^n$
- $S_N = f(y_N, \text{Parâmetros da estrela})$
- $S_F = f(y_F, \text{Parâmetros da estrela})$

Como também

- $P_N = P_C \cdot \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} \cdot M_N^2\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$
- $M_N = \xi(J_o, y_N, \text{Parâmetros da estrela})$
- $y_N = y_N(t)$
- $y_F = y_F(y_N(t)) = y_F(t)$

Vemos que realmente tudo depende de t, portanto  $L_C = L_C(t)$ .

#### 4.- CÁLCULO DA CAUDA DE TRACÇÃO

A cauda de tracção é o producto da combustão dos restos do propelante que ainda ficam na câmara quando a superfície da combustão chega à parede (isto acontece na secção mais perto da garganta), isto matematicamente é  $y_N=w$ .

Neste caso, a disposição do propelante na câmara tem a forma apresentada na figura 4.5.

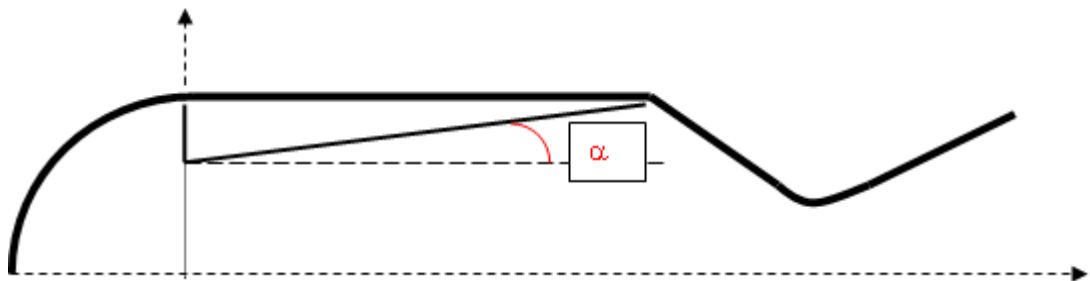


Figura 4.5: Disposição do propelante na câmara

#### 4.1.- NOTAÇÃO

- $\alpha$  = ângulo da secção longitudinal.
- $f$  = Raio de acordo ou tolerância.
- $l$  = Raio interior.
- $C_T$  = Coeficiente de tracção.
- $T$  = Tracção.
- $y_N$  = Regressão na secção N.
- $P_C$  = Pressão de câmara.

- $P$  = Pressão.
- $\dot{r}$  = Velocidade de regressão considerando combustão erosiva.
- $\dot{r}_0$  = Velocidade de regressão sem combustão erosiva.
- $A_g$  = Área da garganta.
- $A_N$  = Área do canal na secção N.
- $S_N$  = perímetro na secção N.
- $\dot{m}$  = caudal mássico.
- $A_b$  = área queimada.
- $c^*$  = velocidade característica do combustível.
- $L'$  = Comprimento da câmara com combustão

#### 4.2.- HIPÓTESES

- O ângulo  $\alpha$  permanece constante e pequeno, nesta etapa.
- O número de Mach varia pouco e é muito menor que a unidade, por isto é possível aproximar a pressão de estagnação pela da câmara  $P_c$  e não vão ser apresentados efeitos erosivos.
- O processo é suposto quase-estacionário.

#### 4.3.- DESENVOLVIMENTO

Para o modelo da câmara

$$\dot{r} = a \cdot P^n \cong P_c^n \quad (4.42)$$

Igualando os gastos mássicos

$$\rho_p \cdot \dot{r} \cdot A_b = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} \quad (4.43)$$

Substituindo  $P_c$  em (4.43) e substituindo em (4.42),obtemos

$$P_c = \left( a \cdot \rho_p \cdot c^* \cdot \frac{A_b}{A_g} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (4.44)$$

Aproxima-se a área de queima do mesmo modo que o anterior tomando o novo comprimento  $l'$ , pelo que:

$$A_b = \frac{(S_N + S_F) \cdot l'}{2} \quad (4.45)$$

Nesta aproximação é supostamente constante o perímetro da secção N e é igual ao valor que tem no inicio desta última fase. Esta hipótese não é certa porque ficam lóbulos laterais residuais que ainda não estão queimados e que podem fazer variar o perímetro. Por outro lado,sabemos que:

$$S_F = S_F(y_F)$$

Para terminar a geometria temos a seguinte relação:

$$l' = \frac{R_c - (l + f + y_F)}{\sin \alpha} \quad (4.46)$$

Assim, substituindo em (4.44)

$$P_c = P_c(y_F)$$

Mas tendo em atenção que:

$$y_F = y_F(y_N \cdot (t)) = y_F(t)$$

Pelo que:

$$P_c = P_c(t)$$

A partir daqui pode ser obtida a tracção, por:

$$T(t) = P_c \cdot A_g \cdot C_T = P_c(t) \cdot A_g \cdot \Gamma(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma - 1} \cdot \left(1 - \left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}\right)} \quad (4.47)$$

## **5.- RESULTADOS**

Vão ser tomadas para o estudo as zonas de  $P_c$ ,  $R_c$  que nos davam as zonas de mínimos do capítulo anterior assim como 3 cortes a 30°, 35° e 40°, e com 6 e 7 pontas da estrela. (A combinação com 5 pontas da estrela não funcionava reiteradamente, portanto foi suprimida).

Uma das primeiras conclusões do estudo é que se era possível obter os pesos óptimos do nas zonas de mínimos do capítulo 3. Para essas zonas e para alguns materiais isto significava um aumento inaceitável do pico de pressões, de tal modo que tinha de descartar essa combinação, e em muitos casos, perdia-se material em condições muito melhores que outros, pelo que nestes casos optou-se por sair da zona de óptimo até às margens de saltos de pressão válidos que permitiam esses materiais. Estes margens de salto de pressão dependendo da extrapolação, depende unicamente do combustível, e

isso é que se obtém para o TRX-H609 em que se obtém uma zona de óptimo comum para todos os materiais.

Por outra parte no caso do ANP-2639AF, a pressões superiores a 7 MPa e raios superiores a 0.106 mm, o programa não funciona pelo que voltamos a ter condições similares para a maior parte dos materiais.

Por outro lado, as combinações com ARCITE 373 davam sistematicamente uma esbeltez da ordem de 3.3 - 3.7 para a zona de mínimos.

Portanto, optou-se por diminuir o raio da câmara de forma a compensar mas o programa falhava sempre para valores inferiores a aproximadamente 0.115 m, e por isso não era possível elevar a esbeltez o suficiente salvo em casos que nos situavam perto dos 4 MPa, pelo que o aumento de peso era muito grande e além disso, nos situava em pressões fora da gama de uso do propelante, pelo que se descartou o seu estudo.

Os resultados vão ser apresentados nas Tabelas 4.3 e 4.4 onde vão estar os dados mais importantes: Estes serão:

- O peso do conjunto propelante - câmara (onde se inclui a parte esférica mas não o convergente da tubeira).
- A esbeltez da câmara (onde não se inclui a parte esférica nem a convergente da tubeira).
- O rendimento estrutural.
- A pressão da câmara nominal.
- O raio da câmara.
- O quociente pressão máxima / pressão nominal.
- O impulso total (na cabeceira de cada tabela vai estar o impulso total nominal).
- O impulso total incluindo a cauda de tracção.

**Tabela 4.3– Resultados de cálculo para ANP-2639AF**

$$I_{TN} = T_N \cdot t_{bN} = 135.86 \text{ KNs}$$

ANP-2639AF										
Aço	Corte	Pontas	L/D	$\eta_s$	$W_{ms}$ (Kg)	$P_c$ (MPa)	$R_c$ (m)	$P_{max}/P_n$	$I_{Corte}$ (KNs)	$I_{CorteCT}$ (KNs)
4140 (temperado)	30	6	5.85	0.91	73.67	6.8	0.106	1.06	134.96	146.64
		7	5.86	0.91	73.54	6.8	0.106	1.06	135.40	146.34
	35	6	5.87	0.91	73.71	6.8	0.106	1.06	135.04	146.77
		7	5.87	0.91	73.59	6.8	0.106	1.06	135.14	146.14
	40	6	5.89	0.91	73.81	6.8	0.106	1.07	135.04	146.80
		7	5.89	0.91	73.61	6.8	0.106	1.07	135.15	146.18
4140 (normal.)	30	6	5.85	0.91	73.32	6.8	0.106	1.06	134.96	146.64
		7	5.84	0.91	72.99	6.8	0.106	1.06	135.05	146.00
	35	6	5.87	0.91	73.41	6.8	0.106	1.07	135.04	146.78
		7	5.87	0.91	73.09	6.8	0.106	1.07	135.14	146.14
	40	6	5.89	0.91	73.45	6.8	0.106	1.07	135.04	146.80
		7	5.89	0.91	73.14	6.8	0.106	1.07	135.15	146.18
HP	30	6	5.87	0.93	72.31	6.8	0.106	1.06	135.31	146.98
		7	5.87	0.93	71.98	6.8	0.106	1.06	135.40	146.34
	35	6	5.89	0.93	72.39	6.8	0.106	1.07	135.40	147.11
		7	5.89	0.93	72.07	6.8	0.106	1.07	135.50	146.48
	40	6	5.91	0.93	72.42	6.8	0.106	1.07	135.39	147.15
		7	5.91	0.93	72.10	6.8	0.106	1.07	135.51	146.53
4340 (end. y temp.)	30	6	5.86	0.95	70.83	6.8	0.106	1.06	135.32	146.98
		7	5.86	0.95	70.50	6.8	0.106	1.06	135.40	146.34
	35	6	5.89	0.95	70.90	6.8	0.106	1.07	135.40	147.11
		7	5.89	0.95	70.58	6.8	0.106	1.07	135.50	146.48
	40	6	5.91	0.95	70.93	6.8	0.106	1.07	135.40	147.15
		7	5.91	0.95	70.61	6.8	0.106	1.07	135.51	146.53
4130(tratado term.)	30	6	5.86	0.92	72.70	6.8	0.106	1.06	134.93	146.46
		7	5.87	0.92	72.36	6.8	0.106	1.06	135.40	146.34
	35	6	5.89	0.92	72.78	6.8	0.106	1.07	135.21	146.92
		7	5.89	0.92	72.44	6.8	0.106	1.07	135.53	146.44
	40	6	5.91	0.92	72.81	6.8	0.106	1.07	135.20	147.02
		7	5.91	0.92	72.47	6.8	0.106	1.07	135.53	146.44

**Tabela 4.4– Resultados de cálculo para TRX-H609**

$$I_{TN} = T_N \cdot t_{bN} = 138.40 \text{ KNs}$$

TRX-H609										
Aço	Corte	Pontas	L/D	$\eta_s$	$W_{ms}$ (Kg)	$P_c$ (MPa)	$R_c$ (m)	$P_{max}/P_n$	$I_{corte}$ (KNs)	$I_{corteCT}$ (KNs)
4140 (temperado)	30	6	4.51	0.91	72.35	6.9	0.111	1.10	135.92	146.61
		7	4.51	0.91	72.10	6.9	0.111	1.10	136.03	146.14
	35	6	4.42	0.91	72.50	6.9	0.112	1.10	136.02	146.46
		7	4.42	0.91	72.24	6.9	0.112	1.10	136.11	145.96
	40	6	4.35	0.91	72.67	6.9	0.113	1.10	136.22	146.68
		7	4.35	0.91	72.42	6.9	0.113	1.10	136.30	146.22
4140 (normal.)	30	6	4.51	0.92	72.01	6.9	0.111	1.10	135.91	146.61
		7	4.51	0.92	71.76	6.9	0.111	1.10	136.03	146.14
	35	6	4.42	0.92	72.16	6.9	0.112	1.10	136.01	146.46
		7	4.42	0.92	71.91	6.9	0.112	1.10	136.11	145.96
	40	6	4.35	0.91	72.33	6.9	0.113	1.10	136.25	146.69
		7	4.35	0.91	72.07	6.9	0.113	1.10	136.30	146.23
HP	30	6	4.51	0.93	70.88	6.9	0.111	1.10	135.92	146.61
		7	4.51	0.93	70.63	6.9	0.111	1.10	136.03	146.14
	35	6	4.42	0.93	71.02	6.9	0.112	1.10	136.02	146.46
		7	4.42	0.93	70.79	6.9	0.112	1.10	136.11	145.96
	40	6	4.35	0.93	71.17	6.9	0.113	1.10	136.22	146.68
		7	4.35	0.93	70.93	6.9	0.113	1.10	136.30	146.22
4340 (end. y temp.)	30	6	4.51	0.95	69.48	6.9	0.111	1.10	135.92	146.61
		7	4.51	0.95	69.23	6.9	0.111	1.10	136.03	146.14
	35	6	4.42	0.95	69.63	6.9	0.112	1.10	136.02	146.46
		7	4.42	0.95	69.38	6.9	0.112	1.10	136.11	145.96
	40	6	4.35	0.95	69.79	6.9	0.113	1.10	136.22	146.68
		7	4.35	0.95	69.54	6.9	0.113	1.10	136.30	146.22
4130(trat. term.)	30	6	4.51	0.93	71.24	6.9	0.111	1.10	135.92	146.61
		7	4.51	0.93	70.99	6.9	0.111	1.10	136.03	146.14
	35	6	4.42	0.93	71.40	6.9	0.112	1.10	136.02	146.46
		7	4.42	0.93	71.15	6.9	0.112	1.10	136.11	145.96
	40	6	4.35	0.93	71.55	6.9	0.113	1.10	136.22	146.68
		7	4.35	0.93	71.31	6.9	0.113	1.10	136.30	146.22

## 5.1.- NOTAS E CONCLUSÕES

Da análise dos resultados, podemos obter várias conclusões:

Do ponto de vista da esbeltez, os melhores resultados são obtidos com as combinações de ANP-2639AF, elevando da ordem de 4.5 até 5.9 a esbeltez, não tendo grandes diferenças entre as combinações. Estes valores de 4.5 embora ultrapassem o limite fixado de 5, não têm em conta a parte esférica da câmara que aporta quase 0.5 mais, por isso são consideradas aceitáveis.

Do ponto de vista do peso e do rendimento estrutural, as melhores combinações são do TRX-H609 baixando em 2% o peso e elevando num ponto porcentual o rendimento estrutural com as suas homónimas com ANP-2639AF.

Se considerarmos a conservação do impulso total, vemos que se conserva razoavelmente no ANP-2639AF onde apenas difere em 0.5%. Nas combinações com TRX-H609 o impulso é menor e está perto de 2-3% do nominal.

Do ponto de vista das pressões, as combinações com ANP-2639AF estão muito mais afastadas do máximo do incremento de pressão que as do TRX-H609, onde temos tido que operar com ela até chegar ao limite necessário.

Do ponto de vista de materiais, o que apresenta melhores resultados é sem dúvida o aço 4340 (endurecido e temperado), seguido do aço HP.

Quanto às mudanças de ângulos e número de pontas vemos que um aumento no ângulo piora o peso, o aumento do número de pontas diminui-o, o rendimento não varia apreciavelmente, e a esbeltez também varia pouco. Realmente, tudo varia pouco com estes parâmetros pelo que para os nossos testes não oferecem melhoras concludentes.

Com tudo isto, podemos fazer as nossas selecções. Em principio, a melhoria em 2% do peso das combinações com TRX-H609, opõe-se à diminuição do impulso total numa percentagem similar, e às pressões no limite

também, e no agravamento notável da esbeltez. Em princípio, sem mais dados parecem preferíveis as combinações com ANP-2639AF.

Tendo em conta que ainda queremos fazer um estudo estrutural do grão, pode ser interessante deixar alguma combinação para cada propelante. Por isso não tendo dados sobre o seu comportamento estrutural, vamos escolher as melhores combinações para cada propelante. Como também não temos dados sobre a influência no comportamento estrutural da inclinação do corte e número de pontas, vamos mantê-las.

Assim, pois, vamos fazer uma pré-selecção das combinações que incluem o  **aço 4340 (endurecido e temperado)**. Com isso temos um total de 12 combinações, 6 para o ANP-2639AF e 6 para o TRX-H609.

# **CAPITULO**

## **V**

# **Cálculo Estrutural do Grão**

## 1.- INTRODUÇÃO

Depois da pré-selecção das combinações material – propelante mais adequadas, passamos ao estudo estrutural das mesmas. Para o efeito vão ser apresentados e quantificados os esforços que suporta o grão durante o funcionamento do motor foguete.

Esta análise é um tema muito complexo devido à grande quantidade de factores implicados e à sobreposição dos diferentes factores que impede um estudo particularizado de cada factor desencadeante. Na prática, este estudo realiza-se de forma experimental, mas vamos utilizar modelos teóricos para estimar os esforços de forma separada e depois somam-se com a hipótese de que temos um problema linear(o que ainda não é certo).

As principais fontes de esforços são as seguintes:

- A aceleração calculada em dimensionamento, que pode ser aumentada ainda mais em vôo real. Devido a isto, o propelante poderia adoptar uma distribuição na câmara de combustão em que a área efectiva de passagem de gases (canal) possa diminuir em relação à do dimensionamento (ver Fig 5.1).

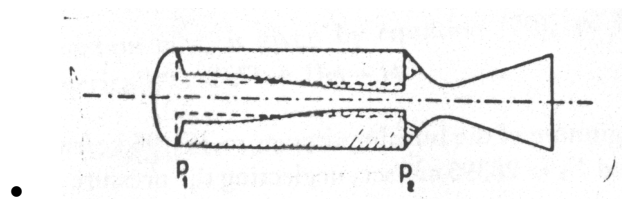


Figura 5.1: Esforços na câmara

- As altas pressões atingidas durante a combustão.
- Tensões induzidas no propelante, devido às mudanças de temperatura que se produzem durante a manipulação do foguete (fabricação, transporte, armazenamento...).

- A geometria da câmara, com possíveis pontos de concentração de esforços.

Todos estes esforços podem afectar seriamente a geometria do grão, pelo que as leis de tracção calculadas podem variar e, ainda mais grave, a ruína do grão, já que para o pico de pressão atingido nesse momento, a superfície de queima é muito superior à do dimensionamento e não poderia ser suportada pela estrutura.

Dos esforços apresentados, vamos estudar os 3 últimos, o que permite obter as condições de trabalho de cada uma das configurações, obtendo critérios para escolher a definitiva tendo como base a menor exigência estrutural.

## **2.- ESTIMAÇÃO DE ESFORÇOS**

Nesta secção vai ser feito o desenvolvimento matemático do cálculo dos esforços que suporta o grão, considerando de forma separada cada contribuição. A forma de obter os resultados vai consistir em obter as piores condições possíveis para cada caso e somar estas linearmente embora não seja a mesma secção. Antes de começar, é preciso fazer uma análise dos dados sobre as capacidades mecânicas do propelante.

- Módulo Elástico
  - -40°C:  $E = 1000-2000 \text{ Kg/cm}^2$
  - 15°C:  $E = 100-200 \text{ Kg/cm}^2$
  - 40°C:  $E = 50-100 \text{ Kg/cm}^2$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu = 0.35-0.50$

- Coeficiente de dilatação térmica linear:

$$\alpha = 0.5 \times 10^{-4} - 1.5 \times 10^{-4} K^{-1}$$

## 2.1.- ESFORÇOS DEVIDOS À PRESSÃO

### 2.1.1.- NOTAÇÃO

O modelo de distribuição do propelante vai ser de tipo cilíndrico uniforme, igual ao representado na figura 5.2.

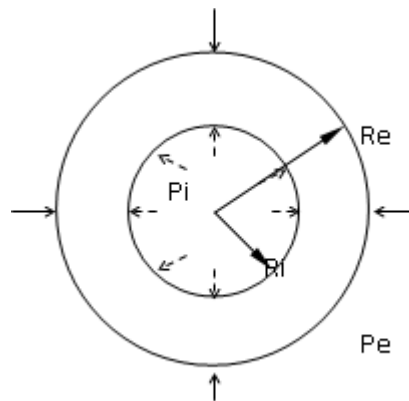


Figura 5.2: Esforços cilíndricos

- $P_c$  = Pressão da câmara
- $P_a$  = Pressão ambiente
- $P_i$  = Pressão interna efectiva
- $P_e$  = Pressão exterior efectiva (devido à carcaça)
- $R_i$  = Raio interno
- $R_e$  = Raio externo
- $\sigma_\theta$  = Esforço tangencial
- $\sigma_R$  = Esforço radial
- $\sigma_z$  = Esforço longitudinal
- $\nu$  = Coeficiente de Poisson

### 2.1.2.- HIPÓTESES

Vai ser assumido que a câmara é infinitamente rígida e que a união propelante – carcaça é ideal, pelo que não existe deformação na mesma.

### 2.1.3.- ENFOQUE MATEMÁTICO

As equações de Lamé aplicadas ao problema permitem obter as tensões radial e tangencial em qualquer ponto intermédio do propelante.

$$\sigma_R = \frac{P_i \cdot R_i^2 - P_e \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} + \frac{R_i^2 \cdot R_e^2 \cdot (P_e - P_i)}{(R_e^2 - R_i^2) \cdot R^2} \quad (5.1a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{P_i \cdot R_i^2 - P_e \cdot R_e^2}{R_e^2 - R_i^2} - \frac{R_i^2 \cdot R_e^2 \cdot (P_e - P_i)}{(R_e^2 - R_i^2) \cdot R^2} \quad (5.2a)$$

Se introduzimos os parâmetros:

$$m = \frac{R_i}{R_e} \quad \rho = \frac{R_i}{R}$$

As equações podem ser reescrita como:

$$\sigma_R = \frac{m^2 \cdot P_i - P_e}{1 - m^2} + \frac{\rho^2 \cdot (P_e - P_i)}{1 - m^2} \quad (5.1b)$$

$$\sigma_\theta = \frac{m^2 \cdot P_i - P_e}{1 - m^2} - \frac{\rho^2 \cdot (P_e - P_i)}{1 - m^2} \quad (5.2b)$$

Antes de obter resultados destas 2 equações, precisamos de saber os valores das pressões efectivas.

A pressão efectiva interna por definição pode ser escrita como:

$$P_i = P_c - P_a \quad (5.3)$$

No pior caso, é considerado  $P_a = 0$  (vácuo)

Para calcular a pressão efectiva limite, devemos utilizar a hipóteses que permitirá obter o raio exterior:

$$\sigma_{\theta} - \nu \cdot (\sigma_R + \sigma_Z) = 0 \quad (5.4)$$

$$\sigma_Z - \nu \cdot (\sigma_R + \sigma_{\theta}) = 0 \quad (5.5)$$

Se resolvemos  $\sigma_Z$  a partir de (5.4) e (5.5), temos que:

$$\frac{P_e}{P_i} = \frac{2 \cdot m^2 \cdot (1-\nu)}{1+m^2-2 \cdot \nu} \quad (5.6)$$

Introduzindo (5.6) nas equações (5.1b) e (5.2b) obtemos finalmente que:

$$\sigma_R = \frac{m^2 \cdot P_i - P_i \cdot \left( \frac{2 \cdot m^2 \cdot (1-\nu)}{1+m^2-2 \cdot \nu} \right)}{1-m^2} + \frac{\rho^2 \cdot \left( P_i \cdot \left( \frac{2 \cdot m^2 \cdot (1-\nu)}{1+m^2-2 \cdot \nu} \right) - P_i \right)}{1-m^2} \quad (5.1c)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{m^2 \cdot P_i - P_i \cdot \left( \frac{2 \cdot m^2 \cdot (1-\nu)}{1+m^2-2 \cdot \nu} \right)}{1-m^2} - \frac{\rho^2 \cdot \left( P_i \cdot \left( \frac{2 \cdot m^2 \cdot (1-\nu)}{1+m^2-2 \cdot \nu} \right) - P_i \right)}{1-m^2} \quad (5.2c)$$

Analisando as expressões, pode-se ver que os esforços radiais são negativos, não acontecendo o mesmo para os tangenciais.

No sentido radial, o pior caso que se pode apresentar é:  $\sigma_R = -P_i$ , mas, a pesar de que o valor poder ser muito elevado, trata-se dum esforço a compressão onde o material tem muita resistência. Os problemas aparecem quando o material suporta esforços de tracção.

Como temos dito, o sinal de  $\sigma_{\theta}$  pode ser positivo ou negativo e depende dos valores que tínhamos param,  $\rho$  e  $\nu$ . Assim como unicamente interessam os valores extremos que pode atingir essa tensão, temos:

$$\sigma_{\theta max} = \frac{P_i \cdot (1-m^2-2 \cdot \nu)}{(1+m^2-2 \cdot \nu)} \quad (5.7)$$

$$\sigma_{\theta min} = \frac{P_i \cdot (-2 \cdot m^2 \cdot \nu)}{(1 + m^2 - 2 \cdot \nu)} \quad (5.8)$$

A tensão tangencial máxima é atingida no raio interior, enquanto a mínima se faz no raio exterior.

O comportamento do propelante à compressão é muito superior que à tracção, inclusive embora em valor absoluto a tracção seja maior que a compressão. É por isso, que interessa conhecer o maior valor positivo de  $\sigma_{\theta}$ ; isto é, de tracção.

O referido pode ser observado graficamente na figura 5.3 com a evolução destes máximos para distintos m e coeficiente de Poisson.

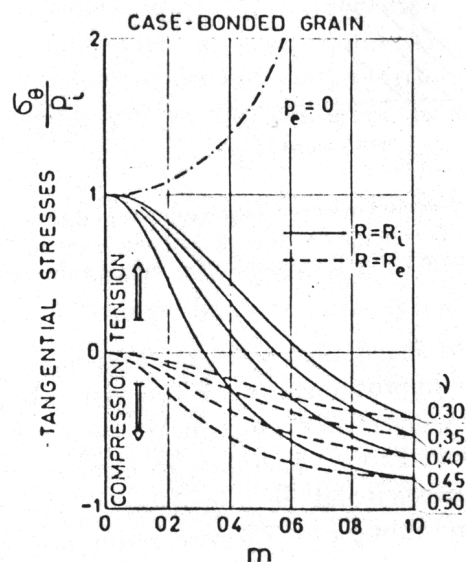


Figura 5.7: Evolução do coeficiente de Poisson e m

Fonte: Barrère, 1960

Observa-se que  $\sigma_{\theta min}$  é sempre negativo enquanto  $\sigma_{\theta max}$  se torna positivo quanto o parâmetro m se torna pequeno.

É fácil observar que para não ter excessivos problemas o parâmetro m não deveria ser muito pequeno pois a tensão eleva-se muito se o ponto de inflexão está sobre 0.5.

## 2.2.- ESFORÇOS DEVIDOS À TEMPERATURA

### 2.2.1.- NOTAÇÃO

- $\alpha_c$  = Coeficiente de dilatação térmica da carcaça.
- $\alpha_a$  = Coeficiente de dilatação térmica do propelante.
- $P_i$  = Pressão interna efectiva.
- $P_e$  = Pressão exterior efectiva (devido à carcaça).
- $T_e$  = Temperatura de equilíbrio térmico.
- $T_o$  = Temperatura de formação do grão.
- $E$  = Módulo de elasticidade do propelante.
- $\sigma_\theta$  = Esforço tangencial.
- $\sigma_R$  = Esforço radial.
- $\nu$  = Coeficiente de Poisson.

### 2.2.2.- ENFOQUE MATEMÁTICO

Primeiramente é preciso salientar que este título de esforços térmicos não se refere ao funcionamento do motor foguete, já que neste caso, apesar de a temperatura no interior da câmara estar perto de 3000 K, o mesmo propelante actua como um isolante perfeito, fazendo que numa distância muito pequena, o efeito da temperatura não chegue à estrutura, na qual, o contacto que se supõe ideal entre carcaça e propelante, mantém uma mesma temperatura de equilíbrio. Realmente, os esforços térmicos vêm de se supor que o foguete não se lança no lugar de fabricação e armazenamento, caso em que se considera que os esforços residuais são nulos, senão a temperatura pode ser muito menor. E devido ao maior coeficiente de dilatação do propelante, vão acontecer tensões.

É por isto que vai ser utilizado uma gama que se considera extrema em relação à possível variação de temperaturas, para obter as tensões máximas

que se podem gerar. Este intervalo vai ser de 40-50 K, já que as tensões são máximas quando o equilíbrio térmico é atingido.

Utiliza-se a hipótese de que a união entre propelante e carcaça é ideal. Por sua vez, assume-se também quer espessura da parede de aço quer o seu módulo de Young são suficientemente grandes para considerar que as tensões tangenciais longitudinais são iguais no raio exterior do grão  $(\sigma_{\theta}R_e) = (\sigma_zR_e)$ . Além disso, como a tensão tangencial é igual à diferença de dilatação térmica entre carcaça e propelante, é possível escrever:

$$(\alpha_c - \alpha_p) \cdot (T_e - T_o) = \frac{1}{E} \cdot [\sigma_{\theta} - \nu \cdot (\sigma_R - \sigma_{\theta})] \quad (5.10)$$

Desta equação, o segundo termo pode-se extrair das equações de Lamé, considerando  $P_i=0$  pelo que obtemos:

$$P_e = -T \cdot (\alpha_c \cdot \alpha_p) \cdot (T_e \cdot T_o) \cdot \frac{1-m^2}{1+m^2-2 \cdot \nu} \quad (5.11)$$

Quando  $T_e - T_o$  for negativo (lançamento desde um lugar mais frio que o de armazenamento, que é precisamente o que estamos a analisar), a tensão máxima, substituindo (5.11) nas equações (5.2), teremos  $\sigma_{\theta}$  no raio interior, com o valor:

$$\sigma_{\theta \text{ máx}} = - \left[ \frac{T \cdot \alpha_p \cdot (T_e \cdot T_o)}{1-\nu} \right] \cdot \left[ \frac{1-\frac{\alpha_c}{\alpha_p}}{1-\frac{1-m^2}{2 \cdot (1-\nu)}} \right] \quad (5.12)$$

Resta apenas estimar valores para os parâmetros que não são conhecidos da equação (5.12). Vão ser considerados os valores intermédios dos apresentados como característicos do propelante:

- $T_e - T_o = -40$  K.
- $E = 80$  Mpa (lançamento em frio)
- $\alpha_p = 1 \times 10^{-4} K^{-1}$
- $\nu = 0.35 - 0.50$

E o material da carcaça (lembrar aço 4340 endurecido e temperado):

- $\alpha_c = 1.4 \times 10^{-5} K^{-1}$

### 2.3.- CORREÇÕES DEVIDAS À GEOMETRIA

O estudo nas secções anteriores corresponde à configuração do grão circular. A nossa concepção, não apresenta naturalmente esta configuração, sendo no nosso caso uma estrutura em estrela. Esta configuração apresenta uma serie de arestas e pontas onde aparecem fortes concentrações de esforços (figura 5.4), que temos de calcular.

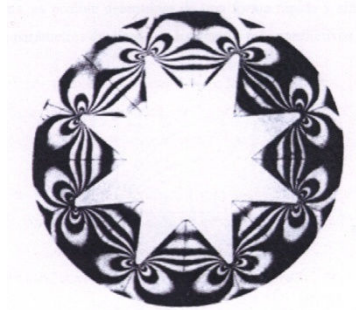


Figura 5.4: Esforços do grão em estrela

O estudo destas concentrações vai ser realizado com os dados do estudo realizado por Ordhal e Williams. Neste estudo, relacionam-se vários parâmetros da geometria do grão e a distribuição dos esforços.

Define-se o parâmetro K:

$$K = \frac{(\sigma_{\theta} - \sigma_R)_{config. estrela}}{(\sigma_{\theta} - \sigma_R)_{config. equiv}}$$

Podemos ver que este parâmetro é a comparação entre a diferença entre os esforços radiais y tangenciais, para as configurações cilíndricas e em estrela.

Com este estudo é possível concluir que:

A concentração de tensões aumenta se o cociente entre a espessura do propelante ( $w$ ) e o raio de concordância da estrela ( $f$ ) também aumenta. Este cociente está representado na figura (5.5) no eixo X.

A concentração de esforços diminui se também diminui o cociente entre a espessura ( $w$ ) e o raio da câmara ( $R_c$ ). Na figura (5.5) está designado como  $R_e$ .

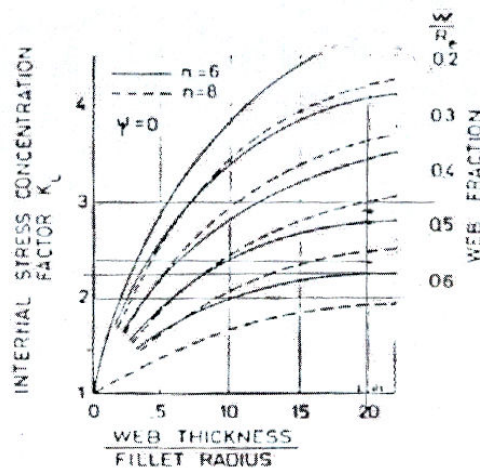


Figura 5.5: Concentrações de esforços

Fonte: Barrère, 1960

O factor de concentração de esforços diminui rapidamente conforme o ângulo da estrela  $\Psi$  aumenta (figura (5.6)).

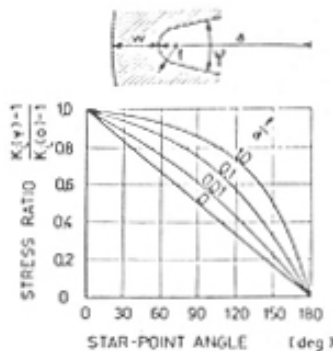


Fig. 5.24. Tentative design curves for determining the effects of the star point angle on the internal stress-concentration factor

Figura 5.6: Factor de concentração de esforços

Fonte: Barrère, 1960

Onde:

$$\Psi = \theta - \frac{360}{n} \quad (5.14)$$

$$a = l + f \quad (5.15)$$

Se tivermos também em conta o efeito da temperatura, definindo o factor K de concentração de esforços como producto de outros dois dependentes da pressão e temperatura.

$$K = K_g \times K_T \quad (5.16)$$

Com isto, podemos observar que  $K_T$  sempre é menor que um, o que é bom. É por isso que não vai ser considerado no estudo, de forma a que tenhamos uma margem de segurança por não ter este factor em conta.

### 3.- RESULTADOS E CONCLUSÕES

Nas Tabelas 5.1 a 5.4 são apresentados os resultados de cálculo, os quais serão discutidos nas conclusões do presente capítulo.

**Tabela 5.1 – Esforços devido à pressão**

PROPELANTE	P <sub>c</sub> (Mpa)	R <sub>c</sub> (m)	Corte(°)	Pontas	m	$\sigma_{\theta máx}$ (MPa)			
						v=0.35	v=0.4	v=0.45	v=0.5
ANP-2639AF	6.8	0.106	30	6	0.532	0.198	-1.169	-3.249	-6.8
	6.8	0.106		7	0.535	0.160	-1.206	-3.279	-6.8
	6.8	0.106	35	6	0.532	0.198	-1.169	-3.249	-6.8
	6.8	0.106		7	0.535	0.160	-1.206	-3.279	-6.8
	6.8	0.106	40	6	0.532	0.198	-1.169	-3.249	-6.8
	6.8	0.106		7	0.535	0.160	-1.206	-3.279	-6.8
TRX-H609	6.9	0.111	30	6	0.490	0.765	-0.629	-2.842	-6.9
	6.9	0.111		7	0.493	0.724	-0.670	-2.877	-6.9
	6.9	0.112	35	6	0.496	0.682	-0.712	-2.912	-6.9
	6.9	0.112		7	0.499	0.641	-0.753	-2.946	-6.9
	6.9	0.113	40	6	0.502	0.599	-0.794	-2.980	-6.9
	6.9	0.113		7	0.505	0.559	-0.834	-3.010	-6.9

Tabela 5.2.- ESFORÇOS DEVIDOS À TEMPERATURA

PROPELANTE	P <sub>c</sub> (Mpa)	R <sub>c</sub> (m)	Corte (°)	Pontas	m	$\sigma_{\theta máx}$ (MPa)			
						v=0.35	v=0.4	v=0.45	v=0.5
ANP- 2639AF	6.8	0.106	30	6	0.532	1.062	1.282	1.617	2.188
	6.8	0.106		7	0.535	1.056	1.273	1.603	2.163
	6.8	0.106	35	6	0.532	1.062	1.282	1.617	2.188
	6.8	0.106		7	0.535	1.056	1.273	1.603	2.163
	6.8	0.106	40	6	0.532	1.062	1.282	1.617	2.188
	6.8	0.106		7	0.535	1.056	1.273	1.603	2.163
TRX-H609	6.9	0.111	30	6	0.490	1.146	1.407	1.821	2.579
	6.9	0.111		7	0.493	1.140	1.398	1.805	2.548
	6.9	0.112	35	6	0.496	1.139	1.388	1.790	2.517
	6.9	0.112		7	0.499	1.128	1.379	1.774	2.487
	6.9	0.113	40	6	0.502	1.122	1.370	1.759	2.457
	6.9	0.113		7	0.505	1.116	1.361	1.744	2.428

Tabela 5.3.- CORREÇÕES DEVIDAS À GEOMETRIA

PROPELANTE	P <sub>c</sub> (Mpa)	R <sub>c</sub> (m)	Corte (°)	Pontas	w/f	w/R <sub>c</sub>	K(0)	f/a	Ψ	K(Ψ)
ANP- 2639AF	6.8	0.106	30	6	18.474	0.468	2.8	0.0476	7.06	2.78
	6.8	0.106		7	18.252	0.465	2.5	0.0476	19.68	2.46
	6.8	0.106	35	6	18.474	0.468	2.8	0.0476	7.06	2.78
	6.8	0.106		7	18.252	0.465	2.5	0.0476	19.68	2.46
	6.8	0.106	40	6	18.474	0.468	2.8	0.0476	7.06	2.78
	6.8	0.106		7	18.252	0.465	2.5	0.0476	19.68	2.46
TRX-H609	6.9	0.111	30	6	21.857	0.510	2.6	0.0476	7.06	2.58
	6.9	0.111		7	21.596	0.507	2.5	0.0476	19.68	2.46
	6.9	0.112	35	6	21.339	0.504	2.6	0.0476	7.06	2.58
	6.9	0.112		7	21.084	0.501	2.5	0.0476	19.68	2.46
	6.9	0.113	40	6	20.830	0.498	2.6	0.0476	7.06	2.58
	6.9	0.113		7	20.584	0.495	2.5	0.0476	19.68	2.46

Tabela 5.4.- RESULTADOS GLOBAIS

PROPELANTE	P <sub>c</sub> (Mpa)	R <sub>c</sub> (m)	Corte (°)	Pontas	w/f	w/R <sub>c</sub>	K(0)	f/a	Ψ	K(Ψ)
ANP- 2639AF	6.8	0.106	30	6	0.532	3.503	0.314	-4.539	-12.822	6.8
	6.8	0.106		7	0.535	2.991	0.166	-4.122	-11.406	6.8
	6.8	0.106	35	6	0.532	3.503	0.314	-4.539	-12.822	6.8
	6.8	0.106		7	0.535	2.991	0.166	-4.122	-11.406	6.8
	6.8	0.106	40	6	0.532	3.503	0.314	-4.539	-12.822	6.8
	6.8	0.106		7	0.535	2.991	0.166	-4.122	-11.406	6.8
TRX-H609	6.9	0.111	30	6	0.490	4.932	2.008	-2.636	-11.148	6.9
	6.9	0.111		7	0.493	4.586	1.789	-2.638	-10.707	6.9
	6.9	0.112	35	6	0.496	4.686	1.745	-2.895	-11.308	6.9
	6.9	0.112		7	0.499	4.351	1.540	-2.882	-10.857	6.9
	6.9	0.113	40	6	0.502	4.442	1.486	-3.149	-11.463	6.9
	6.9	0.113		7	0.505	4.119	1.295	-3.121	-11.001	6.9

### 3.1.- CONCLUSÕES

Em vista dos dados obtidos podemos concluir que as melhores condições são obtidas com as combinações do ANP-2639AF, o que nos deixa sem dúvidas sobre a utilização do TRX- H609 devido à ligeira melhoria do peso (e pior impulso total e esbeltez).

Dentro das combinações, vemos que a melhor é de 7 pontas de estrela, que também é melhor para o peso. Para terminar, do capítulo anterior observamos que as combinações em ângulo de corte influem pouco, pois todas obtêm prestações similares. Vamos escolher a de 30° face ao seu peso inferior.

Posto isto, podemos ter a configuração final:

- **Propelante: ANP 2639AF.**
- **Material: Aço 4340 endurecido e temperado.**
- **Número de pontas: 7**
- **Espessura do propelante: 49.3 cm.**
- **Raio de concordância (ou tolerância): 2.70 mm.**
- **Ângulo das pontas: 71.11°**
- **Raio da câmara de combustão: 106 cm.**
- **Pressão na câmara de combustão: 6.8 MPa.**
- **Ângulo do convergente: 30°.**

# **CAPITULO**

## **VI**

### **Seleccção do Contorno da Tubeira**

## **1.- INTRODUÇÃO**

Depois de terminar a concepção da câmara de combustão, podemos passar à da tubeira. Para isto temos de escolher em primeiro lugar o tipo de tubeira, pelo que vão ser apresentados e descritos as diferentes alternativas que temos com os seus parâmetros principais, para posteriormente passar à selecção da mesma dependendo de critérios de simplicidade de fabrico, baixo custo, alta eficiência... (É preciso assinalar que já foi indicado nos capítulos anteriores que a tubeira escolhida vai ser uma tubeira cónica de 15° no divergente).

Dentro dos tipos de tubeiras existentes, vamos utilizar a convergente – divergente (para acelerar adequadamente os gases), que vai apresentar condições críticas na garganta. Além disso, só vamos contemplar o caso de tubeiras exteriores (por simplicidade) de tipo Laval. Devido ao último vamos calcular primeiramente a parte convergente da tubeira de forma comum, para depois estudar bem no tipo de tubeira.

Finalmente, vão ser feitas considerações adicionais em respeito a possíveis materiais e sistemas controladores de tracção.

## **2.- TIPOS DE TUBEIRAS**

Inicialmente vão ser compilados os dados já conhecidos da tubeira a partir dos capítulos anteriores, sendo preciso calcular a área de saída e o coeficiente de tracção ideal para tubeira adaptada. Tem-se que:

- $A_c = \text{Área da câmara} = \pi \cdot R_c^2 = 0.03530 \text{ m}^2$
- $A_g = \text{Área da garganta} = \pi \cdot R_g^2 = 0.002268 \text{ m}^2$

Para o cálculo da área de saída e do coeficiente de tracção ideal adaptado, vamos tomar directamente as relações do modelo do motor foguete ideal.

Isto significa que teremos as seguintes hipóteses:

- Movimento estacionário.
- Movimento unidimensional.
- Fluxo homogéneo e sem mudança de composição.
- Fluxo adiabático e sem atrito.
- Condições de gás perfeito.

Com tudo isto, podemos chegar a:

$$\frac{A_s}{A_g} = \frac{\Gamma(\gamma)}{\left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma-1} \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]}} \quad (6.1)$$

$$C_{Tidealadapt.} = \Gamma(\gamma) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \gamma}{\gamma-1} \cdot \left[1 - \left(\frac{P_s}{P_c}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]} \quad (6.2)$$

Pelo que:

- $A_s = \text{Área de saída} = 0.02651 \text{ m}^2$
- $C_{Tidealadapt} = \text{coef de tração ideal tubeira adaptada} = 1.6483$

## 2.1.- CONCEPÇÃO DO CONVERGENTE

### 2.1.1.- NOTAÇÃO

Como se observa na figura 6.1, para dimensionar o convergente precisamos saber:

- $R_{ac}$  = Raio de concordância câmara-convergente
- $R_c$  = Raio da câmara
- $R_{ag}$  = Raio de concordância convergente-garganta
- $R_g$  = Raio da garganta
- $\phi$  = Ângulo do convergente
- $L_{convergente}$  = Comprimento do convergente

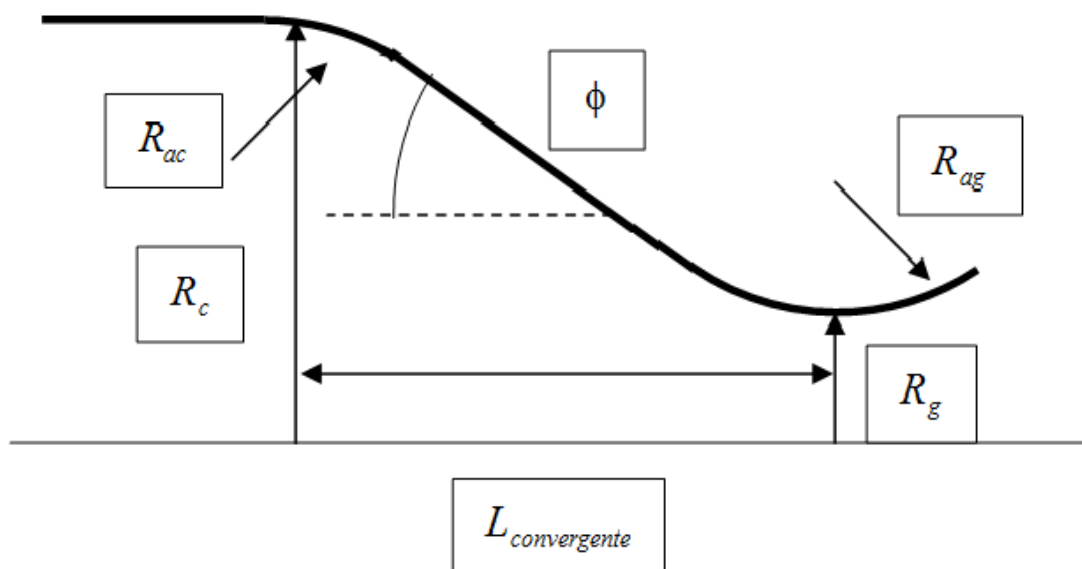


Figura 6.1: Dimensionamento do convergente

### 2.1.2.- CÁLCULO DOS VALORES PRINCIPAIS

Já sabemos dos capítulos anteriores que:

- $R_c = 0.106$  m.
- $R_g = 0.02687$  m.
- $\phi = 30^\circ$

Passamos agora a calcular as outras variáveis.

**R<sub>ac</sub>**: Utiliza-se para evitar uma terminação na esquina, que podia dar problemas de recirculação, desprendimentos... Sabe-se que o valor de  $\frac{R_{ac}}{R_g}$  deve oscilar entre 0.2 e 2 [Sutton, 2001] o seu comportamento é muito similar. Vamos utilizar um valor baixo, pois nos cálculos efectuados nos capítulos anteriores era suposto implicitamente um término na esquina, pelo que um valor alto aumentaria o comprimento suposto. Assim, temos que:

- $R_{ac} = 0.005374 \text{ m}$

**R<sub>ag</sub>**: Para estimar o raio de concordância convergente - garganta temos de ter em conta que  $\frac{R_{ag}}{R_g}$  deve ser superior a 0.8, valor a partir do qual o coeficiente de descarga e o de tracção se mantêm a níveis razoáveis. Por analogia de foguetes vai ser tomado o valor de este quociente em 1.5, pelo que:

- $R_{ag} = 0.04031 \text{ m}$

A partir destes dados já é fácil obter o parâmetro que fica: o comprimento do troço do convergente. Isto é:

$$L_{convergente} = (R_{ag} + R_{ac}) \cdot \cos(60) + \tan(60) \cdot [R_c - R_{ac} - (R_{ag} + R_{ac}) \cdot (1 - \sin(60))] \quad (6.3)$$

Pelo que:

- $L_{convergente} = 0.11493 \text{ m}$

## 2.2.- CONCEPÇÃO DO CONVERGENTE

### 2.2.1.- TUBEIRA CÓNICA

São as de fabricação mais simples, já que consistem num divergente tronco-cónico, pelo que a secção vai ser uma recta que forma um ângulo  $\alpha$  com o eixo horizontal, de forma que o escoamento vai sair com esse ângulo. Este ângulo vai ser tomado igual a  $15^\circ$ , porque é a solução típica destas tubeiras. O tramo tronco-cónico une-se à garganta com um raio de concordância que neste caso costuma a ser igual ao raio do convergente (ver Fig. 6.2).

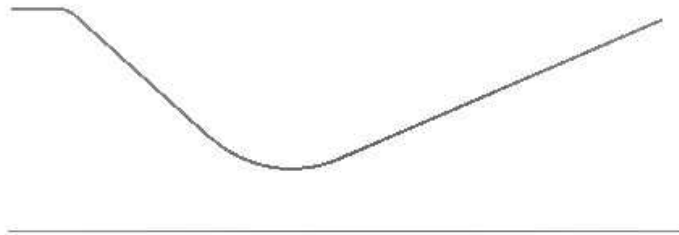


Figura 6.2: Tubeira tronco-cônica

Passamos agora a calcular o comprimento do troço divergente e do coeficiente de tracção deste tipo de tubeira.

Para o cálculo do coeficiente de tracção, vamos aplicar a relação entre o coeficiente para a tubeira ideal e o coeficiente de descarga da tubeira.

Neste tipo de tubeira, o fluxo de gases também existe na direção radial, mas no cálculo da tracção, só há contribuição da componente paralela ao eixo da tubeira.

O factor que relaciona estes coeficientes é:

$$C_{Tcônica} = C_{Tideal} \cdot \left( \frac{\cos \alpha + 1}{2} \right) \quad (6.4)$$

Pelo que:

- $C_{Tcônica} = 1.6202$

Portanto, fica obter o comprimento do divergente. Para isso, pode-se calcular diretamente ou utilizando o gráfico da figura (6.3), onde com um coeficiente de áreas e o tipo de tubeira, podemos obter a relação entre o comprimento do divergente e o raio da garganta (chamado  $R^*$ ).

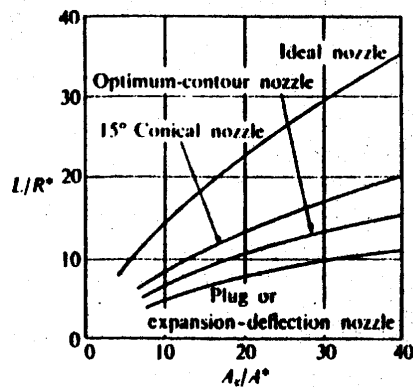


Figura 6.3: Comparação de comprimentos para vários tipos de tubeiras

Fonte: Sutton, 2001

Se calcularmos directamente, vamos ter:

$$L_{divergente} = R_{ag} \cos(75) + \tan(75) \cdot [R_s - R_g - (R_{ag}) \cdot (1 - \sin(75))] \quad [5]$$

Com isto temos que:  $\frac{L_{divergente}}{R^*} = 9.22$  e que:

- $L_{divergente} = 0.2479 \text{ m}$

### 2.2.2.- TUBEIRA IDEAL

 a tubeira mais eficiente já que a sua geometria segue as linhas de corrente. Para a sua concepo, utiliza-se o método das características combinado com a teoria de Sauer na zona da garganta. O fluido sai paralelo ao eixo do foguete pelo que não temos perdas por efeitos de não axialidade. O problema destas tubeiras  o seu comprimento, que aumenta o peso da estrutura, e o seu complexo desenho e fabricao (ver Fig. 6.4).

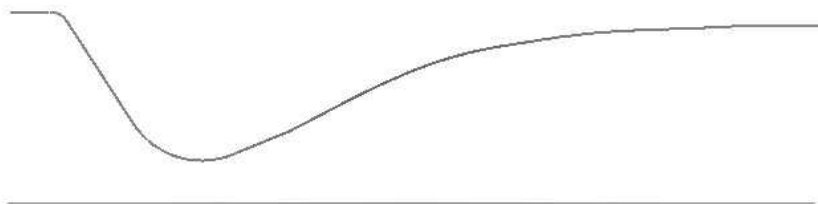


Figura 6.4: Tubeira ideal

Evidentemente, o seu coeficiente de traco  ideal e para o cáculo do convergente podemos utilizar a figura (6.3), pelo que:

- $C_{Tideal} = 1.6483$
- $L_{divergente} = 0.4299 m$

### 2.2.3.- TUBEIRA TRUNCADA

De forma a resolver os problemas de comprimento excessivo, e consequentemente o peso que apresentavam as tubeiras ideais,  custa da diminuio do coeficiente de traco por aparecer componente de fluxo radial de saída. Faz-se um corte  tubeira ideal de maneira que se obtenham comprimentos e pesos da ordem dos obtidos na tubeira cnica.

Assim, o comprimento vai ser o mesmo que para a cónica e n o cálculo do coeficiente de tracção vamos utilizar o gráfico da figura (6.5), a partir do valor de  $L/R^*$  obtido na tubeira cónica em conjunto com a relação das áreas da tubeira ideal para obter o coeficiente de tracção em vácuo.

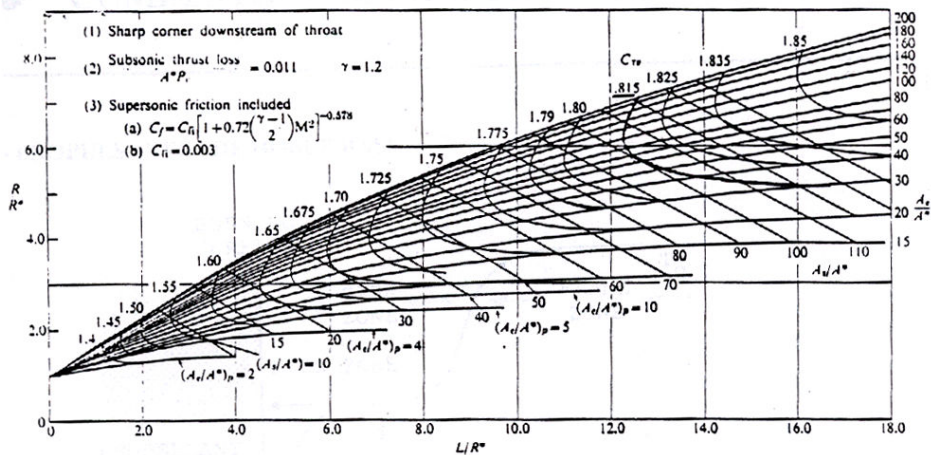


Figura 6.5: Tubeiras truncadas perfeitas

Fonte: Barrère, 1960

Do gráfico anterior, obtemos que o coeficiente de tracção em vácuo  $C_{TV}$  é do ordem de 1.73 e como temos em conta tubeira adaptada:

$$C_{TV} = C_T - \frac{P_S}{P_C} \cdot \frac{A_S}{A_g} \quad (6.6)$$

Com isto temos que:

- $C_{Ttruncada} = 1.6132$
- $L_{divergente} = 0.2479 \text{ m}$

### 2.2.4.- TUBEIRA DE RAO

Trata-se duma solução do problema variacional da obtenção dum contorno que produza a tracção máxima. Graficamente surge um perfil muito próximo ao parabólico como podemos apreciar na figura (6.6).

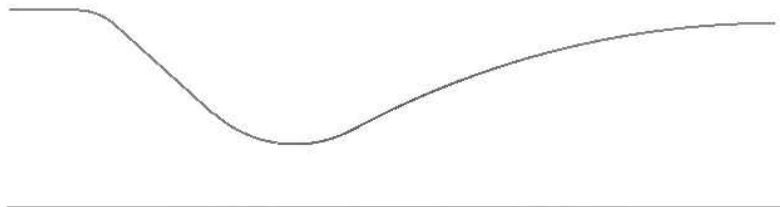


Figura 6.6: Tubeira de Rao

O enfoque da solução pode-se apresentar de duas formas em relação à cónica:

- Mantendo o comprimento da tubeira cónica, obtemos o  $C_T$  que podemos ter com a tubeira de Rao.
- Mantendo o  $C_T$  da tubeira cónica, obtemos o comprimento do divergente necessário.

Em relação aos parâmetros mais característicos observam-se na figura (6.7).

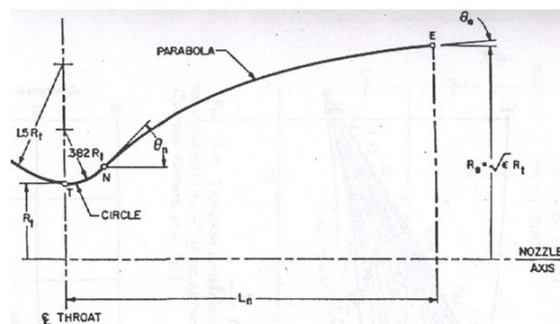


Figura 6.7: Parâmetros da tubeira de Rao

Fonte: Mattingly, 2006

Passamos à resolução de ambos os casos obtendo para cada um o coeficiente de tracção, o comprimento do divergente e os dois ângulos

característicos da tubeira. Pode relacionar-se o comprimento do divergente respeito da cônica de 15° com o coeficiente de tracção.

Com todo isto temos que, mantendo o comprimento do divergente:

- $C_{Ttruncada} = 1.6351$
- $L_{divergente} = 0.2479 \text{ m}$
- $\theta_n = 23^\circ$
- $\theta_i = 7^\circ$

E mantendo o coeficiente de tracção temos:

- $C_{Ttruncada} = 1.6202$
- $L_{divergente} = 0.1884 \text{ m}$
- $\theta_n = 28^\circ$
- $\theta_i = 12^\circ$

### **3.- SELECCAO DA TUBEIRA**

Vai optar-se pela tubeira cônica de 15°, porque os factores fundamentais na eleição são a simplicidade e o baixo custo, já que neste tipo de missões não se necessitam configurações complexas. Só em missões muito mais exigentes de outro tipo de motores foguete de propelante sólido (por exemplo, os Booster do Shuttle), se opta por outro tipo de tubeiras.

Cabe assinalar também que a natureza da missão faz descartar a possibilidade de introduzir um sistema controlador de tracção pois isto vai criar complicações adicionais que não se vão reflectirem vantagens necessárias para as actuações que precisamos no veiculo.

Para terminar, é preciso fazer uma breve resenha respeito da selecção dos materiais da tubeira:

- Material estrutural: Vamos considerar que será construída no mesmo material da carcaça, e com os mesmos coeficientes de segurança de 1.2 sobre a pressão máxima prevista. Descartamos o uso de superligas de alta temperatura por o seu custo ser elevado, solucionando problemas térmicos mediante inserções de isolante que vão ser tratados no capítulo 8 da análise térmica.
- Material isolante: irá ser tratado também no capítulo 8 da análise térmica.
- Materiais adesivos e selantes: São utilizados os normais neste tipo de motores (cromato de zinco ou silicone gris).

#### **4.- PRESENÇA DE DESCOLAMENTO**

Fica por estudar se na gama de funcionamento do foguete, podem ocorrer as condições para que na tubeira aconteça uma onda de choque que possa originar possíveis descolamentos do escoamento. É um fenómeno que levaria a tubeira a funcionar fora do ponto de projecto e que poderia fazer com que o foguete não funcione correctamente.

Para o estudo, vamos utilizar o critério de Summerfield, que indica que a onda de choque (portanto o descolamento), aconteça na secção em que existe uma queda de pressão relativa de 3.5. A maior diferença de pressões que aparece na gama de funcionamento do foguete, e portanto o possível descolamento, aparece na secção na que existe uma caída relativa de 3.5.

A pressão à altura de adaptação do foguete é de 73530 MPa pelo que temos que:

$$\frac{P_a}{P_s} = \frac{101325}{73470} = 1.38 < 3.5$$

Pelo que não irá acontecer desprendimento de corrente na tubeira durante o funcionamento do foguete.

# **CAPITULO**

## **VII**

### **Sistema de Ignição**

## **1.- INTRODUÇÃO**

No presente capítulo, aborda-se o estudo e concepção do sistema iniciador da combustão. Para o foguete deste projecto vai ser utilizado um cartucho de pólvora auxiliar situado na parte posterior da câmara.

## **2.- FUNDAMENTOS DO SISTEMA DE IGNIÇÃO**

Para a ignição, a temperatura da superfície do propelante deve-se incrementar acima da de ignição espontânea. Este aquecimento é feito por transferência de calor por convecção, radiação e impacto de partículas quentes contra a superfície.

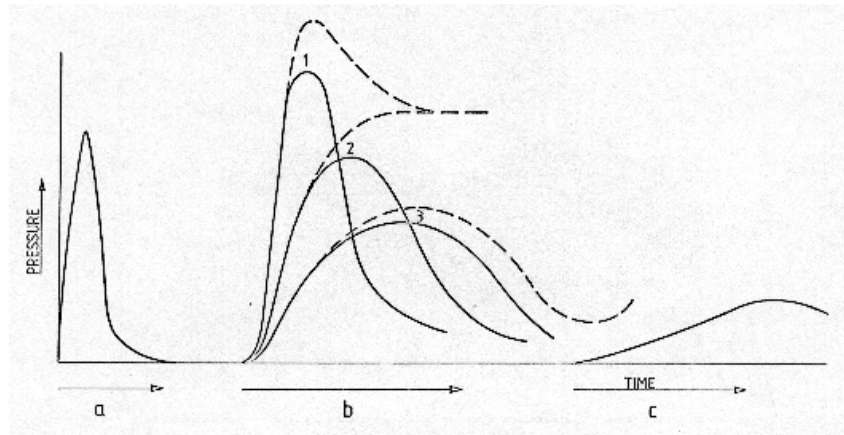
Durante o tempo de ignição, a pressão na câmara deve incrementar-se, simultaneamente com o aumento de temperatura, acima da pressão mínima necessária para a combustão estável.

Para uma ignição óptima, influência da interação da temperatura e pressão, e também a sequência de tempo são significativas.

A figura (7.1) ilustra qualitativamente a condição do processo de ignição apresentando a pressão na câmara em três situações diferentes em função do tempo.

Nesta imagem, na situação (a) a pressão do gás é suficientemente alta, mas o período do tempo efectivo é muito pequeno.

A situação (c) é oposta, com um grande período de tempo mas pressão insuficiente.

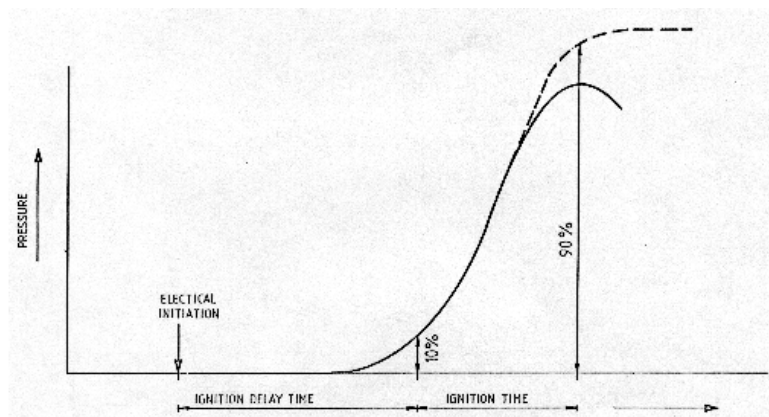


**Figura 7.1: Pressão na câmara VS tempo**

Fonte: Elices, 1970

Nas curvas 1,2 e 3 de (b) quer o período de tempo quer a pressão atingidas são suficientes para produzir ignição. Dessas três, a segunda apresenta o caso ideal.

A figura (7.2) apresenta o caso ideal para definir com base nele os parâmetros: o tempo de resposta de ignição é o tempo entre a aplicação da voltagem de ignição eléctrica e a pressão atingir 10% da pressão máxima na câmara de combustão. O tempo de ignição define-se como a duração do aumento de pressão desde o 10% até o 90% da pressão máxima do gás na câmara de combustão.



**Figura 7.2: Definição dos parâmetros**

Fonte: Elices, 1970

Para evitar que os gases escapem pela tubeira, aumentando assim o tempo necessário para atingir as condições necessárias, coloca-se uma membrana à saída que vai ser destruída quando a pressão dentro da câmara

for ligeiramente superior à de ignição. Esta membrana protege o propelante durante o seu armazenamento e simplifica a concepção e desenvolvimento do sistema, pois não há queda de massa do ignitor pela tubeira.

### **3.- TIPOS DE SISTEMAS DE IGNIÇÃO**

#### **3.1.- SISTEMAS PIROTÉCNICOS**

A partir de uma excitação térmica inicia-se um detonador conectado a um material altamente inflamável que aumenta a temperatura e pressão dentro da câmara. Os ignitores podem ser:

- Confinados.
  - Num saco: Um saco pequeno cheio de pólvora e um detonador. Sistema simples mais pouco fiável.
  - De lata: O jacto libertado é dirigível porque a zona frágil está controlada. Produz uma ignição concentrada.
  - Ignitor Jellyroll: O ignitor introduz-se na câmara a través da tubeira, de esta maneira pretende-se atingir uma ignição homogénea. Este sistema permite uma redução do peso porque o mecanismo fica em terra uma vez lançado o foguete. Não é utilizável em segundas etapas como é o nosso caso.
  
- Não confinados:
  - De película: Aplica-se uma capa de combustível com comburente que se detona com um ignitor convencional. Apresenta combustão homogénea, mas normalmente existem problemas de ignição espontânea por fricção.

- De película conductora: O material da capa é condutor, pelo que é possível acelerar o processo.
- Ignitor Pyrcore: Em desenvolvimento.
- Ignitores com tubeira:
  - De cesta: As pastilhas de ignitor introduzem-se numa malha de rede que as impedem sair enquanto o seu tamanho não for inferior a um determinado valor. Permite um maior controlo da velocidade e direcção da chama, a lei de combustão é progressiva, mas é um sistema muito pesado.

### **3.2.- SISTEMAS PIROGÉNICOS**

O ignitor é um pequeno foguete que precisa de outro sistema ignitor. Utiliza-se em foguetes de grandes dimensões.

### **4.- SISTEMA DE IGNIÇÃO SELECCIONADO**

O sistema de ignição escolhido é o composto por um cartucho de pólvora detonado por uma resistência eléctrica, e situado na câmara, e um sistema de malha na garganta da tubeira para evitar assim a saída dos gases do ignitor antes de tempo.

### **5. CÁLCULO DA MASSA DE PÓLVORA NECESSARIA**

#### **5.1.- NOTAÇÃO**

- $V_c$  = Volume inicial da câmara de combustão incluindo a parte convergente da tubeira e excluindo o volume ocupado pelo propelante.

- $P_{ign}$  = Pressão de ignição do propelante.
- $T_{comb}$  = Temperatura de combustão dos productos da ignição.
- $M$  = Peso molecular dos productos gasosos da combustão.
- $\sigma$  = Fracção de partículas condensadas dos productos da combustão do sistema de ignição.

## 5.2.- ENFOQUE MATEMÁTICO

Aplica-se a equação de continuidade ao volume de controle compreendido entre as paredes do propelante e a membrana.

$$\frac{\int \rho \cdot dv_c}{dt} = m_{pólvora} - m_{saída} \quad (7.1)$$

Devido à presença da membrana, não há fluxo de massa ao exterior por tanto  $m_{saída}$  é nula. Anulando este termo na expressão anterior:

$$\frac{\int \rho \cdot dv_c}{dt} = m_{pólvora} \quad (7.2)$$

Para poder integrar esta equação é assumido que as variáveis são homogéneas dentro do volume de controle. A temperatura de fim de combustão toma-se constante e igual à de ignição e aplica-se a lei dos gases perfeitos ao volume de controle.

$$\frac{V_c}{R \cdot T_{pol}} \frac{dp}{dt} = - \frac{dm_{pól}}{dt} \quad (7.3)$$

De forma que a massa mínima será:

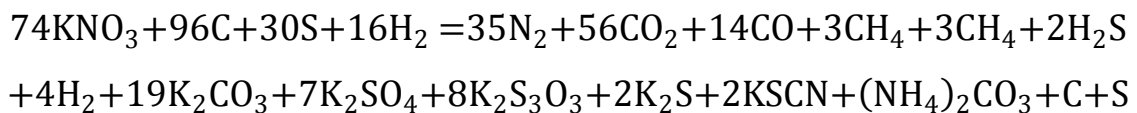
$$(m_{pólvora})_{min} = \frac{V_c}{R \cdot T_{pol}} \cdot (P_{ign} - P_a) \quad (7.4)$$

Normalmente, na combustão aparece uma quantidade de partículas sólidas que há de ter em conta na equação anterior. Para isso considera-se  $\sigma$  como a proporção em peso entre a quantidade de partículas sólidas presente nos produtos de combustão e a massa total de estes produtos.

Tendo isto em conta finalmente podemos escrever que:

$$(m_{polvora})_{min} = \frac{1}{1-\rho} \cdot \frac{V_c \cdot (P_{ign} - P_a)}{\frac{R_o \cdot T_o}{M}} \quad (7.5)$$

A reacção de combustão da pólvora negra pode ser descrita conforme a seguinte equação:



Dos productos da combustão, os seis primeiros são gases. Um kg de pólvora produz 400g de gases cujo peso molecular (M) é 34.75 e 600g de materiais condensados pelo que  $\sigma = 0.6$ .

Por outro lado sabemos que a temperatura de combustão é:

$$T_{comb} = 2590 \text{ K}$$

Em quanto à pressão de ignição estima-se que está perto do 50% da pressão da câmara, pelo que:

$$P_{ign} = 3.4 \text{ MPa}$$

Fica então obter o volume livre inicialmente da câmara:

$$V_{livre} = V_{câmara} - V_{propelante} \quad (7.6)$$

$$V_{câmara} = V_{cúpula} + V_{convergente} + V_{partecentral} \quad (7.7)$$

$$V_{propelante} = \frac{\eta_s \cdot W_{ms}}{\rho_{prop}} \quad (7.8)$$

Onde temos que:

- $V_{câm} = 2.494 \times 10^{-3} + 2.125 \times 10^{-3} + 4.383 \times 10^{-2} = 4.849 \times 10^{-2} \text{ m}^3$
- $V_{propelante} = 3.999 \times 10^{-2} \text{ m}^3$
- $V_{livre} = 8.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$

Com isto finalmente temos que:

$$(m_{pólvora})_{min} = \mathbf{113.2 \text{ g.}}$$

# **CAPITULO**

## **VIII**

### **Cálculo das Actuações**

## **1.- INTRODUÇÃO**

Depois de finalizar o estudo da concepção do motor foguete, irá proceder-se ao cálculo das actuações do mesmo. Isto é, porque no cálculo de dimensionamento foram utilizadas várias hipóteses para simplificar o estudo, as quais vamos agora tentar comprovar mediante a utilização de um modelo mais refinado.

Isto traduz-se no enfoque das equações de movimento com todas as suas contribuições e os diferentes tipos de atrito existentes.

Como condições iniciais do cálculo vão ser utilizadas aquelas que temos do Booster e que foram calculadas previamente.

Tomaram-se correlações para a pressão ambiente, temperatura e densidade em função da altura. Também vamos calcular funções para expressar os coeficientes de resistência aerodinâmica, assim como a variação da gravidade com a altitude. Para a variação da pressão na câmara e da tracção, vamos simplesmente utilizar as funções que foram calculadas nos capítulos anteriores utilizando aproximações nas mesmas.

Vai ser calculado também o apogeu com a carga paga prevista e vai ser comprovado se é óptimo para o nosso objectivo inicial de 200 Km. Por sua vez, serão apresentadas graficamente as variações de tracção, velocidade e coeficiente de resistência.

## **2.- EQUAÇÕES DO MOVIMENTO**

É suposto que o foguete siga uma trajectória vertical, o que é muito aproximado pois este tipo de foguetes costumam a elevar-se com uns 80-85° e com um vôo simétrico (a tracção é paralela ao eixo do motor).

O sistema de equações do problema é:

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = T - D - m \cdot g \quad (8.1)$$

$$v = \frac{dh}{dt} \quad (8.2)$$

$$\frac{dm}{dt} = \dot{m} \quad (8.3)$$

As condições iniciais do voo são Sustainer, como temos dito, são as que nos deixa o Booster, que já foram calculadas, então:

$$v(0) = 1140 \frac{m}{s}$$

$$h(0) = 2619 m$$

A seguir vão ser analisados os termos das equações.

## 2.1.- TRACÇÃO E PRESSÃO

A lei da tracção foi obtida no capítulo IV, mas obtivemos esse termo para a hipótese da tubeira adaptada, pelo que não foi considerada a variação da pressão da atmosfera com a altura sobre a tracção real. Isto é:

$$T = T_{adapt} + A_s \cdot (P_s - P_a) \quad (8.4)$$

A pressão de saída é conhecida pela relação entre a área de saída, área de garganta e a lei de pressões da câmara para esta configuração.

Para a integração vão ser utilizadas aproximações tanto para a tracção (kN) como para a pressão da câmara (MPa).

A tracção vai depender de:

$$t \in [0, 2.039] \Rightarrow \begin{cases} T = 24.152 \\ P_c = 6.8 \end{cases}$$

$$t \in (2.039, 2.672] \Rightarrow \begin{cases} T = 0.1653 \cdot t^2 - 1.8806 \cdot t + 27.299 \\ P_c = 0.0431 \cdot t^2 - 0.4914 \cdot t + 7.6227 \end{cases}$$

$$t \in (2.672, 2.687] \Rightarrow \begin{cases} T = -9.2667 \cdot t + 48214 \\ P_c = -2.4333 \cdot t + 13.119 \end{cases}$$

$$t \in (2.687, 3.2] \Rightarrow \begin{cases} T = -1.065 \cdot t^3 + 10.717 \cdot t^2 - 35.317 \cdot t + 61.495 \\ P_c = -0.2724 \cdot t^3 + 2.7503 \cdot t^2 - 9.087 \cdot t + 16.426 \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
t \in (3.2, 5.29] &\Rightarrow \begin{cases} T = -0.1343 \cdot t^3 + 1.7577 \cdot t^2 - 6.4345 \cdot t + 30.314 \\ P_c = -0.0351 \cdot t^3 + 0.4591 \cdot t^2 - 1.679 \cdot t + 8.4046 \end{cases} \\
t \in (5.29, 5.442] &\Rightarrow \begin{cases} T = -2.0872 \cdot t^2 + 22.881 \cdot t - 37.057 \\ P_c = -0.5509 \cdot t^2 + 6.0369 \cdot t - 9.3473 \end{cases} \\
t \in (5.442, 5.534] &\Rightarrow \begin{cases} T = -216.51 \cdot t^3 + 355450.8 \cdot t^2 - 19357.1 \cdot t + 35150 \\ P_c = -84.299 \cdot t^3 + 889.07 \cdot t^2 - 4852.4t + 8835.1 \end{cases} \\
t \in (5.534, 5.685] &\Rightarrow \begin{cases} T = 161.33 \cdot t^2 - 1852.2 \cdot t + 5334.9 \\ P_c = 69.322 \cdot t^2 - 790.49 \cdot t + 2258.7 \end{cases} \\
t \in (5.685, 6.59] &\Rightarrow \begin{cases} T = 4.8577 \cdot t^3 - 77.856 \cdot t^2 + 384.85 \cdot t - 544.98 \\ P_c = 1.12944 \cdot t^3 - 18.298 \cdot t^2 + 91.124 \cdot t - 128.95 \end{cases}
\end{aligned}$$

## 2.2.- MASSA DO SISTEMA

O termo mássico também varia com o tempo. Numa primeira etapa propulsada a massa do propelante diminui até chegar à fase não propulsada onde não há perda de propelante e, portanto, a massa permanece constante.

Durante a fase propulsada, a variação da massa esta definida pela expressão do gasto mássico que passa pela garganta:

$$\frac{dm_{Sustainer}}{dt} = -\dot{m} \quad (8.4)$$

$$\dot{m} = \frac{P_c \cdot A_g}{c^*} \quad (8.5)$$

Onde a pressão é conhecida em função do tempo e, quer a área da garganta quer a velocidade característica, são conhecidas e supostas constantes.

Tendo isto em conta quando avança a combustão, a massa do Sustainer vai ser

$$m_{Sust} = m_{Sust_0} - \int_0^t \dot{m} \cdot dt \quad (8.6)$$

Onde, se recordamos as aproximações feitas no capítulo 2 para ter em conta o peso da ogiva (30% do da carga paga) e das aletas estabilizadoras do Sustainer (10% do peso do Sustainer) temos que

$$m_{Sust_o} = 1.1 \cdot m_{comb+carcaça} + 1.3 \cdot W_{PL} \quad (8.7)$$

Cabe assinalar que no cálculo da massa está suposto uma espessura da chapa de 0.5 mm para arredondar pois era ligeiramente inferior.

Quando começa a fase não propulsada, a massa permanece constante:

$$m_{final} = m_{Sust_o} - \int_0^{t_b} \dot{m} \cdot dt \quad (8.8)$$

Onde  $t_b$  é do tempo de combustão.

### 2.3.- GRAVIDADE

No estudo anterior foi considerado que a aceleração da gravidade era constante durante o funcionamento do foguete.

Esta aproximação é correcta sempre que as alturas atingidas não sejam muito elevadas.

Devido ao facto que o nosso foguete atinge altitudes consideráveis, vamos ter em conta a variação da gravidade com a altitude, já que pode afectar bastante as actuações.

Para construir um modelo da variação, temos:

$$g = g_o \cdot \frac{R_T^2}{(R_T + h)^2} \quad g = g_o \cdot \frac{R_T^2}{(R_T+h)^2} \quad (8.9)$$

Onde:

- $R_T = 6370 \text{ km}$  = radio terrestre.
- $g_o = 9.81 \text{ m/s}^2$  = aceleração da gravidade ao nível do mar.

- $h$  = altitude respeito do nível do mar.

## 2.4.- RESISTÊNCIA AERODINÂMICA

A resistência aerodinâmica é dada por:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \cdot S \cdot C_D \quad (8.10)$$

Onde:

- $\rho$  = densidade da atmosfera.
- $S$  = secção característica do corpo, no nosso caso vamos utilizar a transversal o frontal do motor ( $S = \pi R_c^2$ ).
- $V$  = velocidade do foguete em cada instante de tempo.

A trajetória é suposta vertical, simétrica e com velocidade nula do vento, portanto o ângulo de ataque é nulo. A resistência aerodinâmica é devida exclusivamente à sua componente parasita.

A resistência parasita é a soma, por outro lado, de três contribuições:

- **Resistência de pressão ou de onda.** É devida à diferença de pressões que se produzem como consequência de que na ogiva, devido a que o voo do foguete voa é supersónico, aparecem ondas de choque. Em subsónico o seu efeito pode ser desprezável. O seu valor é dado a través do coeficiente  $C_{Dw}$ .
- **Resistência de base.** É devida à forte depressão que se produz porque o corpo termina com uma superfície perpendicular ao fluxo de corrente. O seu valor é dado a través do coeficiente  $C_{Db}$ .

- **Resistência de fricção.** É devida à fricção das camadas de ar como fluido viscoso dentro da camada limite. O seu valor é dado pelo coeficiente  $C_{Df}$ .

Para definir cada um dos coeficientes anteriores, tem que se especificar a forma da ogiva. No nosso caso, utilizamos uma ogiva cónica, para a qual temos as seguintes expressões de coeficientes:

$$C_{Dw} = 0.002 \cdot \left(0.8 + \frac{1}{M_{\infty}^2}\right) \cdot \delta_o^{1.7} \quad (8.11)$$

$$C_{Df} = \frac{S_w}{S_{trans}} \cdot \left[ \frac{0.000496}{(1+0.03 \cdot M_{\infty}^2)^{1/3}} \cdot \frac{S_L}{S_w} + \frac{0.032}{(1+0.12 \cdot M_{\infty}^2)} \cdot \left(\frac{1}{Re^{0.145}}\right) - \frac{0.1 S_L}{S_w} \right] \quad (8.12)$$

$$C_{Db} = \frac{1.43 \cdot \overline{S_B}}{M_{\infty}^2} \quad (8.13)$$

Sendo:

- $\delta_o$  = semiângulo da ogiva em graus.
- $M_{\infty}$  = numero de Mach da corrente.
- $S_w$  = superfície molhada do foguete.
- $S_{trans}$  = secção transversal do foguete.
- $\overline{S_B}$  = relação entre a área da secção final do foguete e a área transversal da secção cilíndrica.
- $\frac{S_L}{S_w}$  = relação entre fluxo laminar e a superfície molhada, por tratar-se dum regime laminar de transição a turbulento, pode ser aproximado por  $\frac{S_L}{S_w} \approx \frac{65 \cdot 10^6}{Re}$ .

O valor das superfícies transversal e molhada, vai ser tido em conta como temos definido o foguete.

$$S_{trans} = \pi \cdot R_c^2 \quad (8.14)$$

$$S_w = S_{equipo,ogiva} + S_{câmara,tubeira} = \frac{\pi \cdot R_c^2}{\tan \delta_o} + 2 \cdot \pi \cdot R_c \cdot (L_{caixa} + L_{câmara} + L_{tubeira}) \quad (8.15)$$

Quer o comprimento da câmara como da tubeira já foram calculados.

Fica, no entanto, por calcular o comprimento da caixa, sendo a caixa a existente desde a união ao Sustainer até o início da ogiva, e no interior da qualestá a armazenada a carga paga.

Para calcular o comprimento da caixa, temos de fazer uma série de considerações baseadas no estado da arte [Sutton,2001] dos foguetes semelhantes.

Vai ser calculado o volume da carga paga assumindo que ocupa um litro por cada 1 kg ( $\rho_{PL} = 1 \text{ kg/dm}^3$ ).

Também é suposto um aproveitamento do volume da ogiva em40% e da caixa em95%.

Para finalizar, resta apenas dar um valor ao ângulo que forma a ogiva com o eixo do foguete. Este ângulo vai ser uma solução de compromisso entre ter uma resistência aerodinâmica elevada para  $\delta_o$  grandes ou ter problemas estruturais na fabricação se  $\delta_o$  é muito pequeno. Portanto, vamos considerar que:

$$\delta_o = 18^\circ$$

Depois disto, podemos calcular os comprimentos que ficam (ver Fig. 8.1):

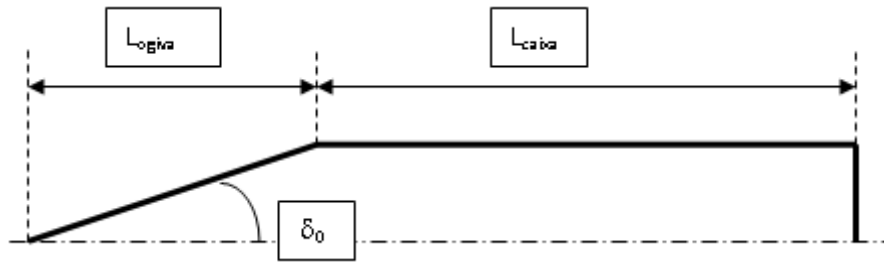


Figura 8.1: Dimensões geométricas do foguete

$$L_{ogiva} = \frac{R_c}{\tan 18} = \frac{0.106}{\tan 18} = \mathbf{0.326\ m} \quad (8.16)$$

Para calcular o comprimento da caixa repartimos o volume da carga paga entre a ogiva e a caixa, pelo que se pode concluir que precisamos de um volume de espaço útil de 50 litros.

$$V_{PL} = \pi \cdot R_c^2 \cdot \left( 0.95L_{caixa} + \frac{0.4L_{ogiva}}{3} \right) \quad (8.17)$$

De onde podemos obter finalmente que:

$$\mathbf{L_{caixa} = 1.373m}$$

## 2.5.- MODELO ATMOSFÉRICO

A temperatura vai servir para obter a velocidade do som a diferentes altitudes e, portanto, o número de Mach, uma vez conhecida a velocidade.

A densidade vai ser um termo muito influente nos primeiros 20 km do movimento por a resistência aerodinâmica ser directamente proporcional à mesma.

Vamos utilizar como modelo, o modelo atmosférico standard ISA que se detalha a seguir:

$$\begin{aligned}
 h \leq 11000 \text{ m} & \Rightarrow \begin{cases} P_{\infty} = 10325 - (1 - 22.5577 \cdot 10^{-6} \cdot h)^{4.2561} \\ \rho_{\infty} = 1.225 - (1 - 22.5577 \cdot 10^{-6} \cdot h)^{5.2561} \\ T_{\infty} = 288.15 - (1 - 22.5577 \cdot 10^{-6} \cdot h)^{5.2561} \end{cases} \\
 h \in (11000, 20000] & \Rightarrow \begin{cases} P_{\infty} = 22632 \cdot e^{\frac{11000-h}{6341.62}} \\ \rho_{\infty} = 0.364 \cdot e^{\frac{11000-h}{6341.62}} \\ T_{\infty} = 216.65 \end{cases} \\
 h \in (20000, 32000] & \Rightarrow \begin{cases} P_{\infty} = 5475 - 0.456 \cdot (h - 20000) \\ \rho_{\infty} = 0.2346 - 7.33 \cdot 10^{-6} \cdot h \\ T_{\infty} = 216.65 + \frac{(h - 20000)}{1000} \end{cases} \\
 h > 32000 \text{ m} & \Rightarrow \begin{cases} P_{\infty} = 0 \\ \rho_{\infty} = 0 \\ T_{\infty} = 228.65 \end{cases}
 \end{aligned}$$

### **3.-RESOLUÇÃO**

As equações do movimento vão ser integradas numericamente utilizando o programa MATLAB. Vão ser apresentados gráficos onde se comprovará que se atingem os objectivos do projecto que são levar 50 kg de carga paga a 200 km de altura.

#### **3.1.- ALTURA VS TEMPO**

Da figura 8.2 podemos observar que o apogeu está perto de 180 km, o que significa que não se atinge a altura de projecto, isto é, ficamos a uns 20 km do apogeu, o que é razoável se tivermos em conta o cálculo com hipóteses muito simples. De facto, é possível destacar que um factor básico que determinava a tracção nominal é a altura geopotencial que não deixava de ser uma interpolação onde a simple vista podemos observar pontos com maior distância que estes 20 km.

Na realidade, também a comprovação final foi realizada com hipóteses simplistas, pelo que a concordância de dados é boa. Comentar também que o foguete mantém-se numa margem de 160-180 km durante uns 100 segundos, que seria o tempo dedicado à experimentação.

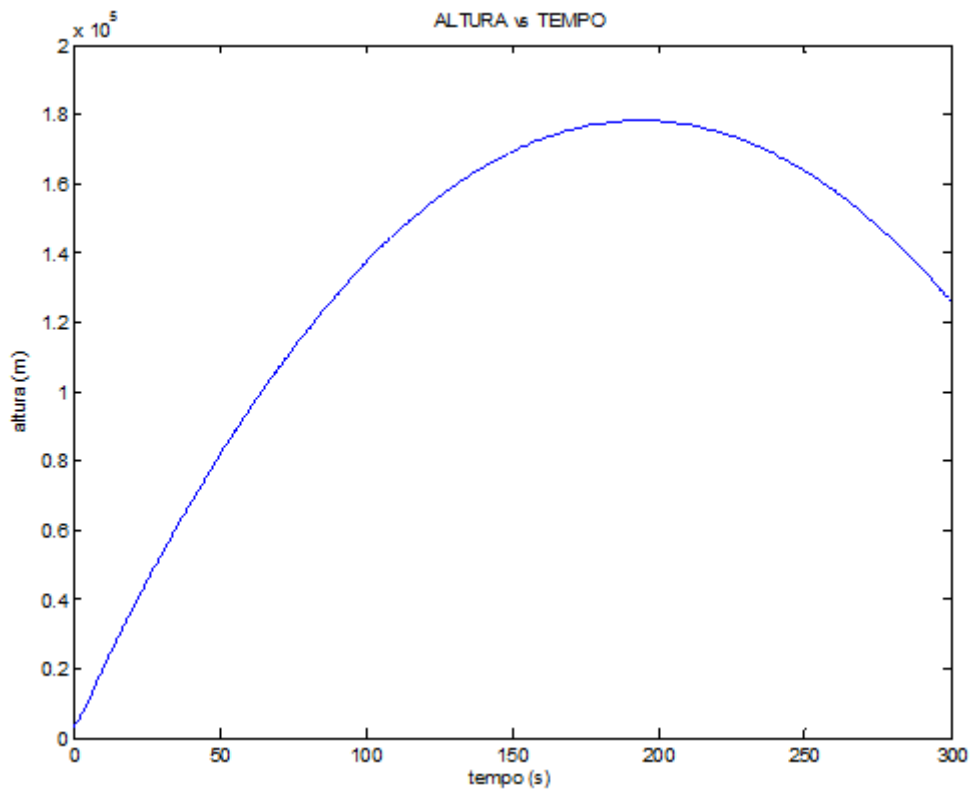


Figura 8.2: Altitude atingida vs Tempo

Na procura dum melhor resultado deveríamos refazer o estudo tendo em conta o resultado agora obtido como primeira solução e como é evidente é proposto aumentar a altura geopotencial e assim exigir mais tracção nominal, pelo que o apogeu aumentaria.

A seguir, poderia ser muito interessante refinar o cálculo final da altura mediante correlações dos coeficientes de resistência mais exactos (quer sejam teóricos ou empíricos) para obter uma solução mais precisa.

### 3.2.- TRACÇÃO VS TEMPO

Na Figura 8.3 apresenta-se a tracção que o motor foguete proporciona em função do tempo.

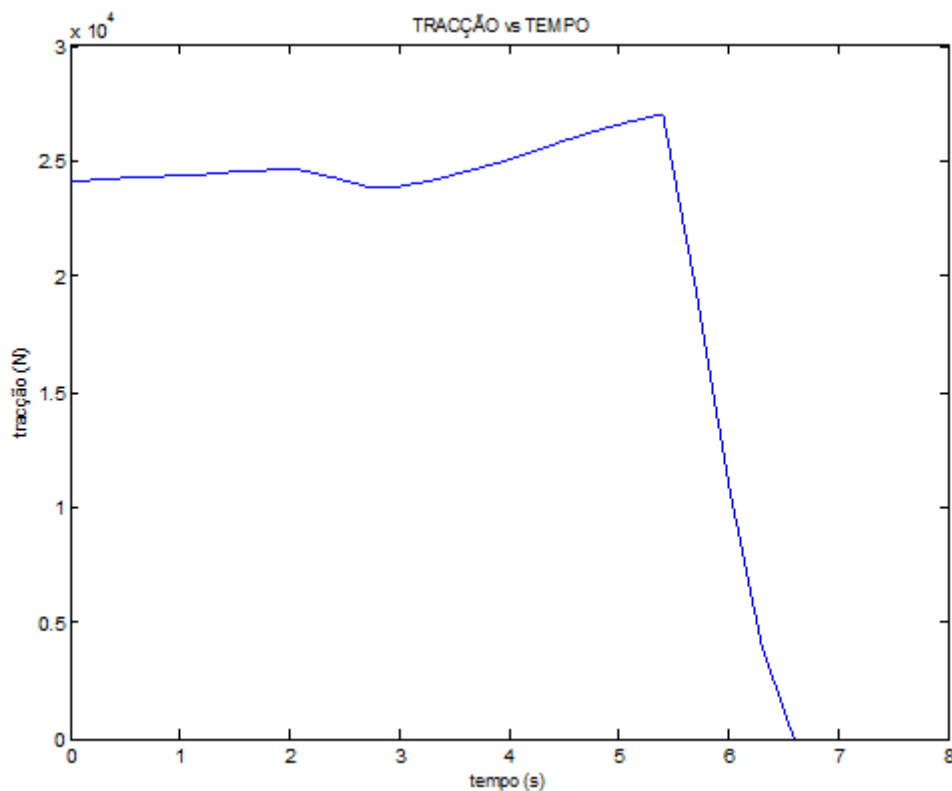


Figura 8.3: – Tracção do foguete vs Tempo

Verifica-se que a evolução é praticamente idêntica à da tracção adaptada já que apenas varia a contribuição da pressão, portanto isto faz aumentar a tracção cada vez mais quando sobe para que a pressão possa diminuir.

### 3.3.- COEFICIENTE DE RESISTÊNCIA VS TEMPO

É apresentado a seguir (Figura 8.4) a variação do coeficiente de resistência com o tempo.

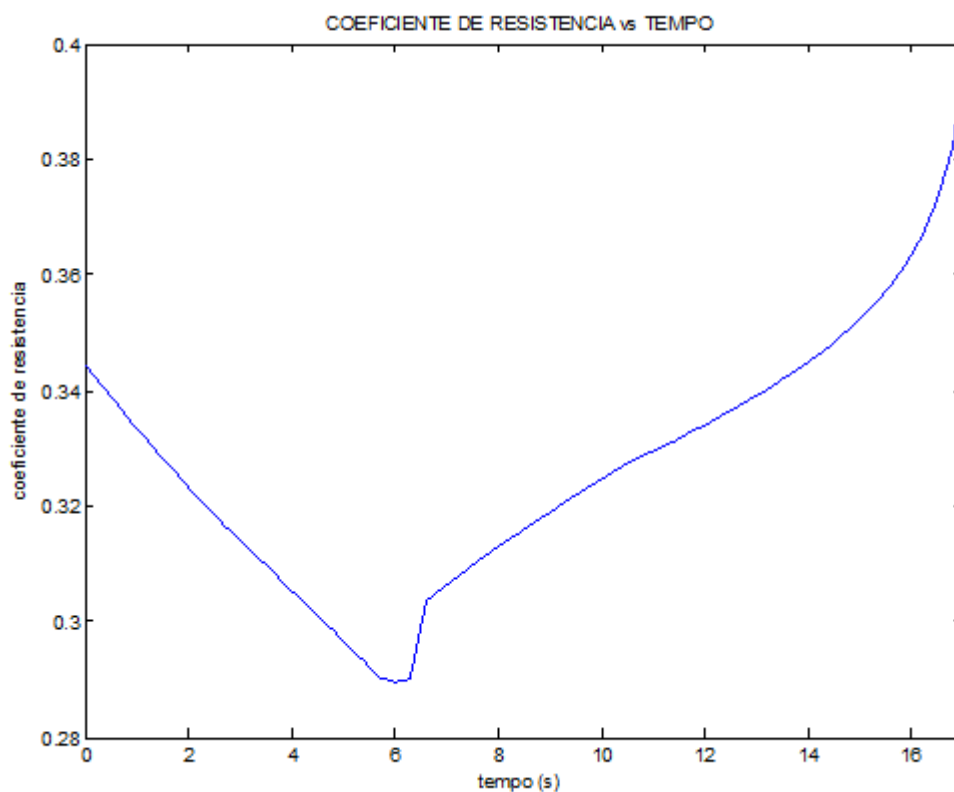


Figura 8.4: Coeficiente de resistência do foguete vs Tempo

Por análise do gráfico pode-se concluir que o coeficiente de resistência diminui inicialmente seguindo o aumento do número de Mach para depois aumentar devido ao facto de que a resistência de base ao deixar de haver propulsão a área efectiva da cauda aumenta na sua totalidade. Apenas aparecem os 17 primeiros segundos pois depois a densidade diminui até 0 pela atmosfera ISA, pelo que já não há resistência aerodinâmica.

### 3.4.- RESISTÊNCIA VS TEMPO

A força total resistiva do foguete em função do tempo foi calculada e é apresentada na figura 8.5.

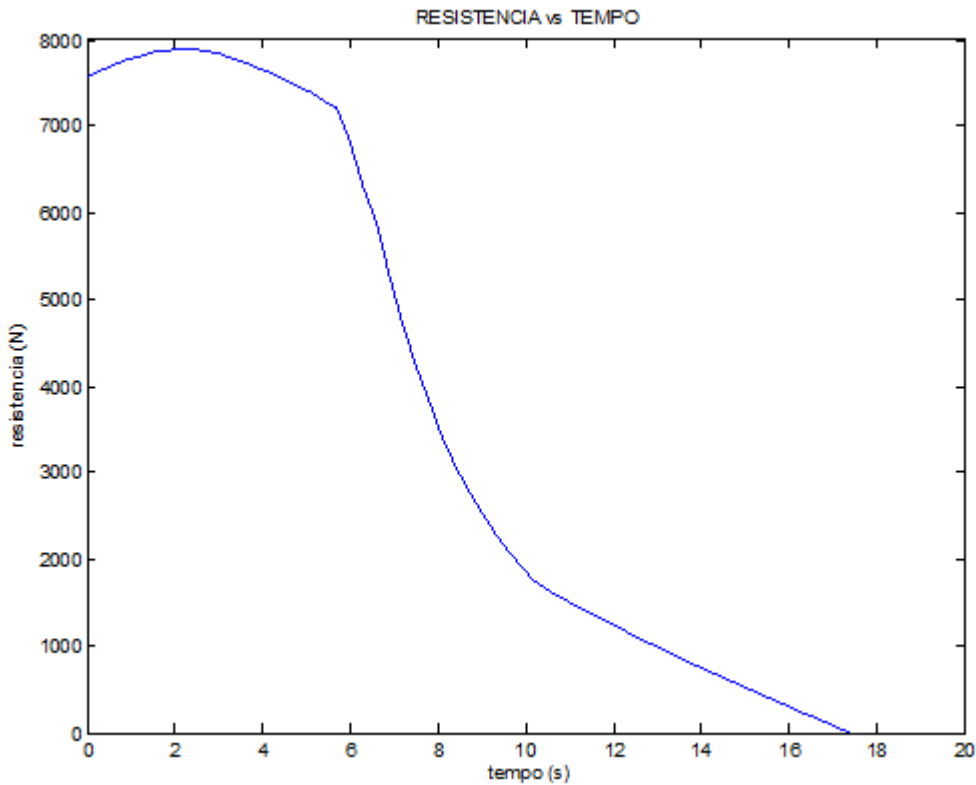


Figura 8.5: Resistência do foguete vs Tempo

Neste gráfico vemos que a resistência é, em termos líquidos, inferior à tracção, pelo que o foguete continua a acelerar enquanto temos tracção. Inicialmente, o aumento de velocidade não é compensado pela diminuição da densidade e do coeficiente de resistência aerodinâmica, aumentando a resistência até que esta começa a decrescer tendo um ponto de inflexão quando o foguete se desliga, onde a redução rápida da velocidade e densidade faz diminuir a resistência até que esta se anula perto dos 17 segundos, que é quando o foguete atinge os 32 km que é o ponto onde a densidade atmosférica do nosso modelo se iguala a 0, pelo que desaparece a resistência aerodinâmica.

### 3.5.- ACELERAÇÃO VS TEMPO

Na Figura 8.6 é apresentada a variação da aceleração do foguete com o tempo.

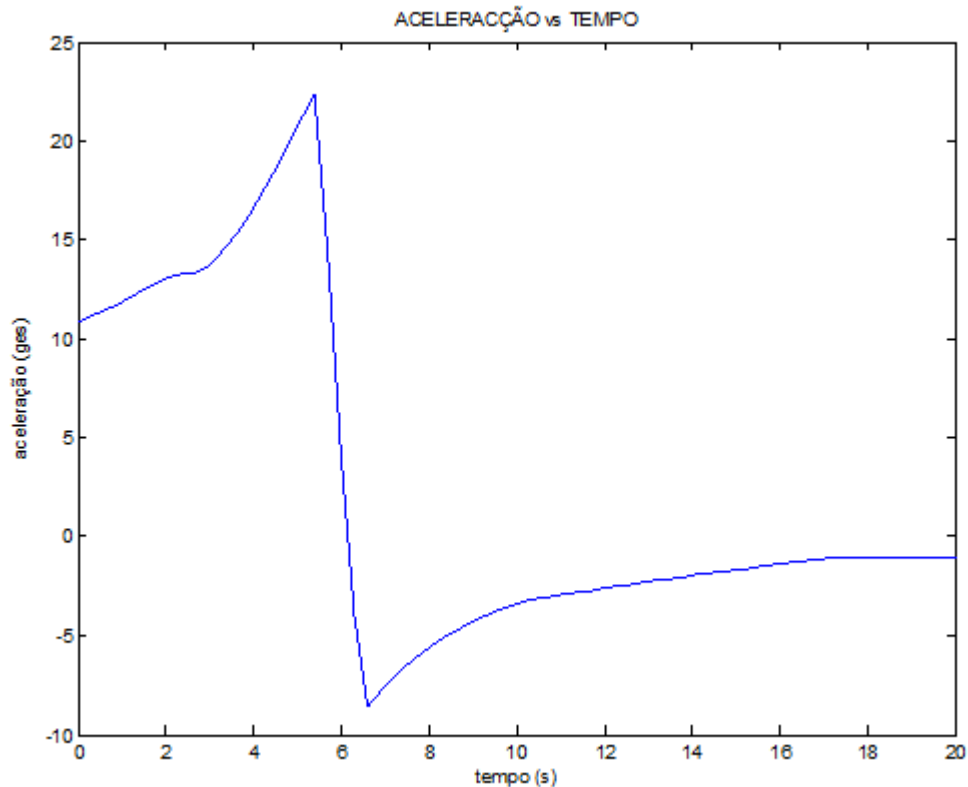


Figura 8.6: Aceleração do foguete vs Tempo

Podemos ver que o factor de aceleração máximo fica em 23, longe dos previstos, embora este resultado seja lógico, porque os cálculos foram efectuados sem contar com a resistência aerodinâmica pelo que não se poderia atingir essas acelerações.

Depois da actuação normal do Sustainer, o foguete apresenta um decréscimo rápido da aceleração só mitigada pela cauda de tracção, devido à resistência e à gravidade, tendendo posteriormente à gravidade (-1 g), valor que se atinge quando não temos densidade na atmosfera ISA e o foguete só está sujeito à força da gravidade.

### 3.6.- NÚMERO DE MACH VS TEMPO

No que respeita à variação do número de Mach com o tempo, pode verificar-se pela Figura 8.7, que estamos em zonas de movimento supersônico elevado. Este facto seria interessante na optimização do modelo, onde poderiam ser procuradas correlações para estas zonas de vôo supersónico.

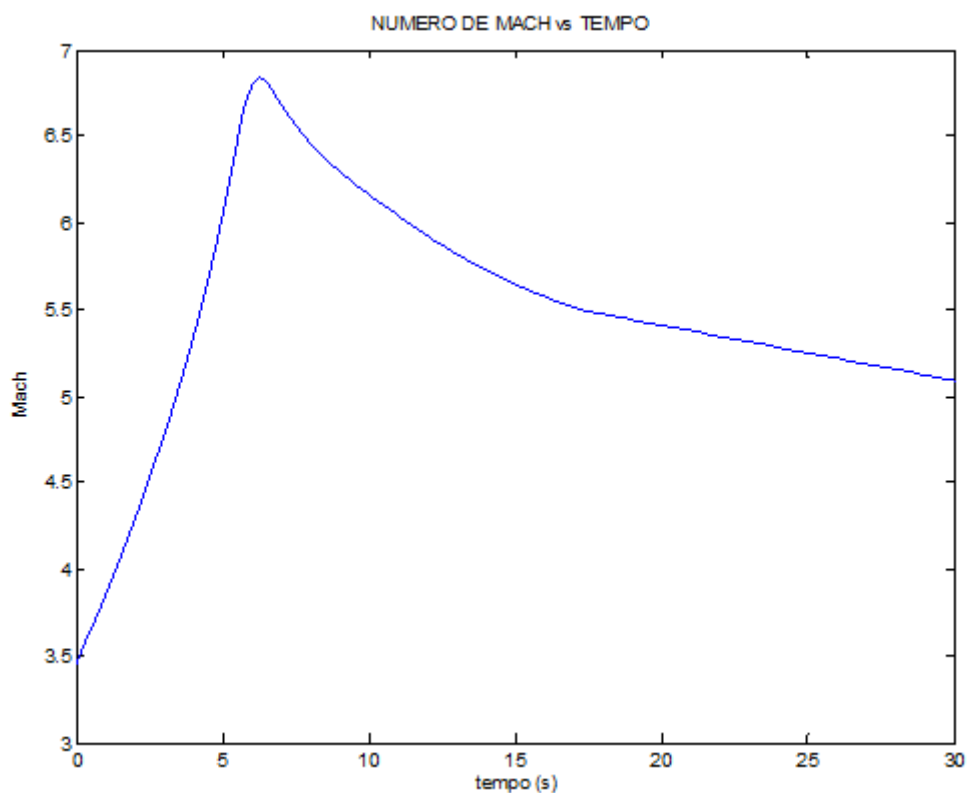


Figura 8.7: Mach do foguete vs Tempo

### 3.7.- VELOCIDADE VS TEMPO

A variação da velocidade com o tempo é apresentada graficamente na Figura 8.8.

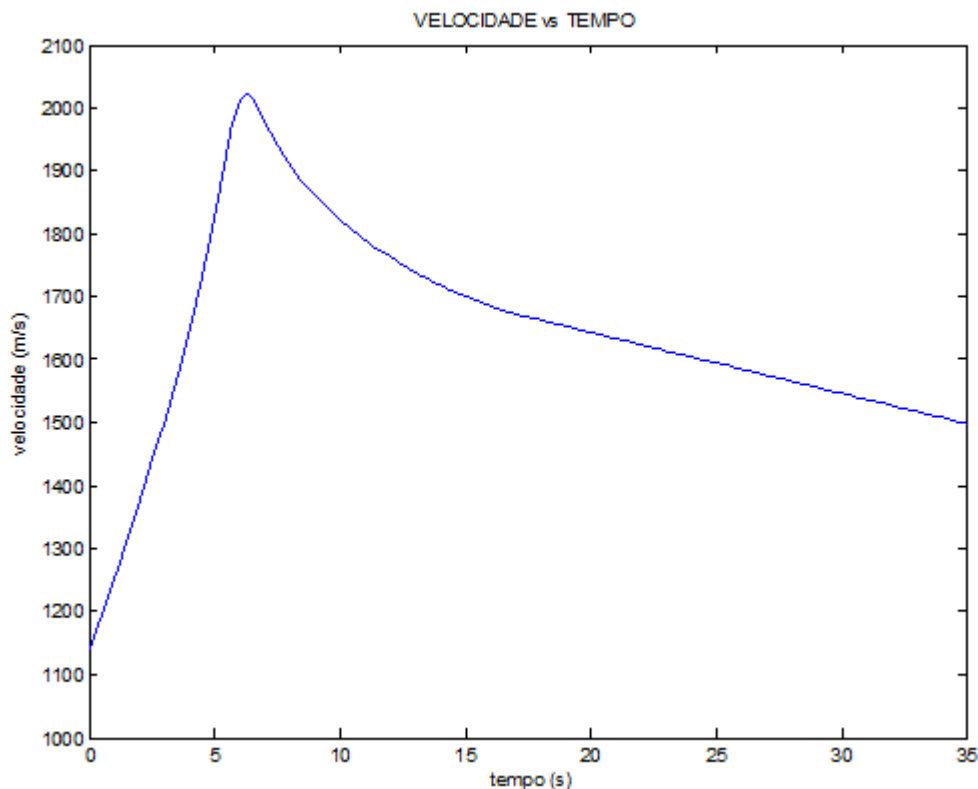


Figura 8.8: Velocidade do foguete vs Tempo

Nesta gráfico vemos uma ampliação dos primeiros 35 segundos da evolução da velocidade, onde podemos observar que cresce porque a tracção é superior ao efeito cumulativo da resistência e da gravidade, o que acontece até que o final da cauda de tracção é insuficiente e o foguete começa a reduzir a velocidade muito rapidamente inicialmente e depois ao diminuir a resistência, a variação tende a ser linear, já que é afectada unicamente por uma aceleração constante, que é a da gravidade.

### 3.8.- APOGEU VS CARGA PAGA

Para terminar, e observar a flexibilidade do foguete, é possível apresentar um gráfico de carga paga VS apogeu que é simplesmente descritiva porque na realidade para cargas pagas maiores vamos precisar mais longitude do foguete com o conseguinte aumento do peso e resistência e diminuição do apogeu (ver Fig. 8.9).

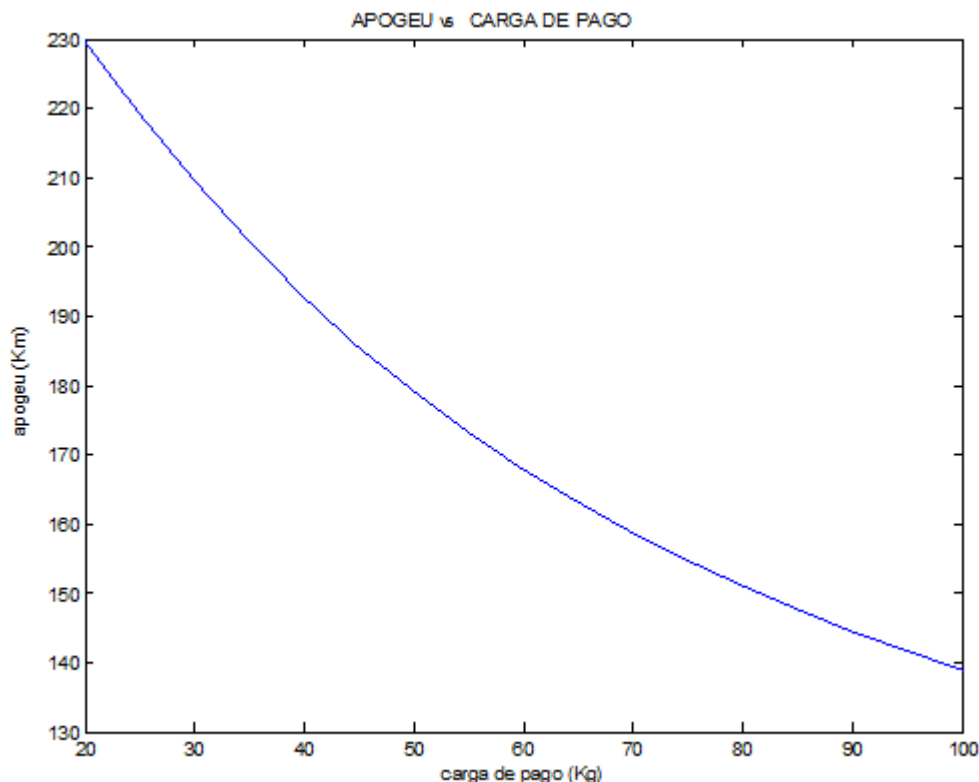


Figura 8.9: Apogeu vs Carga paga

Para finalizar, vai ser compilada uma tabela resumo (Tabela 8.1) com os principais dados do projecto.

**Tabela 8.1 – Dados de projecto.**

<b>MATERIAL</b>	AÇO 4340 Endurecido e temperado
<b>PROPELANTE</b>	ANP-2639AF
<b>TRACÇÃO NOMINAL</b>	24152 N
<b>TEMPO DE COMBUSTÃO</b>	6.59 s
<b>PRESSÃO NOMINAL</b>	6.8 MPa
<b>NUMERO DE PONTAS DA ESTRELA</b>	7
<b>PESO DO PROPELANTE</b>	66.74 Kg
<b>PESO DA CÂMARA</b>	3.92 Kg
<b>PESO DA TUBEIRA</b>	0.6 Kg
<b>PESO INSERTO</b>	1.9 Kg
<b>RENDIMENTO ESTRUTURAL</b>	0.9 Kg
<b>PESO CARGA DE PAGO</b>	50 Kg
<b>RAIO DE CÂMARA</b>	0.106 m
<b>ÁREA DE GARGANTA</b>	0.002268 m <sup>2</sup>
<b>ÁREA DE SAIDA</b>	0.02651 m <sup>2</sup>
<b>COMPRIMENTO CÂMARA</b>	1.241 m
<b>COMPRIMENTO OGIVA</b>	0.326 m
<b>COMPRIMENTO CAIXA</b>	1.373 m
<b>COMPRIMENTO TUBEIRA</b>	0.397 m
<b>COMPRIMENTO TOTAL</b>	3.337 m
<b>ESBELTEZ</b>	16.2
<b>SEMI-ÂNGULO DA OGIVA</b>	18°
<b>ÂNGULO DO CONVERGENTE</b>	30°
<b>ÂNGULO DIVERGENTE</b>	15°
<b>ESPESSURA INSERTO</b>	5.7 mm
<b>VELOCIDADE INICIAL</b>	1140 m/s
<b>ALTURA INICIAL</b>	2619 m

# **CAPITULO**

# **IX**

# **Planos e Desenho**

## **1.- INTRODUÇÃO**

Para finalizar a definição total do conjunto são necessários planos das secções mais características, das peças de união e dos detalhes de alguns componentes principais.

Devido à complexidade deste processo, vamos utilizar soluções baseadas em foguetes semelhantes principalmente, no foguete INTA-300 [<http://space.skyrocket.de>] do qual temos esquemas de secções das partes principais.

Além disso vamos efectuar um breve resumo da montagem e construção das diferentes partes do foguete.

## **2.- DESENHO E FABRICAÇÃO**

A ogiva é cónica pela simplicidade da sua fabricação e desenho e a sua ponta adopta forma arredondada para melhorar o seu comportamento aerodinâmico. A ogiva está ancorada ao módulo seguinte com uma união por rosca com rebite na carcaça dos dois elementos. A forma arredondada da ponta é um elemento independente para facilitar a fabricação e será fixado com um parafuso. O trabalho das peças é feito por maquinagem.

Para a fabricação do módulo seguinte, que irá albergar a carga paga são utilizados painéis do material escolhido os quais são trabalhados com a máxima simplicidade. Os painéis rectangulares são curvados e são soldados os bordos nas pestanas para atingir a forma cilíndrica (virolas). O interior é feito dependendo da carga de útil transportada. Um dos pontos chave a concepção é a união entre carga útil e o motor, pelos esforços a que está submetida. A sua adequação para acoplar este componente à estrutura é um problema de concepção, porque queremos atingir os objectivos com a máxima simplicidade de fabricação e peso. Além disso, temos de introduzir o sistema de ignição que

fica alojado numa possível cápsula situada na cabeça da câmara. Para solucionar estes problemas no foguete opta-se por uma ligação roscada do motor à estrutura com a dificuldade de apresentar uma forma semi esférica da câmara de combustão, opção que se toma da concepção do foguete INTA-300. Assim, também temos um painel transversal ao eixo para facilitar a união entre a secção do motor e a cápsula da carga paga. Esta união é feita por rosca.

Para a fabricação do motor toma-se novamente um painel de material soldado pelos extremos para obter a forma cilíndrica (virola). O casquete semi esférico também é maquinado e é tido em conta na fabricação a situação do sistema de ignição e da ancoragem ao módulo anterior.

Para fixar a tubeira é desenhada uma estrutura que a aloja e permite a sua ancoragem à carcaça exterior também por roscas. A garganta está roscada à parte convergente e à divergente. A carcaça exterior deverá ser reforçada por aros, porque a forma da tubeira não fornece muita rigidez ao conjunto.

As aletas são desenhadas atendendo a critérios aerodinâmicos e podem fixar-se à carcaça exterior do foguete por soldadura e por pestanas rebitadas à carcaça exterior.

### **3.-PLANOS**

A seguir apresentam-se os planos das secções mais interessantes para o nosso projecto assim como um desenho cotado com as dimensões mais características do foguete (Figs. 9.1 a 9.6).

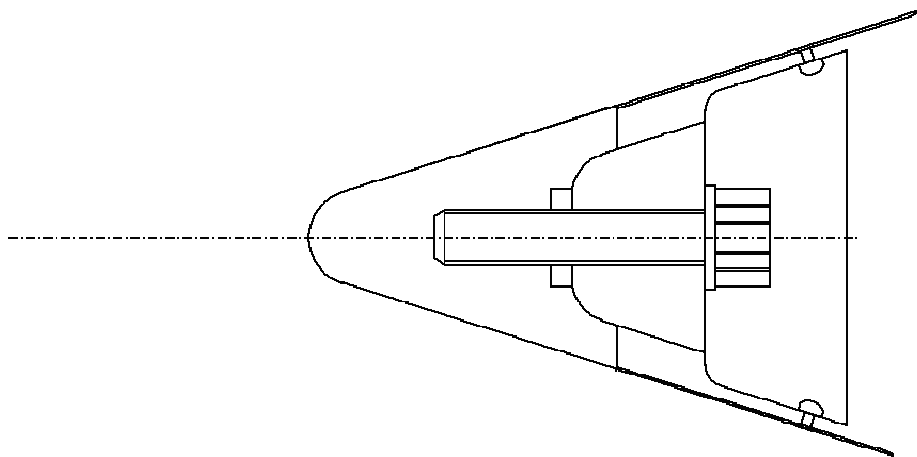


Figura 9.1: Ponta Da Ogiva

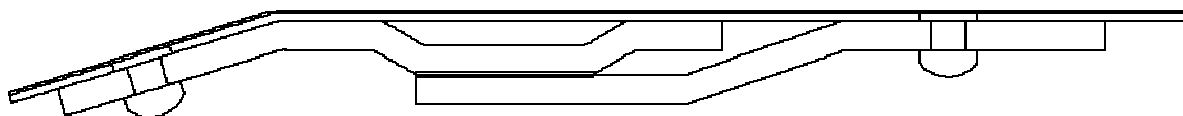


Figura 9.2: Ancoragem da Ogiva

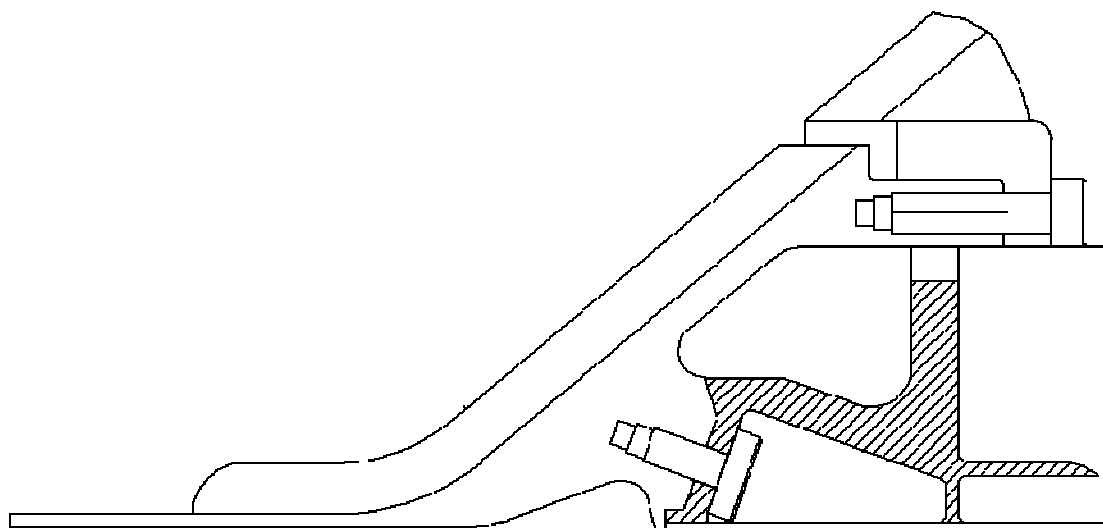


Figura 9.3: Ancoragem da Tubeira

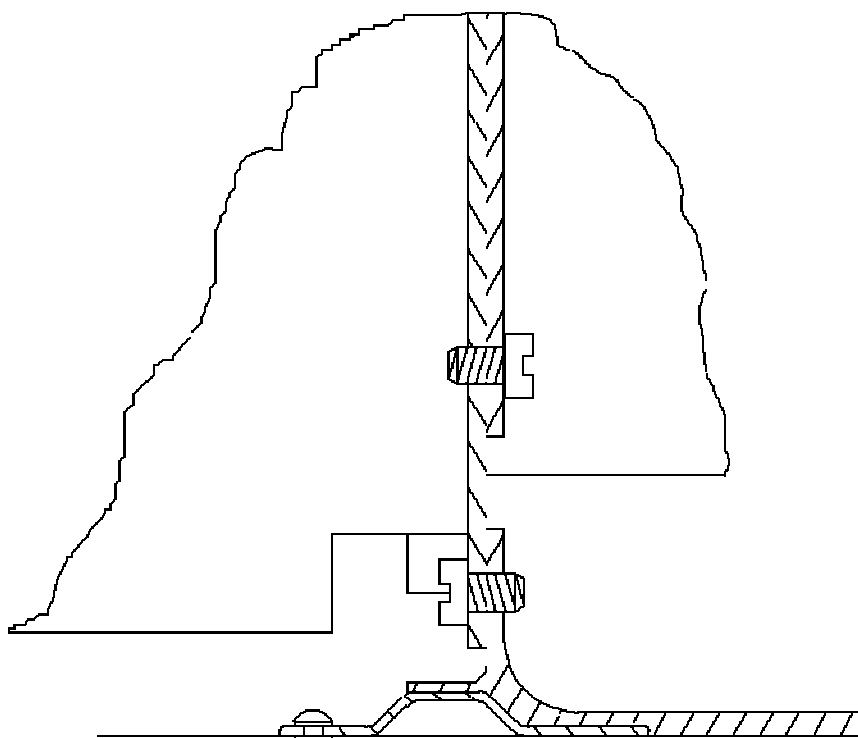


Figura 9.4: Ancoragem da Carga paga

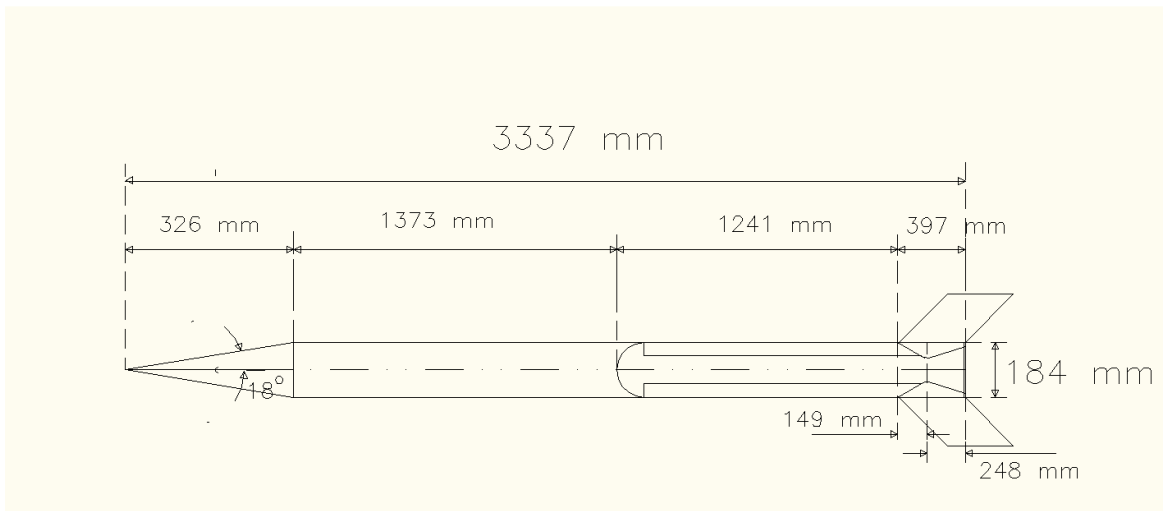


Figura 9.5: Vista geral do foguete

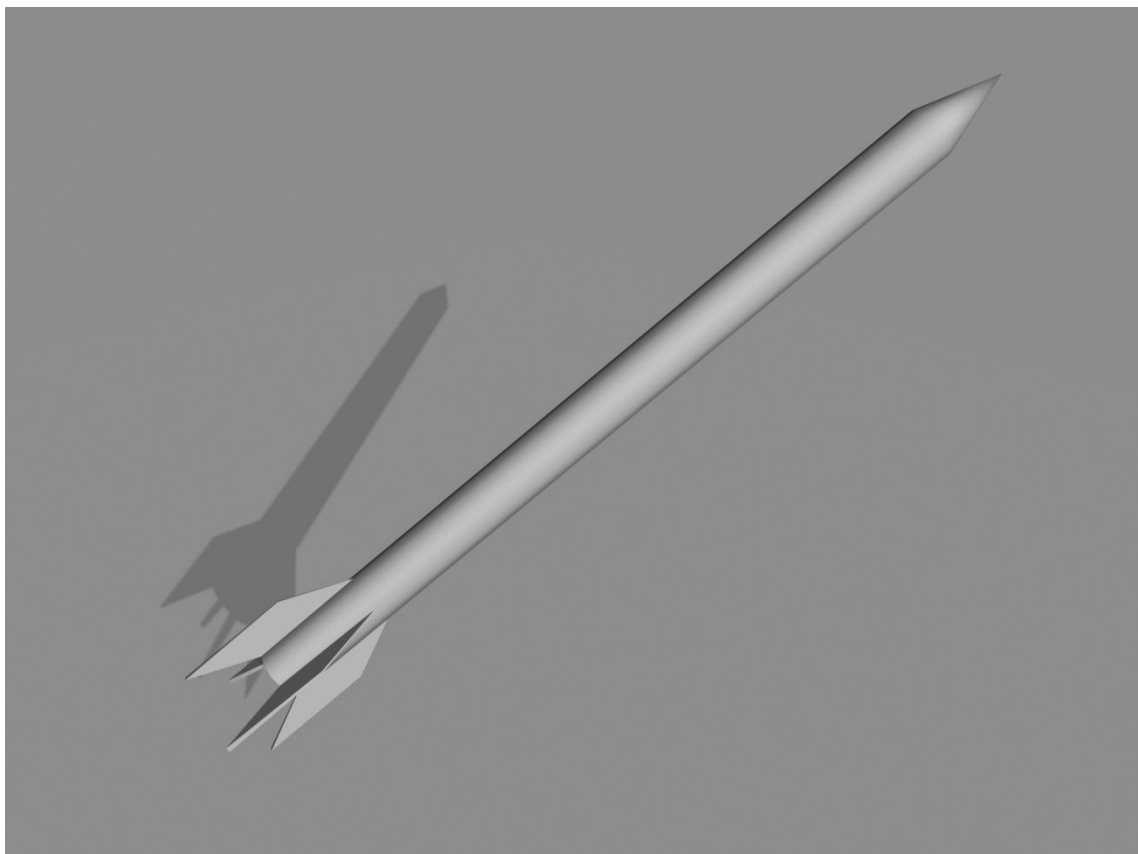


Figura 9.6: Perspectiva geral do foguete

# **CAPITULO**

# **X**

# **Conclusões e Trabalho Futuro**

## 1. SÍNTESE DO PROJECTO E CONSIDERAÇÕES FINAIS

A realização deste trabalho foi um grande desafio para o autor, na medida em que um projecto de um motor foguete pode ser extremadamente comprido, exigindo um importante esforço na articulação dos conteúdos da pesquisa bibliográfica à hora de considerar as hipóteses adequadas e os cálculos do estudo aproximado de um caso real de dimensionamento de um foguete.

Começando pelas hipóteses iniciais do pré-dimensionamento do foguete que foram escolhidas em razão da missão de sondagem, o objetivo do foguete é a elevação de uma carga útil até uma altura de 200 km iniciais com margens razoáveis de segurança, baixo custo e simplicidade.

O objectivo do pré-dimensionamento foi obter a tracção e tempo de combustão para o combustível em estudo. Estes valores são mantidos até aos cálculos finais das actuações. Além disso, são obtidos gráficos representativos sob a relação entre atracção, tempo de combustão e peso total do foguete com diferentes factores de aceleração, impulsos específicos (eleição do propelante) e rendimentos estruturais. Foi possível ver que interessam tempos reduzidos de combustão para consumir a menor quantidade de propelante, diminuir o peso e melhorar a esbeltez, utilizando o limite de segurança do factor de aceleração em  $n=30$ .

A seguir, foi delimitado o dimensionamento do motor mediante um estudo de vários materiais da câmara e propelantes para gerar possíveis configurações em razão ao peso mínimo do motor, esbeltez aerodinâmica e rendimento estrutural aceitáveis. Com este estudo, foi reduzido o número de combustíveis possíveis, eliminando o JPL540A e o Aço 413º pelos seus piores resultados.

Para o estudo do grão, foi necessário dimensionar o grão para obter como objectivo uma tracção constante sem picos de pressão para não ultrapassar as resistências dos materiais utilizados. Da análise dos resultados foi possível

concluir que o material que melhores combinações apresenta para a câmara é o Aço 4340 (endurecido e temperado) e para o combustível foi o ANP-2639AF com configuração em estrela de 7 pontas.

No referente ao estudo da tubeira, foi escolhida a tubeira cônica de 15° pela maior simplicidade, baixo custo, e onde o material é o mesmo que da carcaça descartando o uso de superligas devido ao seu custo elevado.

O sistema de ignição é o sistema iniciador da combustão, sendo utilizado um cartucho de pólvora auxiliar na parte posterior da câmara. Obtivemos a massa de pólvora necessária mínima necessária para a ignição sendo a mesma de 113.2 g.

Finalmente, foram calculadas as actuações do foguete devido às hipóteses iniciais para a simplificação do estudo. Para isso, foram enfocadas as equações do movimento com todas as suas contribuições e os diferentes tipos de atrito existentes.

O apogeu do foguete, onde logicamente a velocidade é nula, está perto dos 180 Km, o que representa que não é atingida a altura do projecto, algo razoável devido às hipóteses iniciais muito simples e que a comprovação final também dependia de hipóteses simples, pelo que a concordância de dados é muito boa.

A evolução da tracção é idêntica praticamente à adaptada, o que faz aumentar a tracção para que a pressão possa diminuir. O factor de aceleração fica longe dos previstos já que não contamos com a resistência aerodinâmica pelo que não é possível atingir essas acelerações.

## **6.2.- PERSPECTIVAS DE TRABALHO FUTURO**

Na procura de um melhor resultado no estudo, poderiam ser refeitos os cálculos, tendo em conta estes resultados como primeira solução, e aumentar a altura geopotencial, para precisar de uma maior tracção nominal, sendo aumentado o apogeu final.

A seguir, pode-se refinar o cálculo da altura com correlações dos coeficientes de resistência mais exactos, para obter mais precisão na resolução.

Como o foguete se encontra em vôo supersônico pode ser muito interessante na optimização do estudo procurando correlações para estas zonas de vôo supersônico e ter maior precisão.

# **ANEXO**

## **I**

# **Programas utilizados em MatLab**

**PROGRAMAS CAPITULO 2**

```

clear
global h i g n ras ro rab wpl ns wms wt

g=9.81;
h=280000
wpl=50;%carga de pago
i=245;%impulso especifico

for ns=0.78:0.04:0.9;

%intervalo de n no estudo
for k=6:40
    n=k
    A1=[0 -1;-1 0;1 0;0 1];
    B1=[0 0 1 1];
    n1=[0.3 0.4];%ponto inicial
    [n2,fval]=fmincon(@ecu,n1,A1,B1,[],[],[],[],@cons);
    vus(k)=n2(2);
    vwms(k)=wms;
    vwt(k-5)=wt;
    N(k-5)=n;
    E(k-5)=g*(1-vus(k)).*(1+n).*((1+ras)*vwms(k)+(1+ro)*wpl);
    ntb(k-5)=i*vus(k);
    dtb(k-5)=(n+1)*(1-vus(k));
    tb(k-5)=ntb(k-5)/dtb(k-5);
end

vus
vwt

figure(1)
plot(N,vwt)
xlabel('Factor de aceleração (g)')
ylabel('Peso total do foguete (Kg)')
title('PESO TOTAL FOGUETE vs FACTOR DE ACELERAÇÃO (Isp=245)')
grid on
hold on
pause

figure(2)
plot(N,E)
xlabel('Factor de aceleração (g)')
ylabel('Tracção (N)')
title('TRACÇÃO SUSTAINER vs FACTOR DE ACELERAÇÃO (Isp=245)')
grid on
hold on

```

```

pause

figure(3)
plot(N,tb)
xlabel('Factor de aceleração (g)')
ylabel('Tempo de combustão do sustainer (s)')
title('TEMPO DE COMBUSTÃO SUSTAINER vs FACTOR DE ACELERAÇÃO
(lsp=245)')
grid on
hold on

end

```

```

function wt=ecu(r)
global h i g n ras ro rab wpl ns wms wmb wt

ras=0.1;
rab=0.1;
ro=0.3;
us=r(2);
ub=r(1);
wms=us*(1+ro)*wpl/(ns-us*(1+ras));
wmb=ub*((1+ras)*wms+(1+ro)*wpl)/(ns-ub*(1+rab));
wt=(1+rab)*wmb+(1+ras)*wms+(1+ro)*wpl;

```

```

function [C,Ceq]=cons(n0);
global h i g n ras ro rab wpl ns wms wmb wt

ras=0.1;
rab=0.1;
ro=0.3;
us=n0(2);
ub=n0(1);
C=-us*(1+ro)*wpl/(ns-us*(1+ras));
Ceq=i^2*g*((us-log(1/(1-us)))+(n+1)*(1-us)/2*(log(1/(1-us)))^2)/((n+1)*(1-
us))+1/2*(log(1/(1-ub))-ub/((n+1)*(1-ub)))^2+log(1/(1-us))*(log(1/(1-ub))-
ub/((n+1)*(1-ub))))-h;

```

**PROGRAMAS CAPITULO 3**

```

clear
global a ps pc E c wp j0 wc rc jp jm gm L wms esb ns cei
c=1517;
tb=5.6728 ;
E=24397;
j0=0.5;
n=1.2;
ps=73268;

jm=7840;
gm= 965000000;

a=1.21;

jp=1760;

f=sqrt(a)*(2/(a+1))^(a+1)/(2*(a-1));

for j=1:1:5
    rc=[0.10 0.11 0.12 0.13 0.14];

    for i=1:1:24;
        pc=3*10^6+(i-1)/2*10^6;

        e=n*pc*rc(j)/gm
        cei=f*sqrt(2*a/(a-1)*(1-(ps/pc)^((a-1)/a)))
        ce=0.983*cei;
        wp=E*tb/(c*ce);
        wc=2*pi*rc(j)^2*pc*n*(wp/(jp*(pi*rc(j))^2-
        E/(ce*pc*j0)))+rc(j))*jm/gm;
        L=wp/(jp*(pi*rc(j)^2-E/(ce*pc*j0)));

        esb(i,j)=L/(2*(rc(j)+e))

        wms(i,j)=wp+wc;

        ns(i,j)=wp/wms(i,j);

        Pc(i)=pc;

    end
end

figure(1)
hold on

```

```
grid off

plot(Pc,wms)
title('PESO DO SUSTAINER vs PRESSÃO DA CÂMARA')
xlabel('Pc (Pa)')
ylabel('Peso do sustainer (Kg)')
legend('Rc=0.10','Rc=0.11','Rc=0.12','Rc=0.13','Rc=0.14')

figure(2)
hold on
grid off

plot(Pc,esb)
title('ESBELTEZ vs PRESSÃO DA CÂMARA')
xlabel('Pc (Pa)')
ylabel('Esbeltez')
legend('Rc=0.10','Rc=0.11','Rc=0.12','Rc=0.13','Rc=0.14')

figure(3)
hold on
grid off

plot(Pc,ns)
title('RENDIMENTO ESTRUTURAL vs PRESSÃO DA CÂMARA')
xlabel('Pc (Pa)')
ylabel('Rendimento estrutural')
legend('Rc=0.10','Rc=0.11','Rc=0.12','Rc=0.13','Rc=0.14')
pause
```

**PROGRAMAS CAPITULO 8**

```

clear;
global Aref vis As Sw esb;

%DADOS INICIAIS
Ps=73530; %Pressão na saída(Hipótese Pc=cte)
Aref=0.035299; %Area transversal
vis=8.52478e-5; %Viscosidade do ar
As=0.02651 %Area de saída
Sw=2.088; %Superfície molhada
esb=16.24; %Esbeltez do foguete
Wpl=50;%Massa da carga util
Wo=70.50*1.1+1.3*Wpl; %Massa inicial do sustainer
Ag=2.268177e-3; %Area da garganta
c=1480; %Velocidade característica del propelante

conta=0
for Wpl=5:5:100
    conta=conta+1
    %Condições iniciais
    v(1)=1140;
    h(1)=2619;
    Wo=70.50*1.1+1.3*Wpl
    W(1)=Wo;
    t(1)=0;

    %Intervalos temporais
    dt=300/1000; %Cálculo com 1000 pontos

    %INTEGRAÇÃO

    cont=0; %Contador

    for t=0:dt:300;
        cont=cont+1;
        ts(cont+1)=dt*cont;
        tsol(cont)=t;

        %Variáveis atmosféricas
        %Pressão e temperatura

        if h(cont)<11000;
            Patm=103250*(1-22.577*1e-6*h(cont))^5.2561;
            Tatm=288.15*(1-22.577*1e-6*h(cont));
            datm=1.225*(1-22.577*1e-6*h(cont))^4.2561;
        end;
    end;

```

```

if (11000<h(cont))&(h(cont)<20000);
Patm=22632*exp((11000-h(cont))/6341.62);
Tatm=216.65;
datm=0.364*exp((11000-h(cont))/6341.62);
end

if (20000<h(cont))&(h(cont)<32000);
Patm=-0.456*(h(cont)-20000)+5475;
Tatm=216.65+(h(cont)-20000)/1000;
datm=0.2346-7.33*1e-6*h(cont)
end;;

if h(cont)>32000;
Patm=0;
Tatm=228.65;
datm=0;
end;

T(cont)=Tatm;

%Tracção y pressão;

if t<2.039;
Pc=6.8e6;
E=24152;
end;

if(2.039<t)&(t<2.672);
Pc=(0.0430874423586829*t^2 - 0.4914224321489570*t +
7.6227109777322900)*10^6;
E=(0.1653082791685850*t^2 - 1.8806018385774700*t +
27.2985157207063000)*10^3;
end;

if(2.672<t)&(t<2.687);
Pc=(-2.4333333333122800*t + 13.1189666666806000)*10^6;
E=(-9.2666666664982400*t + 48.2135333327004000)*10^3;
end;

if(2.687<t)&(t<3.2);
Pc=(-0.2723789887204480*t^3 + 2.7502764604513300*t^2 -
9.0874696604183800*t + 16.4257290263435000)*10^6;
E=( -1.0649559670419000*t^3 + 10.7166211547290000*t^2 -
35.3166140927084000*t + 61.4953085379057000)*10^3;
end;

if(3.2<t)&(t<5.29);
Pc=(-0.0350995878475260*t^3 + 0.4591012603542370*t^2 -
1.6790283107900200*t + 8.4046075547818100)*10^6;
E=(-0.1342773396881970*t^3 + 1.7576809501746500*t^2 -
6.4344958073569400*t + 30.3139853488206000)*10^3;

```

```
end;
```

```
if(5.29<t)&(t<5.442);
```

```
Pc=(-0.5508947332109530*t^2 + 6.0368788814773100*t -
9.3473128317828400)*10^6;
```

```
E=(-2.0871576614590600*t^2 + 22.8806498924360000*t -
37.0568943007839000)*10^3;
```

```
end;
```

```
if(5.442<t)&(t<5.534);
```

```
Pc=(-54.2999256588518000*t^3 + 889.0759432605420000*t^2 -
4852.4230618633300000*t + 8835.1147692485600000)*10^6;
```

```
E=(-216.5099364593620000*t^3 + 3545.8464579611900000*t^2 -
19357.1963433712000000*t + 35250.1919447135000000)*10^3;
```

```
end;
```

```
if(5.534<t)&(t<5.685);
```

```
Pc=(69.3218310677357000*t^2 - 790.4904969211120000*t +
2258.7471193063800000)*10^6;
```

```
E=( 161.3349599163480000*t^2 - 1852.2354583478700000*t +
5334.9107108052000000)*10^3;
```

```
end;
```

```
if(5.685<t)&(t<6.59);
```

```
Pc=(1.1294322217245300*t^3 - 18.2978162235534000*t^2 +
91.1241722457744000*t - 128.9545971039150000)*10^6;
```

```
E=(4.8576515406714400*t^3 - 77.8563512289239000*t^2 +
384.8493169110900000*t - 544.9795049751000000)*10^3;
```

```
end;
```

```
if t>6.59;
```

```
Pc=Patm;
```

```
E=0;
```

```
end;
```

```
%Gasto mássico
```

```
if t<6.59;
```

```
m=Pc*Ag/c;
```

```
end;
```

```
if t>6.59;
```

```
m=0;
```

```
end;
```

```
%Tracção não adaptado
```

```
if t<6.59;Ps=0.010812*Pc;
```

```
Ena=E+As*(Ps-Patm);
```

```
end;
```

```

if t>6.59;
Ena=0;
end;

empu(cont)=Ena;

%Número de Mach
mach=v(cont)/sqrt(1.4*287*Tatm);
machs(cont)=mach;

%Número de Reynolds
rey=datm*v(cont)*3.4428/vis; %3.4428 es la longitud del cohete

%Gravidade
g=9.81*(6370000/(6370000+h(cont)))^2;

%Relação área laminar/molhada
if rey>0;
SISw=6.5e6/rey;
end;
if rey >= 0;
SISw=0; % Não é preciso de calcular
end;

%Coeficiente de fricção
if rey>0;
Cdf=(Sw/Aref)*(4.96e-
4/(1+0.03*mach^2)^(1/3)*(SISw)+0.032/sqrt(1+0.12*mach^2)*(1/rey^0.145-
0.1*SISw));
end;
if rey==0;
Cdf=0;
end
if rey<0;
Cdf=-((Sw/Aref)*(4.96e-
4/(1+0.03*mach^2)^(1/3)*(SISw)+0.032/sqrt(1+0.12*mach^2)*(1/(-rey)^0.145-
0.1*SISw));
end;

Cdfs(cont)=Cdf;

%Coeficiente de base
K=mach/esb;
Cdb1=1.43/mach^2;
cdb(cont)=Cdb1;

if t<6.59;
S=0.2489;
end;

```

```

if t>6.59;
S=1;
end;

Cdb=Cdb1*S;
Cdb(cont)=Cdb;
%Coeficiente de pressão

Cdp=0.002*(0.8+1/mach^2)*18^1.7;

Cdps(cont)=Cdp;
%Coeficiente total
Cd=(Cdf+Cdb+Cdp);

Cds(cont)=Cd; %Armaceno o coeficiente de resistencia

%Resistencia
D=0.5*datm*Cd*Aref*v(cont)^2;
Ds(cont)=D; %Armaceno a resistencia

%PESO

peso=W(cont);
if t<6.59;
W(cont+1)=peso-m*dt;
end;
if t>6.59;
Wf=peso;
W(cont+1)=Wf;
end;

%ECUAÇÕES DIFERENCIAIS

vel=v(cont);
alt=h(cont);

%Fase propulsada
if t<6.59;
v(cont+1)=vel+dt/peso*(Ena-D-peso*g);
h(cont+1)=alt+vel*dt;
end;

%Fase não propulsada
if t>6.59;
inter=vel-dt/peso*(D+peso*g);

if inter<=0; %Veio se estou no máximo
ns(cont)=ns(cont-1);
end;

v(cont+1)=inter;

```

```

h(cont+1)=alt+vel*dt;
end;

%Cálculo do factor de carga para ter cont+1
vel2=v(cont+1);
g2=9.81*(6370000/(6370000+h(cont+1)))^2;
n=(vel2-vel)/(g2*dt);
ns(cont)=n;%Valores da aceleração máxima

if n>0;%nsp só os n positivos
nsp(cont)=n;
tns(cont)=t;
end;

end;%Fim da integração temporal

for i=1:1001
    veloc(i)=v(i);
    hal(i)=h(i);
    acel(i)=ns(i);
    cd(i)=Cds(i);
    d(i)=Ds(i);
    cdfs(i)=Cdfs(i);
    cdps(i)=Cdps(i);
    cdb(i)=Cdb(i);
    E(i)=empu(i);
    machdf(i)= machs(i) ;
end

%Gráficas
figure(7)
plot(tsol,E)
grid on

title('TRACÇÃO vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('tracção (N)')

figure(10)
plot(tsol,cdbs)
grid on
title('COEFICIENTE DE BASE vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('coeficiente de base')

figure(8)
plot(tsol,cdfs)
grid on
title('COEFICIENTE DE FRICÇÃO vs TEMPO')

```

```
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('coeficiente de fricção')

figure(9)
plot(tsol,cdps)
grid on
title('COEFICIENTE DE PRESSÃO vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('coeficiente de pressão')
```

```
figure(1)
plot(tsol,hal)
grid on
title('ALTURA vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
ylabel('altura (m)')
```

```
figure(2)
plot(tsol,veloc)
grid on

title('VELOCIDADE vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('velocidade (m/s)')
```

```
figure(3)
plot(tsol,veloc)
grid on
axis([0 25 1000 2000])
title('VELOCIDADE vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('velocidade (m/s)')
```

```
figure(4)
plot(tsol,acel)
grid on

title('ACELERAÇÃO vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('aceleração (ges)')
```

```
figure(5)
plot(tsol,cd)
grid on

title('COEFICIENTE DE RESISTENCIA vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('coeficiente de resistencia')
```

```
figure(6)
```

```
plot(tsol,d)
grid on

title('RESISTENCIA vs TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
YLABEL('resistencia (N)')

vmax=max(veloc);
hmax=max(h)/1e3;
nmax=max(ns);
Hmax(conta)=hmax;
whmax(conta)=Wpl;
end;% fim do bucle em carga de pago

figure(11)
plot(whmax,Hmax)
grid on

title('APOGEU vs CARGA PAGA)
XLABEL('carga paga (Kg)')
ylabel('apogeu (Km)')

figure(12)
plot(tsol,machdf)
grid off

title('MACH vs. TEMPO')
XLABEL('tempo (s)')
ylabel('Numero de Mach')

figure(13)
plot(tsol,T)
grid off

title('MACH vs. TIEMPO')
XLABEL('tiempo (s)')
ylabel('Numero de Mach')
```

### Referências Bibliográficas

**Barrère, M.; Jaumotte, A.; Vandenkerckhove, J.;** Rocket Propulsion, Elsevier Publishing Company, 2nd Edition, 1960.

**Sutton, G. P.;** Rocket Propulsion Elements: An introduction to the engineering of rockets", 2001.

**Peterson, P. H. C.;** Mechanics And Thermodynamics of Propulsion, 2nd edition, 1992.

**Elices, T. C.;** Optimización de los parámetros de diseño de un cohete de sondeo, Revista de Ingeniería Aeronáutica y Astronáutica, Julio/Agosto, 1970.

**Mattingly, J. D.,** Elements of Propulsion: Gas Turbines And Rockets, AIAA (American Institute of Aeronautics & Ast), 2006.

**Ordahl, D. D.; Willams M, .L.,** Jet Propulsion, 1957.

**Cornelisse, J. W.; Schoyer, H. F. R.; Wakker, K. F.:** Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics, Pitman London, 1979.

**Krasnov, N. F.;** Aerodynamics of bodies of revolution, United States Airforce Project Rand, 1970.

**Weiss, W.; Sessler, J. G.;** Aerospace Structural Metals Handbook, Vol. I, Syracuse Univerity, Research Center, 1963.

**Brojo, F;** Apontamentos Propulsão De Aeronaves III, Universidade Da Beira Interior, 2011.

<http://www.daviddarling.info>.

[www.therocketryforum.com](http://www.therocketryforum.com).

<http://space.skyrocket.de>.