

**EFEITOS DO ESCOAMENTO DE TRANSIÇÃO
NO DESEMPENHO DE UMA BOMBA DE
DISCO**
Versão final após defesa

Edson Mauro Cupertino da Conceição

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Eletromecânica
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor José Carlos Páscoa Marques
Co-orientador: Prof. Doutor Jaime Manuel Pombo Vilanga

Covilhã, Fevereiro de 2024.

Declaração de Integridade

Eu, Edson Mauro Cupertino da Conceição, que abaixo assino, estudante com o número de inscrição M10228 do curso de Mestrado em Engenharia Eletromecânica da Faculdade de Engenharia, declaro ter desenvolvido o presente trabalho e elaborado o presente texto em total consonância com o **Código de Integridades da Universidade da Beira Interior**.

Mais concretamente afirmo não ter incorrido em qualquer das variedades de Fraude Académica, e que aqui declaro conhecer, que em particular atendi à exigida referenciação de frases, extratos, imagens e outras formas de trabalho intelectual, e assumindo assim na íntegra as responsabilidades da autoria.

Universidade da Beira Interior, Covilhã 01/02/2024

Edson Mauro Cupertino da Conceição

Dedicatória

Dedico primeiramente a Deus, criador do céu e da terra, por me ter dado saúde, sabedoria e força para alcançar este tão almejado sonho. De igual modo, dedico à minha querida família, que sempre serviu de impulso para que eu pudesse alcançar este objetivo.

Agradecimentos

Primeiramente gostaria de agradecer ao meu orientador, Prof. Dr. José Páscoa por ter acreditado em mim e por me ter concedido a oportunidade de trabalhar e aprender com ele, dizer que foi uma honra trabalhar consigo Prof. José Páscoa. De igual modo, gostaria de agradecer ao meu coorientador, Prof. Dr. Jaime Manuel Pombo Vilinga, pela paciência, dedicação e confiança depositada em mim, de igual modo, foi uma honra ter trabalhado consigo Prof. Dr. Jaime Vilinga. Não posso deixar de agradecer aos meus familiares, em particular as minhas mães Celeste Maria Cupertino das Neves (em memória) e Maria Virgínia Livramento dos Santos, que sempre foram as maiores impulsionadoras dos meus sonhos, pelas suas orações que sempre tiveram efeito em minha vida. Agradeço ao meu pai José Manuel da Conceição pela ajuda nos momentos mais difíceis e pelos seus ensinamentos.

Agradecimento especial aos meus irmãos Alaíde Cupertino da Conceição António, Hélio Patrick Livramento de Almeida e Júlio Henriques Livramento dos Santos por serem a minha fonte de inspiração, por me terem dado suporte e motivação quando mais necessitei, aqui vai o meu muito obrigado. Agradecer também a minha noiva Mônica Gisela Martins da Silva Ramos pela paciência, companheirismo, amor e todo o suporte que me tem dado, mesmo estando distante.

Agradecimento especial aos meus amigos e companheiros de luta, Andrevak de Abreu, Massochy Ventura, Ricardo Nanga, Rodrigues Castro e Joaquim Manuel pela presença e ajuda em todos os momentos. Aos meus colegas do ClusterDEM que direta ou indiretamente contribuíram para a minha chegada até aqui, com muitos conselhos e palavras de incentivo. A todos os professores engenheiros que educam aplicando o coração e os ouvidos às palavras do conhecimento.

Serei eternamente grato ao Prof. Dr. José Manuel dos Santos Cruz, que despertou em mim uma força sobrenatural, acreditou em mim quando ninguém acreditava, aqui vai o meu muito obrigado e dizer que absorverei os seus ensinamentos para o resto da vida "ajudar, sem ver a quem".

Resumo

O desempenho da bomba de disco tem sido o assunto de muitas pesquisas de trabalho. Porém, os estudos sempre tratam do desempenho em condições de fluxo puramente laminar ou turbulento. Os estudos iniciais utilizaram abordagens experimentais ou analíticas baseadas nas correlações para camada limite de um disco giratório com fluxo laminar ou turbulento. A análise do desempenho utilizando as ferramentas CFD permitiu uma análise mais detalhada do campo de escoamento para ambos os regimes de trabalho. Os avanços mais recentes nos modelos de transição de escoamento laminar para turbulento, nomeadamente os baseados no parâmetro de energia cinética laminar kl , permitem prever o escoamento em zonas onde a extensão de transição é maior, em comparação com as zonas laminares ou turbulentas. O Scale-Adaptive Simulation (SAS), é uma outra opção relevante do modelo de turbulência, motivo pela qual, foi empregue neste estudo.

No presente trabalho, calculamos o fluxo dentro de uma bomba de disco, que foi previamente projetada e testada experimentalmente na Universidade da Beira Interior. O caudal de entrada e a velocidade de rotação dos discos para os testes experimentais foram ajustados, a fim de garantirem a ocorrência de uma grande extensão do escoamento de transição, o qual será claramente visível nos gráficos de curvas do caudal, da altura manométrica e do rendimento $\Psi = f(\phi, \eta)$ para a bomba operando em regime laminar, transitório e turbulento puro. Finalmente descrevemos o campo de fluxo interno em termos de tensão de cisalhamento da parede τ_w para a zona de transição intermédia nos discos.

O trabalho aqui apresentado será sintetizado em sete partes principais. A primeira parte será de carácter introdutória. A segunda parte dirá respeito ao estado da arte. A terceira parte abordará a análise teórica da máquina. A quarta parte irá retratar acerca da instalação experimental desenvolvida na UBI. Na quinta parte daremos uma especial importância à simulação numérica do escoamento no interior destas turbomáquinas, atendendo, que constitui o cerne deste trabalho.

A validação dos resultados obtidos computacionalmente será possível tendo em conta os resultados obtidos experimentalmente, motivo pela qual abordaremos um pouco acerca da parte experimental. As partes subsequentes estarão relacionadas com os modelos utilizados para a simulação computacional, o tipo de malha utilizada e os resultados computacionais obtidos, que servirão de validação numérica, os quais nos permitirão retirar conclusões importantes deste trabalho.

Palavras-chave

Bomba de disco, CFD, Fluxos em regime laminar, Fluxos em regime de transição e Fluxos

em regime turbulento.

Abstract

Disk pump performance has been the subject of many research works. However, the studies are always dealing with the performance in pure laminar or pure turbulent flow conditions. The initial studies used experiments or analytical approaches based on correlations for the boundary layer on a rotating disk in laminar or turbulent flow. The analysis of the performance using CFD tools allowed a more details analysis of the flowfield for both working regimes. The most recent advances on transition turbulence models, namely the ones based on the laminar turbulent kinetic energy k_l allow to predict the flow in situations where the transition extension is large, in comparison to the laminar or turbulent zones. The Scale Adaptive Simulation (SAS) turbulence model is other relevant option. In the present work we compute the flow inside a disk pump that was previously designed and tested experimentally at University of Beira Interior. The inlet flowrate and the disk rotational speed, for the experimental tests presented, are tuned in order to ensure the occurrence of a large extension of transitional flow. This will be clearly visible from the height-flowrate curves and efficiency graphs $\Psi = f(\Phi, \eta)$ for the pump operating in laminar, transitional, and pure turbulent regime. Finally we describe the internal flowfield in terms of wall shear stress τ_w for the intermediate transitional zone on the disks.

The work presented here will be summarized in seven main parts. The first part will be introductory. The second part will concern the state of the art. The third part will address about the theoretical analysis of the machine. The fourth part will portray about the experimental installation developed at UBI. In the fifth part we will give a special importance to the numerical simulation of the flow inside these turbomachines, attending, which forms the core of this work. The validation of the computational results obtained will be possible taking into account the results obtained experimentally, which is why we will discuss a little about the experimental part. Subsequent parts will be related to the models used for the computational simulation, the type of mesh used and the computational results obtained, which will serve as numerical validation, which will allow us to draw important conclusions from this work.

Keywords

Disc pump, CFD, Laminar flow regim, Transicional flow regim and Turbulent flow regim.

Índice

Dedicatória	v
Agradecimentos	vi
Resumo	vii
Abstract	ix
Índice	ix
Lista de Figuras	xii
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Acrônimos	xvi
1 Introdução	1
1.1 Princípio de funcionamento das turbomáquinas Tesla	2
1.2 Aplicação das turbomáquinas Tesla	3
1.3 Parâmetros de desempenho da turbomáquina Tesla	5
1.4 Estrutura da dissertação	7
2 Estado da arte	9
2.1 Estudo acerca da Bomba Tesla	10
2.2 Estudo acerca da Turbina Tesla	13
3 Análise teórica da máquina	15
3.1 Potência e rendimento da turbomáquina Tesla	15
3.2 Parâmetros adimensionais da bomba	16
3.3 Características do escoamento	17
3.3.1 Cavitação	18
3.4 Teoria acerca da camada limite	19
3.5 Camada limite de fluxo rotativo	22
3.5.1 Derivação de camada limite de fluxo rotativo	22
3.5.2 Espessura da camada limite	25
4 A instalação experimental da bomba de disco da UBI	29
4.1 Introdução	29
4.2 Instalação experimental	30

5	Modelo numérico	33
5.1	Transição de escoamento Laminar para Turbulento	35
5.2	Teoria de turbulência	36
5.3	Equações de governo	38
5.3.1	Princípio da conservação de massa	38
5.3.2	Princípio da conservação da quantidade de movimento linear	39
5.3.3	Princípio da conservação da quantidade de movimento angular	39
5.3.4	Equação da energia	40
5.3.5	As equações de Navier-Stokes de média de Reynolds	40
5.4	Modelos de turbulência	48
5.4.1	O modelo de viscosidade turbulenta $\kappa - \kappa l - \omega$	48
5.4.2	O modelo de viscosidade turbulenta SAS	52
5.5	Tratamento das condições de fronteiras	54
5.6	Geração da Malha	55
5.7	Modelos de discretização	55
5.7.1	Discretização Espacial	56
5.7.2	Discretização Temporal	57
6	Resultados	61
6.1	Resultado da instalação experimental desenvolvida na UBI	61
6.2	Resultados obtidos a partir da simulação computacional	62
7	Conclusão e Sugestões	71
7.1	Conclusão	71
7.2	Limitações do estudo	72
7.3	Sugestões de trabalhos futuros	72
	Bibliografia	73
A	Constantes do modelo k-kl-ω	77
B	Curva de desempenho de uma bomba	79
C	Número de Reynolds crítico para um disco em rotação	81

Lista de Figuras

1.1	Bomba de disco na fase de instalação, composta por um design modular que permite alterar a quantidade de discos e os seus espaçamentos [1]. . .	2
1.2	Princípio de funcionamento da bomba centrífuga [2].	3
1.3	Desempenho da turbina Tesla em relação a turbina convencional de pás [3].	6
1.4	Influência do número de discos na velocidade de rotação do rotor [4]. . . .	7
2.1	Coefficiente de altura manométrica vs. coeficiente de caudal, para vários valores de espaçamentos entre os discos, para velocidade de rotação entre os 300 a 2750 rpm [5].	12
3.1	Escoamento de fluido viscoso induzido pelo movimento relativo entre duas placas [6].	18
3.2	Curva NPSH para a bomba de discos [7].	20
3.3	Evolução da camada limite sobre uma placa plana [8].	21
3.4	Fluxo giratório devido a geometria do espaçamento entre os discos e o escoamento [9].	23
3.5	Perfil de velocidade do escoamento laminar adimensional para um disco rotativo [1]	26
4.1	Rolamento para suporte dos discos externos [1].	29
4.2	Acoplamento magnético para transmissão de torque ao rotor [1].	30
4.3	Design da bomba de disco. (b) O rotor é composto por vários discos. 1- Primeiro disco; 2-Região da entrada do fluido no modo direto; 3- Espaçador entre os discos; 4- Saída do fluido no modo direto. (c) Revestimento para fechar a voluta. (a) Rotor montado [1].	31
4.4	Estação de teste experimental com a bomba devidamente instalada e a solução de medição. Etiquetas: 1- Manómetros de tubo de Pitot que são inclinados durante a medição, para melhorar a precisão; 2- Conduta para encher e esvaziar o reservatório; 3-Estação de reservatório que funciona como buffer durante o teste; 4-Tubo de Pitot utilizado para analisar o perfil do fluxo; 5- Válvula de saída; 6-Ligações de tubulação; 7- Manómetros para medição da pressão diferencial da bomba; 8-Tacómetro; 9-Bomba de discos; 10-Sistema de medição de torque; 11-Fonte de energia elétrica para o motor condutor da bomba [1].	32
5.1	Geometria da bomba Tesla em estudo, realizada na ferramenta computacional SolidWorks.	35
6.1	Evolução da altura manométrica em função da vazão para várias velocidades de rotação [1].	61

6.2	Eficiência hidráulica em função da vazão para várias velocidades de rotação [1].	62
6.3	Exemplo 3D de uma malha utilizada para modelar a bomba de disco. a) Geometria completa da bomba, b) Cada disco da bomba.	63
6.4	Resultados da computação puramente Laminar.	64
6.5	Resultados da computação para o modelo de turbulência de três equações.	65
6.6	Resultado da computação utilizando o modelo de turbulência SAS, associado com uma equação de transporte de intermitência.	65
6.7	Perfis de velocidade e pressão no interior da bomba de disco para velocidades de rotação de 150 rpm e de 450 rpm. Onde: a) Representa o perfil de velocidade para velocidade de rotação de 150 rpm; b) Representa o perfil de pressão para velocidade de rotação de 150 rpm; c) Representa o perfil de velocidade para velocidade de rotação de 450 rpm; d) Representa o perfil de pressão para velocidade de rotação de 450 rpm	66
6.8	Visualização de pequenos vórtices e recirculação na saída do difusor [10].	67
6.9	Visualização do caminho do fluxo dentro da bomba de disco para várias velocidades de rotação: 1-Velocidade muito baixa, cerca de 3-4 rpm; 2, 3, 4-Velocidades intermediárias, cerca de 30-80 rpm; 5, 6- Altas velocidades de rotação, cerca de 100-150rpm [10].	68
6.10	Tensão de cisalhamento da parede na direção transversal (Z), com um perfil extraído no meio da turbomáquina. Escoamento Laminar a), modelo de três equações b) e modelo SAS c). Obtidos para 350 RPM.	69
6.11	Energia cinética turbulenta. Resultados obtidos numa secção ao meio do plano da bomba, entre dois discos, para uma velocidade de rotação de 350 RPM. Resultados obtidos para o modelo de três equações a), e para o modelo SAS b).	70
B.1	Curva de desempenho geral da bomba, onde a altura manométrica e o NPSH requerido são traçados em função do caudal volumétrico [11].	79

Lista de Tabelas

- 3.1 Valores de números de Reynolds crítico para um disco em rotação [9]. . . 27
- 3.2 Comparação das equações de escoamento rotativo laminar e turbulento [9]. 27

Lista de Acrônimos

UBI	Universidade da Beira Interior
CFD	Computational Fluid Dynamics
SAS	Scale-Adaptive Simulation
LDA	Laser Doppler Anemometry
PIV	Particle Image Velocimetry
NPSH	Altura máxima de asperições
RANS	Reynolds-Averaged Navier-Stokes
k	Energia cinética
k_l	Energia cinética laminar
ω	Escala de tempo turbulenta inversa
N_s	Velocidade específica
g	Gravidade
P	Pressão
H	Altura manométrica
Q	Caudal volumétrico
Re	Número de Reynolds (adimensional)
ρ	Massa específica do fluido
γ	Peso específico
ν	Viscosidade cinemática do fluido
v	Velocidade relativa do escoamento
P_{hy}	Potência hidráulica
$P_{elétrica}$	Potência elétrica
bhp	Potência mecânica
I	Corrente elétrica
V	Tensão
D	Diâmetro do disco
N_s	Velocidade específica
η_{mec}	Rendimento mecânico
η_{elec}	Rendimento elétrico
η_{total}	Rendimento total
C_H	Coefficiente da altura manométrica
C_Q	Coefficiente da caudal volumétrico
C_P	Coefficiente da potência

Capítulo 1

Introdução

O futuro do sector energético constitui talvez o maior e o mais importante desafio para a humanidade, pois tudo o que é consumido representa uma medida de energia produzida e consumida. Quanto mais se produz, mais energia é necessária e quanto mais energia estiver disponível mais se pode produzir. A tendência do consumo energético mundial é de aumentar a medida que o tempo passa, devido principalmente ao aumento da população mundial, bem como, o crescimento económico e industrial. O principal problema é que os recursos naturais que produzem estes combustíveis não podem ser renovados em grande escala, pelo que estarão menos disponíveis para as gerações futuras. Além disso, o uso de fontes de energia não renováveis está associado a problemas de emissão de gases de efeito estufa. O surgimento da energia renovável visa atender às novas necessidades do cenário energético global. Os oceanos são recursos naturais importantes que, extensivamente explorados, podem contribuir significativamente para o fornecimento de energia elétrica através da utilização de turbomáquinas.

As turbomáquinas são dispositivos que permitem fornecer ou retirar energia de um fluido por ação dinâmica de um elemento rotativo, designado por rotor. Estes dispositivos podem operar tanto como bomba ou como turbina. Tendo em conta este aspeto, propusemos-nos a desenvolver este trabalho de investigação, construindo um modelo deste tipo de turbomáquina para realizar estudos de CFD e comparar os resultados obtidos desta investigação com resultados experimentais obtidos anteriormente na UBI. O objetivo final é entender melhor como este tipo de bomba funciona e sugerir quaisquer melhorias necessárias usando o conhecimento adquirido deste estudo.

O engenheiro mecânico e eletrotécnico Nikola Tesla, nascido em 1856 na Sérvia, é vulgarmente conhecido pelos seus contributos no campo da produção, transporte e utilização de energia elétrica, no entanto é responsável pela criação de cerca de 300 patentes. Das diversas invenções que realizou durante toda a sua vida, destaca-se através do presente estudo uma turbomáquina patenteada em 1913 nos Estados Unidos da América [12], com um design particular, pouco convencional, que pode ser aplicada como uma bomba, um compressor ou uma turbina.

As turbomáquinas Tesla utilizam as tensões de corte viscosas do fluido (efeito da camada limite), passando por um veio perto de um disco para transmitir rotação ao fluido. É importante frisar que a teoria da camada limite, que alicerça o aspecto científico do funcionamento da turbina Tesla, foi concebida por Ludwig Prandtl no início do século XX [13]. Este tipo especial de máquina rotodinâmica introduziu uma nova abordagem na transferência de energia em turbomáquinas, e que se baseia, neste caso, exclusivamente na viscosidade, em vez da ação de transferência de momento angular devido a colisão das

pás, o que acontecia nas turbomáquinas clássicas.

As turbomáquinas Tesla são constituídas por discos que são inseridos paralelamente uns aos outros com um espaçamento específico, todos eles unidos em um único veio [1, 14], como ilustra a Figura 1.1.

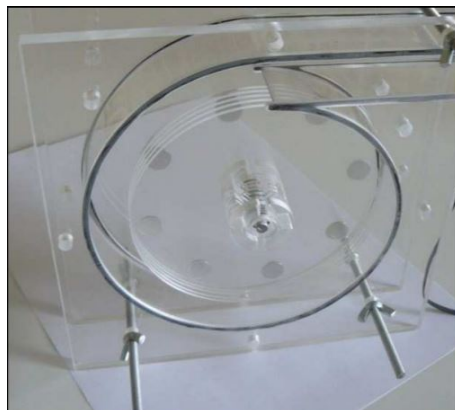


Figura 1.1: Bomba de disco na fase de instalação, composta por um design modular que permite alterar a quantidade de discos e os seus espaçamentos [1].

1.1 Princípio de funcionamento das turbomáquinas Tesla

O princípio de funcionamento das turbomáquinas Tesla é baseado na fricção existente entre a parede do disco e o fluido, devido à sua viscosidade, através da condição de não escorregamento da parede. Quando esta máquina foi apresentada por Tesla, ele apresentou-a em duas versões. Uma delas é uma operação em modo turbina, em que o fluido entra tangencialmente entre os discos, por um ou mais injetores e se move em forma de espiral entre os discos, saindo através de orifícios existentes próximo ao veio [15]. A operação da turbina é obtida devido à condição de aderência entre o fluido e os discos, que induzem a rotação da turbina.

A segunda forma de operação é no modo de bomba, onde o fluido entra axialmente pelo centro do disco e se move radialmente em forma de espiral entre os discos, saindo radialmente pelo difusor [16]. Em ambas versões o fluido é arrastado ao longo da superfície dos discos rotativos e posteriormente é acelerado até atingir a velocidade na qual os discos giram. Este tipo de turbomáquinas apresenta um funcionamento distinto das centrífugas tradicionais, onde o fluido entra axialmente através do meio da bomba que é oco, cujo seu princípio de funcionamento se baseia na utilização de pás rotativas, chamadas de impulsor ou rotor de pás, localizadas dentro do invólucro em forma de caracol denominado de voluta, que é o local por onde o fluido sai na forma radial, tal como ilustra a fig. 1.2. Devido ao uso do impulsor de pás, forças de elevação são utilizadas para transferir energia do/para o fluido de trabalho. Estas pás rotativas transferem momento tangencial e radial, além de velocidade radial adicional devido a forças centrífugas no funcionamento do fluido.

Bomba centrífuga

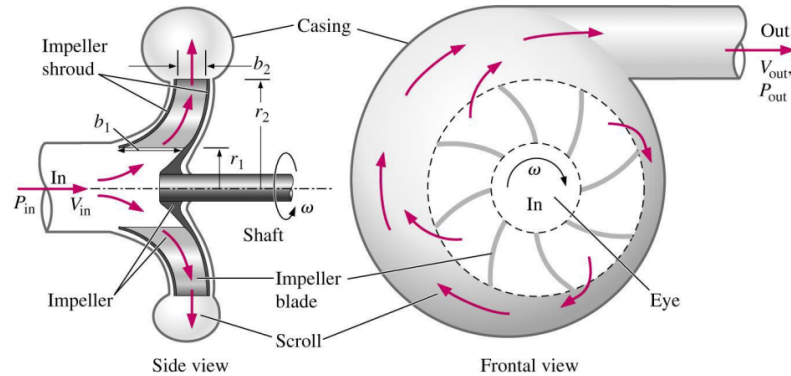


Figura 1.2: Princípio de funcionamento da bomba centrífuga [2].

1.2 Aplicação das turbomáquinas Tesla

Desde a sua invenção por Tesla, este tipo especial de turbomáquinas não teve muita aplicação na área comercial. No entanto, apesar de suas características de baixa eficiência, as bombas de disco oferecem várias vantagens notáveis sobre as bombas convencionais, como maior estabilidade, baixa sensibilidade à cavitação, capacidade de lidar com fluidos incomuns, como por exemplo, fluidos altamente viscosos, gases, líquidos, sólidos, ou mesmo com uma combinação de duas ou três fases e fluidos não newtonianos [17, 18, 19]. As bombas Tesla também são muito promissoras em aplicações biomédicas, nas quais geralmente são utilizadas para bombear o sangue. Há um interesse crescente para aplicações específicas como lamas com grandes quantidades de detritos, e são máquinas ambientalmente amigáveis, no sentido de que permitem a passagem de animais, tais como, peixes e crustáceos, no interior da bomba sem a ação mecânica de impacto das pás sobre eles.

Uma outra aplicação promissora para estas turbomáquinas é na hidroponia, onde podemos ter a necessidade de bombear vegetais na água, sem os danificar. As bombas Tesla podem ser uma boa opção para estas situações delicadas.

As turbomáquinas Tesla são sempre soluções a serem consideradas se se desejar mitigar a ação mecânica das pás sobre o fluxo, mas ainda permitindo o comportamento como bomba ou turbina.

Tendo em conta estes aspetos Rice sugere que à medida que a bomba Tesla diminui de tamanho, a eficiência deve permanecer constante, ao contrário das bombas convencionais onde a eficiência diminui com o tamanho [20]. Uma das vantagens deste tipo de máquina é que existe um movimento relativamente menor entre a camada limite do fluido e a superfície do disco, isso evita a erosão do disco mesmo durante o bombeamento de fluidos abrasivos. Além disso, uma vez que não há pás colidindo no fluido, não há pulsação na pressão de saída, como ocorre com as bombas clássicas. Uma turbomáquina convencio-

nal através das suas pás, pode levar o fluido a pontos de baixa pressão quando gira, o que causa vaporização e origina bolhas, que colapsam quando a pressão aumenta novamente. Uma vez que as bombas Tesla utilizam discos cilíndricos em vez de pás convencionais, há uma redução nos pontos de baixa pressão dentro da bomba, e portanto, menos cavitação [5]. A prevenção da cavitação aumenta a vida útil da bomba, pois nenhuma lâmina teria de ser substituída ou reparada e permite operações mais estáveis em comparação com bombas convencionais, especialmente para aplicações onde as vibrações estarão presentes. Outro problema com o design das bombas centrífugas convencionais é a geração de pulsos de pressão que ocorrem durante o funcionamento normal da bomba. Isso pode afetar a integridade mecânica da bomba, e portanto, afeta a sua vida útil, gerando vibrações, que originam problemas na bomba ou causando ruído operacional excessivo. O processo de design para bombas centrífugas deveria incluir o teste de instabilidades no escoamento, devido a potenciais danos e vibrações. Uma bomba Tesla tende a não ter os mesmos problemas, devido ao fato dos discos serem de design muito simples [5]. Devido à simplicidade do impulsor das bombas Tesla, eles também são baratos de construir em comparação com uma bomba convencional e poderia ser fabricada em uma modesta oficina de mecânica.

Na atualidade existe uma vasta gama de aplicação para este tipo de bomba. Como foi mencionado anteriormente, as bombas de disco foram sugeridas para operar como dispositivo de assistência ventricular (bomba de sangue), ou coração artificial. O impulsor de discos demonstrou ser capaz de não danificar as células do sangue em comparação com as outras alternativas. Portanto, seria ideal para operar como bomba de sangue ou coração artificial [21]. Uma das aplicações também sugeridas para as turbomáquinas Tesla é a translação de gases quentes, acima de 800°C , onde o gás torna-se denso ou mais viscoso. Processos industriais que requerem gases quentes de modo a manter a qualidade e reduzir o consumo de energia, bem como a redução das emissões de gases, como os causados pelas indústrias cerâmicas, alguns processos metalúrgicos e químicos seriam bons candidatos para estas turbomáquinas. A maior parte da análise para este tipo de bomba foi baseada em escoamentos puramente laminares ou turbulentos [22, 23]. Mas tendo em conta o escoamento como um dos parâmetros da bomba, o escoamento entre os discos pode ser laminar, laminar com região de recirculação, laminar com posterior transição para regime turbulento, totalmente turbulento, turbulento com mais zonas de transição reversa para o regime laminar e fluxo reverso nas extremidades de entrada e saída da bomba.

A análise pode ser baseada em modelos analíticos puros ou em dinâmica de fluidos computacional. O último implica a introdução das equações de Navier-Stokes acopladas com um modelo de turbulência adequado quando decidimos modelar escoamentos turbulentos.

Considerando o trabalho realizado anteriormente sobre a modelagem de fluxo de transição [24, 25] a solução para o caso presente foi o modelo de transição $k - kl - \omega$ e o modelo Scale Adaptive Simulation (SAS) [26]. A modelagem de escoamento laminar é hoje em dia um problema muito simples e direto, uma vez que os efeitos da turbulência não precisam

ser levados em consideração. No entanto, o cálculo do fluxo turbulento não é tão fácil, em particular devido à ocorrência de distúrbios não estacionários que devem ser modelados num ambiente RANS utilizando um modelo de turbulência apropriado.

Modelar uma transição de laminar para turbulento introduz uma complexidade adicional, isso também não é fácil de lidar, com os distúrbios turbulentos que começam a aparecer e a se desenvolver à medida que o número de Reynolds local aumenta, nomeadamente do veio para a ponta da bomba de discos. Em certos casos, o escoamento pode ser principalmente laminar ou, alternativamente, turbulento. É portanto extremamente importante prever corretamente o início da transição, atendendo que é o que se deseja analisar com este estudo. Na análise do escoamento deve-se notar que a tensão de corte na parede aumenta para fluxo turbulento, em comparação com o fluxo laminar. Por outro lado, a transição pode ser dividida em três diferentes categorias, a saber, o natural, o bypass e o induzido pela separação de transição.

O presente trabalho irá, portanto, fornecer uma avaliação dos efeitos de transição de laminar para turbulento em relação à modelagem de uma bomba de disco, que foi anteriormente projetada e testada experimentalmente [1].

1.3 Parâmetros de desempenho da turbomáquina Tesla

Compreender a dinâmica do escoamento dos fluidos causada pelos discos rotativos é importante para compreender como diferentes parâmetros de projeto afetam o desempenho de uma bomba Tesla. Desde o projeto original patenteado por Tesla em 1913 alguns investigadores mostraram-se interessados em modelar e a realizar estudos numéricos, de modo a alcançar melhor desempenho e eficiência desta turbomáquina. A maior parte destas investigações tiveram certas limitações, nomeadamente em termos da dimensão da geometria, bem como na natureza do fluido de trabalho. No entanto, algumas das investigações tentaram estabelecer o desempenho generalizado da turbomáquina Tesla.

Em geral, a eficiência do rotor em turbomáquinas é um campo complexo que envolve uma combinação de design aerodinâmico das pás, escolha de materiais e técnicas de fabricação. Cada tipo de turbomáquina tem características específicas, mas os princípios fundamentais para melhorar a eficiência do rotor são aplicáveis nas diversas categorias. O desenvolvimento contínuo na pesquisa e engenharia visa melhorar a eficiência global desses sistemas.

Como resultado, apenas a eficiência de uma modesta máquina foi demonstrada.

A fig. 1.3 ilustra uma comparação acerca do desempenho das turbinas convencionais de pás e das turbinas Tesla. Pode-se observar que o desempenho de uma é o inverso da outra e que cada uma possui um certo ponto além do qual uma troca entre as duas turbinas é procurado.

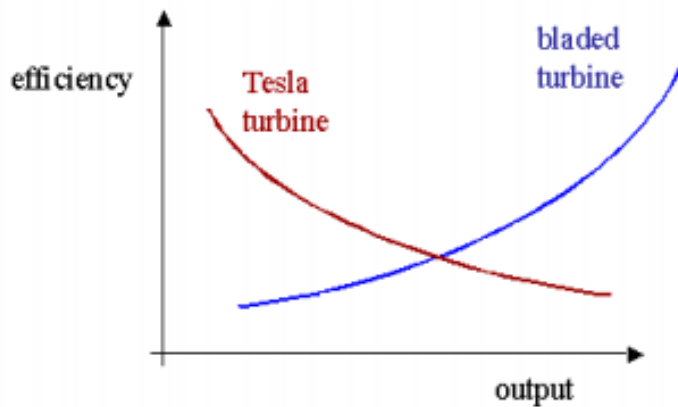


Figura 1.3: Desempenho da turbina Tesla em relação a turbina convencional de pás [3].

Embora as turbomáquinas Tesla sejam mais eficientes para menores potências de saída, o projeto das turbomáquinas convencionais são melhores quando o que se requer é maior potência de saída. O desempenho e a eficiência do rotor da turbomáquina Tesla não dependem apenas da combinação de parâmetros relacionados com a montagem do rotor, mas também sobre a eficiência da tubeira injectora e a interação bocal-rotor. O desempenho da bomba de disco também é fortemente dependente da interação do fluido que sai do rotor com o da voluta e na eficiência de difusão da voluta. A seguir serão descritos alguns parâmetros que foram identificados e investigados por diversos pesquisadores, com o intuito de se obter melhores designs das turbomáquinas de disco.

Placco [4] analisou a influência do número de discos para este tipo de turbomáquinas, onde verificou que, este parâmetro está intrinsecamente associado com o espaçamento entre os discos, pois, seria necessário obter veios e invólucros de tamanhos variáveis para cada configuração de números de discos. Verificou que o aumento do número de discos reduz a aceleração e a velocidade angular, como ilustra a Fig. 1.4. Que deriva do aumento da massa do sistema e conseqüentemente do momento de inércia. Um outro fator é que, aumentando o número de discos, reduz-se a distância entre os mesmos discos, diminuindo assim as correntes de fluxo, porém, aumenta a transferência de energia do fluido para o sistema, uma vez que a superfície de contacto do fluido com os discos aumenta, originando um maior contacto entre o fluido e os discos [4].

Um outro parâmetro não menos importante é a distância entre o rotor (disco) e o estator (encapsulamento), onde verificou-se que este parâmetro interfere na direção do escoamento, o que muito afeta o desempenho destas turbomáquinas. Além de recorrer a procedimentos experimentais, diferentes métodos analíticos têm sido utilizados para revelar o comportamento da turbomáquina Tesla, sob a influência dos parâmetros frisados anteriormente. O desenvolvimento e a facilidade da simulação computacional disponível têm sido utilizados de modo a entender melhor o comportamento destas máquinas. No entanto, no capítulo seguinte, serão apresentados vários projetos e métodos de análise acerca desta temática.

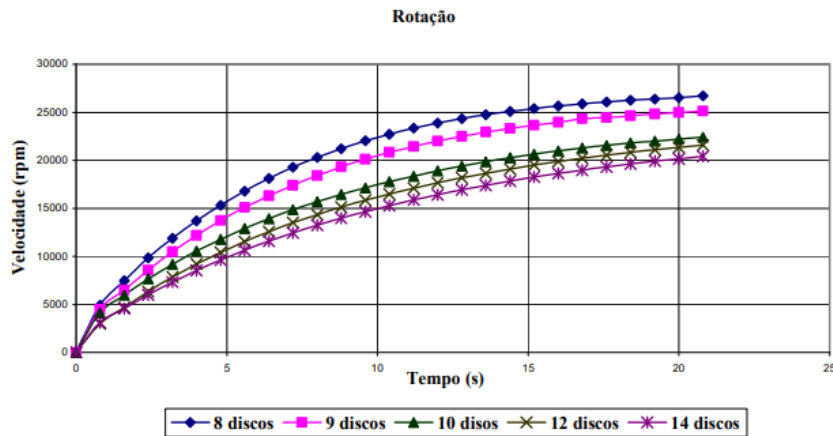


Figura 1.4: Influência do número de discos na velocidade de rotação do rotor [4].

1.4 Estrutura da dissertação

Depois da realização da introdução e, se ter analisado os parâmetro de desempenho das bombas de disco, nesta secção iremos descrever como se encontra estruturada a dissertação. Está constituída por sete capítulos, para melhor facilitar a compreensão, os mesmos serão apresentados do seguinte modo:

O capítulo 1 é de carácter introdutório, faz uma pequena abordagem acerca do surgimento da turbomáquina Tesla, o seu princípio de funcionamento, as suas aplicações, os parâmetros de desempenho e por fim a organização do projeto de dissertação.

O capítulo 2 diz respeito ao estado da arte, onde fez-se a citação de alguns estudos recentes referentes ao tema em estudo, realizou-se de igual modo um estudo mais aprofundado acerca deste tipo de turbomáquinas a operar tanto como bomba e como turbina.

No capítulo 3 abordou-se acerca da análise teórica da máquina, onde analisamos a potência e o rendimento das turbomáquinas Tesla, analisamos os parâmetros adimensionais destas bombas, abordamos acerca da característica do escoamento num fluido, onde fez-se uma descrição mais detalhada acerca de algumas características que o fluido possui, fez-se uma breve abordagem acerca da cavitação, a teoria acerca da camada limite e a camada limite para fluxos rotativos também foram descritas neste capítulo.

No capítulo 4 frisou-se acerca da instalação experimental realizada anteriormente na UBI para o desenvolvimento deste trabalho.

No capítulo 5 fez-se uma breve descrição da ferramenta computacional CFD e das equações que compõe os modelos numéricos utilizados para a obtenção dos resultados desejados, cujos modelos foram o Laminar, o modelo de viscosidade turbulenta $k - kl - \omega$ e o modelo de viscosidade turbulenta SAS. Analisou-se a transição do escoamento laminar para turbulento, falou-se acerca da teoria de turbulência, das equações de governo, do tratamento das condições de fronteiras, da geração das malhas e por último abordou-se acerca dos modelos de discretização.

O capítulo 6 foi dedicado para a análise dos resultados, onde abordamos acerca dos resul-

tados da instalação experimental desenvolvida anteriormente na UBI que foi a base deste projeto e dos resultados obtidos a partir da simulação computacional. No capítulo 7 fez-se a conclusão da dissertação, onde abordamos acerca das limitações do nosso estudo e por último fez-se sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Estado da arte

Este capítulo descreve o estado da arte deste estudo, onde Tesla (1913) afirmou que o objetivo da invenção do compressor e da turbina formados por discos paralelos finos, montados sobre um veio, acoplados a um invólucro cilíndrico era de superar as deficiências da utilização de máquinas que possuíam pás em seu rotor, as quais perdiam muita energia devido ao impacto do fluido nesses componentes. Segundo Tesla, havia duas propriedades muito importantes do fluido, que eram a adesividade e a viscosidade. Dessa forma, ele desenvolveu duas máquinas que transformavam energia mecânica do fluido em potência, pelo princípio de aderência do fluido aos discos.

Após o foco inicial da invenção da turbomáquina Tesla no início do século XX foram realizadas poucas pesquisas acerca destas máquinas, até o renascimento do interesse na década de 1950. Com o desenvolvimento e disponibilidade de instalações e de algoritmos de computação, diversos pesquisadores começaram a trabalhar no uso de simulações para melhor entender o comportamento dessas máquinas. Várias tentativas foram feitas para comercializar estas máquinas, mas não obtiveram muito sucesso, devido principalmente às pequenas eficiências originárias das perdas consideráveis na tubeira injetora quando utilizadas como turbinas e no difusor ou voluta quando utilizadas como bombas. A maioria dos designs das turbomáquinas Tesla são baseadas na intuição e cálculos simples ou experiências empíricas e muito trabalho tem sido desenvolvido com o intuito de reduzir as perdas, utilizando procedimentos científicos bem definidos para alcançar projetos otimizados da tubeira injetora e do difusor.

Von Karman foi um dos primeiros a tentar solucionar o problema de fluxo constante de um fluido viscoso incompressível causado por um disco rodando de forma infinita, resolvendo as equações de Navier-Stokes para obter uma solução exata [27]. Cochran, mais tarde, levantou uma questão sobre a solução numérica de Von Karman e apresentou sua solução melhorada para as equações de governo não-linear [28]. A melhoria produziu valores mais precisos e a tendência da melhoria constante para a solução realizada.

Rogers e Lance observaram o escoamento na presença de um disco giratório e focaram-se em encontrar casos onde soluções realistas existiam [29]. Benton também olhou para o problema, obtendo soluções de problemas de estado estacionário de valor inicial dependente do tempo ou pelo menos identificar onde isso era possível, dada as limitações computacionais da época [30].

Mais tarde este assunto passou para uma análise mais detalhada, como o caso estudado por Humphrey, onde incluíram o invólucro (revestimento), realizando assim uma comparação com dados experimentais [31].

Após o surgimento do CFD começaram a surgir diversas investigações facilitando os pes-

quisadores, permitindo uma melhor análise dos escoamentos. Este constante aprimoramento de conhecimento ajudou na compreensão do funcionamento do fluxo entre discos rotativos, tal como acontece no interior das turbomáquinas Tesla.

Ladino realizou uma simulação e um teste experimental de uma turbina Tesla e afirmou que não foi possível medir o perfil de velocidades entre os discos durante o teste experimental, apenas a pressão estática devido ao pequeno espaçamento entre os discos. Os resultados da simulação mostraram que as turbomáquinas de discos são viáveis economicamente no ramo da engenharia, entretanto, elas possuem baixa eficiência em ambos os regimes de escoamento, tanto o laminar como o turbulento. A eficiência é menor para o regime laminar, sendo a diferença entre eles bastante significativa. Além disso, a simulação mostrou que o espaçamento entre os discos e o resultado do modelo simulado em 3D apontou que a eficiência não é tão alta como foi sugerido por testes experimentais já realizados por outros autores. A turbina de discos é viável para uma grande variedade de geração de potência quando as turbinas convencionais de pás não possuem alta eficiência ou quando o fluido de trabalho possui partículas, contaminantes e alta viscosidade [32]. Lampart testou a turbina Tesla numa usina de co-geração de micro potência, com capacidade de 20 kW, operando em ciclo Rankine. O resultado das investigações dos testes foi positivo uma vez que o equacionamento da eficiência proposto mostra que ela pode ser competitiva nessa utilização, por ser mais viável economicamente, em relação às tradicionais turbinas de pás [3].

Lampart realizou simulações de um modelo de turbina Tesla e concluiu que a eficiência desta turbina depende de vários parâmetros, incluindo pressão interna de trabalho, temperatura do fluido, rotação do rotor, além do número, diâmetro e espaçamento entre os discos. A eficiência da turbomáquina pode ser alterada ao modificar esses parâmetros, e também é relevante considerar o número de bocais de alimentação da turbina [33].

Sengupta e Guha observaram que o torque líquido obtido através do veio da turbina Tesla depende do arrasto viscoso do fluido nas paredes dos discos da turbina. Esse torque é influenciado pelo gradiente de velocidade tangencial nos discos. Alterando a tensão de cisalhamento viscosa do fluido, podem-se alcançar bons resultados de torque e potência na turbina. Isso pode ser realizado utilizando valores otimizados nas dimensões do equipamento e avaliar as variáveis do fluxo de alimentação, evitando variações do caudal. Devem ser avaliados os efeitos de rugosidade na superfície dos discos a fim de aumentar o desempenho da turbina de discos. Outro item importante para o desempenho do equipamento é a tubeira injetora, uma vez que nela ocorrem perdas que diminuem a eficiência da bomba. Em virtude disso, a tubeira deve ser avaliada e dimensionada corretamente [34].

2.1 Estudo acerca da Bomba Tesla

A maioria das pesquisas sobre as bombas Tesla envolve prever e analisar o desempenho da bomba. Isso inclui eficiência, caudal, potência fornecida e altura manométrica. Os prin-

cipais parâmetros geométricos utilizados na análise de desempenho incluem o diâmetro do disco ou impulsor, espaçamento e o número de discos. Normalmente, o caudal, a diferença de pressão, a energia fornecida e a velocidade dos discos, são medidos e convertidos em parâmetros adimensionais, como eficiência e coeficientes de carga para análise. Os resultados dos estudos experimentais e teóricos fornecem uma visão sobre aspectos específicos do desempenho do projeto, de modo que quaisquer melhorias na bomba possam ser quantificadas e executadas em conformidade.

Em [35] propuseram um projeto de bomba utilizando dados teóricos adimensionais e validaram-no com dados experimentais. Eles assumiram condições de escoamento laminar e incluíram algumas análises das perdas do escoamento, eficiências, características de cavitação e velocidade específica (N_s).

O projeto de rotor desenvolvido por [35] é diferente de uma bomba Tesla típica, pois induz fluxo misto dentro da bomba. Isso foi feito para obter maiores caudais, mas com baixas velocidades de entrada, o que impediria a cavitação na entrada. Eles afirmaram que com rotores maiores poderia ocorrer escoamento turbulento, no entanto, isso é mais provável de acontecer para um rotor que é pelo menos de 30 centímetros de diâmetro, tendo a água como fluido de trabalho.

Foi observado que uma bomba Tesla deve ser capaz de obter rendimento do rotor de até 60 % assumindo escoamento laminar, porém, o rendimento experimental do rotor alcançado foi de 54%. Um dos principais problemas encontrados no projeto [35], foi a tendência das forças de cisalhamento do rotor gerarem bolhas de gás, originário da redução do desempenho experimental da bomba. Qualquer bolha de gás no fluido, pode obstruir o escoamento normal do fluido. Esta obstrução ocorre devido à ação combinada de forças de arrasto e forças centrípetas. Portanto, [35] aconselham a ter uma maior atenção neste aspecto pois influencia no rendimento da bomba. Outro problema detectado durante o projeto, foi o fato da velocidade de sucção ser altamente influenciada pela relação dos raios internos e externos dos discos e da velocidade específica. Os valores específicos que os parâmetros podem assumir originam altas velocidades de entrada do fluido, o que poderia induzir à cavitação.

Rice [20] também realizou investigações acerca das turbomáquinas Tesla, trabalho este que incluiu diversos testes para cada tipo de turbomáquina, com foco em bombas e compressores. Durante o teste observou um escoamento instável num determinado intervalo de tempo e concluiu que a instabilidade foi devida à separação do fluxo, o que originou a cavitação dentro do rotor, que foi provavelmente induzida na entrada. O objetivo do estudo foi o de estabelecer o limite superior ou inferior de desempenho que poderia ser alcançado pela turbomáquina. Sugeriu que o parâmetro caudal volumétrico fosse utilizado para encontrar o número necessário de discos para uma bomba real. No final da análise concluiu-se que o rendimento e a dimensão da altura da bomba diminuem com o aumento do caudal volumétrico, o que é similar a outros estudos realizados [20].

Darby também desenvolveu um conjunto de relações adimensionais para analisar a operação e desempenho da bomba de discos. O foco do estudo foi na turbulência e estágios

de fluxos transicionais em uma bomba Tesla. Este foi um dos primeiros estudos a citar as bombas de maiores estabilidades de fluxo, ou seja, baixa sensibilidade à cavitação. É importante referir que os discos na bomba experimental possuíam 356 mm de diâmetro, 3,78 mm de espessura e 3,46 mm de espaçamento entre discos. De referir que, as dimensões da bomba analisada por Darby foram maiores do que as utilizadas por outros pesquisadores, que pertenciam ao estudo do protótipo, porém devido ao uso de análises adimensionais puderam ser comparados.

Darby demonstrou que a potência da bomba estava relacionada com o caudal, o espaçamento entre os discos, o número de Reynolds rotacional e a aspereza relativa da superfície do disco. A Fig. 2.1 demonstra a relação entre o parâmetro da altura manométrica e o parâmetro do caudal, para diferentes valores de velocidade de rotação e espaçamento entre os discos. Onde verificou-se que, a medida que o caudal aumenta a altura manométrica diminui, e conforme o espaçamento entre os discos diminui o caudal e a altura manométrica diminuem. Tal como Hasinger, Darby também mencionou que a bomba centrífuga possui a tendência de reter bolhas de gás, que afirmou ocorrer com mais frequência em caudais baixos.

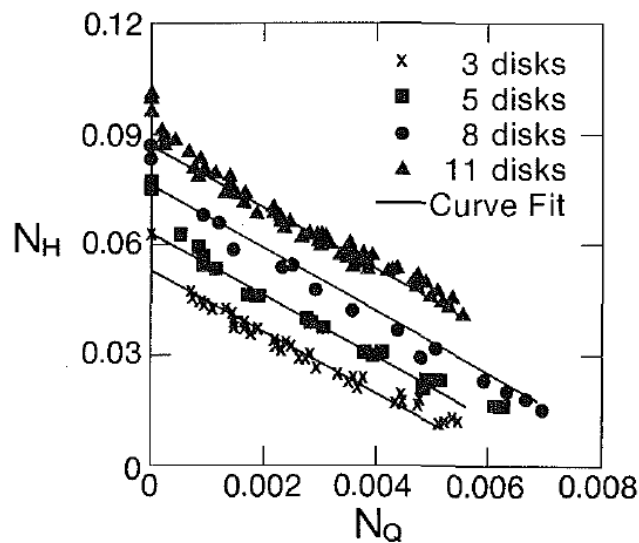


Figura 2.1: Coeficiente de altura manométrica vs. coeficiente de caudal, para vários valores de espaçamentos entre os discos, para velocidade de rotação entre os 300 a 2750 rpm [5].

Uma dependência do número de Reynolds rotacional e da velocidade da bomba foi observada, principalmente devido ao cálculo do número de Reynolds rotacional ser dependente da velocidade de rotação da bomba [5].

Os mecanismos de perdas nas bombas Tesla foram discutidos em [36], onde realizaram primeiramente uma análise experimental e de seguida analisaram a simulação realizada com a ferramenta computacional CFD. Três tamanhos de disco diferentes foram analisados, as velocidades de rotação foram escolhidas para atingir velocidades periféricas de disco semelhante para cada um dos tamanhos. Uma das principais conclusões do estudo

foi que o desempenho do rotor não foi afetado pela redução da dimensão. Isso ocorreu devido ao principal funcionamento das bombas; forças viscosas e perdas por fricção. Independente do tamanho do rotor, verificou-se que quanto menor for o coeficiente do fluxo, maior será o rendimento, no entanto, houve discrepância nos resultados experimentais. Os campos de fluxos foram analisados para este caso e foi descoberto que a recirculação e o fluxo reverso ocorrem devido ao design da voluta. A recirculação ocorreu principalmente na saída dos discos, o que apoia a ideia do cuidado do design da voluta para minimizar este efeito.

A reversão do fluxo, o que causaria grandes perdas no rendimento, não teriam sido prevista pela análise numérica do rotor, e foi a principal razão pela qual os resultados analíticos e experimentais diferiram [36].

Dos quatro estudos de bomba Tesla apresentados, cada um deles era ligeiramente diferente do outro, mas todos continham vários temas interessantes. De seguida mencionaremos algumas conclusões que coincidiram entre os vários autores.

A medida que a velocidade de rotação aumenta, a altura da bomba e o caudal aumentam [5, 35, 20].

A cavitação ocorre principalmente devido a projetos de voluta que induzem altas velocidades de entrada [5, 35, 20].

Experimentalmente, descobriu-se que as bolhas de ar ficam retidas na bomba devido a caudais baixos, o que afetou de forma considerável o desempenho da bomba.

Os rendimentos tendem a ser mais altos teoricamente do que os encontrados experimentalmente, provavelmente devido às complexidades na contabilização das perdas, a reversão de fluxo e a cavitação nas considerações teóricas [5, 35, 20, 36].

O rendimento máximo obtido experimentalmente foi em torno de 45% (apenas rotor) e teoricamente variava de 45% até 80%, dependendo do estudo. Portanto, o design geométrico do rotor e do invólucro, sendo as áreas de entrada e saída da bomba, são fatores importantes a serem considerados na conceção de uma bomba Tesla eficaz.

2.2 Estudo acerca da Turbina Tesla

As turbinas Tesla operam de maneira semelhante à bombas homólogas, mas possuem princípio de funcionamento diferente. Enquanto uma turbina transfere energia de um fluido para um rotor, uma bomba transfere energia de um rotor para um fluido. Ambas turbomáquinas possuem os mesmos parâmetros.

Os testes de análise e as causas das perdas de rendimento das turbinas fornecem, de igual modo, informações úteis sobre o design e teste de uma bomba Tesla.

Foi previsto que o rendimento do rotor de uma turbina convencional pode ser em torno dos 85% até aos 95% [37]. Já o rendimento total das turbinas Tesla mostrou ser entre 14,6% e 35,5%, o que é inferior ao das turbinas convencionais.

A maioria dos estudos apresentados acerca das turbinas Tesla focavam-se na melhoria do design para se obter melhor rendimento, nomeadamente no design de entrada e de saída

da voluta. Como as turbinas Tesla são semelhantes no projeto e operação com as bombas Tesla, os resultados desses estudos podem ser aplicados para melhorar de igual modo o design de uma bomba Tesla.

Foi determinado que a principal fonte de perdas do rendimento nas turbinas Tesla foi devido ao design da entrada, que também é um problema com as bombas Tesla. Alguns dos problemas com as entradas são as curvas das condutas de 90 ° que podem causar mudanças no fluxo. No estudo feito por [37], analisaram a melhoria do design de um bocal de entrada, utilizando um bocal com uma câmara plenum integrada na entrada, o que melhorou o desempenho da turbina. A câmara plenum produziu menores perdas de pressão dentro da turbina, já que o novo projeto de entrada permitiu um jato mais uniforme. Um jato mais uniforme significava que todas as passagens entre os discos receberiam condições de fluxos uniformes, o que aumenta a área da secção transversal do fluxo e ajuda a reduzir as perdas.

A mudança nas perdas de pressão passaram de 13% à 14% para menos de 1%, depois que a nova tubeira injectora foi implementada [37]. Ficou claro que o design de entrada afeta no desempenho deste tipo de turbomáquinas.

Ao contrário do fluxo entre dois discos rotativos em uma bomba, o fluxo na turbina Tesla não é gerado pela rotação de discos, mas sim, a partir do fluido de trabalho que entra nos espaçamentos entre as superfícies dos discos e geram torque, devido ao atrito entre o fluido e a superfície do disco.

Tem havido alguma controvérsia sobre o tipo e quais são as forças que afetam o fluxo que ocorre entre os discos giratórios dentro de uma turbina Tesla. No entanto, [37] tentaram fornecer algumas elucidações. Forneceram uma representação teórica do campo de fluxo 3D nos espaçamentos dos discos e observaram as funções de forças de inércia, centrífuga, Coriolis e forças viscosas.

O padrão de fluxo é geralmente em espiral, com o fluxo reverso criando um desvio deste padrão. O torque depende da viscosidade do fluido de arrasto, logo, possuindo uma saída de energia desejada poderia ser alcançada a tensão de cisalhamento correta e o controle de perdas. Alterando parâmetros como a rugosidade da superfície e o design da turbina de forma a otimizar a produção de energia, originaria o aumento do rendimento da turbina [38].

Seu último artigo analisa como os parâmetros da geometria afetam os parâmetros operacionais, como a razão de velocidade tangencial, queda da pressão radial, ângulo do bocal de entrada e a posição de saída. Este estudo analisou os efeitos de diferentes parâmetros operacionais e o caminho do fluxo do fluido correspondente. Também foi verificado que a pressão não varia de forma perpendicular ao disco $d_P/d_z = 0$ conforme a suposição no método analítico. Todas as descobertas estão de acordo com as suposições correspondentes fornecidas para a teoria matemática [39].

Capítulo 3

Análise teórica da máquina

3.1 Potência e rendimento da turbomáquina Tesla

As turbomáquinas Tesla, funcionando como bomba ou como um compressor, têm como princípio de funcionamento o seguinte, o fluido entra no rotor através dos orifícios junto ao veio. Ao entrar em contacto com o veio o fluido é submetido ao efeito de uma força centrífuga e outra tangencial, propulsionando o fluido continuamente através do aumento da velocidade até que este atinja a saída da qual é ejetado.

A potência fornecida ao fluido pode ser quantificada utilizando duas variáveis; a altura manométrica da bomba (H) e o caudal (Q). A altura manométrica da bomba é a diferença entre as pressões de entrada e saída, no entanto, uma vez que a velocidade do fluxo e a elevação da entrada / saída são iguais, podemos utilizar a Eq. 3.1. A altura manométrica da bomba está relacionada com a diferença de pressão na bomba ($P_2 - P_1$) e as propriedades do fluido, como densidade (ρ) ou peso específico (γ).

$$H = \frac{P_2 - P_1}{\rho * g} = \frac{P_2 - P_1}{\gamma} \quad (3.1)$$

A potência hidráulica P_{hy} é um fator importante a se considerar quando se pretende projetar uma bomba. Este fator depende do caudal, da altura manométrica e da densidade do fluido, como ilustra a Eq. 3.2. A altura manométrica é proporcional à potência útil fornecida ao fluido. Uma bomba deve ser projetada para atingir certos valores de altura manométrica e caudal, dependendo do que é exigido da bomba.

A Eq. 3.3 ilustra a potência elétrica fornecida à bomba através do motor elétrico (P_{elec}), onde I é a corrente consumida pelo motor e V a tensão utilizada pelo motor.

$$P_{hy}(kW) = \frac{Q * \rho * g * H}{3.6 * 10^6} \quad (3.2)$$

$$P_{elec} = I * V \quad (3.3)$$

O rendimento total (η_{total}) é outro fator importante no projeto da bomba, cuja expressão é o quociente entre a potência hidráulica e a potência elétrica, tal como ilustra a Eq. 3.4.

$$\eta_{total} = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{P_{hy}}{P_{elec}} \quad (3.4)$$

O rendimento mecânico (η_{mec}) é ilustrado na Eq. 3.5, cuja a expressão é o quociente entre a potência hidráulica e a potência fornecida ao veio, que muitas vezes é designado também como potência mecânica ao veio (bhp). Tendo em conta que, a potência fornecida pelo veio é o produto do torque T_{veio} pela velocidade de rotação (ω), conforme ilustra na Eq. 3.6.

$$\eta_{mec} = \frac{P_{hy}}{P_{veio}} \quad (3.5)$$

$$bhp = P_{veio} = T_{veio} * \omega \quad (3.6)$$

Outro tipo de rendimento é o elétrico (η_{elec}), que relaciona a potência do veio e a potência elétrica do motor, tal como ilustra a Eq. 3.7, este tipo de rendimento também é denominado como rendimento do motor elétrico.

$$\eta_{elec} = \frac{P_{veio}}{P_{elec}} \quad (3.7)$$

3.2 Parâmetros adimensionais da bomba

Para comparar o rendimento de uma bomba em relação a outra geralmente é utilizada a análise adimensional tendo em conta uma série de parâmetros relevantes, como coeficiente da altura manométrica (C_H), cuja expressão é ilustrada na Eq. 3.8, o coeficiente de caudal volumétrico (C_Q) ilustrado na Eq. 3.9 e o coeficiente da potência (C_P) demonstrado na Eq. 3.10. Estes parâmetros são geralmente denominados como leis de escala da bomba.

As variáveis típicas utilizadas são o caudal volumétrico (Q), a altura de elevação manométrica (H), densidade (ρ), aceleração da gravidade (g), a velocidade de rotação (ω), potência mecânica (bhp) e diâmetro dos discos (D) [11].

$$C_H = \frac{g * H}{\omega^2 * D^2} \quad (3.8)$$

$$C_Q = \frac{Q}{\omega * D^3} \quad (3.9)$$

$$C_P = \frac{P_{veio}}{\rho * \omega^3 * D^5} \quad (3.10)$$

O rendimento da bomba está relacionado a estes três parâmetros adimensionais, tal como ilustra a Eq. 3.11.

$$\eta_{bomba} = \frac{C_H * C_Q}{C_P} \quad (3.11)$$

A Eq.3.12 apresenta outro parâmetro adimensional que é a velocidade específica (N_s), que relaciona a velocidade para diferentes tipos e tamanhos de bombas. Revoluções por minuto (n) são utilizadas neste cálculo, junto com a altura manométrica (H) e o caudal (Q). Este parâmetro também pode ser calculado utilizando o parâmetro adimensional de altura manométrica e o coeficiente de caudal, desprezando a dimensão da bomba. Isso é benéfico quando se pretende comparar diferentes bombas [40].

$$N_s = \frac{C_Q^{1/2}}{C_H^{3/4}} \quad (3.12)$$

3.3 Caraterísticas do escoamento

O escoamento de um fluido possui certas características que diferenciam o seu comportamento, tais como se o escoamento é laminar ou turbulento, se é compressível ou incompressível, se é externo ou interno, e se o fluido é ou não Newtoniano. Nesta secção, faremos uma descrição mais detalhada de algumas características que o fluido possui, segundo Fox [41].

- Escoamento Laminar ou Turbulento - O escoamento Turbulento é um fenómeno no qual o fluido se mistura durante o processo, de forma aleatória nas três direções. O escoamento Laminar é um escoamento que ocorre por laminas, as partículas dos fluidos transladam-se em camadas lisas paralelas.
- Compressível ou Incompressível - Se for possível desprezar a variação da massa específica de um escoamento, este é um escoamento Incompressível. Caso haja variação da massa específica no decorrer do escoamento devido a pressão, este é Compressível.
- Externo ou Interno - O escoamento envolvido por partes sólidas durante o caminho percorrido é chamado de Interno. Se houver contacto do fluido com o ambiente exterior, o escoamento é denominado Externo.
- Fluido Newtoniano ou Não-Newtoniano - A diferença está na proporcionalidade da taxa de deformação com a taxa de cisalhamento. No fluido Newtoniano as taxas

de deformação e de cisalhamento são diretamente proporcionais, enquanto que no fluido não-Newtoniano estas taxas não são proporcionais. Alguns exemplos de fluidos não-Newtonianos são: a pasta de dente, o sangue, a clara de ovo e o chocolate. Comparando um desses fluidos, como por exemplo a pasta de dentes com um fluido newtoniano, como a água, nota-se diferenças visuais em seus comportamentos de escoamento. Enquanto que a água escoar facilmente, a pasta de dente necessita de uma força aplicada para que deixe um estado “sólido” para o estado líquido. Esta diferença ocorre principalmente devido à viscosidade, que no fluido newtoniano é constante e no fluido não-newtoniano não pode ser definida [41].

Um fluido apresenta, entre outras, duas propriedades que se destacam, “adesão e viscosidade”. A turbina Tesla tira proveito destas propriedades, devido à condição de aderência de um fluido à parede não porosa. Quando a superfície adquire a velocidade proveniente do fluido, devido à viscosidade, as forças internas no fluido impedem a separação molecular do mesmo. Assim, inevitavelmente, uma certa quantidade de fluido é arrastado ao longo de um corpo em movimento, como ilustra a Fig. 3.1. Analogamente, se um corpo livre entrar em contacto com um fluido em movimento, por razões semelhantes às mencionadas acima, é impelido no sentido do movimento do escoamento.

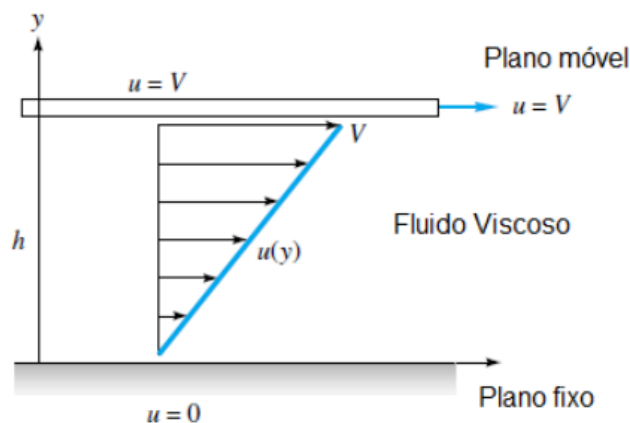


Figura 3.1: Escoamento de fluido viscoso induzido pelo movimento relativo entre duas placas [6].

Para fazer uma análise do escoamento é importante identificar as características que ele possui. Pois, cada característica irá se referir a uma abordagem e investigação diferente. Nos estudos computacionais é ainda mais importante esta observação, pois um input incorreto gera um output totalmente indesejado, invalidando todo o processo investigativo.

3.3.1 Cavitação

A cavitação ocorre quando bolhas de vapor se formam em um líquido devido à redução da pressão local abaixo do valor da pressão de vapor desse líquido. Dentro de uma bomba ou

turbina, se a pressão reduz abaixo da pressão de vapor em qualquer ponto do dispositivo, a vaporização não planejada pode ocorrer, formando bolhas de cavitação. Quando as bolhas de cavitação se formam e são varridas da região de baixa pressão, elas explodem, gerando ondas destrutivas de alta pressão. Em uma bomba ou turbina, a cavitação pode causar quedas no desempenho, vibrações indesejadas, ruído ou até mesmo danos ou erosão das pás do rotor.

Para evitar a cavitação devemos garantir que a pressão em todos os lugares dentro da bomba deve permanecer acima da pressão de vapor. Atendendo a que é mais fácil medir ou estimar a pressão na entrada da bomba, os critérios de cavitação são normalmente especificados na entrada da bomba. A cavitação geralmente é evitada no projeto e na operação de turbomáquinas, no entanto, foi demonstrado que ocorrem devido a vibração [11].

$$NPSH = \left(\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} \right) - \frac{p_v}{\rho g} \quad (3.13)$$

Os fabricantes de bombas testam suas bombas para cavitação numa instalação de teste de bomba variando o caudal volumétrico e a pressão de entrada de uma maneira controlada. Especificamente, a um determinado caudal e temperatura do líquido, a pressão na entrada da bomba é reduzida lentamente até que ocorra cavitação em algum lugar dentro da bomba. O valor da altura de sucção positiva (NPSH) é calculado utilizando a Eq. 3.13 e é registrada esta condição operacional. O processo é repetido para outros caudais, e o fabricante da bomba fornece um parâmetro de desempenho chamado altura de sucção positiva necessária, que representa o valor mínimo necessário para evitar a cavitação na bomba, tal como na Fig. 3.2. O valor medido de NPSH varia com a taxa volumétrica, portanto o NPSH requerido é representado no mesmo gráfico de curva de desempenho da bomba, tal como a altura manométrica [11], o gráfico pode ser observado na Fig. B.1 que se encontra nos anexos.

3.4 Teoria acerca da camada limite

Originalmente, o conceito da teoria da camada limite foi proposto por Prandtl em 1904. Esta teoria relata que fluxos externos em números de Reynold (Re) relativamente altos podem ser tratados como duas regiões de escoamentos diferentes. Uma dessas regiões é a camada limite que tende a ser significativamente menor do que a região de fluxo em massa, onde o fluido está se movendo em velocidades de fluxo livres (U_∞) e pode ser considerado invíscido. A camada limite é descrita como a região delimitada por uma superfície, onde longe da mesma a velocidade do fluido é inferior a 99% do volume de velocidade do fluido e onde os efeitos viscosos são importantes [40]. A Fig. 3.3 ilustra a evolução da camada limite sobre uma placa plana.

Conforme ilustrado na Fig.3.3, o escoamento dentro de uma camada limite pode ser la-

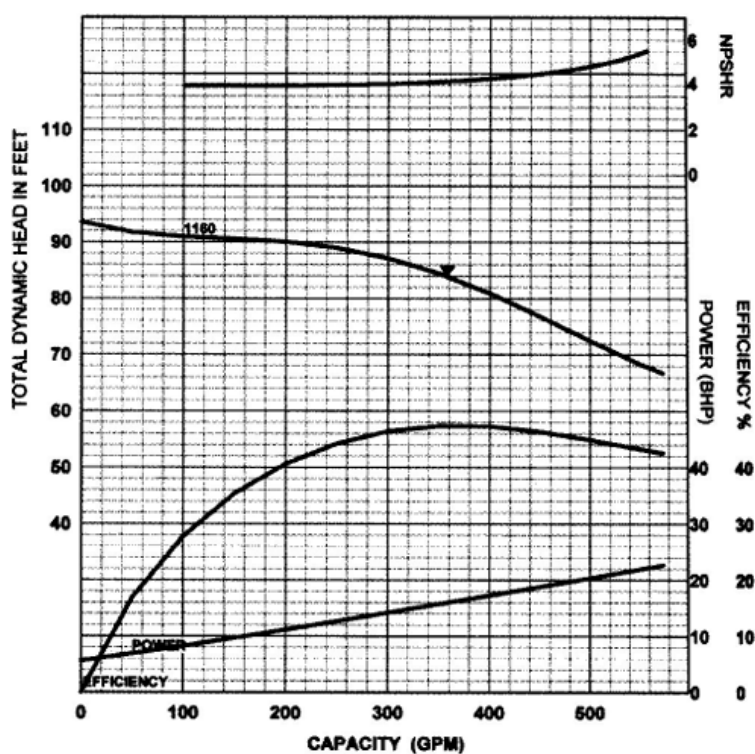


Figura 3.2: Curva NPSH para a bomba de discos [7].

minar ou turbulento, a caracterização da camada limite, depende do respectivo tipo de escoamento [8]. Para o escoamento sobre uma placa plana, o número de Reynolds é fornecido pela Eq. 3.14, onde (ν) é a viscosidade cinemática, (U_∞) é a velocidade da corrente livre e x é a localização na placa, começando em $x = 0$ na borda de ataque da placa.

$$Re_x = \frac{U_\infty * x}{\nu} \quad (3.14)$$

Em geral, quanto maior for o número de Reynolds, mais espessa é a camada limite. O número Reynolds crítico para o escoamento em um local plano é igual a 10^5 , e representa o local onde o escoamento vai de laminar para a zona de transição. O escoamento é considerado totalmente turbulento para número de Reynolds acima de $(3 * 10^6)$ que corresponde ao número de Reynolds de transição. Um dos fatores que podem afetar as transições do escoamento é a rugosidade da superfície que pode induzir a escoamento turbulento antes do número de Reynolds crítico. Fluxos instáveis, perturbações, vibrações, ruído acústico e curvatura na parede do corpo afetam de igual modo na camada limite. Devido a esses fatores, em aplicações reais, o número de Reynolds crítico é geralmente utilizado. O número de Reynolds crítico é aproximadamente $(5 * 10^5)$ e o estágio de transição entre laminar e turbulento é geralmente ignorado [11]. A estimativa ou aplicação mais simples da teoria da camada limite é a do fluxo laminar sobre uma placa plana infinita, com comprimento x e velocidade de fluxo (U_∞). Nesse caso, as duas equações incompressíveis dimensio-

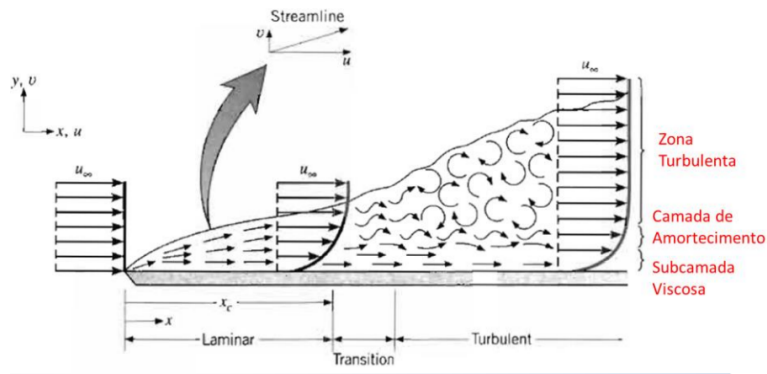


Figura 3.3: Evolução da camada limite sobre uma placa plana [8].

nais de Navier-Stokes são simplificadas para obter as condições da camada limite [8]. As Eqs. 3.15, 3.16 e 3.17 são as equações de continuidade 2-D e as equações de Navier-Stokes, respectivamente.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.15)$$

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (3.16)$$

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3.17)$$

As equações podem ser adimensionais e simplificadas para as Eqs. 3.18 e 3.19. Observe que a análise do momento y elucidada que a diferença de pressão através da camada limite permanece quase constante em comparação com a direção x. Portanto, devido à simplificação das equações do momento y e o termo da diferença de pressão ser muito pequeno, ou insignificante, a análise se referirá apenas a continuidade e a equação do momento x.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.18)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (3.19)$$

Este sistema de equações é resolvido por meio de uma solução de similaridade, levando à Eq. 3.20. Outras soluções menos precisas podem ser utilizadas para caracterizar a camada limite, incluindo os métodos de deslocamento e espessura de momento. As equações 3.20 e 3.14, a relação da espessura da camada limite laminar e o número de Reynolds para uma

placa plana, mostram que a espessura cresce com a raiz quadrada da distância ao longo da placa, assumindo que a velocidade do fluxo livre é constante [11].

$$\frac{\delta}{x} = \frac{4.91}{\sqrt{Re_x}} \quad (3.20)$$

A tensão de cisalhamento e o coeficiente de atrito local, para fluxo laminar sobre uma placa plana, são mostrados nas Eqs. 3.21 e 3.22, respectivamente. A tensão de cisalhamento decai seguindo $x^{-1/2}$, conforme o declive da velocidade $\frac{du}{dy}$ na parede.

$$\tau_w = 0.33 \frac{\rho * U_\infty^2}{\sqrt{Re_x}} \quad (3.21)$$

$$C_{f,x} = \frac{\tau_w}{0.5\rho U_\infty} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}} \quad (3.22)$$

Existem mais iterações a serem consideradas no fluido quando o fluxo se torna turbulento, o que complica a solução. A Teoria da Mistura de Comprimento de Prandtl pode ser utilizada para descrever a camada limite matematicamente [11]. A solução para fluxo turbulento não é mostrado aqui, no entanto, a espessura da camada limite é fornecida pela Eq.3.23.

$$\frac{\delta}{x} \cong \frac{0.16}{(Re_x)^{\frac{1}{7}}} \quad (3.23)$$

3.5 Camada limite de fluxo rotativo

Uma bomba Tesla utiliza discos, portanto, a teoria da camada limite para um disco giratório é mais relevante. A teoria da camada limite relacionada à rotação para um dos lados de um disco giratório único é apresentada aqui. O processo é relativamente semelhante para uma placa plana, exceto nas condições de contorno e que se aplicam coordenadas polares cilíndricas.

3.5.1 Derivação de camada limite de fluxo rotativo

As seguintes observações devem ser consideradas quando abordamos acerca da derivação das equações que regem o fluxo causado por um disco giratório. O regime do fluxo é controlado pela magnitude da inércia e dos efeitos viscosos, que é definida na Eq. 3.24 utilizando o número de Reynolds rotacional local. Portanto, o regime do fluxo depende da velocidade angular do disco (ω) e do raio do disco (b) [9].

$$\Re_{\theta} = \frac{\rho * \omega * b^2}{\mu} \quad (3.24)$$

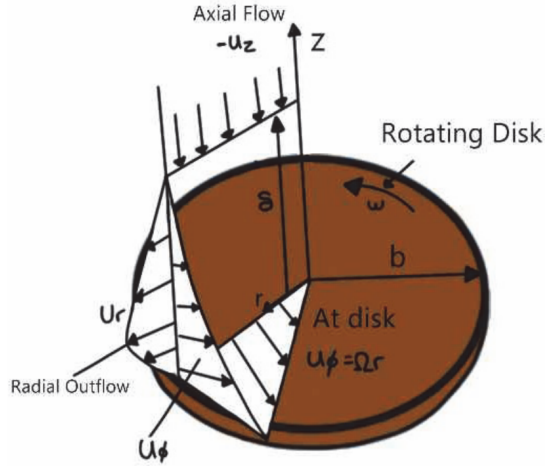


Figura 3.4: Fluxo giratório devido a geometria do espaçamento entre os discos e o escoamento [9].

Para resolver este problema são utilizadas coordenadas cilíndricas e são determinadas as condições de fronteiras exigidas. A Fig.3.5 ilustra a geometria e os perfis de velocidade do disco giratório nas várias direções. Para o escoamento laminar devido a um disco giratório é assumido o seguinte [9]: Fluxo de estado estacionário; Simetria axial; Condição de não escorregamento sobre o disco; A velocidade tangencial (u_{ϕ}) é igual ao produto da velocidade angular (ω) e do raio local (r), e é considerado zero fora da camada limite, ou “fluxo livre”; O fluxo ou velocidade axial (u_z) é considerado negativo devido à rotação do disco, porque está puxando o fluido para dentro, em direção ao centro do disco, e deve ser considerado zero na superfície; Longe do disco ($z \rightarrow \infty$): $u_r = 0$ e $u_{\phi} = 0$; O valor da velocidade axial (u_z) para $z \rightarrow \infty$, não é especificado acima e deve ter um valor negativo (diferente de zero) para representar o efeito de bombeamento do disco. Novamente, a continuidade e as equações de Navier-Stokes precisam ser resolvidas para a camada limite, as equações simplificadas são apresentadas nas Eqs. 3.25 à 3.28. Estas equações têm sido simplificadas através das seguintes considerações: para um fluxo constante e condições de simetria axial, os termos $\frac{\partial}{\partial \phi}$ e $\frac{\partial}{\partial t}$ são automaticamente iguais a zero; e os termos $\frac{u_r}{r^2}$ e $\frac{u_{\phi}}{r^2}$ são geralmente encontrados na equação de Navier-Stokes e também podem ser ignorados, uma vez que as suas magnitudes relativas são menores do que as forças viscosas.

$$\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (3.25)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} - \frac{u_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right) \quad (3.26)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_\phi}{\partial r} + \frac{u_r * u_\phi}{r} + u_z \frac{\partial u_\phi}{\partial z} \right) = \mu \left(\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial z^2} \right) \quad (3.27)$$

$$\rho \left(u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial r} - \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) \quad (3.28)$$

As equações acima são convertidas em relações adimensionais, utilizando as transformações mostradas nas Eqs. 3.29 à 3.33. As variáveis adimensionais mostradas nesta secção têm o subscrito * para ajudar a identificá-los.

$$z_* = z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (3.29)$$

$$u_{r_*}(z_*) = \frac{u_r}{r\omega} \quad (3.30)$$

$$u_{\phi_*}(z_*) = \frac{u_\phi}{r\omega} \quad (3.31)$$

$$u_{z_*}(z_*) = \frac{u_z}{\sqrt{\nu\omega}} \quad (3.32)$$

$$P_*(z_*) = -\frac{P}{\mu\omega} = -\frac{P}{\rho\nu\omega} \quad (3.33)$$

A estratégia é reduzir as equações de Navier-Stokes a um conjunto de equações diferenciais ordinárias que podem ser resolvidas facilmente. Substituindo as Eqs. 3.29 à 3.33, nas Eqs. 3.25 à 3.28, estas equações serão transformadas em um conjunto de equações diferenciais ordinárias adimensionais, cujas depois de reorganizar, obtém-se as Eqs. 3.34 à 3.37.

$$\frac{du_{z_*}}{dz_*} + 2u_{r_*} = 0 \quad (3.34)$$

$$\frac{d^2 u_{r*}}{dz_*^2} - u_{z*} \frac{du_{r*}}{dz_*} - u_{r*}^2 + u_{\phi*}^2 = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{du_{\phi*}}{dz_*^2} - u_{z*} \frac{du_{\phi*}}{dz_*} - 2u_{r*} u_{\phi*} = 0 \quad (3.36)$$

$$\frac{d^2 u_{z*}}{dz_*^2} - u_{z*} \frac{du_{z*}}{dz_*} - \frac{dP_*}{dz_*} = 0 \quad (3.37)$$

As condições de fronteira correspondentes, agora transformadas, são as seguintes:

$$u_{r*} = 0, u_{\phi*} = 1, u_{z*} = 0, P_* = 0 \text{ em } z_* = 0$$

$$u_{r*} = 0, u_{\phi*} = 0 \text{ quando } z_* \rightarrow \infty$$

As equações diferenciais agora podem ser resolvidas utilizando técnicas numéricas. Uma vez que são adimensionais, a solução não será dependente dos valores de velocidade de rotação nem das propriedades do fluido, como densidade e viscosidade. A solução é tabulada em 'escoamento rotacional', por [9].

A Fig.3.5 mostra os perfis de velocidade da solução para as equações diferenciais apresentadas nas Eqs. 3.34 à 3.37. Foi observado que o fluido em contacto com a superfície do disco gira na mesma velocidade angular do disco. O que está de acordo com a condição de não escorregamento. O fluido dentro da camada limite logo acima da superfície também estará em rotação, no entanto, não pode manter a mesma aceleração centrípeta que a superfície do disco e portanto, adquire uma componente radial para fora. Essencialmente, devido a conservação de massa, não há movimento do fluido sendo puxado axialmente, recebendo impulso na camada limite e, em seguida, bombeado radialmente para fora. Esse tipo da camada limite é comumente referenciada como camada de Ekman. É causada pelas forças centrífugas do cisalhamento entre os discos rotativos e o fluido que cria o fluxo radial na camada limite. Este fluxo radial da rotação do disco é chamado de 'fluxo bombeado', uma vez que é forçado devido ao disco giratório e às forças viscosas ou de fricção na sua superfície [9].

3.5.2 Espessura da camada limite

A definição de uma camada limite para um disco giratório num fluido infinito é a distância axialmente longe do disco rotativo onde a velocidade tangencial é 1% da velocidade do disco. Utilizando esta definição de camada limite, a Eq. 3.38 é obtida.

$$u_{\phi} = 0.01\omega r \quad (3.38)$$

Substituindo a Eq. 3.38 na equação adimensional Eq. 3.31, origina a Eq. 3.39.

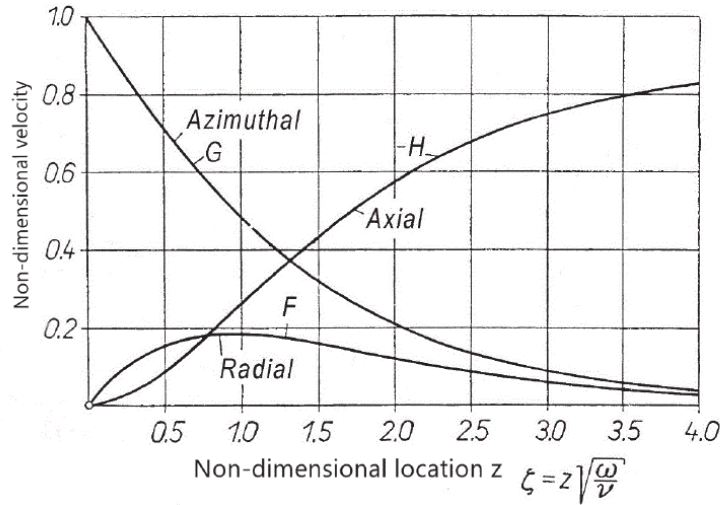


Figura 3.5: Perfil de velocidade do escoamento laminar adimensional para um disco rotativo [1]

$$u_{\phi_*} = \frac{u_{\phi}}{\omega r} = 0.01 \quad (3.39)$$

Os valores da solução tabulada, fornecem um valor para z_* de aproximadamente 5,5. Tendo este valor, agora podemos adicionar na Eq. 3.29 das condições de fronteira adimensionais para obter a espessura da camada limite, Eq. 3.40 [9].

$$\delta \approx 5.5 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (3.40)$$

Esta espessura da camada limite depende da velocidade de rotação do disco, ao contrário de uma placa plana. Portanto, quanto maior a velocidade de rotação, mais fina é a camada limite. Além disso, afastando-se do eixo de rotação, a espessura da camada limite é independente da posição. Todavia, as camadas limites em fluxos rotativos foram encontradas para atingir um máximo de espessura, que é proporcional a $\sqrt{\nu/\omega}$, enquanto a camada limite estacionária (por exemplo, numa placa plana) continuará crescendo de maneira proporcional a $\sqrt{v_x/u_x}$.

Como mencionado anteriormente, o número Reynolds crítico é utilizado para determinar o regime do escoamento, laminar ou turbulento. O número de Reynolds rotacional crítico para fluxo rotativo é determinado pela comparação da análise teórica e dos resultados experimentais. Experimentalmente, o número de Reynolds rotacional crítico depende da rugosidade do disco, onde um disco mais rugoso origina a um valor crítico menor. A gama de valores experimentais para o número de Reynolds rotacional crítico e número de Reynolds totalmente turbulento são comparados com o valor teórico aceite para o número de

Reynolds crítico, tendo em conta a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Valores de números de Reynolds crítico para um disco em rotação [9].

Número de Reynolds Crítico	$2 * 10^5$
Observação experimental totalmente turbulenta	$2.12 * 10^5 \leq Re \leq 2.7 * 10^5$
Observação experimental para número de Reynolds crítico	$1.78 * 10^5 \leq Re \leq 2.12 * 10^5$

A Tabela 3.2 apresenta a espessura da camada limite e o caudal arrastado pela camada limite em apenas um lado do disco, para escoamento laminar e turbulento. O caudal incorporado pela camada limite do disco pode ser útil na análise da bomba Tesla.

Tabela 3.2: Comparação das equações de escoamento rotativo laminar e turbulento [9].

Laminar		Turbulento
Espessura da camada limite δ	$\delta = 5.5 \sqrt{\frac{\nu}{\omega}}$	$\delta/r = 0.5261 \left(\frac{\mu}{\rho \omega r^2} \right)^{1/5}$
Fluxo arrastado pela camada limite	$\dot{m} = 2.779 \rho b^2 \sqrt{\nu \omega}$	$\dot{m} = 0.2186 \rho \omega b^3 Re_{\phi}^{-1/5}$

Na secção seguinte faremos uma breve descrição da instalação experimental, que originou no desenvolvimento deste trabalho de dissertação.

Capítulo 4

A instalação experimental da bomba de disco da UBI

4.1 Introdução

Um equipamento de teste especialmente projetado foi desenvolvido para analisar o desempenho de turbomáquinas com rotor sem lâminas, no laboratório do ClusterDEM na Universidade da Beira Interior por [42]. A bomba de disco poderia operar em modo direto ou em modo de turbina de disco reverso. O rotor foi construído a partir de cinco discos de acrílico que foram montados em paralelo, conforme ilustra a Fig. 4.3. O acrílico foi utilizado de modo a garantir a transparência, para ser possível a visualização do fluxo, além de ter uma inércia inerentemente baixa.

O invólucro da voluta externa curva foi construído em policarbonato, a fim de permitir uma deformação plástica de acordo com a forma necessária.

Para operar em modo direto, o rotor foi equipado com um motor DC, que estava equipado com um elemento rígido denominado de alavanca, para medir o torque do veio.

Esta alavanca estava ligada a uma célula de carga para realizar a operação de leitura direta. A alavanca também foi utilizada para aumentar o valor medido do torque do veio, que era muito baixo para poder ser medido pela célula de carga, reduzindo assim o erro experimental da medição. A admissão do fluxo foi realizada por ambos lados do rotor. Esta combinação espelhada define uma simetria completa do fluxo, o que é vantajoso para permitir uma comparação com a análise teórica. Com esta combinação, apresentou-se uma geometria inovadora em comparação com os estudos feitos anteriormente. Em particular devido ao torque ser transmitido ao rotor interno por intermédio de um acoplamento magnético, isso também contribuiu para completar a simetria. Um disco de torque de tração externo é suportado através de rolamentos conectados a um dos tubos de entrada, como visto nas Fig. 4.1 e 4.2.

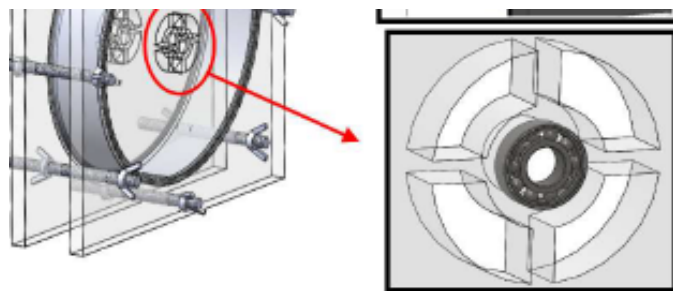


Figura 4.1: Rolamento para suporte dos discos externos [1].

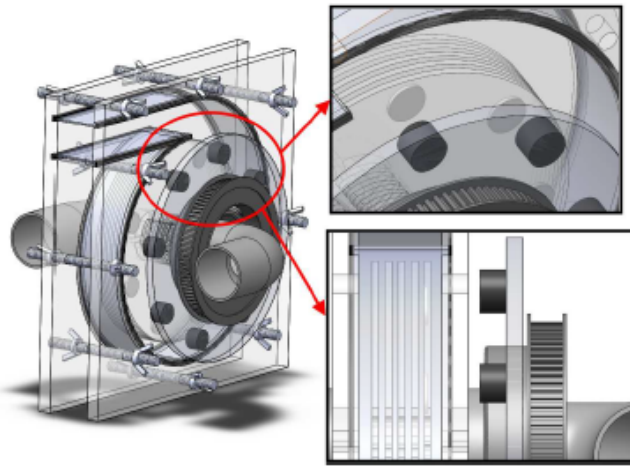


Figura 4.2: Acoplamento magnético para transmissão de torque ao rotor [1].

4.2 Instalação experimental

Todos os detalhes dos cálculos usados para projetar a bomba podem ser vistos em [43]. Cada disco possui 2 mm de espessura. O uso de discos finos reduz as perdas de pressão de estagnação na periferia de entrada. Infelizmente as experiências realizadas com discos mais finos conduziram-nos à problemas de estabilidade mecânica dos discos. O espaçamento do disco foi de 1 mm. Os diâmetros interno e externo do disco foram de 30 e 120 mm, respectivamente. Os discos foram conectados uns aos outros por intermédio de um veio de aço, de pequeno diâmetro, a fim de reduzir as perdas. O espaçamento entre o disco de acionamento interno e o alojamento lateral é de 5 mm.

O fluido estagnado do revestimento causa perdas viscosas quando interage com o fluxo interno móvel, à medida que o fluido entra nos espaços entre os discos, é enviado em um movimento espiral onde as componentes de velocidade tangencial e radial são geradas por forças de fricção. À medida que o fluido gira para fora da superfície periférica dos discos é coletado por uma câmara de voluta espiral, que mais tarde serve como uma carcaça da bomba e câmara difusora. O fluido é então ejetado tangencialmente através da porta de saída da bomba. As tubulações de entrada e saída têm o mesmo diâmetro de 25,4 mm. Esses dois tubos possuem sondas de pressão para o monitoramento da altura estática da bomba, conforme ilustra a Fig. 4.4.

No capítulo a seguir serão apresentados os modelos e as equações matemáticas utilizadas para a realização deste trabalho.

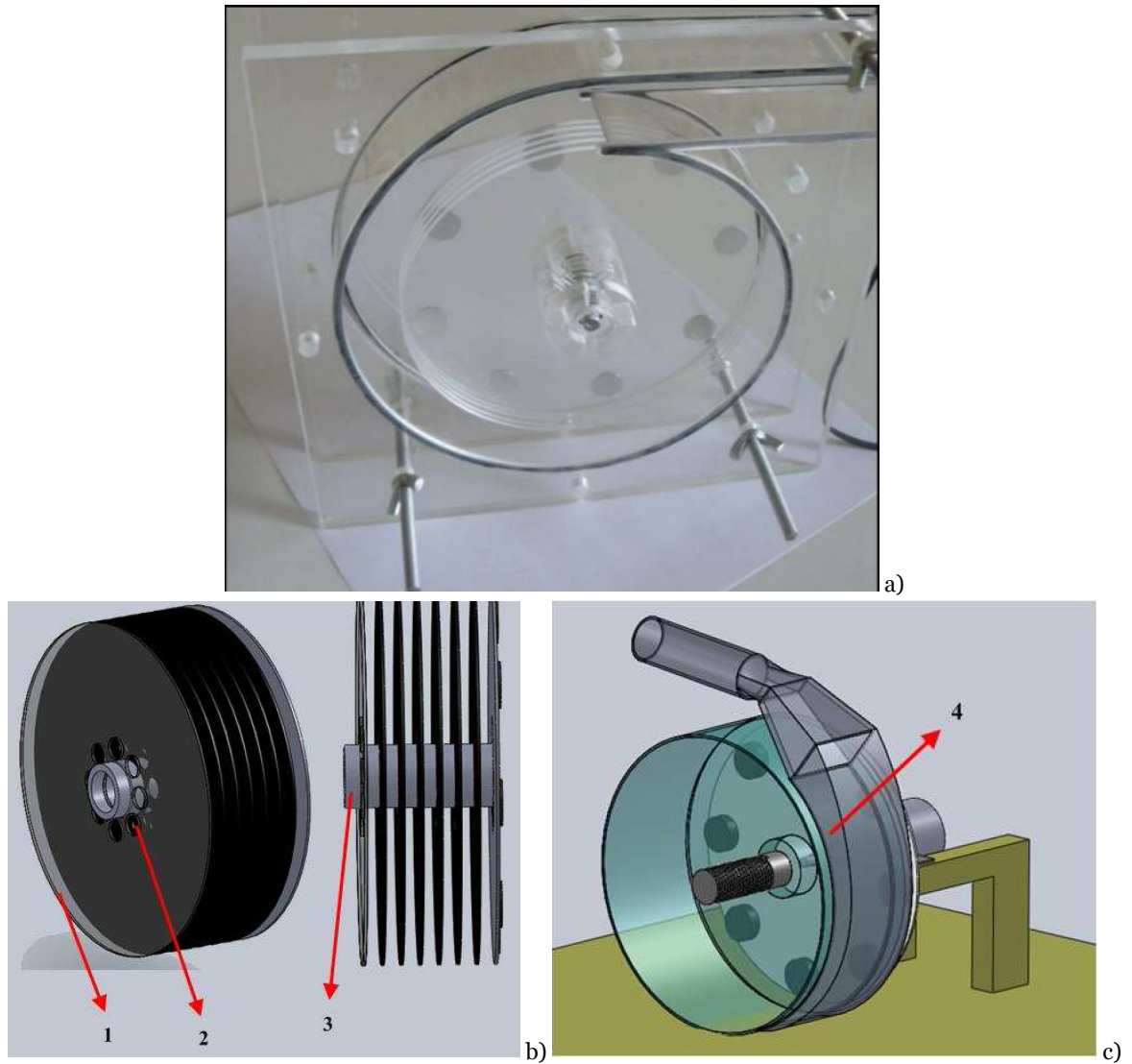


Figura 4.3: Design da bomba de disco. (b) O rotor é composto por vários discos. 1- Primeiro disco; 2- Região da entrada do fluido no modo direto; 3- Espaçador entre os discos; 4- Saída do fluido no modo direto. (c) Revestimento para fechar a voluta. (a) Rotor montado [1].

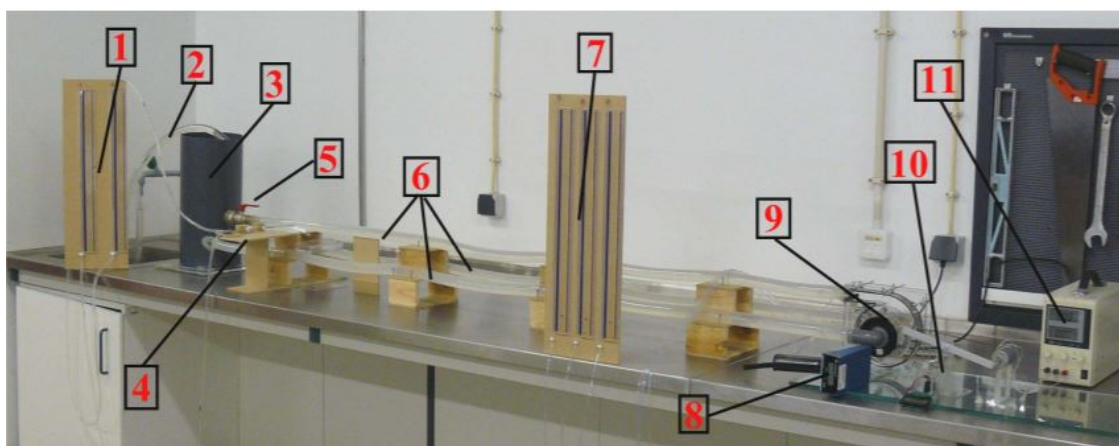


Figura 4.4: Estação de teste experimental com a bomba devidamente instalada e a solução de medição. Etiquetas: 1- Manômetros de tubo de Pitot que são inclinados durante a medição, para melhorar a precisão; 2- Conduto para encher e esvaziar o reservatório; 3-Estação de reservatório que funciona como buffer durante o teste; 4-Tubo de Pitot utilizado para analisar o perfil do fluxo; 5- Válvula de saída; 6-Ligações de tubulação; 7- Manômetros para medição da pressão diferencial da bomba; 8-Tacómetro; 9-Bomba de discos; 10-Sistema de medição de torque; 11-Fonte de energia elétrica para o motor condutor da bomba [1].

Capítulo 5

Modelo numérico

A modelação matemática é uma área do conhecimento que se dedica à simulação de sistemas reais para prever o seu comportamento. Nesta secção pretende-se abordar acerca dos modelos de viscosidade implementados neste trabalho, apontar um conjunto de características dos modelos e alguns problemas a que previamente se saiba que possam conduzir, aquando da sua implementação numérica.

Ao longo da segunda metade do século transato, testemunhamos uma importante evolução na metodologia utilizada para resolver problemas complexos acerca da mecânica dos fluidos e transferência de calor. Esta nova metodologia passou a ser conhecida como Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD). Nesta aproximação computacional ou numérica, as equações (usualmente na forma parcial) que governam um processo de interesse são resolvidas numericamente.

A evolução dos métodos numéricos, em particular os métodos de diferenças finitas para resolver equações diferenciais ordinárias e parciais, remonta ao início do século XX. Tradicionalmente, métodos experimentais e teóricos eram utilizados para o desenvolvimento de designs de equipamentos e de veículos envolvendo o escoamento de fluidos e a transferência de calor. Com o surgimento do computador digital criado por Atanasoff [44], um terceiro método (o método numérico) tornou-se útil.

Como mencionado anteriormente, existem três aproximações ou métodos que podem ser utilizados para resolver problemas em mecânica dos fluidos e transferência de calor, os quais são o método experimental, o método teórico e o método computacional.

Efetuando uma comparação entre estes três métodos, podemos verificar que o método experimental possui a vantagem de ser o método mais realista, e como desvantagem é que, requer equipamentos para a sua análise, o que torna a pesquisa dispendiosa, apresenta de igual modo, problemas de escala, atendendo que, o equipamento tem que ser construído de raiz, o qual muitas vezes não se utilizam a escala real devido aos materiais necessários e os equipamentos de medição adequados; Dificuldade na medição, como já se frisou anteriormente, os equipamentos de medição possuem algumas especificidades que podem não ir de acordo com a escala do equipamento a ser analisado, o que pode vir a ser um problema para este método, e por último está o custo associado a este método, pois os materiais para a construção do protótipo bem como os equipamentos de medição devem ser adquiridos o que torna onerosa a pesquisa.

O método teórico possui a vantagem de ser um método limpo, fornece informações gerais acerca do estudo e é normalmente utilizado em forma de fórmulas. Possui a desvantagem de ser restrito a geometrias físicas simples.

O método computacional tem a vantagem de possuir baixo custo, que é o ponto mais im-

portante, pois na maior parte dos casos o custo de uma simulação de computador é várias ordens de grandeza inferior ao custo de uma investigação experimental. Este fator aumenta com o aumento da complexidade do sistema analisado. A rapidez é outra vantagem que este método apresenta, pois uma investigação computacional pode ser levada a cabo muito rapidamente. A informação completa fornecida por este método também é uma das suas vantagens, pois uma solução computacional possui toda a informação, uma vez que passam a ser conhecidas todas as variáveis, em todos os pontos.

É um método capaz de simular condições reais, pois não há a necessidade de se utilizar modelos de escala reduzida ou de se introduzir simplificações adicionais. E de igual modo, é capaz de simular condições ideais, caso se tenha interesse em estudar a influência de um determinado parâmetro, sem envolver complexidades adicionais, o que seria muito difícil de se concretizar experimentalmente.

Como desvantagem é que este método está limitado pela validade ou generalidade do modelo matemático ou físico que se vai resolver. Pode-se ter problemas que dispõem de modelos matemáticos adequados e precisos, ou problemas que não dispõem de modelos matemáticos totalmente adequados.

A análise em CFD divide-se em 3 etapas fundamentais: pré-processamento, resolução (solving) e pós-processamento. Os códigos numéricos CFD 3D são mais realistas fisicamente, porque resolvem as equações de Navier-Stokes, mas têm tempos computacionais muito longos (horas, dias ou até mesmo meses) e precisam de geometria sólida pré-projetada.

O pré-processamento é uma fase crucial na qual as condições de entrada necessárias para a simulação numérica são preparadas. Isso envolve diversas atividades essenciais como, a definição precisa da geometria da bomba Fig. 5.1, cujo a mesma foi possível de se realizar graças à ferramenta computacional Solidworks;

A geração da malha é outra atividade elaborada nesta fase, onde a geometria desenvolvida é dividida em subdomínios de menores dimensões, não sobrepostos. Isto resulta na criação de uma malha que recobre toda a geometria e onde serão resolvidas numericamente as equações que governam o escoamento. A precisão de uma solução em CFD é fortemente influenciada pelo número de células na malha dentro do domínio computacional.

A geração dos domínios e blocos da bomba, definição das propriedades do fluido e estabelecimento das condições de fronteira, foram realizadas com o auxílio da ferramenta computacional PointWise.

Para a fase da resolução ou processamento utilizou-se a ferramenta computacional ANSYS FLUENT, o qual foi o mecanismo responsável pela implementação das técnicas numéricas, permitindo a resolução eficaz dos problemas físicos.

Os métodos numéricos que formam a base do processamento executam os seguintes passos: Identificação das variáveis e incógnitas do escoamento; Discretização das equações diferenciais, nas equações de transporte que governam o escoamento, segundo uma manipulação matemática; e por último a solução das equações algébricas.

Na fase de pós-processamento utilizou-se a ferramenta computacional Tecplot 360, pois

o processamento gera uma grande quantidade de resultados (em cada nó da malha), que podem ser apresentados de diversas formas, tais como: Visualização da geometria e da malha (Mesh); Gráficos de vetores (Vector), tipicamente vetor de velocidade; Linhas e gráficos de contornos (Contour); Gráfico de isolinhas de uma variável dependente; e a Visualização das linhas de corrente, que ajuda a perceber o escoamento (Streamline).

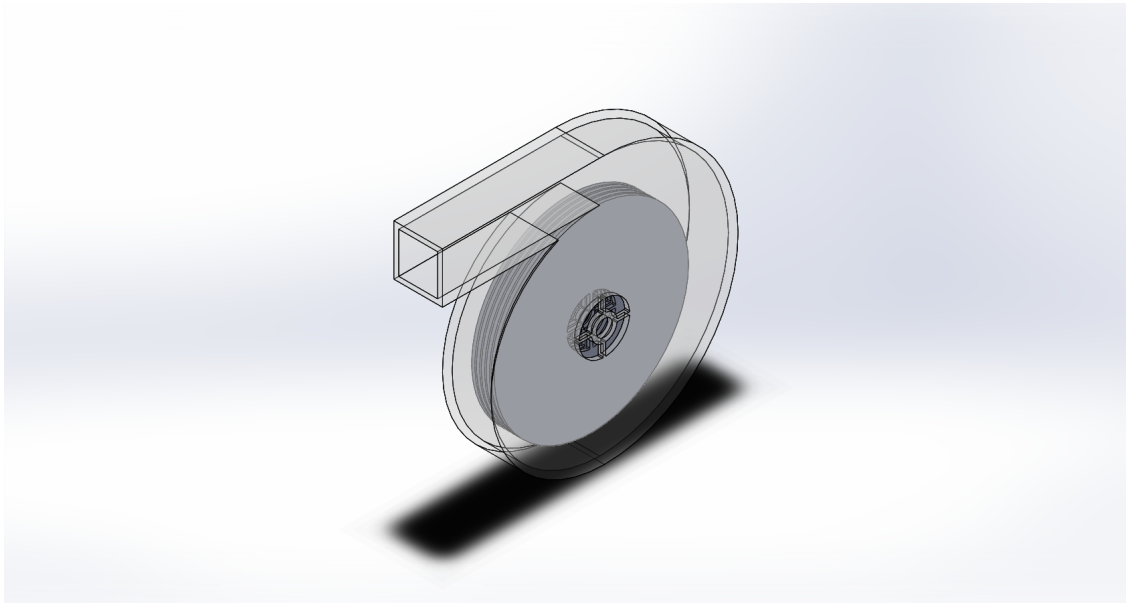


Figura 5.1: Geometria da bomba Tesla em estudo, realizada na ferramenta computacional SolidWorks.

5.1 Transição de escoamento Laminar para Turbulento

A causa inicial da transição para turbulência pode ser explicada considerando a estabilidade dos fluxos laminares a pequenos distúrbios. Um corpo considerável de trabalho teórico é dedicado à análise do início da transição: instabilidade hidrodinâmica. A teoria da estabilidade hidrodinâmica linear procura identificar as condições que dão origem à amplificação das perturbações.

De particular interesse em um contexto de engenharia é a previsão de valores dos números de Reynolds $R_{ex,crit}$ sobre os quais as perturbações são amplificadas e o número de Reynolds de transição $R_{ex,tr}$ em que a transição para fluxo totalmente turbulento acontece.

O ponto onde a instabilidade ocorre primeiro está sempre a montante do ponto de transição para um fluxo totalmente turbulento. A distância entre o ponto de instabilidade onde o número de Reynolds é igual ao $R_{ex,crit}$ e o ponto de transição $R_{ex,tr}$ depende do grau de amplificação das perturbações instáveis.

O ponto de instabilidade e o início do processo de transição podem ser previstos utilizando a teoria da estabilidade hidrodinâmica [45]. Não há, no entanto, nenhuma teoria abrangente sobre o caminho que leva da instabilidade inicial para fluxos totalmente tur-

bulentos.

Há uma série de características comuns nos processos de transição: (i) a amplificação de distúrbios inicialmente pequenos, (ii) o desenvolvimento de áreas com estruturas rotativas concentradas, (iii) a formação de movimentos intensos de pequena escala e finalmente (iv) o crescimento e fusão dessas áreas de movimentos de pequena escala em fluxos totalmente turbulentos.

A transição para turbulência é fortemente afetada por fatores como gradiente de pressão, níveis de perturbação, rugosidade da superfície e transferência de calor. As discussões se aplicam apenas a fluxos subsônicos e incompressíveis.

O aparecimento de efeitos de compressibilidade significativa em fluxos cujo número de Mach é acima de cerca de 0,7 complica muito a teoria da estabilidade.

Deve-se notar que, embora muito tenha sido aprendido com fluxos simples, não existe uma teoria abrangente de transição. Avanços tecnológicos utilizando super computadores possibilitou simular os eventos que antecederam para a transição, incluindo formação de pontos turbulentos e turbulência em modestos números de Reynolds resolvendo a dependência temporal da equação de Navier – Stokes para geometrias simples [46].

Para fins de engenharia realizou-se uma revisão que destaca uma interação favorável entre experimentos e cálculos, onde constatou-se que, o principal caso em que o processo de transição influencia uma fração considerável do fluxo é aquele cuja camada da parede externa flui em números de Reynolds intermédios. Isso ocorre em certas turbomáquinas, como é o caso da nossa pesquisa, também em rotores de helicópteros e algumas asas de aeronaves de baixa velocidade [47].

Cebeci apresentou um método de cálculo de engenharia baseado em uma combinação de campos invíscidos distantes e cálculos de camada limite em conjunto com uma análise de estabilidade linear para identificar os números de Reynolds críticos e de transição. A transição é considerada como tendo ocorrido (arbitrariamente) num ponto em que o fator de amplificação é $e^9(8000)$ onde os distúrbios iniciais são encontrados. O procedimento, que inclui um modelo de comprimento de mistura para a parte totalmente turbulenta da camada limite, mostrou-se muito eficaz para cálculos de aerofólio, mas requer uma quantidade substancial de dados empíricos e, portanto, carece de generalidade [48].

5.2 Teoria de turbulência

Segundo Spalart, soluções analíticas e numéricas para problemas de escoamento turbulento podem ser obtidas através de vários níveis de aproximação, adotando-se maior ou menor descrição no detalhe das características do escoamento.

Atualmente, existe um grande número de modelos de turbulência disponível. No entanto, apesar da extensa pesquisa na área de turbulência, não existe um modelo de turbulência que possa ser aplicado adequadamente a todos os tipos de escoamento. A modelagem da turbulência pode ser dividida nas seguintes áreas, estruturadas de acordo com requisitos computacionais:

Simulação Numérica de Escoamentos Turbulentos via Equações de Médias de Reynolds (RANS - Reynolds Averaged Navier-Stokes) - As equações do método RANS são obtidas a partir das equações de Navier-Stokes e da continuidade. O elemento-chave da modelagem RANS é a tensão de Reynolds ou expressão de tensão turbulenta, que descreve os efeitos das flutuações turbulentas de pressão e velocidade;

Simulação de Grandes Escalas (LES – Large Eddy Simulation) - neste método, as grandes escalas são consideradas como os turbilhões que contém energia, são calculadas diretamente, e modelos de sub-malha são usados para escalas menores. Neste caso, a formulação é necessariamente transiente e tridimensional;

Simulação Numérica Direta (DNS – Direct Numerical Simulation) - onde as equações tridimensionais e transientes de Navier-Stokes são resolvidas sem modelagem, em malhas altamente refinadas com passos de tempo muito pequenos, para capturar toda gama de escalas turbulentas.

A simulação numérica direta da turbulência (DNS) é uma abordagem que resolve diretamente as equações de Navier-Stokes de forma discreta, sem a necessidade de modelos de turbulência. Essa técnica fornece um campo tridimensional, transiente e completo do escoamento turbulento, eliminando a necessidade de modelagem, mas requer uma malha suficientemente refinada para capturar as menores escalas do movimento. No entanto, as exigências de resolução espacial e temporal tornam a DNS praticamente aplicável apenas a escoamentos com baixo ou moderado número de Reynolds (Re_L). O número mínimo de pontos de discretização necessário para uma resolução espacial ideal é proporcional a $Re_L^{9/4}$. Dada a limitação atual da capacidade computacional, as aplicações práticas da DNS estão restritas a escoamentos turbulentos de baixo Re_L e geometrias simples, e é previsto que essa restrição persista nos próximos anos, apesar do avanço contínuo da computação.

Devido à presença de diversas escalas temporais e espaciais na turbulência, especialmente em altos números de Reynolds, a simulação numérica direta (DNS) torna-se impraticável. Nesse contexto, as abordagens mais viáveis são as simulações RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) e LES (Large Eddy Simulation). Essas técnicas envolvem a decomposição das equações governantes em um campo médio ou filtrado e um campo de flutuações, permitindo uma representação mais eficiente e computacionalmente acessível da turbulência, sendo consideradas as melhores alternativas para previsões numéricas em condições práticas.

A decomposição das equações de Navier-Stokes nas simulações RANS e LES resulta em momentos de segunda ordem ou superiores, que incluem flutuações, gerando mais incógnitas do que equações. Este desequilíbrio é conhecido como o problema de fechamento da turbulência. A pesquisa predominante na área concentra-se na busca por modelos de turbulência mais eficazes que possam resolver o desafio do truncamento, procurando melhorar a representação das interações entre as diferentes escalas de turbulência.

Na predição de escoamentos turbulentos, tanto o RANS quanto o LES enfrentam o desafio do fechamento da turbulência. O RANS perde informações espectrais, pois as quantida-

des estatísticas são médias sobre todas as escalas de turbulência. Por sua vez, o LES é uma abordagem intermediária em custo e esforço computacional entre o DNS e o RANS, focando na dinâmica das grandes escalas. Uma abordagem híbrida recente é o modelo DES (Detached Eddy Simulation), proposto por Spalart em 1997. O DES utiliza a simulação de grandes escalas em regiões fora da camada limite e incorpora um modelo RANS dentro dessa região, oferecendo uma solução mais equilibrada para o problema do fechamento da turbulência [49].

Neste trabalho foram utilizados os modelos RANS $k - kl - \omega$ e o modelo SAS.

5.3 Equações de governo

As equações de governo em simulações de fluidos são derivadas a partir dos princípios de conservação de massa, momento e energia [50]. Essas equações, que são sistemas de equações diferenciais, representam o comportamento de um determinado sistema fluido. Além dos princípios fundamentais, podem incorporar considerações sobre trocas de calor, campos magnéticos e outros processos específicos, embora esses aspectos não sejam detalhados aqui.

5.3.1 Princípio da conservação de massa

Segundo [51], o princípio da conservação de massa, na forma diferencial, é expresso pela equação da continuidade:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot u = 0 \quad (5.1)$$

Onde:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + u \cdot \nabla \rho \quad (5.2)$$

Representada pela derivada material da densidade, refletindo a taxa de variação da densidade ao longo de uma partícula de fluido. A mesma equação pode ser expressa na forma indicial:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla(\rho u_i) = 0 \quad (5.3)$$

Na equação da continuidade, o primeiro termo à esquerda representa a taxa de variação temporal da densidade (massa por unidade de volume). O segundo termo descreve o fluxo líquido de massa para fora do elemento através de suas fronteiras e é chamado de termo convectivo. No caso de um fluido incompressível, em que a densidade ρ é constante (como no nosso caso), a equação simplifica-se para:

$$\nabla u = 0 \quad (5.4)$$

Ou, em notação extensiva:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (5.5)$$

5.3.2 Princípio da conservação da quantidade de movimento linear

A lei de conservação do movimento é formulada de forma diferencial ao aplicar diretamente a lei de Newton do movimento a um elemento infinitesimal de fluido.

$$\frac{Du_i}{Dt} = \rho f_i + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (5.6)$$

A equação do movimento, conhecida como equação de Cauchy, relaciona a aceleração com a força sobre um ponto em qualquer meio contínuo, seja sólido ou fluido, independentemente da relação entre o tensor de tensão τ_{ij} e a deformação do campo. A equação de Navier-Stokes é derivada substituindo a equação constitutiva na equação de Cauchy. A Eq.5.6 também é chamada de equação de Cauchy do movimento.

A equação constitutiva descreve a relação entre a tensão e a deformação para um meio contínuo, sendo definida, no caso de um fluido incompressível, como:

$$\tau_{ij} = - \left(p + \frac{2}{3} \mu \nabla \cdot u \right) \delta_{ij} + 2\mu e_{ij} \quad (5.7)$$

Onde τ_{ij} é o isotrópico de segunda ordem. Esse tensor é único em sua isotropia, pois suas componentes permanecem inalteradas sob uma rotação do sistema de coordenadas. Finalmente obtém-se a equação de Navier-Stokes.

$$\frac{Du_i}{Dt} = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho f_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[2\mu e_{ij} - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot u) \delta_{ij} \right] \quad (5.8)$$

É importante observar que $(\partial p / \partial x_j) \delta_{ij}$ é equivalente a $\partial p / \partial x_i$. Na equação, a viscosidade μ pode ser uma função do estado termodinâmico do fluido.

5.3.3 Princípio da conservação da quantidade de movimento angular

O princípio da conservação da quantidade de movimento angular afirma que a taxa de variação no tempo da quantidade de movimento angular é igual à soma dos torques externos atuando sobre o fluido. Essa relação pode ser expressa da seguinte forma:

$$\varepsilon_{ijk}\tau_{kj} = 0 \quad (5.9)$$

Em outras palavras, o tensor de tensão é simétrico, o que significa que τ_{kj} é igual a τ_{jk} .

5.3.4 Equação da energia

A equação da energia, derivada da primeira lei da termodinâmica, descreve variações de temperatura no escoamento. De acordo com [51], a taxa de variação da energia armazenada é igual à soma da taxa de trabalho realizado com a taxa de calor adicionado a um volume material. Sua forma diferencial é expressa por:

$$\rho \frac{D}{Dt} \left(e + \frac{1}{2} u_i u_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij} u_i) + \rho f_i u_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (5.10)$$

As equações apresentadas nesta secção não foram desenvolvidas para descrever escoamentos turbulentos no interior de uma turbomáquina, portanto, não abrangem todos os fenómenos possíveis. Na descrição dos modelos de turbulência, serão apresentadas as metodologias específicas utilizadas por cada modelo para incorporar esses fenómenos.

5.3.5 As equações de Navier-Stokes de média de Reynolds

As equações de Navier-Stokes de média de Reynolds, sob a aproximação de Boussinesq, são obtidas considerando que a variação da densidade é causada apenas pelas flutuações da temperatura. As equações do movimento para as variáveis instantâneas são:

$$\rho \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} + \tilde{\rho} f_i \quad (5.11)$$

$$\rho \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.12)$$

As variáveis instantâneas são denotadas por um til ($\tilde{\quad}$), indicando que são decompostas em uma parte média e um desvio da média.

$$\tilde{u}_i = U_i + u'_i$$

$$\tilde{p} = P + p'$$

$$\tilde{T} = T + T'$$

$$\tilde{\rho} = \rho + \rho'$$

Observa-se que a velocidade e a temperatura médias são simbolizadas por letras maiúsculas, enquanto suas flutuações turbulentas são denotadas por letras minúsculas. No caso de temperatura (que já é representada por uma letra maiúscula) e outras variáveis semelhantes, será utilizada uma barra sobre a variável média e um apóstrofo sobre a parte flutuante. As equações que descrevem o escoamento médio são obtidas substituindo a decomposição de campos de Reynolds nas equações de Navier-Stokes. A equação da continuidade média, ou de conservação da massa média, é expressa por:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_i} (U_i + u'_i)} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} = \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} \quad (5.13)$$

A equação apresentada foi derivada ao aplicar a regra da comutação, onde:

$$\overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} = \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i}$$

$$\int u dx = \int \bar{u} dx \quad (5.14)$$

A regra mencionada estabelece que a operação de diferenciação comuta com a operação de média amostral, permitindo a troca de suas ordens. De maneira análoga, é possível demonstrar que a operação de integração também comuta com a operação de média amostral. Utilizando a condição $\overline{u'} = 0$, obtém-se:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (5.15)$$

A equação da continuidade para o escoamento médio é obtida subtraindo-a da equação da continuidade para o escoamento total, resultando em:

$$\frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_i} = 0 \quad (5.16)$$

A equação da continuidade para o campo de flutuação turbulenta é derivada, observando que a parte instantânea, a parte média e a parte turbulenta do campo de velocidades são todas não divergentes. De maneira semelhante, a equação média da quantidade de movi-

mento Eq.5.11 é obtida.

$$\rho \frac{\partial (U_i + u'_i)}{\partial t} + \rho (U_j + u'_j) \frac{\partial (U_i + u'_i)}{\partial x_j} = -\frac{\partial (P + p')}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 (U_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j} + (\bar{\rho} + \rho') f_i \quad (5.17)$$

O termo médio do gradiente pressão é:

$$\overline{\frac{\partial}{\partial x_i} (P + p')} = \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{p}'}{\partial x_i} = \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (5.18)$$

O termo médio da gravidade é:

$$\overline{(\rho + \rho') f_i} = \rho f_i + \bar{\rho}' f_i = \rho f_i \quad (5.19)$$

A média do termo viscoso é:

$$\overline{\mu \frac{\partial^2 (U_i + u'_i)}{\partial x_j \partial x_j}} = \mu \frac{\partial^2 U_i + u'_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (5.20)$$

Ao combinar os termos, obtemos a equação média da quantidade de movimento:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u'_i u'_j}) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} + \rho f_i \quad (5.21)$$

A Eq. 5.21 é comumente referida como a equação média de Reynolds de Navier-Stokes (RANS).

A correlação $\overline{(u'_i u'_j)}$ nessa equação é geralmente não nula, mesmo quando $\bar{u}'_i = 0$.

5.3.5.1 A tensão de Reynolds

Ao escrever o termo $\overline{(u'_i u'_j)}$ no lado direito da equação, a equação da quantidade de movimento torna-se:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{(u'_i u'_j)} \right] + \rho f_i \quad (5.22)$$

A mesma pode ser escrita da seguinte maneira:

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_i \quad (5.23)$$

Onde:

$$\bar{\tau}_{ij} = -P\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{(u'_i u'_j)} \quad (5.24)$$

Comparando as Eq. 5.23 e 5.24 com suas correspondentes para escoamento instantâneos, dadas por:

$$D\tilde{u}_i/Dt = \tilde{\rho}f_i + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (5.25)$$

$$\tilde{\tau}_{ij} = -\tilde{P}\delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \right)$$

A Eq. 5.23 apresenta uma tensão adicional $-\rho \overline{u'_i u'_j}$ atuando sobre a média do escoamento turbulento. Essas tensões extras no campo médio de um escoamento turbulento são significativamente maiores do que a contribuição viscosa $\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$, exceto quando muito próximo de uma superfície sólida, onde as flutuações são pequenas e os gradientes do escoamento médio são grandes. O tensor associado a essas tensões é chamado de Tensões de Reynolds, representando o termo de transporte médio de quantidade de movimento devido às flutuações turbulentas de velocidade, e possui nove componentes cartesianas.

$$\begin{bmatrix} -\rho \overline{u'^2} & -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{u'\omega'} \\ -\rho \overline{u'v'} & -\rho \overline{v'^2} & -\rho \overline{v'\omega'} \\ -\rho \overline{u'\omega'} & -\rho \overline{v'\omega'} & -\rho \overline{\omega'^2} \end{bmatrix} \quad (5.26)$$

O tensor de Reynolds é simétrico, com suas componentes diagonais representando tensões normais e as componentes fora da diagonal representando tensões cisalhantes. Se as flutuações turbulentas forem isotrópicas, as componentes não diagonais de $\overline{u'_i u'_j}$ desaparecem, e $\overline{u'^2} = \overline{v'^2} = \overline{\omega'^2}$.

De acordo com [52], essas tensões de Reynolds são fundamentais para a modelagem de escoamentos turbulentos, pois representam as flutuações estocásticas nas equações de Reynolds. No entanto, a inclusão desses termos de flutuação resulta em um conjunto de dez variáveis independentes (três componentes da velocidade U_i , o termo de pressão P e as seis componentes do tensor de Reynolds), enquanto há apenas três equações de governo. Esse desequilíbrio é conhecido como o problema de fechamento da turbulência.

5.3.5.2 Equações de transporte para o tensor de Reynolds

Para obter as equações de transporte que descrevam explicitamente a geração, transporte, difusão e dissipação das tensões de Reynolds ao longo do escoamento, é necessário manipular as equações para as flutuações da velocidade $u'_i(x, t)$ e $u'_j(x, t)$ [52].

As equações de Navier-Stokes e a equação média de Reynolds devem ser reescritas da

seguinte forma:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \tilde{u}_k \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_k \partial x_k} + f_i \quad (5.27)$$

e a equação de Reynolds como:

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + u_k \frac{\partial u_i}{\partial x_k} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_k \partial x_k} + f_i \quad (5.28)$$

Subtraindo as Eq. 5.28 de 5.27, obtemos as equações para as flutuações $u'_i(x, t)$ e de maneira similar para $u'_j(x, t)$:

$$\frac{\partial u'_i}{\partial t} + U_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} - \overline{u'_k \frac{\partial u'_i}{\partial x_k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u'_i}{\partial x_k \partial x_k} + f'_i \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial u'_j}{\partial t} + U_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k} - \overline{u'_k \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial^2 u'_j}{\partial x_k \partial x_k} + f'_j \quad (5.30)$$

Multiplicando a Eq. 5.29 por u'_j e a Eq. 5.30 por u'_i , somando seus resultados e obtendo a média temporal da soma, obtemos a equação de transporte do tensor de Reynolds:

$$\frac{\partial \overline{(u'_i u'_j)}}{\partial t} + \rho U_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{(u'_i u'_j)} = -\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x_k}} + \frac{1}{\rho} \overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \quad (5.31)$$

$$\nu \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k \partial x_k} - \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{left(u'_i u'_j u'_k)} + \frac{1}{\rho} \overline{u'_i \rho' f_j} \quad (5.32)$$

Esta equação pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{D \overline{(u'_i u'_j)}}{Dt} = P_{ij} + D_{ij} + \phi_{ij} - \varepsilon_{ij} + F_{ij} \quad (5.33)$$

onde

$$\frac{D \overline{(u'_i u'_j)}}{Dt} = \frac{\partial \overline{(u'_i u'_j)}}{\partial t} + U_k \frac{\partial}{\partial x_k} \overline{(u'_i u'_j)} \quad (5.34)$$

A expressão resultante representa o transporte convectivo do tensor de Reynolds ao longo do escoamento médio $U_k(x)$.

Difusão molecular:

$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\nu \frac{\partial \overline{(u'_i u'_j)}}{\partial x_k} - \left(\overline{\delta_{jk} u'_i \frac{p'}{\rho}} + \overline{\delta_{jk} u'_j \frac{p'}{\rho}} \right) - \overline{(u'_i u'_j u'_k)} \right] \quad (5.35)$$

A Eq. 5.35 representa a taxa de difusão do tensor de Reynolds devido à viscosidade molecular do fluido, às flutuações da pressão $p'(x, t)$ e à própria turbulência. O termo difusivo D_{ij} promove uma redistribuição espacial das tensões de Reynolds, onde:

$$P_{ij} = - \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) \quad (5.36)$$

$$F_{ij} = \overline{u'_i f'_j} + \overline{u'_j f'_i} \quad (5.37)$$

O termo P_{ij} representa a taxa de produção (criação ou destruição) da tensão turbulenta à medida que esta é transportada ao longo do escoamento, sendo afetada pelos gradientes da velocidade média $\partial U_j / \partial x_k$.

O termo F_{ij} representa a taxa de criação de forças instantâneas de corpo. Devido aos gradientes de velocidade média serem maiores em algumas direções do que em outras, e à presença de contornos físicos ou forças que causam um amortecimento seletivo das flutuações turbulentas em direções específicas, a turbulência gerada por esses termos é geralmente anisotrópica.

$$\phi_{ij} = \frac{\overline{p'}}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (5.38)$$

ϕ_{ij} representa o termo de correlação entre as flutuações de velocidade e de pressão.

Pela equação da continuidade, temos que:

$$\phi_{ii} = \frac{\overline{p'}}{\rho} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u'_i}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (5.39)$$

Esse termo, portanto não contribui para o nível global da energia turbulenta, servindo apenas como um agente de distribuição da energia entre as componentes normais de tensão de Reynolds.

$$\varepsilon_{ii} = 2\nu \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x'_k} \frac{\partial u'_j}{\partial x'_k}} \quad (5.40)$$

O termo da Eq. 5.40 representa a taxa de dissipação do tensor de Reynolds devido a vis-

cosidade ν .

De maneira geral, a turbulência é gerada por meio de instabilidades no escoamento, as quais estão relacionadas aos gradientes de velocidade média $U_i(x)$. Essas instabilidades são descritas pelo termo de produção P_{ij} , o qual, por sua vez, origina novas instabilidades em escalas menores.

Este processo se repete até que as escalas se tornam suficientemente pequenas e os gradientes das flutuações de velocidade suficientemente grandes $\frac{\partial u'_i}{\partial x_k}$. Assim, a energia turbulenta se dissipa na forma de energia interna e calor. Esse fenômeno é conhecido como cascata de energia turbulenta.

Na Eq. 5.33 os termos de produção e convecção são exatos e não necessitam ser modelados. No entanto, os termos de redistribuição, difusão e dissipação não são exatos e requerem uma modelagem extensiva. A tentativa de se obter uma equação para o tensor de Reynolds $\overline{\rho u'_i u'_j}$ resulta em uma equação que contém um termo de correlação tripla entre as flutuações de velocidade $\overline{u'_i u'_j u'_k}$.

5.3.5.3 Modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta

Segundo [52], o tensor de tensões turbulentas consiste em um tensor de segunda ordem simétrico, uma vez que $\overline{u'_i u'_j} = \overline{u'_j u'_i}$, resultando na introdução de seis incógnitas adicionais ao obter a média temporal da equação de Navier-Stokes. Isso configura um problema matematicamente indeterminado, e, portanto, as tensões de Reynolds precisam ser modeladas por equações adicionais para obter uma solução do problema.

O primeiro modelo para a descrição matemática dos termos de tensões turbulentas foi proposto por Boussinesq, que introduziu o conceito de viscosidade turbulenta ν_t .

Ao contrário da viscosidade molecular, a viscosidade turbulenta não é uma propriedade do fluido, mas do escoamento. Portanto, é necessário introduzir parâmetros em sua formulação que caracterizem adequadamente as tensões turbulentas. A hipótese de Boussinesq, em uma forma generalizada proposta por Kolmogorov, tem sido amplamente utilizada para a modelação de escoamentos turbulentos. Segundo Kolmogorov, o tensor de Reynolds é expresso por:

$$-\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \kappa \right) \quad (5.41)$$

A expressão δ_{ij} representa o delta de Kronecker, e κ a energia cinética turbulenta por unidade de massa, dada por:

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} \quad (5.42)$$

Os modelos de turbulência que seguem a hipótese de Boussinesq necessitam determinar o valor da viscosidade turbulenta, expressa como o produto de características de velocidade

e comprimento.

$$\nu_t \propto v_t l_t \quad (5.43)$$

Considerando a estreita relação entre as características das estruturas presentes nas grandes escalas e as propriedades do campo médio do escoamento, é possível estabelecer uma escala característica de velocidade, dada por:

$$v_t = l_t \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (5.44)$$

Na Eq. 5.44 o módulo do gradiente de velocidades é adotado para garantir um valor positivo para a escala característica da velocidade, independentemente do sinal do gradiente de velocidade. Combinando as Eq. 5.43 e 5.44 obtém-se:

$$\nu_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (5.45)$$

Esta equação representa o modelo de comprimento de mistura proposto por Prandtl, onde l_m representa a escala característica do comprimento. Esse valor pode ser obtido por meio de equações algébricas simples aplicáveis a diversas categorias de escoamentos turbulentos.

Na camada limite o valor de l_m é dado por:

$$l_m = \kappa [1 - \exp(y^+/29)] \quad (5.46)$$

Onde κ é a constante de Von Kàrman com valor igual a 0,41 e y^+ é a distância da parede. Escoamentos sujeitos a transições suaves de direção representam uma aplicação adequada para o modelo de comprimento de mistura, proporcionando resultados satisfatórios. Essas transições suaves permitem uma adaptação local das propriedades turbulentas, reduzindo a influência dos mecanismos de convecção e difusão no transporte dessas propriedades. Buscando aprimorar a previsão das características dos escoamentos turbulentos, Prandtl propôs um modelo no qual a viscosidade turbulenta é expressa como uma função da energia cinética turbulenta.

$$v_t = C_\mu L_\mu k^{1/2} \quad (5.47)$$

No modelo de Prandtl, a viscosidade turbulenta é expressa como uma função da energia cinética turbulenta k , sendo obtida por meio de uma equação diferencial de transporte. Nesse contexto, C_μ representa uma constante adimensional empírica, e L_μ denota uma

escala de comprimento. A dependência em relação à energia cinética turbulenta no modelo de Prandtl incorpora os efeitos de "memória" do escoamento ao valor da viscosidade turbulenta, proporcionando uma descrição mais realista das tensões turbulentas. No entanto, a necessidade de especificar uma escala de comprimento caracteriza o modelo de Prandtl como sendo incompleto.

Os modelos algébricos de uma equação apresentam limitações quanto à sua generalidade, exigindo conhecimento prévio das propriedades turbulentas do escoamento para aplicação. Visando contornar essas limitações, surgiram os modelos a duas equações, considerados modelos completos. Ao contrário dos modelos de uma equação, os modelos a duas equações não requerem a definição prévia de uma escala turbulenta característica do escoamento. Sua aplicação depende apenas da prescrição das condições de contorno e/ou iniciais do problema. Vale destacar que a menor dependência dos modelos completos em relação aos dados empíricos não implica necessariamente um melhor desempenho ou universalidade do modelo.

5.4 Modelos de turbulência

Além do cálculo laminar completo, de igual modo utilizaremos dois modelos de turbulência para calcular a bomba. Cujos modelos são, o modelo de transição $k - kl - \omega$ e o modelo de turbulência SAS (Scale Adapted Simulation). Os quais serão descritos nas seções subsequentes.

5.4.1 O modelo de viscosidade turbulenta $\kappa - \kappa l - \omega$

O modelo de transição $k - kl - \omega$ é composto por três equações. Inclui os dois elementos clássicos, nomeadamente a energia cinética k e a taxa de dissipação específica ω . No entanto, neste caso, também adicionamos outra equação de transporte diferencial para a energia cinética laminar kl . Este inclui um termo para produção de energia cinética laminar, gerada pela grande escala de flutuações turbulentas e um termo para dissipação laminar próximo à parede. A equação de transporte para kl inclui também um termo que leva em consideração o efeito médio das flutuações do fluxo que rompem a turbulência por meio da transição de desvio que é alavancada com a transição natural. Este modelo é baseado numa função de intermitência que controla a operação normal entre a zona laminar e a zona turbulenta. Neste modelo, a energia cinética total é composta por uma parte turbulenta e por uma parte laminar. A seguir, serão apresentadas as equações que fazem parte deste modelo, as quais foram extraídas do manual de utilização do software ANSYS FLUENT.

$$\frac{Dk_T}{Dt} = P_{k_T} + R + R_{NAT} - \omega k_T - D_T + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\alpha_T}{\alpha_k} \right) \frac{\partial k_T}{\partial x_j} \right] \quad (5.48)$$

$$\frac{Dk_L}{Dt} = P_{k_L} - R - R_{NAT} - D_L + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[v \frac{\partial k_L}{\partial x_j} \right] \quad (5.49)$$

$$\frac{D\omega}{Dt} = C_{\omega 1} \frac{\omega}{k_T} P_{k_T} + \left(\frac{C_{\omega R}}{f_w} - 1 \right) \frac{\omega}{k_T} (R + R_{NAT}) - C_{\omega 2} \omega^2 + C_{\omega 3} f_{\omega} \alpha T f_w^2 \sqrt{\frac{k_T}{d^3}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(v + \frac{\alpha_T}{\alpha_{\omega}} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$

A inclusão das flutuações turbulentas e laminares no fluxo médio e nas equações de energia por meio da viscosidade turbulenta e da difusividade térmica total é a seguinte:

$$\overline{-u_i u_j} = \nu_{TOT} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k_{TOT} \delta_{ij} \quad (5.51)$$

$$\overline{-u_i \theta} = \alpha_{\theta, TOT} \frac{\partial \theta}{\partial x_i} \quad (5.52)$$

O comprimento efetivo é definido como:

$$\lambda_{eff} = \text{MIN}(C_{\lambda} d, \lambda_T) \quad (5.53)$$

onde λ_T é a escala de comprimento turbulento e é definido por:

$$\lambda_T = \sqrt{\frac{k}{\omega}} \quad (5.54)$$

E a energia das pequenas escalas é definida por

$$k_{T,s} = f_{ss} f_W k_T \quad (5.55)$$

$$f_W = \frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T} \quad (5.56)$$

$$f_{ss} = \exp \left[- \left(\frac{C_{ss} \nu \Omega}{k_T} \right)^2 \right] \quad (5.57)$$

A energia das grandes escalas é dada por:

$$k_{T,l} = k_T - k_{T,s} \quad (5.58)$$

Observe que a soma das Eqs. 5.55 e 5.58 produz a energia cinética turbulenta k_T . O termo de produção de turbulência gerada por flutuações turbulentas é dado por:

$$P_{kT} = \nu_{T,s} S^2 \quad (5.59)$$

Onde a viscosidade turbulenta das pequenas escalas é $\nu_{T,s}$.

$$\nu_{T,s} = f_\nu f_{INF} C_\mu \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} \quad (5.60)$$

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s(S/\omega)} \quad (5.61)$$

$$f_\nu = 1 - \exp\left(-\frac{\sqrt{Re_{T,s}}}{A_\nu}\right) \quad (5.62)$$

Uma função de amortecimento que define a produção turbulenta devido à intermitência é dada por:

$$f_{INT} = \text{MIN}\left(\frac{k_L}{C_{INT} k_{TOT}}, 1\right) \quad (5.63)$$

$$Re_{T,s} = \frac{f_W^2 k_T}{\nu \omega} \quad (5.64)$$

Na Equação 5.49 P_{kL} é a produção de energia cinética laminar por flutuações turbulentas de grande escala, de modo que:

$$P_{kL} = \nu_{T,l} S^2 \quad (5.65)$$

A viscosidade turbulenta em grande escala $\nu_{T,1}$ é modelada como:

$$\nu_{T,1} = \text{MIN}\left\{\nu_{\dot{T},1}, \frac{0.5(k_L + k_{T,1})}{S}\right\} \quad (5.66)$$

Onde:

$$\nu_{\dot{T},1} = f_{T,1} C_{11} \left(\frac{\Omega \lambda_{eff}^2}{\nu}\right) \sqrt{k_{T,1}} \lambda_{eff} + \beta_{TS} C_{12} \phi_{NAT} d^2 \Omega \quad (5.67)$$

O limite na Eq. 5.66 vincula a realizabilidade de modo que não seja violado na camada limite de desenvolvimento bidimensional. A função de amortecimento baseada em escala

de tempo $f_{\tau,1}$ é:

$$f_{\tau,1} = 1 - \exp \left[-C_{T,1} \frac{k_{\tau,1}}{\lambda_{eff}^2 \Omega^2} \right] \quad (5.68)$$

onde β_{TS} da Eq.5.67 é:

$$\beta_{TS} = 1 - \exp \left(-\frac{MAX(\phi_{NAT} - C_{TS,crit}, 0)^2}{A_{TS}} \right) \quad (5.69)$$

$$\phi_{NAT} = \frac{d^2 \Omega}{\nu} \quad (5.70)$$

A dissipação perto da parede é dada por

$$D_T = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_T}}{\partial x_j} \quad (5.71)$$

$$D_L = 2\nu \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \frac{\partial \sqrt{k_L}}{\partial x_j} \quad (5.72)$$

Na Eq. 5.48 até a 5.50, o R representa o efeito médio da quebra das flutuações do fluxo em turbulência durante a transição do desvio:

$$R = C_R \beta_{BP} k_L \omega / f w \quad (5.73)$$

β_{BP} , é a função de limite que controla o processo de transição de desvio:

$$\beta_{BP} = 1 - \exp \left(-\frac{\phi_{BP}}{A_{BP}} \right) \quad (5.74)$$

$$\phi_{BP} = MAX \left[\left(\frac{k_T}{\nu \Omega} - C_{BP,crit} \right), 0 \right] \quad (5.75)$$

A decomposição em turbulência devido a instabilidades é considerada um termo de produção de transição natural, dado por:

$$R_{NAT} = C_{R,NAT} \beta_{NAT} k_L \Omega \quad (5.76)$$

$$\beta_{NAT} = 1 - \exp \left[\frac{MAX(\phi_{NAT} - C_{NAT,crit}/f_{NAT,crit}, 0)}{A_{NAT}} \right] \quad (5.77)$$

$$f_{NAT,crit} = 1 - \exp \left(C_{NC} \frac{\sqrt{k_L} d}{\nu} \right) \quad (5.78)$$

O uso de ω como variável determinante de escala pode levar a um efeito de intermitência reduzido na região externa de uma camada limite turbulenta e, conseqüentemente, uma eliminação da região de esteira no perfil de velocidade. Da Eq. 5.50, o seguinte amortecimento é definido como:

$$f_\omega = 1 - \exp \left[-0.41 \left(\frac{\lambda_{eff}}{\lambda_T} \right)^4 \right] \quad (5.79)$$

A viscosidade turbulenta total e difusividade turbulenta incluídas nas Eq. 5.51 e 5.52 são dadas por:

$$\nu_{TOT} = \nu_{T,s} + \nu_{T,l} \quad (5.80)$$

$$\alpha_{\theta,TOT} = fw \left(\frac{k_T}{k_{TOT}} \right) \frac{\nu_{T,s}}{Pr_\theta} + (1 - fw) C_{\alpha,\theta} \sqrt{k_T} \lambda_{eff} \quad (5.81)$$

A difusividade escalar turbulenta nas Eq. 5.48 à 5.50 é definida como:

$$\alpha_T = f_\nu C_{\mu, std} \sqrt{k_{T,s}} \lambda_{eff} \quad (5.82)$$

$$k_{TOT} = k_r + k_L \quad (5.83)$$

Na secção a seguir iremos retratar acerca do modelo de viscosidade turbulenta SAS.

5.4.2 O modelo de viscosidade turbulenta SAS

o modelo Scale-Adaptive Simulation (SAS) foi desenvolvido por [53], cujo modelo fornece as equações padrão do modelo RANS em regiões de fluxo estável e pode facilmente alterar para o modelo LES em regiões instáveis do campo de fluxos, mas sem a dependência de malha explícita em regime RANS. Neste estudo o modelo SAS é combinado com o SST (Shear Stress Transport) e pode ser encontrado implementado no software Ansys Fluent.

As equações utilizadas neste modelo serão aqui descritas, as equações a serem resolvidas são as equações de média de Reynolds incompressíveis. A conservação de massa e quantidade de movimento é dada por:

$$\frac{\partial (\rho U_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (5.84)$$

$$\frac{\partial (\rho U_i)}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_i U_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \overline{\rho u'_i u'_j} \right] \quad (5.85)$$

Onde o ρ é a densidade do fluido, t é o tempo, U_i é a componente média da velocidade na direção x_i , P é a pressão média, μ é a viscosidade dinâmica e u' é a componente da velocidade de flutuação.

Como um resultado da média de Reynolds, termos adicionais são introduzidos na equação de quantidade de movimento. Estes termos são chamados de Reynold stress e devem ser modelados em ordem a fechar o sistema de equações.

A hipótese de Boussineq diz que o Reynold stress é proporcional à taxa de deformação média.

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (5.86)$$

Onde μ_t é a viscosidade turbulenta, k é a energia cinética turbulenta e δ_{ij} é o delta de Kronecker.

O modelo SST proposto por [53] para combinar as melhores características dos modelos $k - \omega$ e $k - \varepsilon$, e de igual modo, para levar a grandes melhorias na previsão de fluxos de gradiente de pressão adversa. Os valores de k e de ω são obtidos diretamente da energia cinética turbulenta e da frequência dos turbilhões ω das equações de transporte, representadas pelas Eqs. 5.87 e 5.88, respetivamente.

$$\frac{\partial (\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j k) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_{k3} \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k - \rho \beta' k \omega \quad (5.87)$$

$$\frac{\partial (\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho U_j \omega) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\rho + \sigma_{\omega 3} \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha_3 \frac{\omega}{\kappa} \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \beta_3 \omega^2 + 2\rho (1 - F_1) \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (5.88)$$

A viscosidade turbulenta é calculada do seguinte modo:

$$\mu_t = \frac{\alpha_1 \kappa \omega}{\max(\alpha_1 \omega, SF_2)} \quad (5.89)$$

Onde as constantes empregues no modelo SST são: $\beta' = 0.09$; $\sigma_2 = 0.856$; $\alpha_1 = 0.31$ e S é a magnitude da taxa de tensão. F_1 e F_2 são funções de mistura, com base na distância da parede, que mudam suavemente entre os dois modelos de turbulência. Constantes com subscrito 3 são misturadas entre as constantes no modelos $k\varepsilon$ e $k\omega$ [54].

Apesar do modelo SST apresentar um bom desempenho próximo a região da parede, em fluxos transitórios tem a desvantagem de produzir escalas de comprimento turbulento muito grandes. Na abordagem SAS, essa limitação é superada por introduzir a escala de comprimento de von Karman, que é dado por:

$$L_v K = \kappa \sqrt{\left[\frac{\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}}{\frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2 j} \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2 k}} \right]} \quad (5.90)$$

Onde κ é a constante de von Karman. As informações fornecidas pela escala de comprimento de von Karman permitem preservar o modelo SST em regime permanente e para ativar a capacidade do modelo SAS em regiões instáveis do campo de escoamento. As equações do modelo SAS diferem das utilizadas no modelo SST pela adição do termo fonte SAS (Q_{SAS}) na equação de transporte para a frequência de redemoinho de turbulência.

$$Q_{SAS} = \max \left[\rho \xi_2 \kappa S^2 \left(\frac{L}{L_{vK}} \right)^2 - C \frac{2\rho\kappa}{\sigma_\Phi} \max \left(\frac{1}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, \frac{1}{\kappa^2} \frac{\partial \kappa}{\partial j} \frac{\partial \kappa}{\partial j} \right), 0 \right] \quad (5.91)$$

Onde os parâmetros do modelo são dados como $\xi_2 = 3.51$; $\sigma_\Phi = 2/3$, e $C = 2$. A escala de comprimento turbulento (L) derivado do modelo SST é dado por:

$$L = \frac{\sqrt{\kappa}}{c_\mu^{0.25} \omega} \quad (5.92)$$

Portanto, a viscosidade turbulenta dos vórtices para o modelo SAS é:

$$\mu_t = \rho \left(\sqrt{((\beta_3/c_\mu) - \alpha_3) / (\kappa\eta_2) L_v K} \right)^2 S \quad (5.93)$$

5.5 Tratamento das condições de fronteiras

Uma condição fronteira expressa o comportamento de uma função junto às extremidades físicas, sendo que este comportamento será imposto ao fluido nas extremidades do escoamento. Para a resolução numérica das equações diferenciais é necessário indicar e caracterizar o espaço físico que o escoamento irá percorrer de modo a conseguir resolver o sistema de equações.

As condições de fronteira são colocadas em todos os domínios que delimitam o volume

de uma determinada malha, de modo a especificar os valores iniciais das variáveis do escoamento em todos os pontos do domínio.

Neste trabalho de investigação definiu-se duas entradas laterais, com condição de limite de entrada de velocidade. Na saída da bomba, uma condição de limite de fluxo de saída foi especificada para permitir acomodar a pressão como um resultado do cálculo.

Os restantes elementos da bomba são condições de limite de parede. As paredes são definidas para velocidade zero, exceto para as paredes do disco que são definidas à velocidade rotacional local da bomba.

É de referir que a seleção das condições de fronteira que melhor se assemelham à realidade podem acelerar bastante a convergência numérica.

5.6 Geração da Malha

A qualidade da solução numérica em simulações computacionais depende tanto do esquema numérico utilizado para resolver as equações quanto da "qualidade da malha" em que a simulação é realizada. Malhas estruturadas e não-estruturadas podem se ajustar a contornos de configurações complexas, mas as malhas não-estruturadas são mais recomendadas para geometrias arbitrárias, especialmente devido ao maior esforço necessário para conformar uma malha estruturada em torno de geometrias complexas.

Os tipos mais comuns de células em malhas não-estruturadas são triângulos em 2D e tetraedros em 3D. Embora seja possível utilizar outros elementos, triângulos e tetraedros são predominantes devido ao padrão de interpretação de células pelos computadores na discretização espacial do domínio computacional. Apesar de facilitarem o estudo de geometrias complexas, simulações numéricas não estacionárias com movimento relativo entre corpos ainda são computacionalmente custosas devido ao tempo associado ao processo de geração e reconstrução da malha ao longo da simulação.

Para o caso em estudo utilizou-se ambas configurações de malhas, com a ajuda do software Pointwise. Três conjuntos de malhas com diferentes densidades foram produzidas e calculadas. A malha A com 4360830 células (841902 pontos), malha B com 1878086 células (370941 pontos) e, finalmente, malha C com 773078 células (156586 pontos).

5.7 Modelos de discretização

Existem três correntes distintas de técnicas para solução numérica, conforme descrito por [46]: diferenças finitas, elementos finitos e volumes finitos. Em termos gerais, os métodos numéricos que compõem o solver realizam os seguintes passos: aproximação das variáveis desconhecidas do escoamento por meio de funções simples, discretização substituindo as aproximações nas equações que governam o escoamento e, posteriormente, tratamento matemático, seguido pela solução de equações algébricas.

As principais diferenças entre as três correntes estão associadas à maneira como as variáveis do escoamento são aproximadas e aos processos de discretização.

O método das diferenças finitas (MDF) é uma técnica matemática para a resolução de equações diferenciais, baseada na aproximação de derivadas por diferenças finitas. Isso envolve substituir as derivadas nas equações governantes por diferenças finitas, gerando equações algébricas para os valores específicos da função em cada ponto da malha. Já o método dos elementos finitos utiliza funções definidas por partes simples (como lineares ou quadráticas) nos elementos para descrever variações locais de uma variável desconhecida do escoamento, como ϕ . As equações governantes são precisamente satisfeitas pela solução exata de ϕ , e um resíduo é definido para medir os erros quando as funções por partes são substituídas na equação. Os resíduos são minimizados por funções-peso e integrações, resultando em um sistema de equações algébricas para os coeficientes desconhecidos das funções de aproximação.

No método dos volumes finitos, a região de interesse é subdividida em volumes de controle. As equações são discretizadas e resolvidas iterativamente para cada volume de controle. Isso resulta em uma aproximação do valor de cada variável para pontos específicos do domínio, permitindo a observação do comportamento do escoamento em cada ponto da região de interesse.

O software ANSYS FLUENT utiliza uma técnica baseada em volume de controle para converter uma equação de transporte escalar geral em uma equação algébrica que pode ser resolvida numericamente. Essa técnica de volume de controle envolve a integração da equação de transporte sobre cada volume de controle, gerando uma equação discreta que expressa a lei de conservação com base no volume de controle. A discretização das equações de governo pode ser ilustrada considerando a equação de conservação instável para o transporte de uma quantidade escalar ϕ , conforme a Eq. 5.94, escrita na forma integral para um volume de controle arbitrário V .

$$\int_V \frac{\partial \rho \phi}{\partial t} dV + \oint \rho \phi \vec{v} d\vec{A} = \oint \Gamma_\phi \nabla_\phi d\vec{A} + \int_V S_\phi dV \quad (5.94)$$

A Eq. 5.94 é aplicada a cada volume de controle, ou célula, no domínio computacional. Ao realizar a discretização dessa equação para uma célula específica, obtemos:

$$\frac{\partial \rho \phi}{\partial t} V + \sum_f^{N_{faces}} \rho_f \vec{v}_f \phi_f \vec{A}_f = \sum_f^{N_{faces}} \Gamma_\phi \nabla_{\phi_f} \vec{A}_f + S_\phi V \quad (5.95)$$

5.7.1 Discretização Espacial

No ANSYS FLUENT, por padrão, os valores discretos do escalar ϕ são armazenados nos centros das células (representados como c_0 e c_1), enquanto os valores de face ϕ_f são ne-

cessários para os termos de convecção na Eq. 5.95 e devem ser interpolados a partir dos valores do centro da célula. Essa interpolação é realizada usando um esquema upwind.

O termo "upwinding" refere-se ao fato de que o valor de face ϕ_f é derivado de quantidades na célula a montante, ou seja, "upwind", em relação à direção da velocidade normal v_n na Eq. 5.95. O ANSYS FLUENT oferece a opção de escolher entre dois esquemas upwind: primeira ordem upwind e segunda ordem upwind. Os quais serão descritos a seguir.

5.7.1.1 Esquema Upwind de primeira ordem

No caso em que se deseja uma precisão de primeira ordem, as quantidades nas faces das células no ANSYS FLUENT são determinadas assumindo que os valores do centro da célula para qualquer variável de campo representam um valor médio em toda a célula. Nesse cenário, as quantidades nas faces são consideradas idênticas às quantidades nas células. Portanto, ao escolher o esquema upwind de primeira ordem, o valor de face ϕ_f é definido como sendo igual ao valor do centro da célula ϕ a montante, ou seja, na direção da velocidade.

5.7.1.2 Esquema Upwind de segunda ordem

Quando se busca uma precisão de segunda ordem no ANSYS FLUENT, as quantidades nas faces das células são calculadas por meio de uma abordagem de reconstrução linear multidimensional. Nessa abordagem, a precisão de ordem superior é alcançada nas faces das células através de uma expansão em série de Taylor da solução centrada na célula sobre o centróide da célula. Portanto, ao escolher o esquema upwind de segunda ordem, o valor de face ϕ_f é calculado usando a seguinte expressão:

$$\phi_{f,SOU} = \phi + \nabla\phi \vec{r} \quad (5.96)$$

Onde ϕ e $\nabla\phi$ são os valores centrados na célula e seu gradiente na célula a montante, e \vec{r} é o vetor de deslocamento do centróide da célula a montante para o centróide da face. Essa formulação requer a determinação do gradiente $\nabla\phi$ em cada célula, sendo esse gradiente limitado para garantir que nenhum novo máximo ou mínimo seja introduzido.

5.7.2 Discretização Temporal

Para simulações transitórias, a discretização espacial das equações de governo permanece idêntica ao caso estacionário. Já a discretização temporal envolve a integração de todos os termos nas equações diferenciais ao longo de um intervalo de tempo Δt . A integração dos termos transitórios é realizada de maneira direta.

Uma expressão genérica para a evolução temporal de uma variável ϕ em uma célula de controle é dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (5.97)$$

Onde a função F incorpora qualquer discretização espacial.

Se optarmos por discretizar a derivada temporal usando diferenças retroativas, a discretização temporal de primeira ordem para a evolução temporal de uma variável ϕ em uma célula de controle seria aproximada da seguinte forma:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (5.98)$$

A discretização de segunda ordem da derivada temporal utilizando diferenças retroativas, é expressa da seguinte forma:

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (5.99)$$

Uma vez que a derivada de tempo foi discretizada, resta apenas avaliar $F(\phi)$.

5.7.2.1 Integração implícita de tempo

A integração implícita de tempo envolve a avaliação da função $F(\phi)$ no nível de tempo futuro. Esse método busca melhorar a estabilidade numérica ao considerar as condições futuras durante a discretização temporal, proporcionando uma abordagem robusta para a resolução de equações diferenciais ao longo do tempo.

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (5.100)$$

Essa abordagem é conhecida como integração "implícita", já que ϕ^{n+1} em uma determinada célula está relacionado a ϕ^{n+1} em células vizinhas por meio da função $F(\phi^{n+1})$. Essa relação implícita permite lidar com a estabilidade numérica de forma mais eficaz ao considerar as condições futuras durante a discretização temporal.

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^{n+1}) \quad (5.101)$$

A resolução dessa equação implícita pode ser feita iterativamente em cada nível de tempo antes de passar para a próxima etapa de tempo.

A vantagem desse esquema totalmente implícito é que ele é incondicionalmente estável em relação ao tamanho do intervalo de tempo, proporcionando estabilidade numérica independentemente do valor escolhido para o passo de tempo.

5.7.2.2 Integração explícita de tempo

Esse método é conhecido como integração "explícita", pois avalia a função $F(\phi)$ no nível de tempo atual.

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^n) \quad (5.102)$$

E é referido como integração "explícita", uma vez que ϕ^{n+1} pode ser expresso explicitamente em termo dos valores de solução existentes ϕ^n :

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t F(\phi^n) \quad (5.103)$$

Neste caso, o intervalo de tempo Δt é restrito ao limite de estabilidade do solucionador subjacente. Para ser preciso, todas as células do domínio devem usar o mesmo intervalo de tempo. Para estabilidade, este intervalo de tempo deve ser o mínimo de todos os intervalos de tempo local no domínio. Este método também é conhecido como "escalonamento de tempo global".

Capítulo 6

Resultados

Neste capítulo serão apresentados os resultados do trabalho de investigação, no qual analisaremos primeiramente os resultados da instalação experimental desenvolvida na UBI, que nos serviu como guia para a validação dos resultados da simulação computacional.

6.1 Resultado da instalação experimental desenvolvida na UBI

Nesta secção apresentaremos os resultados experimentais obtidos utilizando o equipamento de teste experimental descrito anteriormente. Os resultados foram obtidos para uma faixa de velocidades entre 150 à 450 rpm. A Fig. 6.1 apresenta a evolução da altura manométrica, em função da vazão, para uma ampla faixa de velocidades de rotação. É interessante referir que a relação entre a altura manométrica e o caudal é linear, ao contrário do que observamos nos clássicos rotores centrífugos com pás. O que era esperado, pois a bomba está operando em regime laminar.

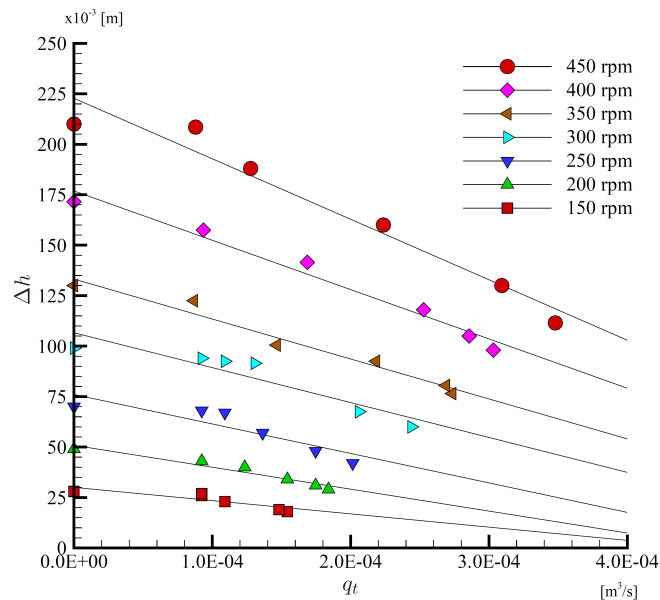


Figura 6.1: Evolução da altura manométrica em função da vazão para várias velocidades de rotação [1].

Na Fig. 6.2 apresentamos a evolução da eficiência hidráulica em função da vazão, para diversas velocidades de rotação.

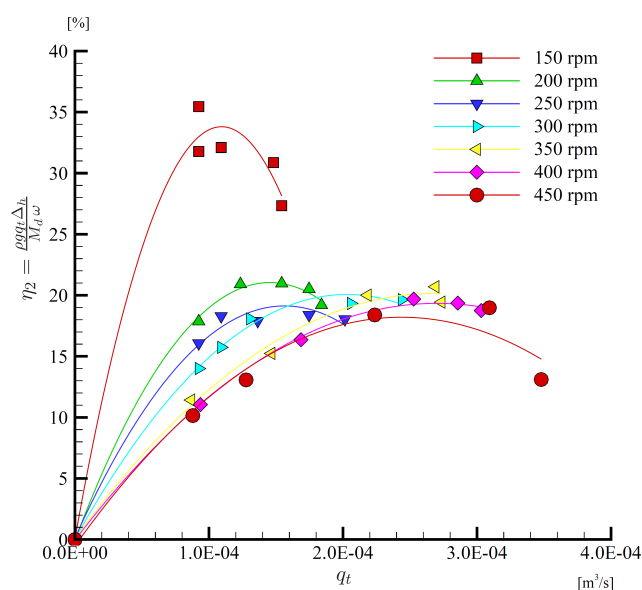


Figura 6.2: Eficiência hidráulica em função da vazão para várias velocidades de rotação [1].

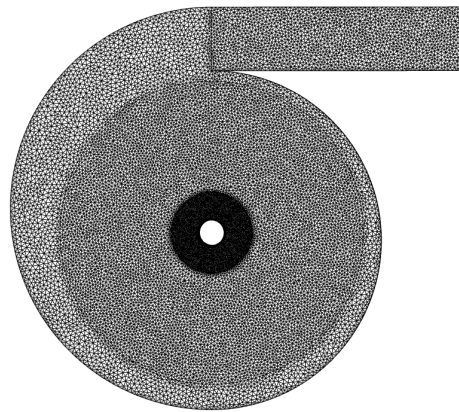
A partir deste gráfico podemos concluir que, à medida que reduzimos a velocidade rotação, aumenta a eficiência. O aumento especial na eficiência para o caso de 150 rpm está relacionado a um aumento na parte laminar do fluxo nos discos, contribuindo assim para uma forte tração do fluxo no disco.

6.2 Resultados obtidos a partir da simulação computacional

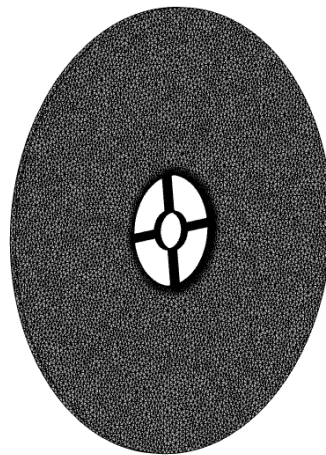
A solução do problema de escoamento, que envolve variáveis como velocidade, pressão, temperatura ou outros parâmetros, é calculada nos nós de cada elemento. A precisão da solução é influenciada pelo número de elementos na malha gerada. Geralmente, um maior número de elementos resulta em maior precisão, mas também aumenta o custo computacional em termos de tempo de processamento. A otimização da malha é comumente alcançada refinando os elementos em regiões onde são esperadas grandes variações nas propriedades do escoamento.

A fim de garantir um procedimento de cálculo adequado a independência da malha, três conjuntos de malhas com diferentes densidades foram produzidas e calculadas.

A malha-A com 4360830 células (841902 pontos), malha-B com 1878086 células (370941 pontos) e, finalmente, malha-C com 773078 células (156586 pontos). Devemos observar que a malha-B é três vezes maior do que a malha-C, e a malha-A é seis vezes maior do que a malha-C. As condições de fronteiras foram especificadas a fim de reproduzir as condições operacionais do teste experimental realizado anteriormente. Neste cenário, as duas entradas laterais possuem uma condição de contorno de entrada de velocidade. A veloci-



a)



b)

Figura 6.3: Exemplo 3D de uma malha utilizada para modelar a bomba de disco. a) Geometria completa da bomba, b) Cada disco da bomba.

dade é imposta considerando a vazão necessária e o diâmetro dos tubos de entrada. Na saída da bomba, uma condição de limite de fluxo de saída é especificada, que permite acomodar a pressão como um resultado do cálculo. Esta pressão, subtraída da entrada, é, portanto, utilizada para calcular a razão de pressão da bomba e a altura manométrica, para ser comparada com os experimentos realizados. Os restantes elementos da bomba são condições de limite de parede. As paredes são definidas para velocidade zero, exceto para as paredes do disco que são definidas à velocidade rotacional local da bomba. Uma referência de movimento do modelo da estrutura é utilizada para modelar a bomba.

Na Figura 6.4, apresentamos os resultados computacionais considerando um fluxo laminar puro. Devemos notar que os círculos se referem a malha mais densa (malha-A), os quadrados para a malha-B e o triângulo para a malha-C. Os resultados experimentais são definidos como a linha, com as correspondentes barras de erros experimentais. É interessante notar que para velocidades de rotação mais baixas, a saber 150 rpm, os resultados experimentais e numéricos concordam muito bem um com o outro. Os resultados come-

çam a se desviar dos valores experimentais para velocidades de rotação maiores. Podemos assim antecipar, considerando que estamos modelando o fluxo completamente laminar, que haverá um aumento no fluxo turbulento, entre os discos, para maiores velocidades de rotação. Na verdade, para este cálculo de fluxo laminar, a comparação entre valores experimentais e numéricos, a 450 rpm está longe de adequado. Também podemos notar que há uma dependência crescente na densidade da malha. A malha mais densa tenta aproximar-se do valor experimental, mas de uma longa distância.

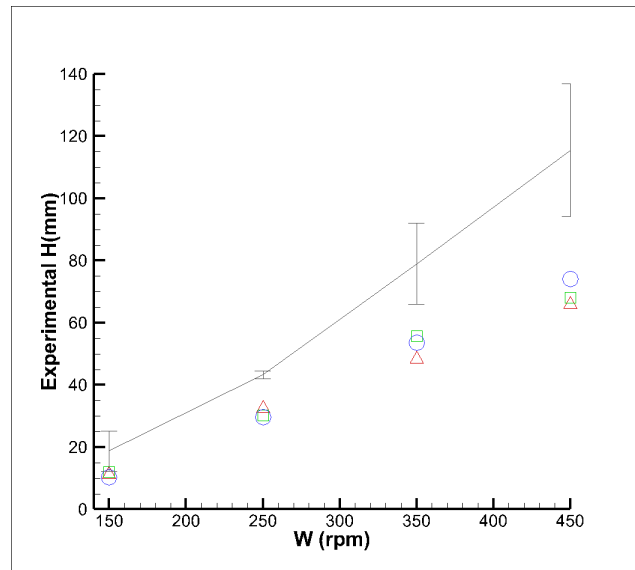


Figura 6.4: Resultados da computação puramente Laminar.

A seguir, apresentaremos os resultados obtidos com o modelo de turbulência de três equações $k - kl - \omega$, os quais encontram-se na Fig. 6.5. Com este modelo podemos observar que, como para a computação puramente laminar, os resultados a 150 rpm são muito próximos aos valores obtidos experimental tendo em conta o limite de erros. Neste caso, este acordo estende-se à velocidade de rotação de 350 rpm. Portanto, podemos concluir que, há uma melhoria notável quando utilizamos um modelo transição em vez de um cálculo de fluxo puramente laminar, uma vez que o fluxo na realidade, não é puramente turbulento em rotações maiores. Vale ressaltar que os resultados para a maior velocidade de rotação não estão de acordo com os valores obtidos experimentalmente. Neste caso, a altura manométrica prevista excede o valor experimental, o resultado para um cálculo puramente laminar foi uma previsão insuficiente. É interessante notar que, a super-predição é vista em todas as rotações maiores, quando calculamos com o modelo de três equações, exceto para velocidade de rotação inferior.

A seguir, será realizada uma análise dos resultados provenientes do modelo de turbulência SAS, associado à equação de transporte de intermitência, como ilustra a Fig. 6.6. Os resultados concordam muito bem com o experimental. Podemos notar que todos os resultados numéricos são ajustados dentro das barras de erro dos resultados experimentais. Também é interessante notar que os resultados com malha-A, o mais denso, estão concordando notavelmente bem com os experimentais. Isso nos induziu a concluir que devemos

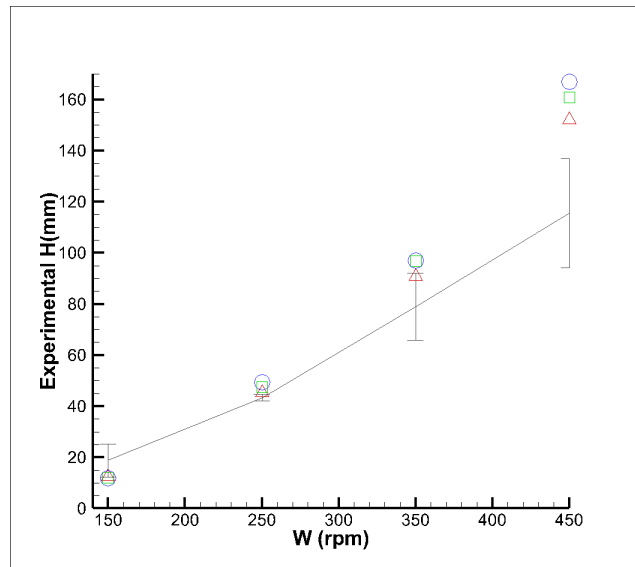


Figura 6.5: Resultados da computação para o modelo de turbulência de três equações.

sempre utilizar a malha-A para o resto dos cálculos e análises daí resultantes.

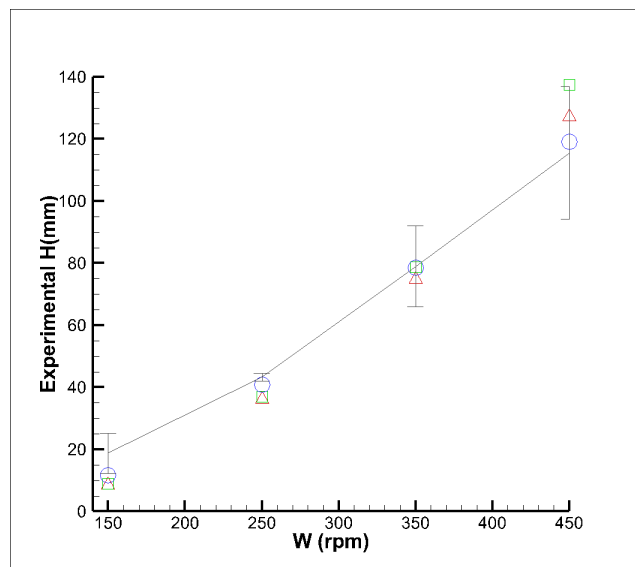


Figura 6.6: Resultado da computação utilizando o modelo de turbulência SAS, associado com uma equação de transporte de intermitência.

Na Figura 6.7, foram analisados os perfis de velocidade e pressão em diferentes velocidades de rotação.

Na Fig.6.7 analisou-se os perfis de velocidade e de pressão para as velocidades de rotação de 150 rpm e de 450 rpm, o que nos permitiu constatar que os resultados foram de acordo com o trabalho desenvolvido por [10]. Na parte da língua há uma estagnação do fluido, principalmente quando a bomba está girando em baixas velocidades de rotação, o que origina uma recirculação na saída do difusor. O fluxo que é expelido pelos discos tem pouco impulso originando assim, pequenas regiões de vórtices e recirculações na saída do

difusor, o mesmo pode ser observado na Fig. 6.8.

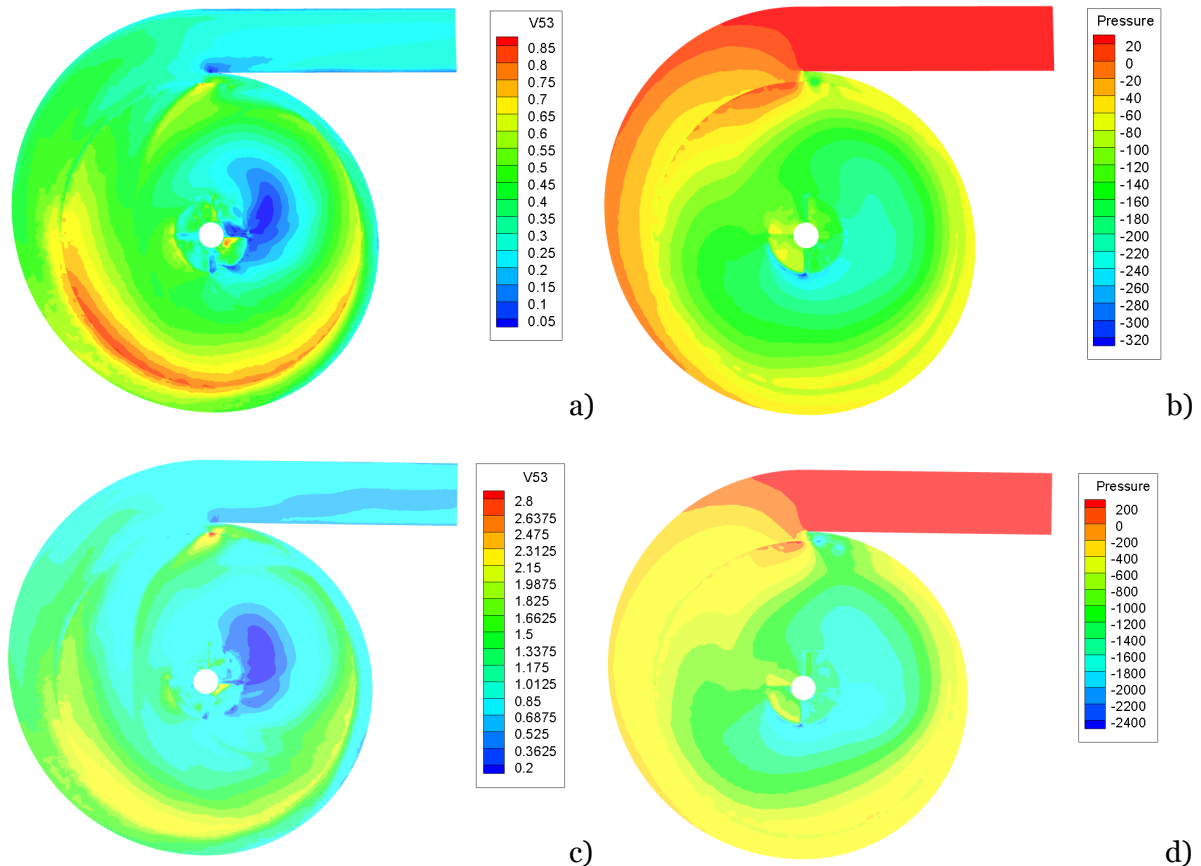


Figura 6.7: Perfis de velocidade e pressão no interior da bomba de disco para velocidades de rotação de 150 rpm e de 450 rpm. Onde: a) Representa o perfil de velocidade para velocidade de rotação de 150 rpm; b) Representa o perfil de pressão para velocidade de rotação de 150 rpm; c) Representa o perfil de velocidade para velocidade de rotação de 450 rpm; d) Representa o perfil de pressão para velocidade de rotação de 450 rpm

Na parte inferior da bomba podemos observar a criação de uma espiral, a velocidade é maior nesta zona e posteriormente como a área da voluta se expande, logo a velocidade vai decaindo em função do aumento da área, tal como se observa na Fig. 6.9.

Na Fig. 6.10, apresentamos uma análise da tensão de cisalhamento da parede, isso inclui um corte na secção que passa pelo centro. É interessante observar que as tensões de cisalhamento menores são observadas para o cálculo de fluxo puramente laminar, como esperado. Devemos referir também que estes resultados foram obtidos para a condição de 350 rpm. Esta condição foi selecionada, tendo em conta os resultados anteriores da altura manométrica, a fim de apresentar uma extensão maior da região de transição. Devemos mencionar também que o fluxo não é simétrico, visto que a bomba apresenta uma excentricidade na direção radial, incluindo a voluta e a língua da bomba. Este efeito geométrico induz uma maior tensão de cisalhamento na parte inferior dos discos, em comparação com uma menor tensão de cisalhamento no lado da língua. Isso significa que a parte dos discos que mais contribui para o efeito de bombeamento é a parte inferior do disco. De-

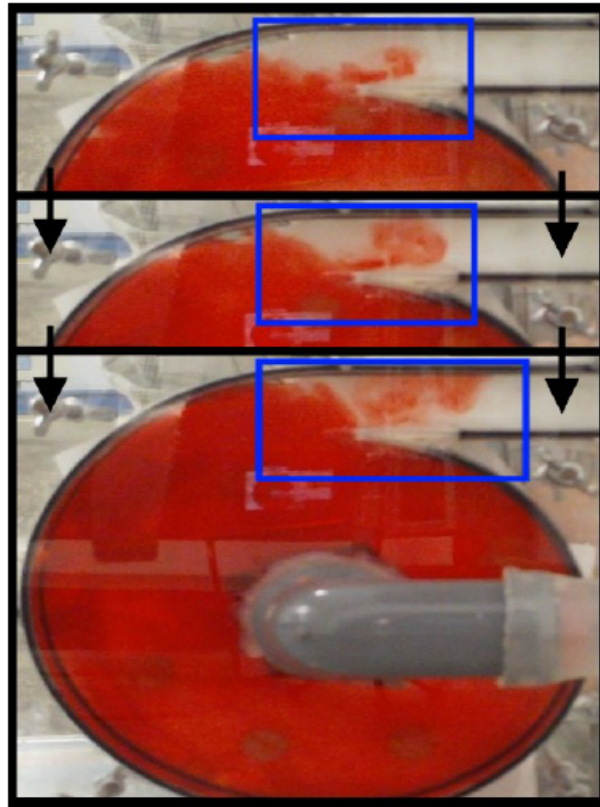


Figura 6.8: Visualização de pequenos vórtices e recirculação na saída do difusor [10].

vemos lembrar que este tipo de bomba Tesla funciona através do cisalhamento entre o fluido e os discos rotativos.

Considerando que os dois resultados mais precisos são obtidos com os modelos de transição de turbulência, em particular com o SAS acoplado à equação diferencial de intermitência, decidimos agora realizar uma análise sobre a energia cinética turbulenta que ocorre no fluxo médio da bomba, como ilustra a figura 6.11.

É importante referir que o modelo SAS prevê um menor valor de energia cinética turbulenta, em comparação com o modelo de três equações. Esta geração excessiva de energia cinética turbulenta no modelo $k - kl - \omega$ pode ajudar a explicar a sobre-predição da altura manométrica como pode ser observado nas Fig. 6.5 e 6.6.

Por outra, a partir da Fig. 6.11 a), efetuamos o cálculo do raio tendo em o R_{crit} para um disco em rotação, cujos cálculos encontram-se no apêndice C.

O que nos permitiu constatar segundo o modelo teórico que, o escoamento é laminar até a um raio de 0.075m, o que significa que para um disco de apenas 0,060m não há comprimento de raio suficiente para que atingisse o escoamento turbulento.

O que nos leva a concluir teoricamente que, caso fosse um disco sem paredes laterais, nunca atingiria o escoamento turbulento, porque para atingir tal escoamento teria de possuir um diâmetro de disco maior. Mas neste caso, há borda laminar precisamente porque não tem diâmetro de disco suficiente para passar a escoamento turbulento.

De realçar que o R_{crit} utilizado é para um disco sem distorção das paredes, neste caso,

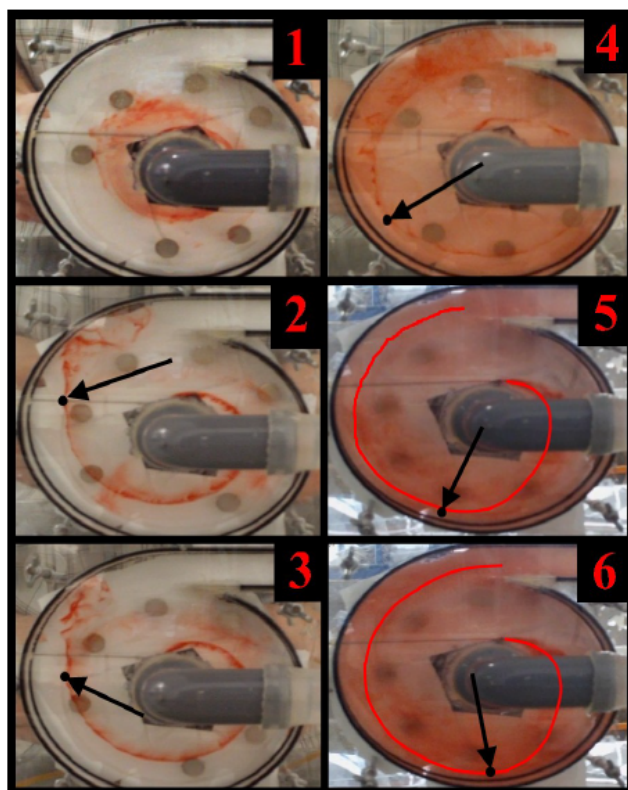


Figura 6.9: Visualização do caminho do fluxo dentro da bomba de disco para várias velocidades de rotação: 1-Velocidade muito baixa, cerca de 3-4 rpm; 2, 3, 4-Velocidades intermediárias, cerca de 30-80 rpm; 5, 6- Altas velocidades de rotação, cerca de 100-150rpm [10].

como a bomba possui uma voluta, acabam por haver perturbações, como se pode observar na Fig. 6.9, onde mesmo para velocidades baixas o escoamento já é turbulento. De igual modo, podemos verificar na zona da língua que há um pico de turbulência, como se pode ver na Fig. 6.11 e na Fig.6.8.

Na Fig. 6.11 b), por possuir a voluta, na zona a esquerda o escoamento é como se fosse atraído para tal zona, devido a existência das perturbações. Nesta mesma Fig., na zona da direita, ou seja, no 1º quadrante do disco, o escoamento é laminar e porta-se mais como o modelo teórico porque não há deformação da geometria.

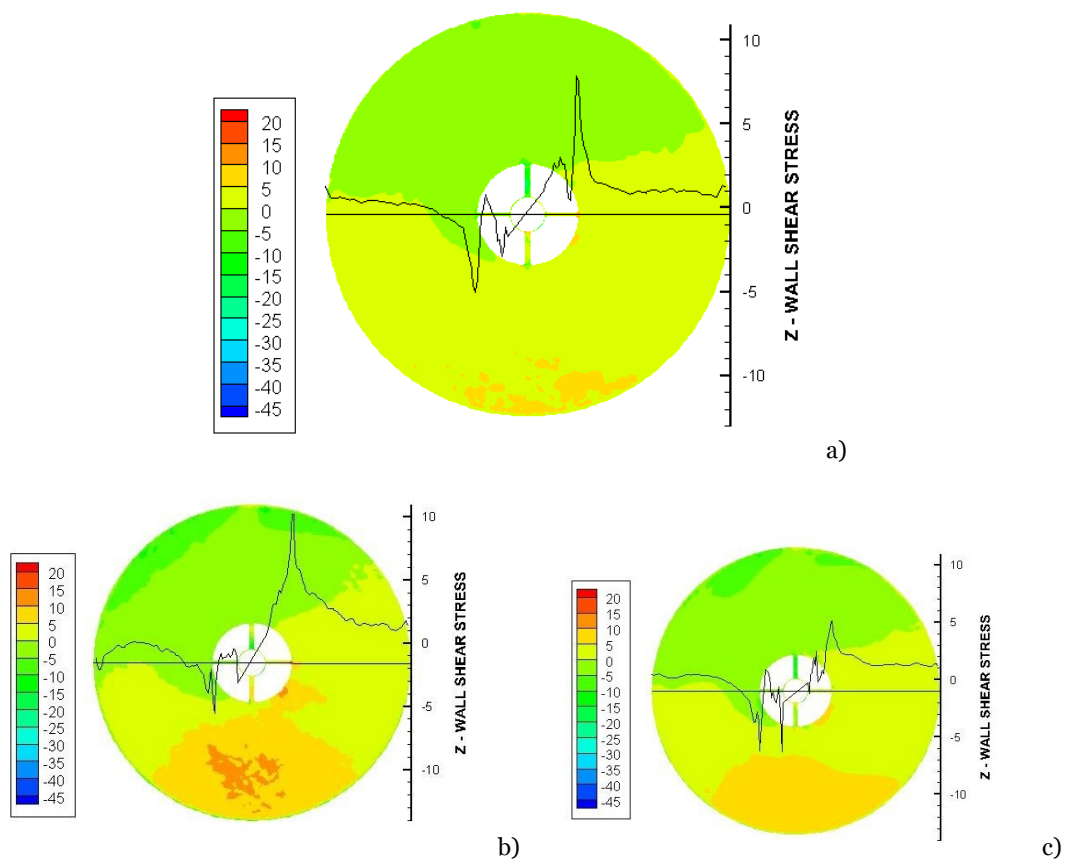


Figura 6.10: Tensão de cisalhamento da parede na direção transversal (Z), com um perfil extraído no meio da turbomáquina. Escoamento Laminar a), modelo de três equações b) e modelo SAS c). Obtidos para 350 RPM.

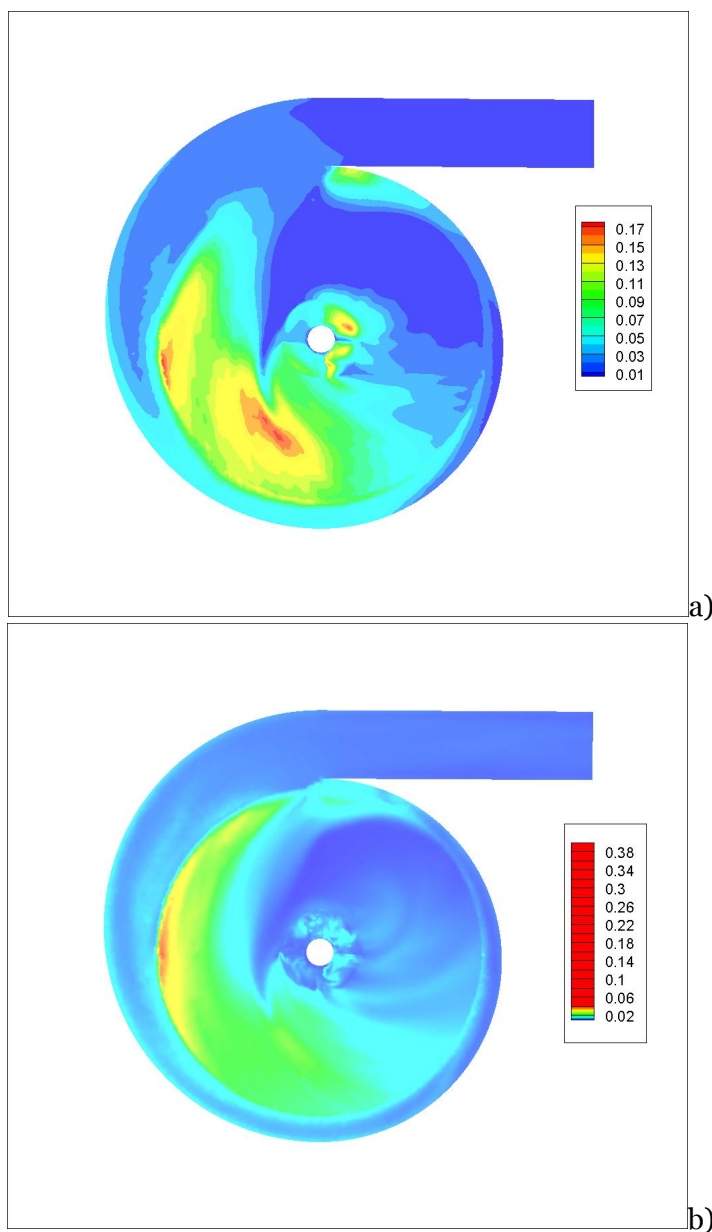


Figura 6.11: Energia cinética turbulenta. Resultados obtidos numa secção ao meio do plano da bomba, entre dois discos, para uma velocidade de rotação de 350 RPM. Resultados obtidos para o modelo de três equações a), e para o modelo SAS b).

Capítulo 7

Conclusão e Sugestões

7.1 Conclusão

Realizámos um estudo sobre o efeito da modelagem de transição para uma bomba Tesla que foi previamente desenvolvida e testada na nossa instituição.

A utilização de CFD permitiu verificar as condições de operação da bomba de uma forma que não era possível com a instrumentação existente. Em particular, precisaríamos realizar uma análise LDA ou PIV para a região inter-lâmina da bomba para analisar o fluxo interno. Isso não é possível devido aos vários discos e a média ótica correspondente que difratam o caminho da luz. Devemos, portanto, recorrer ao CFD para analisar os meandros do fluxo da bomba Tesla.

Concluimos inicialmente, por meio de uma análise da altura manométrica para múltiplas velocidades rotacionais e comparando os resultados experimentais com o modelo puramente laminar, o modelo $k - kl - \omega$ e o modelo SAS, concluiu-se que o modelo laminar é o que apresenta piores resultados, logo, , que o fluxo da bomba envolve um regime misto de grande extensão da região de transição de laminar para turbulento. Isso foi possível devido a um cálculo paramétrico para cada um dos valores experimentais, utilizando um cálculo laminar completo e um cálculo adicional com dois modelos de transição alternativos, ou seja, o modelo de três equações $k - kl - \omega$ e o SAS acoplado a uma equação de transporte de intermitência com correlações empíricas.

Assim, foi possível concluir que o modelo SAS estava obtendo resultados muito bons, em malha refinada, quando comparado com os resultados experimentais. Na verdade, o modelo de três equações super-estimou a altura manométrica, em comparação com o modelo SAS.

Além disso, estendemos esta análise calculando a tensão de cisalhamento da parede para uma secção da bomba de discos. Isso nos permitiu concluir que a parte dos discos que mais contribui para o efeito de bombeamento é a parte inferior da bomba, longe da língua. Na verdade, o contorno geométrico da língua e da voluta induzem um efeito anti-simétrico que está afetando a ação de bombeamento, por se tratar de uma bomba com princípio de funcionamento de cisalhamento. Uma análise específica para mitigar este efeito, a fim de aumentar a área de cisalhamento mais efetiva deve ser considerada no futuro.

Foi também efetuada uma análise mais detalhada do espaçamento entre os discos, nomeadamente para uma secção a meio da bomba. Isso nos permitiu analisar o efeito da energia cinética turbulenta. Concluimos que o modelo de três equações prevê um excesso de k que é responsável pela sobreprevisão excessiva da altura manométrica. Uma análise mais detalhada em outras velocidades de rotação pode ser considerada para estudar

a evolução desse efeito quando a bomba opera com extensões maiores de fluxo laminar. Finalmente, podemos concluir que a maioria dos resultados calculados para bombas Tesla, usando CFD, devem ser lidos com cautela. Em particular porque consideram uma computação laminar ou turbulenta completa. É perfeitamente possível que uma bomba de disco específica esteja operando em qualquer um desses dois regimes distintos. No entanto, na maioria das situações, as condições de operação dentro da bomba são de natureza mista, com grandes porções da bomba envolvendo fluxo de transição.

O cálculo do escoamento de transição é, por si só, um grande desafio, mas podemos concluir que o fechamento da turbulência do SAS, associado a uma equação de transporte intermitente, pode ser uma boa solução para analisar este tipo de escoamento. Podemos certamente antecipar que os cálculos e análises mais detalhados podem agora ser realizados para a bomba Tesla, uma vez que identificamos a ferramenta adequada para executá-los.

7.2 Limitações do estudo

A limitação deste estudo está relacionada com a revisão bibliográfica, pois a mesma tem um papel de extrema importância, e uma vez que este tipo de turbomáquinas baseada nas tensões viscosas, é um assunto pouco desenvolvido deparamos-nos com uma escassez muito elevada de literatura.

7.3 Sugestões de trabalhos futuros

Tendo em conta a instalação experimental e numérica deste tipo de turbomáquina, e estando a bomba e o seu encapsulamento preparados para o efeito, é possível obter resultados para vários espaçamentos entre discos, diferente número de discos e diferentes formas da borda de entrada dos discos. Atendendo a que se aumentarmos a velocidade de rotação o espaçamento entre os discos terá de ser menor para um mesmo número de Reynolds. Então, à medida que o fluido circula entre os discos, a sua velocidade é alterada, e o espaçamento entre os discos também deverá de ser alterado para manter um número de Reynolds ótimo. Que seria bastante interessante para estudar a aplicação de um rotor com discos cônicos, de forma a que o espaçamento entre eles variasse à medida que o fluido acelerasse segundo a direção radial dos discos.

Bibliografia

- [1] J. Páscoa, S. Candido, F. Charrua-Santos, A. Espirito-Santo, and M. Canario, “Disc turbine for energy harvesting,” *In ASME Paper n^o IMECE2018-88143*, 2018. xiii, xiv, 2, 5, 26, 29, 30, 31, 32, 61, 62
- [2] M. T. Pereira, *Máquinas de fluxo*, 2016. xiii, 3
- [3] P. Lampart, K. Kosowski, M. Piwowarski, and Łukasz Jędrzejewski, “Design analysis of tesla micro-turbine operating on a low-boiling medium,” *POLISH MARITIME RESEARCH*, pp. 28–33, 2009. xiii, 6, 10
- [4] G. M. Placco, L. N. F. Guimarães, and G. P. Camillo, “Parâmetros de funcionamento de uma turbina de tesla operando a ar comprimido,” in *VI NATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING*, 2010. xiii, 6, 7
- [5] R. Darby, G. Morrison, and P. Roddy, “Performance characteristics of a multiple disk centrifugal pump,” *Journal of Fluids Engineering*, 109(1), pp. 51–57, 1987. xiii, 4, 12, 13
- [6] F. M. White, *Fluid Mechanics*, 5th ed. McGraw-Hill, 2002. xiii, 18
- [7] J. Pacello and P. Hanas, “Disc pump-type pump technology for hard-to-pump applications,” *U.S. Patent No. 1 061 206*, 1913. xiii, 20
- [8] H. Schlichting and K. Gersten, *Boundary Layer Theory*, 8th ed. New York:Springer, 2000. xiii, 20, 21
- [9] P. Childs, *Rotating flow*. Boston: Elsevier, 2011. xiii, xv, 22, 23, 25, 26, 27
- [10] M. Oliveira and J. Páscoa, “Experimental set-up to analyse the flow on tesla pumps for mems applications.” xiv, 65, 67, 68
- [11] Y. A. Cengel and J. M. Cimbala, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*, 2nd ed., McGraw-Hill, Ed., 2010. xiv, 16, 19, 20, 22, 79
- [12] N. Tesla, “Turbine,” *U.S. Patent No. 1 061 206*, 1913. 1
- [13] H. Schlichting, *Boundary-Layer Theory*, McGraw-Hill, Ed., 1979. 1
- [14] R. Pramod, P. S. S. Harsha, and K. U. Kumar, “Design and development of tesla turbine,” *International Journal of Applied Engineering Research*, 10(50), pp. 1122–1127, 2015. 2
- [15] A. Hasan, “Investigating the possibility of using a tesla turbine as a drive unit for an automotive air-conditioning compressor using cfd modeling,” *ASHRAE Transactions*, vol. 122, p. 146–158, 2016. 2

- [16] A. Aghagoli and M. Sorin, “Cfd modelling and exergy analysis of a heat pump cycle with tesla turbine using co2 as a working fluid,” *Applied Thermal Engineering*, vol. 178, 2020. 2
- [17] G. E. Miller, B. D. Etter, and J. M. Dorsi, “A multiple disk pump as a blood flow device,” *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, pp. 157–163, 1990. 3
- [18] T. Engin, M. Özdemir, and Şevki Çeşmeci, “Design, testing and two-dimensional flow modeling of a multiple-disk fan,” *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 33, no. 8, pp. 1180–1187, 2009. 3
- [19] M. B. Habhab and J. Lo, “Tesla inspired pump and microfluidic gradient realized with lithography based additive manufacturing,” *TRANSDUCERS 2017 - 19th International Conference on Solid-State Sensors, Actuators and Microsystems*, p. 1754–1757, 2017. 3
- [20] W. Rice, “An analytical and experimental investigation of multiple disk pumps and compressors,” *Journal of Engineering for Power*, 85(3), pp. 191–200, 1963. 3, 11, 13
- [21] A. Rossetti, G. Pavesi, and G. Ardizzon, “A new two stage miniature pump: Design experimental characterization and numerical analyses,” *Sensors and Actuators A: Physical*, pp. 74–87, 2010. 4
- [22] M.-B. Habhab, T. Ismail, and J. F. Lo, “A laminar flow-based microfluidic tesla pump via lithography enabled 3d printing,” *Sensors (Switzerland)*, 16(11), 2016. 4
- [23] S. Naz, D. Lockhart, P. Harwood, and A. E. Komrakova, “Numerical study of turbulent flow in a tesla disc pump,” *In ASME Paper n° IMECE2017-71577*, 2017. 4
- [24] R. Vizinho, J. Pascoa, and M. Silvestre, “High altitude transitional flow computation for a propulsion system nacelle of maat airship,” *SAE International Journal of Aerospace*, 6(2), 2013. 4
- [25] M. Abdollahzadeh, M. Esmailpour, R. Vizinho, A. Younesi, and J. Páscoa, “Assessment of rans turbulence models for numerical study of laminar-turbulent transition in convection heat transfer,” *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 115, pp. 1288–1308, 2017. 4
- [26] S. Cândido, J. Páscoa, A. R. Tomé, A. Amorim, and S. K. Weber, “Cfd analysis of flow structures in amixing chamber,” *In ASME Paper n° IMECE2019-11747*, 2019. 4
- [27] T. Von Kármán, “über laminare und turbulente reibung.” *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 1921. 9
- [28] W. G. Cochran, “The flow due to a rotating disk,” *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 30, pp. 365–375, 1934. 9

- [29] M. H. Rogers and G. N. Lance, “The rotationally symmetric flow of a viscous fluid in the presence of an infinite rotation disk,” *Journal of Fluid Mechanics*, 7(04), pp. 617–631, 1959. 9
- [30] E. R. Benton, “On the flow due to a rotating disk,” *Journal of Fluid Mechanics*, 24(04), pp. 781–800, 1966. 9
- [31] J. Humphrey, C. Shuler, and D. Webster, “Unsteady laminar flow between pair of disks corotating in a fixed cylindrical enclosure,” *Physics of Fluids*, 7(6), pp. 1225–1240, 1995. 9
- [32] A. Ladino, “Numerical simulation of the flow field in a friction-type turbine (tesla turbine),” 2004. 10
- [33] P. Lampart and Łukasz Jędrzejewski, “Investigations of aerodynamics of tesla bladeless microturbines,” *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2011. 10
- [34] S. Sengupta and A. Guha, “A theory of tesla disc turbines,” *Journal of Power and Energy*, 2012. 10
- [35] S. Hasinger and L. Kehrt, “Investigation of a shear-force pump,” *Journal of Engineering for Power*, 85(3), pp. 201–207, 1963. 11, 13
- [36] K. Yamaguchi, B. Wang, K. Okamoto, and S. Teramoto, “Loss mechanisms in shear-force pump with multiple corotating disks,” *Journal of Fluids Engineering*, 136(8), 2014. 12, 13
- [37] A. Guha and B. Smiley, “Experiment and analysis for an improved design of the inlet and nozzle in tesla disc turbines,” *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, 224(2), pp. 261–277, 2010. 13, 14
- [38] A. Guha and S. Sengupta, “Analytical and computational solutions for three dimensional flow-field and relative path lines for the rotating flow in a tesla disc turbine,” *Computers and Fluids*, 88, pp. 344–353, 2013a. 14
- [39] S. Sengupta and A. Guha, “The fluid dynamics of the rotating flow in a tesla disc turbine,” *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, 37, pp. 112–123, 2013b. 14
- [40] C. T. Crowe, D. F. Elger, and J. A. Roberson, *Engineering Fluid Mechanics*, 8th ed., J. W. . S. Inc., Ed., 2005. 17, 19
- [41] R. Fox, A. McDonald, and P. Pritchard, *Introdução a Mecânica dos Fluidos*, S. Edição, Ed., 2006. 17, 18
- [42] M. Canário, “Estudo analítico, concepção e ensaio experimental de uma bomba de discos para baixo número de reynolds,” Master’s thesis, University of Beira Interior., 2009. 29

- [43] M. Oliveira and J. Páscoa, “Analytical and experimental modeling of a viscous disc pump for mems applications,” in *III Conferência nacional em mecânica de fluidos, termodinâmica e energia, Associação Portuguesa de Mecânica Teórica Aplicada e Computacional, Instituto Politécnico de Bragança, 2009*, pp. 1–6. 30
- [44] C. R. Mollenhoff, “Forgotten father of the computer,” *Ames: Iowa State University Press*, p. 274, 1988. 33
- [45] Atila Pantaleão Silva Freire, *Uma Introdução à Teoria de Estabilidade Hidrodinâmica*, P. de Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Ed. 35
- [46] H. Versteeg and W. Malalasekera, *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*, 2nd ed., P. E. Limited, Ed., 2007. 36, 55
- [47] L. Kleiser and Z. A. Thomas, “Numerical simulation of transition in wall-bounded shear flows,” *Ann. Rev. Fluid Mech.*, vol. 23, pp. 495–537, 1991. 36
- [48] T. Cebeci, “Ingredientes essenciais de um método para aerofólios de baixo número de reynolds,” vol. 27, 1989. 36
- [49] P. Spalart, “Detached-eddy simulation,” 1997. 38
- [50] J. Eriksson, “Simulation of the flow around a semi-submersible using cfd,” Master’s thesis, n Naval Architecture and Ocean Engineering, 2017. 38
- [51] P. K. Kundu and I. M. Cohen, “Fluid mechanics,” *Elsevier Academic Press*, 2004. 38, 40
- [52] S. Freire, A. P. Ilha, and M. Colaço, “Coleção cadernos de turbulência,” *ABCM, Rio de Janeiro*, vol. 5, 2006. 43, 46
- [53] F. Menter, M. Kuntz, and R. Bender, “A scale-adaptive simulation model for turbulent flow predictions,” vol. 27, 2003. 52, 53
- [54] F. Menter, “Two-equation eddy viscosity turbulence models for engineering applications,” vol. 27, 1994. 54
- [55] D. K. Walters and D. Cokljat, “A three-equation eddy-viscosity model for reynolds-averaged navier-stokes simulations of transitional flows,” *Journal of Fluids Engineering*, 2008. 77

Apêndice A

Constantes do modelo k-kl- ω

As constantes do modelo para o modelo de transição k - kl - ω que estão listadas abaixo, foram extraídas de [55].

$$A_0 = 4.04; A_s = 2.12; A_\nu = 6.75; A_{BP} = 0.6;$$

$$A_{NAT} = 200; A_{TS} = 200; C_{BP,crit} = 1.2; C_{NC} = 0.1;$$

$$C_{NAT,crit} = 1250; C_{INT} = 0.75; C_{TS,crit} = 1000; C_{R,NAT} = 0.02;$$

$$C_{11} = 3.4 * 10^{-6}; C_{12} = 1.0 * 10^{-10}; C_R = 0.12; C_{\alpha,\theta} = 0.035;$$

$$C_{SS} = 1.5; C_{r,1} = 4360; C_{\omega 1} = 0.44, C_{\omega 2} = 0.92;$$

$$C_{\omega 3} = 0.3; C = 1.5; C_\lambda = 2.495; C_{\mu,std} = 0.09;$$

$$P_{r\theta} = 0.85; \sigma_k = 1; \sigma_\omega = 1.17$$

Apêndice B

Curva de desempenho de uma bomba

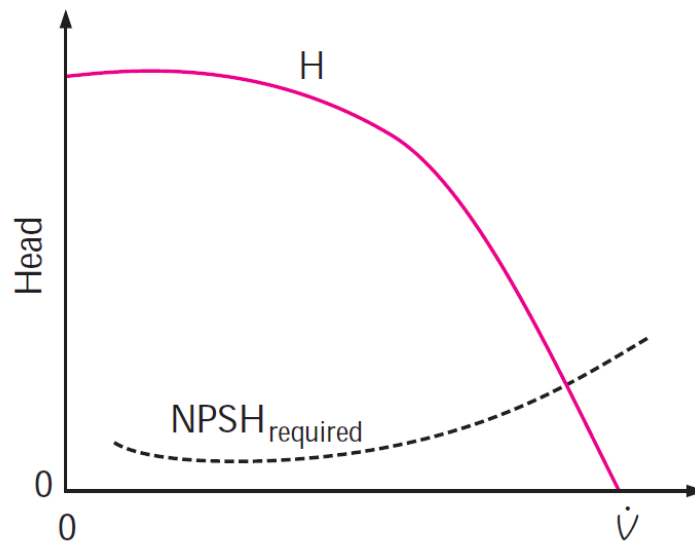


Figura B.1: Curva de desempenho geral da bomba, onde a altura manométrica e o NPSH requerido são traçados em função do caudal volumétrico [11].

Apêndice C

Número de Reynolds crítico para um disco em rotação

$$Re_{crit} = \frac{V * r * \rho}{\mu} \quad (C.1)$$

Onde:

$$V = \omega * r \quad (C.2)$$

Logo:

$$Re_{crit} = \frac{\omega * r^2 * \rho}{\mu} \quad (C.3)$$

Esta é a equação do Re_{crit} para um disco em rotação. Para o nosso caso de estudo, vamos utilizar $\omega = 350$ RPM, que convertendo fica $36,652$ rad/s.

Assumindo que a água encontra-se a 20° C, logo: $\mu = 1,002 * 10^{-3} Kg/m * s$. E tendo em conta o $Re_{crit} = 2 * 10^5$, obtém-se:

$r = 0,075$ m.