



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
Faculdade de Engenharia

# Contribuição para a Concepção e Dimensionamento de Novas Estruturas em Granito de Alta Resistência

**Clemente Martins Pinto**

Tese para obtenção do Grau de Doutor em

**Engenharia Civil**

(3º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor João Pires da Fonseca

Covilhã, abril de 2015



# Agradecimentos

No desenvolvimento do presente trabalho recebi ensinamentos, incentivos e entusiasmo que tornaram o “caminho” mais coerente e menos difícil. Às pessoas de quem os recebi agradecerei com um abraço de Amizade.

Aos autores das muitas leituras que fiz, nem todas citadas, agradeço o ato de deixarem escrito, contribuindo desse modo para a continuidade do caminho para o conhecimento.



# Resumo

O presente trabalho constitui uma contribuição para a concepção de estruturas esbeltas em granito de alta resistência, nomeadamente para estruturas de cascas, vigas, pilares e arcos.

São abordados conceitos fundamentais da mecânica aplicada à concepção de estruturas, como é o caso do conceito de força e do conceito de rigidez. As forças são consideradas como resultantes de sistemas de interações magnéticas intermoleculares cuja intensidade se altera com a ocorrência de deslocamentos relativos. O conceito de rigidez é associado à sensibilidade para que se verifiquem variações das intensidades das interações nesses deslocamentos relativos. Tendo por base o facto de as variações de forças estarem associadas a deslocamentos intermoleculares relativos, introduz-se o conceito de fase transitória em desequilíbrio, intervalo de tempo durante o qual a estrutura transita para uma nova configuração e se geram as forças internas equilibrantes.

O funcionamento de uma estrutura em equilíbrio é associado a processos de transferência de informação e caminhos de forças, cuja representação faz uso de campos vectoriais e conceitos associados.

Os conceitos de rigidez e de caminhos de forças conduzem à ideia de via construtiva de manipulação de rigidez para a concepção de estruturas. O procedimento corresponde à adição de material onde se pretendem criar os caminhos de forças, com manipulação dos parâmetros que influenciam a rigidez, de modo a que o sistema de forças resultante seja adequado às condicionantes presentes.

O comportamento mecânico do granito de alta resistência foi estudado, com abordagem dos processos de destruição interna por formação e progressão de fissuras. É proposto que, sob solicitações longitudinais de compressão, as forças transversais de tração nas pontas das fissuras, responsáveis pela progressão, são resultantes do deslocamento relativo das suas faces irregulares encaixadas. Com base nesse modelo são estudados os diferentes fatores que influenciam a progressão de fissuras e, conseqüentemente, a resistência mecânica à compressão. Esses fatores são, nomeadamente, os gradientes das tensões de compressão, a velocidade do carregamento, a dimensão dos grãos, a composição química do granito e o nível de confinamento transversal.

O conceito de “material” é entendido como um sistema estrutural, por exemplo, na forma de mini e micropilares interligados, não se considerando adequada a utilização geral de modelos e teorias idealizadas para domínios homogêneos e contínuos.

O equilíbrio de estruturas de cascas é estudado através de campos vetoriais, sendo proposto um procedimento de obtenção de formas anti-funiculares para sistemas de forças internas predefinidos. Em cascas para coberturas, por exemplo, esses sistemas de forças correspondem a projeções horizontais dos esforços de membrana, que se podem associar ao equilíbrio de “parede”, e a sistemas de forças verticais associados a soluções de “laje”. O sistema de forças predefinido apenas se verifica na estrutura resultante através do recurso a pré-esforço, que garante que a fase transitória em desequilíbrio seja mínima. Caso contrário, existe uma dependência dos parâmetros de rigidez e a transição em desequilíbrio que a estrutura tem que verificar implica sempre diferenças entre o sistema de forças predefinido e o resultante. O procedimento proposto difere da obtenção de forma anti-funcular por inversão de membranas suspensas, em que existe dependência da rigidez do sistema. Nesse caso, as soluções podem ainda ser controladas, por exemplo, através da manipulação de rigidez nas zonas de apoio, em contraste com o procedimento alternativo em que o controlo é feito através do pré-esforço.

As soluções propostas para pilares e vigas consistem na associação de escoras de cantaria a sistemas laterais de contraventamento na forma de cabos de pré-esforço e escoras de ligação. A rigidez do sistema de contraventamento confere-lhe capacidade de transferência de cargas transversais e resulta em importantes aumentos de carga crítica da escora. A capacidade de carga do conjunto é condicionada pela existência de defeitos de fabrico como, por exemplo, no contacto entre superfícies empenadas ou com rugosidade macroscópica. Para a implementação das soluções torna-se necessário um rigoroso controlo de qualidade no processo de corte e na montagem dos elementos de cantaria.

São propostas soluções para pontes de arco articulado com vão da ordem de 250 m, composto por troços retos na forma de escoras de cantaria contraventadas por cabos laterais e escoras transversais de ligação. Nos nós articulados concorrem os troços do arco e os pilares de apoio das vigas do tabuleiro. Nas soluções propostas, a função de equilíbrio de sobrecargas rodoviárias ou ferroviárias é partilhada pelas vigas contínuas do tabuleiro e por sistemas adicionais de rigidez constituídos por cabos de pré-esforço. Essa solução permite reduções importantes das necessidades de rigidez e resistência das vigas do tabuleiro. Para arcos articulados com vãos da ordem dos 250 m sem os referidos sistemas de cabos, essas vigas resultariam demasiado volumosas, com secções transversais de dimensões desproporcionadas relativamente às dos restantes elementos da ponte. As soluções propostas para grandes vãos contrastam com as soluções que resultariam da simples ampliação de soluções “convencionais” de pontes de arco fino de pequenos vãos, que seriam mesmo inviáveis para utilizações mais exigentes como é o caso da utilização ferroviária. O reduzido consumo de material no arco que resulta da adoção dos sistemas laterais de contraventamento e o processo construtivo simplificado de um arco articulado apresentam-se vantajosos, tendo em conta as importantes reduções de peso e a maior adequação à pré-fabricação.

## Palavras-chave

Forças, rigidez, granito, mecânica da rotura, fissuras, cantaria, cascas, pilar, arco, pontes, pré-esforço, contraventamento.



# Abstract

The present work constitutes a contribution for the design of slender structures in high strength granite as shell structures, beams, columns and arches for bridges.

Fundamental concepts of mechanics are applied to the design of structures, like the concepts of forces and stiffness, being the basis for the developed work. Forces are considered as resultants of systems of intermolecular magnetic interactions whose intensity varies with the occurrence of relative displacements. The concept of stiffness is associated to the sensitivity of the variation of the interactions intensity with the relative displacements. Because the forces are associated to intermolecular relative displacements, the concept of transitory phase in disequilibrium is introduced, being a time interval in which the structure moves to a new equilibrium configuration and the internal equilibrium forces are generated.

The structural equilibrium is associated to information transmission processes and to force paths, whose representation utilizes vector fields and related concepts.

The perspective of stiffness and force paths results in an idea of a constructive process of stiffness manipulation in structural design. The procedure corresponds to the addition of the material in which the load paths are generated, with manipulation of the stiffness parameters to warrantee a system of forces that is adequate to the actual conditions.

The mechanical behaviour of granite was analysed, essentially in terms of the internal destruction processes by formation and progression of cracks. It is proposed that, under longitudinal compression, the transversal tensile forces in the crack tips, responsible for the progression, are generated by relative displacement of their irregular faces in contact. Based in that proposal, the different factors that have influence in the crack progression, the failure modes and the compressive strength are analysed. Those factors are namely the compression stress gradients, the loading rate, grain size, grain distribution and type and existence of transversal confinement.

The concept of “material” is considered as a structural system, composed for example by interconnected micro and mini-pillars, in which is not adequate the “blind” application of “compact” models and theories developed for homogeneous continuum.

For the analysis of equilibrium of structural shells vector fields are used. A procedure to obtain anti-funicular shapes for predefined systems of forces is proposed. For roof shells, those systems of forces correspond to horizontal projections of the membrane forces, which can be associated to a “wall equilibrium”, and to systems of vertical forces related to the equilibrium of a slab solution. The predefined system of forces can only occur in the obtained

structure through the application of prestress. Otherwise, there exists a stiffness dependency and an unavoidable transition in disequilibrium that originates differences between the predefined and the resultant systems of forces. The proposed procedure differs from the classical shape inversion of suspended membranes, in which there exists a dependency between the forces and the stiffness distribution. In this last case the solutions are influenced by the supports, in contrast with the proposed procedure, where the control is possible through prestress.

An innovative solution for columns and beams is proposed, consisting in the association of ashlar struts to lateral bracing systems, composed by prestressing cables and transversal connection struts. The stiffness of the bracing system results in capacity for the equilibrium of transversal loads and results in a significant increase of the critical axial buckling loads. The loading capacity is conditioned by the existence of imperfections like the contact between non-planar or rough surfaces. A rigorous quality control during the cutting process and assembling of the ashlar elements is therefore necessary.

In the present work hinged arch solutions with 250 m span are proposed, being composed by ashlar struts braced by lateral cables and transversal steel connection struts. In the hinged nodes the braced struts of the arch and the columns that support the deck are connected. In the proposed solutions the equilibrium of non-uniform traffic loads is distributed between the continuous beams of the deck and additional stiffening systems composed by prestressing cables. Those solutions permit to reduce the needs of stiffness and strength of the deck, which, for big spans, would result too big and with disproportionate dimensions in comparison to the other elements of the bridge. The proposed solution differ from a simple application of scale factors to the “conventional” thin arch and stiff deck bridges, which are normally adequate for smaller spans. Magnified solutions can even result non-viable for long span railway bridges. The reduced material consumption in the arch, due to the transversal bracing systems, and the hinged solution are also advantageous in the construction process, having in consideration the high self-weight reductions and the adequacy for prefabrication and assembling.

## **Keywords**

Forces, stiffness, granite, failure mechanics, cracks, ashlar, shells, column, arch, bridges, prestress, bracing.

# Índice

Capítulo 1 .....	1
Introdução.....	1
1.1. Cenário atual e possibilidades de inovação na construção em pedra .....	1
1.2. Trabalho anterior no domínio das estruturas de cantaria de granito pré-esforçado ....	2
1.3. Conceitos e ferramentas para a análise e conceção de estruturas .....	3
1.4. Estado do conhecimento acerca do comportamento mecânico do granito de alta resistência .....	4
Capítulo 2 .....	7
Conceitos fundamentais da mecânica aplicada à conceção de estruturas .....	7
2.1. Conceitos de interações e forças .....	7
2.2. Conceitos de rigidez e de resistência .....	9
2.3. Conceito de transição em desequilíbrio.....	10
2.4. Transferência de informação.....	12
2.5. Recurso a campos vetoriais .....	15
2.6. Determinação de caminhos de forças.....	20
2.7. Via construtiva de manipulação de rigidez.....	25
2.8. Resumo do capítulo 2.....	27
Capítulo 3 .....	29
Comportamento mecânico do granito de alta resistência .....	29
3.1. Limites e fases características em ensaios de compressão .....	29
3.2. Processo primário de destruição interna do material .....	30
3.3. Análise da fase de rotura.....	37
3.4. Inconsistências de teorias convencionais.....	57
3.5. Discussão do capítulo 3 .....	57
Capítulo 4 .....	61
Contribuição para a conceção de coberturas de tipo casca .....	61
4.1. Campos vetoriais na análise do equilíbrio de membrana .....	61
4.2. Procedimento para obtenção de formas anti-funiculares para cascas.....	64
4.3. Determinação do caminho de forças .....	75
4.4. Resumo e discussão do capítulo 4 .....	79
Capítulo 5 .....	83

Contribuição para a concepção de vigas e pilares em cantaria de granito .....	83
5.1. Solução base de viga .....	83
5.2. Solução base de pilar .....	86
5.3. Defeitos e imperfeições da cantaria .....	88
5.4. Resumo e discussão do capítulo 5 .....	94
Capítulo 6.....	97
Contribuição para a concepção de pontes de arco esbelto em cantaria de granito .....	97
6.1. Manipulação de rigidez e utilização de resistência .....	97
6.2. Soluções de arco articulado com troços contraventados .....	99
6.3. Condicionantes de equilíbrio em pontes de arco esbelto de grande vão.....	102
6.4. Análise de soluções de arcos articulados com adição de rigidez .....	103
6.5. Soluções de projeto .....	106
6.6. Concepção do nó de ligação entre troços do arco e pilares .....	114
6.7. Zona de transição entre peças de aço e blocos de cantaria.....	119
6.8. Resumo e discussão do capítulo 6 .....	124
Capítulo 7.....	127
Conclusões gerais e perspectivas futuras.....	127
7.1. Conceitos fundamentais para a concepção de estruturas .....	127
7.2. Comportamento mecânico do granito de alta resistência.....	127
7.3. Contribuição para a concepção de coberturas de tipo casca.....	128
7.4. Contribuição para a concepção de vigas e pilares em cantaria de granito.....	129
7.5. Contribuição para a concepção de pontes de arco esbelto em cantaria de granito ...	130
7.6. Retrospectiva global .....	131
Referências .....	133

# Lista de Figuras

<b>Figura 1:</b> Alçado e secção transversal de um pilar de cantaria de granito pré-esforçado e contraventado lateralmente (dimensões em mm). .....	2
<b>Figura 2:</b> Modelo do esquema de interações na estrutura interna dos materiais por deslocamento intermolecular relativo. ....	7
<b>Figura 3:</b> Intensidade da interação intermolecular em função da variação da distância (adaptado de [8]). ....	7
<b>Figura 4:</b> Transição de forma de um cabo com geometria inicial parabólica solicitado por uma carga concentrada. ....	9
<b>Figura 5:</b> Relação entre esforço axial e deslocamento vertical numa secção do cabo. ....	9
<b>Figura 6:</b> Sistema plano com quatro caminhos determinados por valores distintos de rigidez nas zonas de apoio. ....	12
<b>Figura 7:</b> a) Esquema linear de um sistema de interações; b) Caminho de forças. ....	13
<b>Figura 8:</b> Caso geral de equilíbrio de uma força $F$ por interações em múltiplas direções. ....	14
<b>Figura 9:</b> Caminhos de forças numa viga parede solicitada de forma assimétrica (adaptado de [13]). ....	14
<b>Figura 10:</b> a) Interações com uma única direção preponderante; b) Interações em que as únicas direções preponderantes são oblíquas relativamente à força equilibrada. ....	15
<b>Figura 11:</b> Inexistência de efeitos no equilíbrio de uma força pelo surgimento de interações exclusivamente transversais. ....	15
<b>Figura 12:</b> a) Problema de uma placa comprimida nos bordos por forças em direção ortogonal; b) Campo incoerente; c) Descrição coerente em direções ortogonais independentes. ....	16
<b>Figura 13:</b> Componentes dos campos vetoriais associados a componentes direcionais de forças. ....	17
<b>Figura 14:</b> Tubos de continuidade de forças verticais para um arco parabólico sujeito a um carregamento uniforme. ....	18
<b>Figura 15:</b> Tubos de continuidade de forças horizontais para um arco parabólico sujeito a um carregamento uniforme. ....	18
<b>Figura 16:</b> a) Tubos de continuidade para a componente vertical das forças (caminhos de forças verticais); b) Tubos de continuidade para a componente horizontal das forças (caminhos de forças horizontais). ....	19
<b>Figura 17:</b> Caminhos de forças verticais para uma viga em consola. ....	19
<b>Figura 18:</b> Tubos de continuidade de forças horizontais que garantem o equilíbrio de momentos na viga. ....	20
<b>Figura 19:</b> Modelo de escoras e tirantes com equilíbrio de forças verticais e horizontais. ....	20
<b>Figura 20:</b> Distribuição de forças horizontais na secção do eixo de simetria da parede. ....	21

<b>Figura 21:</b> Geometria do caminho de força vertical e relação de equilíbrio de momentos. ..	21
<b>Figura 22:</b> a) Detalhe de um caminho de forças verticais; b) Caminhos de forças verticais; c) Modelo de escoras e tirantes. ....	22
<b>Figura 23:</b> a) Distribuição de tensões normais ao plano de simetria e geometria dos caminhos; b) Caminhos de forças verticais; c) Modelo de escoras e tirantes. ....	23
<b>Figura 24:</b> Determinação de caminhos de forças para uma parede com “vazios” laterais e o modelo de escoras e tirantes inadequado. ....	23
<b>Figura 25:</b> Determinação da geometria de quatro caminhos de forças verticais; a) Caminhos exteriores; b) Caminhos interiores; c) Caminhos de componentes inseridos na parede. ....	24
<b>Figura 26:</b> a) Modelo de escoras e tirantes sem consideração das zonas laterais; b) Modelo adaptado para englobar as zonas laterais em consola. ....	24
<b>Figura 27:</b> Tubos de continuidade de forças verticais. ....	25
<b>Figura 28:</b> a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Solução após remoção de material não solicitado; d) Solução que resultaria da via construtiva de adição de rigidez. ....	26
<b>Figura 29:</b> Curvas tensão-extensão com os limites entre fases de destruição interna do material ([15], [16], [17], adaptado). ....	29
<b>Figura 30:</b> a) Fissura de faces lisas sem abertura; b) Abertura de fissura devido ao deslocamento relativo das suas faces irregulares (adaptado de [12]). ....	30
<b>Figura 31:</b> a) Solicitação por “corte” (modo II); b) Solicitação por tração (modo I). ....	31
<b>Figura 32:</b> a) Aumento da abertura das fissuras devido ao deslocamento relativo das faces irregulares encaixadas; b) Pressão transversal que resultará em destaque de peças finas de material junto à face. ....	31
<b>Figura 33:</b> a) Destaque de lâminas finas de material que resulta na rotura do elemento; b) Lâmina recolhida após rotura. ....	32
<b>Figura 34:</b> Lâmina de material recolhida após um ensaio em compressão excêntrica (espessura máxima $\approx$ 6mm). ....	32
<b>Figura 35:</b> Subdivisão em níveis de rugosidade (adaptado de [29] por referência a [30]). ....	35
<b>Figura 36:</b> a) Fissura com progressão junto à face; b) Modelos de escoras e tirantes na ponta da fissura, traduzindo a redução do atrito entre as faces. ....	36
<b>Figura 37:</b> Modelo associado a fissuras com progressão afastada das faces e com efeito da rigidez à flexão das zonas adjacentes. ....	36
<b>Figura 38:</b> Secção de conduta aberta em granito de alta resistência com fissuras paralelas às tensões principais de compressão em que as forças transversais provocam destaque de lâminas de granito. ....	37
<b>Figura 39:</b> Peça de granito formada por lâminas paralelas destacada da parede das condutas (cortesia de AECL Ltd.). ....	37
<b>Figura 40:</b> Progressão de fissuras com direção constante no caso de fissuras de faces lisas e rotura por encurvadura (vidro). ....	38

<b>Figura 41:</b> Rotura por deformação global e instabilidade simultânea de micropilares dando origem a planos de “deslize” inclinados.....	39
<b>Figura 42:</b> Progressão de fissuras longas que inibe a formação de fissuras adjacentes. ....	39
<b>Figura 43:</b> a) Rotura de um prisma de granito ( $h/b=4$ ); I - Progressão de uma microfissura axial; II - Encurvadura dos pilares resultantes; b) Metade inferior de um prisma após rotura.	40
<b>Figura 44:</b> Esquema genérico de rotura por destaque de pedaços de material integral (adaptado de [10]).....	41
<b>Figura 45:</b> Deformação transversal dos micropilares, com alteração do caminho de forças, que acelera o destaque de material.....	41
<b>Figura 46:</b> Cunha de material que se forma pela progressão de uma microfissura para o lado da face mais carregada (adaptado de [12]). ....	42
<b>Figura 47:</b> Prisma solicitado em compressão excêntrica antes da formação de fissuras a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo simplificado de escoras e tirantes; d) Modelo de escoras e tirantes variante. ....	42
<b>Figura 48:</b> Simulação de fissura de face lisas sem pressão lateral; a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo simplificado de escoras e tirantes; ..	43
<b>Figura 49:</b> Modelo de interação das faces irregulares das fissuras através de bielas rígidas inclinadas para determinação de pressão transversal.....	44
<b>Figura 50:</b> Simulação de fissura de face rugosas; a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais. ....	44
<b>Figura 51:</b> Modelo de escoras e tirantes na zona da fissura de faces rugosas. ....	45
<b>Figura 52:</b> Esquema de ensaio de provetes em cantaria de granito comprimidos excentricamente, com reforço metálico transversal. ....	45
<b>Figura 53:</b> a) Formação e deslize de uma cunha de granito desde um dos topos até à extremidade do terceiro prisma; b) e c) Fissuração da cunha provocada pela pressão lateral devida ao deslize relativo das faces dentadas e à existência dos tirantes transversais. ....	46
<b>Figura 54:</b> Deformação transversal das chapas de reforço e deslocamento relativo da área carregada relativamente à área sem carga. ....	46
<b>Figura 55:</b> Intensa formação de pó fino junto dos topos carregados por deslize relativo das superfícies irregulares das fissuras, com destruição das rugosidades. ....	47
<b>Figura 56:</b> Esquema de ensaio de um prisma carregado com uma placa de carga colocada excentricamente num dos topos e apenas numa porção da secção transversal. ....	47
<b>Figura 57:</b> a) Esquema de rotura do prisma carregado excentricamente; b) Cunha de granito resultante após rotura; c) Vista de topo do prisma.....	48
<b>Figura 58:</b> a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo de escoras e tirantes. ....	48
<b>Figura 59:</b> a) Caminhos de forças longitudinais antes de perda de material; b) Caminhos de forças longitudinais após perda de material; c) Caminho de forças transversais após perda de materiais; d) Modelo de escoras e tirantes na zona de perda de material. ....	49

<b>Figura 60:</b> Processo de rotura em compressão excêntrica após perda de material na face mais comprimida. ....	50
<b>Figura 61:</b> Rotura por perda de equilíbrio após perda de material junto à face, que ocorre em ensaios de compressão com grande excentricidade. ....	51
<b>Figura 62:</b> a) Distribuição triangular de tensões a adotar na verificação de segurança de elementos de granito de alta resistência; b) Distribuição retangular adotada para elementos de betão mais dúctil que o granito. ....	51
<b>Figura 63:</b> Esquema de fissuração para diferentes distribuições das forças de compressão; a), b) Granitos de baixa resistência; c), d) Granitos de alta resistência. ....	52
<b>Figura 64:</b> Distribuição dos valores de $\alpha$ para diferentes classes de resistência do betão (adaptado de [41]). ....	53
<b>Figura 65:</b> Variação da resistência à compressão de cilindros de arenito em função da relação h/d para diferentes condições nos topos carregados: a) Com confinamento transversal nos topos; b) Sem restrição das deformações transversais; c) Topos lubrificados com parafina; (adaptado de [46]). ....	55
<b>Figura 66:</b> Elemento de casca sujeito a forças de membrana, com projeções no plano horizontal (adaptado de [53]). ....	61
<b>Figura 67:</b> Campo de equilíbrio de forças verticais de $\frac{1}{4}$ de casca simétrica sujeita a carregamento vertical com distribuição uniforme e apoiada em todo o contorno. ....	62
<b>Figura 68:</b> Tubos de continuidade das projeções horizontais das forças de membrana $N_x$ , com a estrutura apoiada em todo o contorno. ....	63
<b>Figura 69:</b> Tubos de continuidade das projeções horizontais das forças de membrana $N_x$ , com a estrutura apoiada nas zonas junto aos cantos. ....	64
<b>Figura 70:</b> a) Esquema de forças locais em estado plano de tensão; b) Esquema de forças de corte numa solução de laje. ....	65
<b>Figura 71:</b> Curvas equipotenciais e linhas de campo da função potencial de equilíbrio vertical para uma laje quadrada simplesmente apoiada no contorno, sob carga uniforme. ....	66
<b>Figura 72:</b> Perspetiva da superfície da casca com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças $N_{yx}$ . ....	67
<b>Figura 73:</b> Curvas de nível da superfície da casca coincidente com a função potencial de uma laje com os bordos simplesmente apoiados. ....	67
<b>Figura 74:</b> Distribuição das projeções das forças de membrana $N_x$ na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução com apoios fixos. ....	68
<b>Figura 75:</b> Distribuição de esforço transversal na secção A-A' para a solução de laje e para a solução de casca pré-esforçada. ....	68
<b>Figura 76:</b> Superfície de uma casca quadrada com uma relação entre as projeções horizontais das forças de membrana nas direções x e y de 1,67 e com valores nulos para as forças $N_{xy}$ . .	69
<b>Figura 77:</b> Planta com curvas de nível da casca da Figura 76. ....	69
<b>Figura 78:</b> Distribuição das projeções dos esforços $N_x$ na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução com apoios fixos nos bordos. ....	70

<b>Figura 79:</b> Distribuição das projeções dos esforços $N_y$ na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução apoios fixos nos bordos. ....	70
<b>Figura 80:</b> Comparação entre campos de equilíbrio vertical $v_z$ : a) Solução com pré-esforço; b) Solução com apoios fixos. ....	71
<b>Figura 81:</b> Tubos de continuidade para a casca sujeita a forças de distribuição não uniforme no bordo; a) Representação associada a $n_y$ ; b) Representação associada a $n_x$ . ....	71
<b>Figura 82:</b> Perspetiva da casca com distribuição variável das forças de pré-esforço nos bordos e valores não nulos das forças $N_{xy}$ . ....	72
<b>Figura 83:</b> Curvas de nível da superfície da casca da Figura 82. ....	72
<b>Figura 84:</b> Distribuição de esforços na secção B-B' para a solução de parede e para as cascas. ....	72
<b>Figura 85:</b> Distribuição de esforços na secção C-C' para a solução de parede e para as cascas. ....	73
<b>Figura 86:</b> Configuração de uma membrana suspensa e inicialmente plana com apoios de rigidez horizontal diferente ( $k_x/k_y=5$ ). ....	74
<b>Figura 87:</b> Curvas de nível da membrana obtida na condição da Figura 86. ....	74
<b>Figura 88:</b> Campo de equilíbrio vertical $v_z$ obtido para a membrana nas condições da Figura 86. ....	75
<b>Figura 89:</b> Planta de modelo de escoras para casca com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças $N_{xy}$ . ....	76
<b>Figura 90:</b> Esquema de carga que solicita o arco correspondente ao caminho de forças na secção S-S da Figura 89. ....	76
<b>Figura 91:</b> Distribuição da componente $V_y$ do campo de equilíbrio vertical $v_z$ ao longo da secção S-S da Figura 89. ....	77
<b>Figura 92:</b> Comparação da geometria do caminho de forças na secção S-S por análise de arco e por integração do campo gradiente. ....	77
<b>Figura 93:</b> Perspetiva de um modelo espacial de escoras com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças $N_{xy}$ , e sujeito ao campo de equilíbrio vertical de uma laje quadrada. ....	78
<b>Figura 94:</b> Planta do modelo de escoras para a casca nas condições da Figura 82. ....	78
<b>Figura 95:</b> Planta de casca de cantaria de pedra pré-esforçada com duas famílias de cabos horizontais paralelos. ....	81
<b>Figura 96:</b> Viga em cantaria de granito com cabos laterais de traçado parabólico. ....	83
<b>Figura 97:</b> Viga em cantaria de granito com diagonais na parte inferior (alçado e corte). ....	84
<b>Figura 98:</b> Configuração deformada para a viga sujeita a carregamento assimétrico. ....	85
<b>Figura 99:</b> Viga em cantaria de granito com cabos diagonais dispostos em "X" na parte inferior. ....	85
<b>Figura 100:</b> Pilar em cantaria de granito contraventado e com imperfeição geométrica, sob ação do peso próprio e das cargas P. ....	86

<b>Figura 101:</b> Variação dos deslocamentos transversais em função da abertura lateral dos cabos de contraventamento. ....	88
<b>Figura 102:</b> Defeito na junta devido a corte imperfeito dos prismas. ....	89
<b>Figura 103:</b> Caminhos de forças em blocos com juntas parcialmente abertas; a) Caminhos de forças longitudinais; b) Caminhos de forças transversais. ....	89
<b>Figura 104:</b> Esquema do pilar solicitado em flexão composta com compressão, por reconstituição após rotura. ....	90
<b>Figura 105:</b> Imagem de um prisma de granito após rotura com perda de material na face e macrofratura. ....	90
<b>Figura 106:</b> Concentração de forças na zona central da peça de aço de extremidade. ....	91
<b>Figura 107:</b> a) Caminhos de forças longitudinais; b) Caminhos de forças transversais; c) Modelo de escoras e tirantes. ....	91
<b>Figura 108:</b> Vista parcial da macrofissura com 1,9 m de comprimento [2]. ....	92
<b>Figura 109:</b> Esquema de fissuras c1 a c5 numa reconstituição após a rotura do pilar. ....	92
<b>Figura 110:</b> Provetes com relação $h/b=6$ ensaiados à compressão; a) Proвете sem juntas; b) Proвете com 4 juntas (adaptado de [5]). ....	93
<b>Figura 111:</b> Tensão normal mínima nas secções do arco da Figura 112 em função da esbelteza (espessura/vão). ....	98
<b>Figura 112:</b> Ponte de arco contínuo para análise do efeito de rigidez relativa entre o arco e o tabuleiro. ....	98
<b>Figura 113:</b> Solução de arco articulado com troços contraventados por sistemas de cabos e escoras laterais. ....	100
<b>Figura 114:</b> Dados das soluções de arco analisadas para o estudo comparativo. ....	101
<b>Figura 115:</b> Solução de ponte de arco articulado com sistema adicional de rigidez na forma de cabos inclinados. ....	103
<b>Figura 116:</b> Caminhos de forças verticais associados ao equilíbrio da carga exterior na solução com dois cabos de rigidez. ....	104
<b>Figura 117:</b> Caminhos de forças verticais associados ao equilíbrio da carga exterior na solução com um cabo. ....	104
<b>Figura 118:</b> Caminhos de forças associados ao equilíbrio de sobrecargas simétricas quase exclusivamente pelo arco dada a rigidez axial relativa. ....	105
<b>Figura 119:</b> Caminhos de forças verticais numa estrutura em arco com cabos adicionais verticais (“pilares invisíveis”). ....	106
<b>Figura 120:</b> Solução A de ponte em arco articulado para um vão de 250 m. ....	106
<b>Figura 121:</b> Solução B, variante à da Figura 120, sem juntas no tabuleiro. ....	107
<b>Figura 122:</b> Cenários de carga considerados na análise de viabilidade das soluções. ....	108
<b>Figura 123:</b> Envolvente de momentos fletores no tabuleiro para as combinações frequentes de ações. ....	108
<b>Figura 124:</b> Envolvente de momentos fletores no tabuleiro para estados limite últimos. ....	109

<b>Figura 125:</b> Envolvente de momentos fletores no tabuleiro para as combinações frequentes de ações numa solução sem adição de cabos de rigidez.....	109
<b>Figura 126:</b> Deslocamentos verticais na viga do tabuleiro da Figura 123 para as combinações frequentes de ações.....	110
<b>Figura 127:</b> Solução de ponte de arco articulado com sistema adicional de rigidez na forma de cabos verticais (“pilares invisíveis”). .....	110
<b>Figura 128:</b> Envolvente de momentos fletores para as combinações frequentes de ações para a solução da Figura 127.....	111
<b>Figura 129:</b> Deslocamentos verticais no tabuleiro da solução da Figura 128 para as combinações frequentes de ações. ....	111
<b>Figura 130:</b> Cenários de carga considerados na análise de viabilidade das soluções para utilização ferroviária. ....	112
<b>Figura 131:</b> Envolvente de momentos fletores para as combinações características de ações em utilização ferroviária. ....	112
<b>Figura 132:</b> Envolvente de momentos fletores para as combinações de ações em estados limite últimos em utilização ferroviária. ....	113
<b>Figura 133:</b> Deslocamentos verticais no tabuleiro da Figura 131 para combinações características de ações. ....	113
<b>Figura 134:</b> Solução com sistema adicional de rigidez na forma de cabos verticais e inclinados colocados sob o arco. ....	114
<b>Figura 135:</b> Localização de um nó de ligação de troços do arco e pilares de apoio ao tabuleiro.....	114
<b>Figura 136:</b> Alçado e planta de um troço articulado do arco. ....	115
<b>Figura 137:</b> Pormenor 1 da Figura 136 correspondente à extremidade do troço de arco articulado. ....	116
<b>Figura 138:</b> Pormenor 2 da Figura 136 correspondente à extremidade do troço de arco articulado. ....	116
<b>Figura 139:</b> Pormenor 3 da Figura 136 correspondente à sela dos monocordões sobre as escoras transversais (alçado e corte). ....	117
<b>Figura 140:</b> Pormenor 4 da Figura 136 correspondente à sela dos monocordões sobre as escoras transversais mais próximas das extremidades do troço do arco (planta). ....	117
<b>Figura 141:</b> Esquema de ligação entre troços do arco e pilares de apoio à viga do tabuleiro. ....	118
<b>Figura 142:</b> Esquema de encaixe das chapas de olhal. ....	118
<b>Figura 143:</b> Planta da zona de transição do nó de ligação para a escora de cantaria. ....	119
<b>Figura 144:</b> Alçado e corte horizontal de um módulo da zona de transição do nó metálico de ligação para a escora de cantaria.....	120
<b>Figura 145:</b> Tensões normais $\sigma_x$ na secção A-A'. ....	120
<b>Figura 146:</b> Tensões normais $\sigma_y$ na secção A-A'. ....	121
<b>Figura 147:</b> Tensões normais $\sigma_y$ na secção B-B'. ....	121

<b>Figura 148:</b> Tensões normais $\sigma_x$ na secção B-B' . . . . .	122
<b>Figura 149:</b> Tensões normais $\sigma_x$ na secção D-D' . . . . .	122
<b>Figura 150:</b> Solução com capitel de transição. . . . .	122
<b>Figura 151:</b> Tensões normais $\sigma_x$ na secção E-E' para a transição chapa metálica-capitel. . . . .	123
<b>Figura 152:</b> Tensões normais $\sigma_x$ na secção F-F' na transição capitel-secção uniforme. . . . .	123

## Lista de Tabelas

<b>Tabela 1:</b> Comparação de momentos fletores e deslocamentos em serviço para diferentes soluções de arco. ....	102
<b>Tabela 2:</b> Comparação do consumo de material entre as três soluções de distribuição de rigidez. ....	102



## Lista de símbolos e acrônimos

$f_{gk}$ : Valor característico da resistência à compressão do granito

$f_{gd}$ : Valor de cálculo da resistência à compressão do granito

$f^*_{gd}$ : Valor efetivo de cálculo de resistência compressão do granito

AECL: Atomic Energy of Canada Limited

$n$ : Campos vetoriais associados em equilíbrio em problemas de estado plano de tensão

$\alpha$ : Relação entre a resistência em ensaios convencionais de compressão e em ensaios de compressão excêntrica

$N$ : Esforços axiais ou esforços de membrana

$v_z$ : Campo vetorial de equilíbrio vertical em estruturas com funcionamento de membrana

$v$ : Campo vetorial de equilíbrio vertical em soluções de laje

$V$ : Forças de corte (componente do campo vetorial  $v$ )

**grad z**: Campo gradiente da superfície de uma casca

$\varphi$ : Função potencial associada ao equilíbrio de soluções de laje

$m$ : Momentos fletores em soluções de laje

$\nu$ : Coeficiente de Poisson

$E$ : Módulo de elasticidade

$g_k$ : Valores característicos de cargas distribuídas

$q_k$ : Valores característicos de sobrecargas distribuídas

$Q$ : Sobrecargas concentradas

$\delta$ : Deslocamentos



# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1. Cenário atual e possibilidades de inovação na construção em pedra

Na construção em pedra uma condicionante fundamental é a inexistência de resistência à tração nas juntas, o que torna a geometria um aspeto determinante da segurança estrutural, que geralmente não depende muito da resistência dos materiais. Por exemplo, essa condicionante assume particular importância no equilíbrio de sobrecargas assimétricas em arcos de pedra anti-funiculares para cargas simétricas.

A estratégia convencional de construção em pedra, por exemplo em pontes de arco, consiste no recurso a elevadas cargas permanentes e na adoção de secções de elevada inércia, de modo a evitar tensões normais de tração nas secções do arco. Pode apresentar-se como exemplo a ponte New Danhe [1], construída na China no ano 2000, com um arco de pedra de 146 m de vão e espessuras de 2,5 e 3,5 m nas zonas de fecho e de apoio, respetivamente.

Parece ser possível considerar que não têm existido inovações significativas que tenham tornado a construção em pedra mais competitiva quando comparada com a construção com outros tipos de materiais. O elevado consumo de material, os recursos necessários e os tempos de construção limitam a utilização atual desse tipo de material. Tal cenário surge apesar das boas propriedades mecânicas de rochas como o granito de alta resistência e das menores exigências de manutenção proporcionadas pelas construções em pedra, conforme demonstram várias pontes Romanas construídas, por exemplo, em Portugal.

No presente trabalho prossegue-se com os desenvolvimentos descritos em [2] acerca do recurso à técnica de pré-esforço para a construção de escoras esbeltas em cantaria de granito, propondo-se por exemplo a sua aplicação na construção de arcos “finos” de grande vão. Pretende-se que resultem importantes reduções de consumo de material e menor exigência em termos de meios e tempos de construção.

Para além da redução de consumo de material no arco pretende-se o desenvolvimento de soluções em que a redução de rigidez não tenha que ser compensada através de soluções “pesadas” para os restantes elementos da ponte, em especial para as vigas do tabuleiro.

No presente trabalho é também estudada a construção de coberturas em casca com aplicação de pré-esforço. O recurso a pré-esforço na construção de cascas finas é exemplificado em [3] e [4], sendo utilizado como garantia de equilíbrio das elevadas reações horizontais e de um

funcionamento exclusivo sob tensões de compressão. Um dos objetivos do trabalho realizado é que a forma das cascas possa ser determinada em função de forças de pré-esforço definidas *a priori*, com a garantia de que se materializem na solução resultante.

Através das diferentes soluções propostas tem-se como objetivo a inversão do cenário atual da construção em pedra. Pela tentativa de algum desenvolvimento relativamente às técnicas convencionais, pretende-se potenciar a reutilização desse tipo de material, abundante na região da Beira Interior de Portugal, em novas aplicações com funções estruturais relevantes como por exemplo as pontes.

## 1.2. Trabalho anterior no domínio das estruturas de cantaria de granito pré-esforçado

Foi desenvolvida em trabalho anterior [2] uma solução de pilar de granito pré-esforçado e contraventado lateralmente com cabos de pré-esforço e escoras metálicas transversais (Figura 1). Através do efeito de pré-esforço e contraventamento lateral, a estrutura composta de elementos discretos de cantaria apresenta um comportamento contínuo com elevada capacidade de carga, tanto na direção longitudinal como na direção transversal.

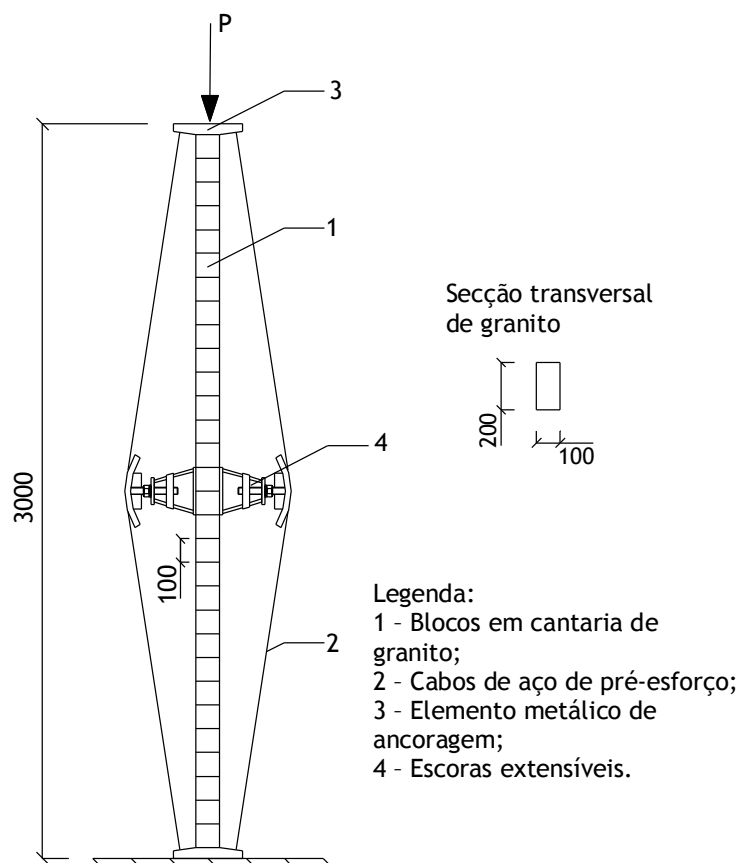


Figura 1: Alçado e secção transversal de um pilar de cantaria de granito pré-esforçado e contraventado lateralmente (dimensões em mm).

Conforme demonstram ensaios realizados no âmbito do presente trabalho e os trabalhos descritos em [5] e [6], a capacidade de carga das escoras de granito é fortemente condicionada por defeitos nas juntas entre os elementos de cantaria e nas zonas de contacto entre a pedra e os sistemas metálicos de amarração dos cabos de pré-esforço e de aplicação das cargas externas axiais de compressão. Esse facto demonstra que deve ser dada atenção ao processo de corte dos blocos de granito e ao detalhe das zonas de extremidade das escoras de granito, de forma a garantir que eventuais defeitos ou soluções inadequadas não resultem em roturas precoces.

### **1.3. Conceitos e ferramentas para a análise e conceção de estruturas**

Um sistema estrutural pode ser entendido como a materialização de um sistema de forças que garante o equilíbrio das cargas externas. Tendo em vista a conceção de novas estruturas esbeltas com elevada capacidade de carga, tornou-se necessária a abordagem ao conceito de força e aos processos físicos dos quais estas resultam. Um dos objetivos que se pretende alcançar é o de que a conceção estrutural seja orientada pelo sistema de forças que se irá materializar na estrutura resultante. Esse sistema de forças deve ter em conta as condicionantes presentes, o que é necessário para que se obtenham soluções eficientes.

O conceito de rigidez é analisado numa abordagem ampla em que aparece relacionado com os processos de geração de forças em elementos estruturais. A manipulação dos parâmetros que determinam a rigidez estrutural é o procedimento proposto para a conceção de estruturas eficientes, com determinação *a priori* e de forma mais ou menos aproximada das forças que se irão gerar nas mesmas. Esse procedimento enquadra a ideia da forma estrutural como determinante das forças, conforme referido em [7] relativamente à conceção de pontes de arco fino e tabuleiro rígido.

A utilização de campos vetoriais e dos conceitos associados [8] revela-se útil na análise do equilíbrio de forças em elementos estruturais, especialmente nos casos de elementos com comportamento bidimensional [9] e tridimensional. Esse tipo de ferramentas foi adotado no presente trabalho tendo como objetivos a possibilidade da descrição global do equilíbrio de coberturas em casca e a obtenção da forma desse tipo de estruturas para sistemas de forças predefinidos.

No trabalho desenvolvido faz-se uso de modelos de escoras e tirantes ou de conceitos e metodologias associadas para o esclarecimento de algumas questões, como é o caso dos processos de rotura do granito de alta resistência. Assim, apresentam-se contributos para a definição desses modelos, tendo por base a análise de conceitos fundamentais.

## **1.4. Estado do conhecimento acerca do comportamento mecânico do granito de alta resistência**

Para construir estruturas inovadoras em granito de alta resistência torna-se necessária uma análise detalhada do comportamento mecânico desse tipo de material. O caminho a seguir nessa análise tem que ser distinto das teorias convencionais e dos modelos baseados na mecânica não linear, que não descrevem corretamente alguns fenômenos observados experimentalmente. Tornam-se necessários modelos coerentes com a realidade observada em ensaios experimentais e em aplicações técnicas como é o caso da engenharia de minas [10].

Ao nível das estruturas de engenharia civil pode considerar-se que existem atualmente limitações do conhecimento científico acerca do comportamento mecânico deste tipo de materiais. De acordo com [10], tais limitações resultam essencialmente de se considerar a rotura por corte segundo planos inclinados como a situação geral de rotura de rochas sujeitas a esforços de compressão. Tal acontece apesar de diversas observações experimentais mostrarem que se trata de um modo de rotura particular que ocorre apenas para determinados materiais e condições de carregamento.

Aponta-se como causa adicional da limitação do conhecimento o facto de não se abordar um material como o granito em termos de um complexo sistema estrutural que, após fissuração, é composto por micro e minipilares interligados. É plausível considerar que esse tipo de abordagem é extensível a outros tipos de materiais, cuja análise de comportamento deve incluir conceitos da mecânica estrutural. Por outro lado, o nível de complexidade associado a certos modelos de análise não linear baseados em descrições coerentes da destruição interna dos materiais não é compatível com as necessidades da prática do projeto de estruturas. Para que se ultrapassem algumas limitações do conhecimento atual, os modelos a considerar devem ser robustos, sem demasiadas hipóteses e parâmetros de difícil controlo.

Um aspeto central no comportamento mecânico do granito de alta resistência é o entendimento sobre as causas das forças transversais de tração nas pontas das fissuras que resultam na sua progressão. É proposta no presente trabalho, de acordo com [11], uma explicação mecânica dessas forças, baseada em observações experimentais simples e fundamentais. Essa perspetiva é similar à apresentada em [12] relativamente à forma real de fissuras no betão, cujas faces se apresentam irregulares.

A existência de importantes semelhanças entre o comportamento mecânico dos granitos e dos betões permite que algum do conhecimento que existe para os últimos seja considerado no estudo desenvolvido. As referidas semelhanças tornam mais elucidativa a distinção entre materiais de alta e baixa resistência do que entre granitos e betões.

O método dos modelos de escoras e tirantes [13] é atualmente uma ferramenta importante no projeto de estruturas de betão armado, sendo coerente com o comportamento mecânico dos

materiais e com o equilíbrio das forças internas. A semelhança de comportamento entre betões e granitos permite que o método, o seu princípio base ou conceitos associados possam ser aplicados no projeto de novas estruturas esbeltas em granito de alta resistência. As escoras e tirantes dos modelos resultam da integração de campos de tensões, constituindo-se um sistema em equilíbrio com as cargas externas. Esse equilíbrio é apenas possível se for compatível com a resistência dos elementos do modelo, em compressão ou tração direta. Os limites de resistência em causa têm que considerar as condições da estrutura real, como a duração do carregamento, a natureza cíclica das cargas, a não uniformidade das tensões de compressão ou a existência de reforço transversal nas juntas. A consideração desse conjunto de efeitos deve resultar na definição de valores efetivos de resistência de cálculo ( $f_{gd}^*$ ) a considerar na verificação da segurança dos elementos em fase de projeto.



# Capítulo 2

## Conceitos fundamentais da mecânica aplicada à concepção de estruturas

### 2.1. Conceitos de interações e forças

Sob ação de solicitações externas ocorrem alterações num sistema de interações, previamente em estado estacionário, que garantem a estabilidade interna do material (Figura 2). Essas interações intermoleculares são de natureza eletromagnética e têm efeitos repulsivos nos movimentos relativos ( $\Delta d$ ) de aproximação e efeitos atrativos nos movimentos relativos de afastamento (Figura 3) [8].

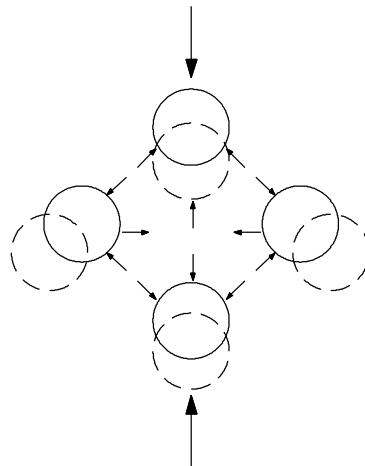


Figura 2: Modelo do esquema de interações na estrutura interna dos materiais por deslocamento intermolecular relativo.

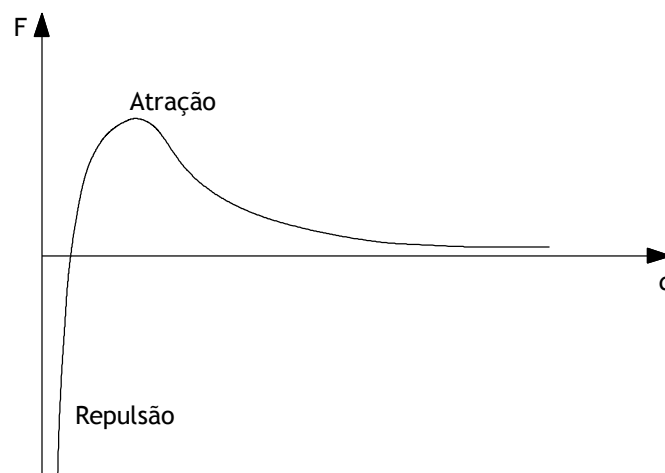


Figura 3: Intensidade da interação intermolecular em função da variação da distância (adaptado de [8]).

O esquema complexo de alterações do sistema de interações, com deslocamentos intermoleculares relativos, pode traduzir-se em termos de resultantes que correspondem a forças. Essas resultantes correspondem a simplificações coerentes da realidade física e permitem, por exemplo, uma definição vetorial.

As forças, contrariamente às interações, são dependentes de opções do “utilizador”, como por exemplo do referencial. Essas opções são estabelecidas em função do grau de aproximação à realidade física pretendido e das diferentes possibilidades de tratamento matemático dos problemas.

Um tensor das tensões pode ser considerado como um conjunto de resultantes, em três direções ortogonais, das alterações do sistema de interações. Esse sistema de interações será mais complexo e corresponde a dimensões inferiores às do volume infinitesimal a que diz respeito o tensor. As tensões e as respectivas direções principais fornecem uma descrição aproximada do sistema de interações. No entanto, podem ser limitadas em termos de utilização de campos vetoriais.

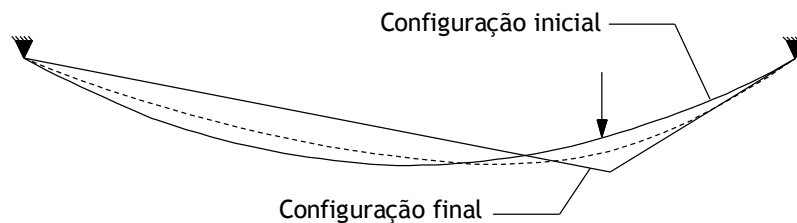
Cada vetor de força está associado a uma componente direcional das interações, sendo possível escolher, de entre múltiplas possibilidades, as direções que melhor se adequam ao problema em causa. O facto de as forças corresponderem a resultantes das interações num determinado domínio permite também enquadrar no mesmo conceito tensões e resultantes de tensões.

As forças internas num sistema estrutural correspondem a resultantes de interações fortes a distâncias muito reduzidas. Essas interações fortes podem no entanto variar, por exemplo, por efeito de interações fracas como é o caso da ação gravítica. A ação da gravidade provoca afastamentos e aproximações intermoleculares que resultam em alterações na intensidade das interações que garantem o equilíbrio. Cada interação pode permanecer em fase estacionária se existir outra com a capacidade de contrariar os seus efeitos. Por exemplo, a ação da gravidade sobre o nosso corpo é equilibrada pela interação do chão com os nossos pés. Como “imagem” elucidativa desse equilíbrio pode citar-se [8]: “When atoms or molecules get too close they repel with a very large repulsion; that is what keeps us from falling through the floor.”

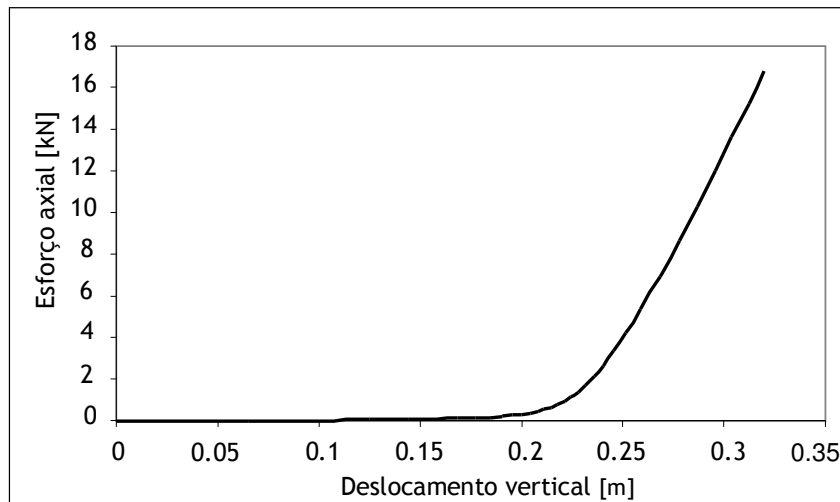
Na perspectiva das interações intermoleculares não parece ser coerente considerar que estas causam deformações mas sim o inverso, uma vez que é das segundas que as primeiras são geradas. Adicionalmente, a ideia de meio contínuo perde coerência com a realidade, dado que as interações em causa ocorrem a uma determinada distância, sendo precisamente a sua variação uma ocorrência fundamental.

## 2.2. Conceitos de rigidez e de resistência

O facto de a intensidade das interações variar com os deslocamentos intermoleculares relativos é a razão pela qual os sistemas estruturais conseguem permanecer em equilíbrio para diferentes tipos de solicitação. A maior ou menor sensibilidade para que se verifiquem essas variações de intensidade está associada ao conceito de rigidez. Essa sensibilidade depende das características dos materiais, de parâmetros relacionados com a forma da estrutura (curvaturas, inclinações, dimensão e geometria das secções transversais), de forças preexistentes (por exemplo pré-esforço) e das características dos sistemas de apoio. O conceito de rigidez apresenta-se mais amplo do que uma simples relação linear entre forças e deslocamentos, pois o essencial é a capacidade de a estrutura gerar forças equilibrantes das ações exteriores. Note-se que o aspeto principal está relacionado com as variações de intensidade e com o tipo de forças que se geram durante as deformações. Na Figura 4 esquematiza-se o problema de um cabo de geometria inicialmente parabólica sujeito a uma carga concentrada. No caso, apenas existe mobilização de rigidez e geração de forças internas após grandes deslocamentos que transformam de forma significativa a geometria. A relação linear entre forças e deslocamentos apenas surge após uma fase inicial de grandes deformações (Figura 5).



**Figura 4:** Transição de forma de um cabo com geometria inicial parabólica solicitado por uma carga concentrada.



**Figura 5:** Relação entre esforço axial e deslocamento vertical numa secção do cabo.

O conceito de resistência surge implícito na Figura 3 e está relacionado com o afastamento interatômico a partir do qual a intensidade das forças começa a diminuir. Note-se que essa diminuição da intensidade só pode ocorrer por afastamento excessivo, sendo a rotura por tração o modo primário de destruição interna dos materiais. Os limites de resistência e os modos de rotura são influenciados pela indução direta ou indireta dos afastamentos interatômicos.

A sensibilidade do sistema para gerar forças internas pode não se traduzir em capacidade para gerar equilíbrio. A intensidade dos acréscimos de força gerados nas deformações é também dependente da resistência disponível. Tendo em conta o modo fundamental de destruição interna por afastamentos excessivos, pode afirmar-se que essa capacidade de gerar equilíbrio é aumentada se os sistemas forem concebidos no sentido de reduzir as forças internas de tração.

### **2.3. Conceito de transição em desequilíbrio**

O facto de as forças internas equilibrantes estarem associadas a deslocamentos interatômicos relativos implica que novas configurações de equilíbrio apenas resultem depois de uma fase transitória em desequilíbrio. A impossibilidade de as novas configurações de equilíbrio resultarem de forma instantânea e sem transição está também relacionada com o facto de a matéria ser sempre descontínua. Embora a existência dessa fase transitória seja uma evidência, o que se pretende salientar é que a mesma inclui os processos internos de geração de forças e, conseqüentemente, de equilíbrio. A percepção de como ocorre a fase transitória de um sistema estrutural facilita a compreensão da distribuição de forças internas que se geram, podendo daí resultar orientações úteis para a conceção de novas estruturas.

A fase transitória em desequilíbrio corresponde a um processo dinâmico de natureza oscilatória durante o qual o sistema adquire diferentes configurações, até que resulte uma configuração de equilíbrio. Essas oscilações correspondem a alterações das posições relativas entre os elementos da estrutura interna do material, com deslocamentos por excesso ou por defeito em torno de um ponto estacionário.

Num sistema estrutural que vai ser solicitado existem múltiplas possibilidades de alteração do sistema de interações e conseqüentemente de geração de forças interiores. Em sistemas hiperestáticos este facto pode ser evidenciado pelas diferentes possibilidades de equilíbrio entre solicitações e reações de apoio. Nos sistemas externamente isostáticos a mesma multiplicidade poderá apenas existir para o sistema hiperestático interno de interações, existindo unicidade na combinação de equilíbrio entre solicitações externas e reações de apoio. De acordo com a Teoria Matemática da Elasticidade a referida indeterminação hiperestática é levantada considerando que, de entre todas as transições possíveis, é verdadeira a que corresponde à energia potencial total mínima. Este facto implica que num

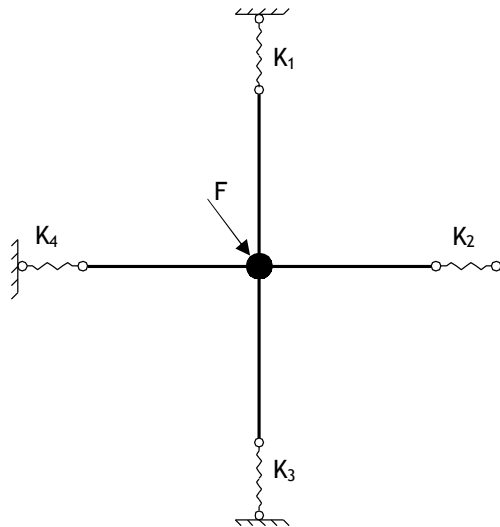
sistema estrutural a rigidez disponível seja sempre mobilizada de modo a que resulte uma transição mínima. Este tipo de abordagem será útil na análise do comportamento de estruturas complexas como é o caso de cascas finas.

Os teoremas energéticos que resolvem a indeterminação referida enquadram-se num princípio mais global e fundamental da física que é o princípio da ação mínima [8]. Nos problemas da Mecânica das Estruturas a ação corresponde à energia potencial total, podendo para os casos particulares de comportamento elástico linear resumir-se à componente de energia potencial elástica. Nesse tipo de problemas pode utilizar-se uma definição relativa da energia potencial total, sem necessidade de conhecer o seu valor absoluto [14].

A observância geral ao princípio da ação mínima permite estabelecer analogias entre os fenómenos da mecânica estrutural e outros fenómenos físicos como é o caso do movimento dos fluidos ou de fenómenos óticos associados à luz. Conforme [8], sob o ponto de vista quântico, as partículas avaliam todas as possibilidades de “caminho” e escolhem o que garante a ação mínima. Na impossibilidade de escolha, as mesmas dividem-se por todos os caminhos possíveis, de modo que a condição de mínimo continue a ser garantida. Num sistema estrutural a distribuição da força gerada em cada “caminho” é determinada pela rigidez do mesmo relativamente a todos os outros.

Através do esquema da Figura 6 pretende-se exemplificar o processo de distribuição de forças por diferentes caminhos alternativos, durante a fase transitória até se atingir o equilíbrio. O esquema corresponde a quatro cabos iguais, sendo diferente a rigidez de apoio no plano horizontal para duas direções ortogonais. Quando o nó central é solicitado inicia-se a transição em desequilíbrio com mobilização progressiva da rigidez disponível em cada um dos quatro caminhos. A distribuição de força por cada um dos caminhos implica a “avaliação” e “comparação” da rigidez disponível em cada um deles. Pode admitir-se a hipótese de inicialmente ser igual a quantidade de força gerada em cada um dos caminhos, com posterior reajuste da distribuição em função da rigidez relativa dos mesmos. Note-se que essa hipótese é possível tendo em conta que o processo é oscilatório e não instantâneo. Alternativamente, com a aplicação lenta e progressiva da carga, pode supor-se a hipótese de que o referido reajuste ocorra para os incrementos de carga iniciais, orientando-se os seguintes pelas condições resultantes dos primeiros.

O processo descrito no parágrafo anterior implica sequências de transferência de informação durante o processo transitório que permitem que o sistema se vá ajustando para que a transição seja mínima. Na secção seguinte são analisados possíveis tipos de informação e modos dos processos de transferência.



**Figura 6:** Sistema plano com quatro caminhos determinados por valores distintos de rigidez nas zonas de apoio.

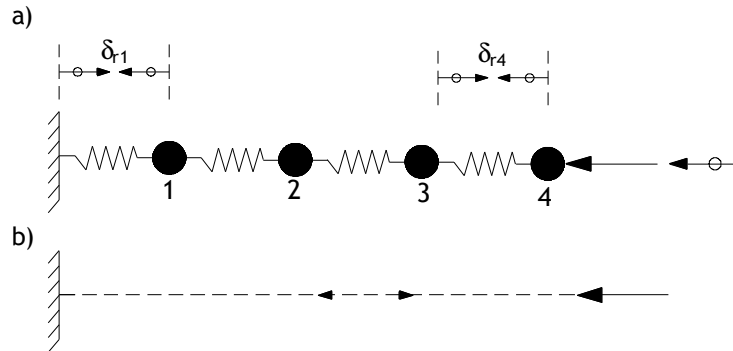
## 2.4. Transferência de informação

O funcionamento de um sistema estrutural pode ser entendido como um processo de transferência de informação entre partículas com comunicação entre si. A alteração de estado de equilíbrio de uma partícula é a informação que é transferida para as adjacentes e corresponde a dois acontecimentos distintos:

- Passagem do estado de equilíbrio a um estado de desequilíbrio por efeito de solicitações externas;
- Passagem de um estado de desequilíbrio para um estado de equilíbrio, após uma fase transitória.

O primeiro acontecimento está relacionado com as deformações e o segundo com as forças que irão garantir o equilíbrio. Note-se que tanto as deformações como as forças não são a própria informação mas sim o modo de transferência.

Considere-se como exemplo uma sequência de elementos com disposição linear de interações (Figura 7). Sob efeito da solicitação externa a partícula 4 transita em desequilíbrio para uma nova posição, acontecimento que se transmite ao longo da cadeia devido ao efeito repulsivo resultante da aproximação de elementos adjacentes. O primeiro elemento a sofrer um deslocamento relativo com um adjacente ( $\delta_{r1}$ ) é o elemento 1, o que resulta num acréscimo de força com efeito equilibrante da solicitação externa. Quando esse acréscimo permite o equilíbrio do elemento 1 passam a existir condições para que se equilibre o elemento 2 e, de forma sucessiva, os restantes, até ao último deslocamento relativo ( $\delta_{r4}$ ).



**Figura 7:** a) Esquema linear de um sistema de interações; b) Caminho de forças.

A informação correspondente à passagem a um estado de desequilíbrio pode ser associada a um único sentido se as solicitações externas forem aplicadas de forma lenta (quase-estática). Em solicitações dinâmicas ocorrem oscilações no sentido de transferência em relação ao ponto de equilíbrio.

A transferência da informação correspondente à passagem a um novo estado de equilíbrio tem um único sentido, iniciando-se a partir dos pontos de apoio. Esse facto ocorre sempre, independentemente das oscilações verificadas na fase transitória.

A nova configuração de equilíbrio após a fase transitória constitui-se com a formação de um caminho de forças (Figura 7b) entre a zona de apoio e a zona de aplicação de carga. A designação de caminho deve-se ao facto de ser obtida uma descrição geométrica da transferência de informação correspondente à passagem a um novo estado de equilíbrio. Note-se que, para além da descrição geométrica, torna-se necessário incorporar informação relativa à quantidade e tipo de força gerada.

O esquema fundamental de interações correspondente ao processo de transferência de informação é descrito na Figura 8, em que o equilíbrio de uma determinada força é garantido por interações em múltiplas direções. As interações  $i_{t1}$  na direção ortogonal a uma força não contribuem para o seu equilíbrio direto, estando apenas associadas ao equilíbrio de momentos no caso de uma transferência excêntrica. Note-se que o equilíbrio através de direções oblíquas à força apenas é possível se o sistema conseguir gerar esse equilíbrio de momentos, que é garantido por forças transversais ( $i_{t2}$ ). O equilíbrio completo resulta simultaneamente do efeito direto das componentes de interação alinhadas com a direção de solicitação e do efeito indireto das componentes transversais (Figura 9).

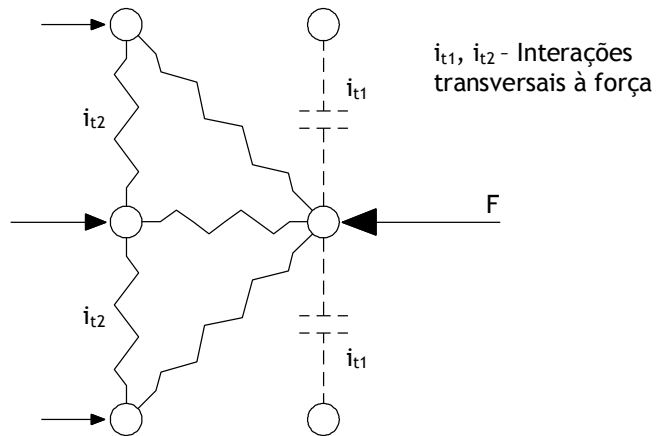


Figura 8: Caso geral de equilíbrio de uma força  $F$  por interações em múltiplas direções.

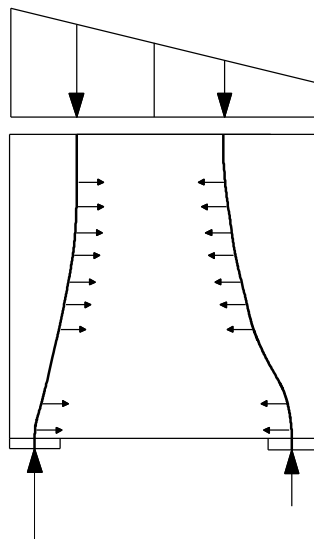
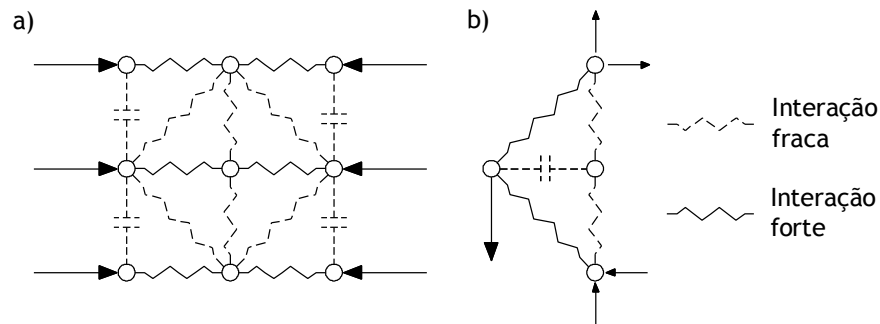


Figura 9: Caminhos de forças numa viga parede solicitada de forma assimétrica (adaptado de [13]).

Para determinadas condições de solicitação e de rigidez podem definir-se dois esquemas particulares de interação derivados do esquema descrito na Figura 8. O primeiro caso (Figura 10a) tem como principal característica a preponderância de uma direção de interação relativamente a todas as outras. Nesse caso, as interações com direções oblíquas têm intensidade muito reduzida comparativamente à direção preponderante. Esse tipo de interação ocorre em situações de solicitação uniforme nas fronteiras, ou quando é reduzida a rigidez em direções oblíquas à direção da solicitação. O segundo caso particular (Figura 10b) pode resultar quando é reduzida ou inexistente a rigidez na direção paralela à direção de solicitação. Essa situação, associada à impossibilidade de equilíbrio através das direções ortogonais, faz com que o equilíbrio seja exclusivamente obtido por interações na direção oblíqua. O último caso está associado, por exemplo, ao geralmente denominado “funcionamento por corte”.

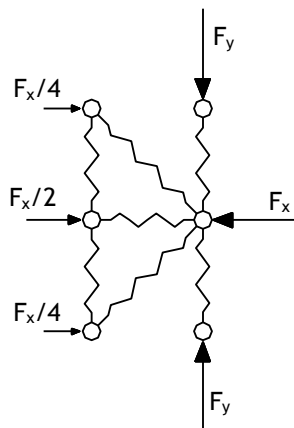


**Figura 10:** a) Interações com uma única direção preponderante; b) Interações em que as únicas direções preponderantes são oblíquas relativamente à força equilibrada.

## 2.5. Recurso a campos vetoriais

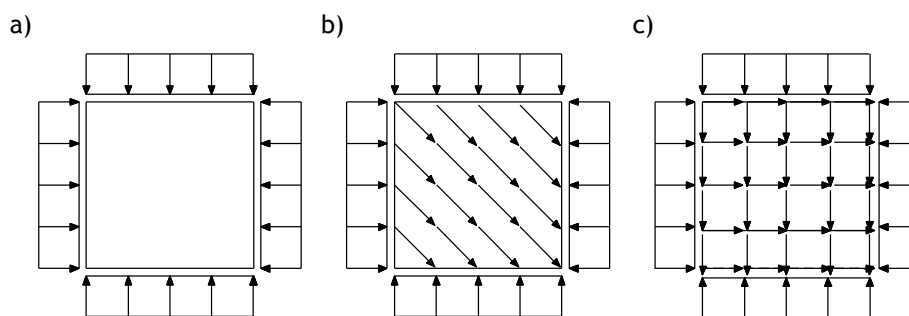
Uma das possibilidades para descrever indiretamente os sistemas de interação e o equilíbrio de forças corresponde à utilização de campos vetoriais [9]. Essa utilização revela-se útil tendo em conta o tipo de processos em causa, que envolvem a transferência mais ou menos complexa de informação. A esse respeito tem interesse a seguinte citação [8]: “... when the forces get more complicated, the field becomes more real, and this technique becomes less and less artificial.”

A utilização de campos vetoriais na análise de problemas de equilíbrio confronta-se com a dificuldade de não ser possível incorporar todas as direções de interação num único campo vetorial resultante de simples sobreposição de efeitos. Tal acontece devido ao facto de cada um dos efeitos equilibrantes, direto e indireto, estar associado a componentes de interação ortogonais e, por isso, independentes. Um campo vetorial que englobe a totalidade das interações resulta em informação desadequada em termos de equilíbrio, uma vez que junta componentes de interação que não são adicionáveis. Note-se, por exemplo, o esquema da Figura 11 onde surgem duas direções de força com equilíbrio independente.



**Figura 11:** Inexistência de efeitos no equilíbrio de uma força pelo surgimento de interações exclusivamente transversais.

Como exemplo adicional pode considerar-se o caso de uma placa quadrada solicitada por forças normais a cada um dos bordos (Figura 12a). No caso, a totalidade do equilíbrio é garantida por interações com uma única direção preponderante (Figura 10a), surgindo duas direções independentes de funcionamento. Um único campo que engloba essas duas direções é representado na Figura 12b, verificando-se que é incoerente com o sistema de interações. É possível a obtenção de uma representação coerente se forem considerados dois campos independentes, associados respectivamente a cada uma das direções de interação (Figura 12c).



**Figura 12:** a) Problema de uma placa comprimida nos bordos por forças em direção ortogonal; b) Campo incoerente; c) Descrição coerente em direções ortogonais independentes.

De acordo com [9], o equilíbrio de forças internas pode ser descrito por campos vetoriais  $n_n$  (1) e  $n_m$  (2), estando cada um deles associado ao equilíbrio na direção normal às respectivas facetas (Figura 13). Esses vetores correspondem a componentes de resultantes das interações, que em termos de equilíbrio direto podem ser relacionadas com a direção associada ao campo. Note-se que em cada um dos campos não é considerada a componente ortogonal, que não participa no equilíbrio direto. Cada vetor do campo traduz a componente de equilíbrio que resulta de interações alinhadas com a direção considerada e a componente que resulta de interações oblíquas com elementos lateralmente adjacentes.

Tendo em conta a transferência de informação associada à passagem a um estado de equilíbrio, a descrição fornecida pelos campos  $n_n$  e  $n_m$  está também relacionada com o sistema de interações e com a sequência de transferência dessa informação. Os campos vetoriais definidos podem ser entendidos como caminhos de forças que estão associadas a uma componente direcional das interações.

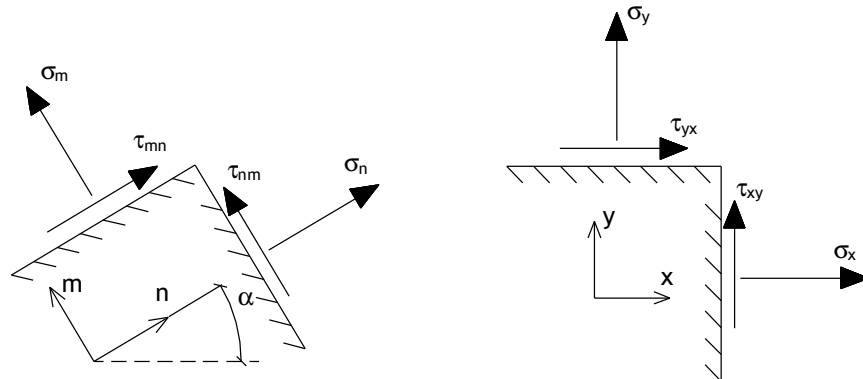
O utilizador tem múltiplas opções para a direção para a qual o campo é definido, sendo muitas vezes convenientes as representações nas direções vertical e horizontal, relativas aos campos  $n_v$  (3) e  $n_h$  (4) (Figura 13). Essas direções são as que surgem frequentemente associadas às interações que ocorrem nas fronteiras dos elementos estruturais.

$$\mathbf{n}_n = (\sigma_n, \tau_{mn}) \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_m = (\tau_{nm}, \sigma_m) \quad (2)$$

$$\mathbf{n}_v = (\tau_{xy}, \sigma_y) \quad (3)$$

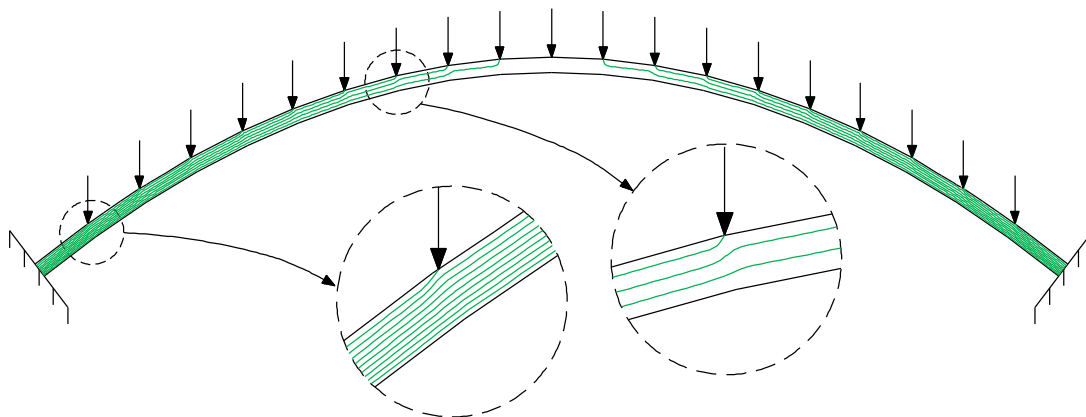
$$\mathbf{n}_h = (\sigma_x, \tau_{yx}) \quad (4)$$



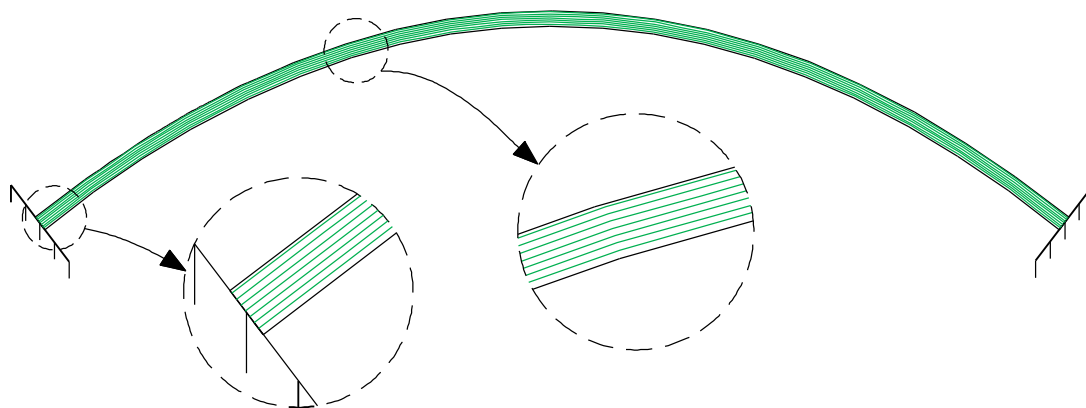
**Figura 13:** Componentes dos campos vetoriais associados a componentes direcionais de forças.

A metodologia proposta em [9] fornece também uma análise global e integral do equilíbrio na direção escolhida para cada campo, através da imposição da condição de continuidade ao fluxo do campo vetorial. As representações resultantes podem ser consideradas como tubos de continuidade com valor constante de força equilibrada em todas as suas secções. As linhas de fronteira de cada tubo de continuidade são geometricamente coincidentes com linhas de corrente dos campos vetoriais a que estão associadas. Desse modo, as representações de tubos de continuidade fornecem também uma descrição de caminhos de forças. Por esse motivo, no presente trabalho, é usada a designação de caminhos de forças em diversas representações de tubos de continuidade.

As direções dos tubos de continuidade só coincidem com as direções principais de tensão em zonas particulares. Essa coincidência verifica-se nas zonas em que o equilíbrio resulta exclusivamente do esquema de interações descrito na Figura 10a. Como exemplos, apresentam-se na Figura 14 e na Figura 15 as representações dos tubos de continuidade para um arco sujeito a um carregamento para o qual é anti-funicular. É possível verificar que, excetuando nas zonas locais de aplicação de carga (Figura 14), todos os tubos de continuidade são coincidentes com as direções dos esforços axiais no arco e, simultaneamente, com a sua geometria. Note-se que nesses casos o equilíbrio resulta de uma única direção de interação, coincidente com a direção das linhas de campo.



**Figura 14:** Tubos de continuidade de forças verticais para um arco parabólico sujeito a um carregamento uniforme.



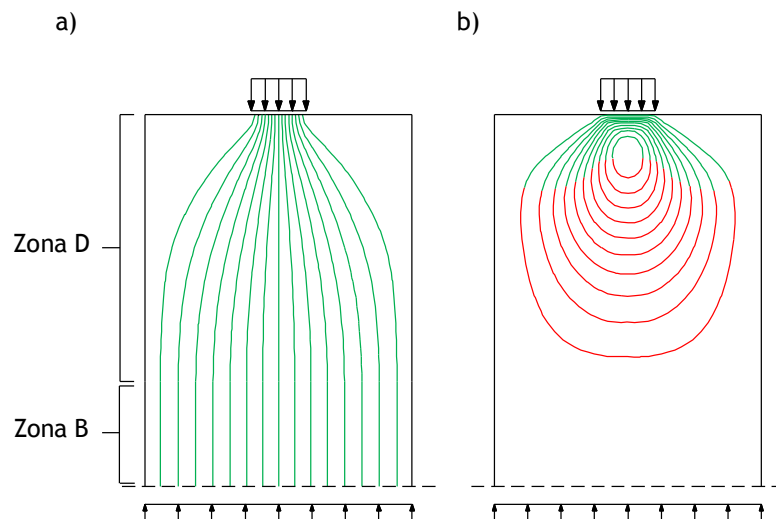
**Figura 15:** Tubos de continuidade de forças horizontais para um arco parabólico sujeito a um carregamento uniforme.

A Figura 16 contém um exemplo de aplicação correspondente a uma parede solicitada no topo superior por cargas verticais aplicadas numa área localizada. Na Figura 16a são representados os tubos de continuidade de força vertical, com largura e inclinação variável na zona D e largura constante na zona B. Note-se que na zona D a parede funciona com o esquema de interações da Figura 8, em que a mobilização da rigidez adjacente à zona carregada resulta em interações oblíquas e conseqüente alargamento dos tubos. O facto de a rigidez disponível na zona B ser mobilizada uniformemente resulta num funcionamento por interações do tipo descrito na Figura 10a, em que a direção vertical é a direção preponderante. Nessa zona verifica-se a coincidência da direção dos tubos com uma direção principal de tensão, de forma semelhante ao exemplificado pelo arco anti-funcular da Figura 14.

Na Figura 16b surgem representados os tubos de continuidade das forças horizontais. No caso em análise, a inexistência de interações horizontais nas zonas de fronteira tem como conseqüência que os tubos de continuidade sejam circuitos fechados. As forças horizontais

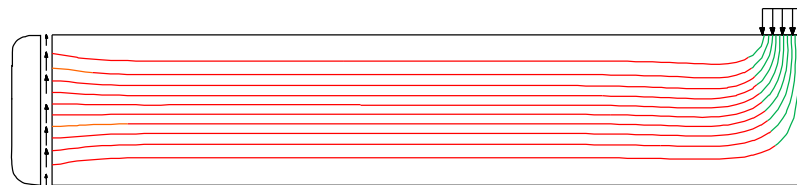
internas que surgem na zona D da parede garantem o equilíbrio de momentos necessário para equilíbrio de forças verticais entre pontos dispostos excêntricamente.

Nas representações da Figura 16 foram consideradas as direções vertical e horizontal, sendo possível observar que apenas nas zonas com uma única direção preponderante de interações (Figura 10a) essas direções são coincidentes com a direção dos tubos de continuidade (zona B).



**Figura 16:** a) Tubos de continuidade para a componente vertical das forças (caminhos de forças verticais); b) Tubos de continuidade para a componente horizontal das forças (caminhos de forças horizontais).

Na Figura 17 estão representados os tubos de continuidade das forças verticais para uma viga em consola solicitada por cargas verticais concentradas junto da extremidade livre. Junto da zona de aplicação de carga o equilíbrio na direção vertical é resultante de interações alinhadas e oblíquas (Figura 8). Fora da zona de aplicação de carga o equilíbrio na direção vertical é resultante de interações exclusivamente oblíquas (Figura 10b). Nessa zona os tubos de continuidade são perpendiculares à direção vertical associada ao campo.



**Figura 17:** Caminhos de forças verticais para uma viga em consola.

Na Figura 18 aparecem representados os tubos de continuidade de forças horizontais, geralmente associados ao equilíbrio de momentos. As forças que participam no equilíbrio nessa direção resultam do esquema de interações da Figura 10b, podendo considerar-se o modelo de equilíbrio descrito na Figura 19.

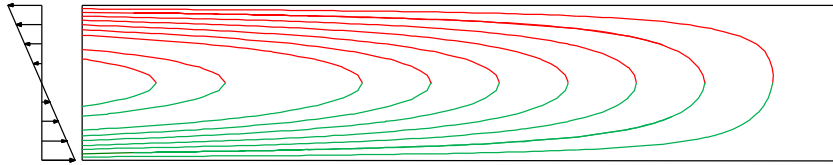


Figura 18: Tubos de continuidade de forças horizontais que garantem o equilíbrio de momentos na viga.

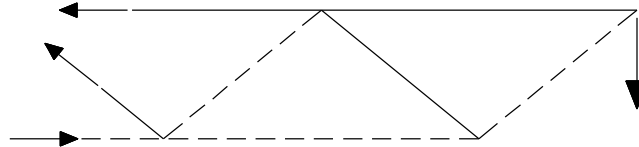


Figura 19: Modelo de escoras e tirantes com equilíbrio de forças verticais e horizontais.

## 2.6. Determinação de caminhos de forças

Uma possibilidade para descrever o equilíbrio num determinado domínio consiste em concentrar as forças em resultantes, determinando-se o seu lugar geométrico, que corresponde a um caminho de forças. O caminho associado a uma direção de forças pode ser considerado como um elemento estrutural virtual que traduz o equilíbrio das mesmas. Assim, cada caminho é composto por sequências de equilíbrio entre partes adjacentes e que ligam as suas extremidades. Essas sequências englobam equilíbrio de forças e de momentos.

As interações que dão origem a forças, por aproximações e afastamentos relativos, têm como consequência que o equilíbrio de momentos entre dois elementos imediatamente adjacentes de um caminho com direção desalinhada com a força atuante não resulte de flexão local. Esse equilíbrio é resultante de interações que cada um deles estabelece com a restante vizinhança. Podem considerar-se os arcos anti-funiculares como exemplos de grande escala do tipo de funcionamento descrito. Nesse tipo de estruturas o equilíbrio de momentos necessário para o equilíbrio de forças verticais não resulta de esforços de flexão mas sim de forças ortogonais às primeiras e que se relacionam pela geometria (Figura 14 e Figura 15).

De forma similar ao que ocorre num arco com o equilíbrio de momentos garantido sem esforços de flexão, existe unicidade na geometria de um caminho. Adicionalmente, tanto a geometria como o equilíbrio são independentes do referencial adotado. Em termos de opções do utilizador, apenas existe dependência do nível de refinamento com que o equilíbrio de um sistema é descrito por um sistema de caminhos de forças.

As linhas representadas na Figura 9 são exemplos de caminhos de resultantes de forças verticais. Nos parágrafos seguintes são apresentados três exemplos de determinação de caminhos de resultantes, sendo o primeiro exemplo relativo à parede com os tubos de continuidade representados na Figura 16. O procedimento corresponde à determinação da geometria de um pilar curvo sujeito às forças atuantes em metade da parede e que funcione

sem esforços de flexão. A força externa vertical corresponde a metade da resultante das forças verticais aplicadas no topo superior. As forças transversais correspondem às tensões normais ao plano vertical coincidente com o eixo de simetria (Figura 20).

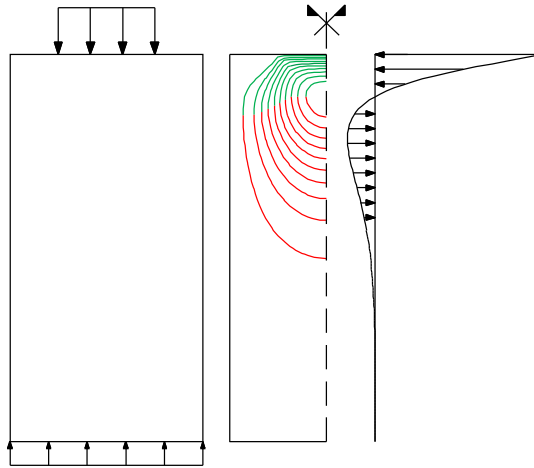


Figura 20: Distribuição de forças horizontais na secção do eixo de simetria da parede.

A relação de equilíbrio de momentos das forças em ambas as direções permite determinar a excentricidade do caminho em relação a um ponto de referência, conforme a Figura 21 e a expressão (5).

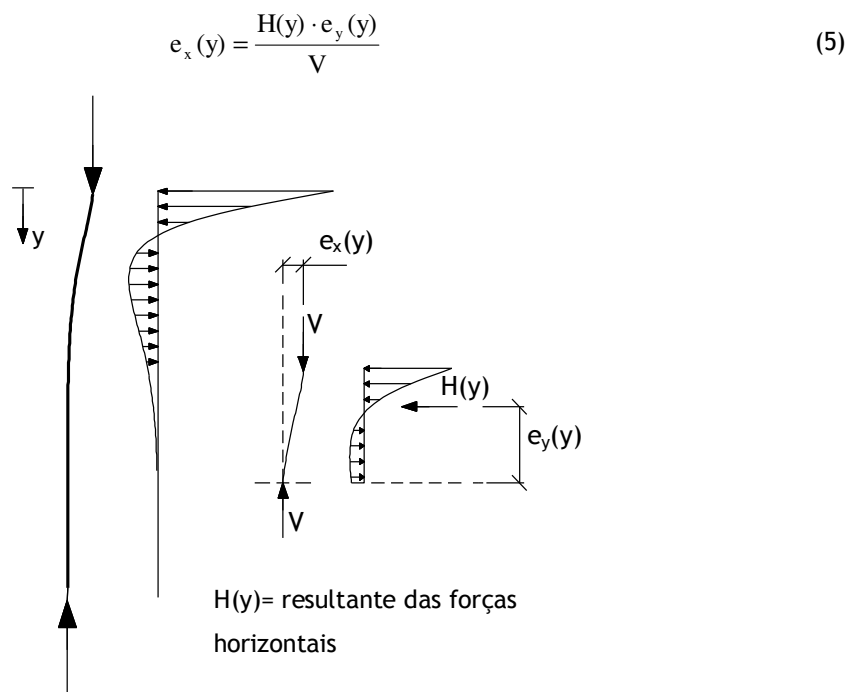
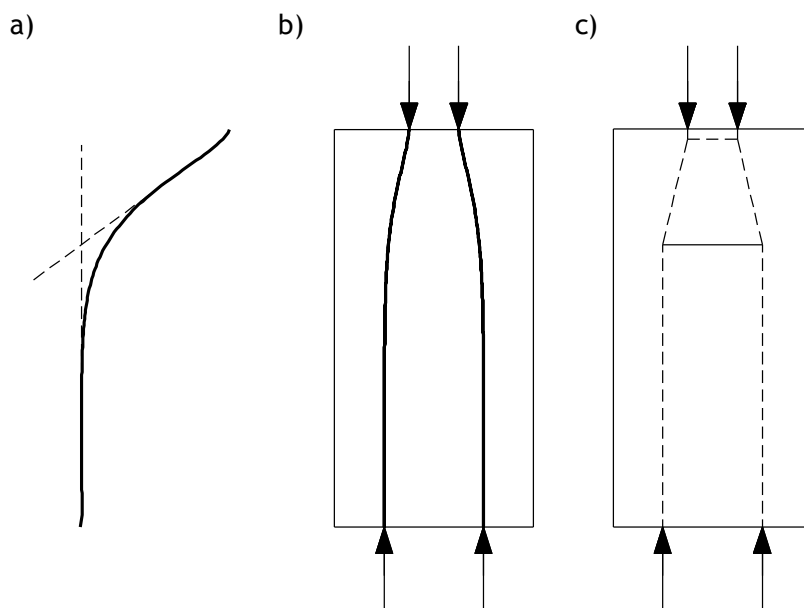


Figura 21: Geometria do caminho de força vertical e relação de equilíbrio de momentos.

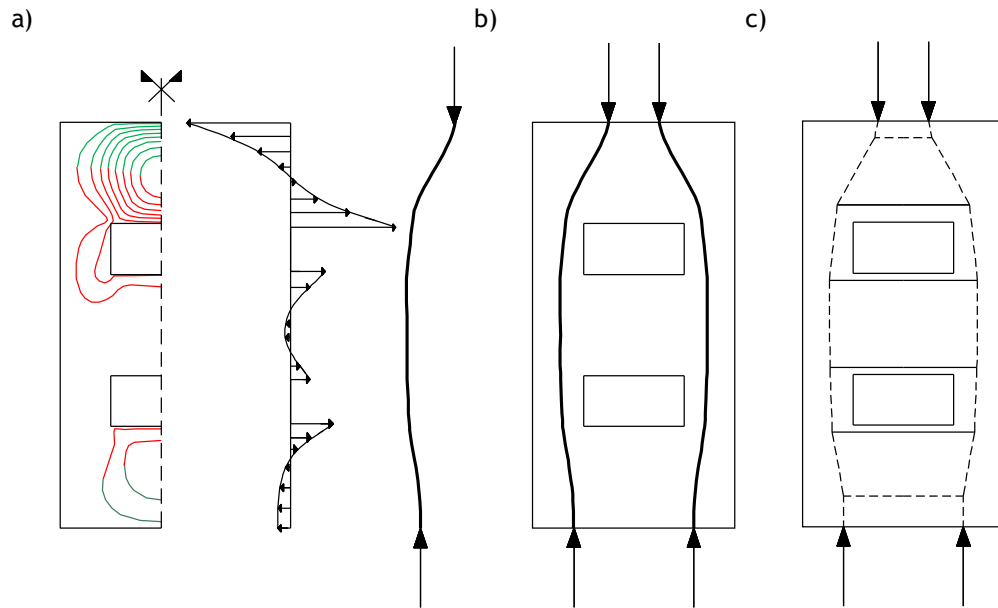
Na Figura 22 surgem representados os caminhos de forças verticais resultantes e um modelo de escoras e tirantes associado. Os modelos de escoras e tirantes são também caminhos de resultantes de forças, com uma descrição mais próxima do sistema de interações, da mesma forma que as tensões e as direções principais.

O caso analisado corresponde a uma situação particular em que os vetores do campo  $n_v$  (3) têm direções muito próximas de uma das direções principais de tensão. Essa aproximação tem como consequência que os caminhos de forças verticais possam ser utilizados quase diretamente na definição de um modelo de escoras e tirantes. Os nós de intersecção entre os elementos do modelo são determinados através de retas tangentes às linhas do caminho, conforme descreve a Figura 22a. As forças resultantes nas escoras e no tirante (Figura 22c), determinadas através da análise estática do modelo, têm um valor próximo do obtido para as resultantes da distribuição de tensões normais de compressão e de tração representadas na Figura 20. Este facto permite constatar a consistência do procedimento adotado.



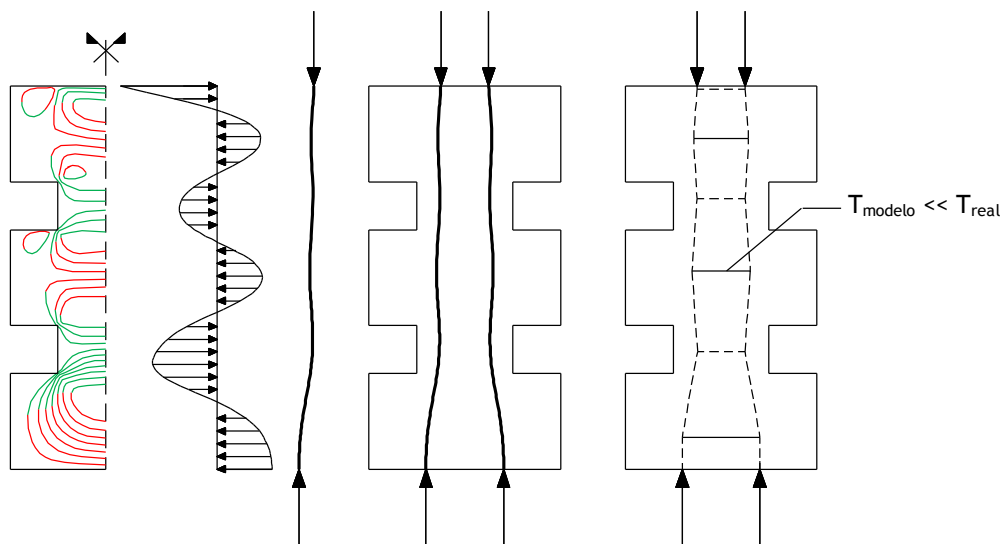
**Figura 22:** a) Detalhe de um caminho de forças verticais; b) Caminhos de forças verticais; c) Modelo de escoras e tirantes.

Na Figura 23 é apresentado o exemplo de uma parede simétrica com aberturas, sujeita ao mesmo carregamento do exemplo anterior, em que a determinação de dois caminhos de força vertical permite chegar de forma mais fácil a um modelo de escoras e tirantes. No caso, a consideração das tensões normais na secção do eixo de simetria é suficiente para que esse modelo seja adequado, tal como no exemplo da Figura 22.

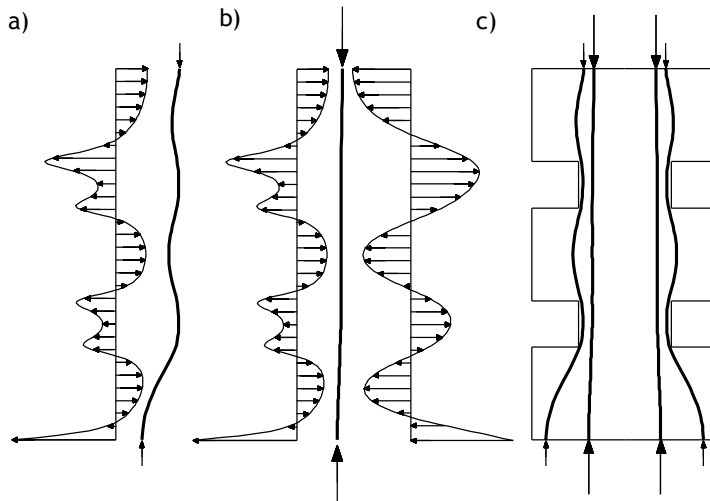


**Figura 23:** a) Distribuição de tensões normais ao plano de simetria e geometria dos caminhos; b) Caminhos de forças verticais; c) Modelo de escoras e tirantes.

Na Figura 24 é apresentado o exemplo de uma parede com ressaltos laterais, sujeita ao mesmo carregamento dos exemplos anteriores, em que a definição de dois caminhos simétricos é insuficiente para descrever adequadamente o equilíbrio de forças na parede. O modelo de escoras definido com base apenas em dois caminhos conduz a forças transversais no modelo muito inferiores às que efetivamente surgem na parede. Um modelo mais adequado pode ser definido com base em quatro caminhos de forças resultantes dispostos simetricamente (Figura 25c). Os caminhos mais externos estão em equilíbrio com aproximadamente 30% do total de forças verticais e os interiores com os restantes 70%.

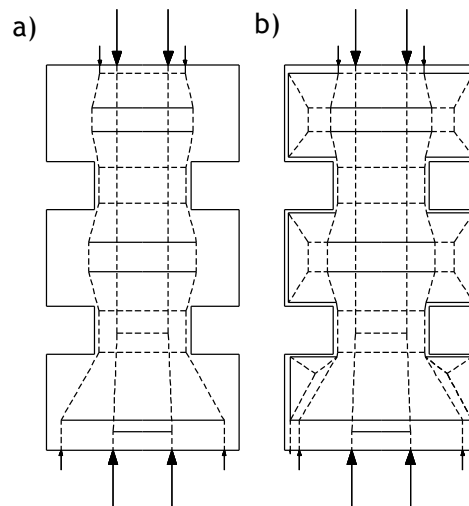


**Figura 24:** Determinação de caminhos de forças para uma parede com “vazios” laterais e o modelo de escoras e tirantes inadequado.

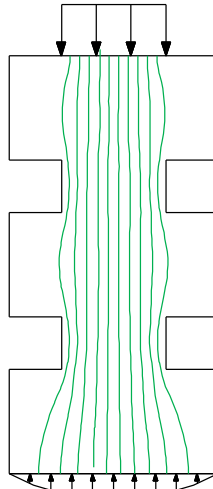


**Figura 25:** Determinação da geometria de quatro caminhos de forças verticais; a) Caminhos exteriores; b) Caminhos interiores; c) Caminhos de componentes inseridos na parede.

Na Figura 26 aparecem representados dois modelos de escoras e tirantes definidos com base nos caminhos que constam na Figura 25c. Na parte superior, a quase ausência de curvatura dos caminhos mais interiores implica que as forças transversais determinadas através do modelo mais exterior sejam muito próximas das que efetivamente se verificam na parede. Apenas na parte inferior é necessária a consideração de dois tirantes. Conforme mostram a Figura 24 e a Figura 27 as zonas laterais em consola são pouco solicitadas, facto que resulta da reduzida rigidez das mesmas. Na Figura 24 não surgem tubos fechados nas zonas das consolas, pelo que se pode concluir que a quantidade de força que lá é gerada é inferior à correspondente aos outros tubos de continuidade. No entanto, um modelo que englobe as forças resultantes nessas zonas (Figura 26b) pode ser obtido por adaptação do modelo da Figura 26a.



**Figura 26:** a) Modelo de escoras e tirantes sem consideração das zonas laterais; b) Modelo adaptado para englobar as zonas laterais em consola.



**Figura 27:** Tubos de continuidade de forças verticais.

A adoção de diferentes possibilidades de materialização dos tirantes, nomeadamente a alteração de posição de armaduras em estruturas de betão armado para aumento de eficiência ou o funcionamento em regime plástico num sistema fissurado, implicam a determinação de novas geometrias para os caminhos. Essas geometrias têm que ser coerentes com a nova distribuição de forças.

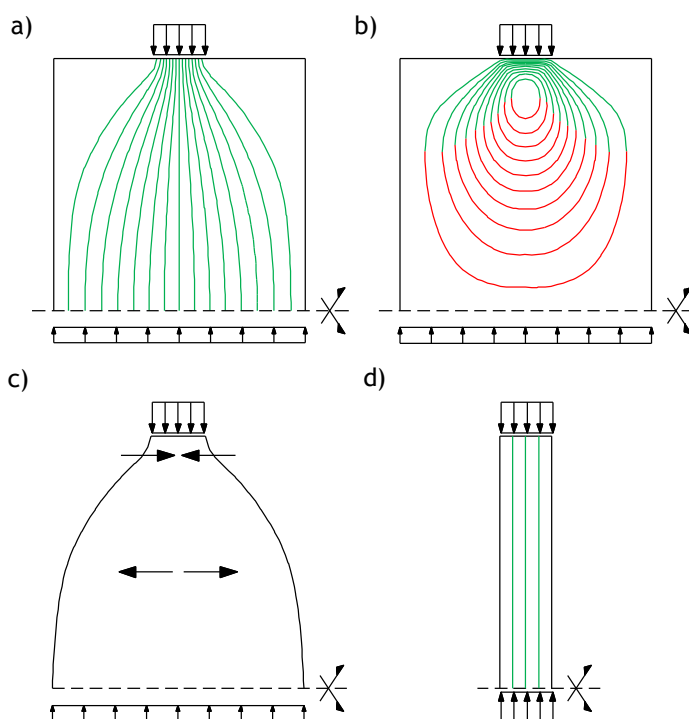
## **2.7. Via construtiva de manipulação de rigidez**

Conforme refere [7], a conceção estrutural de pontes como Salginatobel ou Schwandbach teve por base o facto de as forças resultantes num sistema estrutural poderem ser significativamente condicionadas pela forma adotada para a estrutura. Tendo em conta o conceito de rigidez apresentado na secção 2.2, propõe-se um procedimento de conceção estrutural correspondente à manipulação de todos os parâmetros de rigidez do sistema, para além da forma, de modo a que resultem soluções com forças internas adequadas às condicionantes.

A manipulação de rigidez deve orientar-se no sentido de otimizar a capacidade do sistema para gerar equilíbrio através da utilização eficiente da resistência disponível. Por exemplo, nas chamadas pontes de arco fino, esse objetivo é alcançado através da quase eliminação de esforços de flexão por redução significativa da rigidez desse tipo. No caso, a eliminação das tensões normais de tração nas secções do arco permite aumentar a utilização da resistência à compressão disponível. Esse tipo de aplicação é adequado para aplicações em cantaria de granito de alta resistência, dada a elevada resistência à compressão disponível, comparativamente com a resistência à tração.

A parede descrita na Figura 28 constitui um exemplo onde é possível explicar a ideia de manipulação de rigidez como meio para garantir um sistema de forças mais eficiente. A existência de rigidez lateralmente adjacente à zona carregada tem como resultado o

alargamento do sistema de interações (Figura 28a) e a indução de forças transversais de tração no interior da parede (Figura 28b). No caso, se for condicionante a reduzida resistência à tração disponível, a distribuição de rigidez da parede larga é inadequada. Uma solução mais adequada à referida condicionante resultaria da inexistência de rigidez lateral, sendo a largura do sistema de rigidez igual à largura da zona carregada (Figura 28d). O exemplo permite estabelecer o contraste entre duas vias de concepção estrutural em que os sistemas de rigidez adotados podem conduzir a resultados bastante distintos. A primeira via (Figura 28c) parte de uma solução inicial demasiado ampla, definida sem antecipação do sistema de forças resultante. A observância das condicionantes é garantida na parte final, por adição de resistência à tração que garanta o equilíbrio. Nesse caso, eventuais adaptações da solução tornam-se difíceis por poderem implicar significativas alterações da mesma, dada a fase avançada do processo na qual é conhecido o sistema de forças. Em alternativa, a Figura 28d indica uma via construtiva correspondente à adição progressiva de rigidez, com avaliação sucessiva e aproximada do sistema de forças resultante. Desse modo é possível o ajuste progressivo às condicionantes sem adição de zonas desnecessárias.



**Figura 28:** a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Solução após remoção de material não solicitado; d) Solução que resultaria da via construtiva de adição de rigidez.

Em construções antigas em pedra, como é o caso das catedrais góticas, a escassez de meios e a indisponibilidade de resistência à tração não devem ter possibilitado, com sucesso, alternativas de concepção estrutural que não fossem orientadas pela via construtiva. Note-se que à época seria difícil garantir o equilíbrio com elevadas reações horizontais que fossem

conhecidas apenas numa fase avançada. Pode estabelecer-se uma comparação com as bastante mais recentes cascas finas de betão [3], em que a forma estrutural otimizada pode ser determinada sem condicionamentos relativos à magnitude desse tipo de reações, dada a possibilidade de as equilibrar através da aplicação de pré-esforço.

O facto de na via construtiva as condicionantes poderem ser integradas na fase inicial do processo possibilita que eventuais procedimentos de otimização posteriores se iniciem a partir de soluções mais próximas da solução “ótima”. Note-se que todas as soluções que surgem durante o procedimento têm por base o mesmo princípio estrutural, que por si só já tem que ser adequado às condicionantes fundamentais. Nesse caso a necessidade de otimização pode ser reduzida, podendo fazer-se com processos menos pesados e complexos que os que serão necessários para uma via não construtiva. Adicionalmente, conforme [4], pode mesmo considerar-se que não é possível obter soluções mais otimizadas que as que resultam diretamente de formas “puras no conceito e na estrutura”.

## **2.8. Resumo do capítulo 2**

No presente capítulo foi apresentada uma abordagem de conceitos fundamentais como força, rigidez e resistência de um ponto de vista mais próximo da realidade física. Os três conceitos relacionam-se através de um processo comum que corresponde a alterações do sistema de interações intermoleculares sob ação de solicitações externas. Essas alterações correspondem a aproximações e afastamentos intermoleculares com efeitos repulsivos e atrativos, respetivamente.

Na abordagem apresentada considera-se uma relação causa efeito entre deformações e forças e não o inverso. Sob o efeito de novas solicitações exteriores as novas configurações de equilíbrio resultam sempre de uma fase transitória, de duração e amplitudes finitos, associada às deformações estruturais. Para a compreensão dessa fase transitória tem particular relevância a consideração da ausência de contínuo.

Os sistemas de interações foram tipificados em esquemas fundamentais, estabelecidos com base na preponderância relativa de diferentes direções de interação para o equilíbrio pontual direto de forças numa determinada direção. O contributo das interações para o equilíbrio vai diminuindo com o aumento do desvio da interação relativamente à direção em causa, tornando-se nulo quando o mesmo corresponde a uma relação de ortogonalidade.

A utilização de campos vetoriais pode facilitar a descrição do funcionamento por interações. Existem sempre direções ortogonais que são independentes em termos de equilíbrio pontual direto. Esse facto implica que não seja possível descrever o equilíbrio por um único campo, resultante de simples sobreposição de efeitos. A metodologia desenvolvida em [9] foi adotada como aplicação útil, sendo o funcionamento em equilíbrio descrito por campos vetoriais

relacionados com componentes direcionais das interações. Cada campo está associado a caminhos de força com direção considerada na sua definição.

A descrição simplificada de caminhos de forças pode obter-se através da determinação e representação de resultantes associadas a um determinado domínio. Para além do equilíbrio de forças é tido em conta o equilíbrio de momentos, que constitui um aspeto fundamental para a determinação dos referidos caminhos. O problema corresponde à determinação de um elemento estrutural virtual em que o equilíbrio de momentos é garantido sem esforços de flexão, tal como acontece num arco fino. O facto do equilíbrio excêntrico de forças implicar interações com a restante vizinhança tem como consequência que se torne desadequada uma abordagem pontual. Desse modo, torna-se necessário englobar as interações do domínio em causa com as vizinhanças, contabilizando também as interações ortogonais com equilíbrio pontual independente. Em determinadas situações os caminhos resultantes são muito próximos dos caminhos de forças geradas a partir das fronteiras, podendo ser utilizados de forma quase direta para a definição de modelos de escoras e tirantes. Nessas situações particulares existe uma grande aproximação do campo vetorial associado à direção das forças geradas na fronteira e uma das direções principais de tensão.

O entendimento do conceito de rigidez como a suscetibilidade de um sistema para gerar forças no processo de deformação permite estabelecer orientações para a conceção de novas estruturas. Através da manipulação dos parâmetros que determinam a rigidez é possível condicionar o sistema de forças que resulta num sistema estrutural e adequá-lo às condicionantes. Essa manipulação pode seguir uma via construtiva de adição de rigidez em que o sistema de forças pode ser sucessivamente avaliado, com possibilidade de ajustes às condicionantes. O processo deve orientar-se no sentido de que seja maximizada a capacidade de geração de equilíbrio por utilização eficiente da resistência disponível. Em construções de cantaria de granito essa maximização é conseguida por eliminação dos esforços de flexão. Na via construtiva de conceção estrutural procura-se um funcionamento eficiente dos sistemas estruturais, em que a resistência disponível dos materiais pode deixar de ser condicionante.

# Capítulo 3

## Comportamento mecânico do granito de alta resistência

### 3.1. Limites e fases características em ensaios de compressão

Em ensaios de compressão uniaxial de cilindros de granito de alta resistência, com relação altura/diâmetro aproximadamente igual a 2, a medição das deformações e a contagem de eventos com emissão acústica (indicação de fissuração) permitem identificar os seguintes limites entre as fases de destruição interna do material [10], [15], [16], [17] (Figura 29):

- Limite 1: Final da fase de fechamento das microfissuras preexistentes com orientação “favorável” (não paralela com o carregamento);
- Limite 2: Início da formação de novas fissuras longitudinais com progressão estável;
- Limite 3: Início da fase de progressão instável de fissuras longitudinais;
- Limite 4 ( $f_g$ ): Rotura por instabilidade de mini ou micropilares.

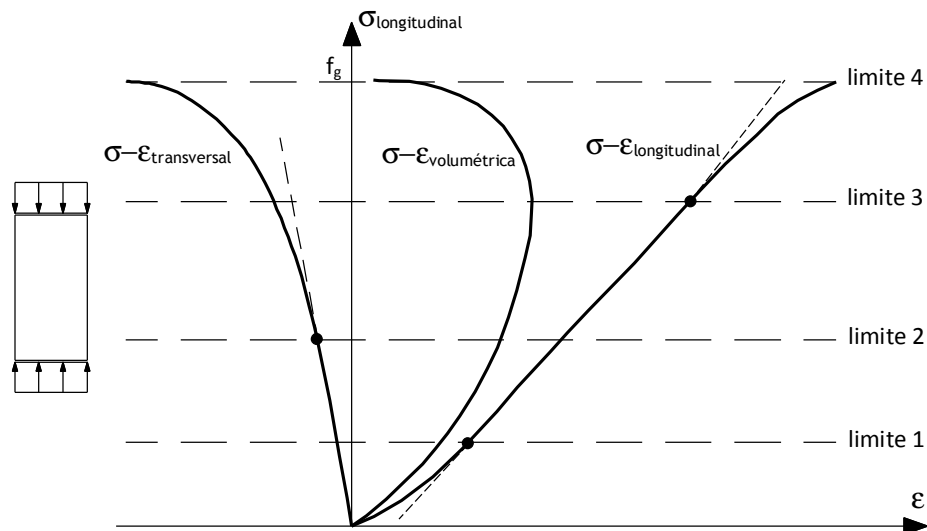


Figura 29: Curvas tensão-extensão com os limites entre fases de destruição interna do material ([15], [16], [17], adaptado).

De acordo com [18] e [19], os limites 2 e 3 são efetivamente propriedades do material devido à sua menor dependência de fatores externos. Estes limites correspondem, respetivamente, aos limites inferior e superior da resistência in-situ, como por exemplo no caso da abertura de cavidades em profundidade. O limite 4 é dependente de diferentes fatores como: a) Geometria dos provetes; b) Velocidade de carregamento; c) Rigidez do sistema de ensaios; d) Restrições às deformações transversais. As referências [10], [15], [16], [17] e [19] indicam

para granitos de alta resistência o limite 3 como correspondente a 70-80% do valor  $f_g$  da resistência à compressão, medido em ensaios convencionais de provetes cilíndricos, correspondendo o limite 2 a 30-50% do mesmo valor.

O conceito usual de “material” corresponde na realidade a um complexo e irregular sistema estrutural cujo comportamento é influenciado pelas suas “imperfeições”. Esta perspectiva integral implica que os limites definidos atrás devam ser considerados como parâmetros relativos às condições do sistema e não valores absolutos. O comportamento mecânico dos “materiais” pode ser entendido como uma questão mais ampla da mecânica estrutural e não como uma teoria específica cuja própria existência pode mesmo não estar provada.

## 3.2. Processo primário de destruição interna do material

### 3.2.1. Mecanismo de progressão de fissuras

A destruição interna do granito sob ação de forças de compressão resulta a partir da formação, progressão e coalescência de fissuras que apenas podem surgir devido a forças de tração transversais (Figura 2). As forças de tração que provocam o processo de fissuração surgem inicialmente nos poros, junto às extremidades de fissuras preexistentes e nos ou entre grãos com heterogeneidade de rigidez [5].

É proposto em [11], com desenvolvimentos complementares no presente trabalho, que a progressão das fissuras é um processo resultante do deslocamento relativo das suas faces irregulares previamente encaixadas. De acordo com [12], a progressão de fissuras em prismas de betão carregados excêntricamente é provocada pelo deslocamento relativo das suas faces irregulares (Figura 30). A expansão lateral observada em escavações profundas em granito [20] poderá ser causada por um processo similar.

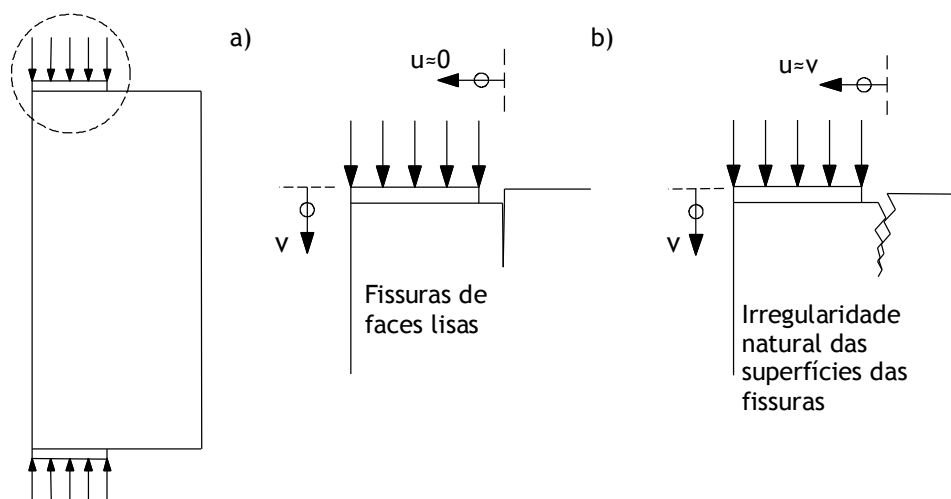
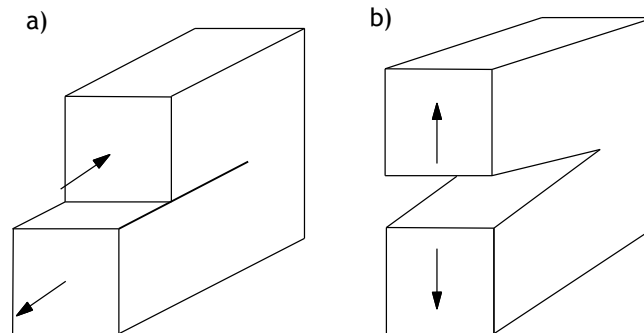


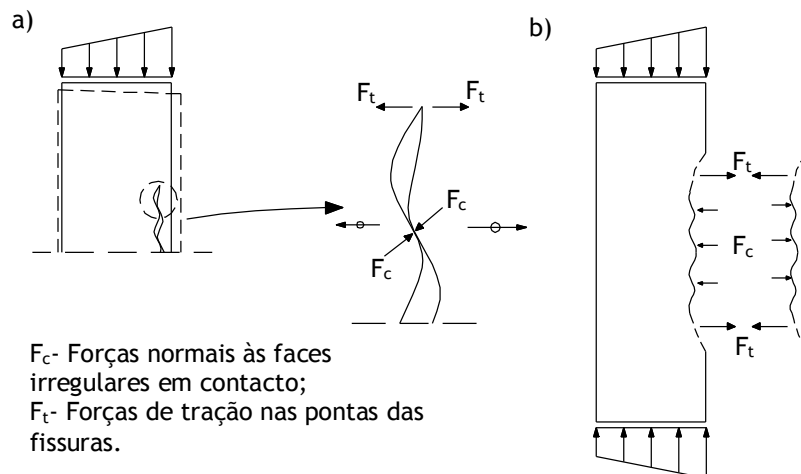
Figura 30: a) Fissura de faces lisas sem abertura; b) Abertura de fissura devido ao deslocamento relativo das suas faces irregulares (adaptado de [12]).

De acordo com [21], o processo de fadiga em metais por progressão de fissuras no modo II de sollicitação (“corte”) (Figura 31a) implica a sollicitação local em modo I (tração transversal) (Figura 31b) nas pontas das fissuras. Essa sollicitação com tração transversal é devida a um efeito de “cunha” que resulta do deslocamento relativo das duas faces irregulares da fissura. Conforme [22], esse “efeito de cunha” constitui o elo de ligação entre as sollicitações na direção das fissuras e as forças de tração ou compressão que se desenvolvem transversalmente.



**Figura 31:** a) Sollicitação por “corte” (modo II); b) Sollicitação por tração (modo I).

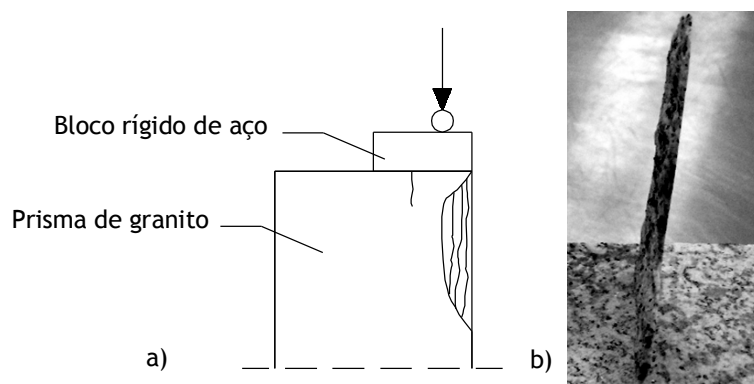
Em granitos de alta resistência uma das causas de progressão de fissuras na direção paralela às forças de compressão deve corresponder a um processo similar ao descrito na Figura 30. Tendo por base a hipótese de que as deformações longitudinais em cada um dos lados da fissura são geralmente diferentes, é plausível a existência de deslocamentos relativos entre as faces irregulares. Esses deslocamentos relativos induzem forças transversais de tração nas pontas das fissuras resultando na sua progressão (Figura 32a). As faces de cada fissura interagem entre si e estão sujeitas a pressão transversal, que é transferida por “efeito de viga” para as suas extremidades (Figura 32b).



**Figura 32:** a) Aumento da abertura das fissuras devido ao deslocamento relativo das faces irregulares encaixadas; b) Pressão transversal que resultará em destaque de peças finas de material junto à face.

Em ensaios de compressão excêntrica ou não uniforme o efeito de pressão lateral dá origem ao destaque de lâminas de material com espessura variável [2] (Figura 33). A espessura dessas lâminas é maior na zona central, sendo muito reduzida nas extremidades (Figura 34). Observações similares são descritas em [23], relativamente às lâminas finas de material que se destacam das paredes de aberturas circulares em granito de alta resistência sujeitas a variações térmicas.

A pressão lateral produzida pelo deslocamento relativo das superfícies irregulares altera a progressão das fissuras na direção das faces laterais, o que dá origem à forma curva das lâminas e à reduzida espessura nas extremidades.



**Figura 33:** a) Destaque de lâminas finas de material que resulta na rotura do elemento; b) Lâmina recolhida após rotura.



**Figura 34:** Lâmina de material recolhida após um ensaio em compressão excêntrica (espessura máxima  $\approx$  6mm).

Em [10] são referidos resultados experimentais que comprovam a existência de contacto entre as faces irregulares das fissuras, determinante para que se gere a pressão lateral. Esses resultados foram obtidos por medição das variações das velocidades de ultrassons na direção transversal, ao longo de ensaios de compressão longitudinal de vários materiais, nomeadamente, aço, ferro fundido, vidro e granito de alta resistência. Os resultados

demonstram o aumento dessas velocidades ao longo dos referidos ensaios, sendo exceção as medições efetuadas para os provetes de aço. Note-se que esses resultados contrariam o modelo genérico de fissuras com abertura finita, em que a progressão ocorre com afastamento das faces sem pontos de contacto entre si. De entre os materiais testados, o maior aumento de velocidade foi verificado no granito, significativamente superior ao vidro e ao ferro fundido. No caso do aço verificou-se uma diminuição da velocidade na direção transversal. De acordo com [10], a estrutura granular dos materiais é um fator determinante no comportamento observado. O facto de os resultados experimentais citados corresponderem à fase de comportamento “linear elástico” entre os limites 1 e 3 da Figura 29 mostra que o efeito descrito não é exclusivo da fase de grandes deformações próxima da rotura, em que os parâmetros relacionados com o atrito interno adquirem maior relevância [15], [35].

Em ensaios de compressão de granito observa-se a formação de pó fino antes da rotura propriamente dita. Esse pó pode ser associado ao efeito do deslocamento relativo das faces das fissuras sob ação de elevadas pressões de contacto, com destruição das irregularidades pontiagudas.

### 3.2.2. Fatores que afetam a progressão de fissuras

O efeito de cunha que resulta no mecanismo de progressão de fissuras é também considerado em algumas investigações de fissuração em materiais metálicos [21]. A análise apresentada em [21] mostra que o atrito entre as faces em contacto implica uma redução nos fatores de intensidade de tensão nas extremidades das fissuras, aumentando, conseqüentemente, a dificuldade de progressão. Para o aço estrutural são identificados alguns fatores que atenuam a progressão das fissuras [25], como o encaixe entre as irregularidades e as deformações plásticas das mesmas. Estes aspetos parecem ser também causas para as diferenças na progressão de fissuras verificadas entre granitos de alta e baixa resistência.

Os efeitos do atrito e do encaixe entre as faces irregulares parecem também justificar a dependência da progressão de fissuras de aspetos como a composição mineralógica das rochas, o tamanho dos grãos e a sua distribuição. Conforme [24], em escavações profundas de rochas de alta resistência, como é o caso da abertura de condutas circulares no laboratório de pesquisa subterrânea URL, AECL [26], a perda de material junto à face das paredes ocorre essencialmente nas zonas de granito (Lac du Bonnet), sendo quase residual nas zonas de granodiorito. De acordo com [24] e [27], as importantes diferenças de comportamento in-situ ocorrem apesar das menores diferenças de comportamento observadas em ensaios convencionais de laboratório com compressão axial. Os dois tipos de rochas apresentam composições mineralógicas similares, diferindo essencialmente no tamanho dos grãos e na sua distribuição. O granito apresenta grãos de maiores dimensões e com uma distribuição menos uniforme do que o granodiorito.

As diferenças de comportamento in-situ entre os dois tipos de rochas (granito e granodiorito) parecem estar relacionadas com os diferentes níveis de atrito e encaixe das faces irregulares das fissuras, que dependem do tamanho e da distribuição dos grãos. A predominância de fissuras intergranulares em rochas de grão fino [28] implica um maior encaixe e atrito entre as faces das mesmas, resultando em maior dificuldade de progressão. No caso do granito, com grãos de maior tamanho, resulta maior percentagem de fissuração intragranular em que as faces serão mais lisas e o material menos dúctil. Neste caso, o deslocamento relativo entre as faces das fissuras e, conseqüentemente, a sua progressão serão mais fáceis. Dada a relevância da deformação longitudinal diferenciada de ambos os lados da fissura, torna-se necessário ter em consideração os gradientes de tensões significativos a que os materiais podem estar sujeitos nas referidas condições in-situ e que geralmente não se verificam nos ensaios convencionais de compressão axial em laboratório.

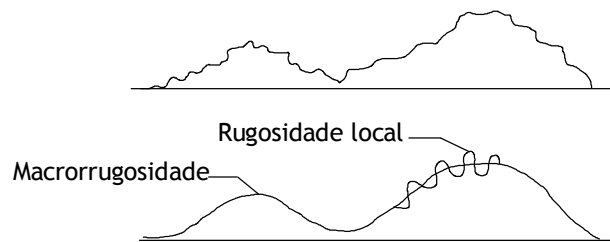
A análise apresentada pode ser alargada aos betões, nomeadamente na comparação do nível de progressão das fissuras e nas diferenças de resistência em compressão uniforme e não uniforme, para betões de baixa e alta resistência. Conforme [29], a rugosidade das fissuras em betões depende do tamanho e distribuição dos agregados e da relação entre a resistência destes e da matriz ligante. Nos betões de alta resistência, em que a matriz ligante é mais resistente, resultam fissuras com faces mais lisas, o que facilita a sua progressão. Contrariamente, nos betões de baixa resistência, em que a matriz ligante é menos resistente que os agregados, e nos granitos de menor resistência as fissuras têm superfícies mais rugosas, com maior encaixe entre as faces, sendo a sua progressão mais difícil. Adicionalmente, as maiores deformações plásticas nas pontas das fissuras reduzem a sua progressão potencial e limitam o comportamento frágil desse tipo de materiais.

Para além dos fatores intrínsecos à estrutura interna do material, é demonstrado em [15] que a progressão de fissuras depende de outros fatores como a velocidade de carregamento. Ensaio de longa duração demonstram que a rotura de provetes de granito de alta resistência pode verificar-se sem que exista progressão significativa de fissuras. A reduzida velocidade de carregamento implica intervalos de tempo suficientemente longos para que na estrutura fissurada do material ocorram fenómenos de fluência que agravam o risco de instabilidade dos micropilares. Desse modo, a rotura ocorre de forma “precoce”, sem que se verifiquem os níveis de carregamento necessários para uma progressão significativa das fissuras.

### 3.2.3. Modelos de equilíbrio associados ao processo de progressão de fissuras

O contacto entre as faces irregulares é influenciado por dois níveis de rugosidade, distinguindo-se a macrorrugosidade associada à própria irregularidade das faces e a rugosidade local nas superfícies dessas irregularidades (Figura 35). A progressão das fissuras por deslocamento relativo entre as faces apenas se verificará se existir macrorrugosidade, sendo contrariada pela rugosidade local que é desfavorável a esse tipo de deslocamento.

Conforme [29] por referência a [30], essa rugosidade local implica uma resistência inicial significativa ao deslocamento relativo entre as faces.



**Figura 35:** Subdivisão em níveis de rugosidade (adaptado de [29] por referência a [30]).

Os dois tipos de rugosidade definidos acima influenciam a transferência de forças através das fissuras e, conseqüentemente, as forças transversais de tração nas pontas, que dão origem à sua progressão. Na Figura 36b aparecem representados modelos de escoras e tirantes para dois níveis de atrito resultantes da rugosidade local. Os referidos modelos são definidos para as pontas das fissuras, com progressão junto à face lateral. O contacto entre as faces irregulares é considerado nas zonas junto às pontas, considerando-se inexistente na zona central. O facto de esses modelos corresponderem a uma zona localizada na ponta da fissura implica que sejam análogos a modelos de escoras e tirantes de consolas curtas, apenas com uma escora inclinada ( $C_f$ ). As forças equilibradas através das fissuras traduzem-se na escora  $C_f$  cuja inclinação é influenciada pela macrorrugosidade e pela rugosidade local. A redução do atrito nas irregularidades das faces, por destruição das rugosidades locais, implica um aumento da inclinação das escoras (Figura 36b<sub>2</sub>), resultando maiores forças transversais de tração nas pontas ( $T_2 > T_1$ ). Note-se que a destruição dessas rugosidades ocorre com a formação de pó observada em diversos ensaios.

A intensidade das forças  $C_f$  depende, para além da geometria das irregularidades, da rigidez transversal nas pontas da fissura, que determina a sensibilidade para que se gerem as forças de tração  $T$ . Note-se que só com essas forças é possível que se verifiquem as condições de equilíbrio necessárias para a existência das escoras inclinadas.

No caso de fissuras formadas em zonas afastadas das extremidades não é desprezável a rigidez à flexão das zonas adjacentes, sendo também possível considerar o contacto entre as faces irregulares em diferentes zonas ao longo do desenvolvimento (Figura 37). Para além do efeito da redução do atrito entre faces discutido acima, as forças de tração nas pontas da fissura são influenciadas pela rigidez à flexão das zonas adjacentes. O aumento dessa rigidez permite maiores forças transversais que garantem o equilíbrio de forças através da fissura, o que resulta também em maiores forças  $T$  nas pontas (Figura 37). A progressão de fissuras na zona central dos provetes é favorecida pelo facto de corresponder à hipótese de maior rigidez transversal e, conseqüentemente, maior capacidade de gerar forças transversais de tração nas pontas.

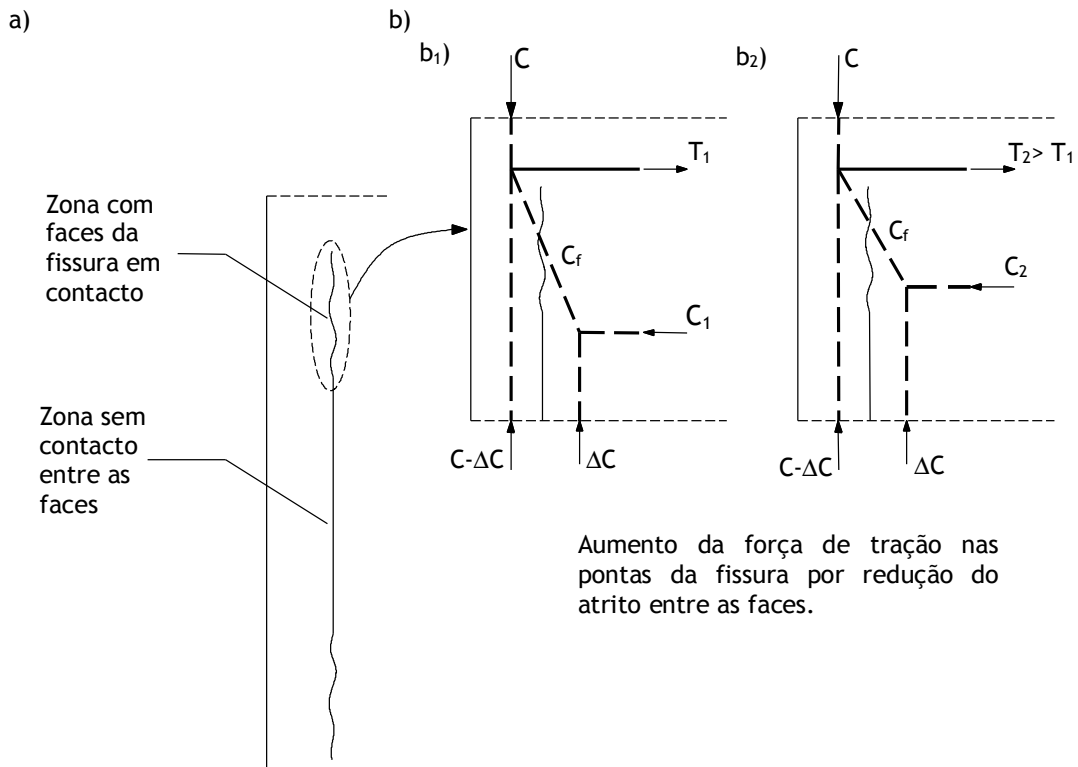


Figura 36: a) Fissura com progressão junto à face; b) Modelos de escoras e tirantes na ponta da fissura, traduzindo a redução do atrito entre as faces.

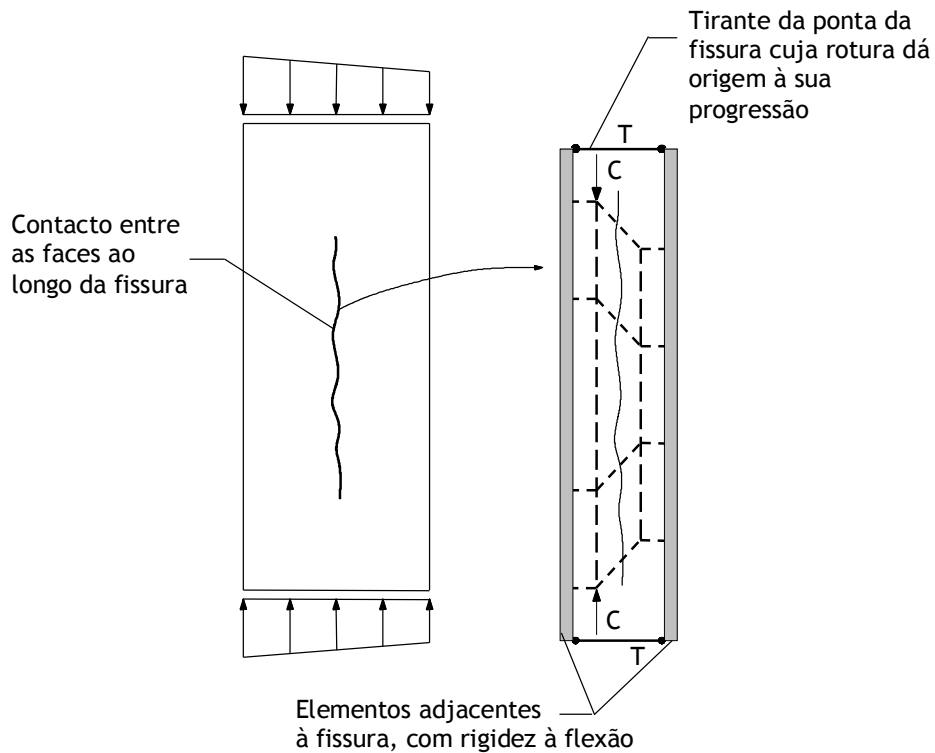
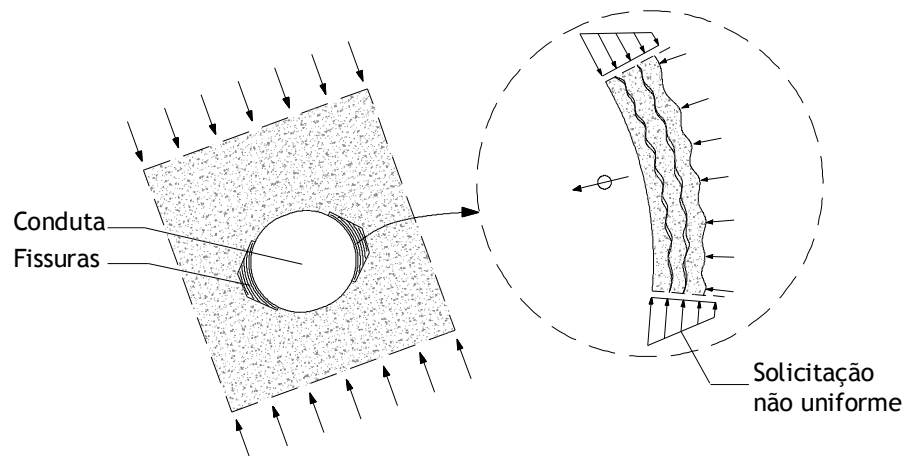


Figura 37: Modelo associado a fissuras com progressão afastada das faces e com efeito da rigidez à flexão das zonas adjacentes.

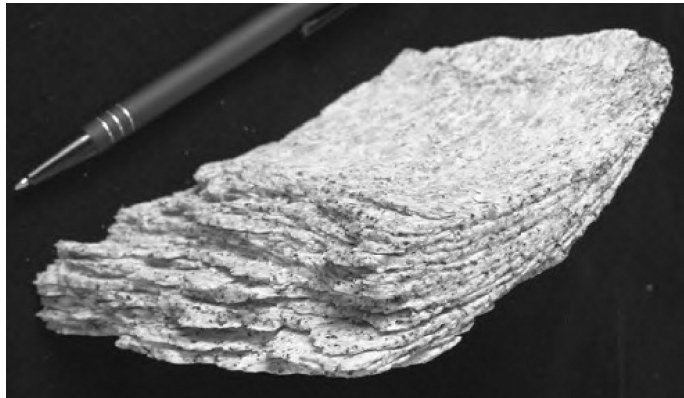
### 3.3. Análise da fase de rotura

#### 3.3.1. Destaque de lâminas finas de material sem processos de encurvadura

A pressão lateral que resulta do deslocamento relativo entre as faces irregulares das fissuras tem como efeito a formação e o destaque de peças esbeltas de material quando a progressão ocorre próximo das faces laterais. Por exemplo, nas paredes de condutas circulares em rochas profundas (Figura 38) verifica-se o destaque de peças de material formadas por lâminas paralelas (Figura 39). Nas paredes de condutas circulares, devido à curvatura interna, seria difícil o destaque de material se as faces das fissuras não tivessem um determinado nível de rugosidade e se não estivessem em contacto. Esse facto justifica-se pela geometria circular da parede que é desfavorável aos deslocamentos transversais necessários para o destaque de material. No entanto, a geometria circular da parede favorece a indução de forças transversais de tração nas pontas pela maior rigidez transversal que proporciona, conforme um esquema semelhante ao da Figura 37.

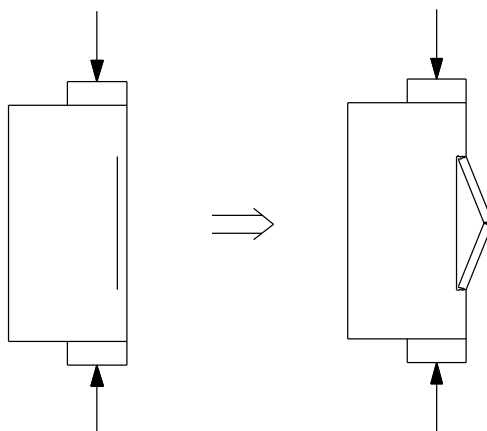


**Figura 38:** Secção de conduta aberta em granito de alta resistência com fissuras paralelas às tensões principais de compressão em que as forças transversais provocam destaque de lâminas de granito.



**Figura 39:** Peça de granito formada por lâminas paralelas destacada da parede das condutas (cortesia de AECL Ltd.).

Parece ser plausível considerar que em materiais frágeis de grão extremamente fino, como o vidro, a pressão lateral pode não ser suficiente para alterar significativamente a direção de progressão das fissuras, que irão progredir quase paralelas às forças de compressão aplicadas (Figura 40). Nesse caso, a progressão das fissuras poderá ser mais influenciada por efeitos de instabilidade das peças esbeltas que se formam.

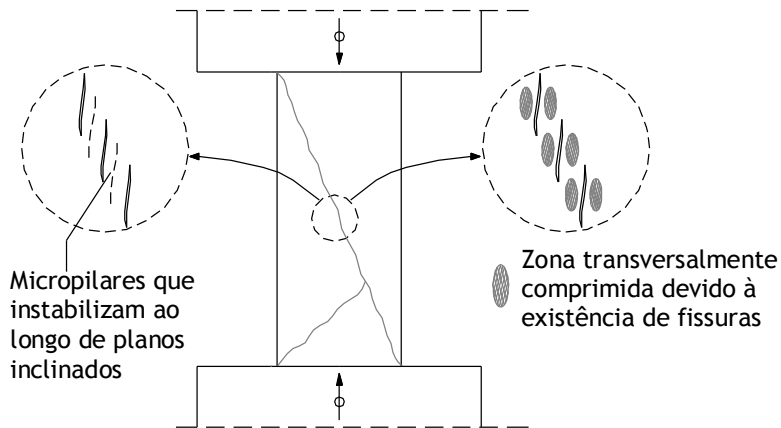


**Figura 40:** Progressão de fissuras com direção constante no caso de fissuras de faces lisas e rotura por encurvadura (vidro).

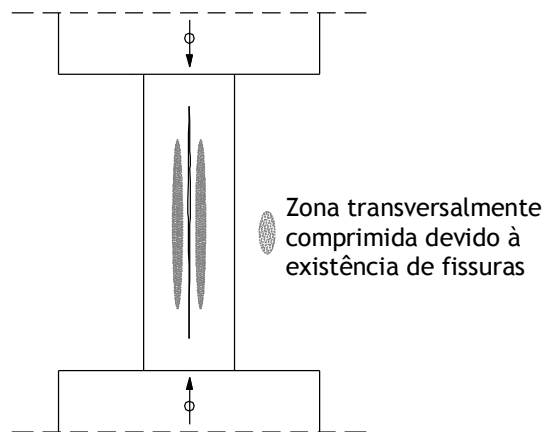
### 3.3.2. Rotura global de micropilares segundo planos inclinados

A rotura de provetes uniformemente solicitados segundo planos inclinados é característica de granitos de resistência normal ou baixa [31], ocorrendo também em ensaios de granitos de alta resistência sob carregamentos aplicados muito lentamente [15] e em ensaios com confinamento transversal (bi- ou triaxiais) [10]. Este tipo de rotura ocorre por deformação global e instabilidade simultânea de muitos micropilares dispostos em bandas inclinadas (Figura 41), sendo dependente da cinemática de todas as partes do conjunto. Esse modo de rotura apenas é possível se as duas partes previamente separadas puderem globalmente deslocar-se uma relativamente à outra segundo um ou mais planos.

A progressão significativa de algumas fissuras pode impedir a rotura segundo planos inclinados. Tal pode acontecer uma vez que com fissuras de maior comprimento existirá um efeito de compressão transversal alargado (Figura 42) que impede a fissuração generalizada. Na ausência desse efeito de “confinamento” surge um grande número de fissuras com reduzido espaçamento entre elas, que se distribuem num tipo de formação em esquadilha escalonada [33] e dão origem às bandas inclinadas de micropilares instáveis.



**Figura 41:** Rotura por deformação global e instabilidade simultânea de micropilares dando origem a planos de “deslize” inclinados.

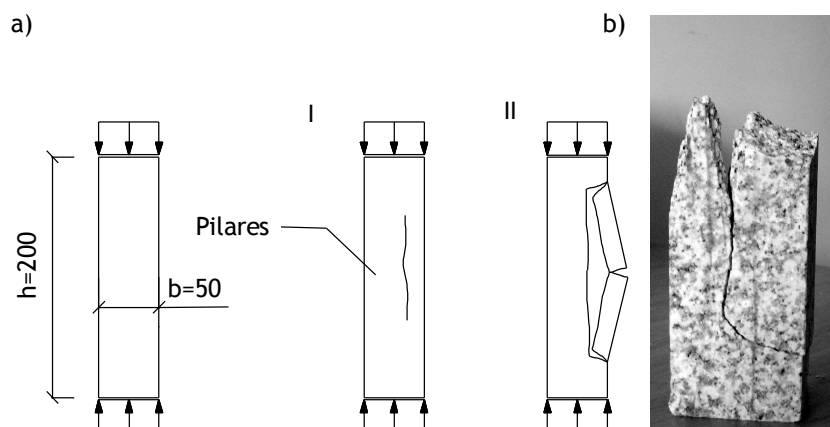


**Figura 42:** Progressão de fissuras longas que inibe a formação de fissuras adjacentes.

As fissuras que dão origem aos micropilares têm a direção das tensões principais de compressão ([10], [18] e [15]) e resultam de forças transversais de tração. Os planos inclinados de “rotura” não são por isso uma consequência direta da progressão de fissuras na direção dos mesmos, mas sim de uma associação delas em formação de esquadilha escalonada. Uma das implicações importantes do facto dos planos inclinados não serem um resultado direto da rotura do material é a inexistência de “rotura por corte”, sendo incoerentes os parâmetros com ela relacionados. Os fatores determinantes são na realidade a resistência à tração na direção transversal ao plano da fissura e as condições cinemáticas e de rigidez que influenciam a estabilidade do sistema fissurado.

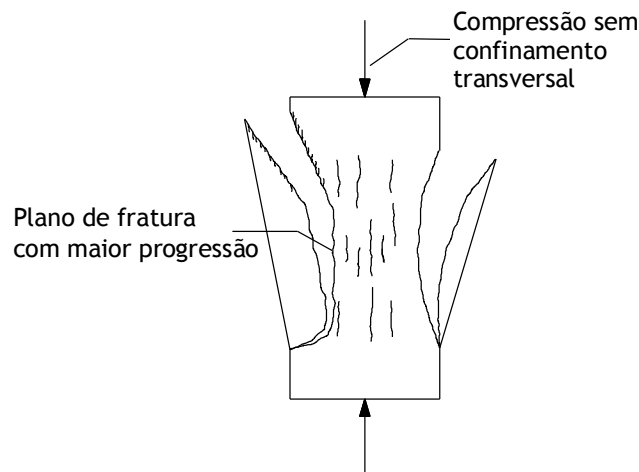
### 3.3.3. Rótura por destaque de peças de material

Em materiais como o granito de alta resistência, em que as fissuras podem atingir maiores comprimentos e são mais localizadas, a rótura pode ocorrer com a formação e destaque de peças de material integral. Por exemplo, podem formar-se minipilares esbeltos cuja destruição por encurvadura conduz à rótura do elemento onde se formam. A Figura 43 descreve esse modo de rótura em ensaios de compressão uniaxial de prismas de granito ( $f_g=140$  MPa) com uma relação de dimensões  $h/b=4$ . O surgimento de uma microfissura quase central deu origem a dois sub-pilares cuja encurvadura conduziu à posterior rótura do prisma. Previamente ao destaque do sub-pilar por encurvadura, a destruição interna apresenta-se essencialmente localizada ao longo da microfissura, não sendo visível outro tipo de rótura. Na fase posterior, a rótura da peça resultante é mais próxima de um problema de compressão excêntrica com a formação e destaque de lâminas finas de material, tal como pode ser observado na forma laminada da parte esquerda da imagem da Figura 43b.

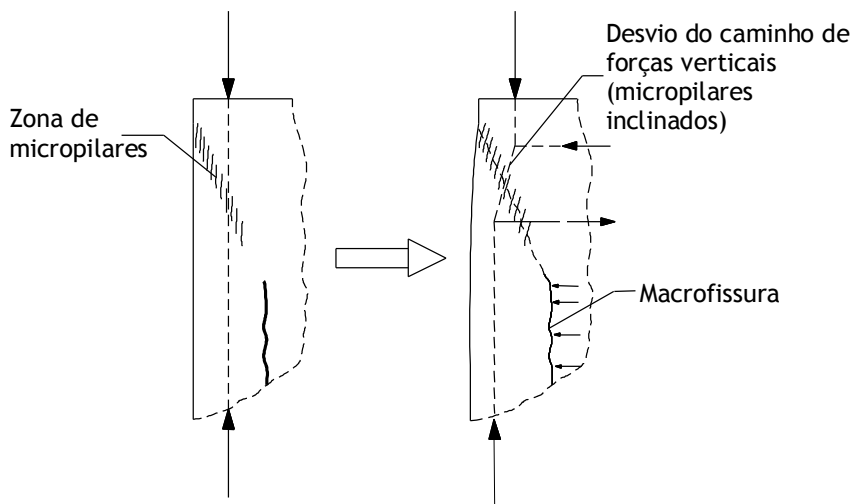


**Figura 43:** a) Rótura de um prisma de granito ( $h/b=4$ ); I - Progressão de uma microfissura axial; II - Encurvadura dos pilares resultantes; b) Metade inferior de um prisma após rótura.

Em [10] é analisada a rótura de provetes de granito por formação e destaque de pedaços de material na forma de “barco” (Figura 44). De acordo com [10], as peças com a forma de barco são consequência de tensões transversais de corte originadas por “efeito de alavanca resultante de deformações excessivas”. Conforme o exposto acima, as pressões laterais resultantes nas faces das fissuras longas têm um efeito relevante no processo de rótura. Essas pressões laterais resultam num funcionamento em flexão da peça de material delimitada pela microfissura e por uma zona complexa de microfissuração (Figura 45). As peças de material são empurradas para o exterior, agravando a inclinação dos micropilares.



**Figura 44:** Esquema genérico de rotura por destaque de pedaços de material integral (adaptado de [10]).



**Figura 45:** Deformação transversal dos micropilares, com alteração do caminho de forças, que acelera o destaque de material.

A existência da macrofissura constitui o aspeto fundamental no modo de rotura descrito. O facto de a pressão lateral das faces da macrofissura empurrar os micropilares torna difícil outro modo de rotura que não seja o destaque de peças de material. Em solicitações de compressão quase uniforme a existência de macrofissuras de maior comprimento, com capacidade de gerar pressão lateral, parece ser um fator determinante entre esse tipo de rotura (Figura 44) e a rotura por instabilidade em planos inclinados (Figura 41).

Em materiais como o granito ou betão é plausível considerar dois níveis distintos de perda de material. Nos casos em que as fissuras progredem afastadas das faces laterais, o destaque de peças de material poderá implicar mecanismos adicionais para além da progressão das fissuras (Figura 44 e Figura 45). Contrariamente, quando as fissuras se localizam próximo da superfície lateral, o destaque de material pode verificar-se exclusivamente por progressão e coalescência de fissuras (Figura 32 e Figura 34).

### 3.3.4. Análise de rotura em compressão excêntrica

#### 3.3.4.1. Rotura em compressão excêntrica a partir das zonas D

Conforme [12], em prismas de betão solicitados excêntrica, com as cargas de compressão aplicadas numa porção dos topos, a rotura ocorre por destaque de “cantos” de material (Figura 46) que, pela semelhança de geometria, neste trabalho se designam por cunhas. A progressão e a direção da microfissura que dá origem à cunha resultam do deslocamento relativo das faces naturalmente irregulares da fissura formada inicialmente junto ao topo (Figura 46). Essas fissuras iniciais são devidas a forças transversais de tração junto dos topos carregados, que resultam da configuração do caminho de forças transversais (Figura 47b).

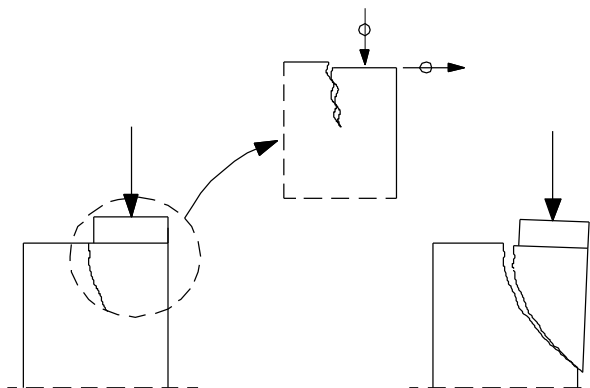


Figura 46: Cunha de material que se forma pela progressão de uma microfissura para o lado da face mais carregada (adaptado de [12]).

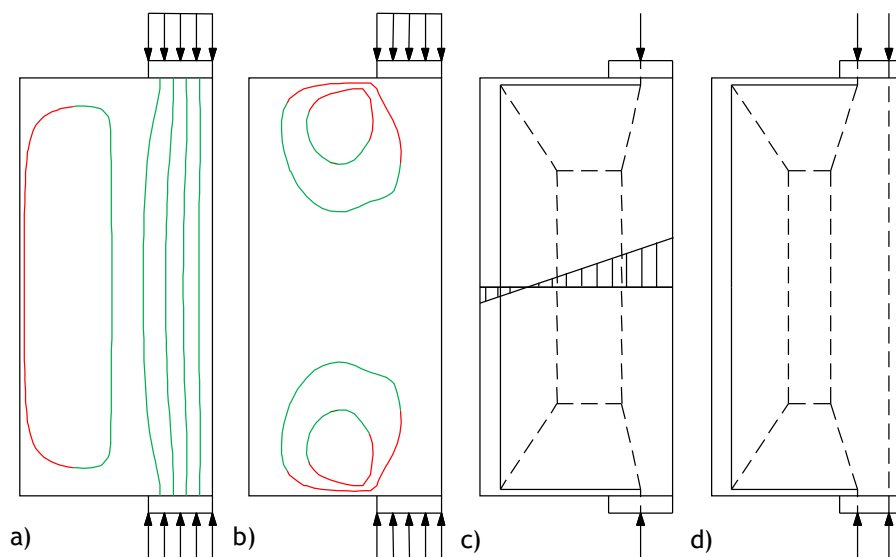
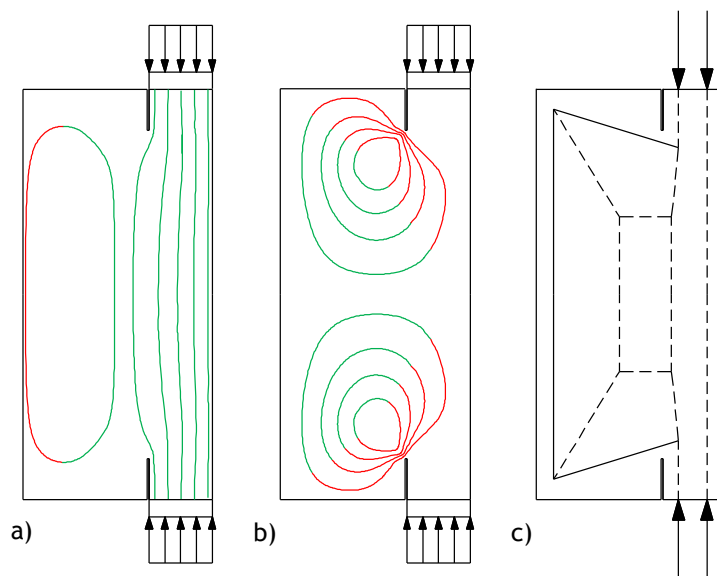


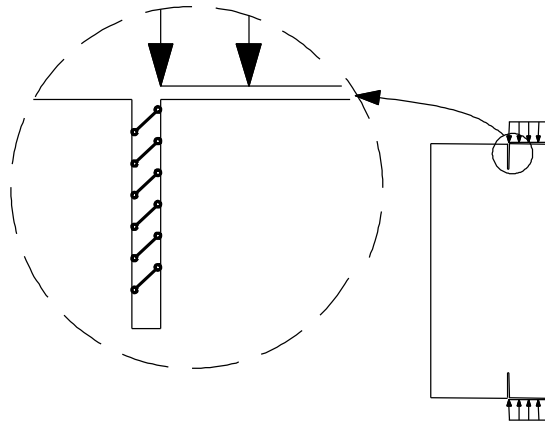
Figura 47: Prisma solicitado em compressão excêntrica antes da formação de fissuras a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo simplificado de escoras e tirantes; d) Modelo de escoras e tirantes variante.

O efeito do deslocamento relativo das faces irregulares da fissura inicial, em termos de pressão transversal, pode ser simplificadamente avaliado num modelo de elementos finitos com uma fissura modelada na forma de um entalhe. No caso de uma fissura com faces lisas (Figura 48) podem obter-se caminhos de forças longitudinais (Figura 48a), de forças transversais (Figura 48b) e um modelo de escoras e tirantes (Figura 48c). Pode concluir-se que a fissura inicial, por progressão ou por coalescência com outras fissuras alinhadas com as tensões principais de compressão, não daria origem a uma “cunha” de material como a que se esquematiza na Figura 46. O modo de rotura expectável corresponderia ao destaque de um pedaço de material com forma semelhante ao conjunto dos caminhos de forças verticais sob a zona carregada, ou seja, a forma de um pilar de secção variável crescente desde os topos até ao centro do provete.



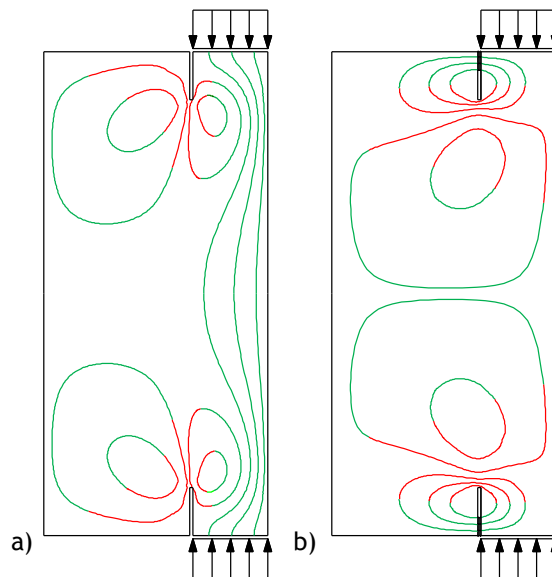
**Figura 48:** Simulação de fissura de face lisas sem pressão lateral; a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo simplificado de escoras e tirantes;

Tendo por base o modelo de equilíbrio da Figura 36, foi analisado o efeito da pressão lateral nas faces irregulares da fissura inicial. Nessa análise consideraram-se as faces das fissuras solicitadas apenas pelas componentes horizontais das forças nas escoras  $C_f$  da Figura 36. Essa simplificação do modelo teve por base o facto de, para o efeito em análise, serem pouco relevantes as componentes verticais das forças nas escoras  $C_f$ , quando comparadas com as componentes horizontais. A quantificação das componentes horizontais das forças foi feita através de uma análise prévia de um modelo em que a interação das faces irregulares da fissura foi modelada por bielas inclinadas de grande rigidez (Figura 49).

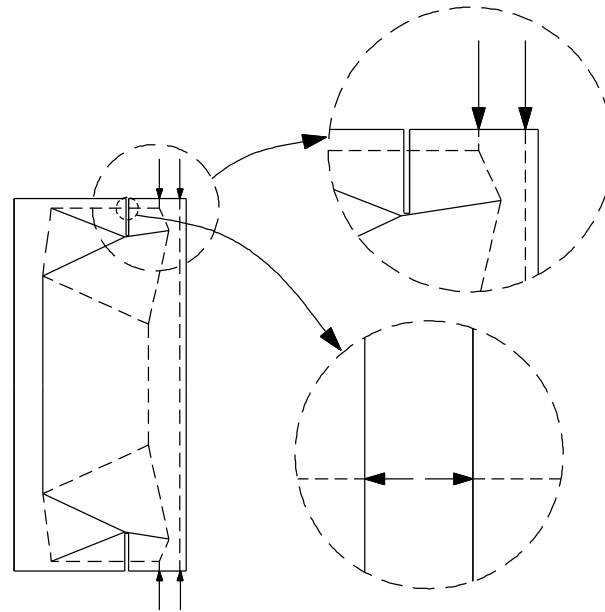


**Figura 49:** Modelo de interação das faces irregulares das fissuras através de bielas rígidas inclinadas para determinação de pressão transversal.

A Figura 50 e a Figura 51 mostram que a existência de pressão lateral nas faces da fissura inicial implica forças de tração cuja direção pode levar à formação da cunha de material. Para além dessas forças surgem outras do lado oposto da fissura cujas fissuras consequentes não serão tão relevantes. Tal acontece porque essas fissuras irão progredir para uma zona pouco solicitada e porque o seu surgimento não tem efeito no equilíbrio das forças de compressão geradas a partir dos topos. Pelo contrário, as fissuras do lado da face comprimida terão condições para maior progressão em resultado das forças longitudinais de compressão geradas nessa zona.

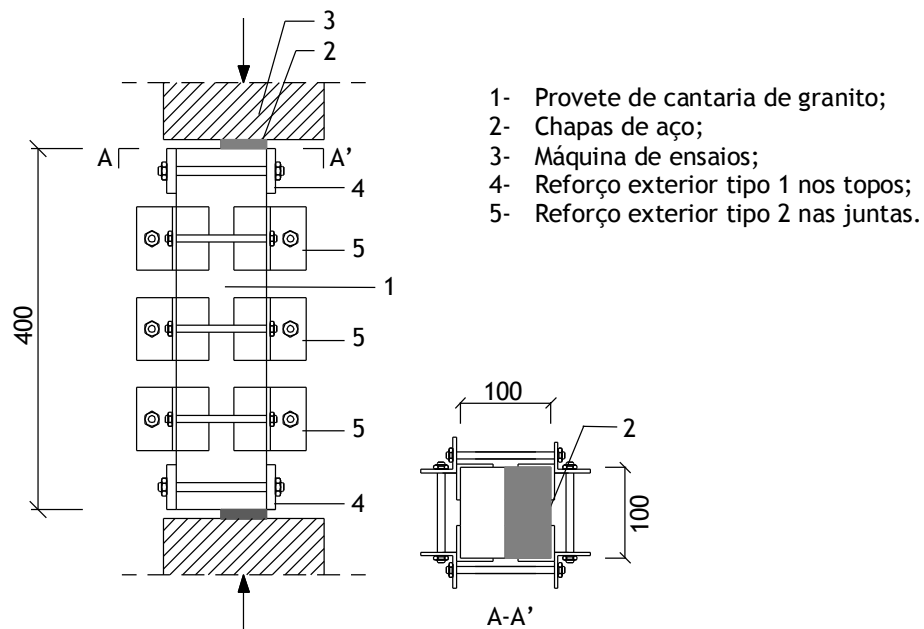


**Figura 50:** Simulação de fissura de face rugosas; a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais.



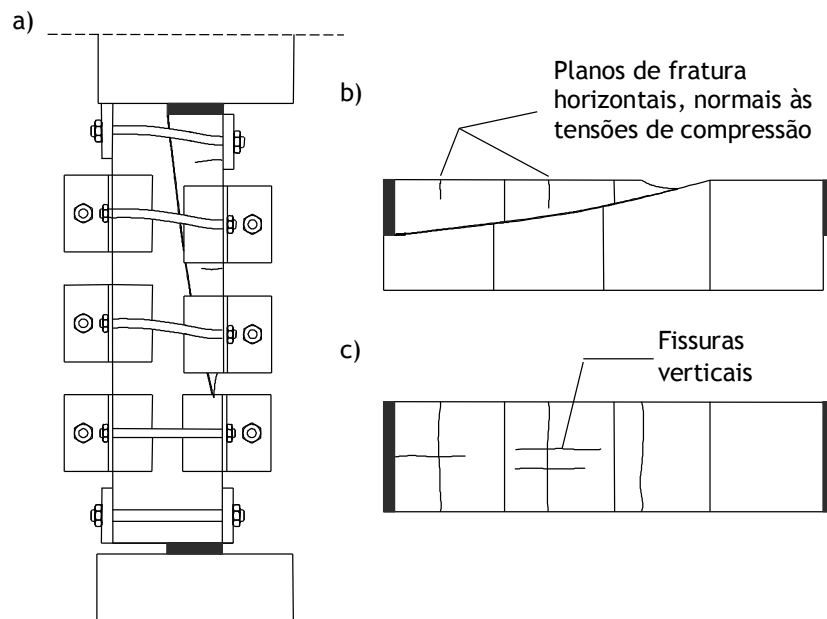
**Figura 51:** Modelo de escoras e tirantes na zona da fissura de faces rugosas.

A formação e destaque da “cunha” de material foi observada experimentalmente em ensaios de provetes de cantaria de granito com reforços transversais exteriores, solicitados em compressão excêntrica (Figura 52). A configuração adotada no ensaio implica uma concentração de tensões de compressão junto à face interior das placas de carga, na singularidade da transição brusca entre a zona carregada e a zona sem cargas. Tais condições desfavoráveis implicaram que o processo de fissuração se tivesse iniciado nessa zona, mesmo com a existência de reforço transversal.

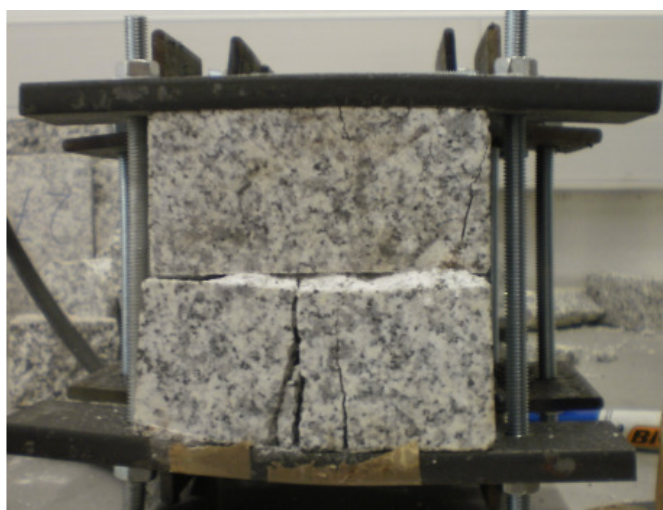


**Figura 52:** Esquema de ensaio de provetes em cantaria de granito comprimidos excêntrica, com reforço metálico transversal.

A rotura dos provetes ocorreu com a formação de uma cunha de material desde a face interior da placa de carga até à face lateral mais comprimida (Figura 53), onde a concentração de tensões de compressão resultou na destruição localizada do material. A pressão lateral que resulta do deslocamento relativo das faces irregulares é demonstrada pelas fissuras observadas nos elementos da cunha de material, em planos normais às tensões principais de compressão (Figura 53b) e pela deformação plástica das chapas de reforço transversal colocadas próximo dos topos carregados (Figura 54).

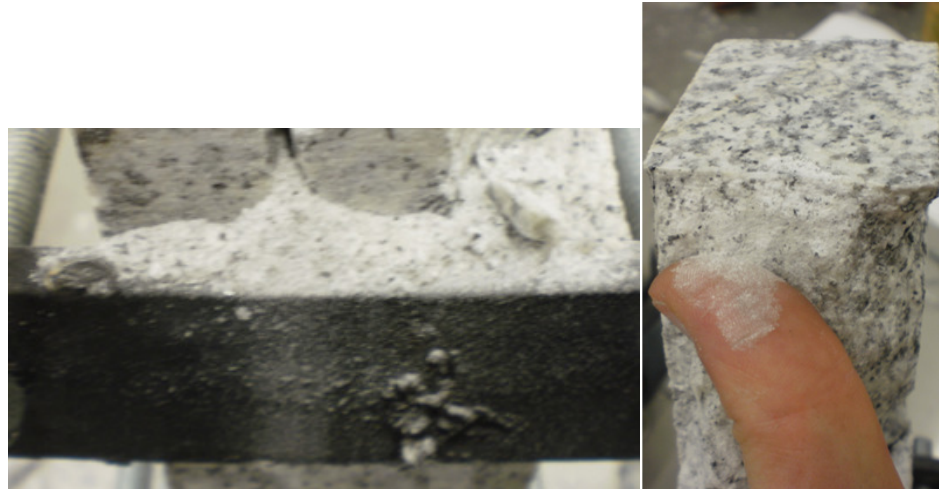


**Figura 53:** a) Formação e deslize de uma cunha de granito desde um dos topos até à extremidade do terceiro prisma; b) e c) Fissuração da cunha provocada pela pressão lateral devida ao deslize relativo das faces dentadas e à existência dos tirantes transversais.



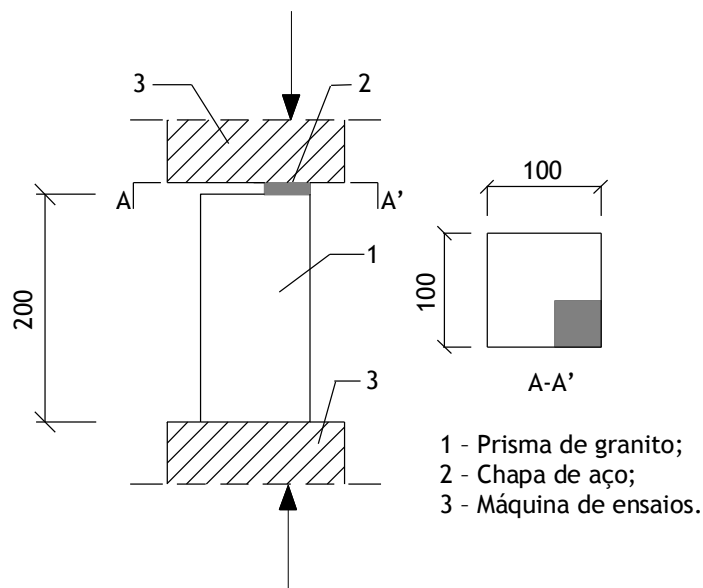
**Figura 54:** Deformação transversal das chapas de reforço e deslocamento relativo da área carregada relativamente à área sem carga.

A Figura 55 mostra a intensa formação de pó que resultou da destruição das rugosidades das fissuras. A destruição dessas irregularidades facilitou o deslocamento relativo entre as faces, acelerando a formação da cunha de material e a rotura do provete.



**Figura 55:** Intensa formação de pó fino junto dos topos carregados por deslizamento relativo das superfícies irregulares das fissuras, com destruição das rugosidades.

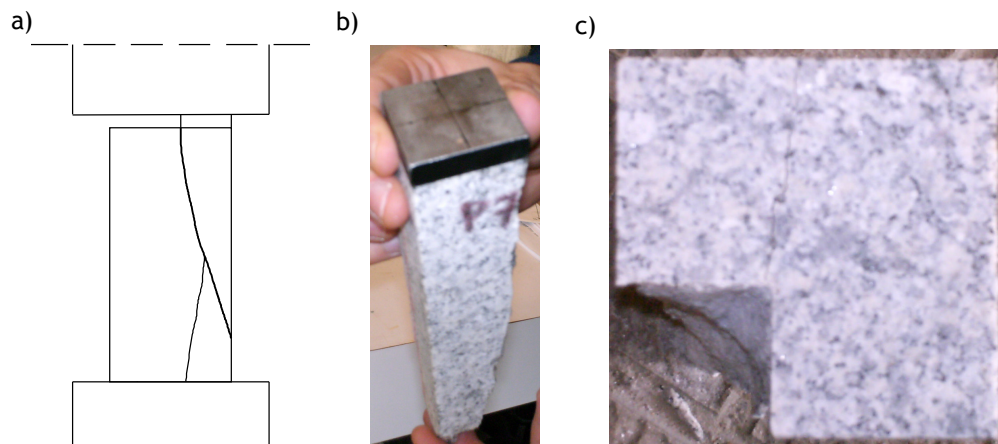
Um modo de rotura similar ao acima descrito resultou de um esquema de carregamento com uma placa de carga colocada junto a um dos cantos de um dos topos do prisma (Figura 56).



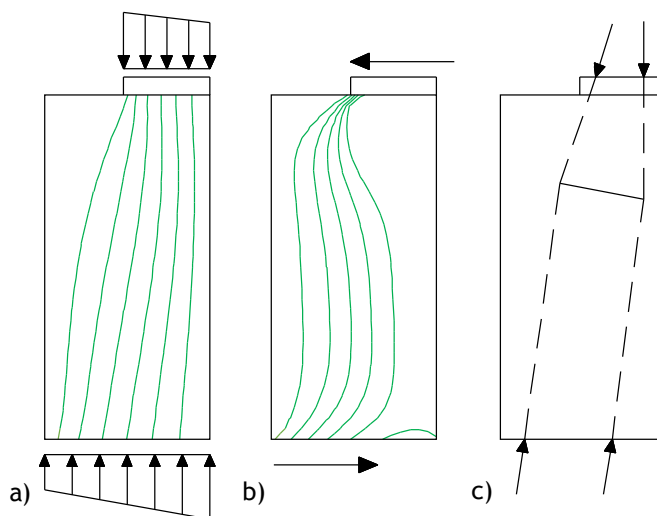
**Figura 56:** Esquema de ensaio de um prisma carregado com uma placa de carga colocada excentricamente num dos topos e apenas numa porção da secção transversal.

A rotura ocorreu também por formação de uma cunha de material entre as faces interiores da placa de carga e a aresta mais comprimida (Figura 57). Após a rotura foi possível observar forte destruição de material da cunha na zona coincidente com a parte interior das placas de

carga. Esse facto terá resultado da significativa concentração de tensões de compressão verificada nessa zona (Figura 58a e b) e do constrangimento que cada um dos planos de fratura ortogonais constitui para o outro, devido ao encaixe das faces, que só permitia o deslizamento pela destruição da rugosidade.



**Figura 57:** a) Esquema de rotura do prisma carregado excêntricamente; b) Cunha de granito resultante após rotura; c) Vista de topo do prisma.



**Figura 58:** a) Caminhos de forças verticais; b) Caminhos de forças horizontais; c) Modelo de escoras e tirantes.

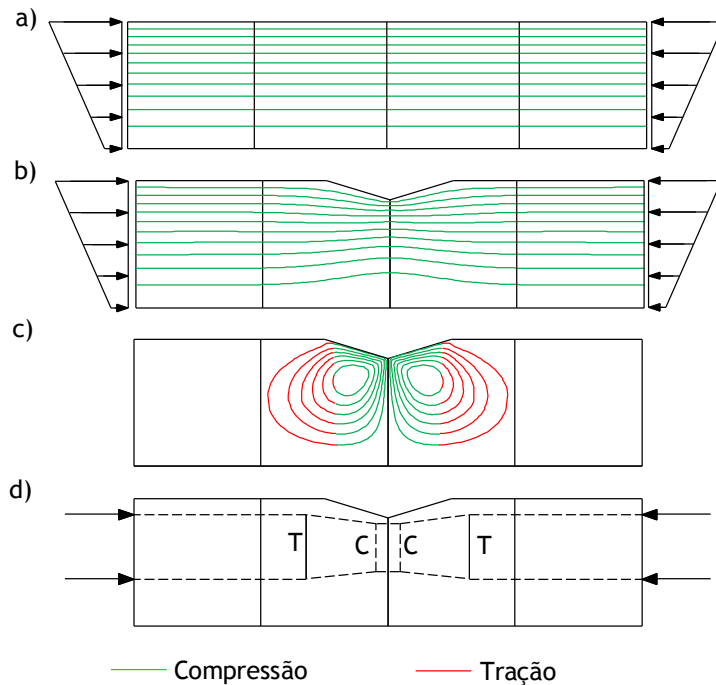
Nos casos analisados as superfícies de formação e destaque das cunhas de material não coincidem com as direções das tensões principais de compressão calculadas em regime elástico linear, como se demonstra, por exemplo, no ensaio experimental descrito na Figura 57. A mudança de direção da superfície de rotura será também devida ao deslocamento relativo das faces das fissuras iniciais na zona concentração de tensões. No referido exemplo, a pressão transversal nas faces das fissuras teve que contrariar as forças transversais de compressão que resultam da configuração de cargas e da rigidez da máquina de ensaios. Por

esse motivo, foram verificadas tensões médias sob a chapa de carga da ordem dos 200 MPa, cerca do dobro das registadas no ensaio descrito na Figura 52 para o mesmo material.

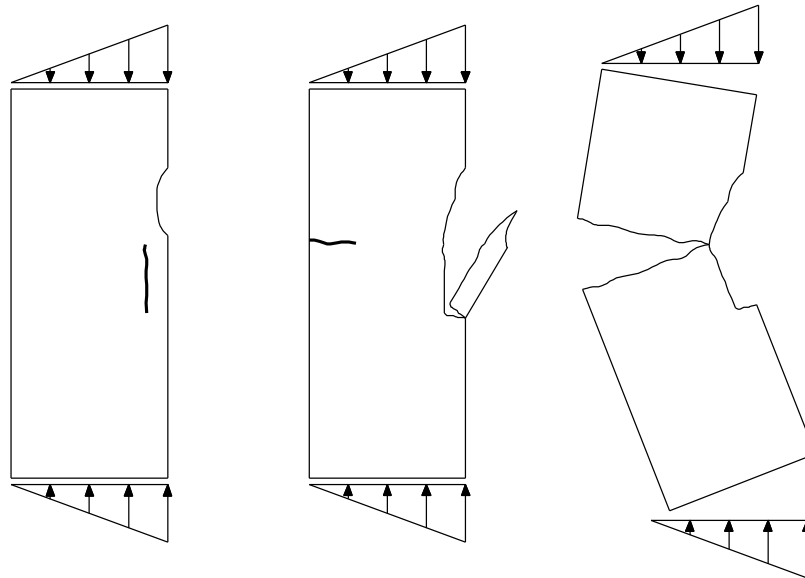
Conforme esquematiza a Figura 57a, para além do destaque da cunha de material superior, foram ainda observadas fissuras alinhadas com as tensões principais de compressão na zona inferior. O efeito dessas fissuras não foi condicionante uma vez que têm interferência reduzida com o equilíbrio das forças de compressão aplicadas externamente e as deformações do material em faces opostas das fissuras eram eventualmente mais uniformes.

### 3.3.4.2. Rotura sob compressão excêntrica em zonas B

A rotura em zonas B sujeitas a compressão excêntrica inicia-se pela perda de material a partir da face mais comprimida, tendo como processo fundamental inicial o descrito na Figura 32. Essa perda de material provoca um desvio do caminho de forças axiais de compressão (Figura 59b) que resultará em forças transversais de tração (Figura 59c,d) e, conseqüentemente, em microfissuras longitudinais. As microfissuras dão origem a sub-pilares mais ou menos esbeltos cuja rotura ou destaque causa o colapso dos elementos em que se formam (Figura 60).



**Figura 59:** a) Caminhos de forças longitudinais antes de perda de material; b) Caminhos de forças longitudinais após perda de material; c) Caminho de forças transversais após perda de materiais; d) Modelo de escoras e tirantes na zona de perda de material.

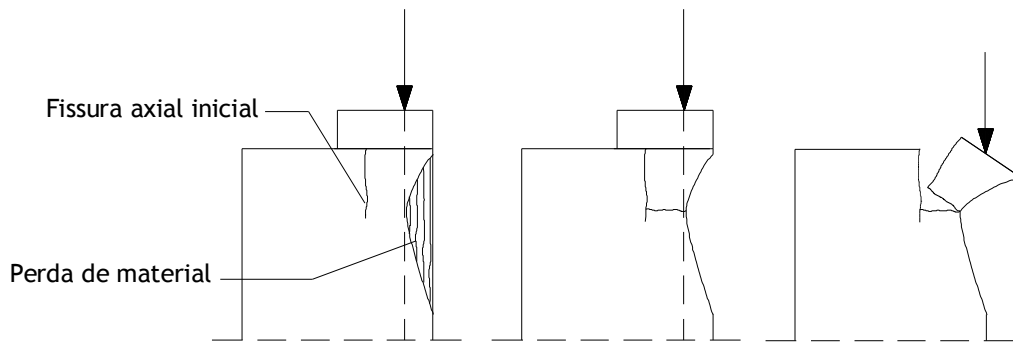


**Figura 60:** Processo de rotura em compressão excêntrica após perda de material na face mais comprimida.

O modo de rotura descrito será similar para materiais de baixa e alta resistência. No entanto, verificar-se-ão diferenças no modo como ocorre a perda inicial de material junto à face, que provoca o desvio no caminho de forças longitudinais. Em materiais de alta resistência, a progressão mais significativa das fissuras e a elevada capacidade de carga dão origem ao destaque explosivo de material na forma de lâminas esbeltas. Contrariamente, nos materiais de menor resistência a perda de material é menos explosiva sem destaque de peças muito esbeltas de material. Essa perda de material pode mesmo não ser observada, resultando o desvio do caminho de forças da perda de rigidez junto à face, por destruição plástica do material. O tipo de rotura descrito é observado, por exemplo, em elementos de betão de alta resistência comprimidos excêntrica [41], vigas de betão sujeitas à rotura por flexão [42] ou arcos pré-esforçados em alvenaria cerâmica [43].

Em situações de compressão com grande excentricidade podem não se verificar as microfissuras axiais resultantes do desvio do caminho de forças. Nesse caso, a perda de material junto à face pode implicar imediata perda de equilíbrio da zona carregada (Figura 61). O modo de rotura descrito na Figura 61 poderá ser um dos modos de rotura fundamentais em estruturas esbeltas em cantaria de granito de alta resistência.

As imperfeições dos elementos pré-esforçados em cantaria de granito e as cargas transversais implicarão distribuições não uniformes de tensões de compressão nas juntas entre blocos, tendencialmente com as fibras externas mais solicitadas. Assim, um dos parâmetros de resistência fundamentais pode corresponder ao limite de perda de material junto às faces mais comprimidas, a partir da qual o processo de rotura pode ocorrer de forma muito rápida.

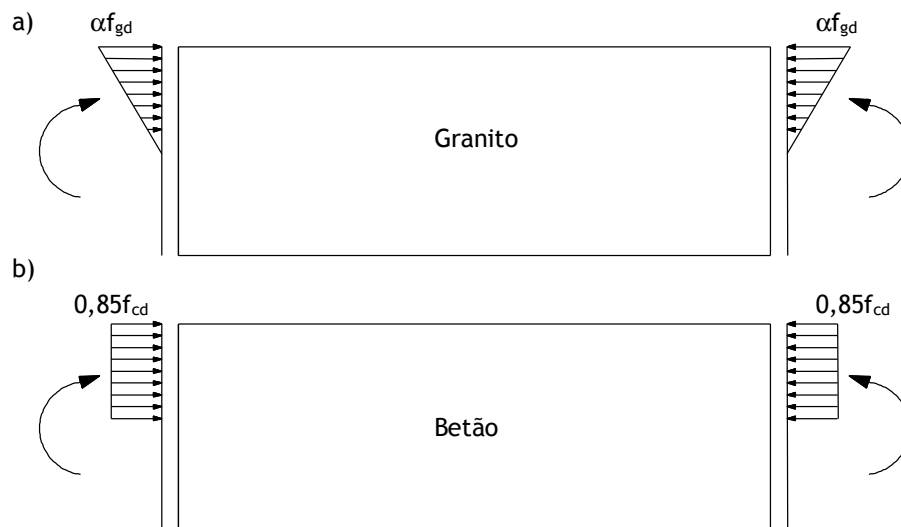


**Figura 61:** Rotura por perda de equilíbrio após perda de material junto à face, que ocorre em ensaios de compressão com grande excentricidade.

### 3.3.4.3. Limites de resistência

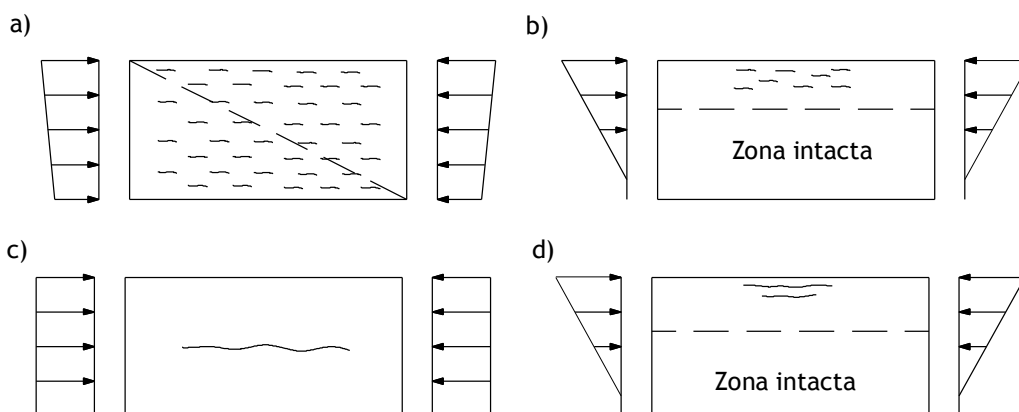
Diversos estudos [41], [42] e [44] relacionam os valores de resistência do betão obtidos em ensaios convencionais de compressão com os valores resultantes em ensaios de compressão excêntrica. Um dos objetivos desses estudos é o estabelecimento de parâmetros de dimensionamento aplicáveis aos casos gerais de compressão não uniforme a partir de resultados dos ensaios convencionais de compressão. Tendo por base a semelhança entre o comportamento mecânico do betão e do granito, parece ser adequada a obtenção de parâmetros similares a aplicar no projeto de novas estruturas em granito de alta resistência.

Dada a reduzida ductilidade do granito de alta resistência, será conveniente a adoção de um modelo de distribuição de tensões triangular (Figura 62) no projeto de secções fletidas, em vez do diagrama retangular geralmente considerado em betão mais dúctil.



**Figura 62:** a) Distribuição triangular de tensões a adotar na verificação de segurança de elementos de granito de alta resistência; b) Distribuição retangular adotada para elementos de betão mais dúctil que o granito.

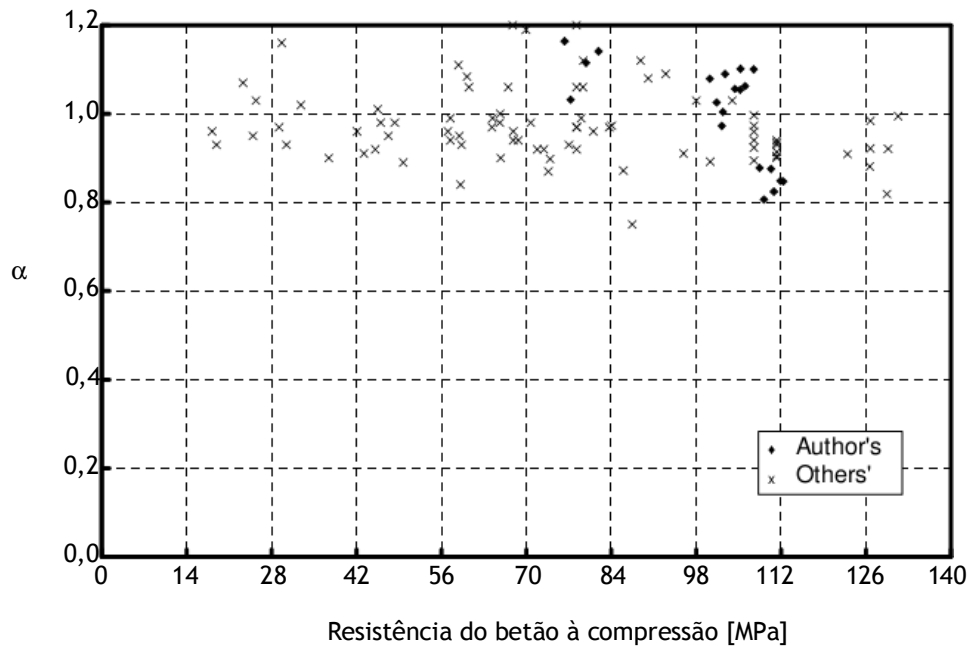
O parâmetro  $\alpha$  (Figura 62) relaciona a resistência obtida em ensaios convencionais de compressão com a resistência obtida em ensaios de compressão excêntrica. Os valores do parâmetro  $\alpha$  estão essencialmente associados à maior ou menor suscetibilidade de perda de material a partir das faces mais solicitadas. Assim, existem diferenças importantes entre as solicitações de compressão com grande e pequena excentricidade e entre materiais com diferente potencial de progressão das fissuras. Nas situações em que o desenvolvimento das fissuras é reduzido, sob compressão praticamente uniforme, verifica-se maior possibilidade de rotura segundo planos inclinados (Figura 63a), típica de materiais de menor resistência. Nesses materiais as solicitações em compressão mais excêntrica serão mais favoráveis do que a compressão uniforme. Esse facto resulta quer da maior dificuldade de perda de material a partir da face mais comprimida, quer da existência de zonas intactas da secção (Figura 63b), que impossibilitam a formação dos referidos planos de rotura inclinados. No caso de materiais de maior resistência a situação inverte-se. A maior progressão de fissuras torna mais fácil a perda superficial de material e a conseqüente rotura em compressão excêntrica (Figura 63d). Em compressão uniforme a inexistência de fissuração generalizada, que se verifica nos granitos e betões de alta resistência, impossibilita a rotura segundo planos inclinados, resultando também menos esbeltos os sub-pilares formados por fissuração (Figura 63c).



**Figura 63:** Esquema de fissuração para diferentes distribuições das forças de compressão; a), b) Granitos de baixa resistência; c), d) Granitos de alta resistência.

De acordo com [44], em betões de baixa resistência os valores do parâmetro  $\alpha$  são superiores à unidade e crescem com o aumento da relação entre a altura útil das vigas e a profundidade do eixo neutro, o que corresponde a uma redução da área comprimida em secções fletidas. Nesses casos não terá grande influência o aumento do gradiente de deformações longitudinais de compressão, mas sim a proporção entre a área fissurada e a área intacta. Contrariamente, de acordo com [41], para betões de classe de resistência superior a 100 MPa os valores do parâmetro  $\alpha$  tendem a ser inferiores à unidade, decrescendo o valor à medida que aumenta a classe de resistência.

Um aspeto que parece não ter sido ainda abordado convenientemente está relacionado com a elevada dispersão de valores obtidos para o parâmetro  $\alpha$  (Figura 64), com especial relevância nos casos dos materiais de alta resistência. Note-se que é difícil obter uma tendência sem grande variabilidade para a relação entre o referido parâmetro e a classe de resistência. Essa variabilidade pode justificar-se através da análise do processo de progressão de fissuras que conduz à perda de material, estabelecendo-se relações com os diferentes fatores que o determinam, como o tamanho dos grãos ou a rugosidade das faces das fissuras.



**Figura 64:** Distribuição dos valores de  $\alpha$  para diferentes classes de resistência do betão (adaptado de [41]).

O limite superior e o limite inferior da resistência de granitos em condições in-situ, que incluem também distribuições não uniformes de tensões de compressão, foram indicados na secção 3.1. O limite inferior é da ordem de 30-50% do valor médio da resistência à compressão medido em ensaios convencionais de cilindros com relações  $h/d=2$  e o limite superior da ordem de 70-80%. Para elementos estruturais como pilares e arcos esbeltos de pontes parecem ser adequados valores para  $\alpha$  entre 0,7 e 0,8. Apesar da variabilidade expectável, em função dos diferentes aspetos que influenciam a destruição interna dos materiais, valores inferiores ao intervalo indicado podem resultar demasiado conservativos e valores superiores demasiado arriscados, por serem superiores à resistência in-situ de granitos de alta resistência. A adoção de valores superiores ao referido limite inferior de resistência é possível, tendo em conta as condições mais favoráveis de funcionamento desses elementos estruturais, de menor incerteza nas solicitações e de maior controlo de qualidade, comparativamente às condições reais como por exemplo no interior de uma mina.

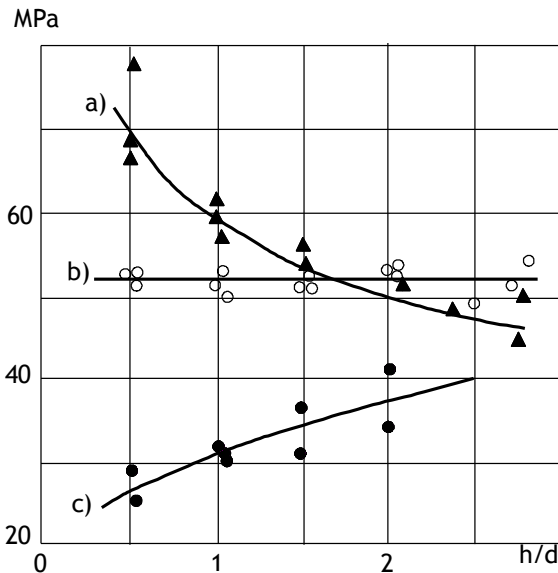
### 3.3.5. Fatores adicionais que influenciam a destruição interna do material

#### 3.3.5.1. Condições dos topos carregados

O contacto direto entre os provetes e as placas de carga em aço implica dois efeitos fundamentais: a) Confinamento transversal; b) Distribuição não uniforme de tensões. O primeiro efeito é favorável especialmente para relações  $h/d$  reduzidas, em que o confinamento se verifica na quase totalidade da altura dos provetes. A distribuição não uniforme das tensões de compressão é desfavorável por implicar deslocamentos relativos entre as várias partes dos provetes, nomeadamente, em lados opostos de uma fissura, facilitando o processo de progressão de fissuras (Figura 32). Para maiores relações  $h/d$ , a situação mais conveniente seria uma distribuição uniforme das tensões de compressão. Note-se, no entanto, que essa distribuição uniforme de tensões não deve resultar pela introdução de materiais muito deformáveis, como o neoprene ou a argamassa, entre as placas de carga e os topos carregados dos provetes. A introdução desses materiais leva ao surgimento de tensões transversais de tração que implicam fissuras e significativas reduções das tensões de rotura à compressão.

O comportamento dos provetes junto das placas de aço encontra-se descrito em [46] através de ensaios de compressão de cilindros de arenito, com diferentes relações  $h/d$  e três diferentes condições nos topos carregados. Nos referidos ensaios foram utilizadas as seguintes condições de carga: a) Contacto direto entre os topos carregados e as placas metálicas de carga; b) Reduzida restrição das deformações transversais nos topos carregados; c) Camada de parafina entre os topos e as placas de carga. Para a condição de carga a) o aumento da relação  $h/d$  resultou na diminuição da tensão de rotura (Figura 65). Este comportamento está normalmente associado ao efeito de confinamento transversal gerado pelo contacto direto entre os topos dos provetes e as placas de aço, que se torna relativamente mais localizado com o aumento da relação  $h/d$ . Para relações  $h/d$  superiores a cerca de 1,7 as tensões de rotura dos provetes em contacto direto com as placas de carga passam a ser inferiores às obtidas nos ensaios sem restrições transversais nos topos (b). Esse facto indica que, para os provetes mais esbeltos, o efeito desfavorável da distribuição não uniforme de tensões nos topos se sobrepõe ao efeito favorável do confinamento transversal.

A terceira condição de carga implica tensões de rotura inferiores às obtidas com as outras duas (Figura 65), em consequência das tensões transversais de tração geradas junto aos topos, pela introdução de materiais lubrificantes entre o provete e as placas de carga.



**Figura 65:** Variação da resistência à compressão de cilindros de arenito em função da relação  $h/d$  para diferentes condições nos topos carregados: a) Com confinamento transversal nos topos; b) Sem restrição das deformações transversais; c) Topos lubrificados com parafina; (adaptado de [46]).

### 3.3.5.2. Carregamentos de longa duração

Sob ação de carregamento constante de longa duração a resistência à compressão do granito de alta resistência corresponde a 70-80% do valor médio obtido em ensaios rápidos ( $f_{gm}$ ) [10], [19], [47]. A resistência sob carregamentos de longa duração corresponde aproximadamente ao limite 3 da Figura 29, a partir do qual a progressão de fissuras já não é determinada unicamente pelo incremento das cargas de compressão. Resultados experimentais apresentados em [48] e [49] mostram que a rotura de provetes de granito sujeitos a cargas de compressão acima do limite 3 pode ocorrer após intervalos de tempo com durações de minutos, dias ou semanas. Conforme [49], a resistência do granito sob cargas constantes de longa duração é influenciada pelo nível de carregamento e pelas condições de contacto dos provetes com as placas de carga do sistema de ensaios. Em cilindros carregados acima do limite 3 sem restrições transversais nos topos não se verificou a rotura ao fim de longos intervalos de tempo, de 2 até 208 dias. Contrariamente, em ensaios de cilindros com contacto direto entre os topos e as placas de carga, ou com confinamento transversal adicional localizado, a rotura ocorreu após tempos de carregamento entre 15 minutos e 16 dias [49].

A carga crítica de micro ou minipilares delimitados por fissuras depende dos seus níveis de imperfeição geométrica. A existência de eixos não retilíneos implica efeitos de segunda ordem que diminuem a carga crítica. As deformações por fluência aumentam as deformações de 2ª ordem e as excentricidades, resultando uma diminuição da carga crítica ao longo do tempo. Estes factos serão válidos para rochas de alta e de baixa resistência porque em todos os casos a rotura pode ocorrer por instabilidade do sistema estrutural fissurado resultante.

Mesmo em ensaios triaxiais com confinamento transversal moderado pode verificar-se a rotura sob ação de carregamentos constantes de longa duração [47].

No projeto de novas estruturas esbeltas em granito deve considerar-se o limite 2 (Figura 29) como o limite de resistência para cargas de longa duração. A manutenção das tensões de compressão permanentes abaixo desse limite evita o surgimento de novas fissuras e a posterior e progressiva destruição interna. No caso de estruturas temporárias, com períodos de “vida” curtos, pode adotar-se um limite superior ao limite 2, mas sempre inferior ao limite 3.

### 3.3.5.3. Cargas cíclicas

Resultados experimentais [50] mostram que a rotura do granito de alta resistência sob ação de carregamentos cíclicos pode ocorrer para cargas de compressão com intensidades entre os limites 2 e 3 (Figura 29), tendo-se verificado a rotura de cilindros de granito para cargas de compressão da ordem de 50%  $f_{gm}$ . A rotura ocorreu com degradação global da capacidade de carga devido à formação de muitas fissuras com reduzida progressão. Quando a intensidade de carregamento excede o limite 2 ocorre em cada ciclo a formação de novas fissuras. Se o limite 3 não for ultrapassado não se verificará grande progressão das fissuras, resultando modos de rotura similares ao descrito na Figura 41.

São também conhecidos [50] resultados de ensaios em que o carregamento máximo em cada ciclo excedeu o limite 3. Nesse caso a rotura resultou da progressão das fissuras formadas nos ciclos iniciais, não tendo sido observada a formação significativa de novas fissuras nos ciclos posteriores. Este facto deve-se ao efeito descrito na Figura 42, em que as fissuras com maior progressão inibem a formação de outras adjacentes devido ao efeito de confinamento resultante. Nesses ensaios verificou-se a rotura dos provetes para valores de carga da ordem de 95% de  $f_{gm}$ .

No processo de destruição interna por ação de carregamentos cíclicos tem efeito a irreversibilidade parcial dos deslocamentos relativos entre as faces das fissuras durante as fases de descarga [22]. O facto de esses deslocamentos relativos não se anularem totalmente na fase de descarga implica acumulação da abertura de fissuras e, conseqüentemente, acumulação de destruição interna do material. Por esse motivo é possível que se verifique a rotura do material para níveis cíclicos de carga em todos os ciclos inferiores aos limites de resistência obtidos em ensaios de compressão convencionais.

### 3.4. Inconsistências de teorias convencionais

Considera-se demonstrado acima que a rotura de materiais como o granito ou o betão não corresponde a qualquer tipo de rotura “por corte”. Na realidade, a rotura segundo planos inclinados desvia a atenção do observador das pequenas fissuras longitudinais, que geralmente não são consideradas [10], resultantes da rotura local por tração.

Conforme [34], diversas ferramentas de modelação e análise numérica do comportamento mecânico das rochas são quase exclusivamente baseadas em teorias de rotura “por corte” (critério de rotura de Mohr-Coulomb). No entanto, essas ferramentas raramente antecipam e modelam corretamente os modos de rotura verificados em granitos de alta resistência.

Os critérios de rotura do tipo “Mohr-Coulomb” são baseados na “coesão” e no “ângulo de atrito interno” como “propriedades” atribuídas ao material. Apesar de ser plausível considerar a “coesão” como um parâmetro intrínseco aos materiais em causa, o mesmo não ocorre com o “ângulo de atrito interno” [35]. A mobilização do atrito interno corresponde a uma fase mais avançada de destruição do material, estando mais relacionado com diversos fatores que determinam o comportamento do sistema estrutural fissurado, nomeadamente as características do sistema de carregamento e a velocidade de carga. Este facto resulta numa contradição dos critérios de rotura em análise, ao considerarem a mobilização simultânea da coesão e do ângulo de atrito. Note-se que o deslocamento relativo entre duas partes, que se verifica na formação do plano inclinado de rotura, implica obrigatoriamente a separação prévia das mesmas (fissuração por tração), deixando de existir qualquer forma de coesão. Conclusões similares foram referidas por outros autores ([18], [20], [35], [36]).

É importante ter em conta que mesmo para rochas de baixa resistência a rotura segundo planos inclinados corresponde a um caso particular, que ocorre apenas para condições cinemáticas e de carregamento específicas (Figura 63). Os casos gerais de compressão não uniforme ou os resultados de ensaios de vigas fletidas não demonstram a rotura segundo planos inclinados.

### 3.5. Discussão do capítulo 3

#### 3.5.1. Princípios gerais

A pesquisa bibliográfica e observações experimentais próprias permitem definir como processo generalizado de destruição das rochas a rotura interna por tração, que dá origem a fissuras alinhadas com as direções principais de compressão máxima. A rotura pode essencialmente verificar-se por encurvadura de minipilares esbeltos, por destaque de peças de material integral ou por instabilidade conjunta de séries de micropilares segundo planos inclinados.

O comportamento mecânico observado para o granito tem fortes semelhanças com o que resulta para o betão, sendo adequado considerar a distinção entre granitos e betões de alta e baixa resistência. O aspeto fundamental dessa distinção está relacionado com a maior ou menor intensidade de progressão de fissuras que tem significativa influência na carga e no tipo de rotura. No caso de materiais com progressão de fissuras mais fácil, como é o caso do granito e do betão de alta resistência, as solicitações em compressão uniforme são mais favoráveis do que as solicitações em compressão não uniforme. Contrariamente, quando a progressão de fissuras é limitada, como acontece nos granitos e betões de resistência inferior, a existência de partes integrais em compressão não uniforme torna esse tipo de solicitação mais favorável.

É proposto que o mecanismo fundamental de progressão de fissuras resulta do deslocamento relativo das faces irregulares encaixadas, que induz forças transversais de tração nas suas pontas. O referido deslocamento relativo, com contacto entre as irregularidades das faces das fissuras, produz um efeito de pressão lateral. Esse efeito de pressão lateral será o principal responsável pelo destaque de material a partir das faces livres, mesmo sob condições geométricas desfavoráveis, como é o caso das condutas escavadas em rochas profundas.

De acordo com o mecanismo proposto, o nível de progressão de fissuras em cada material é fundamentalmente determinado pelos seguintes quatro fatores: a) fragilidade/ductilidade intrínseca do material; b) atrito entre as faces das fissuras relacionado com a rugosidade local; c) encaixe entre as irregularidades das fissuras, relacionado com a macrorrugosidade; d) gradientes de tensões de compressão. A existência desse conjunto de fatores implica que seja difícil relacionar a resistência sob solicitações de compressão não uniforme exclusivamente com a classe de resistência do material. Essa relação tem também que ter em conta características da estrutura interna do material, cuja influência na destruição interna pode ser diferente para diferentes tipos de solicitação. A determinação de fatores de redução da resistência que tenham em conta solicitações distintas das observadas nos ensaios convencionais de compressão torna-se difícil sem que se verifique significativa dispersão de valores.

Os processos primários de destruição interna do granito resultam apenas de tensões principais de tração e compressão não estando implicadas tensões de corte. Assim, resulta desadequada a designação de rotura por corte e a consideração dos parâmetros de corte como parâmetros fundamentais de resistência deste tipo de materiais. A resistência à tração nas direções transversais às direções principais de compressão afigura-se como o parâmetro fundamental da resistência daquele tipo de material.

A rotura segundo planos inclinados é tida como base justificativa para a aplicação do critério de rotura de Mohr-Coulomb na análise de comportamento mecânico de materiais como o granito ou o betão. No entanto, esse tipo de rotura ocorre apenas sob condições cinemáticas

e de distribuição de tensões de compressão muito particulares. Note-se ainda o efeito de fatores como a velocidade de carregamento, que podem determinar a ocorrência deste tipo de rotura em materiais em que o mesmo não é típico.

### 3.5.2. Orientações de projeto

Os valores de cálculo para a resistência à compressão do granito de alta resistência podem ser obtidos a partir do valor característico da tensão de rotura por adoção de um fator de segurança similar ao adotado na prática de projeto de estruturas em betão de alta resistência ( $f_{gd}=f_{gk}/1,5$ ).

Os ensaios convencionais de compressão centrada parecem, no entanto, não ser representativos de condições como a distribuição não uniforme de tensões de compressão ou elevadas esbeltezas ( $h/d > 4$ ). Nesses casos, é recomendável que a caracterização mecânica dos materiais englobe a simulação desse tipo de condições, resultando valores de resistência efetiva de cálculo ( $f_{gd}^* = \alpha f_{gd}$ ). Esse procedimento segue a prática adotada no projeto de estruturas de betão pelo método dos modelos de escoras e tirantes [13].

Parece ser adequado manter as tensões de compressão para combinações de carga em serviço abaixo do limite 2 ( $\approx 0,4f_{gd}$ ), de modo a resultarem novas estruturas em granito de alta resistência suficientemente seguras e duráveis. Esse procedimento permitirá controlar os efeitos negativos que resultam de cargas de longa duração e da aplicação de carregamentos cíclicos.

A segurança em estados limite últimos, relacionada com carregamentos variáveis de curta duração, pode verificar-se tendo por base valores de resistência superiores, nomeadamente limites de resistência efetiva de cálculo ( $f_{gd}^*$ ). Note-se que em estruturas de engenharia civil as sobrecargas de utilização ocorrem normalmente em períodos de tempo curtos, que não são suficientes para possibilitar a degradação diferida da resistência do granito. Nessas estruturas verifica-se uma situação mais favorável do que a que pode ocorrer em estruturas de rocha como as cavidades abertas em profundidade, em que as solicitações condicionantes são praticamente permanentes.



# Capítulo 4

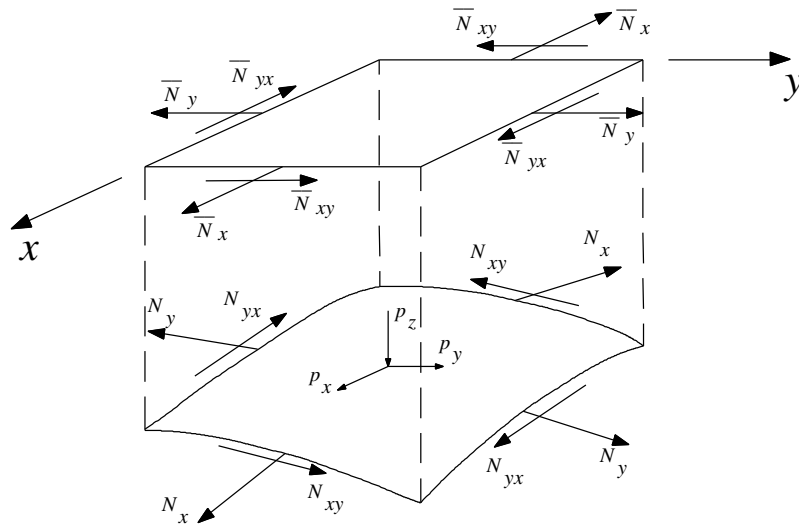
## Contribuição para a conceção de coberturas de tipo casca

### 4.1. Campos vectoriais na análise do equilíbrio de membrana

O equilíbrio de membrana de estruturas em casca pode ser descrito através de campos vectoriais definidos a partir das equações diferenciais de equilíbrio estabelecidas para cascas de forma arbitrária [53]. Para o equilíbrio na direcção ortogonal ao plano de projecção da casca, adotada como vertical no presente trabalho, é possível definir o campo vectorial  $\mathbf{v}_z$  (7) a partir da equação diferencial (6). Esse campo vectorial é definido em função das inclinações da superfície e das projecções horizontais dos esforços de membrana (Figura 66).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{N}_x \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{N}_{yx} \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{N}_{xy} \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{N}_y \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \bar{p}_z = 0 \quad (6)$$

$$\mathbf{v}_z = \left( \bar{N}_x \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{N}_{xy} \frac{\partial z}{\partial y}, \bar{N}_{yx} \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{N}_y \frac{\partial z}{\partial y} \right) \quad (7)$$



**Figura 66:** Elemento de casca sujeito a forças de membrana, com projecções no plano horizontal (adaptado de [53]).

A equação diferencial (8), desenvolvida a partir da equação diferencial (6) e tendo em conta as equações diferenciais de equilíbrio (9) e (10), permite verificar que o campo vectorial  $\mathbf{v}_z$  não é exclusivo de cascas solicitadas apenas na direcção vertical, sendo válido para cargas de

superfície com componentes em três direções ortogonais. O efeito dessas cargas traduz-se no campo vetorial através dos esforços de membrana que são consequência das mesmas.

$$\bar{N}_x \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2\bar{N}_{xy} \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \bar{N}_y \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \bar{p}_z + \bar{p}_x \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{p}_y \frac{\partial z}{\partial y} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \bar{N}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{N}_{xy}}{\partial y} + \bar{p}_x = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \bar{N}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{N}_y}{\partial y} + \bar{p}_y = 0 \quad (10)$$

Apresenta-se como exemplo o campo da Figura 67 correspondente a uma casca de planta quadrada apoiada nos quatro bordos e sujeita a uma carga vertical com distribuição uniforme, em que a forma foi obtida por inversão de uma membrana suspensa inicialmente plana. Cada vetor do campo traduz a contribuição local da zona correspondente para o equilíbrio global, indicando simultaneamente a relação de equilíbrio de forças verticais com as zonas adjacentes. Note-se que, apesar de representados no plano horizontal, os respetivos vetores correspondem a esforços verticais  $v_{xz}$  e  $v_{yz}$ . A associação das inclinações do folheto médio e dos esforços de membrana no campo de equilíbrio vertical não sofre influência direta das cargas introduzidas localmente, que estão relacionadas com as curvaturas. Em termos de campo, o efeito das cargas locais manifesta-se de forma acumulada em zonas afastadas do seu ponto de aplicação.

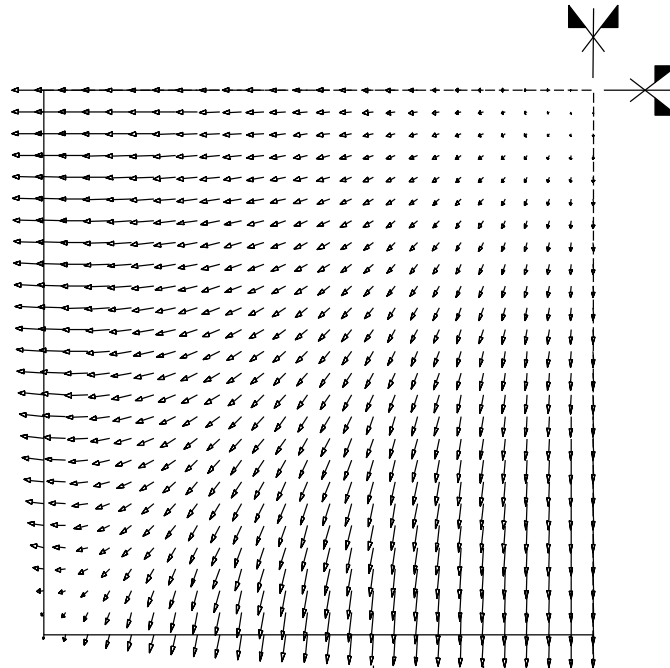


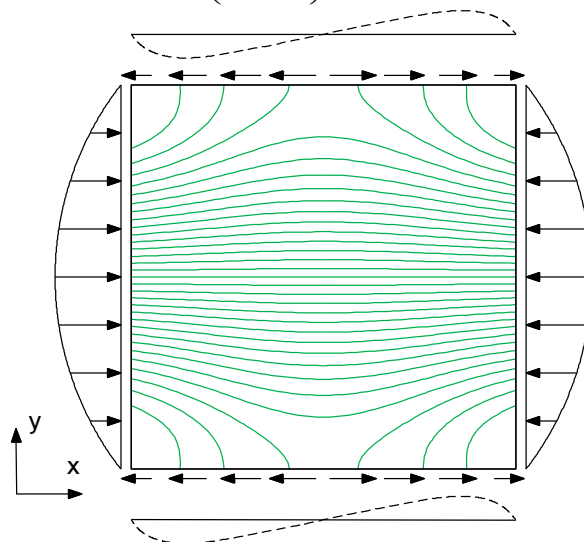
Figura 67: Campo de equilíbrio de forças verticais de  $\frac{1}{4}$  de casca simétrica sujeita a carregamento vertical com distribuição uniforme e apoiada em todo o contorno.

A equação diferencial de equilíbrio (6) descreve o equilíbrio local das cargas externas aplicadas na superfície. Esse equilíbrio local surge associado às curvaturas, que dependem dos esforços de membrana disponíveis, pois a presença de maiores esforços de membrana permite o equilíbrio com menores variações de inclinação. Este facto pode ser exemplificado num arco sujeito a cargas distribuídas em que a inclinação aumenta no sentido do meio vão para os apoios, com curvaturas cada vez mais reduzidas. De forma semelhante, em estruturas em casca o aumento progressivo dos esforços de membrana surge associado ao aumento também sucessivo das inclinações e à redução de curvaturas.

Para além do campo vetorial  $v_z$  do equilíbrio na direção vertical é possível definir outros campos vectoriais relativos ao equilíbrio das forças no plano horizontal de projeção. A partir das equações diferenciais de equilíbrio (9) e (10) obtêm-se os campos  $n_x$  (11) e  $n_y$  (12), que são similares aos campos (1) e (2) para os problemas de estado plano de tensão. Para cascas solicitadas exclusivamente por cargas verticais é possível determinar e representar tubos de continuidade de componentes das projeções das forças de membrana no plano horizontal. Na Figura 68 e na Figura 69 aparecem representados os tubos de continuidade para as componentes na direção x, em duas estruturas de tipo abóbada com dupla simetria, sujeitas ao mesmo carregamento mas com diferentes condições de apoio. As representações dos tubos de continuidade podem constituir informação útil para a definição de modelos de escoras e tirantes que, de forma simplificada, descrevem os caminhos de forças neste tipo de estruturas.

$$\mathbf{n}_x = \begin{pmatrix} \bar{N}_x \\ \bar{N}_{yx} \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{n}_y = \begin{pmatrix} \bar{N}_{xy} \\ \bar{N}_y \end{pmatrix} \quad (12)$$



**Figura 68:** Tubos de continuidade das projeções horizontais das forças de membrana  $N_x$ , com a estrutura apoiada em todo o contorno.

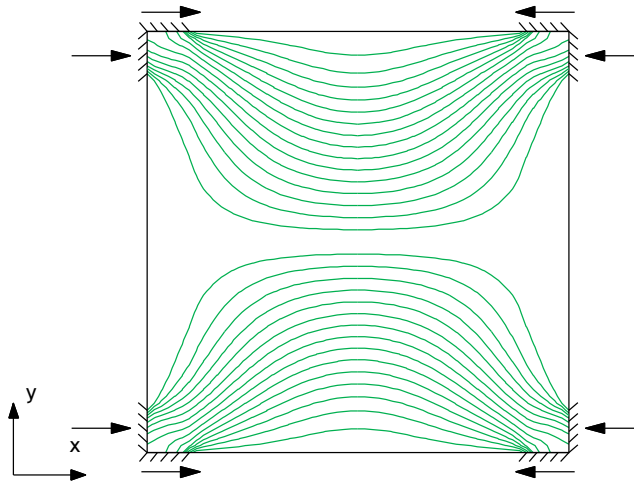


Figura 69: Tubos de continuidade das projeções horizontais das forças de membrana  $N_x$ , com a estrutura apoiada nas zonas junto aos cantos.

## 4.2. Procedimento para obtenção de formas anti-funiculares para cascas

### 4.2.1. Obtenção de forma para sistemas de forças predefinidos

#### 4.2.1.1. Formulação do procedimento

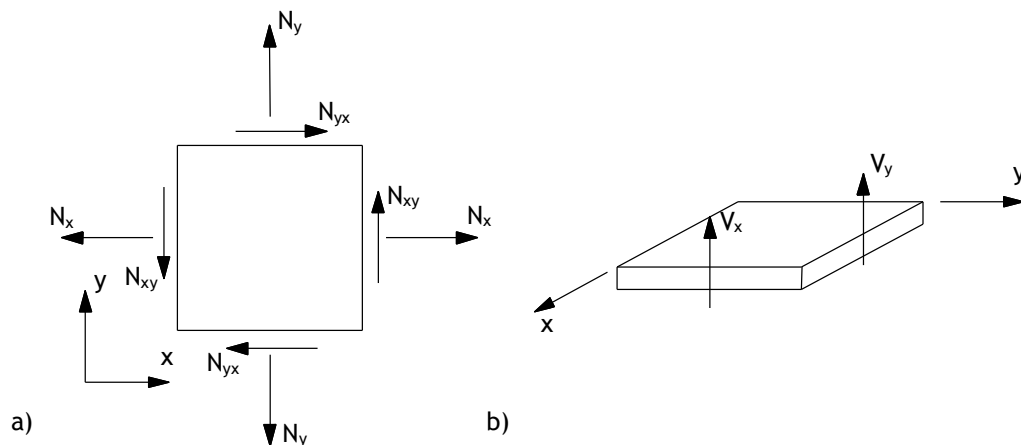
A aplicação de campos vetoriais na análise do equilíbrio de cascas permite a obtenção de formas em equilíbrio de membrana para um sistema de forças previamente definido. Esse sistema de forças é composto pelas projeções horizontais dos esforços de membrana, que podem ser associados a uma solução de equilíbrio de parede (Figura 70a), e por componentes verticais associadas a uma solução de laje (Figura 70b). Da igualdade do campo vetorial  $\mathbf{v}_z$  (7) com o campo de equilíbrio de laje  $\mathbf{v}$  (13) [9] resultam, após resolução de um sistema de equações, as componentes do campo gradiente da superfície  $\text{grad } z$  (14). A integração desse campo permite obter a geometria da casca que materializa o equilíbrio exclusivamente de membrana do sistema de forças internas e externas predefinido (ações transversais distribuídas, ações no contorno e forças de membrana).

$$\mathbf{v} = (V_x, V_y) \quad (13)$$

$$\text{grad } z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{V_x \bar{N}_y + V_y \bar{N}_{xy}}{\bar{N}_x \bar{N}_y - \bar{N}_{xy}^2} \\ \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{V_y \bar{N}_x + V_x \bar{N}_{xy}}{\bar{N}_x \bar{N}_y - \bar{N}_{xy}^2} \end{array} \right. \quad (14)$$

O campo gradiente da superfície (14) é determinado exclusivamente com base nas equações diferenciais de equilíbrio, sendo independente de parâmetros de rigidez da estrutura da casca. No procedimento em análise a geometria é uma consequência das forças impostas.

O procedimento descrito pode ser aplicado a cascas sujeitas a cargas de superfície com mais que uma componente para além da vertical. No entanto, é condição necessária que a direção das cargas seja independente da geometria da casca. Um exemplo em que o procedimento não é diretamente aplicável é o correspondente a cascas sujeitas a pressão hidrostática, em que as componentes em cada direção dependem da geometria. Nesse caso, a obtenção da forma pode resultar de um processo iterativo em que o sistema de forças de membrana imposto vai sendo ajustado em função das geometrias obtidas nas diferentes iterações.



**Figura 70:** a) Esquema de forças locais em estado plano de tensão; b) Esquema de forças de corte numa solução de laje.

A imposição de valores constantes para as projeções dos esforços  $N_x$  e  $N_y$  e valores nulos para os esforços  $N_{xy}$  resulta numa situação particular. As componentes do campo gradiente da superfície (15) resultam apenas em função do campo de equilíbrio vertical associado à solução de laje e do valor constante da projeção dos esforços de membrana. O campo de equilíbrio vertical pode ser determinado por derivação da função potencial (16) definida em função dos momentos fletores da laje [9]. Nesse caso, as cotas da superfície da casca (17) podem ser obtidas através da divisão da função potencial pelo valor constante das projeções horizontais dos esforços de membrana. A solução resultante corresponde a um caso particular em que existe coincidência, a menos de um fator de escala, entre o campo gradiente da superfície e o campo de equilíbrio vertical.

$$\mathbf{grad} z = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{V_x}{\bar{N}} \\ \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{V_y}{\bar{N}} \end{array} \right\} \quad (15)$$

$$\varphi = \frac{m_x + m_y}{1 + \nu} \quad (16)$$

$$z = \frac{m_x + m_y}{(1 + \nu)\bar{N}} \quad (17)$$

#### 4.2.1.2. Solução para valores constantes das projeções dos esforços de membrana

O primeiro exemplo de aplicação corresponde a uma casca de planta quadrada (10mx10m), suportada nos bordos por apoios rígidos na direção vertical e solicitada por uma carga distribuída vertical de 20 kN/m<sup>2</sup>. O sistema de forças predefinido corresponde a valores constantes das projeções horizontais dos esforços de membrana  $N_x$  e  $N_y$  e valores nulos para as forças  $N_{xy}$ . Adicionalmente, impõe-se que o campo vetorial de equilíbrio vertical  $\mathbf{v}_z$  seja o mesmo que resulta numa laje quadrada de bordos simplesmente apoiados, com a função potencial descrita na Figura 71. Neste caso particular a geometria da superfície pode obter-se diretamente da expressão (17), a partir da função potencial de uma laje sujeita ao mesmo carregamento, com as mesmas condições de apoio e geometria em planta. Para as projeções horizontais das forças de membrana foi imposto o valor constante de 100 kN/m, tendo resultado uma altura máxima de  $h=1,5$  m, que corresponde a uma relação  $l/h=6,7$ . A solução obtida aparece descrita na Figura 72 e na Figura 73 com a representação de uma perspectiva da superfície e das curvas de nível, respetivamente.

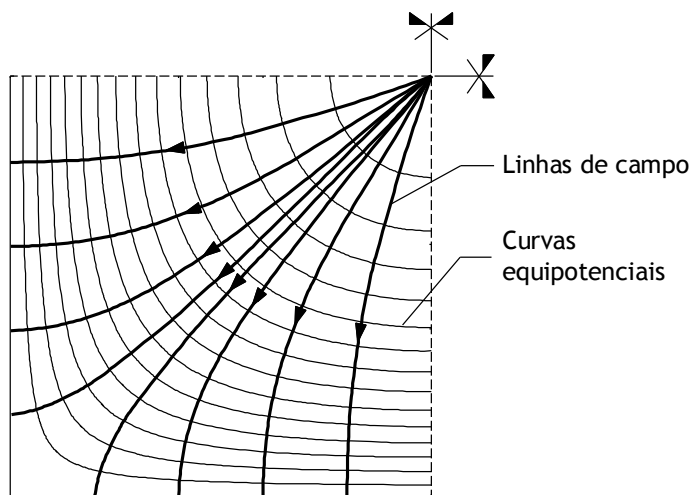
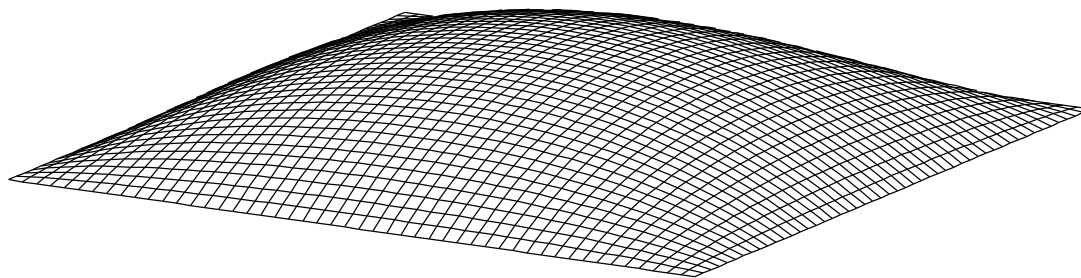
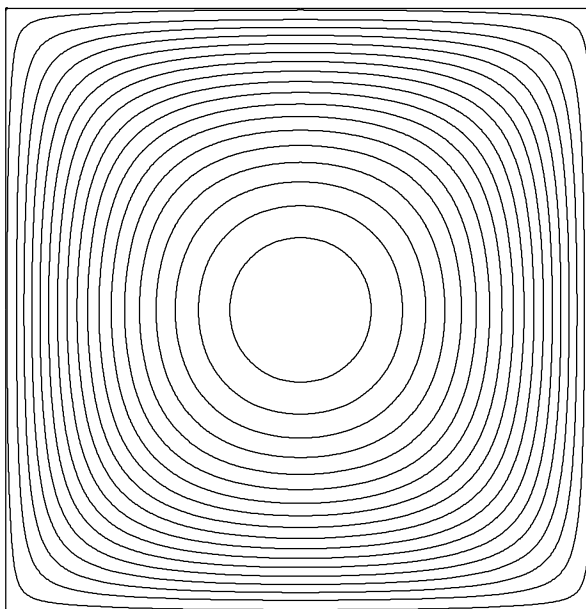


Figura 71: Curvas equipotenciais e linhas de campo da função potencial de equilíbrio vertical para uma laje quadrada simplesmente apoiada no contorno, sob carga uniforme.



**Figura 72:** Perspetiva da superfície da casca com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças  $N_{yx}$ .



**Figura 73:** Curvas de nível da superfície da casca coincidente com a função potencial de uma laje com os bordos simplesmente apoiados.

A análise de um modelo de elementos finitos de casca da solução demonstra que o sistema de forças predefinido resulta na solução obtida de forma muito aproximada (Figura 74). Foram modeladas forças horizontais de pré-esforço de 100 kN/m aplicadas nos bordos opostos, estando os mesmos unicamente apoiados na direção vertical. Na mesma figura surge também representada a distribuição dos esforços de membrana para uma solução sem pré-esforço e com apoios fixos nas três direções, sendo possível verificar que o sistema de forças resultante é significativamente diferente do sistema de forças predefinido. A Figura 75 mostra que são também reduzidas as diferenças entre as distribuições das forças na direção vertical para as soluções de laje e de casca.

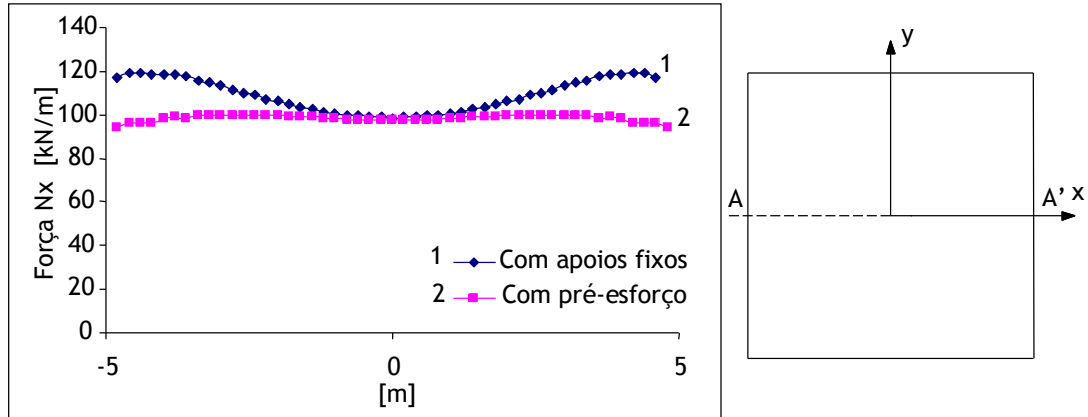


Figura 74: Distribuição das projeções das forças de membrana  $N_x$  na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução com apoios fixos.

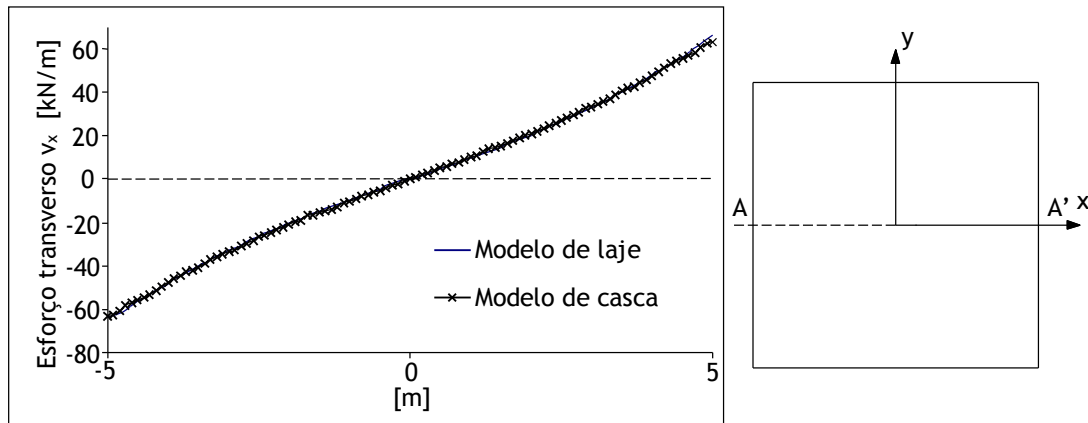
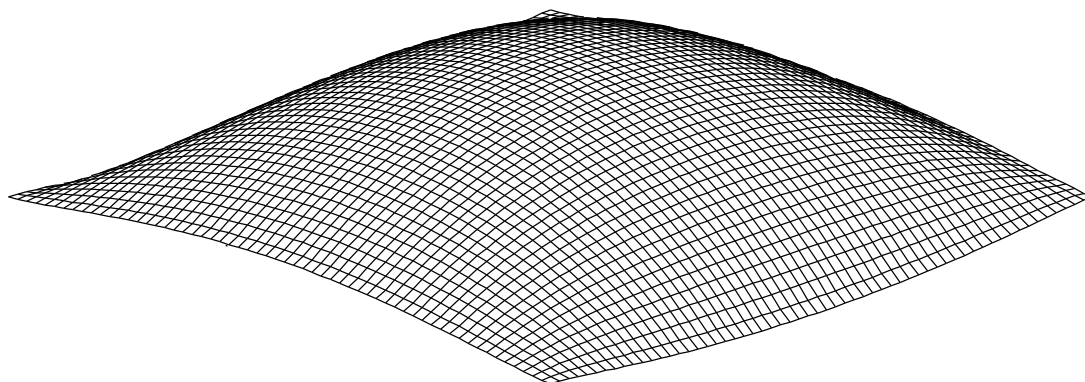


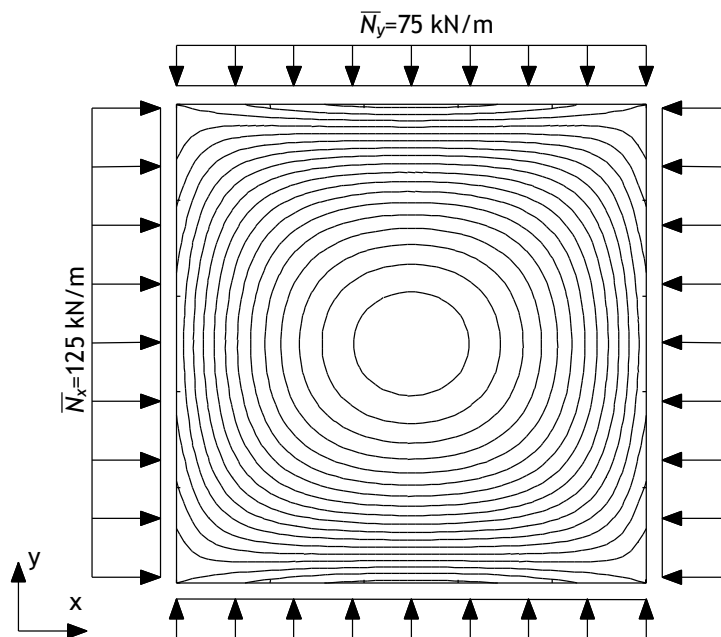
Figura 75: Distribuição de esforço transverso na secção A-A' para a solução de laje e para a solução de casca pré-esforçada.

#### 4.2.1.3. Solução para valores diferentes das projeções dos esforços de membrana em direções ortogonais

No segundo exemplo de aplicação foi considerado o mesmo campo de equilíbrio vertical do exemplo anterior, sendo, no entanto, diferente a distribuição de forças de membrana. Para as projeções dessas forças é imposta uma relação de 1,67 entre as direções horizontais, com valores constantes de 125 e 75 kN/m, respetivamente. O facto de não serem constantes os valores das projeções dos esforços de membrana implica que a geometria não possa ser determinada através da expressão (17). No caso, é necessário proceder à integração do campo gradiente da geometria (15). A solução resultante é descrita na Figura 76 e na Figura 77, em que se assinala que os bordos têm cotas  $z$  variáveis.



**Figura 76:** Superfície de uma casca quadrada com uma relação entre as projeções horizontais das forças de membrana nas direções x e y de 1,67 e com valores nulos para as forças  $N_{xy}$ .



**Figura 77:** Planta com curvas de nível da casca da Figura 76.

Tal como no primeiro exemplo de aplicação, os resultados obtidos por uma análise de elementos finitos (Figura 78 e Figura 79) mostram que o sistema de forças predefinido é obtido na solução resultante pré-esforçada com uma grande aproximação. O mesmo não ocorre na solução com apoios fixos.

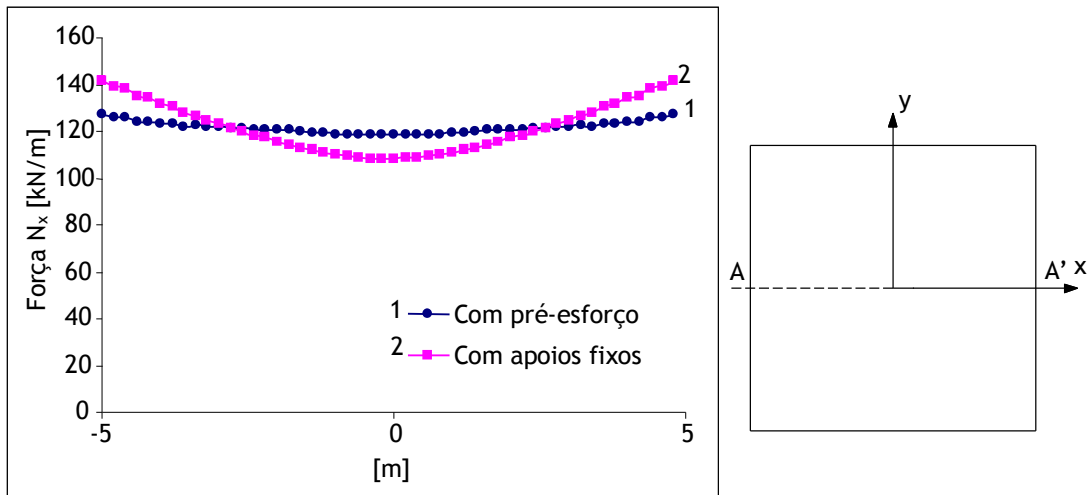


Figura 78: Distribuição das projeções dos esforços  $N_x$  na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução com apoios fixos nos bordos.

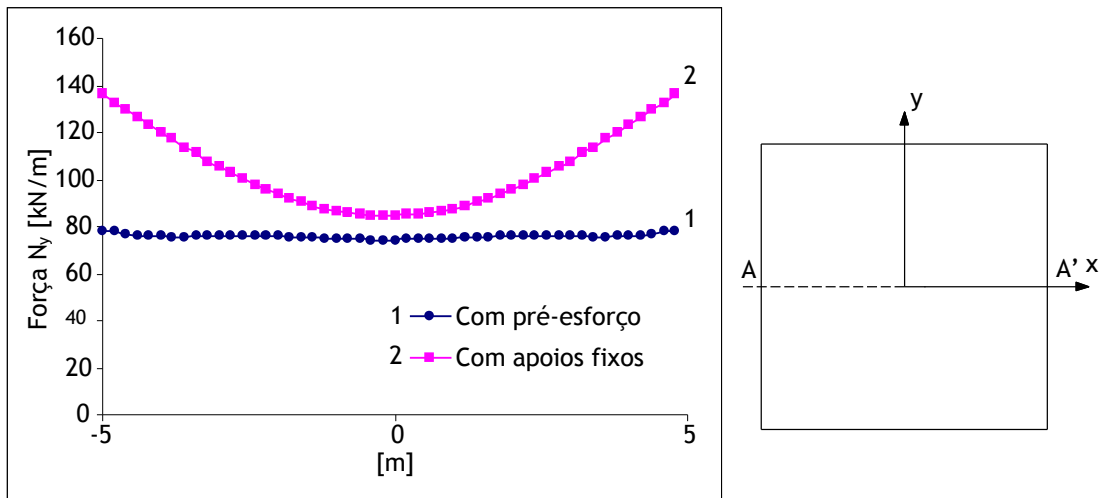
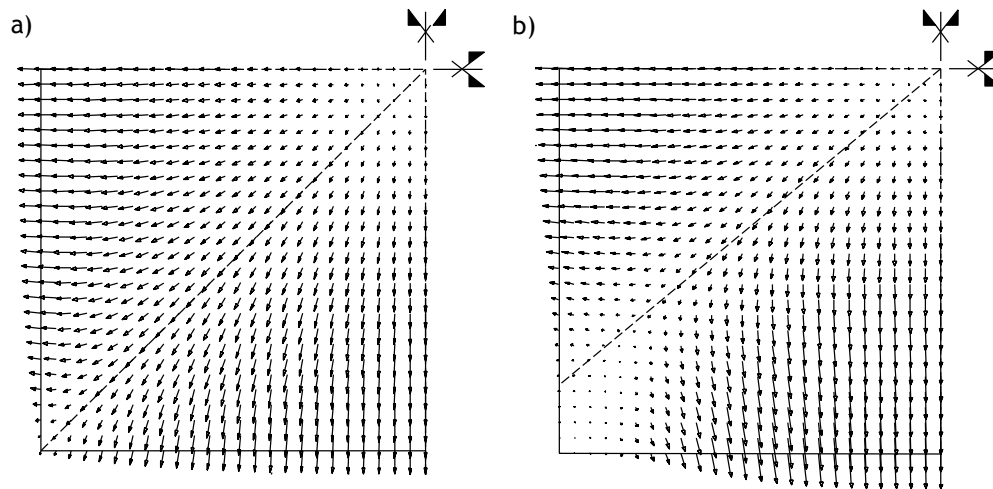


Figura 79: Distribuição das projeções dos esforços  $N_y$  na secção A-A' para a solução com pré-esforço e para a solução com apoios fixos nos bordos.

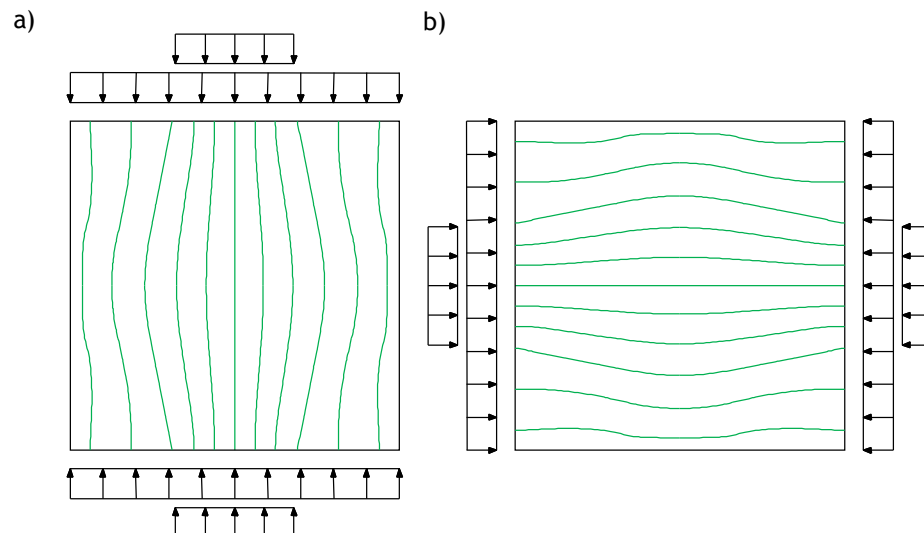
Na Figura 80a e na Figura 80b aparecem representados os campos  $v_z$  para as soluções com pré-esforço e com apoios fixos, respetivamente. É possível observar que a introdução dos apoios fixos e a ausência de forças de pré-esforço implica maior intensidade dos vetores a tender para o lado de maior inclinação, ou seja, o lado a que corresponderam menores forças de membrana no processo de obtenção de forma. A comparação entre os dois campos permite verificar que a fixação dos apoios e a ausência das forças de pré-esforço tem como consequência que o campo de equilíbrio vertical passe a ser influenciado pela geometria, que passa a ser um parâmetro de rigidez. Note-se que a indução das forças de membrana através de pré-esforço implica que a forma da casca seja uma consequência do sistema de forças imposto, não o influenciando diretamente.



**Figura 80:** Comparação entre campos de equilíbrio vertical  $v_z$ : a) Solução com pré-esforço; b) Solução com apoios fixos.

#### 4.2.1.4. Solução para valores variáveis das projeções das forças de membrana e valores não nulos para $N_{xy}$

O terceiro exemplo analisado corresponde a um caso geral de valores não nulos para os esforços  $N_{xy}$  e de distribuições não uniformes das forças de pré-esforço aplicadas nos bordos. Na Figura 81 aparecem representados os tubos de continuidade da solução de equilíbrio de parede, que coincidem com os tubos relativos às projeções predefinedas dos esforços de membrana. Na Figura 82 e na Figura 83 surgem representadas a perspectiva da casca e as curvas de nível para a solução resultante, respetivamente. Os gráficos da Figura 84 e da Figura 85 mostram distribuições quase coincidentes para as soluções de parede e para a solução de casca. Contrariamente, verificam-se grandes diferenças para a solução sem pré-esforço e com apoios rígidos.



**Figura 81:** Tubos de continuidade para a casca sujeita a forças de distribuição não uniforme no bordo; a) Representação associada a  $n_y$ ; b) Representação associada a  $n_x$ .

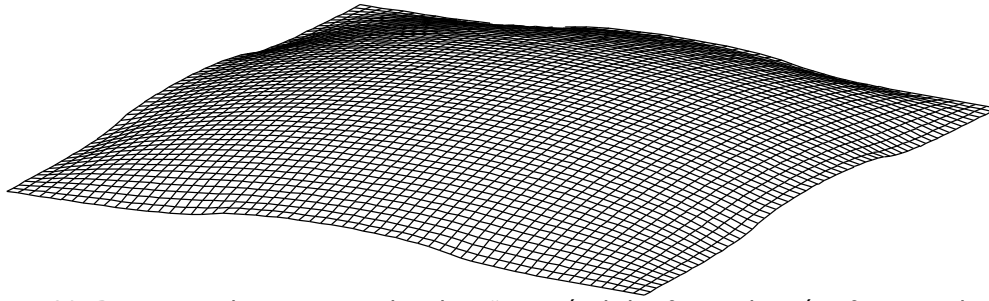


Figura 82: Perspetiva da casca com distribuição variável das forças de pré-esforço nos bordos e valores não nulos das forças  $N_{xy}$ .

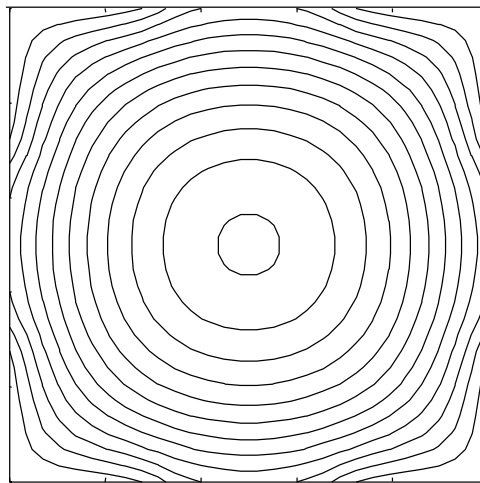


Figura 83: Curvas de nível da superfície da casca da Figura 82.

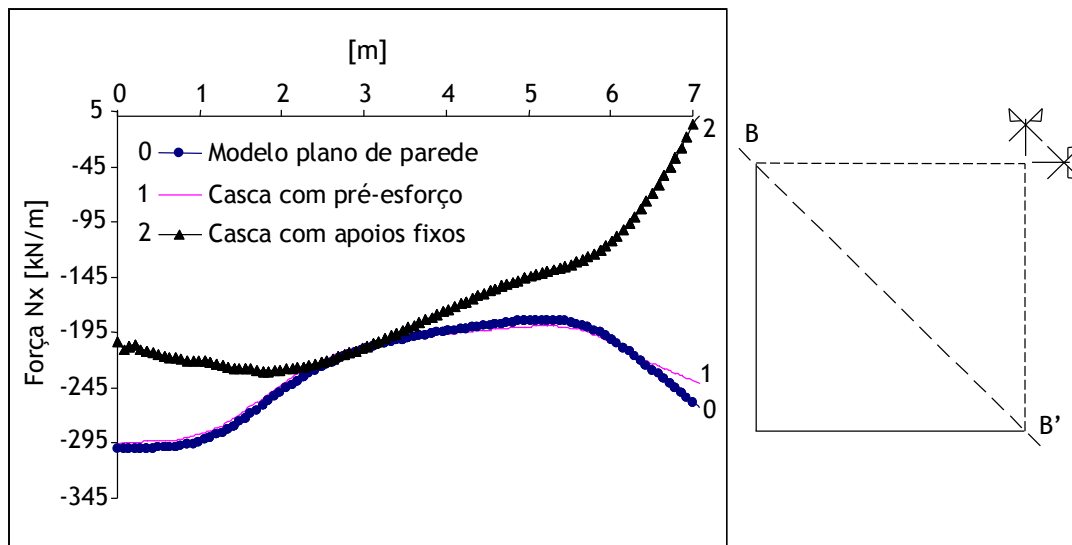


Figura 84: Distribuição de esforços na secção B-B' para a solução de parede e para as cascas.

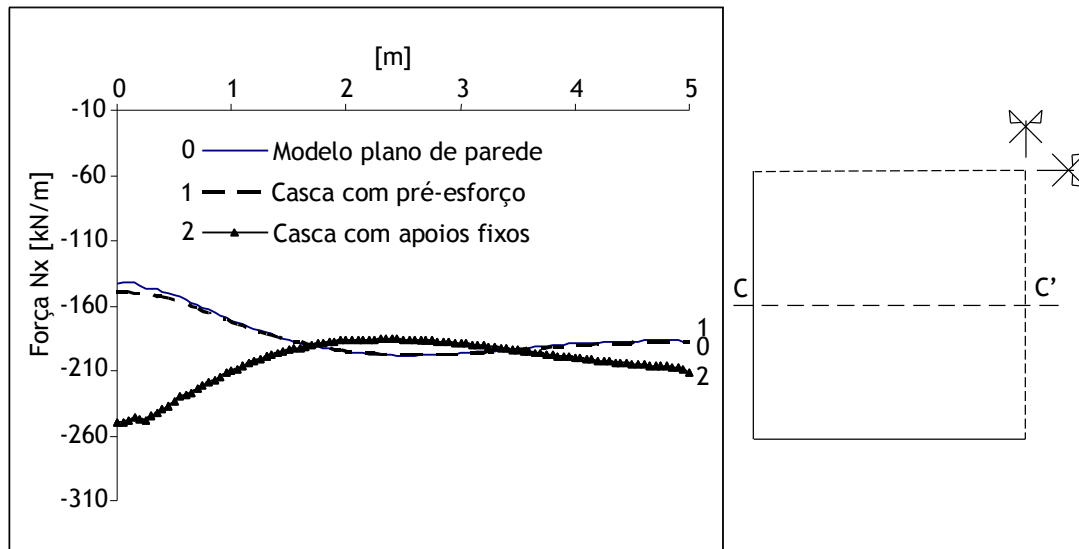


Figura 85: Distribuição de esforços na seção C-C' para a solução de parede e para as cascas.

Os exemplos apresentados demonstram a necessidade de que o sistema de forças de membrana predefinido seja induzido através de pré-esforço. A ação de pré-esforço faz com que a estrutura não tenha que gerar forças equilibrantes numa transição em desequilíbrio, o que mantém a independência do procedimento relativamente aos parâmetros de rigidez.

#### 4.2.2. Obtenção de forma por inversão de membranas suspensas

A inversão de membranas suspensas constitui uma possibilidade de obtenção da forma de cascas [3]. No modelo suspenso de obtenção de forma, as forças de membrana equilibrantes têm que ser geradas durante a fase de transição em desequilíbrio da própria estrutura, não sendo impostas *a priori* por pré-esforço. Nesse caso a solução resultante passa a ser dependente de parâmetros de rigidez do sistema, mobilizada de modo a que seja mínima a transição em desequilíbrio. A manipulação da rigidez é por isso uma possibilidade de condicionar *a priori* a forma e o sistema de forças resultante, sendo necessário ter presente a relação entre forma e forças que garante essa transição mínima.

Apresenta-se como exemplo a solução de uma membrana isotrópica quadrada e inicialmente plana. Para a fase de obtenção de forma foram definidos apoios com diferente rigidez horizontal na direção normal aos bordos (Figura 86). A geometria obtida é descrita na Figura 87, pela representação das curvas de nível, e o campo de equilíbrio vertical  $v_z$  aparece representado na Figura 88. É possível observar que o campo de equilíbrio vertical e a superfície resultante se ajustam às condições de rigidez impostas. As direções do campo  $v_z$  e do campo  $\text{grad } z$  tendem maioritariamente para as zonas de maior rigidez na direção  $x$ , onde se geram maiores esforços de membrana. A tendência observada de aproximação das direções dos dois campos pode relacionar-se com uma “utilização” mais eficiente dos esforços de membrana. Note-se que o equilíbrio vertical através das zonas mais verticais deve-se a que o mesmo possa ser garantido com menores esforços de membrana, após uma transição mínima.

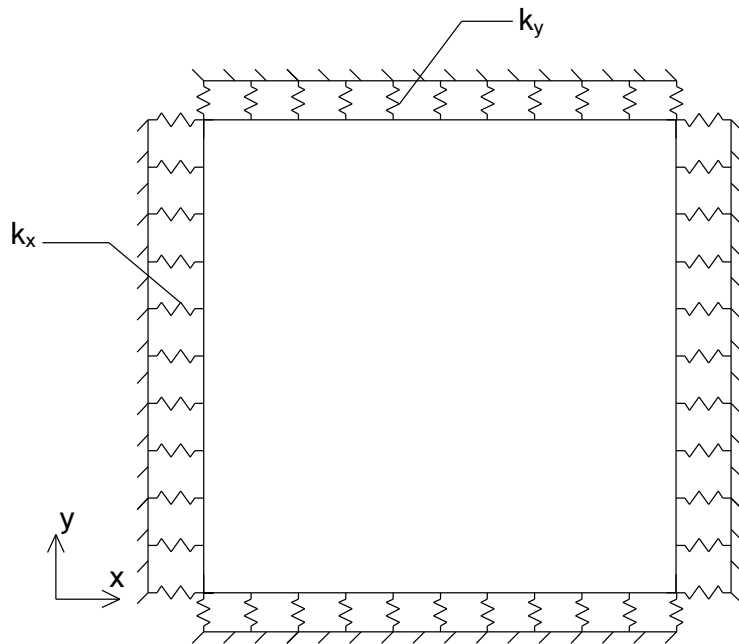


Figura 86: Configuração de uma membrana suspensa e inicialmente plana com apoios de rigidez horizontal diferente ( $k_x/k_y=5$ ).

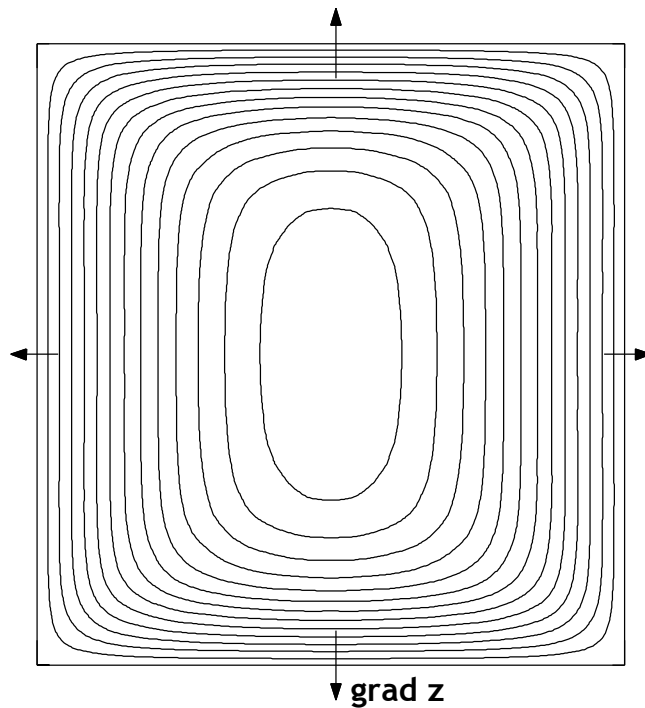


Figura 87: Curvas de nível da membrana obtida na condição da Figura 86.

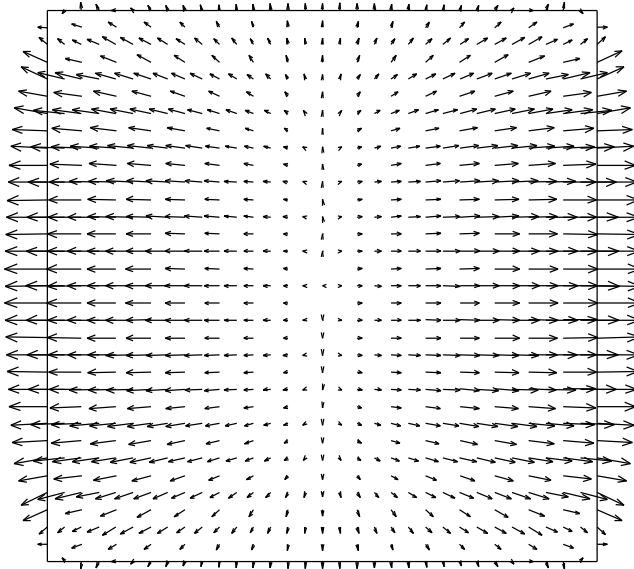
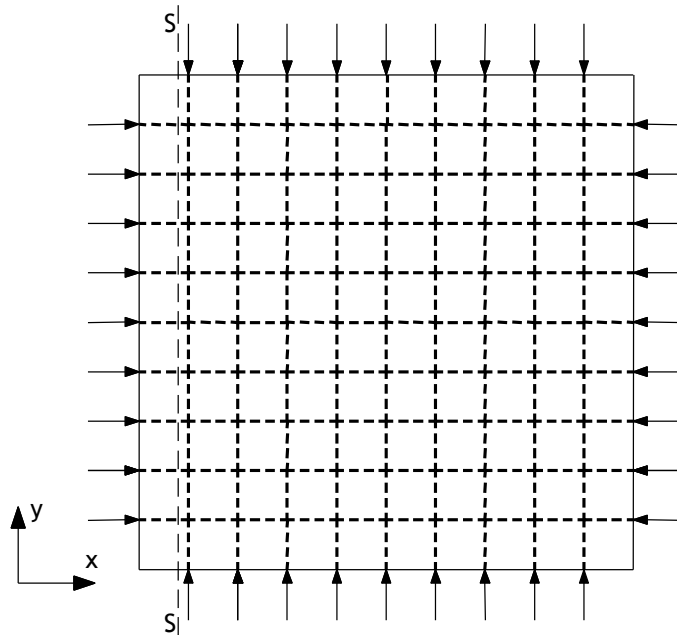


Figura 88: Campo de equilíbrio vertical  $v_z$  obtido para a membrana nas condições da Figura 86.

### 4.3. Determinação do caminho de forças

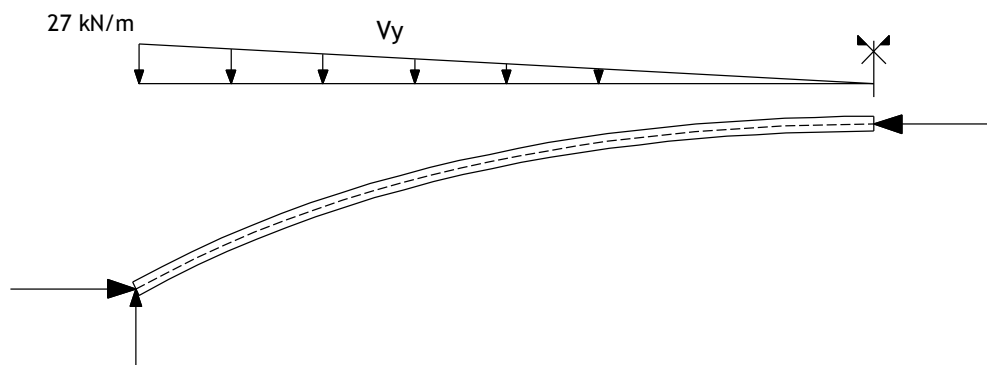
As formas obtidas nos exemplos do subcapítulo 4.2 resultaram de sistemas de forças predefinidos com distribuição relativamente simples, nomeadamente por serem adotados valores nulos para as forças  $N_{xy}$ . Deste modo os mesmos podem facilitar uma discussão acerca de caminhos de força em estruturas em casca, tendo por base o capítulo 2. O equilíbrio num plano horizontal do exemplo da Figura 73 pode ser aproximadamente descrito por um modelo de escoras lineares e paralelas em planta, de espaçamento constante (Figura 89).

Cada escora representada na Figura 89 pode ser associada à projeção de um arco que corresponde a um caminho de forças resultante. O problema corresponde à determinação da geometria de arcos anti-funiculares, sendo necessário conhecer *a priori* o sistema de forças que lhe está associado. No exemplo em análise, a cada arco espaçado de um metro dos adjacentes corresponde um valor constante de força horizontal de 100 kN. As forças verticais associadas a cada arco podem ser determinadas através do campo  $v_z$  predefinido para a casca. No caso em análise os arcos com desenvolvimento paralelo a  $y$  estão associados à componente  $V_y$  e os arcos paralelos a  $x$  à componente  $V_x$  (13).

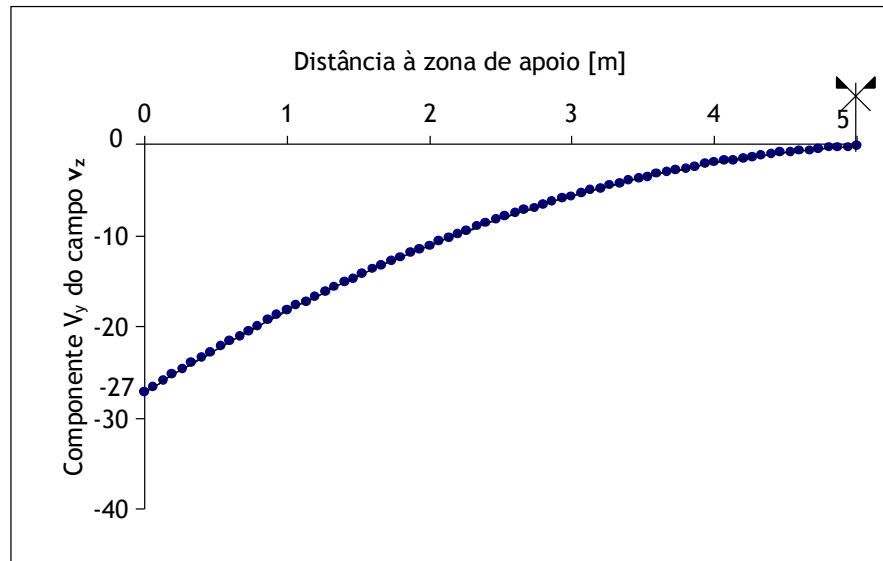


**Figura 89:** Planta de modelo de escoras para casca com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças  $N_{xy}$ .

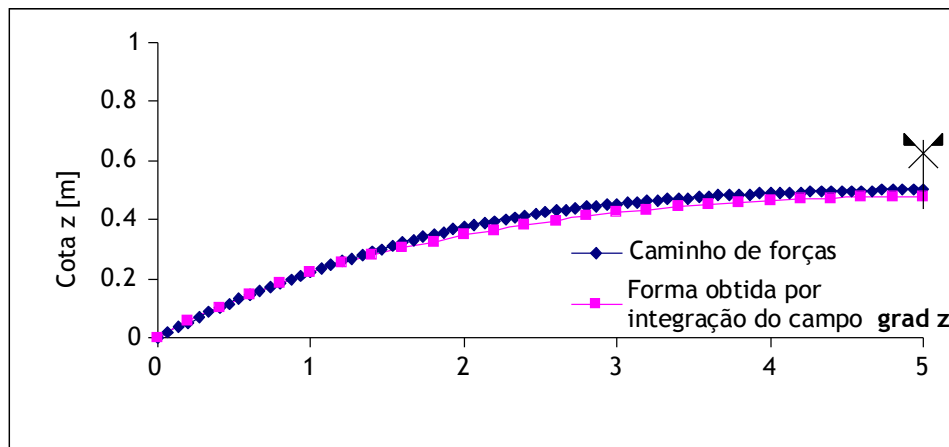
Na Figura 90 aparece representada a geometria do arco anti-funicular correspondente ao caminho de forças para a secção S-S, que foi determinada a partir do equilíbrio de momentos. A distribuição de forças verticais foi obtida tendo por base a variação da componente  $v_y$  ao longo da secção S-S, que consta na Figura 91. A comparação do caminho de forças com a geometria obtida por integração do campo gradiente (15) (Figura 92) mostra que são praticamente coincidentes. Neste caso, em que são constantes as projeções dos esforços  $N_x$  e  $N_y$ , a variação do campo de equilíbrio vertical é que determina a variação de geometria da casca.



**Figura 90:** Esquema de carga que solicita o arco correspondente ao caminho de forças na secção S-S da Figura 89.

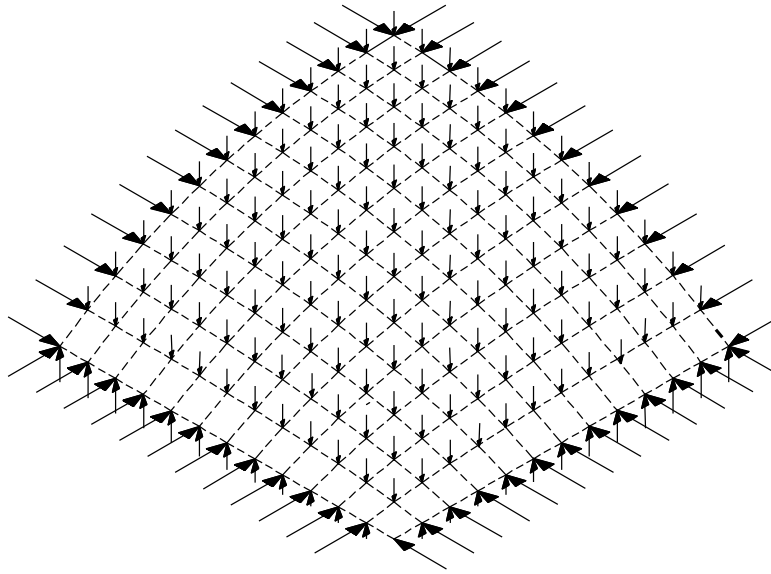


**Figura 91:** Distribuição da componente  $V_y$  do campo de equilíbrio vertical  $v_z$  ao longo da secção S-S da Figura 89.



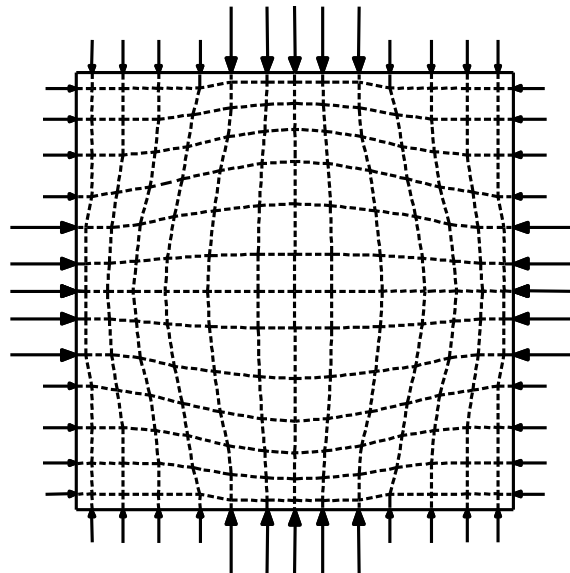
**Figura 92:** Comparação da geometria do caminho de forças na secção S-S por análise de arco e por integração do campo gradiente.

O modelo de escoras espacial pode ser obtido alargando a determinação dos caminhos de forças para toda a área da casca, resultando o modelo da Figura 93. O modelo apresentado concentra-se na superfície média, o que corresponde a uma simplificação de um funcionamento mais complexo. A representação dos tubos de continuidade na direção vertical para um arco (Figura 14) mostra que o equilíbrio das forças verticais é garantido a níveis distintos ao longo da espessura, sendo por exemplo condicionado pela localização da carga externa relativamente aos apoios. Deste modo, a consideração de que diferentes caminhos resultantes de força concorrem ao mesmo nível na espessura da casca corresponde a uma simplificação da realidade.



**Figura 93:** Perspetiva de um modelo espacial de escoras com valores constantes das projeções dos esforços de membrana e valores nulos das forças  $N_{xy}$ , e sujeito ao campo de equilíbrio vertical de uma laje quadrada.

Para o exemplo da Figura 83 a existência de forças  $N_{xy}$  implica que não se podem considerar arcos com funcionamento independente em projeção horizontal, tendo-se um sistema de interações similar ao descrito na Figura 8. Este facto é demonstrado na Figura 81 através das curvaturas das linhas que delimitam os tubos de continuidade dos campos (11) e (12). A partir das representações dos tubos é possível definir o modelo de escoras projetado que aparece representado na Figura 94. A obtenção de um modelo espacial tem que ser feita através da determinação da geometria do arco correspondente a cada caminho e que funciona em equilíbrio sem esforços de flexão.



**Figura 94:** Planta do modelo de escoras para a casca nas condições da Figura 82.

## 4.4. Resumo e discussão do capítulo 4

### 4.4.1. Campos vetoriais e caminhos de forças

Através de campos vetoriais é possível obter uma descrição global do equilíbrio, para além da descrição local obtida com a utilização de equações diferenciais. O campo de equilíbrio vertical  $v_z$  (7) traduz a contribuição de cada zona para o equilíbrio através da relação entre os esforços de membrana e as inclinações da casca.

A comparação entre a formulação do campo vetorial  $v_z$  e a da equação diferencial de equilíbrio (8) permite associar as inclinações da casca ao equilíbrio “global” e as suas variações (curvaturas) ao equilíbrio “local” das cargas aplicadas. A necessidade de as inclinações variarem para que esse equilíbrio local seja garantido é também dependente da intensidade dos esforços de membrana.

A direção dos vetores do campo de equilíbrio vertical  $v_z$  e do campo gradiente da geometria  $\mathbf{grad} z$  são coincidentes em situações particulares de forças  $N_{xy}$  nulas e de valores constantes para as projeções horizontais das forças  $N_x$  e  $N_y$ .

A analogia do equilíbrio de membrana ao funcionamento de parede plana permite a definição dos campos vetoriais (11) e (12), que são semelhantes aos definidos para problemas em estado plano de tensão. Essa analogia permite a representação de tubos de continuidade para as projeções dos esforços de membrana que podem servir de base à determinação de caminhos de forças.

Em estruturas de casca com equilíbrio de membrana os caminhos de forças correspondem a arcos espaciais. Esses caminhos têm por base as projeções dos esforços de membrana, de onde resultam modelos de escoras similares aos que resultam para uma parede plana associada. A geometria espacial do modelo pode ser determinada por equilíbrio espacial de momentos, tendo em conta o campo de equilíbrio vertical  $v_z$  imposto ou obtido. A descrição simplificada do equilíbrio de estruturas de casca através de modelos de escoras tem por base modelos contínuos ( $N_{xy} \neq 0$ ) que contabilizam de forma mais rigorosa o funcionamento deste tipo de estruturas. Este aspeto é particularmente relevante no que toca às forças  $N_{xy}$  que têm influência no desvio dos caminhos de forças relativamente às direções do campo gradiente da geometria.

A determinação dos modelos de escoras depara-se com a dificuldade de definir qual o sistema de forças relativo ao subdomínio a que corresponde o caminho de força resultante. Para contornar essa dificuldade podem ser utilizadas ferramentas automáticas que definem esses subdomínios e as forças associadas, tendo por base as representações dos tubos de continuidade para as projeções dos esforços de membrana.

#### 4.4.2. Análise comparativa dos procedimentos de obtenção de formas anti-funiculares

No procedimento de obtenção de forma com sistemas de forças predefinidos, o campo de equilíbrio vertical  $v_z$  e as projeções dos esforços de membrana  $N_x$  e  $N_y$  são independentes. Nesse caso, podem obter-se múltiplas geometrias e múltiplas distribuições de forças de membrana para o mesmo campo de equilíbrio vertical. A independência entre o campo  $v_z$  e o sistema de forças de membrana resulta da inexistência de influência dos parâmetros de rigidez do sistema, podendo considerar-se a geometria como uma consequência exclusiva do sistema de forças predefinido. A manipulação desse sistema de forças pela aplicação de pré-esforço constitui uma possibilidade de condicionamento das soluções. A presença das forças de pré-esforço faz com que a fase transitória até ao equilíbrio envolva menos a deformação da própria estrutura da casca, verificando-se ativamente nos sistemas de aplicação dessas forças.

No segundo procedimento, por inversão de membranas suspensas, não existe dependência exclusiva das condições de equilíbrio, nem o sistema de forças de membrana e o campo de equilíbrio vertical  $v_z$  são independentes. Neste procedimento, contrariamente ao que ocorre no primeiro, verifica-se uma relação mais próxima entre a forma  $z$  e o campo  $v_z$ , existindo uma tendência para as direções deste coincidirem de modo aproximado com as do campo gradiente da superfície. As condições iniciais de rigidez são determinantes da forma e do sistema de forças de equilíbrio, sendo a sua manipulação uma possível ferramenta para o condicionamento das soluções. As diferenças relativamente ao processo anterior resultam da inexistência do fator externo correspondente às forças de pré-esforço, implicando que o equilíbrio resulte apenas com mobilização “passiva” da rigidez da própria estrutura da casca, após uma fase de transição até ao equilíbrio.

#### 4.4.3. Necessidade de aplicação de pré-esforço

O recurso a pré-esforço é indispensável nos procedimentos de obtenção de forma com imposição do sistema de forças internas, que tem que ser induzido de forma ativa. Caso contrário, a fase transitória que teria que ocorrer na estrutura até que se gerasse o equilíbrio resultaria em geometria e forças internas diferentes das impostas previamente.

A necessidade de aplicação de pré-esforço parece poder alargar-se também a soluções de casca obtidas por inversão da forma de membranas suspensas. Note-se que, sem aplicação de pré-esforço, a membrana suspensa e a solução invertida diferem na componente “ativa” da rigidez. Sem pré-esforço, a inevitável transição em desequilíbrio resulta também em diferenças no sistema de forças entre o modelo suspenso e a estrutura invertida. A aplicação de pré-esforço a cascas com forma obtida por inversão de membrana aparece exemplificada em soluções descritas em [3]. Nesses casos, para além do efeito de equilíbrio das elevadas forças horizontais expectáveis, a aplicação de pré-esforço funcionou como a garantia de se

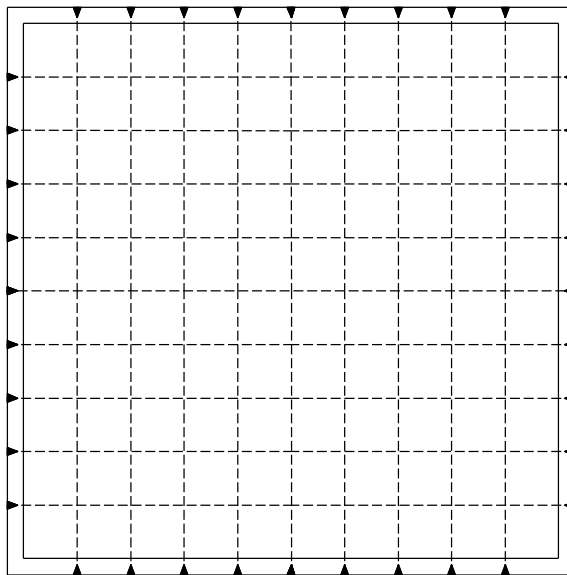
ter a totalidade da estrutura sujeita a esforços de compressão. Adicionalmente, a ação de pré-esforço terá permitido que após a remoção dos cimbrês a geometria fosse mantida o mais próximo possível da geometria determinada nos modelos físicos. Note-se que a indução ativa de forças internas permite que a estrutura possa encontrar uma configuração de equilíbrio após uma transição de amplitude muito reduzida.

#### 4.4.4. Aplicação para cascas em cantaria de granito

As soluções pré-esforçadas podem ser adotadas para a construção de cascas em cantaria de granito, apresentando particulares vantagens a solução com valores nulos das forças  $N_{xy}$  e valores constantes para os restantes esforços de membrana (Figura 73). Essa situação é favorável ao nível das juntas entre blocos, tanto em termos estruturais como em termos construtivos.

O sistema de pré-esforço pode ser materializado através de uma malha de cabos ortogonais de pré-esforço (Figura 95), com forças aplicadas em função da solução pretendida. Para as dimensões em planta de  $10 \times 10 \text{ m}^2$ , flecha de 1,5 metros e uma carga vertical de  $20 \text{ kN/m}^2$  seria adequado um cordão de pré-esforço por cada metro de bordo. A aplicação de pré-esforço apenas tem ação equilibrante direta para as cargas permanentes presentes nessa fase. Para carregamentos variáveis, como é o caso da ação da neve, o equilíbrio será garantido com forças geradas através da mobilização passiva da rigidez do sistema de cabos e da casca.

É possível estabelecer uma analogia entre as soluções de cascas do tipo da Figura 95 e lajes pré-esforçadas [54], com a diferença de que a curvatura dos cabos na laje é substituída pela curvatura da casca.



**Figura 95:** Planta de casca de cantaria de pedra pré-esforçada com duas famílias de cabos horizontais paralelos.



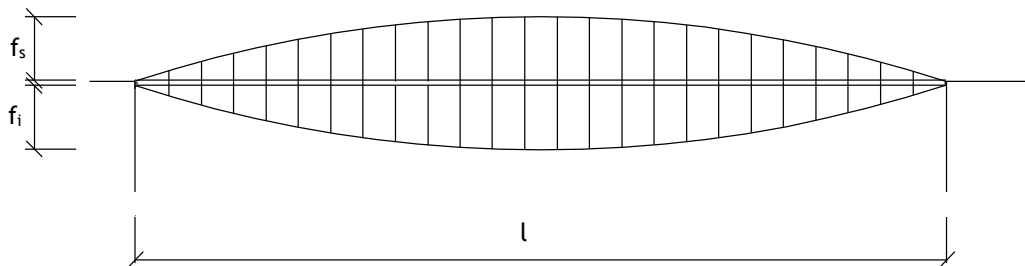
# Capítulo 5

## Contribuição para a concepção de vigas e pilares em cantaria de granito

### 5.1. Solução base de viga

No capítulo 1 é feita referência a uma solução de pilar esbelto em cantaria de granito [2] cuja capacidade de carga é significativamente dependente do efeito de contraventamento produzido pelos cabos laterais de pré-esforço exterior. Os cabos associados à escora de granito constituem um sistema de rigidez capaz de equilibrar cargas transversais, o que confere aos sistemas resultantes a possibilidade de funcionamento como viga ou como pilar. A Figura 96 mostra uma solução de viga-pilar que pode ser composta por cabos laterais pré-esforçados com traçado parabólico, ligados a uma escora de cantaria de granito através de escoras metálicas transversais.

A contribuição dos cabos e da escora para o equilíbrio de cargas transversais é determinada pela respectiva rigidez relativa. As escoras esbeltas têm uma participação praticamente nula no equilíbrio de cargas transversais, funcionando essencialmente como amarração dos cabos de contraventamento e no equilíbrio local de cargas transversais entre alinhamentos de escoras transversais consecutivas.



**Figura 96:** Viga em cantaria de granito com cabos laterais de traçado parabólico.

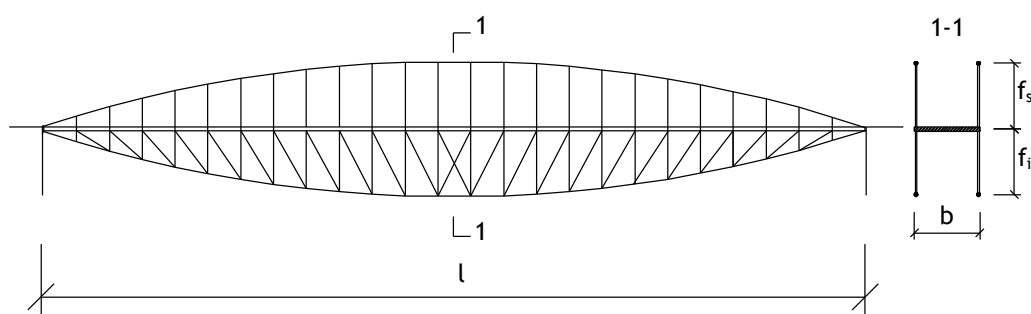
No sistema descrito a rigidez é obtida com reduzidas quantidades de material porque é minimizada a mobilização da rigidez de flexão, explorando a rigidez axial dos cabos. A utilização desse tipo de rigidez é favorecida pela colocação externa de cabos, tirando partido de maiores braços do binário das forças interiores.

A aplicação de pré-esforço, para além do efeito necessário de compressão mínima da escora de granito para resistência à flexão entre escoras transversais, tem que garantir a disponibilidade da rigidez dos cabos laterais para todos os cenários de carga. Note-se que essa rigidez deixa de existir quando se anulam as forças de tração instaladas. As forças de pré-

esforço nos cabos laterais têm efeito equilibrante ativo direto para as cargas transversais presentes no momento da respetiva aplicação. A rigidez dos cabos laterais depende pouco do pré-esforço [55], o que implica um efeito menos relevante no equilíbrio das sobrecargas aplicadas posteriormente.

A redução da rigidez de flexão da escora de cantaria tem como consequência que as suas secções estejam sujeitas a reduzidos níveis de tensão, dada a quase inexistência de esforços de flexão. Esse facto permite reduções adicionais de material/rigidez, que pode ser limitado ao mínimo necessário para evitar a instabilidade por encurvadura e para que seja garantido o equilíbrio das cargas entre escoras transversais. Nesse último aspeto a solução pode ainda ser controlada através do vão entre escoras transversais.

A solução descrita na Figura 96 tem um funcionamento adequado para cargas transversais uniformemente distribuídas em todo o desenvolvimento. Para cargas não uniformes, por exemplo assimétricas, a rigidez dos cabos apenas é mobilizável após uma “fase transitória” com grandes deformações. O problema pode ser resolvido por “via construtiva” com adição de diagonais, formando uma viga (Figura 97). A configuração das diagonais permite que a rigidez possa ser mobilizada de forma mais fácil para diferentes cenários de carga aplicados na viga, contrariamente ao que ocorre só com os cabos laterais parabólicos. Os cabos laterais inferiores passam a participar no equilíbrio de momentos necessário para a transferência de sobrecargas através do sistema conjunto de diagonais e escoras. Nesse caso, tanto os cabos inferiores como a escora de cantaria têm um funcionamento de banzo de viga com esforços variáveis.

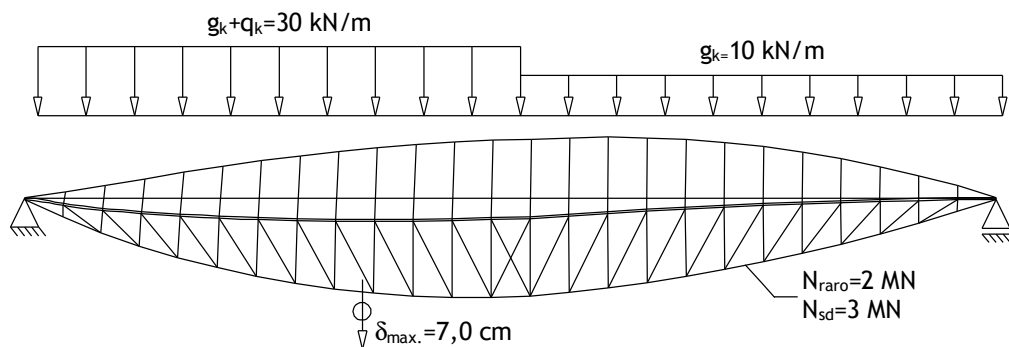


**Figura 97:** Viga em cantaria de granito com diagonais na parte inferior (alçado e corte).

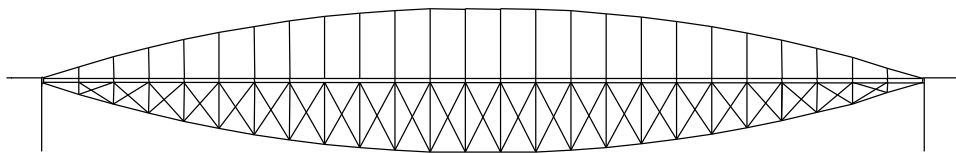
Como exemplo de aplicação, foi analisada uma solução do tipo da da Figura 97, correspondente a uma viga de vão  $l=50$  m para uma passagem pedonal, com escora de cantaria com secção transversal de  $b \times h=4,0 \times 0,1$  m<sup>2</sup>. O sistema de cabos é composto por dois cabos inferiores paralelos, de 14 cordões de aço cada um e dois cabos superiores paralelos, de 10 cordões de aço cada um, ambos com flecha de  $f=4,0$  m. As escoras transversais são espaçadas de 2 m, não existindo a necessidade de dispor de escoras em todas as juntas entre blocos de granito.

Na análise geometricamente não linear em estado limite último, para um carregamento assimétrico numa combinação de ações de cálculo, obtiveram-se tensões máximas na escora de cantaria da ordem de 20 MPa, com a totalidade das secções sujeitas a tensões normais de compressão. Para a combinação característica de ações foi obtido um deslocamento vertical máximo de 7 cm, correspondente a cerca de 1/700 do vão total. Na Figura 98 aparece representada a configuração deformada para o cenário de carregamento assimétrico de cargas variáveis e permanentes. No cabo inferior verifica-se um esforço axial máximo de 2 MN para a combinação característica e um esforço de 3 MN em estados limite últimos, sendo a força de pré-esforço de 1,5 MN.

As barras diagonais colocadas na parte inferior alternam entre esforços de tração e de compressão, em função da posição das sobrecargas. Desse modo, é necessária a disposição de escoras com a capacidade de funcionarem em equilíbrio para a alternância nos esforços. No caso analisado foi considerada em cada um dos lados uma secção tubular com 80 mm de diâmetro, sendo o esforço máximo de compressão de 90 kN. Uma solução alternativa corresponde à colocação das diagonais em “X” (Figura 99), o que permite a adoção de tirantes com secção transversal mais reduzida.



**Figura 98:** Configuração deformada para a viga sujeita a carregamento assimétrico.



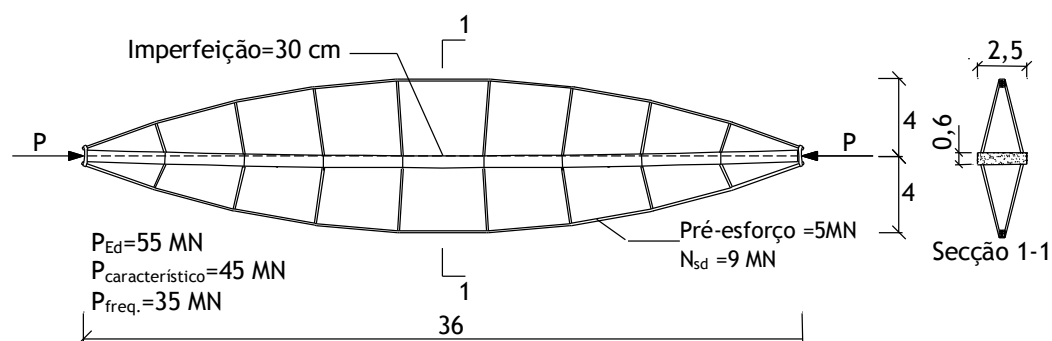
**Figura 99:** Viga em cantaria de granito com cabos diagonais dispostos em “X” na parte inferior.

## 5.2. Solução base de pilar

Nos sistemas compostos por escoras de cantaria e sistemas laterais de cabos de contraventamento, a elevada rigidez axial da escora de granito faz com que ela possa ser o elemento principal de transferência de forças axiais de compressão. Nessa função, a escora de cantaria beneficia de forma muito significativa do efeito de contraventamento dos cabos laterais, devido ao importante aumento do valor da sua carga crítica de encurvadura. O efeito de contraventamento transversal dos cabos laterais depende essencialmente da flecha relativamente ao eixo da escora de cantaria e da área de secção transversal.

Uma das aplicações propostas para escoras de cantaria com pré-esforço e contraventamento lateral corresponde à utilização em troços de arcos poligonais articulados. Tendo em vista essa aplicação, terão que ser tidos em conta os efeitos de imperfeições geométricas e o efeito transversal do peso próprio de todos os elementos que compõem a escora. Para arcos com vãos da ordem de 250 m, considera-se como solicitação axial máxima de referência o valor de cálculo  $P_{Ed}=55$  MN, o valor raro  $P_{raro}=45$  MN e o valor frequente em  $P_{freq.}=35$  MN.

Foi analisada uma escora com 36 m de comprimento (Figura 100) com uma excentricidade accidental de 30 cm, correspondente a cerca de 1/120 do comprimento total. A excentricidade considerada enquadra-se, por exemplo, na situação mais desfavorável em elementos em aço, de acordo com a norma EN1993-1-1 [56]. É considerado o funcionamento em posição horizontal, que corresponderá ao caso mais desfavorável em termos do efeito transversal do peso próprio. A secção transversal da escora de cantaria tem a espessura de 0,6 m e largura de 2,5 m. O sistema de contraventamento é composto por cabos superiores e inferiores com secção transversal de 70 cm<sup>2</sup> em cada um dos lados. Os cabos laterais são ligados à escora axial de cantaria por escoras transversais com espaçamento de cerca de 4 metros. O afastamento máximo entre o eixo dos cabos de contraventamento é de 8 m, o que na ausência de imperfeição geométrica corresponderia a flechas de 4 m.



**Figura 100:** Pilar em cantaria de granito contraventado e com imperfeição geométrica, sob ação do peso próprio e das cargas P.

Um dos efeitos da imperfeição considerada para a escora é um acréscimo importante de tensões normais, em consequência dos esforços de flexão resultantes. Note-se que as tensões normais de compressão devem ser limitadas a valores que evitem roturas precoces sob ação de cargas de longa duração e cargas cíclicas. Nos elementos estruturais em análise é necessário garantir que para a combinação característica as tensões instaladas não excedam o limite 2, de 40% do valor de cálculo da tensão convencional de rotura do granito.

Através de uma análise não linear geométrica da solução, com a imperfeição de 30 cm, foram determinadas tensões máximas de compressão de 40 MPa para a carga característica e de 65 MPa sob a ação da carga de cálculo. A imperfeição considerada implica um acréscimo de tensão de compressão relativamente ao valor máximo verificado num pilar perfeito de cerca de 30% para a carga característica e de 75% para a carga de cálculo.

Os valores de tensão normal de compressão determinados tornam necessária a utilização de um tipo de granito com uma resistência característica da ordem de 150 MPa. Esse requisito de resistência pode ser diminuído através do aumento das dimensões da secção da escora de cantaria ou pela redução dos esforços de flexão, que é possível através do aumento da rigidez do sistema de cabos de contraventamento.

Um dos parâmetros de controlo de esforços por modificação da rigidez do sistema de contraventamento corresponde à flecha dos cabos ( $f$ ). Após uma análise paramétrica com avaliação do deslocamento vertical máximo ( $\delta$ ) em função dessa flecha, é possível verificar que, a partir de determinados valores, o sistema vai perdendo eficiência em termos de redução de deslocamentos transversais. A escolha do deslocamento vertical máximo como parâmetro da análise deve-se à sua relação com os esforços de flexão a meio vão, que provocam significativos acréscimos de tensão na pedra. A perda de eficiência do sistema de cabos deve-se ao aumento do comprimento que resulta do aumento da flecha e que contribui para a diminuição de rigidez. O gráfico da Figura 101 indica que para relações  $1/\lambda=f/L$  superiores a  $1/7$  deixa de existir vantagem significativa no aumento da flecha. Na solução em desenvolvimento adotou-se um valor de cerca  $1/\lambda=1/10$ , que corresponde a um compromisso aceitável em termos da altura das escoras transversais.

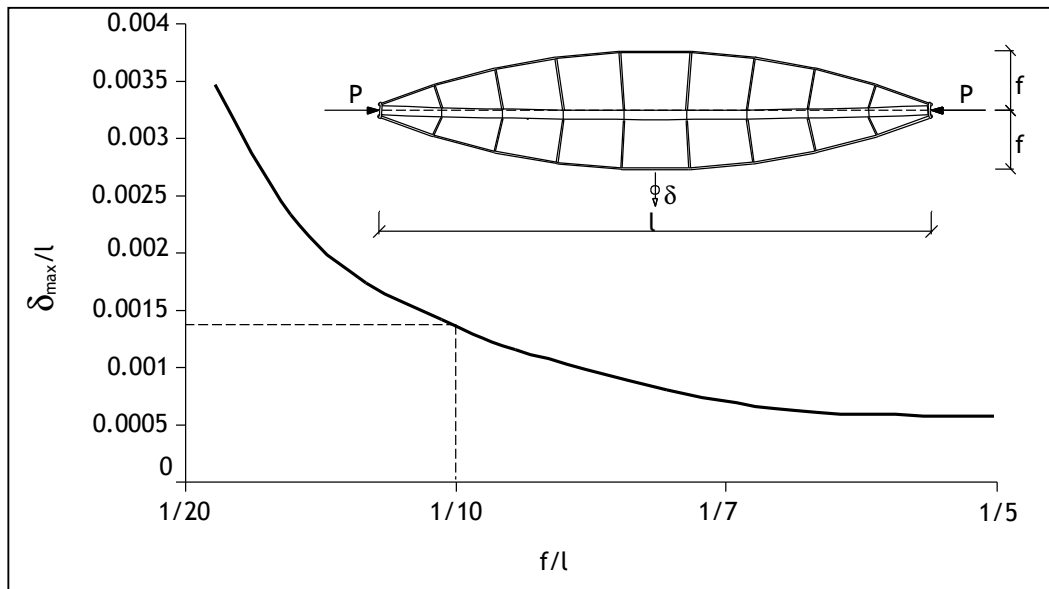


Figura 101: Variação dos deslocamentos transversais em função da abertura lateral dos cabos de contraventamento.

### 5.3. Defeitos e imperfeições da cantaria

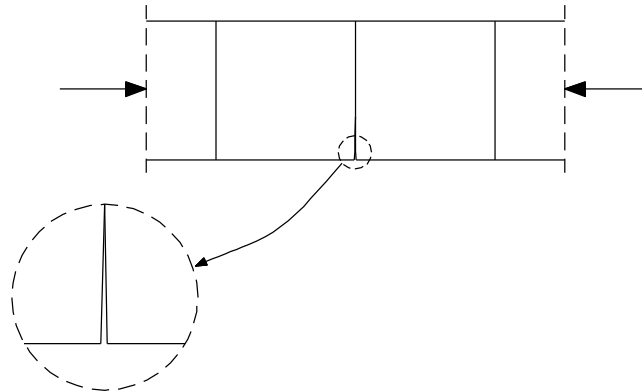
A capacidade de carga da solução de pilar desenvolvida em [2] foi fortemente condicionada pela existência de defeitos suscetíveis de ocorrerem na implementação prática desse tipo de conceção. Esses defeitos podem surgir associados às zonas de contacto entre as peças de amarração dos cabos e os prismas de cantaria, assim como nas juntas entre blocos.

Os conceitos de defeito e imperfeição, apesar de estarem relacionados, correspondem no presente contexto a possibilidades distintas de deteção e correção. Definem-se como imperfeições os aspetos que exigem meios de deteção e correção incompatíveis com as condições correntes de uma obra. Nesse caso, a salvaguarda de segurança estrutural relativamente aos seus efeitos tem que ser garantida por intermédio de fatores de segurança, à semelhança do que ocorre no projeto de estruturas de aço ou betão armado. Contrariamente, consideram-se defeitos os aspetos associados a meios de deteção e correção compatíveis com as condições de uma obra, que devem ser corrigidos ou evitados. Nos protótipos do pilar descrito na Figura 1 foram detetados e analisados os efeitos de alguns tipos de defeitos que se descrevem a seguir.

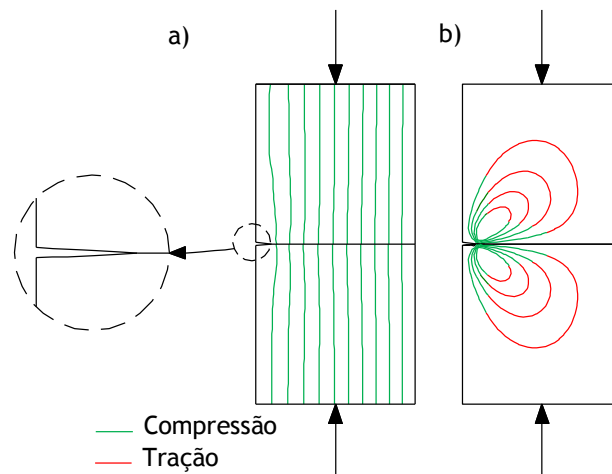
#### 5.3.1. Contacto deficiente nas juntas

O corte inadequado de blocos de cantaria pode ter como consequência a ausência de superfícies planas, o que dificulta o contacto entre as suas faces (Figura 102). Este defeito ocorre com maior frequência junto das extremidades dos blocos, ou seja, nas zonas de início e fim de corte, impedindo a utilização efetiva da totalidade das secções, podendo induzir concentração de tensões e rotura precoce dos blocos. O desvio do caminho de forças de compressão (Figura 103a), que resulta da ausência local de contacto, pode ter como

consequência a indução de forças transversais de tração (Figura 103b) que dão origem a fissuras longitudinais.



**Figura 102:** Defeito na junta devido a corte imperfeito dos prismas.



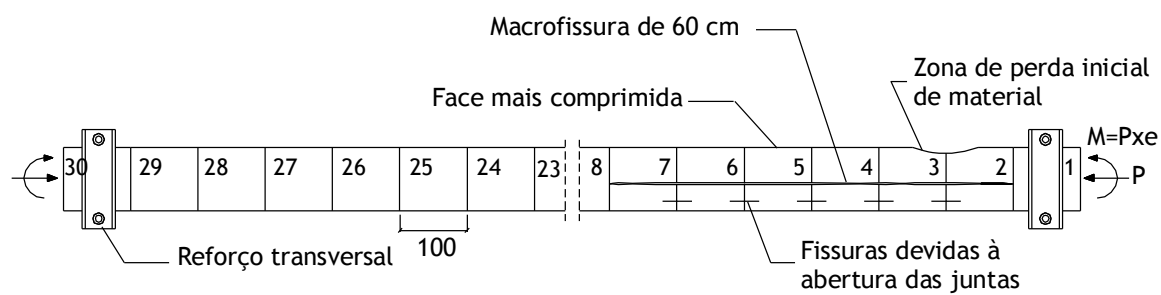
**Figura 103:** Caminhos de forças em blocos com juntas parcialmente abertas; a) Caminhos de forças longitudinais; b) Caminhos de forças transversais.

### 5.3.2. Excentricidade de carga axial de compressão

A excentricidade da carga axial de compressão, por ausência de alinhamento do eixo dos pilares, devido à falta de paralelismo das faces de junta dos blocos, ou pela aplicação excêntrica da própria carga, dá origem a flexão composta com compressão. A influência desse tipo de defeito foi observada no ensaio de um protótipo do pilar da Figura 1, com o esquema de rotura descrito na Figura 104. A flexão resultante da excentricidade da carga axial de compressão resultou em maiores tensões normais de compressão na face superior, com ausência de contacto na zona inferior de algumas juntas. A rotura do pilar ocorreu ao fim de 40 minutos sob a ação de uma força de compressão constante de 0,9 MN. O processo de rotura iniciou-se por perda de material a partir da face mais comprimida dos blocos 2 e 3 (Figura 105). Por efeito das forças de tração transversal, geradas pelo desvio do caminho de forças de compressão (Figura 59), verificou-se a formação de uma macrofissura de rápida

progressão e grande desenvolvimento. Essa microfissura deu origem a um subpilar esbelto cuja encurvadura resultou na rotura global do pilar.

Foram observados, junto das faces menos solicitadas, blocos com fissuras longitudinais resultantes da compressão excêntrica que, no entanto, não foram condicionantes da capacidade de carga do pilar, uma vez que o reduzido nível de tensões de compressão na zona onde se formaram implicou que a sua progressão fosse limitada.



**Figura 104:** Esquema do pilar solicitado em flexão composta com compressão, por reconstituição após rotura.



**Figura 105:** Imagem de um prisma de granito após rotura com perda de material na face e macrofratura.

O modo de rotura descrito pode considerar-se como característico de pilares solicitados em compressão excêntrica, por efeito de carregamento transversal ou devido a defeitos ou imperfeições geométricos.

### 5.3.3. Carga de faca nas escoras de cantaria

Nas soluções em estudo para pilares e vigas de cantaria de granito, os cabos de contraventamento poderão ser amarrados aos blocos de cantaria através de peças de aço. O processo de fabrico e soldadura das referidas peças pode resultar em superfícies de encosto empenadas que implicam um contacto não uniforme com a pedra (Figura 106). A transferência de forças para o primeiro bloco de cantaria gera um efeito interno de “faca” (Figura 107a) que dá origem a forças transversais de tração (Figura 107b e Figura 107c) e resulta em microfissuras com grande progressão. Esse tipo de defeito e as suas consequências foram observados no ensaio de um protótipo da solução descrita na Figura 1, em que a maior microfissura atingiu um comprimento de cerca de 1,9 m (Figura 108).

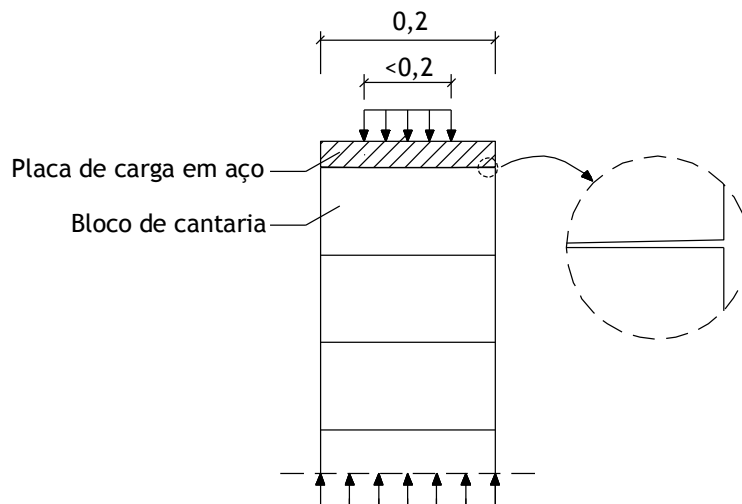


Figura 106: Concentração de forças na zona central da peça de aço de extremidade.

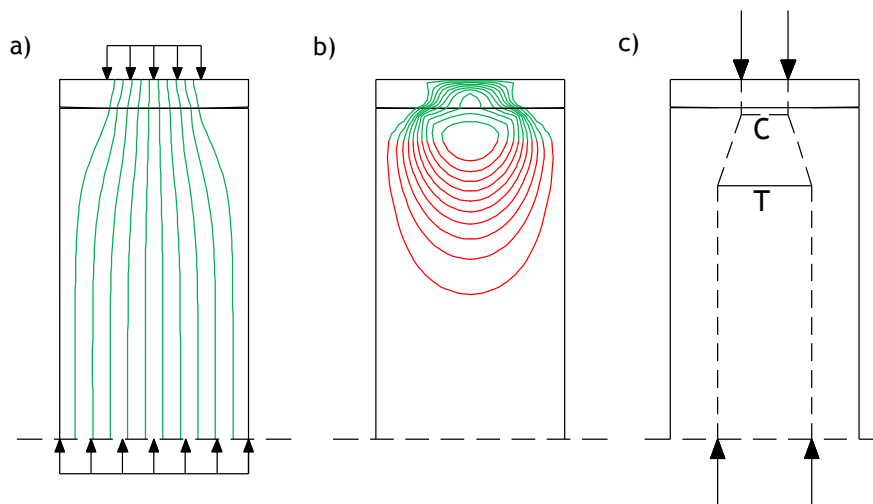


Figura 107: a) Caminhos de forças longitudinais; b) Caminhos de forças transversais; c) Modelo de escoras e tirantes.



Figura 108: Vista parcial da microfissura com 1,9 m de comprimento [2].

A Figura 109 descreve o esquema de fissuras observado por reconstituição do pilar após rotura. A microfissura mais comprida ( $c_3$ ) formou-se sob uma carga de compressão de 0,8 MN, aplicada num carregamento inicial rápido. Dessa microfissura resultou um subpilar esbelto com secção transversal de cerca de  $10 \times 7 \text{ cm}^2$ , que a possibilidade de encurvadura tornou crítico. Após descarga do pilar foram instalados reforços transversais  $r_1$  e  $r_2$  que limitaram a progressão da microfissura  $c_3$  para cargas acima de 0,8 MN e impediram a encurvadura do subpilar. Num novo carregamento, já com os reforços transversais, observaram-se novas microfissuras ( $c_4$  e  $c_5$ ) que progrediram de forma significativa acima de 0,8 MN, tendo a rotura global ocorrido para uma carga de cerca de 1 MN. A rotura global implicou a rotura do reforço  $r_2$ , facto que demonstra a ação efetiva do mesmo no processo de fissuração e no contraventamento dos subpilares formados.

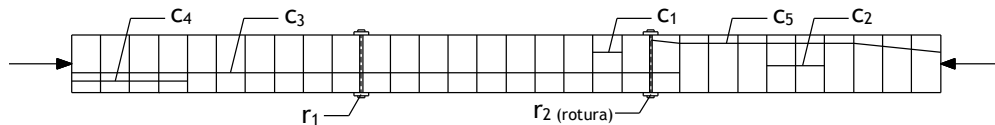


Figura 109: Esquema de fissuras  $c_1$  a  $c_5$  numa reconstituição após a rotura do pilar.

As fissuras  $c_1$  e  $c_2$  foram observadas imediatamente após a fase de aplicação do pré-esforço, com os prismas de cantaria sujeitos a níveis reduzidos de carga. Em tais fissuras, que deverão corresponder a defeitos preexistentes nos prismas de granito, não foi observada qualquer progressão, mesmo para o nível de carga mais elevado de 1 MN. O contraste com a rápida progressão observada nas fissuras  $c_3$  e  $c_5$  poderá associar-se ao nível de carga de compressão a que o pilar estava sujeito no momento em que as mesmas surgiram. A formação de fissuras

sob ação de cargas de compressão elevadas pode mesmo ser afetada por um efeito dinâmico que contribui para a progressão mais rápida das mesmas. Adicionalmente, terá contribuído para a não progressão das fissuras  $c_1$  e  $c_2$  o maior afastamento inicial entre as suas faces, que minimiza os efeitos do mecanismo de progressão descrito na secção 3.2.

As cargas de “faca” analisadas nas extremidades do pilar podem também resultar entre blocos de cantaria de granito quando a superfície de um deles, ou de ambos, não for suficientemente plana. Nesse caso podem ocorrer roturas precoces com modos de rotura semelhantes ao descrito acima. Note-se que a reduzida ductilidade dos materiais em causa contribui de forma negativa ao não permitir uma redistribuição de tensões de compressão pela secção transversal.

#### 5.3.4. Defeitos devidos à rugosidade das faces das juntas

Em superfícies com grande rugosidade macroscópica, resultante por exemplo de corte com granalha, a redução de resistência provocada pela existência de juntas pode ser da ordem dos 20%. Essa redução de resistência é significativamente inferior se forem utilizados métodos de corte mais adequados, dos quais resultem superfícies de reduzida rugosidade macroscópica. De acordo com ensaios à compressão de provetes com juntas, as superfícies resultantes de corte a disco ou a fio diamantado, sem qualquer tipo de acabamento adicional, encontram-se abaixo dos níveis de rugosidade desfavorável [5]. Nos ensaios realizados com granitos de resistência à compressão da ordem dos 120 MPa (Figura 110) foi possível comprovar que a existência de juntas com faces resultantes desses processos de corte não tem consequências desfavoráveis. Não foram observadas diferenças relevantes na resistência à compressão e nos modos de rotura entre provetes com e sem juntas.



**Figura 110:** Provetes com relação  $h/b=6$  ensaiados à compressão; a) Provete sem juntas; b) Provete com 4 juntas (adaptado de [5]).

## 5.4. Resumo e discussão do capítulo 5

### 5.4.1. Vigas e pilares em cantaria de granito

A associação de escoras em cantaria de granito a sistemas de cabos laterais de contraventamento permite a construção de vigas esbeltas. A reduzida rigidez de flexão da escora implica a sua participação reduzida no equilíbrio de cargas transversais até às extremidades do módulo. A escora de granito tem a função de amarração dos cabos laterais e de equilíbrio local das cargas entre escoras transversais.

O efetivo funcionamento de viga é obtido por materialização de rigidez em diagonais, o que confere eficiência ao sistema no equilíbrio de cargas não uniformes. O facto de resultarem esforços de flexão reduzidos nas secções de granito implica que nas aplicações com funcionamento de viga o material esteja sujeito a níveis relativamente reduzidos de tensão, sobretudo se o granito em causa for de alta resistência. As soluções propostas podem ser condicionadas pela observância dos limites de deformação, passando a depender mais da rigidez do que da resistência dos materiais. Essa rigidez pode ser manipulada em termos de área de secção transversal dos cabos e das diagonais e da abertura relativamente ao eixo da escora de cantaria (flecha), sendo pouco dependente das forças de pré-esforço.

O efeito de contraventamento proporcionado pelos cabos laterais tem como consequência importantes aumentos de carga crítica da escora de granito. Esse facto faz com que seja possível construir colunas esbeltas e com elevada capacidade de carga. Uma das aplicações propostas para esse tipo de pilares é na construção de arcos articulados e finos para pontes de grande vão.

Os pilares de cantaria de granito com contraventamento lateral podem ser condicionados pelos esforços locais de flexão que resultam de eventuais imperfeições geométricas. Nas aplicações em pontes de arco esbelto esse condicionamento pode ocorrer ao nível das tensões em serviço, que podem resultar próximas dos limites de fissuração do material. Note-se que a partir desse limite é iniciado o processo de destruição interna do material, com efeitos agravados na presença de ações cíclicas ou de cargas de longa duração. Por esse motivo é justificada a aplicação de granitos de alta resistência, apesar de os níveis de tensão em estados limites últimos poderem ser significativamente inferiores aos valores característicos de resistência à compressão. A utilização de granitos de alta resistência permite que a construção de soluções esbeltas não seja condicionada pelos limites inferiores de resistência relacionados com o início da destruição interna do material (limite 2).

### 5.4.2. Controlo de defeitos de fabrico

O processo de corte dos prismas de granito e de fabrico de peças metálicas de amarração dos cabos tem que satisfazer um rigoroso controlo de qualidade para garantir, essencialmente, o desempenho e o paralelismo das superfícies em contacto nas zonas de junta. Desse modo,

serão evitadas concentrações de tensões de compressão que produzem efeitos negativos na utilização da resistência à compressão do material, uma vez que podem provocar a sua rotura precoce. Adicionalmente, é necessário garantir que as superfícies dos prismas de granito têm uma rugosidade adequada, limitada a tolerâncias experimentalmente comprovadas. Segundo [5], pode dar-se como exemplo de superfícies com rugosidade adequada as que resultam de corte a disco ou a fio diamantado, com procedimentos de corte correntes em Portugal.



# Capítulo 6

## Contribuição para a conceção de pontes de arco esbelto em cantaria de granito

### 6.1. Manipulação de rigidez e utilização de resistência

Em pontes de arco contínuo o equilíbrio das sobrecargas assimétricas ou não uniformes, para as quais a forma do arco não é anti-funicular, constitui-se condicionante pelo equilíbrio de momentos que pode ser materializado quer quase exclusivamente com flexão no arco (caso 1), quer quase exclusivamente com flexão no tabuleiro (caso 2), quer de forma partilhada entre arco e tabuleiro (caso 3). O primeiro caso pode ser exemplificado na ponte da Arrábida [57], em que o efeito assimétrico das sobrecargas é equilibrado por mobilização da rigidez de flexão do arco, com participação reduzida das vigas do tabuleiro. Como exemplo do caso 2 pode referir-se a ponte Schwandbach [7], em que a redução significativa da espessura do arco lhe retira rigidez e capacidade para gerar esforços de flexão. Nesse caso, os efeitos de carregamentos assimétricos são quase exclusivamente equilibrados por mobilização da rigidez de flexão das vigas do tabuleiro. No caso 3, exemplificado na ponte Tamins [51], o carregamento assimétrico é globalmente equilibrado envolvendo em flexão de forma distribuída, o arco, os pilares e o tabuleiro, dada a distribuição proporcionada da rigidez.

As soluções de “arco fino” e de “arco espesso” constituem duas estratégias opostas de manipulação da rigidez relativa do arco e do tabuleiro, em que a condição de inexistência de tensões normais de tração nas secções do arco é resolvida de forma distinta. Nas soluções de “arco fino” a condicionante é resolvida do lado da origem dos esforços, uma vez que a redução da rigidez do arco diminui ou praticamente elimina os esforços de flexão responsáveis pelas tensões de tração. Contrariamente, o aumento da inércia do arco para aumento do núcleo central de secção, ou a adição de massa para aumento dos esforços de compressão, correspondem a atuar sobre as consequências dos esforços. Note-se, no entanto, que o aumento da rigidez de flexão incrementa os esforços do mesmo tipo, agravando-se a necessidade de maior inércia ou de maiores cargas permanentes, podendo criar-se um ciclo vicioso.

De forma similar à análise apresentada em [7], a Figura 111 descreve a variação das tensões normais “mínimas” (i.e. mínima compressão ou máxima tração) nas secções de um arco para diferentes valores da relação espessura/vão ( $e/l$ ), mantendo constante a rigidez das vigas do tabuleiro. As soluções analisadas correspondem a uma ponte de arco contínuo (Figura 112) com vão  $l=100$  m e flecha  $f=20$  m, suportando um tabuleiro contínuo de 10 vãos de 10 m, cuja secção tem altura  $h=1,8$  m. A altura da secção do tabuleiro foi escolhida tendo por base a

relação vão/altura das soluções de “arco fino” descritas em [7]. O vão e flecha do arco, assim como a largura do tabuleiro e do arco, foram definidos tendo por base a ponte Tamins [51]. A solução foi analisada para cargas permanentes e para os valores das sobrecargas de tráfego rodoviário definidas na norma EN 1991-2 [52]. As sobrecargas foram consideradas de forma assimétrica em metade do desenvolvimento do tabuleiro. Nos resultados obtidos é possível verificar que existem dois intervalos de esbelteza em que são eliminadas as tensões normais de tração no arco. O intervalo à esquerda corresponde a soluções esbeltas de “arco fino”, com relações  $e/l$  inferiores a cerca de  $1/300$ . O intervalo oposto, à direita, corresponde a soluções com arco de grande rigidez, com relações  $e/l$  superiores a  $1/40$ .

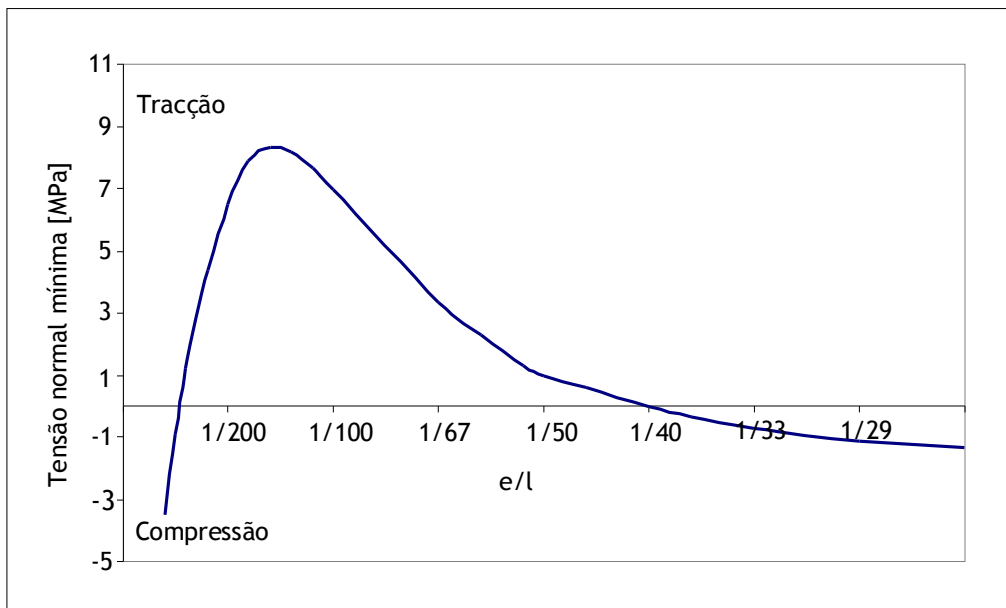


Figura 111: Tensão normal mínima nas secções do arco da Figura 112 em função da esbelteza (espessura/vão).

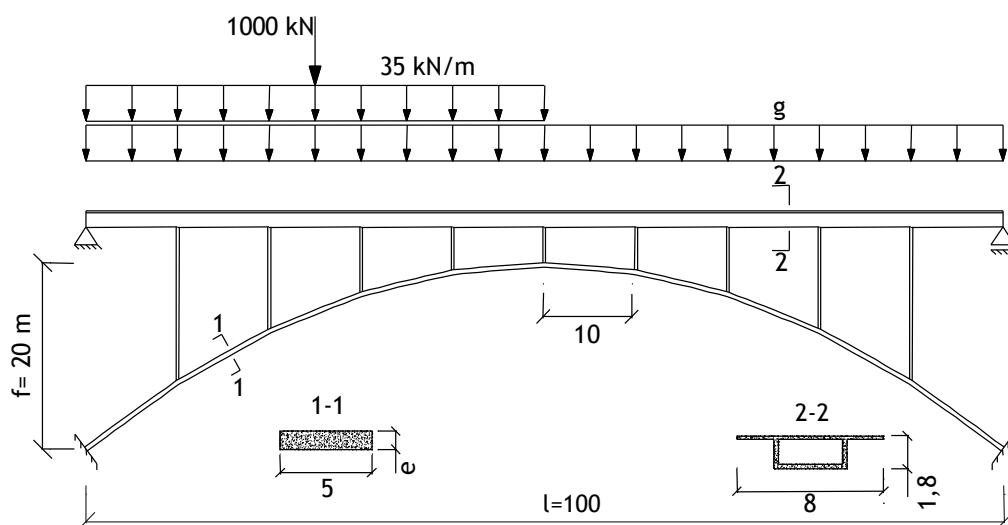


Figura 112: Ponte de arco contínuo para análise do efeito de rigidez relativa entre o arco e o tabuleiro.

Em estruturas de cantaria de granito a rigidez do arco pode condicionar a utilização da resistência à compressão disponível. A presença de esforços de flexão, resultantes de maior rigidez no arco, pode implicar que a utilização da resistência à compressão seja limitada pela descompressão das juntas.

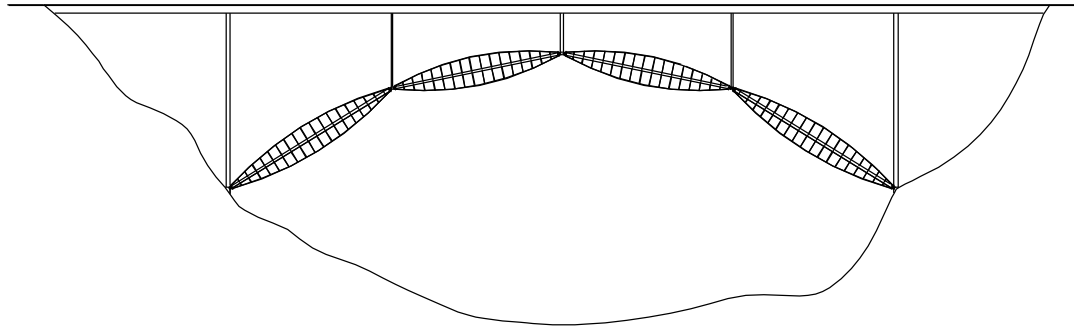
Em soluções de “arco fino” a utilização da resistência dos materiais é distinta do que se verifica para as soluções de “arco espesso” e para as soluções de arco de betão armado de rigidez intermédia. Para além da inexistência de tensões normais de tração, a redução acentuada dos esforços de flexão resulta em maior eficiência das secções transversais. Na ausência de esforços de flexão a totalidade da secção transversal é utilizada uniformemente de modo direto no equilíbrio das forças, com redução dos níveis de tensão instalados para uma dada espessura. O funcionamento sob reduzidas tensões de compressão pode ser exemplificado com cascas finas de betão [3], [4] onde, apesar dos grandes vãos, as tensões máximas de compressão são significativamente inferiores à resistência à compressão disponível, mesmo para materiais relativamente menos resistentes.

Da análise efetuada podem retirar-se conclusões gerais acerca da necessidade de resistência mecânica para o funcionamento das estruturas deste tipo. Pode afirmar-se que, salvaguardando eventuais problemas de instabilidade e a existência de defeitos, as necessidades de resistência dos materiais são essencialmente devidas à presença de esforços significativos de flexão, que impedem a utilização uniforme e efetiva das secções transversais. É possível estabelecer o contraste entre construções antigas que têm como base o elemento de arco e as construções modernas que, na generalidade, têm como base elementos tipo viga. A industrialização da produção de materiais metálicos, como o aço, possibilitou o recurso à resistência à tração para a construção de estruturas com forte componente de equilíbrio por flexão. Esse facto alterou de forma significativa a filosofia de conceção estrutural. O problema da segurança estrutural deixou de ser um problema de distribuição de rigidez como determinante de forças internas adequadas, passando a centrar-se essencialmente na adição de resistência e de material.

## **6.2. Soluções de arco articulado com troços contraventados**

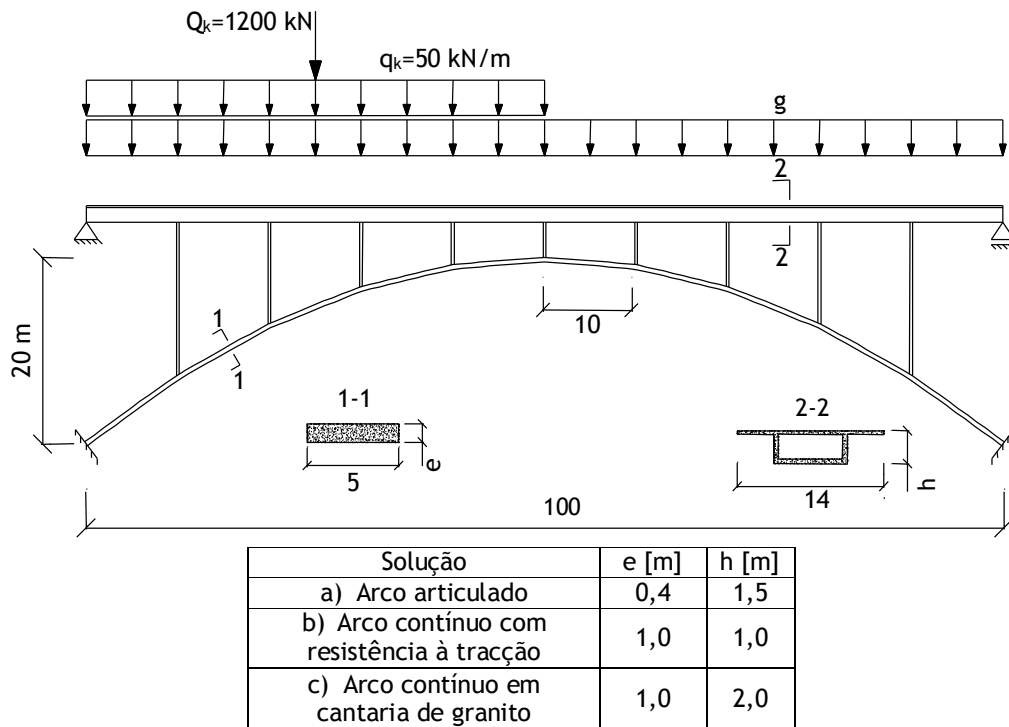
O gráfico da Figura 111 mostra que o intervalo de funcionamento de arco fino implica soluções muito esbeltas ( $e/l < 1/300$ ), sendo a construção de arcos de grande vão condicionada pela suscetibilidade a problemas de instabilidade por encurvadura local entre pilares. Relativamente à instabilidade global do arco, é geralmente suficiente a rigidez de flexão da viga contínua do tabuleiro. Uma possibilidade para resolver o problema consiste na construção dos arcos com troços contraventados por cabos laterais (Figura 113). O sistema de contraventamento dos troços do arco permite importantes reduções de peso e consumo de material do arco. Adicionalmente, torna possível a construção por pré-fabricação de cada um dos troços, com posterior montagem.

Na solução em causa é possível anular a rigidez “global” de flexão do arco compondo-o por troços articulados. Uma das vantagens dessa opção reside no facto de não serem necessárias cargas permanentes adicionais, além das resultantes do peso próprio e das forças de pré-esforço, para controlar a posição da resultante das compressões e evitar tensões de tração no arco. Note-se que, a menos de imperfeições e atritos, essa resultante mantém-se centrada na secção para todos os cenários de carga.



**Figura 113:** Solução de arco articulado com troços contraventados por sistemas de cabos e escoras laterais.

Para explorar as potencialidades da solução foi feita uma análise comparativa entre as seguintes soluções: a) solução de arco articulado; b) solução de arco contínuo com disponibilidade de resistência à tração; c) solução de arco em cantaria de granito com um nível intermédio de rigidez. Conforme se descreve na Figura 114, as soluções analisadas correspondem a um arco com vão de 100 m e flecha de 20 m, que suporta um tabuleiro contínuo de 10 vãos de 10 m. A viga do tabuleiro corresponde a uma secção em caixão com altura de 1,5 m para a solução a), de 1,0 m para a solução b) e de 2,0 m para a solução c). Para todas as soluções a largura do banzo superior é de 14 m e do banzo inferior de 7 m. A espessura do arco é de 0,4 metros para a solução de arco articulado e de 1,0 m para as soluções de arco contínuo, considerando-se uma largura de 5,0 m para todas as soluções. A condicionante relativa à solução c), de ausência de resistência à tração, é considerada na análise através da inexistência de tensões de tração para as combinações características de ações. Em estados limite últimos pode aceitar-se a abertura de juntas, mantendo a resultante do esforço axial dentro da secção.



**Figura 114:** Dados das soluções de arco analisadas para o estudo comparativo.

A comparação entre as soluções é estabelecida em termos dos esforços de flexão na viga do tabuleiro, do consumo de material e dos níveis de deformação em combinação frequente de ações. Na Tabela 1 constam os valores extremos dos momentos fletores na viga do tabuleiro e os deslocamentos verticais máximos. A eliminação da rigidez “global” de flexão do arco tem como consequência o aumento dos esforços de flexão nas vigas, com valores significativamente superiores aos que se verificam nas soluções de arco contínuo. No entanto, o impacto desse aumento de esforços não se revela crítico tendo em conta o aumento de 0,5 m na altura das vigas. Note-se que a grande inércia destas secções em caixão permite que não sejam muito condicionantes os acréscimos de esforços de flexão resultantes da ausência de rigidez de flexão no arco.

Na solução de arco contínuo em cantaria de granito o aumento de espessura para evitar a instabilidade por encurvadura condiciona a secção da viga do tabuleiro. A maior rigidez do arco tem que ser acompanhada por maior rigidez na viga, de modo a que seja controlado o aparecimento de tensões normais de tração. Desse modo, verifica-se um aumento global dos esforços de flexão que reduzem a eficiência deste tipo de soluções.

Uma vantagem da adoção dos sistemas de contraventamento lateral dos troços do arco é o facto de serem possíveis importantes reduções de material sem constrangimentos de fenómenos de instabilidade.

Os dados da Tabela 2 permitem a comparação em termos dos volumes globais de material de cada uma das soluções. É possível constatar que a solução de arco articulado proporciona uma significativa redução do consumo de material no arco. A redução de volume e peso global pode ter vantagens importantes, tendo em conta que neste tipo de estruturas o arco constitui um elemento crítico em termos de processo construtivo, em que o respetivo peso corresponde à solicitação mais relevante.

Solução	Momentos fletores máximos para combinação característica de ações [MNm]		Deslocamentos verticais máximos para combinação frequente de ações [cm]
	Tabuleiro	Arco	
a) Arco articulado	17	-	5,3 (1/1886 do vão total)
b) Arco contínuo com resistência à tração	7	10	3,5 (1/2857 do vão total)
c) Arco contínuo em cantaria de granito	13	6	2,0 (1/5000 do vão total)

**Tabela 1:** Comparação de momentos fletores e deslocamentos em serviço para diferentes soluções de arco.

Solução	Volume de material [m <sup>3</sup> ]		
	Arco	Tabuleiro	Total
a) Arco articulado	220	474	694
b) Arco contínuo com resistência à tração	550	456	1006
c) Arco contínuo em cantaria de granito	550	742	1292

**Tabela 2:** Comparação do consumo de material entre as três soluções de distribuição de rigidez.

### 6.3. Condicionantes de equilíbrio em pontes de arco esbelto de grande vão

A possibilidade de construir arcos muito esbeltos tem que ser conjugada com a disponibilidade proporcionada de materializar rigidez e resistência nas vigas do tabuleiro. Tal torna-se necessário para que os acréscimos de esforços de flexão não resultem condicionantes em termos de resistência/pré-esforço e das dimensões das secções transversais necessárias. Este aspeto permite perceber o contraste entre as primeiras soluções de arco fino [7], cujos vãos não excedem os 40 m, e outras soluções de maior vão. Pode considerar-se que esse contraste é demonstrado na comparação entre a ponte Schwandbach (l=40 m) e a ponte Salginatobel (l=90 m), ambas da mesma autoria e época, em que a diferença no vão do arco terá contribuído para as diferenças importantes entre as soluções adotadas. De acordo com [7], era opinião do autor das referidas pontes que as soluções de arco fino eram adequadas para pequenos vãos, onde as paredes de guarda corpos do tabuleiro pudessem ser usadas e

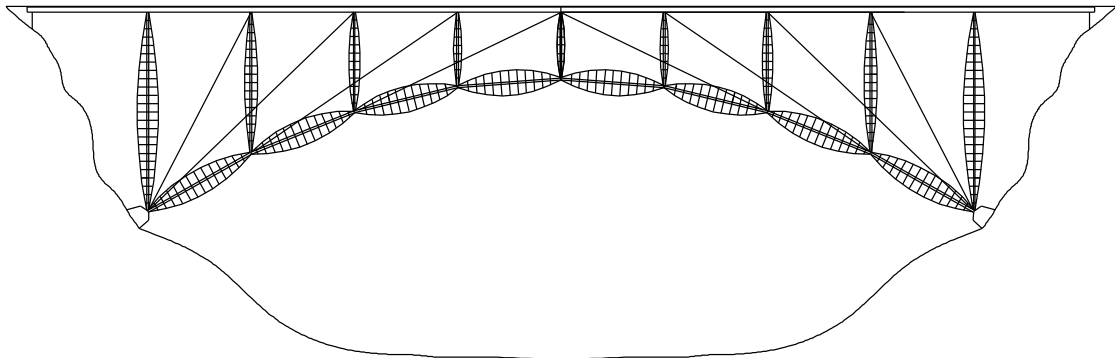
suficientes como elementos de rigidez. Desse modo, é possível que a redução de rigidez no arco não implique secções da viga do tabuleiro desproporcionadas relativamente às restantes dimensões da ponte. De forma coerente, o arco fino numa ponte com 40 m de vão foi substituído pelo arco rigidificado aligeirado de 90 m de vão da ponte Salginatobel.

Para além das condicionantes de rigidez mínima do tabuleiro para o equilíbrio das sobrecargas assimétricas, a manipulação de rigidez evidenciada nas referidas pontes deve ser relacionada com o processo construtivo. No caso da ponte Salginatobel terá sido possível reduzir a função de suporte dos cimbrês na construção do tabuleiro, tendo em conta que já se dispunha de um arco com rigidez e capacidade de carga suficientes. As condições de construção exigentes, tanto pela orografia como pelos meios disponíveis, justificaram a opção por um arco adequadamente rígido e leve, com capacidade de gerar autonomamente o equilíbrio necessário à construção dos restantes elementos da ponte, praticamente sem cimbre específico.

A construção de pontes de arco fino com vãos de maior dimensão, da ordem dos 250 m, ou para utilizações mais exigentes, como é o caso das pontes ferroviárias, poderá não ser eficiente se for baseada em ampliações de soluções do mesmo tipo para menores vãos. No presente trabalho, propõem-se soluções de arco esbelto de grande vão em que a redução da rigidez do arco não tem que ser necessariamente compensada ao nível do tabuleiro, mas sim por adição de sistemas leves de cabos de pré-esforço.

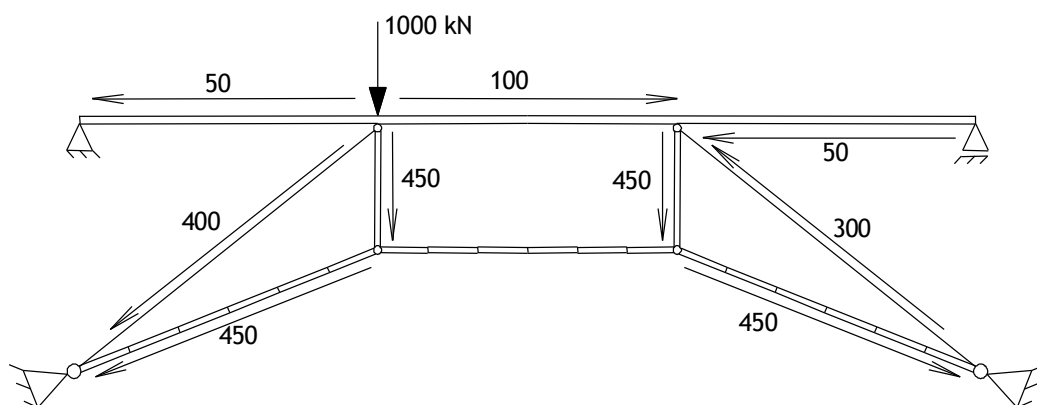
#### **6.4. Análise de soluções de arcos articulados com adição de rigidez**

A Figura 115 descreve a solução base para pontes de arco esbelto articulado com adição leve e eficaz de rigidez. Os cabos de rigidez adicionados participam na transferência direta das sobrecargas verticais não uniformes e contribuem para o equilíbrio global de momentos, que permite o equilíbrio das mesmas através do arco articulado.



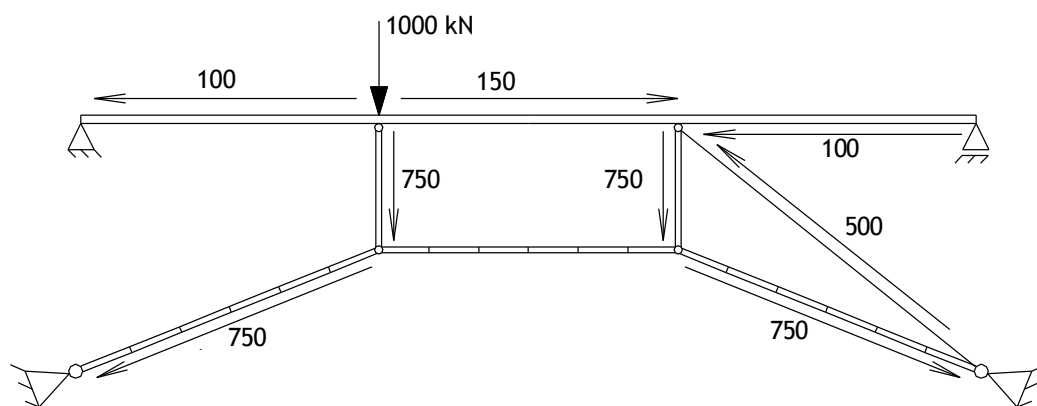
**Figura 115:** Solução de ponte de arco articulado com sistema adicional de rigidez na forma de cabos inclinados.

Na Figura 116 é descrito esquematicamente o equilíbrio de forças verticais para uma estrutura de arco articulado de dois vértices com adição de dois cabos de rigidez, sujeita a uma carga de 1000 kN. O arco suporta um tabuleiro contínuo de três vãos de 15 m, tendo a viga do tabuleiro uma rigidez à flexão de cerca de  $EI=8 \text{ GNm}^2$ . Os cabos de rigidez têm uma área de secção transversal de  $60 \text{ cm}^2$  e um comprimento de cerca de 20 m. O caminho de forças verticais correspondente ao cabo da esquerda é responsável pelo equilíbrio de cerca de 40% da força de 1000 kN, aliviando diretamente nessa função o arco e a viga do tabuleiro. Contrariamente, o cabo da direita não participa no equilíbrio direto da sobrecarga aplicada. As forças geradas nesse cabo e no apoio direito da viga do tabuleiro são responsáveis pelo equilíbrio de momentos que permite a participação do arco no equilíbrio de cerca de 45% da carga assimétrica.



**Figura 116:** Caminhos de forças verticais associados ao equilíbrio da carga exterior na solução com dois cabos de rigidez.

Numa solução sem participação do cabo da esquerda verificar-se-ia o acréscimo da quantidade de força equilibrada através do arco, que tem como consequência o aumento das forças equilibrantes do lado direito, tanto na viga do tabuleiro como no cabo (Figura 117).

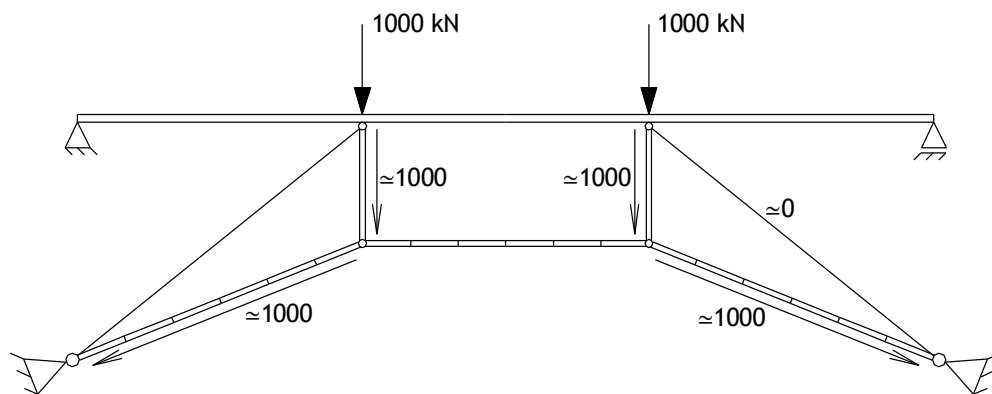


**Figura 117:** Caminhos de forças verticais associados ao equilíbrio da carga exterior na solução com um cabo.

Os cabos de rigidez adicionados funcionam essencialmente por mobilização da sua rigidez passiva, a menos do efeito relevante de manter os cabos ativos através de pré-esforço. No exemplo em análise, a aplicação de pré-esforço é apenas necessária para garantir que o cabo do lado esquerdo permaneça sempre tracionado, o que constitui a condição necessária para que a sua rigidez seja mobilizável diretamente. A necessidade de pré-esforço para o equilíbrio direto de forças pelos cabos é diretamente compensada pela redução dos momentos fletores na viga. A comparação entre a Figura 116 e a Figura 117 mostra que a força de “compressão” relativa de 400 kN no cabo da esquerda está associada a uma redução de cerca de 50% da flexão na viga. Na análise dos valores indicados é necessário ter em consideração o funcionamento menos eficiente de elementos tipo viga, quando comparado com o funcionamento de um tirante.

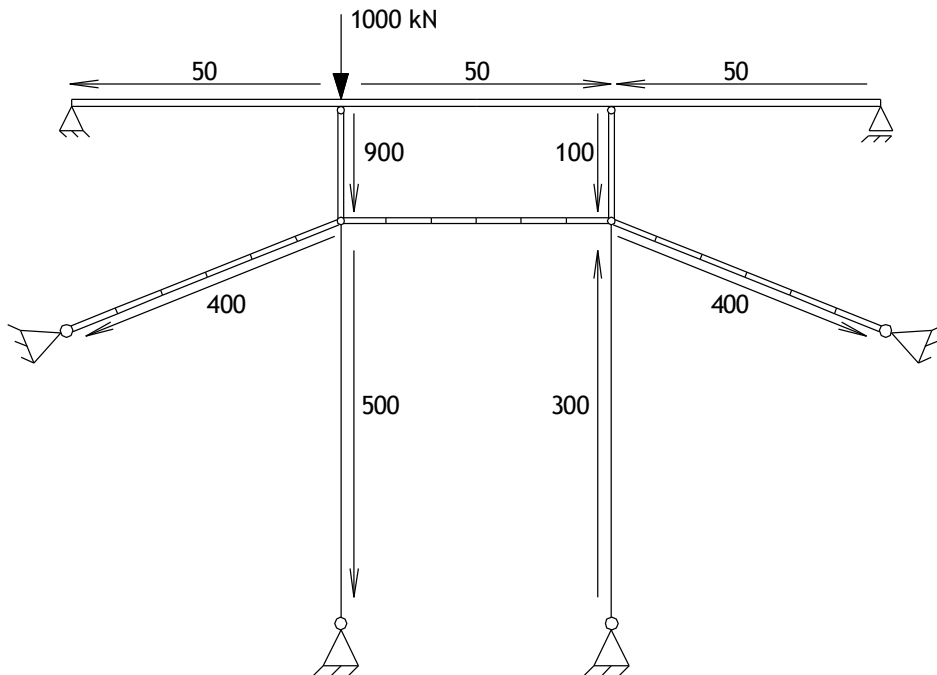
O aumento da participação dos cabos no equilíbrio direto ou indireto das sobrecargas é essencialmente determinado pela importância relativa dos respetivos parâmetros passivos da rigidez, nomeadamente, a área de secção transversal e a inclinação.

A elevada rigidez axial do arco comparativamente à dos cabos implica um comportamento distinto em termos do equilíbrio de sobrecargas simétricas. O equilíbrio dessas sobrecargas é totalmente garantido pelo arco, sem participação dos cabos (Figura 118).



**Figura 118:** Caminhos de forças associados ao equilíbrio de sobrecargas simétricas quase exclusivamente pelo arco dada a rigidez axial relativa.

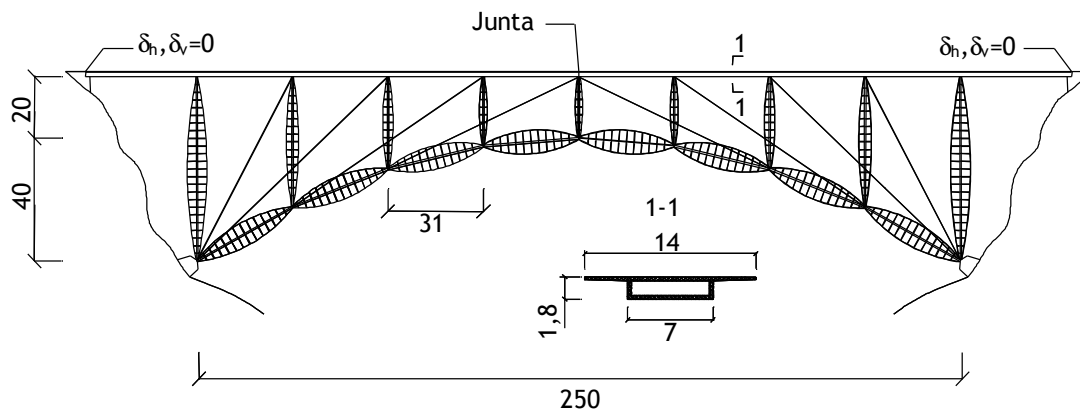
A relação entre a força vertical equilibrada por um cabo de pré-esforço comparativamente à sua área de secção transversal torna possível adotar o conceito de “pilar invisível”. Esse conceito pode ser melhor explorado através da análise de soluções semelhantes às acima descritas, mas com cabos verticais. A Figura 119 ilustra o caso de como dois cabos de aço verticais de 45 m de comprimento e com secção transversal de 60 cm<sup>2</sup> garantem o equilíbrio de cerca de 50% da carga assimétrica de 1000 kN. Note-se que o cabo vertical esquerdo tem uma participação maior no equilíbrio das forças verticais do que o arco.



**Figura 119:** Caminhos de forças verticais numa estrutura em arco com cabos adicionais verticais (“pilares invisíveis”).

## 6.5. Soluções de projeto

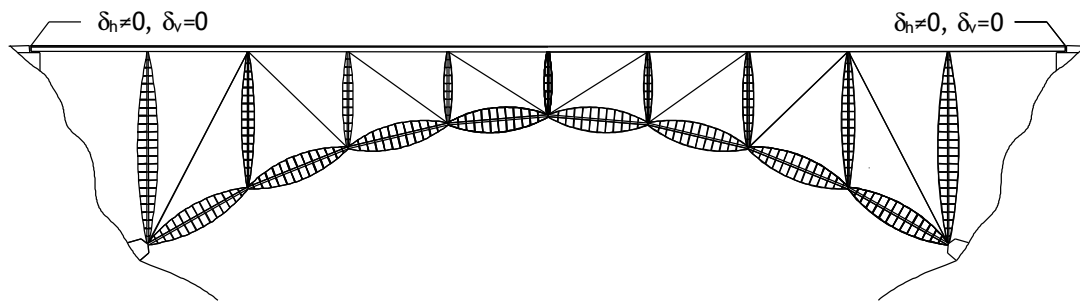
A primeira solução de ponte em arco esbelto desenvolvida no presente trabalho corresponde a um arco articulado com um vão de 250 m e flecha de 40 m, suportando um tabuleiro de 8 vãos de 31 m (Figura 120). A viga do tabuleiro é suportada por dois arcos paralelos compostos por troços contraventados similares à solução descrita na Figura 100, com espessura de 0,6 m e largura de 2,5 m. O sistema adicional de rigidez é composto por cabos inclinados, numa configuração de V invertido, em módulos de 4 cabos, com um par para cada arco. A viga do tabuleiro tem uma secção em caixão com a altura de 1,8 m, tendo o banzo superior e inferior 14 e 7 m de largura, respetivamente.



**Figura 120:** Solução A de ponte em arco articulado para um vão de 250 m.

A escolha do vão entre pilares, da ordem dos 30 m, constitui um aspeto relevante para a eficiência do sistema de cabos adicionado. Em pontes deste tipo, com viga em betão armado pré-esforçado, os esforços para relações  $l/h$  superiores a 30/1,8 podem tornar-se condicionantes em termos de pré-esforço, que poderá resultar desproporcionado. Adicionalmente, o aumento das dimensões das secções transversais da viga implica maior sensibilidade para gerar esforços de flexão, reduzindo-se a participação do sistema de cabos de rigidez adicionado.

As vigas do tabuleiro irão estar sujeitas a esforços axiais relativos às componentes horizontais das forças nos cabos de rigidez. Na configuração da Figura 120 evitam-se esforços de tração através da adoção de uma junta de dilatação na secção central e da fixação dos apoios horizontais nos encontros. A adoção de uma configuração diferente para os cabos (Figura 121) é uma alternativa para evitar esforços tração nas vigas do tabuleiro, não sendo necessária a junta na secção central e passando os apoios laterais de extremidade a apoios móveis. Essa hipótese alternativa tem como desvantagem o facto de se tornar muito exigente ao nível dos cabos junto às extremidades, que seriam responsáveis pelo equilíbrio da totalidade das forças horizontais geradas no tabuleiro e nos restantes cabos de rigidez.



**Figura 121:** Solução B, variante à da Figura 120, sem juntas no tabuleiro.

A configuração dos cabos de rigidez da Figura 120 implica a existência de distância entre o arco e o tabuleiro, de modo a existir rigidez mobilizável no sistema de cabos. Essa necessidade existe fundamentalmente para as sobrecargas localizadas na zona central. Uma configuração em que o tabuleiro estivesse junto ao arco teria como consequência que as sobrecargas aplicadas nessa zona central fossem essencialmente equilibradas pelo arco, o que resultaria num aumento dos esforços de flexão no tabuleiro e das deformações. Na solução em análise, para além do aspeto desfavorável da inclinação dos cabos, a deformabilidade na zona central é agravada pela existência da junta na secção central. Para as dimensões descritas na Figura 120, a solução proposta para o sistema adicional de rigidez constitui-se por módulos laterais de 4 cabos de 12 cordões e por dois módulos centrais de 4 cabos de 16 cordões. Existe a possibilidade de reduzir a quantidade de aço nos cabos do sistema de rigidez através do aumento da sua inclinação, tendo em conta as condicionantes geométricas presentes.

A análise não linear geométrica de um modelo da solução proposta permitiu verificar a respetiva viabilidade em termos de condições de equilíbrio, resistência e deformabilidade. A análise foi efetuada para as sobrecargas de tráfego rodoviário determinadas de acordo com a norma europeia EN 1991-2 [52] e considerando os cenários de carga da Figura 122. Foram determinadas as envolventes de momentos fletores na viga do tabuleiro (Figura 123 e Figura 124) para as combinações frequentes de ações e para estados limite últimos, respetivamente. A comparação de esforços com uma solução sem adição de cabos de rigidez (Figura 125) mostra que do sistema de cabos inclinados resultam reduções importantes de momentos fletores nas vigas. Adicionalmente, é atenuado o aparecimento de momentos de sinais opostos na mesma secção, o que constitui uma vantagem para as soluções de betão pré-esforçado.

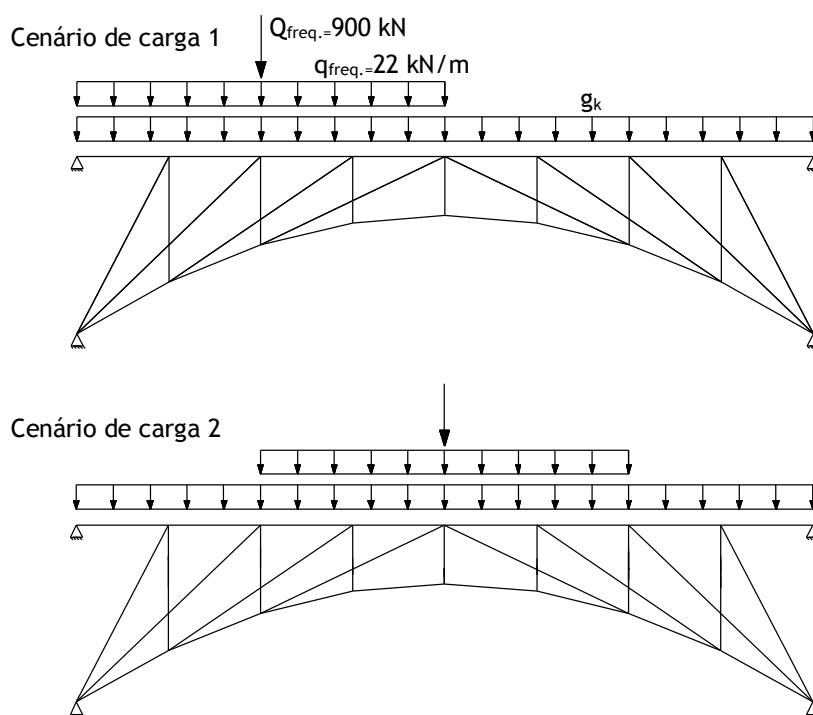


Figura 122: Cenários de carga considerados na análise de viabilidade das soluções.

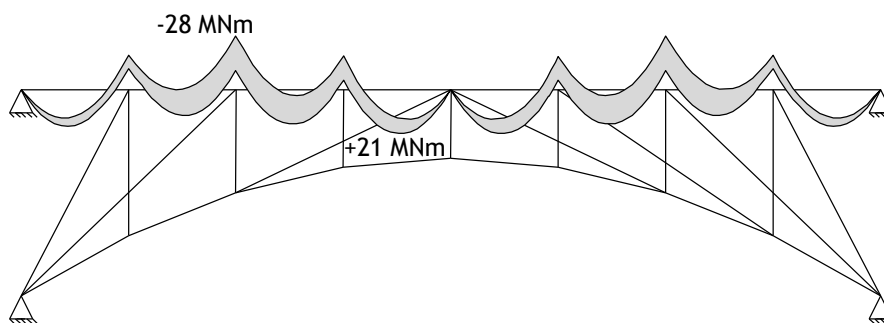
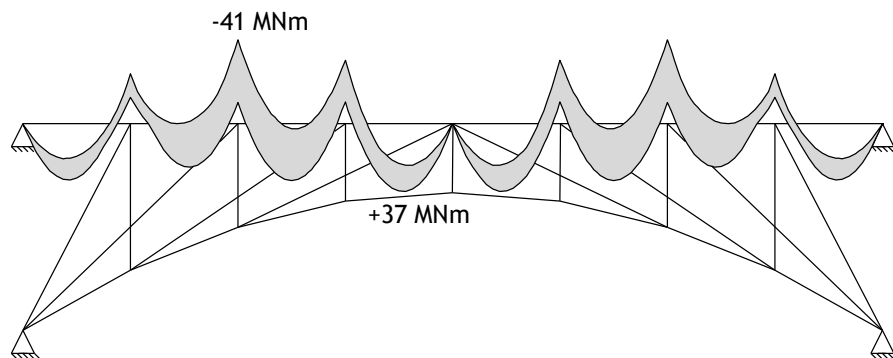
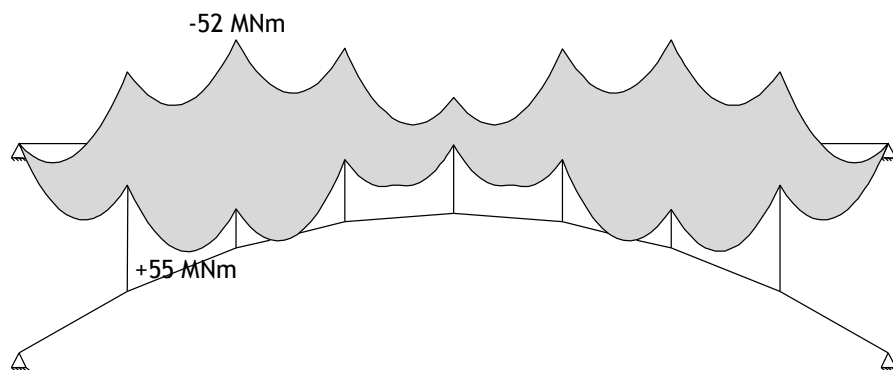


Figura 123: Envolvente de momentos fletores no tabuleiro para as combinações frequentes de ações.



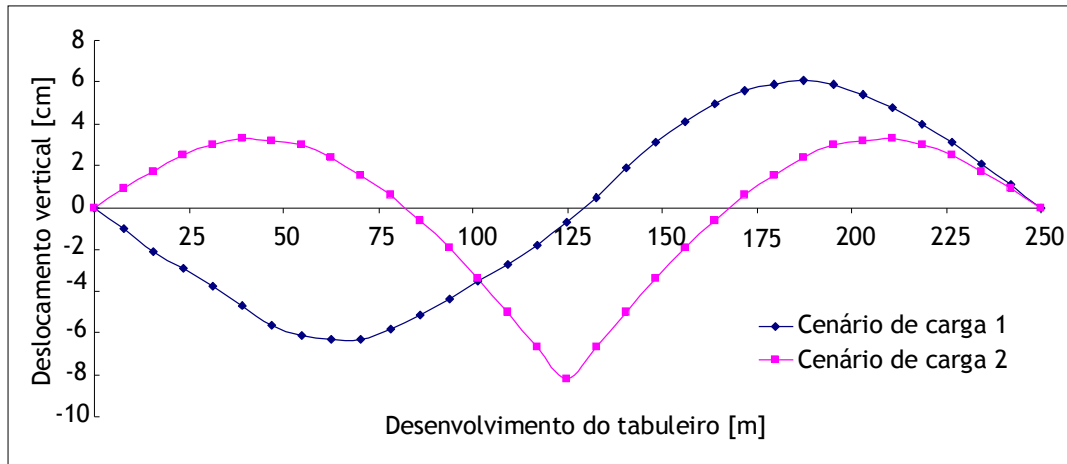
**Figura 124:** Envoltório de momentos fletores no tabuleiro para estados limite últimos.



**Figura 125:** Envoltório de momentos fletores no tabuleiro para as combinações frequentes de ações numa solução sem adição de cabos de rigidez.

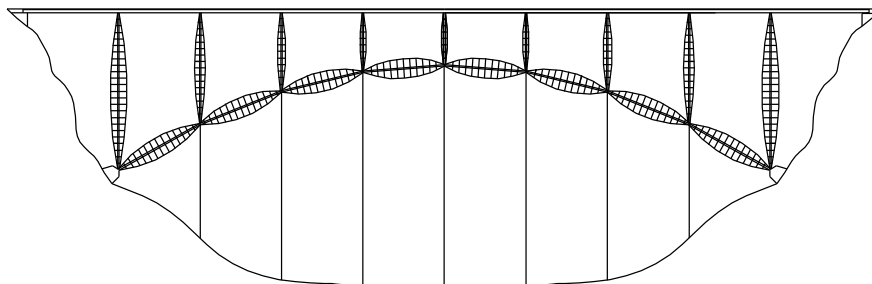
A força máxima instalada nos cabos de rigidez, para as combinações de ações relativas a estados limite últimos, é de 5 MN nos módulos centrais de 4 cabos de 16 cordões e nos módulos laterais de 4 cabos de 12 cordões. As tensões máximas instaladas serão de cerca de 520 MPa nos módulos centrais e de cerca de 700 MPa nos módulos laterais. Os diferentes valores de tensão instalada são devidos ao facto de os cabos adicionados funcionarem como elementos de rigidez, nomeadamente nos módulos centrais, e não só como elementos de pré-esforço.

A Figura 126 mostra a deformada do eixo da viga para as sobrecargas da Figura 122. A situação mais desfavorável para a combinação frequente de ações é provocada pelo cenário de carga 2, com um deslocamento vertical de 8,2 cm que corresponde a cerca de 1/3000 do vão total. A rotação correspondente na rótula central é de cerca de 1,8%.

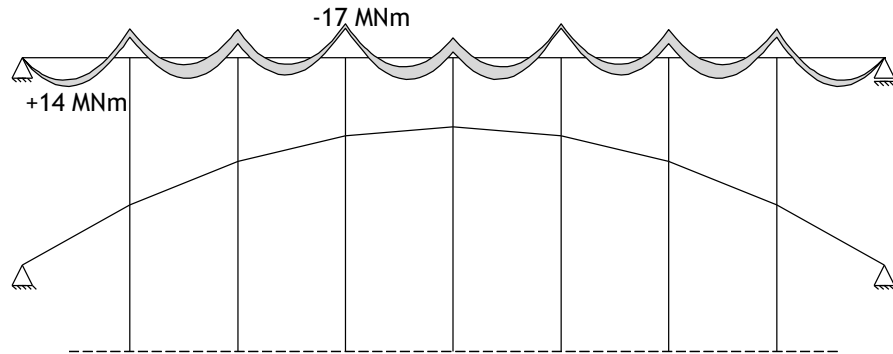


**Figura 126:** Deslocamentos verticais na viga do tabuleiro da Figura 123 para as combinações frequentes de ações.

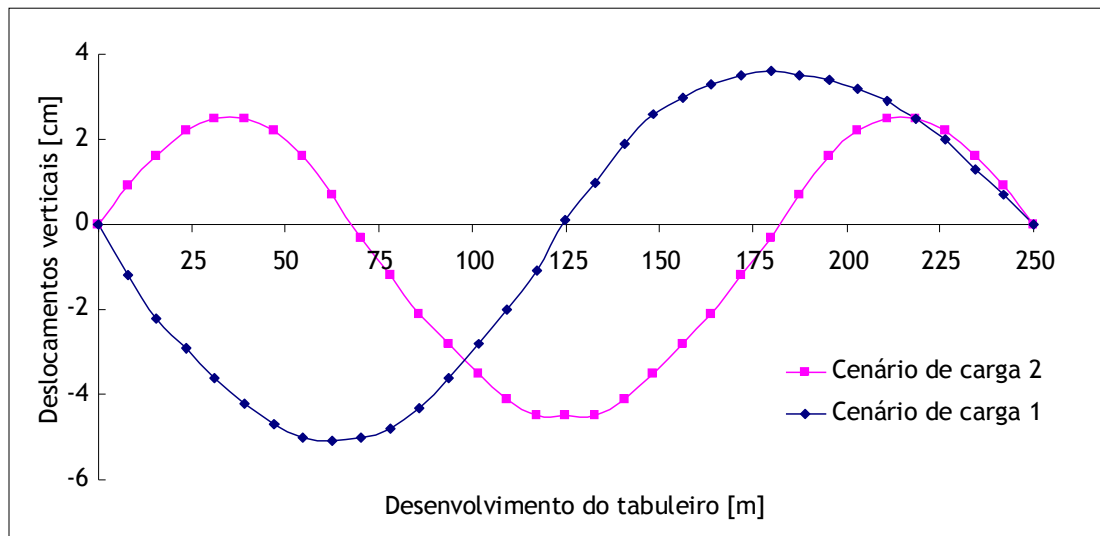
A disposição dos cabos na direção vertical (Figura 127), podendo considerar-se como “pilares invisíveis”, resulta num incremento da rigidez mobilizável em virtude da inclinação mais favorável. Assim, é possível a redução da altura do tabuleiro para 1,5 m e a adoção de módulos com 4 cabos de 12 cordões para cada “ pilar invisível”. Na Figura 128 está representada a envolvente de momentos fletores para as combinações frequentes de ações. A comparação com a envolvente representada na Figura 123 permite verificar a maior eficiência dos cabos colocados na direção vertical, resultando valores inferiores de momentos fletores no tabuleiro e a redução da variação de esforços para a alternância de sobrecargas. A maior rigidez que resulta da configuração adotada para os cabos reflete-se também nos deslocamentos verticais máximos para as combinações frequentes de ações. O valor frequente extremo é de aproximadamente 5,0 cm, que corresponde a cerca de 1/5000 do vão total. Para o comportamento favorável da solução contribui também o facto de não ser necessária a junta na zona central da viga, uma vez que a configuração vertical dos cabos não produz significativas forças de tração no tabuleiro.



**Figura 127:** Solução de ponte de arco articulado com sistema adicional de rigidez na forma de cabos verticais (“pilares invisíveis”).



**Figura 128:** Envoltória de momentos fletores no tabuleiro para as combinações frequentes de ações para a solução da Figura 127.

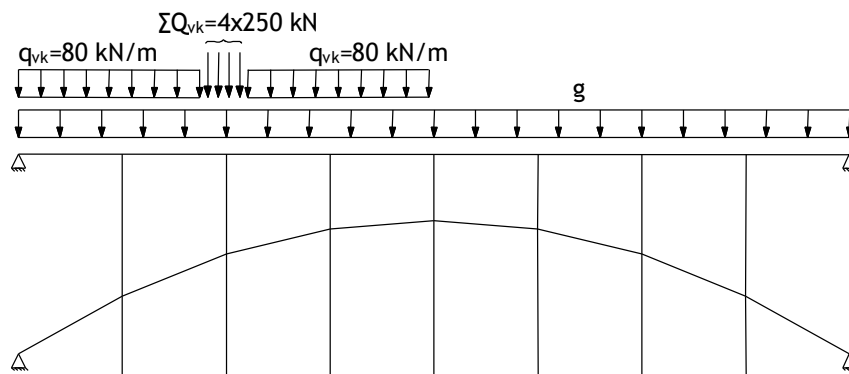


**Figura 129:** Deslocamentos verticais no tabuleiro da solução da Figura 128 para as combinações frequentes de ações.

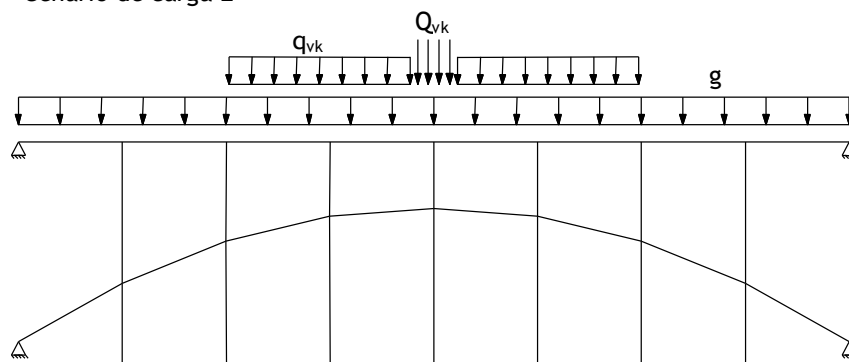
A utilização para tráfego ferroviário é mais exigente em termos de sobrecargas aplicadas e nos limites de deformação do que para o tráfego rodoviário. As necessidades de rigidez e resistência das vigas do tabuleiro tornam quase inviável a construção de pontes de arcos finos convencionais de grande vão para esse tipo de utilização, devido à altura desproporcionada das vigas. A adição de rigidez através de cabos pré-esforçados parece ser uma possibilidade para a construção desse tipo de estruturas para utilização ferroviária. Apresenta-se uma análise preliminar de uma ponte de arco articulado com 250 m de vão, com adição de cabos de rigidez verticais. Em relação às soluções rodoviárias, a altura da secção do tabuleiro é aumentada para 2,5 m, tendo o banzo superior a largura de 7 m para circulação de comboios numa única via. A rigidez do sistema de cabos é também aumentada, passando de módulos de 4 cabos de 12 cordões para módulos de 6 cabos de 27 cordões. Na análise foram considerados os cenários de carga descritos na Figura 130, definidos com base no modelo de carga 71, seguindo a norma europeia EN 1991-2 [52]. Na Figura 131 apresenta-se a envoltória de

momentos fletores para as combinações características de ações descritas na Figura 130. Na Figura 132 refere-se a mesma envolvente para estados limite últimos.

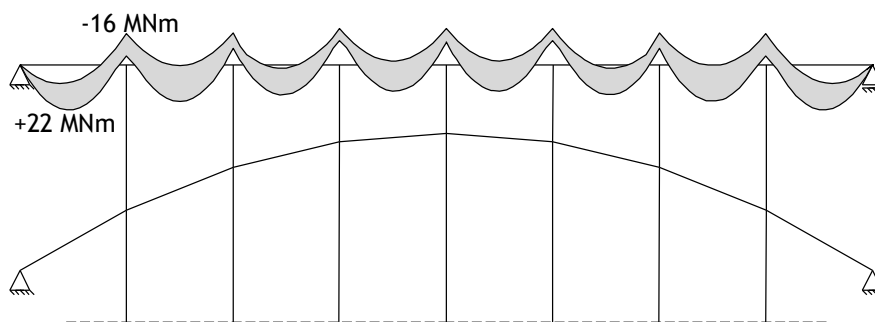
Cenário de carga 1



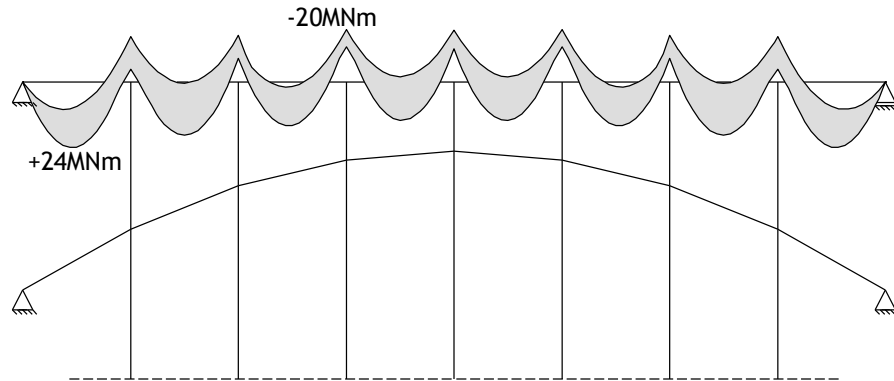
Cenário de carga 2



**Figura 130:** Cenários de carga considerados na análise de viabilidade das soluções para utilização ferroviária.

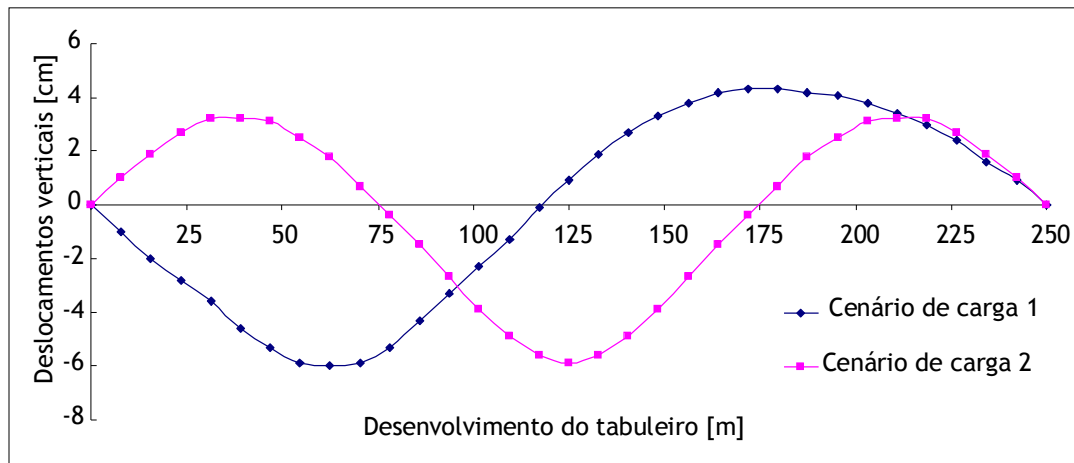


**Figura 131:** Envolvente de momentos fletores para as combinações características de ações em utilização ferroviária.



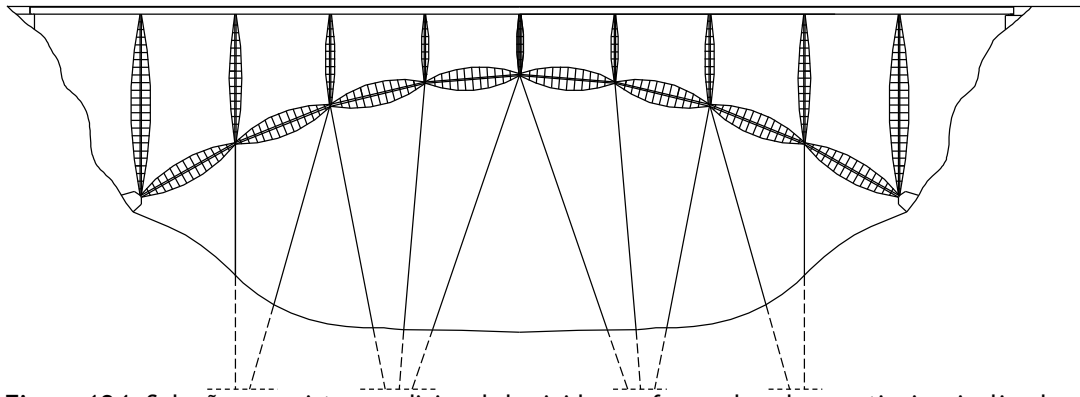
**Figura 132:** Envoltória de momentos fletores para as combinações de ações em estados limite últimos em utilização ferroviária.

No gráfico da Figura 133 constam os deslocamentos verticais para as combinações características das ações descritas na Figura 130. O deslocamento vertical máximo de cerca 6,0 cm corresponde a cerca de 1/4000 do vão total.



**Figura 133:** Deslocamentos verticais no tabuleiro da Figura 131 para combinações características de ações.

Para além da configuração apresentada na Figura 127, são possíveis outras configurações que diminuem os constrangimentos relativos à existência de cabos na parte inferior do arco (Figura 134). O comportamento global da solução não é alterado uma vez que não se verificam diferenças importantes em termos da rigidez adicionada.

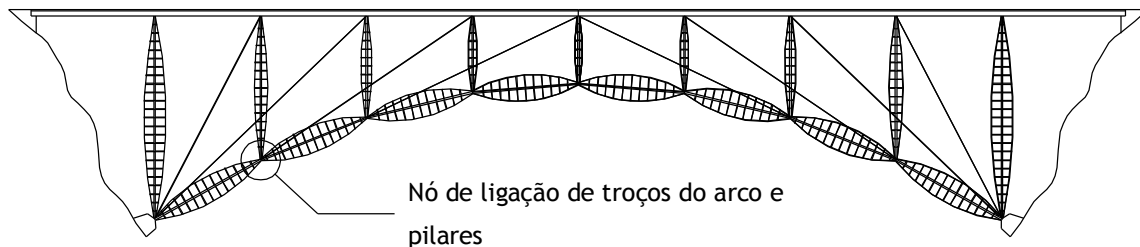


**Figura 134:** Solução com sistema adicional de rigidez na forma de cabos verticais e inclinados colocados sob o arco.

Todas as soluções propostas e analisadas são pouco sensíveis aos efeitos da variação de temperatura, uma vez que são compostas de elementos relativamente flexíveis. Os efeitos de variações de temperatura nos cabos traduzem-se essencialmente no esforço axial do arco que sofre variações relativamente reduzidas. No caso de um arrefecimento de 20°C apenas dos cabos resultará um acréscimo de cerca de 10% nos esforços axiais do arco, em relação aos provocados pelas cargas permanentes. As variações de temperatura no arco têm efeitos relativamente reduzidos em termos de esforços no tabuleiro e nos cabos.

## 6.6. Conceção do nó de ligação entre troços do arco e pilares

A solução proposta para os nós de ligação entre troços do arco e os pilares que suportam o tabuleiro (Figura 135) corresponde genericamente a uma ligação articulada através de cavilhão.

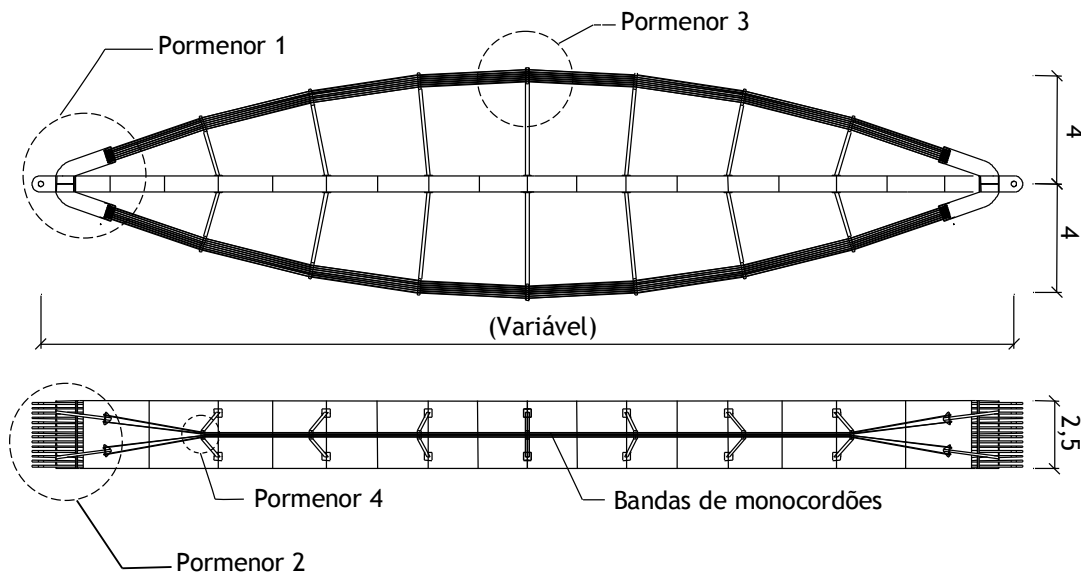


**Figura 135:** Localização de um nó de ligação de troços do arco e pilares de apoio ao tabuleiro.

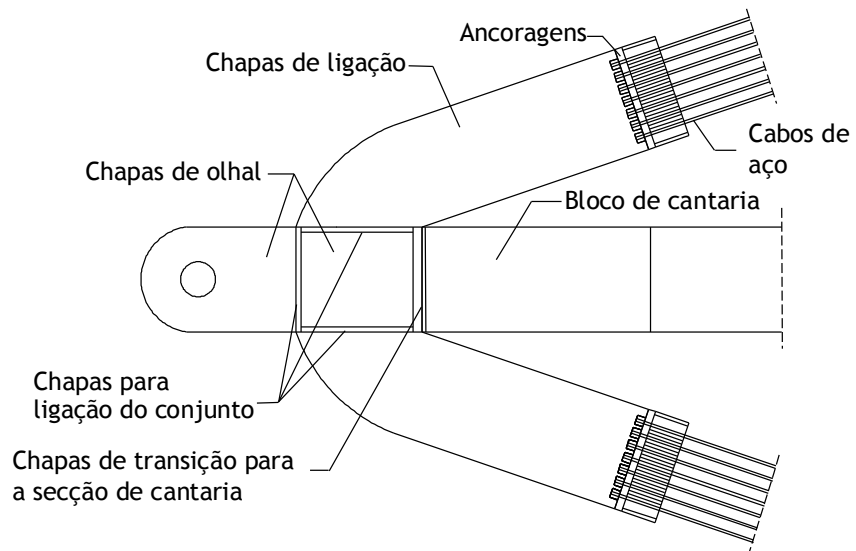
As dimensões e a geometria do nó são condicionadas pelo tipo de pré-esforço adotado para os cabos de contraventamento e respetivo sistema de ancoragem. Tendo como objetivo a possibilidade de substituição de cabos individuais com um mínimo de interferência no funcionamento da estrutura, considera-se vantajosa a solução de pré-esforço através de múltiplos monocordões de aço independentes, tanto na zona de ancoragem como nas selas de desvio sobre as escoras metálicas transversais. A aplicação do pré-esforço pode ser feita com

macacos colocados em ambas as extremidades, de modo a ser mais fácil manter o posicionamento das escoras transversais.

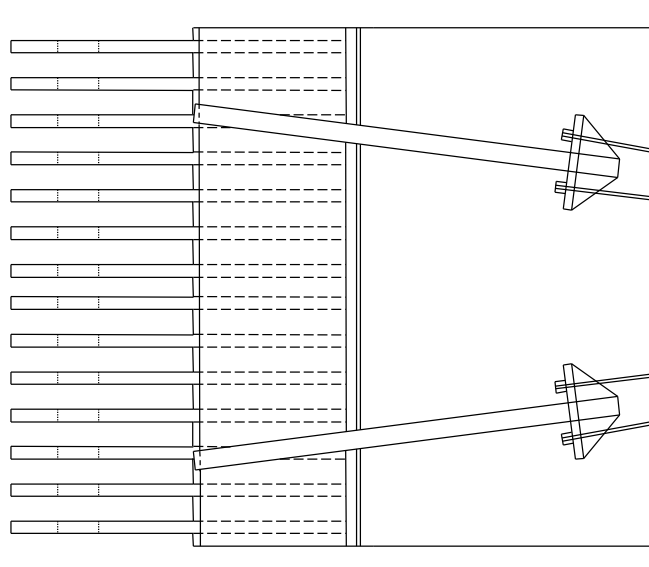
Na solução em estudo para utilização rodoviária, a secção transversal da escora de cantaria tem dimensões  $b \times h = 2,5 \times 0,6 \text{ m}^2$  e o sistema de contraventamento é composto por 28 monocordões na parte superior e inferior. Os monocordões podem ser distribuídos em bandas paralelas com 7 alinhamentos horizontais e 4 alinhamentos verticais. Na Figura 136 aparecem representados o alçado e a planta de um troço do arco, com pormenores da zona de extremidade representados na Figura 137 e na Figura 138. No plano vertical os 7 alinhamentos de monocordões são distribuídos numa altura de 60 cm (Figura 139). Os 4 alinhamentos da direção vertical distribuem-se em 2 grupos simétricos com um afastamento máximo de 1,2 m na zona de ancoragem, concentrando-se numa largura de 20 cm entre as duas escoras transversais mais próximas da extremidade (Figura 140).



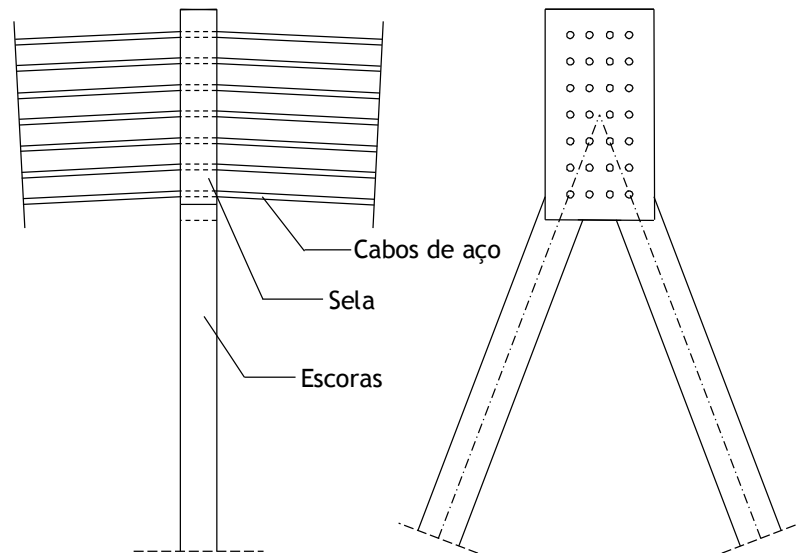
**Figura 136:** Alçado e planta de um troço articulado do arco.



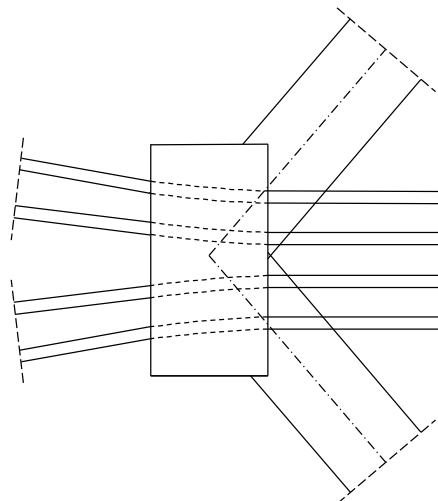
**Figura 137:** Pormenor 1 da Figura 136 correspondente à extremidade do troço de arco articulado.



**Figura 138:** Pormenor 2 da Figura 136 correspondente à extremidade do troço de arco articulado.



**Figura 139:** Pormenor 3 da Figura 136 correspondente à sela dos monocordões sobre as escoras transversais (alçado e corte).



**Figura 140:** Pormenor 4 da Figura 136 correspondente à sela dos monocordões sobre as escoras transversais mais próximas das extremidades do troço do arco (planta).

Os nós de ligação entre os troços do arco e os pilares que suportam o tabuleiro serão articulados através de uma cavilha única. Esses nós foram dimensionados para um esforço axial máximo de referência de 55 MN por cada “costela” do arco com secção transversal  $b \times h = 2,5 \times 0,6 \text{ m}^2$ , correspondente a sobrecargas ferroviárias. Para os pilares de apoio às vigas do tabuleiro foi considerado um esforço axial total de 15 MN, dividido por 2 pilares dispostos de forma simétrica.

Na Figura 141 está representado o esquema de ligação entre os troços do arco e um pilar de apoio à viga. A ligação entre esses elementos é estabelecida por uma cavilha comum com 200 mm de diâmetro. As chapas de olhal são dispostas de forma alternada (Figura 142) de modo a ser possível o encaixe das extremidades de cada um dos elementos, com um total de 14

chapas de 60 mm em cada uma das extremidades dos troços do arco e 12 chapas de 60 mm para apoio do pilar de ligação ao tabuleiro. Note-se que, para além da segurança da própria ligação metálica, existe a necessidade de distribuir as chapas de aço pela largura da secção transversal, de modo a reduzir a concentração de forças na secção de cantaria de granito, cujos efeitos poderiam ser desfavoráveis.

Na zona de ligação em análise concorrem também os cabos de rigidez das pontes em arco (Figura 135). Esses cabos serão ligados exteriormente na cavilha em peças articuladas, sendo dispostos lateralmente de forma simétrica.

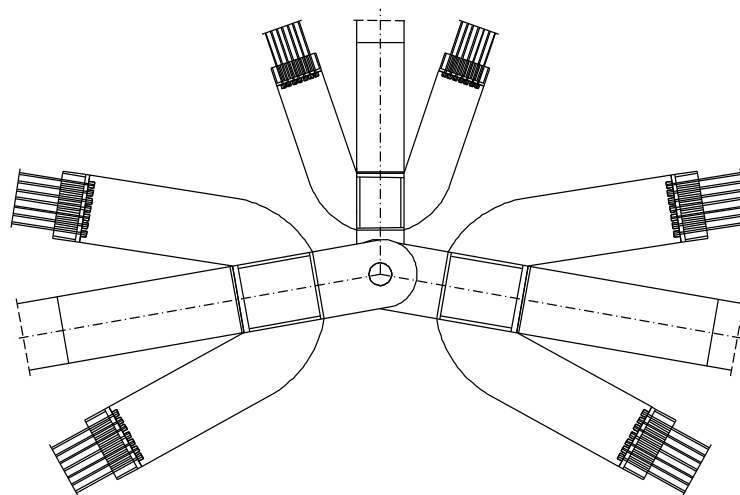


Figura 141: Esquema de ligação entre troços do arco e pilares de apoio à viga do tabuleiro.

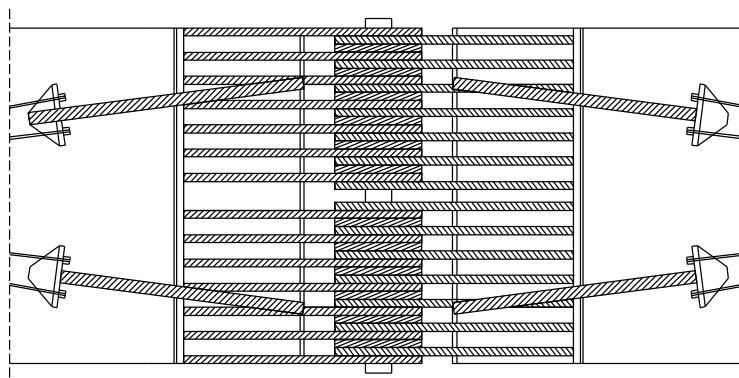
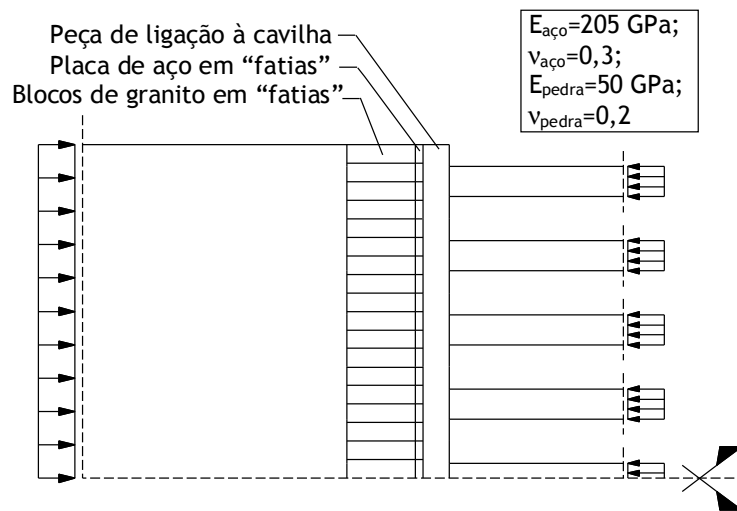


Figura 142: Esquema de encaixe das chapas de olhal.

## 6.7. Zona de transição entre peças de aço e blocos de cantaria

A zona de transição das peças metálicas do nó para os blocos de cantaria de granito pode ser condicionante para a estabilidade da pedra pelas forças de compressão localizadas e pelo contacto entre materiais com rigidez distinta. Como consequência, podem resultar forças transversais de tração no granito e a concentração de tensões de compressão [6], que podem eventualmente provocar uma rotura precoce. As forças transversais de tração resultantes da aplicação concentrada das forças longitudinais nas chapas de aço podem ser evitadas através da disposição de elementos “em fatias” na zona adjacente às peças metálicas. Desse modo, reduz-se a rigidez transversal que permite o alargamento dos caminhos de forças de compressão, não sendo geradas essas forças transversais. Os elementos em fatias correspondem a blocos de cantaria e a chapas de aço, sendo estas colocadas entre os blocos e a chapa metálica de maior espessura (Figura 143).



**Figura 143:** Planta da zona de transição do nó de ligação para a escora de cantaria.

Através da análise de um modelo de elementos finitos de um dos módulos representados na Figura 143 (Figura 144), com modelação dos blocos em fatias desligadas, obteve-se a distribuição de tensões normais da Figura 145, correspondente a uma secção de granito adjacente à placa de aço em fatias. O aumento da espessura da chapa de aço comum resulta em distribuições das tensões normais de compressão mais uniformes, sendo favorável. Na direção transversal não se verificam tensões normais de compressão relevantes na secção A-A' junto das placas de aço (Figura 146). Nas restantes secções dos blocos verificam-se tensões transversais de tração inferiores à resistência à tração do granito (Figura 147). As tensões normais de compressão fora da zona de blocos em fatias têm uma distribuição praticamente uniforme, com uma amplitude entre valores extremos de cerca de 5 MPa (Figura 148).

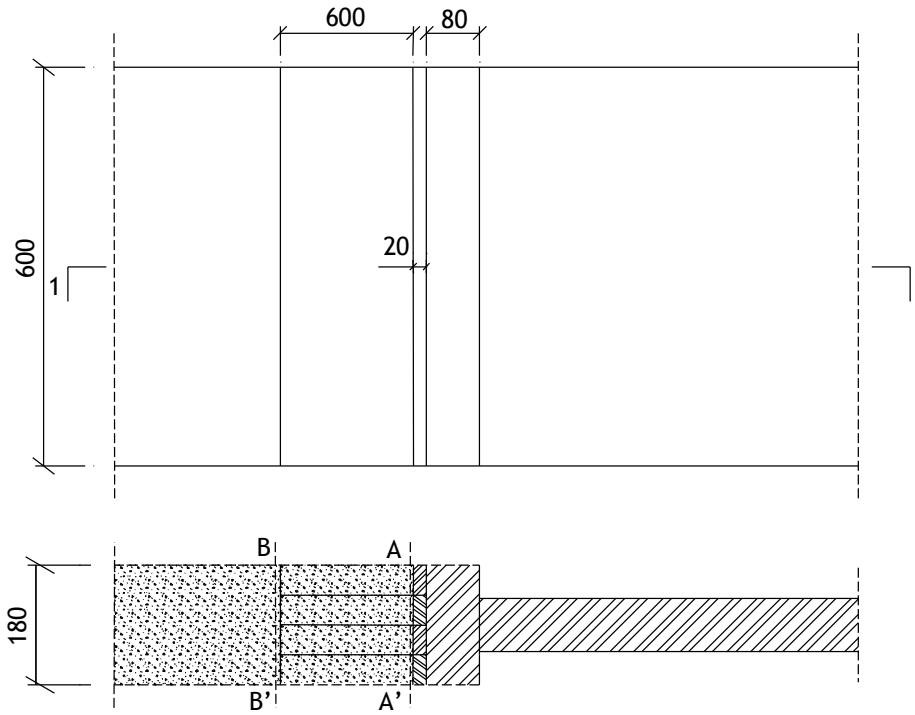


Figura 144: Alçado e corte horizontal de um módulo da zona de transição do nó metálico de ligação para a escora de cantaria.

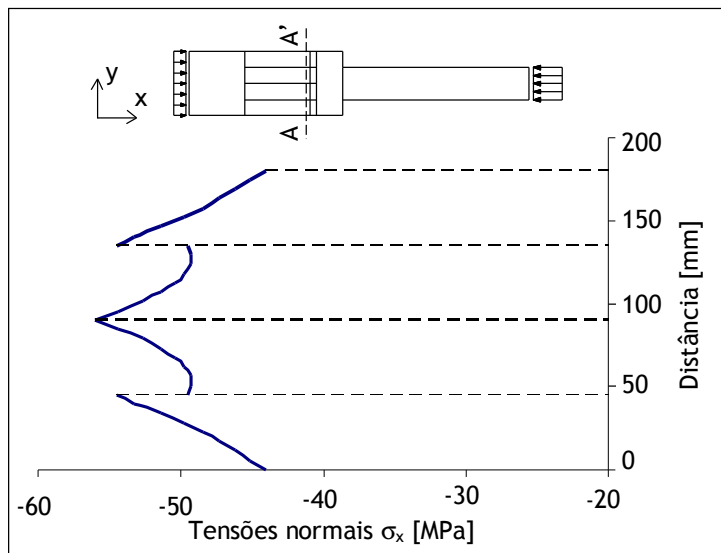


Figura 145: Tensões normais  $\sigma_x$  na secção A-A'.

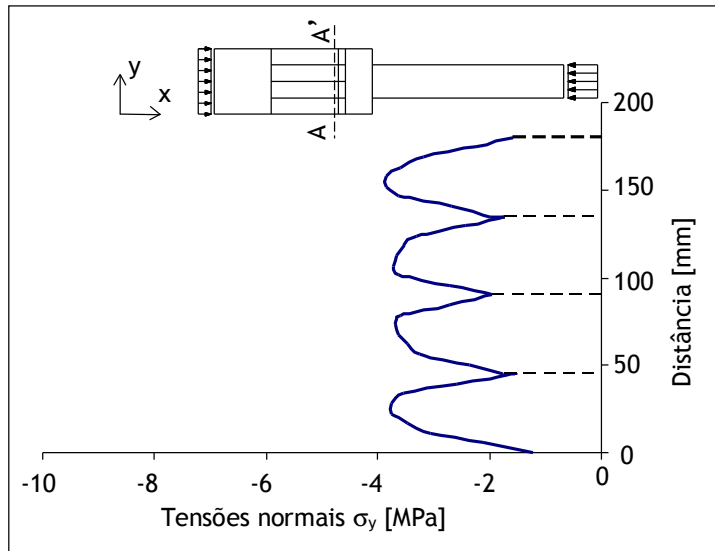


Figura 146: Tensões normais  $\sigma_y$  na secção A-A'.

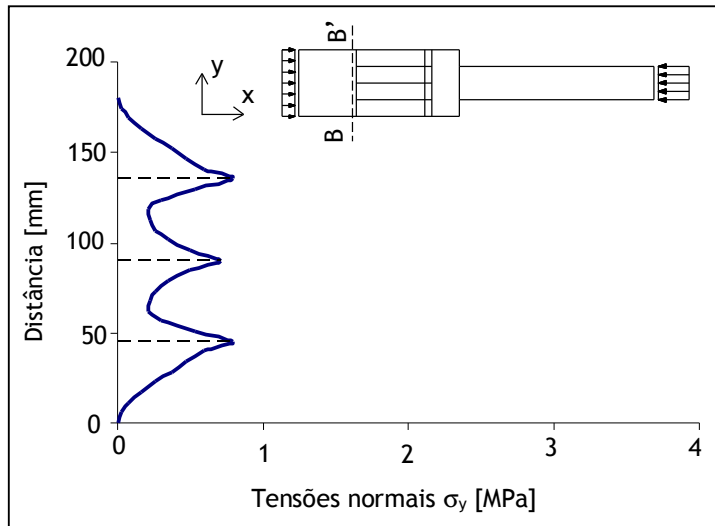


Figura 147: Tensões normais  $\sigma_y$  na secção B-B'.

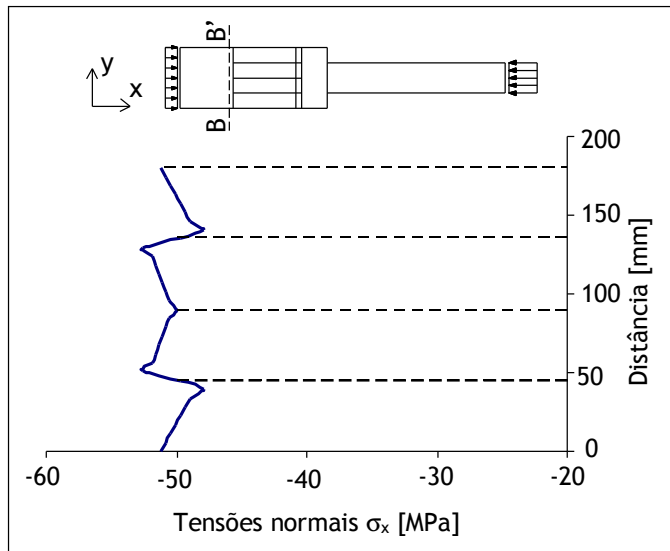


Figura 148: Tensões normais  $\sigma_x$  na secção B-B'.

A distribuição de tensões normais transversalmente ao eixo da escora de cantaria aparece representada na Figura 149, verificando-se uma distribuição não uniforme com uma amplitude entre valores extremos de cerca de 6 MPa. No caso eventual de um gradiente de tensões mais acentuado pode justificar-se a adoção de capitéis (Figura 150), que permitem reduzir o nível de tensões na zona crítica [6].

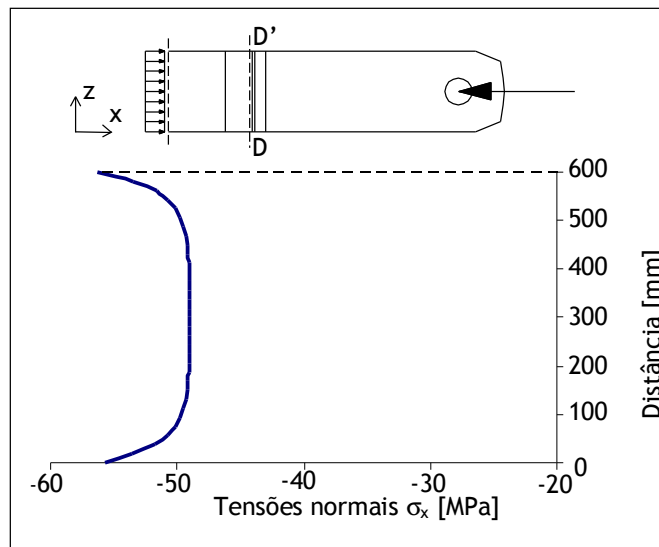


Figura 149: Tensões normais  $\sigma_x$  na secção D-D'.

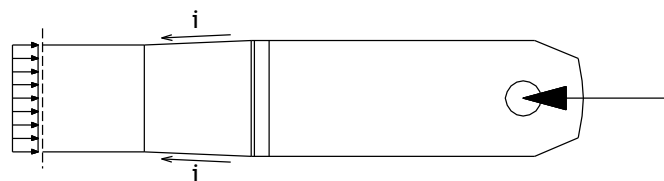


Figura 150: Solução com capitel de transição.

De acordo com [6], a geometria do capitel tem que ser escolhida de modo a resolver o problema na secção crítica sem criar concentrações de tensões na transição entre o capitel e a secção uniforme da escora. A adoção de um capitel com inclinação  $i=0,05$  reduz a intensidade das tensões normais longitudinais na secção E-E' de transição aço-granito (Figura 151) e, simultaneamente, reduz a concentração de tensões na secção F-F' (Figura 152) de transição capitel-secção uniforme.

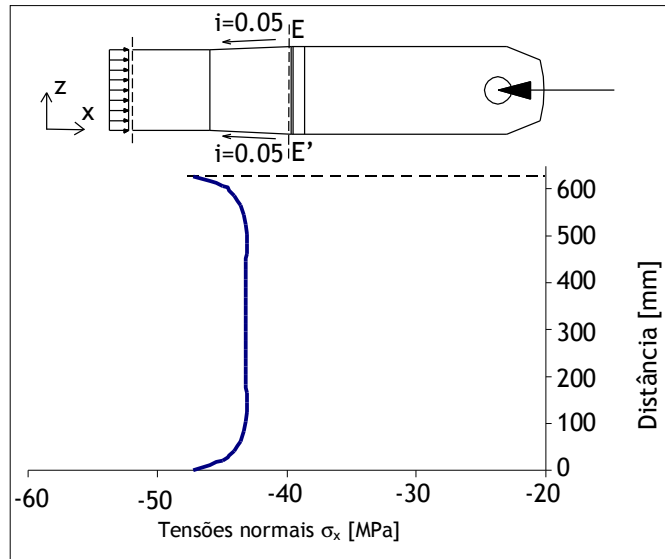


Figura 151: Tensões normais  $\sigma_x$  na secção E-E' para a transição chapa metálica-capitel.

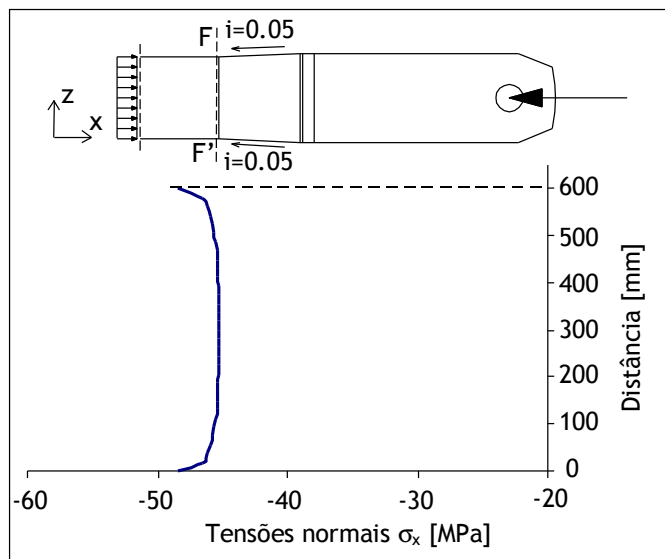


Figura 152: Tensões normais  $\sigma_x$  na secção F-F' na transição capitel-secção uniforme.

## 6.8. Resumo e discussão do capítulo 6

As pontes de arco são exemplos de estruturas em que a manipulação da rigidez tem consequências importantes no tipo de esforços gerados e na forma como é utilizada a resistência disponível. A reduzida rigidez de flexão de arcos finos elimina praticamente os esforços de flexão resultantes de sobrecargas não uniformes, assentamentos de apoio ou variações de temperatura. Desse modo, existe a garantia de que as secções do arco possam funcionar sempre em compressão praticamente uniforme com valores reduzidos.

Nas soluções de arco fino convencionais o equilíbrio de momentos para cargas não uniformes é assegurado pelas vigas contínuas do tabuleiro, o que se pode tornar inviável em pontes de grande vão ou para utilizações mais exigentes, como é o caso do tráfego ferroviário. A construção de pontes de arco fino de grande vão pode ser viável através da adição de sistemas leves de rigidez na forma de cabos de pré-esforço. A mobilização da rigidez passiva dos cabos faz com que estes participem de forma direta no equilíbrio de sobrecargas verticais e no equilíbrio de momentos que permite o equilíbrio de sobrecargas assimétricas através do arco. As vigas do tabuleiro são aliviadas nessas funções, verificando-se importantes reduções de esforços e de deformações. Desse modo, é possível construir soluções em que tanto o arco como as vigas do tabuleiro são esbeltos.

As soluções de pontes em arco com os sistemas de cabos adicionais serão pouco condicionadas pela resistência dos materiais, uma vez que a quase inexistência de esforços de flexão faz com que os níveis de tensão resultantes sejam bastante reduzidos. Os aspetos condicionantes passam a estar relacionados com os limites de deformação em serviço, existindo eventualmente a necessidade de incremento de rigidez e não de resistência. Os cabos adicionais funcionarão por mobilização da sua rigidez passiva, manipulável, por exemplo, através da inclinação e da área de secção transversal. As forças de pré-esforço são apenas necessárias para garantir que os cabos estão sempre tracionados, sendo essa a garantia de que a referida rigidez é mobilizável.

O efeito de contraventamento e equilíbrio transversal dos cabos laterais nas escoras de cantaria que compõem os troços do arco articulado resultam num conjunto de vantagens em termos de processo construtivo. As significativas reduções de espessura resultam em importantes reduções de peso e consumo de material. A possibilidade de pré-fabricar cada um dos troços, com posterior montagem atirantada através das margens, evita o recurso a cimbramentos para todo o arco e permite um processo construtivo mais rápido. Adicionalmente, constitui uma possibilidade de maior controlo de qualidade na execução dos troços do arco.

Para os nós de ligação entre os troços do arco e os pilares de apoio do tabuleiro propõe-se uma ligação em aço do tipo articulado com cavilha. A zona de nó constitui uma zona de descontinuidade com aplicação de forças de forma localizada, onde podem surgir forças

transversais de tração elevadas. A proposta de solução para esse problema consiste na adoção de blocos cortados em “fatias”. Esse procedimento reduz a rigidez transversal e conseqüentemente a sensibilidade para que essas forças sejam geradas. O eventual surgimento de gradientes acentuados de tensões normais de compressão, em resultado do contacto de materiais com diferente rigidez, pode ser resolvido pela adoção de capitéis que reduzem o nível de tensão na zona de contacto entre a pedra e as chapas de aço.



# Capítulo 7

## Conclusões gerais e perspectivas futuras

### 7.1. Conceitos fundamentais para a concepção de estruturas

A abordagem aos conceitos fundamentais da mecânica como é o caso de força, rigidez e transição em desequilíbrio permitiu a definição de uma via construtiva de concepção estrutural. Essa via assenta numa sequência construtiva em que a adição de material ocorre como manipulação de parâmetros de rigidez, de modo a que as forças internas resultem adequadas às condicionantes presentes.

O procedimento de concepção estrutural deve orientar-se pelo conhecimento, mais ou menos aproximado, do sistema de caminhos de força que resultará no sistema a construir, com avaliação da sua adequação às condicionantes. Na determinação desses caminhos é útil associar a transição de um sistema estrutural para um novo estado de equilíbrio a conceitos de transferência de informação, utilizando ferramentas matemáticas como é o caso dos campos vetoriais e dos conceitos associados.

O trabalho futuro a desenvolver deve centrar-se na determinação e representação dos caminhos de forças com a maior aproximação possível à realidade física. Esse trabalho parece ter especial margem de desenvolvimento em estruturas de funcionamento tridimensional.

### 7.2. Comportamento mecânico do granito de alta resistência

O estudo do comportamento mecânico do granito de alta resistência centrou-se na análise sob o ponto de vista da mecânica dos processos de destruição interna. Pode considerar-se como relevante a abordagem dos materiais como sistemas estruturais, em que a capacidade de carga é determinada pelo nível de imperfeições, condições de fronteira e características do carregamento. No caso do granito os fatores que determinam a capacidade de carga de mini ou micropilares imperfeitos são condicionantes para o comportamento mecânico do material.

No presente trabalho propõe-se como mecanismo fundamental de progressão de fissuras o deslocamento relativo das suas faces irregulares encaixadas, que tem como consequência a indução de forças transversais de tração nas pontas. A análise do processo de destruição interna com base no modelo proposto tem que incorporar fatores condicionantes, como é o caso da composição mineralógica, disposição e tamanho dos grãos e o gradiente das tensões de compressão aplicadas. Desse modo, parece possível prever e explicar diferenças no comportamento mecânico entre granitos de alta e baixa resistência e entre granitos e outros tipos de rochas de natureza semelhante. A análise é também extensível ao estudo do

comportamento mecânico de betões, ajudando a perceber as diferenças de comportamento entre betões de alta e baixa resistência.

Foram indicados os limites de resistência do material a considerar em fase de projeto, tendo em conta condições específicas de solicitação, como é o caso de cargas constantes de longa duração e cargas cíclicas. As perspectivas de trabalho futuro devem orientar-se pela definição de procedimentos experimentais que permitam a determinação de limites de resistência do material em condições mais aproximadas das verificadas nas estruturas a construir. Nesses procedimentos parece ser necessário ter em consideração aspetos como a existência de gradientes nas tensões de compressão e a escala dos elementos. Desse trabalho deve resultar a definição de fatores de segurança que permitam determinar valores efetivos da resistência do material ( $f_{gd}^*$ ) em função de condições específicas.

### **7.3. Contribuição para a conceção de coberturas de tipo casca**

Através da utilização de campos vetoriais é possível uma descrição global do equilíbrio de membrana, sendo esses campos definidos a partir das equações diferenciais de equilíbrio para cascas de forma arbitrária. O equilíbrio na direção vertical é descrito por campos vetoriais definidos em função das inclinações da superfície e das projeções horizontais dos esforços de membrana. Para o equilíbrio no plano horizontal de projeção resultam campos vetoriais semelhantes aos obtidos para problemas em estado plano de tensão. É possível a representação de tubos de continuidade que descrevem caminhos de componentes das projeções dos esforços de membrana.

Através de campos vetoriais é possível obter a forma anti-funicular de cascas para um sistema de forças predefinido. Esse sistema de forças é composto pelas projeções horizontais dos esforços de membrana e por componentes verticais associadas a uma solução de equilíbrio de laje. O procedimento é independente dos parâmetros de rigidez e o sistema de forças predefinido só se verifica na estrutura resultante através da aplicação de pré-esforço. Sem pré-esforço a estrutura resultante apenas gera as forças equilibrantes após uma fase de transição em desequilíbrio da própria casca, passando a ser condicionante a distribuição de rigidez. A aplicação de pré-esforço parece ser uma condição indispensável nos procedimentos de obtenção de forma para sistemas de forças predefinidos. Caso contrário, o sistema de forças resultante e o sistema de forças predefinido serão diferentes, com diferenças que podem ser relevantes.

Um procedimento alternativo de obtenção de forma anti-funicular é a inversão de membranas suspensas, em que existe dependência dos parâmetros de rigidez. Na ausência de pré-esforço a estrutura tem que gerar as forças internas equilibrantes após uma transição em desequilíbrio, o que resulta nessa dependência. O sistema de forças resultante pode ser condicionado através da manipulação da rigidez, tendo por base a relação entre forma e

forças que garante uma transição mínima. Nesse tipo de estruturas pode ser também conveniente a aplicação de pré-esforço, uma vez que, para além de garantir o equilíbrio das reações horizontais resultantes, minimiza as diferenças entre a solução do modelo suspenso e a solução invertida.

As perspectivas de trabalho futuro devem centrar-se na determinação e representação de caminhos de forças neste tipo de estruturas com funcionamento tridimensional, partindo do contributo preliminar apresentado no presente trabalho. Perspetiva-se também o desenvolvimento de soluções para cascas pré-esforçadas em pedra, com análise da escolha das soluções mais eficientes entre as múltiplas possibilidades de forma e pré-esforço. Torna-se também necessário o estudo e desenvolvimento de soluções práticas dos sistemas e procedimentos de aplicação de pré-esforço que sejam adequados ao tipo de estruturas e materiais em causa.

#### **7.4. Contribuição para a conceção de vigas e pilares em cantaria de granito**

Através da adoção de cabos de pré-esforço laterais e escoras transversais de ligação é possível a construção de pilares em cantaria de granito com elevada carga crítica e com a capacidade de equilibrar cargas transversais. Em funcionamento tipo viga a reduzida rigidez relativa da escora de cantaria implica que as suas secções estejam sujeitas a reduzidos esforços de flexão e, conseqüentemente, a reduzidos níveis de tensão de compressão. O funcionamento eficiente desse tipo de estruturas para diferentes cenários de carregamento é dependente da colocação de diagonais, o que resulta no funcionamento de banzo de viga com esforços variáveis nos cabos laterais de contraventamento e na escora de cantaria.

Nas soluções de pilares a capacidade de carga é significativamente determinada pela rigidez do sistema de cabos de contraventamento, sendo dependente da abertura (flecha) dos cabos e da área de secção transversal. O compromisso entre as duas possibilidades para incremento da rigidez pode ser definido de modo a que não resulte condicionante o comprimento das escoras transversais, tendo adicionalmente em consideração que, a partir de determinados valores, o aumento de flecha deixa de ser eficiente.

A capacidade de carga do tipo de pilares desenvolvido pode ser significativamente condicionada pela existência de imperfeições geométricas na escora de cantaria, que implicam incrementos nas tensões de compressão devidos aos esforços de flexão resultantes. As tensões para as combinações características de ações devem ser mantidas abaixo do limite de fissuração do granito e da formação de micro ou minipilares. Desse modo é evitada a destruição interna do material que, sob ação de cargas permanentes de longa duração ou cargas cíclicas, pode evoluir para a degradação total da resistência. Uma das vantagens da adoção de granitos de alta resistência é o facto dos maiores limites de resistência disponíveis

não inviabilizarem a construção de soluções esbeltas, mesmo na presença de imperfeições. Para o controlo dos efeitos das imperfeições contribui a rigidez do sistema de cabos de contraventamento.

A capacidade resistente dos elementos de cantaria pode ser condicionada por eventuais defeitos resultantes no processo de corte dos blocos e no fabrico das peças metálicas de amarração dos cabos de contraventamento. Alguns defeitos mais suscetíveis de ocorrer correspondem à ausência de desempenho das superfícies, que resulta num contacto deficiente dos elementos, ausência de paralelismo entre as faces dos blocos e rugosidade excessiva das superfícies. Desses defeitos podem resultar concentrações de tensões de compressão e forças transversais de tração que conduzem à rotura precoce dos elementos de cantaria. Esses defeitos têm que ser evitados através de um rigoroso controlo do processo de corte dos blocos de pedra. Em relação à rugosidade das superfícies de granito os resultados experimentais referidos no presente trabalho revelam ser adequada a rugosidade que resulta de corte a disco ou a fio diamantado, sem acabamento adicional.

## **7.5. Contribuição para a conceção de pontes de arco esbelto em cantaria de granito**

As pontes em arco podem constituir exemplos em que a rigidez relativa entre o arco e o tabuleiro constitui um meio de condicionar o sistema de forças resultante, surgindo a possibilidade de o adequar às condicionantes presentes. Essa possibilidade revela-se importante em arcos de cantaria de granito uma vez que a redução da rigidez à flexão do arco permite reduzir ou eliminar os esforços desse tipo, o que se adequa à inexistência de resistência à tração nas juntas.

Tendo por base exemplos relevantes de pontes arco “fino” procurou-se no presente trabalho o desenvolvimento de soluções de grande vão em que não fosse condicionante a necessidade de rigidez no tabuleiro. Se o desenvolvimento dessas soluções de grande vão resultasse apenas da aplicação de um fator de escala às soluções originais, em que os vãos não excedem valores da ordem dos 40 m, as dimensões do tabuleiro resultariam desproporcionadas relativamente às dimensões dos restantes elementos da estrutura. É mesmo possível considerar-se como de difícil viabilidade a construção de pontes de arco “fino” de grande vão para utilizações mais exigentes que a rodoviária, como é o caso da utilização ferroviária, se apenas se recorresse à rigidez do tabuleiro.

As soluções propostas para a construção de pontes de arco “fino” articulado de grande vão resultam da adição de rigidez na forma de cabos de pré-esforço, que substitui parte significativa da rigidez do tabuleiro nas soluções originais. Desse modo, é possível a construção de pontes de arco fino de grande vão em que o tabuleiro pode ser esbelto, sem condicionamentos do nível de deformações e dos esforços de flexão.

A rigidez adicionada pelos cabos de pré-esforço e a inevitável rigidez mínima no tabuleiro são suficientes para permitirem eliminação total da rigidez global de flexão no arco, que resulta na sua construção em troços articulados. Uma solução por troços articulados tem vantagens na construção por pré-fabricação, que se adequa aos sistemas de cantaria de granito. Adicionalmente, excetuando a existência de imperfeições, torna-se possível manter a resultante das compressões centrada na secção do arco para todos os cenários de solicitação.

A rigidez do sistema de cabos adicionado é manipulável pela sua área de secção transversal e pela disposição geométrica em termos de inclinações, resultando mais eficientes as disposições com cabos mais inclinados relativamente à horizontal. A manipulação de rigidez através da geometria deve considerar-se mais relevante, uma vez que constitui uma possibilidade de conceção de soluções adequadas sem aumento do consumo de material, proporcionando por isso maior eficiência. Essa estratégia de manipulação de rigidez deve constituir uma perspectiva de trabalho futuro. Da análise paramétrica de diferentes configurações dos cabos, nomeadamente em termos de possibilidade de ligação ao arco e das relações entre a inclinação dos cabos e a flecha do arco, podem resultar indicações para melhoria de eficiência em termos da relação entre rigidez e consumo de material.

Cada troço do arco corresponde a uma escora de cantaria de granito contraventada com cabos laterais e escoras transversais de ligação, sendo a sua fabricação independente dos restantes. Para além da redução do consumo de material na escora de cantaria, possibilitada pela adoção do sistema de contraventamento, a possibilidade de pré-fabricação e posterior montagem constitui uma vantagem por permitir reduzir os tempos de construção e por não ser necessário dispor de cimbres para todo o desenvolvimento do arco.

## **7.6. Retrospectiva global**

Parece ser possível concluir que o presente trabalho contribui como potenciador da utilização do granito de alta resistência em construções com funções estruturais relevantes. Esse contributo resulta da possibilidade de redução do consumo de material, dos tempos e recursos de construção, que nas soluções convencionais constituem aspetos limitadores da utilização competitiva da pedra. Para além da possibilidade de utilização das boas propriedades mecânicas do material, tem relevância a sua durabilidade com reduzidos custos de manutenção. Esse aspeto é potenciado pelas soluções estruturais propostas que permitem estruturas esbeltas solicitadas por reduzidos níveis de tensão.

A disponibilidade deste tipo de material na região da Beira Interior, em Portugal, pode constituir uma motivação para que a indústria relacionada disponha de mais uma oferta de solução tecnológica que difere da oferta convencional. Para esse facto contribui, nomeadamente, a possibilidade de pré-fabricação de elementos relativamente leves, em que o local de fabrico e o local de montagem podem não ser coincidentes.

Os princípios de concepção estrutural em que se baseiam os desenvolvimentos da presente trabalho enquadram-se numa via construtiva com manipulação de rigidez e são generalizáveis a outros tipos de construções, para além das construções em pedra. Nesses princípios, um aspeto determinante é o facto de todo o procedimento ser orientado pelo sistema de forças predefinido. A forma estrutural é uma consequência, que resulta de modo a que esse sistema de forças seja adequado às condicionantes presentes.

A possibilidade de construir estruturas em que as secções dos elementos estão globalmente sujeitas a níveis reduzidos de tensão torna o problema da segurança e do desempenho estrutural praticamente independente da resistência dos materiais. Assim, a necessidade de adição de resistência é “substituída” pela adição da rigidez necessária para que as estruturas apresentem um desempenho adequado às necessidades em serviço, nomeadamente em termos do nível de deformações. A necessidade de consumo de material para adicionar rigidez aos sistemas pode conduzir a uma ideia de ineficiência estrutural, tendo em conta que podem resultar reduzidos níveis de solicitação relativamente à resistência dos materiais disponível. Note-se, no entanto, que o procedimento pode partir de uma base de consumo mínimo de material, em que as quantidades adicionadas para garantir um funcionamento adequado são também relativamente reduzidas.

A análise do comportamento mecânico dos materiais deve ser orientada na perspectiva de que estes correspondem também a sistemas estruturais em que os princípios da mecânica estrutural têm que ser considerados. Adicionalmente, parece ser possível considerar-se como inadequada e com contributos limitados para o conhecimento a aplicação de modelos de natureza empírica baseados em resultados experimentais sobre provetes, por exemplo, na análise numérica não linear de estruturas globais. A escala dos ensaios e dos resultados obtidos não garante a existência de leis para o comportamento que se pretende perceber.

# Referências

- [1] Chen B. Construction Methods Of Arch Bridges in China. Chinese-Croatian Joint Colloquium. Fushou, 2009.
- [2] Pinto C. Conceção e Análise Estrutural de um Novo Tipo de Pilar Esbelto em Granito. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura da Universidade da Beira Interior, 2008. 136p.
- [3] Chilton J. The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture - Heinz Isler. Thomas Telford, London, 2000.
- [4] Pedreschi R. The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture - Eladio Dieste. Thomas Telford, London, 2000.
- [5] Clemente M. Estruturas em Cantaria de Pedra de Granito de Alta Resistência - Comportamento de Juntas entre Blocos. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura da Universidade da Beira Interior, 2012. 147p.
- [6] Abrantes S. Estruturas em Cantaria de Pedra de Granito de Alta Resistência - Conceção e Ensaio Experimental de Pilares com Capitéis. Tese de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura da Universidade da Beira Interior, 2013. 118p.
- [7] Billington D. Robert Maillart Bridges, The Art of Engineering. Princeton University Press, 1979.
- [8] Feynman R, Leighton R, Sands M. The Feynman Lectures on Physics. Addison Wesley, Reading MA, 1963.
- [9] Fonseca J. Zum Bemessen und Konstruieren von Stahlbetonplatten und -scheiben mit Lastpfaden. Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion der Universität Stuttgart, 1995.
- [10] Gramberg J. A Non-Conventional View on Rock Mechanics and Fracture Mechanics. A. A. Balkema, Rotterdam, 1989.
- [11] Pinto C, Fonseca J. Mechanical Behaviour of high strength granite for new prestressed stone structures. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2013; 60: 452-460.
- [12] Jennewein M. Zum Bemessen des Stahlbeton mit Stabwerkmodellen. Institut für Tragwerksentwurf und -konstruktion. Universität Stuttgart, 2008.
- [13] Schlaich J, Schäfer K, Jennewein M. 1987. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. PCI Journal, 1987; 32(3):74.
- [14] Silva V. Mecânica e Resistência dos Materiais, 3ª Edição. Zuari - Edição de Livros Técnicos, Coimbra, 2004.
- [15] Martin CD, Chandler NA. The progressive fracture of Lac du Bonnet Granite. Int J Rock Mech Mining Sci., 1994; 31(6): 643-659.
- [16] Bieniawski ZT. Mechanism of brittle rock fracture: Part I - Theory of the fracture process. Int J Rock Mech Mining Sci., 1967; 4: 395-406.

- [17] Eberhardt E. Brittle Rock Fracture and Progressive Damage in Uniaxial Compression, Ph.D. thesis, Department of Geological Sciences, University of Saskatchewan, Saskatoon, 1998. 359p.
- [18] Diederichs MS. Instability of hard rockmasses: The role of tensile damage and relaxation. Ph.D. thesis, Department of Civil Engineering, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1999. 566p.
- [19] Martin CD. The strength of massive Lac du Bonnet granite around underground openings. AECL Research, Whiteshell Laboratories, 1993. 10p.
- [20] Kaiser, P.K. et al. Underground works in hard rock tunneling and mining. GeoEng2000, Technomic Publ. Co., 2000; 841-926.
- [21] Tong J et al. A model for sliding mode crack closure: Part I: theory for pure mode II loading. Engineering Fracture Mechanics, 1995; 52(4): 599-611.
- [22] Walraven JC, Reinhardt HW. Theory and experiments on the mechanical behaviour of cracks in plain and reinforced concrete subjected to shear loading. Heron, 1981; Vol.26: No. 1A.
- [23] Anderson JC, Martin CD, Stille H. The Äspö Pillar Stability Experiment: Part II - Rock mass response to coupled excavation-induced and thermal-induced stresses. Int J Rock Mech Mining Sci., 2009; 46: 879-895.
- [24] Hajiabdolmajid V, Kaiser P. Brittleness of rock and stability assessment in hard rock tunneling. Tunneling and Underground Space Technology 2003;18:35-48.
- [25] Smith MC, Smith RA. Towards an understanding of mode II fatigue crack growth. ASTM STP, 1988; 924: 260-280.
- [26] Chandler N. Twenty years of underground research at Canada's URL. Proceedings of WM'03, Tuscon, Arizona, 2003.
- [27] Martin CD, Christiansson R. Estimating the potential for spalling around a deep nuclear waste repository in crystalline rock. Int J Rock Mech Mining Sci., 2009; 46: 219-228.
- [28] Onodera TF, Kumara HM. Relationship between texture and mechanical properties of rocks. Bull. Int. Assoc. Eng. Geol., 1980; 22: 173-177.
- [29] Walraven JC. Mechanisms of shear transfer in cracks in concrete. A survey of literature. Stevin report 5-78-12, Delft University of Technology, 1978.
- [30] Laible JP, White RN, Gergely P. "Experimental investigation of seismic shear transfer across cracks in nuclear containment vessels", ACI-Special Publication SP-53-9, 1977; 203-226.
- [31] Vasconcelos GF. Experimental Investigation on the Mechanics of Stone Masonry: Characterization of Granites and Behavior of Ancient Masonry Shear Walls, Ph.D. Thesis, University of Minho, Guimarães, Portugal, 2005. 276p.
- [32] Eberhardt E. Brittle Rock Fracture and Progressive Damage in Uniaxial Compression, Ph.D. thesis, Department of Geological Sciences, University of Saskatchewan, Saskatoon, 1998. 359p.

- [33] Lajtai EZ, Carter BJ, Duncan EJS. En echelon crack arrays in potash salt rock. *Rock Mechanics and Rock Engineering* 1994; 27(2): 89-111.
- [34] Kaiser PK, Kim B-H. *Rock Mechanics Challenges in Underground Construction and Mining*. In: Y. Potvin, J. Carter, A. Dyskin und R. Jeffrey, editors. First Southern Hemisphere International Rock Mechanics Symposium. Perth, Australia, 2008; 23-38.
- [35] Hajiabdolmajid V, Kaiser PK, Martin CD. Modeling brittle failure of rock. *Int J Rock Mech Mining Sci.*, 2002; 39: 731-741.
- [36] Martin CD, Kaiser PK, McCreath DR. Hoek- Brown parameters for predicting the depth of brittle failure around tunnels. *Canadian Geotechnical Journal*, 1999; 36(1): 136-151.
- [37] Calavera, J. *Proyecto y Cálculo de Estructuras de Hormigón*, Tomo II. Intemac, Madrid, 1999.
- [38] Sammis C, Ashby M. The failure of brittle porous solids under compressive stress states. *Acta Metallurgica*, 1986; 34: 511-526.
- [39] Nemat-Nasser S, Horii H. Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst. *Acta Metallurgica*, 1982; 34 (3): 511-526.
- [40] Ashby M, Hallam S. The failure of brittle solids containing small cracks under compressive stress states. *Acta Metallurgica*, 1986; 34(3): 497-510.
- [41] Mertol H. Behavior of High-Strength Concrete Members Subjected to Combined Flexure and Axial Compression Loadings. Ph.D. thesis, Graduate Faculty of North Carolina State University, Raleigh, North Carolina, 2006. 340p.
- [42] Hognestad E. A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members. University of Illinois Engineering Experiment Station, Bulletin Series N° 399; Large-scale Digitization Project, 2007.
- [43] Jurina L. Una Técnica di Consolidamento Attivo per Archi e Volte in Muratura. *Seismic Performance of Built Heritage in Small Historic Centers*, Assisi-Italia, 1999.
- [44] Peng J, Ho JCM, Pam HJ. Modification on Equivalent Stress Block of Normal Strength Concrete by Incorporating Strain Gradient Effects. *Procedia Engineering*, 2011; 14.
- [45] CEN. Eurocode 2, EN 1992-1: Design of Concrete Structures - Part 1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization, Brussels, 2004.
- [46] Kartashov Y, Mazur-Dzhurilovskii D, Grokhol'shii A. Determination of the Uniaxial Compressive Strength of Rocks. Plenum Publishing Corporation, 1970. 3p.
- [47] Lau J, Chandler N. Innovative laboratory testing. *Int J Rock Mech Mining Sci.*, 2004; 41: 1427-45.
- [48] Lin Q, Liu Y, Tham L, Tang C, Lee P, Wang J. Time-dependent strength degradation of granite. *Int J Rock Mech Mining Sci.*, 2009; 46:1103-14.
- [49] Szczepani Z, Milne D, Kostakis K, Eberhardt E. Long Term Laboratory Strength Tests in Hard Rock. In: M. Handley and D. Stacey, editors. 10th Congress of the International Society for Rock Mechanics, South African Institute of Mining and Metallurgy. Johannesburg, 2003; 1179-1184.

- [50] Eberhardt E, Stead D, Stimpson B. Quantifying progressive pre-peak brittle fracture damage in rock during uniaxial compression. *Int J Rock Mech and Mining Sci.*, 1999; 36: 361-380.
- [51] Marti P, Monsch O, Schilling B. *Ingenieur-Betonbau - Gesellschaft für Ingenieurbaukunst*. ETH Zürich, 2005.
- [52] CEN. Eurocode 1, EN-1991-2: Actions on Structures - Part 2: Traffic loads on bridges. European Committee for Standardization, Brussels, 2003.
- [53] Flügge, W. - *Stresses in shells*. New York: Springer-Verlag, 1967. 499p.
- [54] Lin, T. Burns, N. *Design of Prestressed Concrete Structures*. Third edition. John Wiley & Sons, USA, 1981.
- [55] Wu et al. Geometrically Nonlinear Analysis and Experiment on Pin Joint Stayed Column, *Lightweight Structures in Civil Engineering - Proceedings of the International Symposium*, 2002.
- [56] CEN. Eurocode 3, EN-1993-1-1: Design of Steel Structures, Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization, Brussels, 2005.
- [57] Azeredo M, Azeredo MA. *As Pontes do Porto: História de uma Paixão*. FEUP Edições, Porto, 2002.