ISSN:1984-4247
e-ISSN:1984-4255

ARGUMENTOS
Revista de Filosofia

Eduardo Castro*

Clarificando o suporte do argumento melhorado da indispensabilidade matemática

RESUMO

O argumento melhorado da indispensabilidade matemática, proposto por Alan Baker (2005), defende que nos devemos comprometer com as entidades matemáticas, porque as entidades matemáticas desempenham um papel explicativo indispensável nas nossas melhores teorias científicas. Este artigo clarifica as doutrinas que suportam este argumento, nomeadamente, as doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação.

Palavras-chave: Indispensabilidade Matemática; Holismo; Naturalismo; Explicação Causalidade.

ABSTRACT

The enhanced mathematical indispensability argument, proposed by Alan Baker (2005), argues that we must commit to mathematical entities, because mathematical entities play an indispensable explanatory role in our best scientific theories. This article clarifies the doctrines that support this argument, namely, the doctrines of naturalism and confirmational holism.

Keywords: Mathematical Indispensability; Holism; Naturalism; Explanation, Causation.

* Departamento de Matemática, Universidade da Beira Interior, Rua Marquês D'Ávila e Bolama, Covilhã, Portugal. LanCog, Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, Faculdade de Letras, Universidade de Lisboa, Alameda da Universidade, Lisboa, Portugal. Email: ecastro@ubi.pt

Introdução

O chamado *argumento da indispensabilidade matemática Quine-Putnam* afirma que nos devemos comprometer ontologicamente com as entidades matemáticas, porque as entidades matemáticas são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas. As doutrinas de suporte a este argumento são as doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação, enquanto teorias formuladas por Quine. Recentemente, Alan Baker (2005) propôs uma versão melhorada deste argumento. Brevemente, devemo-nos comprometer ontologicamente com as entidades matemáticas, porque as entidades matemáticas são indispensavelmente explicativas nas nossas melhores teorias científicas. No entanto, Baker pouco refere sobre as doutrinas que suportam o seu argumento e, tanto quanto sei, essa discussão também ainda não foi realizada na literatura sobre o assunto. A discussão em torno do argumento melhorado da indispensabilidade tem-se centrado no lado oposto do argumento, nomeadamente, nas consequências que decorrem do mesmo (BAKER, 2009).

Baker defende que a doutrina do holismo da confirmação não é tão crucial no seu argumento como é no argumento da indispensabilidade de Quine-Putnam e, à primeira vista, assume que os argumentos são suportados por versões idênticas da doutrina naturalista. Neste artigo vou argumentar contra a pretensão de Baker: primeiro, a doutrina do holismo da confirmação suporta igualmente os dois argumentos; segundo, os argumentos são suportados por versões ligeiramente diferentes da doutrina do naturalismo.

O objectivo deste artigo é clarificar as doutrinas de suporte ao argumento melhorado da indispensabilidade matemática de Baker. As primeiras secções do artigo sintetizam as doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação, bem como os argumentos da indispensabilidade de Quine-Putnam e de Baker. Na quinta secção, clarifico e discuto o suporte ao argumento de Baker. Na sexta secção, analiso as implicações da doutrina do naturalismo sobre a natureza causal/acausal das teorias da explicação, enquanto teorias potenciais para modelar a explicação científica matemática.

Naturalismo e holismo

A doutrina naturalista quiniana tem duas teses normativas: uma tese normativa ontológica e uma tese normativa metodológica. A tese normativa metodológica defende que a filosofia é uma actividade contínua com a ciência natural e não existe qualquer tribunal extra-empírico de avaliação:

> o reconhecimento de que é dentro da própria ciência, e não em alguma filosofia antecedente, que a realidade deve ser identificada e descrita [...] [o] abandono do objectivo de uma filosofia primeira anterior à ciência natural. (QUINE, 1981, p. 21, 67).

A metáfora decorre do barco de Neuraht. Não há uma doca seca onde possamos aportar o nosso barco; o cientista e o filósofo são dois marinheiros em alto mar que tentam clarificar e melhorar o barco científico em que ambos navegam.

A tese normativa ontológica defende que os nossos compromissos ontológicos devem ser determinados pelas nossas melhores teorias científicas e *apenas* por estas teorias:

> [Uma] teoria está comprometida com aquelas, e somente aquelas, entidades que as variáveis ligadas da teoria devem ser capazes de referir para que as afirmações feitas pela teoria sejam verdadeiras. [...] Penso que a aceitação de uma ontologia é, em princípio, semelhante à aceitação de uma teoria científica, digamos, um sistema da física. (QUINE, 1948, p. 33, 35).

A tese normativa ontológica articula-se com o critério de compromisso ontológico de Quine (1948). Dado um corpo de linguagem, este critério serve para determinar as entidades com que esse corpo de linguagem está comprometido. Basicamente, seja um discurso *D* escrito numa qualquer linguagem. Regimenta-se este discurso por intermédio de lógica de primeira-ordem, obtendo-se um corpo de linguagem de primeira-ordem *D'*. Em *D'* determinam-se os compromissos ontológicos por intermédio das variáveis ligadas existentes em *D'*. Por exemplo, perante a frase lógica $\exists x\, Fx$ onde *F_:_é blablá* é um predicado qualquer, segue-se que a linguagem *D'* está comprometida com *F*s. Note-se que o critério de compromisso ontológico é um critério meramente descritivo e não é um critério normativo. A tese que estabelece os *nossos* compromissos é a tese normativa ontológica do naturalismo. Assim, este critério pode ser aplicado sobre teorias que sabemos agora serem falsas (e.g. a teoria ptolemaica está comprometida com epiciclos planetários) ou sobre teorias que pensamos ser verdadeiras mas que podemos recusar como existentes todas as entidades com que a teoria está comprometida (e.g., apesar da teoria atómica estar comprometida com entidades microscópicas, algumas concepções anti-realistas negam a existência de tais entidades).

Os diferentes elementos do conhecimento científico estão distribuídos numa teia de crenças, segundo o grau de proximidade que têm com a experiência. Partindo da periferia para o interior podemos estabelecer a ordenação seguinte: frases observacionais, leis experimentais, princípios científicos gerais, proposições matemáticas e, no centro, a lógica e a filosofia. A doutrina holista da confirmação defende que uma teoria científica, quando testada contra a experiência, é testada em bloco como pertence a esta teia de crenças (QUINE, 1951). Concretamente, no teste experimental de uma teoria científica as componentes empíricas, matemáticas e lógicas da teoria enfrentam conjuntamente o tribunal da experiência. Deste modo, há a reclamação extrema de que as leis da lógica são susceptíveis de serem revistas pela experiência. Por exemplo, Quine sugere uma simplificação da mecânica quântica através da revisão da lei do terceiro excluído e, por sua vez, Putnam (1971) sugere que um abandono de uma das leis da distributividade (a lei da conjunção sobre a disjunção) conduziria a uma interpretação mais realista das experiências da mecânica quântica.

As doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação implicam uma continuidade entre conhecimento empírico e conhecimento matemático: "assim estou inclinado a diluir a fronteira entre matemática e ciência natural, não menos do que a diluir a fronteira entre filosofia e ciência natural" (QUINE, 2004, p. 281). Ambos pertencem à mesma teia de crenças. Ambos são formulados a partir de irritações da superfície sensorial dos humanos. Ambos são susceptíveis de serem revistos pela experiência, ainda que com níveis de resistência diferentes face ao tribunal da experiência. À luz do chamado *princípio de mutilação mínima*, tendemos a rever o nosso sistema de crenças na sua periferia, uma vez que uma revisão de uma crença periférica tem menos rebarbações no interior da teia de crenças do que uma revisão de uma crença central à teia. Assim, o conhecimento matemático (como regras lógicas ou teoremas matemáticos) é mais difícil de ser revisto pela experiência do que o conhecimento das ciências físicas.

Sumariamente, os nossos compromissos ontológicos estabelecem-se nos passos seguintes. Primeiro, há teorias científicas que, quando comparadas com teorias concorrentes, postulam entidades que implicam benefícios teóricos como simplicidade, familiaridade, alcance, fecundidade e comprovação empírica que as teorias concorrentes não cumprem plenamente (QUINE, 1955, p. 247). Estas teorias são consideradas como sendo as "nossas melhores teorias científicas" sobre um aspecto particular do mundo que nos rodeia. Segundo, regimentamos estas teorias em lógica de primeira-ordem. Terceiro, comprometemo-nos com a existência das entidades, e apenas estas, que resultam deste processo de regimentação enquanto variáveis ligadas a quantificadores. Em virtude do carácter holista dos testes experimentais, o nosso compromisso estende-se às entidades abstractas como as entidades matemáticas.[1]

Da indispensabilidade até à explicação

As doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação sustentam a primeira premissa do argumento da indispensabilidade matemática de Quine-Putnam:

Argumento Q-P

(1) Devemo-nos comprometer ontologicamente com todas, e só aquelas, entidades que são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas.
(2) As entidades matemáticas são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas.
(C) Devemo-nos comprometer ontologicamente com as entidades matemáticas. (COLYVAN, 2001)

Este argumento é central na literatura para uma defesa do realismo matemático. Brevemente, se somos realistas científicos, então também temos de ser realistas matemáticos, porque não existe maneira de desemaranhar entidades matemáticas e entidades empíricas nas nossas melhores teorias científicas. A segunda premissa do argumento assume-se como um facto bruto, decorrente de uma análise do tipo de entidades com que as nossas melhores teorias científicas estão comprometidas. Analisando as nossas melhores teorias científicas, estas apresentam-se comprometidas "até ao pescoço" com entidades matemáticas. Por exemplo, um olhar de relance por qualquer artigo científico na área de Física comprovará isso mesmo.

A conclusão do argumento acima pode ser deduzida através de um enfraquecimento da primeira premissa, substituindo a relação lógica bicondicional por uma relação lógica meramente condicional. Concretamente, bastaria a premissa afirmar a proposição de que "devemo-nos comprometer com as entidades indispensáveis às nossas melhores teorias científicas", para se poder continuar a de-

[1] Ver Colyvan (2001, cap. 2) para um desenvolvimento das doutrinas sumariadas nesta secção.

duzir a mesma conclusão, "devemo-nos comprometer com as entidades matemáticas", dado que as entidades matemáticas são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas. Todavia, de acordo com a tese normativa ontológica quiniana, não nos devemos comprometer com entidades estranhas ao empreendimento científico como deuses ou enteléquias. A relação lógica bicondicional da primeira premissa, automaticamente, exclui estes compromissos indesejáveis.

O argumento tem sido exaustivamente discutido. Para o propósito deste artigo importa referir a objecção segundo a qual as entidades idealizadas, como planos inclinados sem atrito ou gases ideais, são indispensáveis às nossas melhores teorias científicas e, no entanto, não parece que nos devamos comprometer com este tipo de entidades. Com vista a acomodar esta objecção, Baker propõe uma reformulação do argumento Q-P. As entidades matemáticas devem ser indispensáveis às nossas melhores teorias científicas mas "na maneira correcta" (BAKER, 2005, p. 224). Ou seja, contrariamente a Quine, o papel teórico desempenhado pelas entidades matemáticas nas teorias científicas é um papel que deve ser considerado para se retirar consequências ontológicas sobre essas entidades. O papel teórico a ser considerado é o papel explicativo que as entidades matemáticas desempenham nas nossas melhores teorias científicas.

Baker avança o exemplo seguinte. Na América do Norte há três espécies de cigarras (do género *Magicicada*) com a particularidade dos seus ciclos de vida terem uma duração precisa de 13 ou 17 anos, consoante a espécie em questão. As cigarras vivem a maior parte do tempo debaixo de terra, enquanto ninfas, e a fase de vida adulta é muito curta (cerca de 4 a 6 semanas). Estas espécies de cigarras exibem dois aspectos comportamentais invulgares. Primeiro, a emergência das cigarras do solo é sincronizado, ou seja, todos os exemplares da espécie em questão emergem de forma simultânea. Segundo, a duração dos seus ciclos de vida é definido por um número primo (13 ou 17 anos consoante a espécie). Nenhuma outra espécie de cigarras tem estes dois aspectos comportamentais. De acordo com os biólogos, estes ciclos de vida têm esta duração, porque tal duração diminui as hipóteses de intersecção com predadores e de hibridização com outras espécies de cigarras. Para os exemplares com um ciclo de vida de 17 anos, Baker propõe a seguinte estrutura explicativa (*mutatis mutandis*, para os exemplares com ciclos de vida de 13 anos):

> [*Explanans*]
> (1) Ter um período de ciclo de vida que minimiza a intersecção com outros períodos (próximos / inferiores) é evolutivamente vantajoso. ["Lei" biológica]
> (2) Os períodos com duração prima minimizam a intersecção (em comparação com os períodos de duração não-prima). [Teorema da teoria dos números]
> (3) Consequentemente, os organismos com ciclos de vida periódicos tendem a desenvolverem-se em períodos com duração prima. ["misto" de lei biológica / matemática] [...]
> (4) Os períodos das cigarras no ecossistema-tipo, E, são limitados por restrições biológicas a períodos entre 14 e 18 anos. [Restrição ecológica] [...]
> [*Explanandum*]
> (5) Consequentemente, as cigarras no ecossistema-tipo, E, tendem a desenvolverem-se em períodos de 17 anos. (BAKER, 2005, p. 233)

Este exemplo pretende mostrar que os números primos desempenham um papel explicativo para o ciclo de vida das cigarras sincronizadas da América do Norte, motivando na literatura uma ampla discussão em torno da chamada *explicação científica matemática*.

Numa explicação científica matemática o *explanandum* é um acontecimento empírico e o *explanans* é constituído por, pelo menos, uma proposição matemática. Esta caracterização simples levanta um problema imediato: como distinguir uma explicação científica, onde a matemática é apenas um auxílio de cálculo, de uma explicação científica matemática, onde a matemática é essencial para explicar o *explanandum*? Por exemplo, tenho um encontro combinado para o meio-dia. Entretanto, o carro em que me deslocava teve um furo e cheguei 1 hora atrasado ao encontro. Para explicar o meu atraso preciso de fazer alguns cálculos matemáticos, nomeadamente, o tempo despendido na mudança da roda do carro. No entanto, este cálculo não parece explicar o meu atraso. Perante a pergunta "qual o motivo do meu atraso?", simplesmente, responderei que tive um furo no pneu do carro. O inesperado furo do pneu é a "causa" do meu atraso. Contrariamente a este exemplo, quando afirmo que não consigo dividir sete sardinhas pelos meus três gatos, sem cortar nenhuma, porque sete não é divisível por três, esta afirmação parece exemplificar uma explicação científica matemática genuína. Este problema, na verdade, acaba por tornar polémica a própria exemplificação de explicações científicas matemáticas. Não parece haver na literatura exemplos de explicações científicas matemáticas que sejam consensuais aos pares. Por exemplo, Lange (2013) considera que a explicação apresentada por Baker, para o ciclo de vida das cigarras, não é uma explicação científica matemática, porque é uma explicação causal, em virtude da lei biológica (para Lange, uma lei causal) invocada na primeira premissa. Lange defende que as explicações científicas matemáticas são explicações não-causais e, portanto, a explicação de Baker é uma explicação científica ordinária.

Indispensabilidade matemática melhorada

O exemplo das cigarras motiva Baker a estabelecer o argumento melhorado da indispensabilidade matemática. As entidades matemáticas, além de serem indispensáveis, têm de desempenhar um papel explicativo nas nossas melhores teorias científicas. Este argumento conecta a noção de indispensabilidade matemática com a noção de explicação matemática.

Argumento de Baker:

> (1) Devemos racionalmente acreditar na existência de qualquer entidade que desempenhe um papel explicativo indispensável nas nossas melhores teorias científicas.
> (2) Os objectos matemáticos desempenham um papel explicativo indispensável na ciência.[2]
> (3) Portanto, devemos racionalmente acreditar na existência de objectos matemáticos. (BAKER, 2009, p. 613).

[2] O único exemplo avançado por Baker (2005), para ilustrar a segunda premissa, é o exemplo das cigarras da América do Norte.

Comparando as doutrinas que suportam o argumento de Baker e o argumento Q-P, segundo Baker, a doutrina holista da confirmação não é tão crucial para suportar o seu argumento:

> Mas nem todos os platonistas são holistas, e seria útil ter uma versão do Argumento da Indispensabilidade que não dependesse tão *crucialmente* do holismo [...] [Com o argumento de Baker], o platonista reduziu a *dependência* do Argumento de Indispensabilidade relativamente ao holismo, permitindo assim uma distinção potencial entre objectos matemáticos postulados e objectos concretos idealizados, tais como declives sem fricção e esferas perfeitas. (BAKER, 2005, p. 224, 237, *grifo* meu).

Tanto quanto sei, Baker nada mais acrescenta sobre outras doutrinas que eventualmente poderiam suportar o seu argumento, nomeadamente, nada refere sobre o papel que a doutrina naturalista desempenha no seu argumento.

Holismo, naturalismo e indispensabilidade matemática melhorada

Parece-me obscura a reclamação de Baker de que a doutrina holista da confirmação desempenha um papel menos crucial no seu argumento do que no argumento Q-P. Não é claro qual é o significado do termo "crucial" no contexto da afirmação de Baker.

Primeiro, embora Baker não estabeleça qualquer nova versão holista de suporte ao seu argumento, caridosamente, parece argumentar na direcção de uma versão holista que distingue entre entidades explicativas e entidades não-explicativas. Todavia, independentemente do que seria tal versão holista, tal proposta não implicaria que o seu argumento fosse menos dependente de uma doutrina holista. O seu argumento continuaria a depender de uma doutrina holista mas duma doutrina diferente da doutrina holista da confirmação de Quine.

Segundo, na literatura em geral, as versões correntes do holismo da confirmação apenas se distinguem relativamente ao *alcance* dos testes empíricos sobre a teia de crenças. Uma versão holista extrema defende que, em cada teste experimental, a teia de crenças é globalmente testada; enquanto uma versão holista moderada defende que, em cada teste experimental, a teia de crenças é apenas parcialmente testada, havendo, assim, partes da teia que ficam de antemão imunes a revisões empíricas. No entanto, nenhuma destas versões opera qualquer distinção entre entidades explicativas e não-explicativas.[3]

Terceiro, embora seja verdade que a tese normativa ontológica do naturalismo é uma tese um pouco vaga sobre o tipo de entidades com que nos devemos

[3] Note-se que Quine também oscilou entre estas duas versões holistas:

> A totalidade do nosso, digamos, conhecimento ou crenças, desde as questões mais comuns da geografia e da história até às leis mais profundas da física atómica ou mesmo da matemática pura e da lógica, é um tecido realizado pelo homem que se relaciona com a experiência apenas na sua periferia. (QUINE, 1951, p. 39).
>
> É um legalismo desinteressante [...] pensar o nosso sistema do mundo como envolvido *en bloc* em todas as previsões. Pedaços mais modestos são suficientes ... (QUINE, 1981, p. 71)

comprometer, o garante do nosso compromisso com entidades matemáticas decorre precisamente da doutrina holista da confirmação. As teorias são testadas contra a experiência e tendo agregadas em si entidades empíricas e matemáticas. Quer seja moderado, quer seja extremo, o holismo não distingue o papel que as diferentes entidades desempenham nas nossas melhores teorias científicas. Portanto, parece-me que a doutrina holista suporta em igual medida as primeiras premissas de ambos os argumentos – o argumento de Baker e o argumento Q-P.

Consideremos agora a doutrina naturalista. Quando comparado com o argumento Q-P, basicamente, o argumento de Baker apenas acrescenta o conceito de explicação aos outros conceitos invocados no argumento Q-P. O argumento, em si mesmo, continua a ser um exemplo da continuidade entre matemática, ciência e filosofia. Portanto, parece-me que a tese metodológica naturalista mantém-se intocável para este argumento.

No entanto, a tese normativa ontológica naturalista quiniana não é totalmente necessária para suportar a primeira premissa. Uma tese normativa ontológica enfraquecida, que apenas obrigue a compromissos com entidades indispensáveis e explicativas, é suficiente enquanto tese ontológica para a primeira premissa. Este enfraquecimento decorre da estrutura lógica que enforma a primeira premissa. A primeira premissa do argumento suporta-se apenas numa proposição condicional. Baker não está preocupado em eliminar compromissos ontológicos com entidades que são somente indispensáveis às nossas melhores teorias científicas nem está preocupado em eliminar compromissos com entidades esotéricas. Baker está focado em garantir compromissos ontológicos com entidades matemáticas indispensáveis nas nossas teorias científicas mas que, simultaneamente, desempenhem papéis apropriadamente explicativos nessas teorias. À luz do argumento de Baker, entidades que não desempenhem um papel indispensavelmente explicativo nas nossas melhores teorias científicas podem ou não ter direitos ontológicos. O argumento é silencioso sobre este aspecto.

Importa notar que a conjunção de indispensabilidade com explicação não transforma, automaticamente, o argumento de Baker num argumento ontologicamente mais austero que o argumento Q-P. Assumindo que o conjunto de entidades que desempenham um papel explicativo nas nossas melhores teorias científicas é um subconjunto do conjunto de entidades indispensáveis nas nossas melhores teorias científicas, o argumento de Baker apenas seria ontologicamente mais austero que o argumento Q-P se estipulasse uma proposição bicondicional na primeira premissa, análoga à proposição bicondicional que é estabelecida na primeira premissa do argumento Q-P. Para obtermos esse grau de austeridade, a primeira premissa deveria ser então reformulada nos termos seguintes: "devemos racionalmente acreditar na existência de todas, *e só aquelas*, entidades que desempenham um papel explicativo indispensável nas nossas melhores teorias científicas".

Em termos gerais, o argumento de Baker assume o procedimento seguinte para estabelecer os nossos compromissos ontológicos: primeiro, via critério de compromisso ontológico, determinamos as entidades com que uma teoria científica está comprometida (tida como umas das nossas melhores teorias científicas); segundo, opera-se um "salto" disciplinar da ontologia para epistemologia e comprometemo-nos ontologicamente com as entidades que desempenham um papel *explicativo* nessa teoria (mantendo-nos silenciosos relativamente às entidades sobrantes resultantes da aplicação do critério de compromisso ontológico, bem como de outras entidades). Este salto disciplinar é problemático pelas razões seguintes.

O argumento Q-P invoca apenas a noção de indispensabilidade. Esta noção é uma noção ontológica que decorre directamente do critério de compromisso ontológico de Quine. No entanto, no argumento de Baker, a noção de *explicação*, uma noção epistemicamente robusta, não é sustentada, nem na doutrina do holismo da confirmação, nem na doutrina naturalista. O holismo da confirmação não discrimina sobre o tipo de entidades que são agregadas às teorias; a tese metodológica do naturalismo é neutral sobre aspecto epistémico; e, finalmente, a tese normativa ontológica do naturalismo, enquanto tese ontológica que é, não é capaz de sustentar propósitos epistémicos. Baker ao recorrer-se da noção de explicação para estabelecer conclusões ontológicas está a colocar "o carro epistémico antes dos bois realistas" (DEVITT, 1984, p. 3). A epistemologia pode ser um guia para o que há. Porém, a epistemologia não determina o que há. Tanto quanto sei, Baker não avança qualquer outra tese para sustentar esta noção no seu argumento. Assim, este salto do domínio ontológico para o domínio epistémico carece de justificação.

Pode-se insistir que o problema, em torno do suporte da primeira premissa do argumento de Baker, não se encontra na tese normativa ontológica, mas no critério de compromisso ontológico de Quine. O critério deveria apenas estipular compromissos com entidades indispensáveis e que desempenhassem um papel explicativo na teoria. Esta objecção não colhe. Um exemplo simples é suficiente para o efeito. A frase "há uma caneta sobre a mesa" estabelece um compromisso com mesas e canetas. Nenhuma destas duas entidades parece desempenhar qualquer papel explicativo. Portanto, se objecção estivesse correcta, à luz da frase anterior, não poderíamos estabelecer um compromisso ontológico com canetas e mesas.

Eis uma direcção para ultrapassar o problema em torno da noção de explicação no argumento de Baker. Mantendo o anteriormente afirmado relativamente às doutrinas do naturalismo e do holismo da confirmação, os propósitos epistémicos associados à noção da explicação podem ser acomodados numa outra parte do sistema quiniano, aquando do processo de postulação das entidades. Recordo que, de acordo com Quine, postulamos entidades nas teorias científicas, porque esta reificação implica benefícios teóricos para as teorias, nomeadamente, simplicidade, familiaridade, alcance, fecundidade e comprovação empírica. Acontece que nos textos de Quine esta lista não é rígida e noutras passagens ele afirmou benefícios ligeiramente diferentes como economia e naturalidade (QUINE, 1992, p. 95) ou conservadorismo, generalidade, simplicidade, refutabilidade, modéstia e conformidade com a observação, aquando da formulação de uma nova hipótese científica (QUINE; ULLIAN, 1978, cap. VI). Embora, tanto quanto sei, Quine nunca tenha referido a virtude da explicação, poder-se-á argumentar que o papel explicativo das entidades no âmbito das teorias seria um benefício a assimilar aos restantes benefícios no processo de reificação de entidades.

Há um outro elemento na filosofia de Quine que milita na direcção do parágrafo anterior (a que voltarei na secção seguinte). Para Quine as próprias hipóteses científicas servem propósitos explicativos (e de previsão): "hipóteses, quando sucedidas, são uma estrada com dois sentidos, quer para trás, para explicar o passado, quer para a frente, para prever o futuro" (QUINE; ULLIAN, 1978, p. 66). Sendo as nossas melhores teorias científicas conjunções de hipóteses confirmadas empiricamente, bem como de enunciados observacionais, então essas teorias agregam em si a noção de explicação. A noção de explicação transfere-se da teoria científica para as entidades que compõem a própria teoria. Saber se esta transferência estende-se a todas entidades é um problema em aberto que não vou aqui investigar. Todavia, parece-me que algumas das entidades que compõem a teoria, necessariamente, desempenham um papel explicativo no âmbito da teoria. Caso contrário, não poderia ser afirmado que uma teoria tem poderes explicativos. Por exemplo, quando se invoca a segunda lei de Newton para explicar a aceleração particular de um corpo massivo *m*, esta explicação invoca entidades como forças que, quando articuladas no âmbito da lei em questão, explicam a aceleração particular do corpo *m*. Portanto, algumas das entidades que compõem as nossas melhores teorias científicas desempenham um papel explicativo no âmbito dessas teorias.

Naturalismo e causalidade

Grosso modo, as teorias da explicação de tipo causal defendem que explicar um determinado acontecimento consiste em explicar como é que causalmente esse acontecimento foi originado. Por exemplo, Lewis (1986, p. 217), defende que explicar um acontecimento é estabelecer "alguma informação acerca da sua história causal". Tanto quanto sei, as teorias da explicação de tipo causal são liminarmente rejeitadas como teorias candidatas à modelação da explicação científica matemática. Por exemplo, "esta descrição [causal] é incompatível com a existência de *quaisquer* explicações matemáticas genuínas, uma vez que os objectos matemáticos (se existirem) são acausais" (BAKER, 2005, p. 234);

> as explicações distintamente matemáticas são 'não-causais', porque não procedem dando alguma informação sobre a história causal de um dado acontecimento ou, mais amplamente, sobre a rede mundial de relações causais. (LANGE, 2013, p. 487).

A doutrina naturalista quiniana sustenta a perspectiva segundo a qual uma teoria da explicação é uma teoria empírica, ainda que seja uma teoria de cariz filosófico. Alegadas teorias da explicação de "poltrona", independentes do mundo empírico e do tribunal da experiência, são teorias que se pretendem ancorar num alegado tribunal cartesiano e devem ser rejeitadas enquanto tais. Nesta linha de pensamento, Quine defende que a explicação de fenómenos empíricos é uma explicação de tipo causal: "uma hipótese é explicativa de um acontecimento na medida em que nos conduz a procurar as suas causas" (QUINE; ULLIAN, 1978, p. 111–112); "assim, idealmente, uma explicação desvela acontecimentos passados que estão conectados por cadeias causais, com aquilo que é explicado, e diz-nos alguma coisa sobre essas cadeias" (QUINE; ULLIAN, 1978, p. 114). Por exemplo, a própria explicação de como os seres humanos elaboram uma teoria acerca do mundo que os rodeia é uma explicação de tipo causal: "temos um esboço de uma *cadeia causal* desde os impactos dos raios e partículas nos nossos receptores até à elaboração de uma teoria rudimentar do mundo exterior" (QUINE, 1995, p. 26), itálico meu). Esta teoria da explicação, em última instância, decorre da teoria naturalista quiniana, nomeadamente, da tese normativa metodológica. Em suma, apesar de Quine defender que as nossas melhores teorias científicas estão comprometidas com entidades abstractas, considera que as explicações científicas dos acontecimentos empíricos são explicações de tipo causal.

O argumento melhorado da indispensabilidade matemática enfrenta assim o problema seguinte. Por um lado, de acordo com a análise acima realizada, a doutrina do naturalismo é uma doutrina de suporte à primeira premissa do argumento. Por outro lado, a doutrina do naturalismo implica uma teoria da explicação de tipo causal dos acontecimentos empíricos. Todavia, as teorias da explicação de tipo causal não parecem ser teorias adequadas para modelar a explicação científica matemática. Portanto, à luz do naturalismo, os ingredientes *explicação* e *matemática* não parecem ser ingredientes conciliáveis num mesmo argumento para a explicação científica matemática de *explananda* empíricos.

Antes de avançar importa determo-nos um pouco nas razões para a rejeição das teorias da explicação de tipo causal, enquanto potenciais teorias para modelar a explicação científica matemática. De acordo com o platonismo matemático, entidades matemáticas são entidades abstractas que não se localizam no espaço-tempo. Entidades abstractas não têm a capacidade de participar em cadeias causais. Ou seja, entidades matemáticas não têm a capacidade de se relacionar causalmente com entidades localizadas no espaço-tempo. Por sua vez, o *explanandum* de uma explicação científica matemática é um acontecimento no espaço-tempo. Por exemplo, as cigarras bakerianas com ciclos de vida ímpares é um acontecimento no espaço-tempo. Dados estes dois tipos de entidades – um *explanans* constituído por proposições que referem entidades abstractas e um *explanandum* constituído por uma proposição respeitante a entidades empíricas[4] –, não é de todo evidente como é possível estabelecer uma relação explicativa causal entre entidades não localizadas no espaço-tempo (*explanans*) e entidades localizadas no espaço-tempo (*explanandum*).

A inexistência de uma conexão causal entre entidades abstractas e entidades empíricas é a também a raiz de um problema antigo, que remonta pelo menos a Platão, e que é conhecido na literatura por *problema epistemológico de Benacerraf* (1973). O problema de Benacerraf é um problema para o platonismo matemático, designadamente, um problema sobre como é possível alcançar conhecimento matemático. De acordo com o platonismo matemático, o conhecimento matemático é acerca de entidades abstractas, isto é, o conhecimento matemático é acerca de entidades não localizadas no espaço-tempo. Por sua vez, os seres humanos encontram-se localizados no espaço-tempo. Entidades localizadas no espaço-tempo não se relacionam causalmente com entidades não localizadas no espaço-tempo. No entanto, os seres humanos têm conhecimento matemático. Portanto, não parece que o conhecimento matemático seja acerca de entidades abstractas. O platonismo matemático é incorrecto.

[4] Ver Bangu (2008) para considerações sobre a natureza não totalmente empírica do *explanandum* e a implicação de alegada circularidade do argumento de Baker para o realismo matemático. Para uma réplica ver Baker (2009).

> Se, por exemplo, os números são os tipos de entidades que normalmente consideramos ser, então não pode ser feita uma conexão entre as condições de verdade das proposições da teoria de números e quaisquer acontecimentos relevantes conectados com as pessoas que, supostamente, têm conhecimento matemático. Será impossível explicar como é que alguém conhece propriamente alguma proposição numérica-teórica. (BENACERRAF, 1973, p. 673).

A postulação de entidades abstractas, enquanto entidades necessárias à "organização da experiência", é a resposta de Quine ao problema epistemológico de Benacerraf. Ou seja, em termos estritamente epistémicos, as entidades abstractas, como as entidades matemáticas, são postulações realizadas por humanos.

O processo de formação de crenças, inclusive as crenças acerca de entidades abstractas, é um processo de entrada-saída que, em termos gerais, corre as seguintes etapas. Primeiro há uma entrada estreita. Os seres humanos interagem com o meio que os rodeia. As superfícies sensoriais são irritadas por intermédio de estímulos. Da superfície sensorial até ao cérebro estabelece-se uma cadeia de relações causais. A partir de então inicia-se um processo de saída torrencial. O cérebro produz uma série de teorias ou hipóteses verbalizadas numa linguagem (natural ou formal). Estas teorias e hipóteses postulam a existência de entidades, quer empíricas (como mesas, planetas e electrões), quer abstractas (como números, conjuntos e classes). Estas teorias agregam em si lógica, matemática, física, etc. Ou seja, proposições matemáticas, regras lógicas e enunciados observacionais vão juntos contra a experiência. As teorias propostas que conseguem passar o crivo da refutação empírica juntam-se ao *corpus* de teorias que fazem parte da nossa teia de crenças.[5] A postulação de entidades (abstractas e empíricas) é assim a melhor justificação da realidade que temos disponível.

Feita esta digressão sobre a resposta da filosofia de Quine ao problema de Benacerraf, estou em condições de propor uma ligeira modificação da doutrina naturalista. O meu objectivo é tentar compatibilizar o naturalismo com uma perspectiva acausal para a explicação, para que as explicações científicas matemáticas sejam susceptíveis de serem modeladas por teorias da explicação acausais. Assim, proponho uma doutrina naturalista mais ampla, do que a formulada por Quine, com espaço para a existência de explicações científicas matemáticas acausais.

O que se pretende alcançar com uma explicação é compreender aquilo que é conhecido. Para tal opera-se uma conexão entre um *explanandum*, o que é conhecido, e um *explanans*, o que pretende explicar o *explanandum*. O *explanans* é uma hipótese. A conexão estabelecida, se não for refutada pela experiência, estabelece conhecimento. A conexão acrescenta conhecimento à nossa teia de crenças. Uma teoria da explicação é uma teoria sobre como os seres humanos alcançam este tipo de conhecimento, particularmente, é uma teoria sobre como um *explanans* pode explicar um *explanandum*.

Uma explicação científica matemática começa por ser uma hipótese explicativa. Esta hipótese explicativa pode referir entidades empíricas mas, necessa-

[5] Para um desenvolvimento desta solução ver Castro (2009).

riamente, refere entidades matemáticas. Tal como no processo de formação de conhecimento matemático, as entidades matemáticas são propositadamente postuladas para possibilitar a edificação da explicação. Se o nosso conhecimento, nomeadamente, aquela que agrega matemática, ainda que abstracto, é sobre o mundo empírico, *a fortiori*, as explicações científicas matemáticas, ainda que abstractas, também são sobre o mundo empírico. As explicações científicas matemáticas contribuem para o crescimento do nosso conhecimento. Uma explicação científica matemática, ainda que abstracta, explica um acontecimento empírico particular. O carácter abstracto das entidades matemáticas, contidas nas explicações científicas matemáticas, contribuiu assim para explicar acontecimentos empíricos.

Esta versão naturalista ampliada não implica que as explicações científicas matemáticas sejam todas explicações de natureza acausal. O carácter amplo desta versão torna-a também consistente com a existência de explicações científicas matemáticas causais. Embora a literatura sobre a explicação científica matemática exclua, em geral, a existência de explicações científicas matemáticas causais, considero que algumas explicações científicas matemáticas são de natureza causal. Num outro artigo propus um modelo dedutivo-nomológico para acomodar a natureza causal/acausal das explicações científicas matemáticas. É escusado repetir aqui essa proposta Castro, (2017). No entanto, interessa referir que considero a explicação de Baker, referente à duração do ciclo de vida das cigarras, uma explicação científica matemática causal, porque o *explanans* invoca uma lei biológica (causal); por sua vez, considero que a impossibilidade de dividir sete sardinhas por três gatos, sem cortar nenhuma, é uma explicação científica matemática acausal, porque o *explanans* é inteiramente composto por proposições matemáticas.

Esta ligeira modificação da doutrina naturalista não tem implicações no suporte ao argumento melhorado da indispensabilidade matemática. Ou seja, nada do que foi proposto tem implicações no holismo ou nas teses metodológica e ontológica do naturalismo. Esta versão naturalista ampliada continua a respeitar o princípio de uma filosofia contínua com a actividade científica. O que é proposto, simplesmente, pretende acomodar um aspecto da actividade científica que o naturalismo quiniano original negligenciou: a existência de explicações científicas matemáticas de carácter acausal; e que, respectivamente, tais explicações apenas podem ser modeladas por teorias acausais da explicação.

Importa salientar que no interior do naturalismo quiniano nem todas as explicações são explicações de natureza causal. Por exemplo, segundo Quine, as explicações intra-matemáticas, nomeadamente, as chamadas *demonstrações matemáticas*, são explicações de natureza acausal: "a explicação em matemática consiste em identificar conexões dedutivas; o que é explicado é visto como sendo implicado por verdades já ratificadas" (QUINE; ULLIAN, 1978, p. 118). Todavia, esta permissão de Quine para a existência de explicações de natureza acausal não foi estendida às explicações científicas matemáticas.

Pode-se objectar que o naturalismo, ao esbater a divisão entre a matemática e a ciência natural e considerando a experiência como o árbitro último para o estabelecimento das teorias científicas, parece atribuir propriedades empíricas às entidades abstractas como as entidades matemáticas. Explicitamente, Quine

(2004, p. 281) afirma que "a matemática aplicada é acerca do mundo". Portanto, aparentemente, as explicações científicas matemáticas podem ser modeladas por uma teoria da explicação de tipo causal, desde que se enfraqueça uma concepção completamente abstracta para o domínio matemático.

A defesa de um esbatimento da fronteira entre a matemática e a ciência natural não implica que as entidades matemáticas se transformem em entidades empíricas (nem implica que as entidades empíricas se transformem em entidades abstractas). Em sentido inverso, as teorias científicas, como a segunda lei de Newton, são igualmente modelos abstractos acerca de fenómenos empíricos e, em geral, sobre as mesmas são propostas teorias da explicação de tipo causal. A matemática aplicada é sobre o mundo. O problema da aplicação matemática consiste em determinar como entidades abstractas aplicam-se sobre entidades empíricas. E há várias respostas sobre o assunto.[6] O naturalismo quiniano defende um compromisso com entidades matemáticas, na qualidade de entidades abstractas, ainda que aplicáveis a entidades empíricas.

Conclusão

Se este artigo foi sucedido no seu propósito, permitiu uma clarificação das doutrinas que suportam o argumento melhorado da indispensabilidade matemática. Mostrei que os argumentos da indispensabilidade de Quine-Putnam e de Baker são suportados de forma diversa. Nomeadamente, mostrei que a doutrina holista da confirmação suporta ambos os argumentos; mas os argumentos são suportados por doutrinas naturalistas ligeiramente diferentes.

Financiamento: bolsa de licença sabática, SFRH/BSAB/128040/2016, Fundação para a Ciência e a Tecnologia, Programa Operacional Capital Humano.

Referências bibliográficas

BAKER, A. Are there Genuine Mathematical Explanations of Physical Phenomena? *Mind*, v. 114, n. 454, p. 223–238, 2005.

______. Mathematical Explanation in Science. *The British Journal for the Philosophy of Science*, v. 60, n. 3, p. 611–633, 2009.

BANGU, S. Inference to the best explanation and mathematical realism. *Synthese*, v. 160, n. 1, p. 13–20, 2008.

BENACERRAF, P. Mathematical Truth. *The Journal of Philosophy*, v. 70, n. 19, p. 661–679, 1973.

CASTRO, E. A Deductive-Nomological Model for Mathematical Scientific Explanation. *Manuscrito submetido para publicação*, 2017.

[6] Por exemplo, Steiner (2002) avança uma solução platonista; Mill (1843) avança uma solução empirista.

______. Uma Solução para o Problema de Benacerraf. *Principia*, v. 13, n. 1, p. 7–27, 2009.

COLYVAN, M. *The Indispensability of Mathematics*. New York: Oxford University Press, 2001.

DEVITT, M. *Realism and Truth*. Oxford: Blackwell, 1984.

LANGE, M. What Makes a Scientific Explanation Distinctively Mathematical? *British Journal for the Philosophy of Science*, v. 64, n. 3, p. 485–511, 2013.

LEWIS, D. *Philosophical Papers:* Volume II. New York: Oxford University Press, 1986.

MILL, J. *A System of Logic*. London: Parker, 1843.

PUTNAM, H. Philosophy of Logic. In: LAURENCE, S.; MACDONALD, L. (Org.). *Contemporary Readings in Foundations of Metaphysics*. Oxford: Blackwell, 1971. p. 404–434.

QUINE, W. *From Stimulus to Science*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1995.

______. On What There Is. *The Review of Metaphysics*, v. 2, n. 5, p. 21–38, 1948.

______. Posits and Reality. *The Ways of Paradox, and Other Essays*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1955. p. 246–254.

______. *Pursuit of Truth*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1992.

______. *Quintessence:* Basic Readings From the Philosophy of W.V. Quine. Cambridge, MA: Belknap Press of Harvard University Press, 2004.

______. *Theories and Things*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1981.

______. Two Dogmas of Empiricism. *The Philosophical Review*, v. 60, n. 1, p. 20-43, 1951.

______.; ULLIAN, J. *The Web of Belief*. 2nd edition ed. New York: McGraw-Hill Education, 1978.

STEINER, M. *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 2002.

Recebido em: 20 de abril 2017
Aprovado em: 20 de junho de 2017