



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR  
Engenharia

# Diferentes Concepções de Estruturas tipo Casca e a Influência no Comportamento Estrutural

**Tomás Manuel Rodrigues de Sousa**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Civil**  
(Ciclo de estudos integrado)

Orientador: Prof. Doutor Clemente Martins Pinto

**Covilhã, junho de 2017**



# Agradecimentos

Agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Clemente Martins Pinto, pelo empenho, interesse, cordialidade, amizade e disponibilidade que demonstrou na realização desta dissertação.

Aos meus Pais e Irmã pela força, amor e princípios que me ofereceram desde sempre na minha vida e que me permitiram acreditar no meu valor e levar assim à conclusão desta dissertação.

Finalmente, agradecer à restante família e amigos, pelos excelentes momentos vividos e pelo apoio nesta caminhada.



# Resumo

A presente dissertação tem como objetivo estudar diferentes modos de conceber estruturas do tipo casca e a influência no comportamento estrutural.

Para esse efeito avaliam-se questões de comportamento estrutural para soluções cuja forma estrutural resulta de diferentes procedimentos e opções. Como referências foram tomados exemplos de coberturas em casca de Heinz Isler e Félix Candela.

Estruturalmente as cascas destacam-se por apresentarem uma grande eficiência na resposta às ações a que estão sujeitas, sendo o exemplo perfeito de como aumentar a resistência pela forma em oposição à resistência pela massa. O mecanismo resistente é caracterizado pelo desenvolvimento de esforços maioritariamente no plano, esforços de membrana, com esforços de flexão globalmente pouco relevantes.

O presente trabalho centrou-se essencialmente em aspetos de comportamento estrutural, tendo tentado fornecer informações do mesmo de forma antecipada, antes da obtenção da forma. Nesse sentido, foca-se na relação entre as características de modelos planos iniciais e o comportamento estrutural da forma de casca resultante. Assim, pretende ser um contributo para novas conceções de estruturas deste tipo, como um maior enquadramento sob o ponto de vista de mecânica.

## Palavras-chave

Estruturas de cascas, betão armado, pré-esforço, rigidez, forças, parabolóide, anti-funcular, membrana.



# Abstract

This thesis aims to study different ways of designing shell structures and to the influence on structural behavior.

For this purpose, questions of structural behavior are evaluated for solutions whose structural form results from different procedures and options. As references were taken examples of shell roofs structures of Heinz Isler and Félix Candela.

Structurally, the shells stand out by their high efficient response to external actions, being the perfect example of strength through form opposed to strength through mass. The resistant mechanism is characterized by the development of mostly plane stresses, membrane stresses, with bending forces globally irrelevant.

The present work focused mainly on aspects of structural behavior, by having attempted to provide information about it in advance, before obtaining the form. In this sense, it focuses on the relationship between the characteristics of initial plane models and the structural behavior of the resulting shell shape. Therefore, it intends to be a contribution to new conceptions of structures of this type, as a greater framework from the mechanic point of view.

# Keywords

Shells structures, reinforced concrete, prestress, stiffness, forces, paraboloid, antifunicular, membrane.



# Índice

Capítulo 1 .....	1
Introdução.....	1
1.1. Generalidades sobre estruturas de cascas.....	1
1.1.1. Enquadramento histórico de estruturas de cascas .....	2
1.1.1.1. Estruturas de cascas “clássicas” .....	2
1.1.1.2. Estruturas de cascas da era moderna .....	5
1.1.1.3. Estruturas tipo casca em Portugal .....	9
1.1.2. Classificação de estruturas tipo casca .....	10
1.2. Tipo de estruturas de cascas.....	11
1.2.1. Cascas cilíndricas .....	11
1.2.2. Cascas de revolução.....	12
1.2.3. Paraboloide hiperbólico .....	13
1.2.4. Paraboloide elíptico.....	15
1.2.5. Conóide.....	16
1.2.6. Cascas anti-funiculares .....	16
1.3. Análise de elementos de casca .....	17
1.3.1. Teoria da membrana .....	19
1.3.2. Instabilidade em elemento de casca .....	20
Capítulo 2 .....	23
Estruturas de Cascas com Forma de Membrana Invertida .....	23
2.1. Análise geral .....	23
2.2. Análise histórica .....	24
2.3 - A conceção estrutural de Heinz Isler .....	27
2.3.1 - Influências fundamentais.....	27
2.3.2 - Aspetos caracterizantes fundamentais .....	28
2.4 - Obtenção de forma e implicações no comportamento estrutural .....	30
2.4.1 - Formas obtidas com modelos de materiais distintos .....	30
2.4.1.1 - Forma e caminhos de forças .....	30

2.4.1.2 - Campos vetoriais e caminhos de forças .....	33
2.4.1.3 - Cargas críticas e forma em planta .....	37
2.4.1.4 - Antecipação da forma e do comportamento num modelo plano .....	40
2.4.2 - Estudo de obras .....	45
2.4.2.1- Estação de serviço em Deitingen.....	45
2.4.2.2. Análise Estrutural .....	47
2.5 - Discussão e conclusões do capítulo 2.....	50
Capítulo 3 .....	53
Estruturas de Cascas com Geometria Pré-determinada .....	53
3.1. Enquadramento histórico.....	53
3.2 - A conceção estrutural de Félix Candela .....	56
3.2.1 - Influências fundamentais.....	56
3.2.2 - Aspetos caracterizantes fundamentais .....	58
3.3. Estudo de obras .....	60
3.3.1. Paráguas.....	63
3.3.1.1. Descrição da estrutura .....	63
3.3.1.2. Análise estrutural .....	66
3.3.2 - Restaurante Los Manantiales .....	69
3.3.2.1 - Descrição da estrutura .....	69
3.3.2.2. Análise estrutural .....	72
3.3.3 - Fábrica Embotelladora Bacardí .....	75
3.3.3.1 - Descrição da estrutura .....	75
3.3.3.2. Análise estrutural .....	79
3.4 - Discussão e conclusões do capítulo 3.....	84
Capítulo 4 .....	87
Conclusões Finais .....	87

# Lista de Figuras

Figura 1: Modelo representativo sobre capacidade de carga (adaptado de [1]).	1
Figura 2: Panteão de Roma [5].	3
Figura 3: Basílica de Hagia Sophia [6].	4
Figura 4: Basílica de Santa Maria del Fiore [7].	4
Figura 5: Basílica de São Pedro [8].	4
Figura 6: Mesquita Azul [9].	5
Figura 7: Taj Mahal [10].	5
Figura 8: Palácio dos Desportos [11].	6
Figura 9: CNIT Paris [12].	7
Figura 10: Restaurante Los Manantiales [13].	7
Figura 11: Igreja Atlântida [14].	7
Figura 12: Terminal TWA [15].	8
Figura 13: Centro Bürgi Garden [16].	8
Figura 14: Kingdome [17].	8
Figura 15: Pavilhão Rosa Mota [18].	9
Figura 16: Cúpula do Planetário Calouste Goulbenkian [19].	9
Figura 17: Superfícies desenvolvíveis e não desenvolvíveis (adaptado [20]).	10
Figura 18: a) Superfície Sinclástica; b) Superfície Simples/Monoclástica; c) Superfície Anticlástica (Adaptado de [3]).	10
Figura 19: Elementos de casca cilíndrica simples (Adaptado de [3]).	11
Figura 20: a) Conjunto de cascas cilíndricas adjacentes e b) Conjunto de cascas contínuas (Adaptado de [3]).	12
Figura 21: Superfície de revolução (adaptado [3]).	12
Figura 22: Diferentes formas do meridiano em superfícies de revolução (Adaptado de [20]).	13
Figura 23: Elemento de casca do tipo parabolóide hiperbólico (Adaptado de [22]).	14
Figura 24: Elemento de cascas do tipo parabolóide hiperbólico regrado (adaptado [23]).	15
Figura 25: Elemento de casca do tipo parabolóide elíptico (adaptado de [23]).	15
Figura 26: Conóide (Adaptado de [3]).	16
Figura 27: Representação esquemática da deformação dos bordos da casca funicular (adaptado de [24]).	17
Figura 28: Esforços distribuídos em um elemento de casca genérico (Adaptado de [25]).	18
Figura 29: Elemento genérico de casca - teoria geral da membrana (Adaptado de [25]).	20
Figura 30: Coeficiente de instabilidade de cascas cilíndricas (adaptado de [3]).	21
Figura 31: Aplicação do método da membrana suspensa [28].	23
Figura 32: Modelo experimental de arcos de catenária da Casa Milà [33].	25
Figura 33: Arcos de catenária da Casa Milà [33].	25
Figura 34: Esquema de geração de estruturas em casca de formas livres [34].	26

Figura 35: Estruturas de cascas de formas livres geradas computacionalmente, a) Planta Triangular; b) Planta Quadrada e c) Planta Pentagonal [34].	27
Figura 36: Modelo de cálculo computacional de uma estrutura de casca gerada com uso de um tecido.	31
Figura 37: Representação de geometria obtida por inversão de modelo similar a um tecido suspenso.	31
Figura 38: Modelo de cálculo computacional de uma estrutura de casca gerada com uso de uma membrana flexível.	32
Figura 39: Representação de geometria obtida por inversão de modelo similar a uma membrana flexível suspensa.	32
Figura 40: Campo Vetorial $V_z$ de estrutura de casca usando um tecido, apoiada nos cantos.	33
Figura 41: Campo Vetorial $V_z$ de estrutura de casca usando uma membrana flexível, apoiada nos cantos.	34
Figura 42: Curvas de nível da função após integração do campo de equilíbrio vertical $v_z$ para o modelo similar à inversão de um tecido.	34
Figura 43: Curvas de nível da função após integração do campo de equilíbrio vertical $v_z$ para o modelo similar à inversão de uma membrana flexível.	35
Figura 44: Representação dos caminhos de forças na direção X da estrutura de casca obtida pela suspensão e inversão de um tecido.	36
Figura 45: Representação dos caminhos de forças na direção X da estrutura de casca obtida pela suspensão e inversão de uma membrana flexível.	36
Figura 46: Diagrama da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas sob um carregamento assimétrico.	37
Figura 47: Modo de encurvadura da estrutura com uso de um tecido, fator de carga crítica=6,47.	38
Figura 48: Modo de encurvadura da estrutura com uso de uma membrana flexível, fator de carga crítica=7,75.	38
Figura 49: Modelo de cálculo retangular com uso de tecido.	39
Figura 50: Modelo de cálculo retangular com uso de membrana flexível.	39
Figura 51: Modo de encurvadura da estrutura com uso de um tecido, fator de carga crítica=38,13.	40
Figura 52: Modo de encurvadura da estrutura com uso de uma membrana flexível, fator de carga crítica=26,52.	40
Figura 53: Diagrama da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas no ponto central com carregamento assimétrico.	40
Figura 54: Modelos suspensos físicos de Heinz Isler. Curvatura positiva e negativa definida pelo ângulo do material anisotrópico, a) fibras horizontais e verticais e b) fibras na disposição diagonal [38].	41
Figura 55: Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido com fibras dispostas na horizontal e vertical.	42

Figura 56: Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de tecido com fibras dispostas na horizontal e vertical. ....	42
Figura 57: Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido, mas com uma inclinação de $45^{\circ}$ e $135^{\circ}$ das fibras em relação ao eixo cartesiano X com barras de bordo. ....	43
Figura 58: Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de um tecido com fibras dispostas diagonalmente com malha no bordo. ....	43
Figura 59: Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido, com fibras com uma inclinação de $45^{\circ}$ e $135^{\circ}$ e sem barras de bordo. ....	44
Figura 60: Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de tecido com fibras dispostas diagonalmente sem malha no bordo. ....	44
Figura 61: Estrutura de casca da estação de serviço em Deitingen [41]. ....	45
Figura 62: Dimensões das estruturas de casca em Deitingen, a) Planta, b) Alçado (Adaptado de [1]). ....	46
Figura 63: Vista lateral do modelo de cálculo com uso de um tecido. ....	47
Figura 64: Modelo de cálculo que representa a curvatura ao longo de toda a secção com uso de um tecido. ....	47
Figura 65: Vista lateral do modelo de cálculo com uso de uma membrana flexível. ....	48
Figura 66: Modelo de cálculo que representa a curvatura ao longo de toda a secção com uso de uma membrana flexível. ....	48
Figura 67: Resultados da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas sob um carregamento uniforme. ....	49
Figura 68: Modo de encurvadura da estrutura com uso de tecido vista lateral, fator de carga crítica=8,3. ....	49
Figura 69: Modo de encurvadura da estrutura com uso de tecido, fator de carga crítica=8,3. ....	49
Figura 70: Modo de encurvadura da estrutura com uso de membrana flexível vista lateral, fator de carga crítica=4,89. ....	50
Figura 71: Modo de encurvadura da estrutura com uso de membrana flexível, fator de carga crítica=4,89. ....	50
Figura 72: Hangar de Orly, Eugene Freyssinet [21]. ....	53
Figura 73: Pavilhão da exposição nacional Suíça, Robert Maillart [21]. ....	54
Figura 74: Sistema de cobertura da fábrica Alfa-Romeo em Milão, Giorgio Baroni [42]. ....	54
Figura 75: Mercado Algeciras, Eduardo Torroja [44]. ....	55
Figura 76: Hangar em Orvieta, Pier Luigi Nervi [21]. ....	55
Figura 77: Ponte Schwandbach concebida em 1933, Suíça [46]. ....	57
Figura 78: Planos de corte usados na concepção de uma “porção” de parabolóide hiperbólico [47]. ....	59
Figura 79: Sequência de construção de Parágua através da rotação de uma porção de parabolóide hiperbólico [47]. ....	60
Figura 80: Primeira casca experimental de Félix Candela [21]. ....	60

Figura 81: Pavilhão de Raios Cósmicos, Cidade Universitária no México [2].	61
Figura 82: Representação da interseção das diferentes porções de paraboloides hiperbólicos da estrutura assimétrica da Bolsa de Valores [21].	62
Figura 83: Representação da simetria na estrutura de casca da igreja San Antonio de las Huertas (Adaptado de [21]).	62
Figura 84: Parágua de Félix Candela [21].	63
Figura 85: 2º Parágua experimental, Almacenes de Las Aduanas [21].	63
Figura 86: Esquema representativo de equilíbrio forças [2].	64
Figura 87: Pormenorização de armaduras no parágua do Mercado Chiclayo [2].	65
Figura 88: Igreja de la Virgen de la Medalla Milagrosa [49].	65
Figura 89: Mercado de Coyocan [50].	66
Figura 90: Modelo de cálculo de Paráguas.	66
Figura 91: Restaurante Los Manantiales em Xochimilco, Cidade do México [21].	69
Figura 92: Representação das dimensões do Restaurante Los Manantiales (adaptado de [53]).	70
Figura 93: Destaque das nervuras vistas do interior do restaurante Los Manantiales (adaptado de [2]).	70
Figura 94: Caminho de forças na estrutura do restaurante Los Manantiales [2].	71
Figura 95: Colocação de armaduras sob a cofragem reta de madeira no restaurante Los Manantiales [54].	72
Figura 96: Vista superior de modelo de cálculo da estrutura do Restaurante Los Manantiales.	73
Figura 97: Modelo de cálculo da estrutura do Restaurante Los Manantiales.	73
Figura 98: Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a meia estrutura.	74
Figura 99: Modelo de cálculo do 2º caso de carga da ação neve, aplicada a ¼ da estrutura.	75
Figura 100: Fábrica Embotelladora Bacardí [2].	76
Figura 101: Terminal do Aeroporto de Lambert [2].	76
Figura 102: Descrição das dimensões em planta da fábrica Bacardí [2].	77
Figura 103: Caminho de forças na estrutura da fábrica Bacardí [2].	78
Figura 104: Colocação de armadura sob a cofragem reta de madeira na fábrica Bacardí, onde se pode observar as armaduras de reforço de bordo livre e sob as nervuras [55].	79
Figura 105: Vista superior do modelo de cálculo da estrutura de casca da Fábrica Embotelladora Bacardí.	80
Figura 106: Modelo de cálculo da estrutura de casca da Fábrica Embotelladora Bacardí.	80
Figura 107: Resultados da análise do incremento de carga suportada na estrutura da fábrica Bacardí com diferentes espessuras de nervuras.	81
Figura 108: Modo de encurvadura da estrutura bacardí com 4 cm de espessura uniforme ao longo de toda a superfície, fator de carga crítica=3,12.	82
Figura 109: Modo de encurvadura da estrutura bacardí com 16 cm de espessura das nervuras e 4 cm na restante superfície, fator de carga crítica=12,56.	82

Figura 110: Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a meia estrutura. 83

Figura 111: Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a  $\frac{1}{4}$  da estrutura. 83



# Lista de Tabelas

Tabela 1: Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio para um módulo de elasticidade de 38GPa.....	67
Tabela 2: Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio para um módulo de elasticidade de 15GPa.....	67
Tabela 3: Resumo dos resultados da análise do 1º parágua experimental sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa.....	68
Tabela 4: Resumo dos resultados da análise do parágua experimental reformulado sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa. ....	68
Tabela 5: Resumo dos resultados da análise do parágua do mercado Chiclayo sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa.....	68
Tabela 6: Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio na estrutura Los Manantiales.....	73
Tabela 7: Resumo dos resultados da análise sob ação do 1º caso de carga neve aplicado a meia estrutura. ....	75
Tabela 8: Resumo dos resultados da análise sob ação do 2º caso de carga neve aplicado a ¼ da estrutura.....	75
Tabela 9: Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio na estrutura Fábrica Bacardí. ....	81
Tabela 10: Resumo dos resultados da análise sob ação do 1º caso de carga neve aplicado a meia estrutura. ....	84
Tabela 11: Resumo dos resultados da análise sob ação do 2º caso de carga neve aplicado a ¼ da estrutura. ....	84



# Lista de Acrónimos

UBI: Universidade da Beira Interior

D.C.: Depois de Cristo

CNIT: Centre des Nouvelles industries et technologies

TWA: Trans World Airlines

K: Curvatura Gaussiana

$K_1$ : Curvatura principal na direção X do eixo cartesiano

$K_2$ : Curvatura principal na direção Y do eixo cartesiano

m: Momentos fletores

N: Esforços Axiais ou esforços de membrana

V: Forças de corte

E: Módulo de elasticidade

$\nu$ : Coeficiente de Poisson

P: Carga

$P_{cr}$ : Carga Crítica

ETH: Eidgenössische Technische Hochschule

$\mathbf{v}_z$ : Campo vetorial de equilíbrio vertical

$\delta$ : Deslocamentos

RSA: Regulamento de Segurança e Ações para Edifícios e Pontes



# Capítulo 1

## Introdução

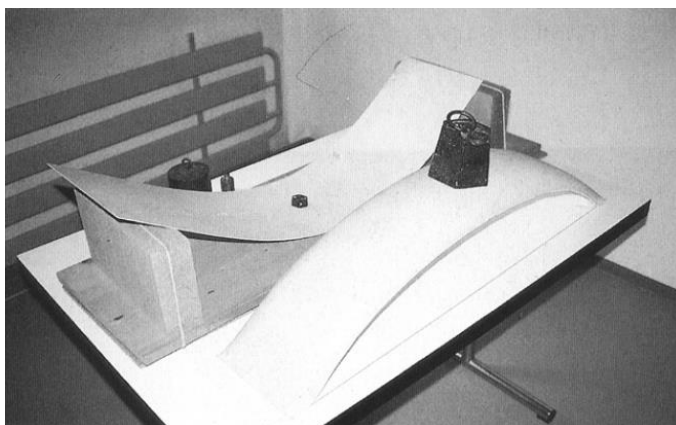
Esta dissertação tem como principal objetivo analisar diferentes modos de concepção de estruturas tipo casca e a sua influência no comportamento estrutural das soluções resultantes. Para esse fim, analisa-se de modo detalhado o trabalho desenvolvido por construtores de referência, nomeadamente Heinz Isler [1] e Félix Candela [2].

### 1.1. Generalidades sobre estruturas de cascas

As estruturas de cascas analisadas no presente trabalho correspondem a elementos estruturais finos e com curvatura, que equilibram as cargas aplicadas essencialmente por esforços de membrana, de tração ou compressão. Este comportamento é resultante da elevada rigidez de membrana mobilizada, que é muito superior à rigidez de flexão. No presente trabalho estudam-se cascas em que a espessura é inferior ao raio de curvatura/20 [3].

As estruturas de cascas são o exemplo relevante de como o equilíbrio é gerado através da forma, reduzindo-se a dependência do consumo e resistência dos materiais. Este facto permite que a capacidade resistente dos materiais raramente seja condicionante, mesmo com reduzido consumo de material [4].

Observando um pequeno modelo, constata-se com bastante simplicidade a capacidade de resistência de cascas em relação às lajes. A Figura 1, adaptada de [1], permite constatar o efeito da dupla curvatura na rigidez e na capacidade de carga que uma casca de espessura reduzida pode adquirir.



**Figura 1:** Modelo representativo sobre capacidade de carga (adaptado de [1]).

A primeira consiste em uma superfície plana e a segunda em uma superfície com dupla curvatura. Ambos os modelos são constituídos pela mesma quantidade de material. É possível observar que o primeiro caso se deforma consideravelmente sob ação de um pequeno carregamento, enquanto que o segundo se deforma muito pouco para um carregamento muito superior, no caso 30 vezes mais. A elevada capacidade de carga resulta da capacidade de mobilizar a rigidez de membrana antes da rigidez de flexão, para o que, para além da forma são preponderantes as condições de apoio.

No caso de estruturas de cascas em betão armado e pré-esforçado é importante evidenciar que estas apresentam, em geral, baixas quantidades de armaduras o que é explicado, por um lado, pelo mecanismo resistente originar esforços pequenos na maioria da superfície da casca e, por outro, pelo facto de muitas vezes as cascas estarem apenas solicitadas à compressão.

É necessário salientar que para lá de um enorme valor estrutural das estruturas do tipo casca, existe variadas vezes um enorme valor arquitetónico e funcional. Além de garantir eficiência de equilíbrio para cargas verticais, como o peso próprio dos materiais, este tipo de estrutura revela bom comportamento às ações acidentais, constatando-se que as cascas quando submetidas a ações naturais muito agressivas como tornados, sismos, furacões ou a ações nefastas como bombardeamentos, colisões, explosões apresentaram uma maior capacidade de carga e um melhor comportamento do que outras soluções estruturais.

### **1.1.1. Enquadramento histórico de estruturas de cascas**

#### **1.1.1.1. Estruturas de cascas “clássicas”**

Desde há 2000 anos que as estruturas tipo casca são utilizadas para vencer grandes vãos, com formas de simples e de dupla curvatura. Estas estruturas de cascas eram maioritariamente construídas em alvenaria de pedra ou betão simples, que continham resistência à compressão elevada, comparativamente aos esforços gerados e reduzida resistência à tração. Nos parágrafos seguintes faz-se referência a alguns exemplos clássicos de estruturas de cascas, tendo como aspeto comum, o facto de serem cascas de revolução.

Na Figura 2 apresenta-se a cúpula do Panteão de Roma, que é até hoje uma estrutura marcante no centro da cidade de Roma. O Panteão é a maior peça de construção em betão do tipo casca do passado, detendo o recorde de maior cúpula em betão simples (betão não reforçado) e foi até ao século XIX a maior cúpula do mundo. Sendo a mais antiga estrutura de casca conhecida em betão simples, foi executada entre 120 e 124 D.C., apresenta um diâmetro de 43,5 m e uma espessura que varia dos 6,4 m na base até aos 1,2 m no topo.

Na Figura 3 apresenta-se a cúpula da Basílica de Hagia Sophia, situada em Istambul, executada em alvenaria de pedra entre 532 e 537 D.C., contém um diâmetro de 32,5 m com uma espessura que varia entre os 0,70 m na base até aos 0,60 m no topo. Contudo, danos provocados por sismos e incêndios alteraram drasticamente a estrutura dando à estrutura a aparência de hoje.

Na Figura 4 apresenta-se a cúpula de Basílica de Santa Maria del Fiore em Florença, executada em alvenaria de pedra entre 1420 e 1436, possui um diâmetro de 42 m, com uma base octogonal e uma espessura de 2 m, projetada por Filippo Brunelleschi, detém ainda hoje o recorde de maior cúpula em alvenaria de pedra.

Na Figura 5 apresenta-se a cúpula da Basílica de São Pedro em Roma, executada em alvenaria de pedra entre 1560 e 1590, possui um diâmetro de 41,47 m e uma espessura de 1,2 m, projetada por Miguel Ângelo.

Na Figura 6 apresenta-se as cúpulas da Mesquita Azul ou Mesquita do Sultão Ahmed em Istambul, executadas em alvenaria de pedra entre 1609 e 1616, têm na sua maior cúpula um diâmetro de 23,5 m, projetada pelo arquiteto Sinan Agha.

Na Figura 7 apresenta-se as cúpulas do Taj Mahal em Agra, executadas em mármore, entre 1632 e 1641, contém na sua maior cúpula um diâmetro de 18 m, projetada por Ahmad Lahauri.



**Figura 2:** Panteão de Roma [5].



**Figura 3:** Basílica de Hagia Sophia [6].



**Figura 4:** Basílica de Santa Maria del Fiore [7].



**Figura 5:** Basílica de São Pedro [8].



**Figura 6:** Mesquita Azul [9].



**Figura 7:** Taj Mahal [10].

### **1.1.1.2. Estruturas de cascas da era moderna**

Até finais de século XIX e inícios do século XX, as formas das cascas correspondiam geralmente a superfícies de revolução, nomeadamente, cúpulas esféricas, ogivais, octogonais e cilíndricas. Este tipo de casca era executado em alvenaria de pedra ou betão simples, sem qualquer reforço adicionado.

O surgimento de materiais metálicos, com elevada resistência, tanto à compressão como à tração, e flexibilidade, permitiu o surgimento de novas geometrias, anti-funculares ou não, utilizando betão armado ou betão pré-esforçado.

Na Figura 8 mostra-se o Palácio dos Desportos em Roma, executado em betão armado utilizando elementos pré-fabricados, construído em apenas 40 dias, em 1957, contendo 61 m de diâmetro, projetado por Pier Luigi Nervi.

Na Figura 9 mostra-se o CNIT em Paris, executado em betão armado e concluído em 1958, projetado por Nicolas Esquillan, contendo um vão de 218 m.

Na Figura 10 apresenta-se o Restaurante Los Manantiales em Xochimilco, executado em betão armado e concluído em 1958, com um diâmetro de 42,40 m, uma espessura de apenas 4 cm e é da autoria de Félix Candela.

Na Figura 11 mostra-se a Igreja Atlântida em Atlântida, executada em alvenaria armada sendo concluída em 1960, é uma das estruturas mais reconhecidas em alvenaria armada, projetada por Eladio Dieste, tem um vão 18,8 m e uma espessura de apenas 12 cm.

Na Figura 12 mostra-se o Terminal TWA no Aeroporto Internacional John Kennedy, em Nova Iorque, executado em betão armado em 1962, contém um vão de 96 m, projetado por Eero Saarinen e Boyd G. Anderson.

Na Figura 13 apresenta-se o Centro Bürgi Garden em Camorino, executado em betão armado em 1973, com um vão de 27,5 m, uma espessura de 9 cm e é da autoria de Heinz Isler.

Na Figura 14 apresenta-se o Kingdome em Seattle, executado em betão armado em 1975, continha um vão de 202 m, projetado por Christiansen Robertson. Contudo, foi demolido no ano 2000, mas contém ainda o recorde de maior vão de uma cúpula construída em betão armado não atirantada.



**Figura 8:** Palácio dos Desportos [11].



Figura 9: CNIT Paris [12].

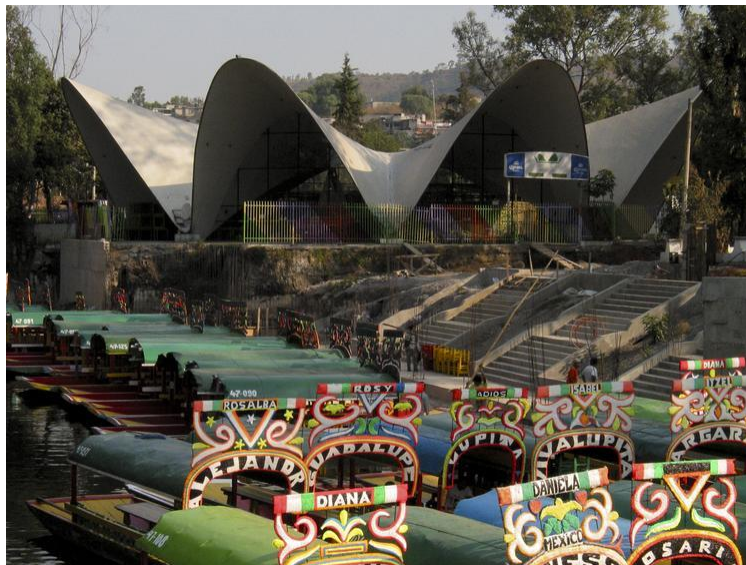


Figura 10: Restaurante Los Manantiales [13].



Figura 11: Igreja Atlântida [14].



Figura 12: Terminal TWA [15].



Figura 13: Centro Bürgi Garden [16].



Figura 14: Kingdome [17].

### 1.1.1.3. Estruturas tipo casca em Portugal

Em Portugal existem elementos do tipo casca em betão armado e betão pré-esforçado aplicados em instalações desportivas, culturais, industriais e entre outras.

Na Figura 15 apresenta-se o pavilhão Rosa Mota no Porto, executado em betão armado entre 1952 e 1955, contendo um diâmetro de 92 m e uma espessura 20 cm, projetado por José Carlos Loureiro e António Santos Soares.

Na Figura 16 mostra-se a cúpula do Planetário Calouste Goulbenkian em Lisboa, executada em betão armado em 1965, contendo um diâmetro de 25 m e uma espessura de 7 cm, projetada por Frederico George.



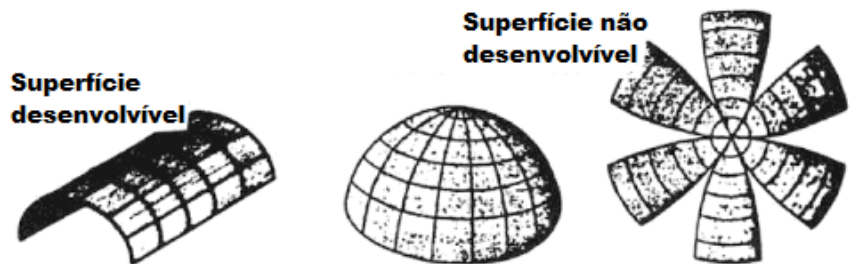
**Figura 15:** Pavilhão Rosa Mota [18].



**Figura 16:** Cúpula do Planetário Calouste Goulbenkian [19].

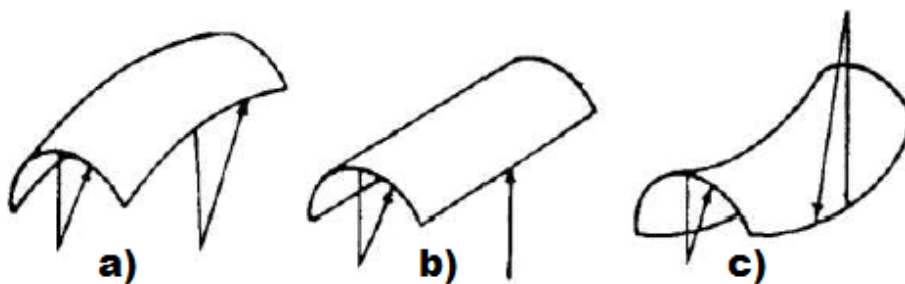
### 1.1.2. Classificação de estruturas tipo casca

As superfícies de cascas podem ser classificadas como desenvolvíveis e não desenvolvíveis. As superfícies desenvolvíveis são, por definição, as que podem ser “desenvolvidas” numa forma plana sem cortar e/ou esticar a sua superfície média. Contrariamente, as superfícies não desenvolvíveis têm de ser cortadas ou esticadas para se transformarem numa forma plana (Figura 17). As superfícies com dupla curvatura são normalmente não desenvolvíveis, enquanto que superfícies com curvatura simples são sempre desenvolvíveis.



**Figura 17:** Superfícies desenvolvíveis e não desenvolvíveis (adaptado [20]).

As estruturas de casca também podem ser classificadas com base na curvatura gaussiana. A curvatura gaussiana de uma superfície de dimensão tridimensional é o produto das curvaturas principais, ou seja,  $K = K_1 \times K_2$ , sendo  $K_1$  e  $K_2$  as respetivas curvaturas principais nas suas direções, e o seu produto pode ser positivo, nulo ou negativo. No caso de o produto das curvaturas gaussianas ser positivo, trata-se de uma superfície Sinclástica, se for nulo, trata-se de uma superfície simples ou Monoclástica e se for negativo, trata-se de uma superfície Anticlástica (Figura 18).



**Figura 18:** a) Superfície Sinclástica; b) Superfície Simples/Monoclástica; c) Superfície Anticlástica (Adaptado de [3]).

A geração de superfícies tridimensionais, como estruturas de cascas, com valores de curvaturas gaussianas positivas, negativas ou nulas, pode ser feita por métodos geométricos ou não geométricos. A geração geométrica é baseada na definição de superfícies com auxílio de funções matemáticas. A geração não geométrica corresponde à determinação da forma da casca por outros processos, sem uma função matemática.

## 1.2. Tipo de estruturas de cascas

### 1.2.1. Cascas cilíndricas

As cascas cilíndricas são um dos sistemas estruturais mais aplicados, podendo abranger soluções de uma única casca cilíndrica simples (Figura 19) ou um conjunto de cascas cilíndricas contínuas ou adjacentes (Figura 20). Estas pertencem ao grupo de cascas de superfície com curvatura gaussiana nula ou monocástica, surgem da translação de uma linha reta (geratriz) ao longo de uma curva plana (diretriz).

O sistema de apoio nas extremidades tem geralmente a designação de diafragma ou septo, podendo apresentar configurações diferentes. O diafragma maciço, o arco simples e o arco treliçado são as configurações mais usuais. Os diafragmas são elementos rígidos no seu próprio plano, mas por outro lado, são bastante flexíveis fora dele. Em cascas cilíndricas pode-se optar pela existência ou não existência de vigas de bordo [3].

A casca cilíndrica circular é a mais usual entre este género de estrutura, mas existe a possibilidade de as conceber com diretriz parabólica, elíptica, cicloidal e catenoidal. As cascas cilíndricas apresentam inúmeras vantagens na sua aplicação, em que se destacam:

- Respondem às solicitações desenvolvendo maioritariamente esforços no plano;
- Apresenta possibilidade de pré-fabricação com interesse económico;
- No caso de cascas em betão armado e pré-esforçado, as cascas cilíndricas permitem um especial interesse prático pela facilidade de montagem de cofragem e da betonagem da estrutura.

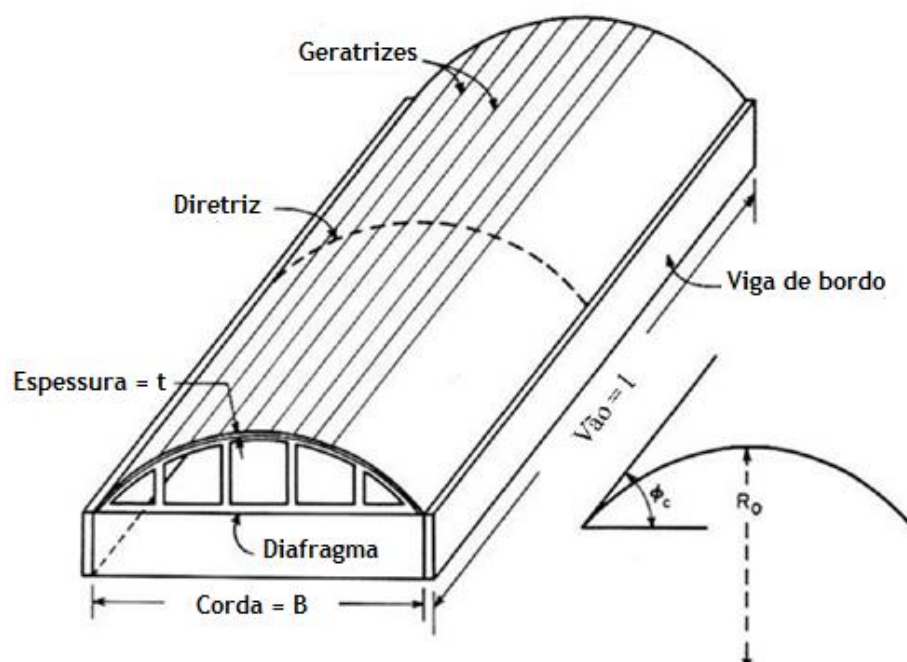
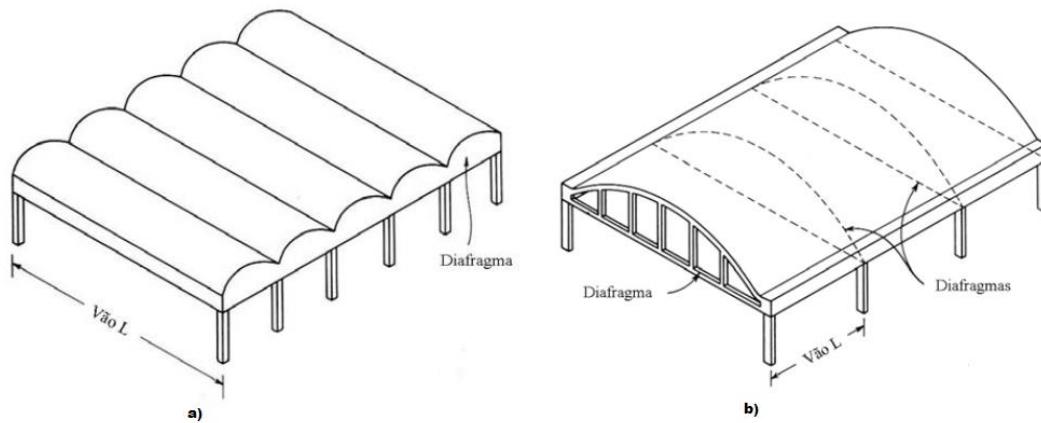


Figura 19: Elementos de casca cilíndrica simples (Adaptado de [3]).

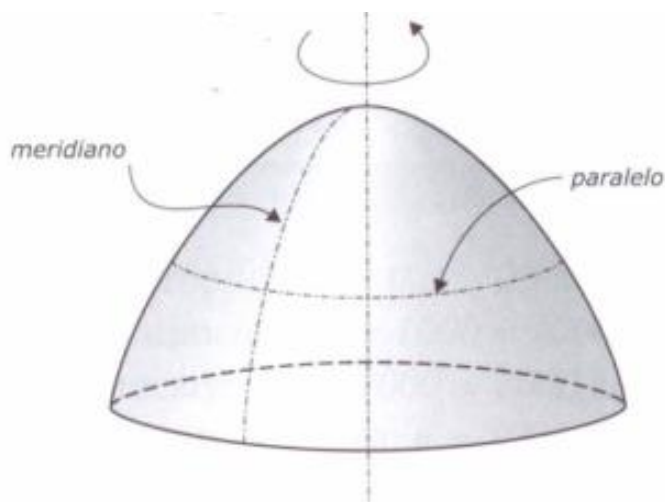


**Figura 20:** a) Conjunto de cascas cilíndricas adjacentes e b) Conjunto de cascas contínuas (Adaptado de [3]).

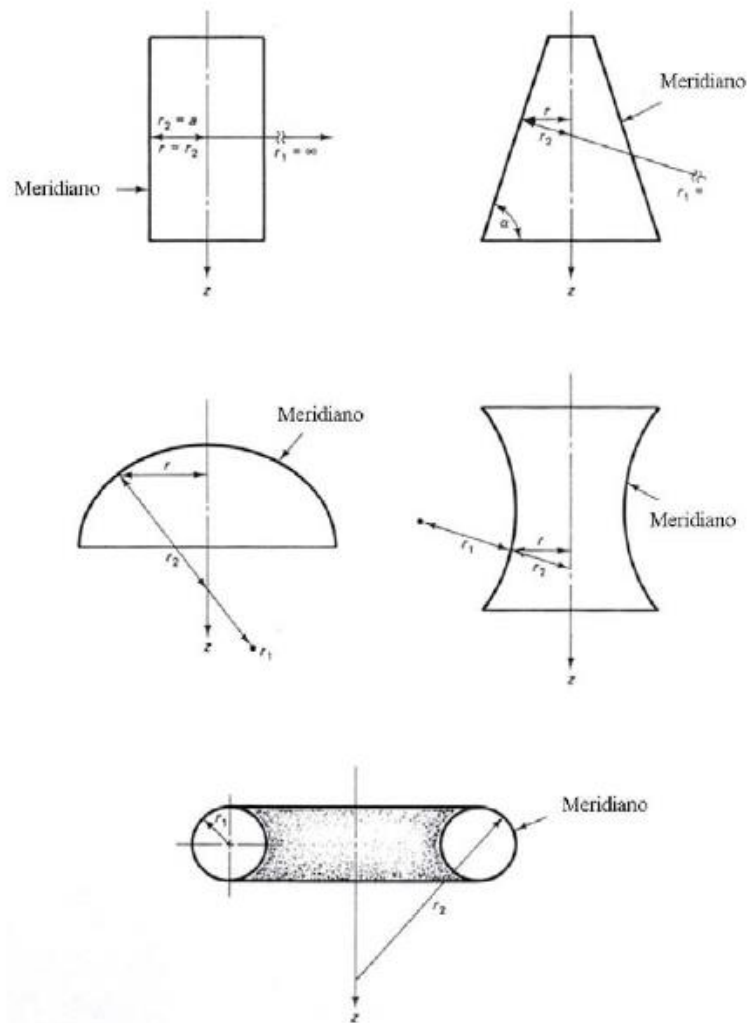
### 1.2.2. Cascas de revolução

As cascas de revolução são a par das cascas cilíndricas, um dos sistemas estruturais mais utilizados no desenvolvimento de estruturas do tipo cascas, podendo tomar a designação de cúpulas. As cascas de revolução contêm superfícies de dupla curvatura, pertencendo assim ao grupo de cascas de superfície gaussiana positiva ou sinclástica, resultando da rotação de uma curva plana que se designa de meridiano, sobre um eixo pertencente ao seu plano (Figura 21).

As cascas de revolução mais usuais são a de meridiano circular. No entanto, como nas cascas cilíndricas, existe uma possível versatilidade da forma do meridiano (Figura 22), resultando assim as cúpulas de meridiano elíptico, parabólico, ogival e entre outras.



**Figura 21:** Superfície de revolução (adaptado [3]).



**Figura 22:** Diferentes formas do meridiano em superfícies de revolução (Adaptado de [20]).

Estas cascas são bastante usadas em coberturas, reservatórios e instalações militares. As cascas de revolução de dupla curvatura apresentam as seguintes vantagens:

- Respondem às solicitações desenvolvendo maioritariamente esforços no plano;
- Permite reduzida utilização de materiais, visto que, demonstram efeito de arco em ambas as direções das curvaturas principais, o que lhes conferem uma especial eficiência na resposta às ações;
- Solução bastante rígida;
- Resistência a fenómenos de instabilidade melhorada na medida em que não apresenta tendência para encurvar.

### 1.2.3. Paraboloide hiperbólico

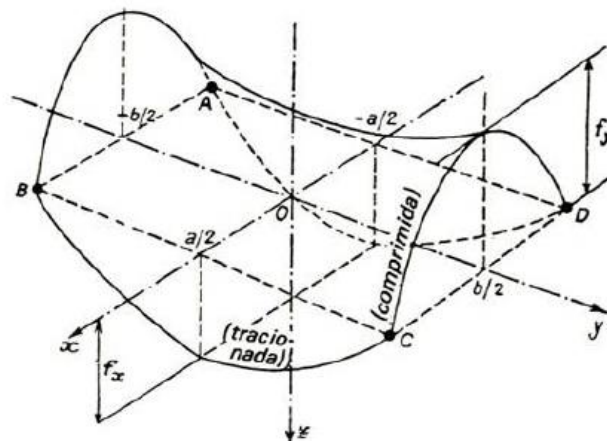
O Paraboloide Hiperbólico (Figura 23) surge da translação de uma parábola ao longo de uma outra parábola, mas esta última com curvatura de sinal oposto à primeira, em que os planos que contêm as parábolas devem ser ortogonais entre si, pertencendo assim às superfícies de

translação. As superfícies de translação são criadas fazendo mover uma curva plana ao longo de outra curva plana mantendo-a paralela ao plano inicial. O ângulo entre elas é constante, sendo os planos que as contém perpendiculares entre si.

As cascas do tipo parabolóide hiperbólico pertencem ao grupo das cascas com superfícies com curvatura gaussiana negativa ou anticlástica, e apresentam uma grande versatilidade de morfologias. A primeira cobertura deste tipo foi executada em 1933 pelo engenheiro francês Aimond [21]. A aplicação em grandes dimensões resulta do trabalho de Félix Candela, analisado no capítulo 3.

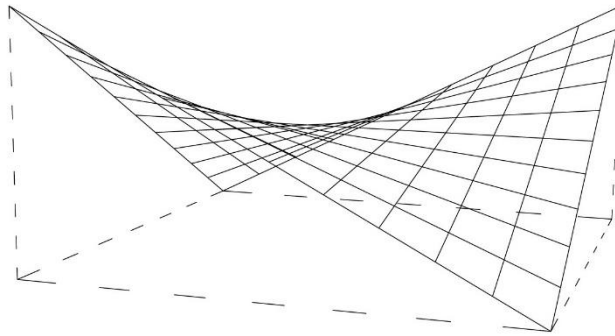
As vantagens que mais se destacam no parabolóide hiperbólico são as seguintes:

- Responderem às solicitações desenvolvendo maioritariamente esforços no plano;
- Apresentam um sistema resistente bastante eficaz que permite a conceção de soluções de enorme valor estético, muito ligeiras e versáteis com grande economia de materiais;
- A análise estrutural deste tipo de cascas está perfeitamente desenvolvida;
- Boa resistência a fenómenos de instabilidade;
- Em caso de betão armado e pré-esforçado tem um especial interesse, visto que, existe uma facilidade de montagem de cofragem e betonagem da estrutura.



**Figura 23:** Elemento de casca do tipo parabolóide hiperbólico (Adaptado de [22]).

Um tipo diferente de superfície gerado a partir do parabolóide hiperbólico resulta quando se elevam ou baixam um, dois ou três cantos de uma superfície plana quadrada ou retangular (Figura 24). Esse tipo de superfície pode ser obtido pelo movimento de linhas retas correspondentes a geratrizes através de duas extremidades também retas e não coplanares. Este tipo de solução pertence ao grupo de cascas regradas, tendo sido utilizado por Félix Candela em algumas das suas construções [21].



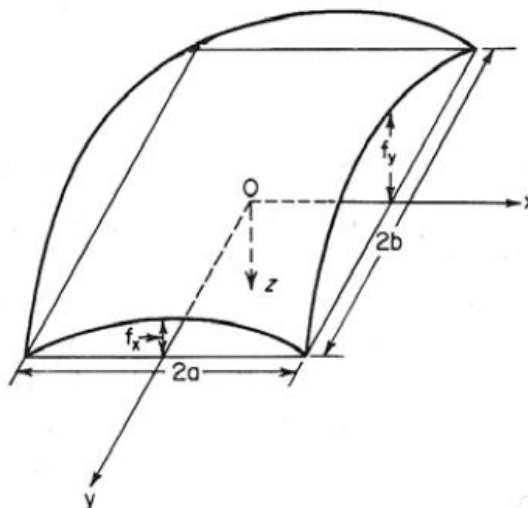
**Figura 24:** Elemento de cascas do tipo parabolóide hiperbólico regrado (adaptado [23]).

#### 1.2.4. Parabolóide elíptico

As cascas do tipo parabolóide elíptico são uma solução com alguma utilização em certas coberturas. Estes elementos pertencem ao grupo das cascas de superfície gaussiana positiva ou sinclástica, é o resultado da translação de uma parábola convexa sobre uma outra parábola também ela convexa, sendo estas curvas contidas em planos ortogonais entre si (Figura 25).

As vantagens que melhor se destacam neste tipo de cascas são as seguintes:

- Respondem às solicitações desenvolvendo maioritariamente esforços no plano;
- Permite reduzida utilização de materiais, visto que, demonstram efeito de arco em ambas as direções das curvaturas principais, o que lhes conferem uma especial eficiência na resposta às ações;
- Solução bastante rígida, visto que, para qualquer deformação da casca, esta apresenta rigidez no plano segundo duas direções.



**Figura 25:** Elemento de casca do tipo parabolóide elíptico (adaptado de [23]).

### 1.2.5. Conóide

As cascas do tipo conóide pertencem ao grupo de cascas de superfície gaussiana negativa ou anticlástica, e são tidas com uma solução com algum relevo em projetos de coberturas, sendo o resultado da translação de uma linha reta, mantendo-a sempre paralela a um dado plano (plano diretor), em que uma das extremidades é uma reta e a outra é uma curva plana, perpendiculares ao plano diretor chamadas diretrizes (Figura 26).

Os elementos deste tipo de cascas apresentam as seguintes vantagens:

- Respondem às solicitações desenvolvendo maioritariamente esforços no plano;
- Boa resistência a fenômenos de instabilidade;
- Permite atingir uma considerável exposição à luz natural;
- Em caso de betão armado e pré-esforçado tem um especial interesse, visto que, existe uma facilidade de montagem de cofragem e betonagem da estrutura.

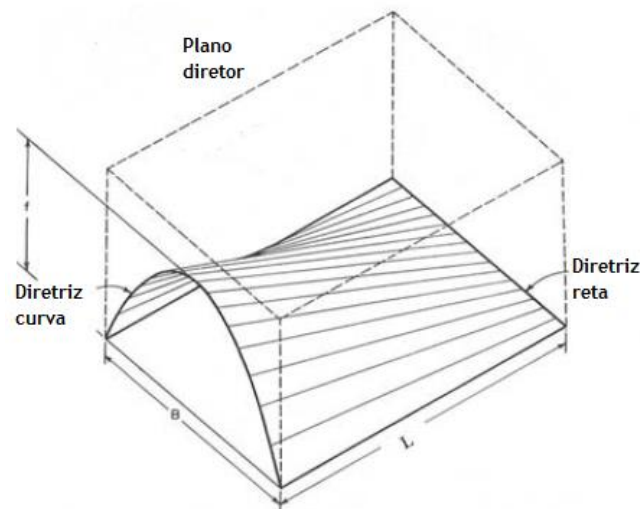


Figura 26: Conóide (Adaptado de [3]).

### 1.2.6. Cascas anti-funiculares

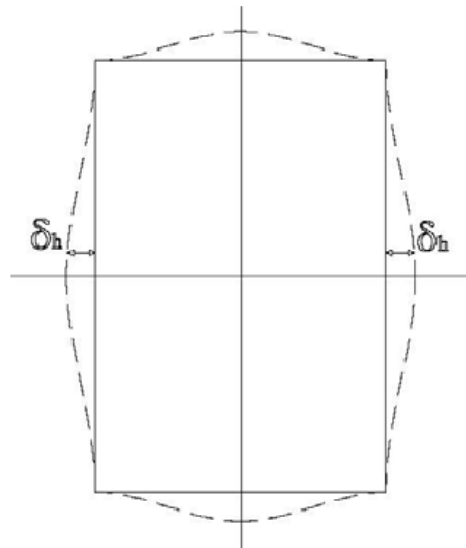
Uma superfície cuja geometria origine, para uma certa solicitação, um estado de equilíbrio onde apenas se desenvolvem esforços normais, dá-se o nome de superfície funicular, com esforços de flexão e corte nulos. Importante clarificar que a geometria funicular é função do tipo de carregamento, ou seja, uma geometria funicular do peso próprio não está livre de esforços de flexão e de corte quando sujeita a outro tipo de carregamento.

Nas cascas de dupla curvatura a superfície anti-funicular é geralmente complexa, tendo geralmente que ser obtida através de modelos físicos ou recorrendo a ferramentas de análise numérica de estruturas.

Embora as superfícies anti-funiculares obtidas estejam, geralmente, por definição em um estado de equilíbrio sem esforços de flexão, isso só é válido no caso de os apoios serem totalmente indeformáveis. Caso contrário, as deformações resultantes dos apoios flexíveis desviam a forma do anti-funcular (Figura 27), o que conduz a momentos fletores [24].

Um dos métodos de obter a superfície anti-funcular resulta da inversão da forma funicular obtida por suspensão de modelos físicos com a capacidade de gerarem apenas esforços de tração. Consequentemente, o modelo invertido, anti-funcular, desenvolve apenas esforços de compressão.

A aplicação em grandes dimensões resulta do trabalho de Heinz Isler, cuja a análise será feita no capítulo 2.

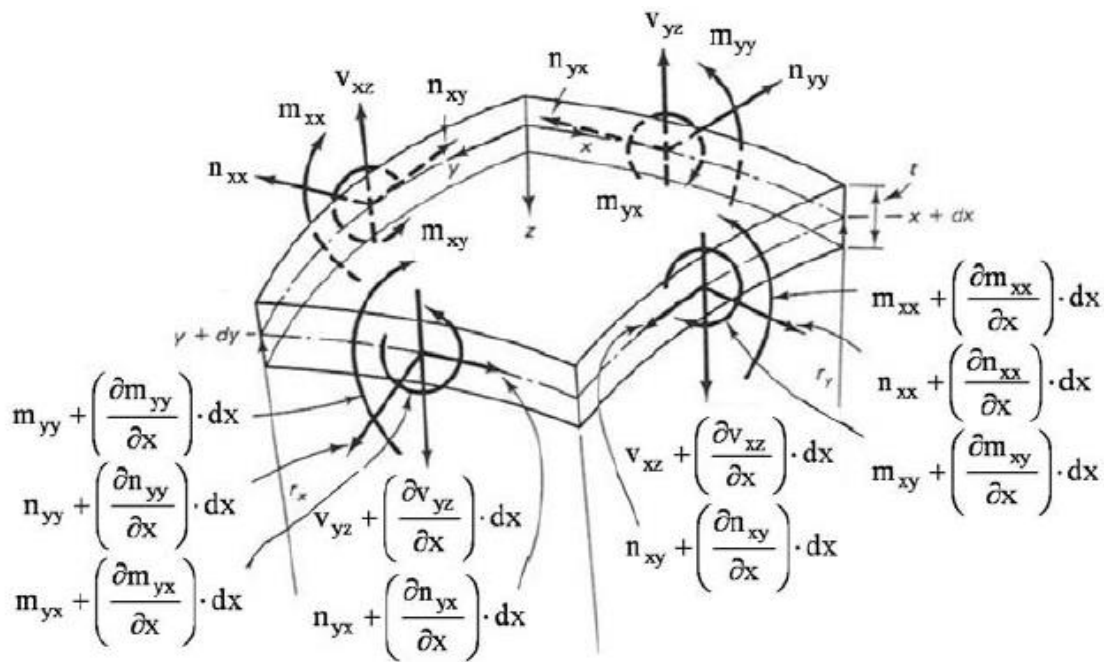


**Figura 27:** Representação esquemática da deformação dos bordos da casca funicular (adaptado de [24]).

### 1.3. Análise de elementos de casca

Na Figura 28 está representado um elemento do tipo casca, com os diferentes esforços gerados nas suas facetas. Nas estruturas de casca analisadas no presente trabalho, anti-funiculares ou não, são desprezáveis os esforços de flexão.

A superfície média desenvolve-se em duas dimensões, logo assumir-se-á um sistema de eixos  $x$  e  $y$  tal que, pertencendo à superfície média, sejam ortogonais entre si. Considera-se um elemento de casca de quatro lados limitados por secções  $x$ ,  $x+dx$ ,  $y$ ,  $y+dy$  de valor constante.



**Figura 28:** Esforços distribuídos em um elemento de casca genérico (Adaptado de [25]).

Em conclusão, um elemento de casca genérico é constituído por dez esforços distribuídos que subdividem em dois grupos [26]:

- Esforços de membrana - inclui os esforços normais  $n_{xx}$  e  $n_{yy}$  e os esforços tangenciais  $n_{xy}$  e  $n_{yx}$ ;
- Esforços de flexão/corte - inclui os momentos fletores  $m_{xx}$  e  $m_{yy}$ , os momentos torsores  $m_{xy}$  e  $m_{yx}$  e os esforços de corte  $v_{xz}$  e  $v_{yz}$ .

A obtenção dos esforços distribuídos para um elemento de casca sujeito a uma dada solicitação e condições de fronteira é, em geral, uma tarefa de um grau de complexidade elevada, uma vez que a estática fornece seis equações para determinar dez incógnitas. Esta indeterminação é possível de resolução pela utilização das relações constitutivas da teoria da elasticidade, tendo em conta as deformações da casca. No entanto, o sistema de equações resultante é de elevada complexidade, sem soluções analíticas para a maioria dos casos.

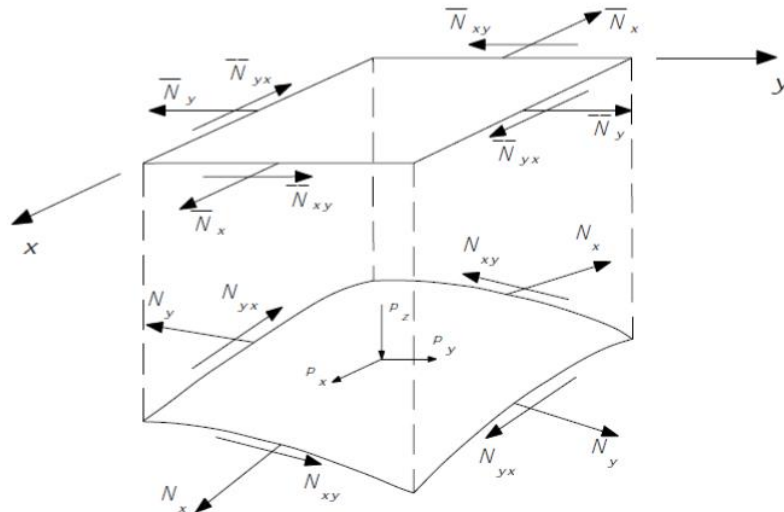
Uma alternativa a este processo consiste em admitir hipóteses simplificativas que permitem obter uma solução mais simples e com resultados aceitáveis em termos práticos. Assim, surge a teoria da membrana, ou seja, a casca resiste a um certo carregamento apenas desenvolvendo maioritariamente esforços no plano, isto é, os esforços de flexão e esforços de corte são nulos ou desprezáveis.

### 1.3.1. Teoria da membrana

É de notar que é sempre importante que a casca resista a solicitações desenvolvendo esforços no plano, designados por esforços de membrana (Figura 29) e evite desenvolver esforços de flexão e esforços de corte. Para esforços no plano, as tensões são quase uniformemente distribuídas ao longo de toda a espessura, ou seja, a secção é toda utilizada e de modo uniforme para o equilíbrio. Assim, esse tipo de funcionamento revela-se bastante mais eficiente do que o que ocorre na presença de esforços de flexão, em que o material não é aproveitado de modo uniforme, com tensões geralmente muito superiores [20].

O equilíbrio quase exclusivo de membrana é uma das características que justificam a eficiência e economia no consumo de material em estruturas do tipo casca, ao invés de uso de estruturas sem curvatura tipo laje. A teoria da membrana parte por hipótese de adotar momentos nulos, devendo obedecer às condições que se seguem [26]:

1. A casca deve ser fina, isto é, a relação espessura/raios de curvatura da superfície média deve ser muito pequena. Esta condição corresponde a uma reduzida capacidade de gerar esforços de flexão, que apenas surgem após transições com deformações consideráveis;
2. A superfície média deve, normalmente, possuir uma curvatura contínua. Caso contrário, existiria a propensão para nas zonas de descontinuidade surgirem esforços de flexão e esforços de corte;
3. As solicitações não devem ser concentradas, mas sim distribuídas. Esta condição garante a inexistência de esforços locais de flexão, necessários para o equilíbrio de cargas concentradas;
4. As reações dos bordos das cascas devem atuar tangencialmente à superfície média. Os esforços de membrana que atuam nas cascas são naturalmente tangenciais à superfície pelo que devem ser, na zona dos bordos, equilibrados por uma reação com a mesma direção;
5. Os apoios e elementos de bordo devem ser conciliáveis com as deformações de bordo livre de membrana.



**Figura 29:** Elemento genérico de casca - teoria geral da membrana (Adaptado de [25]).

### 1.3.2. Instabilidade em elemento de casca

Em estruturas de casca, a instabilidade constitui um problema importante dados os esforços de compressão e a espessura geralmente reduzida. As cargas críticas deste tipo de estruturas são significativamente incrementadas pela existência de duplas curvaturas, facto que em muitos casos orienta para a escolha da forma. Por exemplo, as superfícies sinclásticas são mais suscetíveis a problemas de instabilidade que as superfícies anticlásticas.

Todavia, pela versatilidade de geometrias, condições de apoio e tipos de carregamento a que os elementos de cascas podem estar sujeitos, não existe uma expressão genérica para determinar o valor de carga critica linear, mas sim um conjunto de expressões desenvolvidas por vários autores para cada caso específico de estruturas de cascas. Deste modo, apresenta-se seguidamente algumas expressões para determinar a carga critica ( $P_{cr}$ ) para alguns elementos de casca [3]. Adicionalmente, as cargas críticas podem ser determinadas por métodos numéricos ou experimentais.

- Cascas cilíndricas longas

$$P_{cr} = \frac{1}{\sqrt{3 \times (1 - \nu^2)}} \times \frac{E \times h}{R} \quad (1)$$

Em que:

E,  $\nu$  - Modulo de elasticidade e coeficiente de Poisson;

h - Espessura da casca;

R - Raio do cilindro.

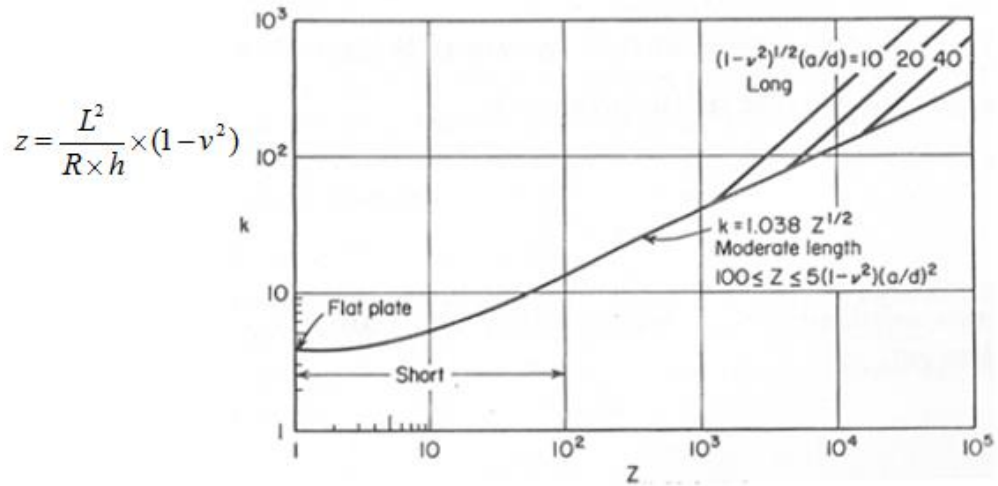
- Cascas cilíndricas curtas

$$P_{cr} = \frac{\pi \times k \times E}{12 \cdot (1 - \nu^2)} \times \left(\frac{h}{L}\right)^2 \quad (2)$$

Em que:

L - vão do cilindro;

k - coeficiente de instabilidade de cascas cilíndricas simplesmente apoiada (Figura 30).



**Figura 30:** Coeficiente de instabilidade de cascas cilíndricas (adaptado de [3]).

- Cascas de dupla curvatura

$$P_{cr} = \frac{2 \times E}{\sqrt{3 \times (1 - \nu^2)}} \times \frac{h^2}{R_1 \times R_2} \quad (3)$$

Em que:

$$\frac{1}{R_1} \text{ e } \frac{1}{R_2} = \frac{r+t}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{r-t}{2}\right)^2 + s^2}$$

$$r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} ; s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \times \partial y} \text{ e } t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$



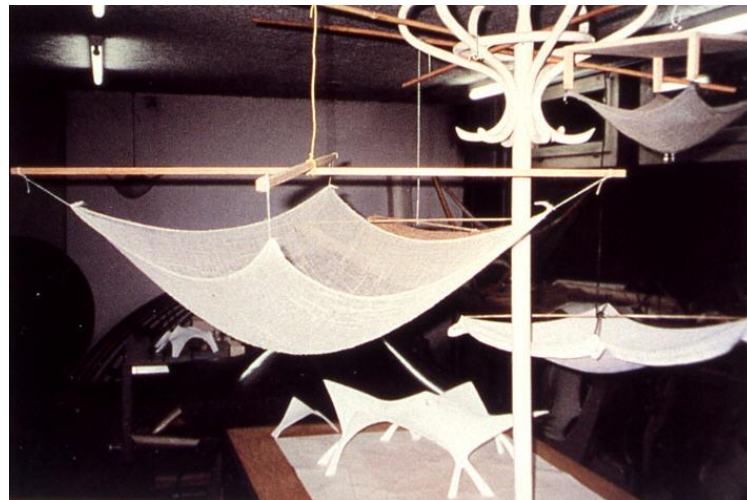
# Capítulo 2

## Estruturas de Cascas com Forma de Membrana Invertida

### 2.1. Análise geral

O bom desempenho das estruturas de cascas em betão resulta do facto da forma da sua superfície média implicar o equilíbrio das cargas atuantes essencialmente com esforços de membrana. Para isso, uma possível metodologia de projeto consiste em definir a forma da superfície média da casca por inversão de uma membrana suspensa.

O procedimento baseia-se no facto de uma membrana suspensa (Figura 31) conseguir equilibrar o carregamento aplicado gerando apenas forças de tração. A estrutura de casca com a forma correspondente à inversão da membrana suspensa irá equilibrar um carregamento similar com esforços de compressão e com flexão desprezável [27].



**Figura 31:** Aplicação do método da membrana suspensa [28].

O primeiro aspeto a considerar, quando se utiliza este procedimento está relacionado com o carregamento. A funicularidade ou anti-funicularidade existe para carregamentos específicos, que têm de ser definidos na fase de obtenção de forma. Geralmente, é considerada a forma funicular ou anti-funicular do carregamento permanente [29].

Este método de obtenção de forma encontra limitações na dificuldade de condicionar *a priori* a solução final. Na ausência de experiência acumulada, pode ser difícil determinar condições do modelo de partida que resultam num resultado final desejado. O presente trabalho pretende

apresentar algumas indicações que facilitem a escolha de condições de partida de modo a se obterem soluções com características finais pré-definidas [27].

No projeto deste tipo de estruturas devem ser tidos em consideração com particular cuidado os fenómenos de instabilidade, tendo em conta as reduzidas espessuras associadas a grandes vãos. Aliás, alguns exemplos de referência [1] [3] [25] demonstram que as condições de partida são muitas vezes definidas de modo a reduzir a suscetibilidade a problemas de instabilidade na solução final obtida.

## 2.2. Análise histórica

O objetivo de determinar uma forma que implique estados de tensão que se adequem aos materiais utilizados e a outras condicionantes, acompanha desde há muito tempo os construtores de cascas. De acordo com [30], a questão de como construir uma abóbada na qual só atuassem forças axiais de compressão, e nenhuma força tangencial, teve sua solução teórica determinada pela primeira vez no final do século XVII.

Para o arco a solução corresponde à catenária, cuja tarefa de obtenção da forma foi inicialmente proposta por Jakob Bernoulli, em 1690, e foi resolvida no ano seguinte em conjunto com Leibniz e Huygens [31].

O uso mais evidente deste princípio surge na década de 80 do século XIX no projeto das estruturas de Antoni Gaudi (1852-1926). A forma das suas estruturas era obtida através de modelos de redes de fios suspensos (Figura 32), sob ação de pesos que simulavam as cargas que iriam solicitar a estrutura. Posteriormente, a inversão dessa forma fornecia a geometria anti-funicular [32].

É importante observar que nas estruturas de Gaudi os arcos não eram paralelos. O arquiteto explorava de maneira original o espaço tridimensional, diferenciando-se dessa maneira de outros projetistas da época. Antonio Gaudi projetou vários dos seus edifícios, incluindo a igreja da Sagrada Família e a Casa Milà (Figura 33) em Barcelona, com auxílio deste método [33].



**Figura 32:** Modelo experimental de arcos de catenária da Casa Milà [33].



**Figura 33:** Arcos de catenária da Casa Milà [33].

A aplicação deste princípio no projeto de coberturas em casca de betão armado iniciou-se por volta da década de 1950, inicialmente com o engenheiro suíço Heinz Isler [1] e com o indiano Ramaswamy [3].

Isler utilizou apenas modelos físicos experimentais para a definição da forma dos modelos. O trabalho de Ramaswamy, por outro lado, é fundamentado na utilização de formulação matemática para a definição da forma dos modelos.

Heinz Isler, citado em [27], utiliza a denominação de casca estrutural como modo justificativo do facto de a forma ser resultante de uma "procura" natural de um estado de tensões favorável ao material empregue, condicionada por fatores como o sistema de apoio.

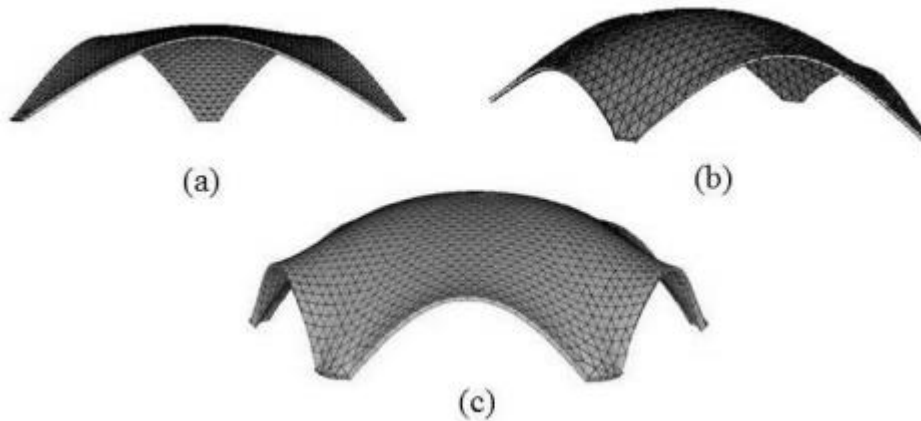
As estruturas do tipo casca com forma anti-funcular das cargas apresentam um comportamento estrutural eficiente pela quase ausência de esforços de flexão, em que o equilíbrio é possível devido aos níveis reduzidos de tensão, apesar das espessuras reduzidas. As diferentes possibilidades em termos de condições de partida, como geometria em planta, apoios, material utilizado no modelo suspenso ou pré-esforço, conduzem a uma grande variedade de formas, o que pode ser desafiante em termos arquitetónicos.

Com o surgimento da computação o método deixou de estar tão confinado aos modelos físicos. Por exemplo, os modelos de elementos finitos e a análise não linear de estruturas permitem a obtenção de formas funiculares e anti-funculares sem as dificuldades inerentes aos modelos experimentais [34]. No entanto, parece existir demasiado foco na obtenção de uma forma, sem uma análise sob o ponto de vista da mecânica estrutural, por exemplo, de como as condições iniciais podem determinar melhores ou piores soluções finais. O presente trabalho pretende ser um contributo para isso.

Como as superfícies das estruturas são definidas por um grande conjunto de pontos torna-se necessária a utilização de recursos computacionais a fim de tornar o trabalho menos exaustivo e, em certos casos, é a única maneira de viabilizá-lo (Figura 34 e Figura 35).



Figura 34: Esquema de geração de estruturas em casca de formas livres [34].



**Figura 35:** Estruturas de cascas de formas livres geradas computacionalmente, a) Planta Triangular; b) Planta Quadrada e c) Planta Pentagonal [34].

## 2.3 - A concepção estrutural de Heinz Isler

A construção de cascas com forma obtida por inversão do funicular das cargas teve o maior desenvolvimento com o engenheiro suíço Heinz Isler [1]. Por esse motivo, no presente trabalho são analisadas algumas das suas opções e obras. Todo o trabalho, desde a obtenção da forma à análise do comportamento estrutural era baseado em modelos físicos à escala reduzida, com posterior acompanhamento do processo construtivo e monitorização do comportamento ao longo do tempo [1]. Desse modo de trabalho deve ter resultado um profundo conhecimento sobre o comportamento deste tipo de estruturas, assim como do processo de obtenção de forma que parece ser pertinente analisar.

Heinz Isler, nasceu a 26 de julho de 1926, em Zollikon, perto de Zurique, mostrou desde tenra idade o talento como artista. Começou os seus estudos a 4 de novembro de 1945 na faculdade ETH em Zurique, onde escolheu estudar reservatórios de betão armado como tema da sua dissertação, graduando-se em 1950 em Engenharia Civil.

### 2.3.1 - Influências fundamentais

Na era do desenvolvimento das estruturas do tipo casca, a análise estrutural era uma tarefa complexa devido à ausência de ferramentas computacionais evoluídas. Esse facto originou diferentes procedimentos na concepção e análise deste tipo de estruturas.

As diferenças de procedimentos são evidentes quando se comparam, por exemplo, as obras e os projetos de Heinz Isler [1], Félix Candela [2] e Eladio Dieste [4]. No entanto, surge também com evidência a preocupação pela eficiência e economia estrutural, assim como com o sentido estético.

Conforme [1], Heinz Isler tinha uma forte ligação com a natureza, o que viria a moldar o seu modo de trabalho e as formas estruturais que procurava obter e construir. A morfologia e a curvatura de certos elementos na natureza geravam em si muita curiosidade, vindo a servir de inspiração para as suas criações de formas para estruturas de cascas.

A forma das conchas, cascas de ovos, cascas de nozes, carapaça de tartaruga, eram formas ideais pelo facto de serem "resultado de leis naturais e consequentemente mais ecológicas" [35]. Essas formas correspondem a "escudos endurecidos", conchas com dupla curvatura, finas e resistentes.

Para além da natureza, Heinz Isler, sentiu-se inspirado pelo trabalho desenvolvido por Eduardo Torroja, Pierre Lardy, Hans Hauri e Félix Candela. O desenvolvimento de Isler na forma das estruturas de cascas foi principalmente influenciada em 1960, quando observou o projeto de Félix Candela para o restaurante "Los Manantiales" [1], com apenas 4 cm de espessura. Conforme [1], não foi a reduzida espessura que mais o impressionou, mas sim a possibilidade de demonstrar o carácter da esbelteza da estrutura e o modo de disposição dos apoios, algo que para Isler era extremamente bem demonstrado no trabalho de Candela [1].

Outra influência importante foi a de Pierre Lardy, que tinha profundo conhecimento sobre a utilização de modelos à escala reduzida para análise do comportamento de estruturas. Domínio este que surgiu de estudos nos laboratórios de Eduardo Torroja em Espanha, assim, Eduardo Torroja que foi influência direta de Pierre Lardy, influenciou indiretamente Heinz Isler [1].

### **2.3.2 - Aspetos caracterizantes fundamentais**

Muitos construtores, como Eduardo Torroja, Félix Candela, Pier Luigi Nervi, Ove Arup e Nicolas Esquillan, construíram estruturas de casca em que a forma é determinada matematicamente. Esse procedimento dava a possibilidade de determinar com os meios disponíveis as tensões geradas, tendo em consideração a inexistência de ferramentas computacionais de análise de estruturas. Contrariamente, as estruturas de casca de Heinz Isler eram de "forma livre", com a impossibilidade de ser descritas por fórmulas matemáticas simples.

A referência [1], dedicada a Heinz Isler, demonstra que o projeto das suas obras era feito sem recurso a complexos processos de cálculo, resultando a certeza sobre a segurança estrutural e desempenho adequado da análise experimental muito rigorosa. Conforme descreve [1], cada medição era feita doze vezes pelo próprio, rejeitando os dois piores resultados.

Conforme [35], "o aspeto arquitetónico surge como resultado da forma criada". Na sua opinião, essa forma tinha que respeitar três condições fundamentais, relacionadas com eficiência no processo construtivo, na economia e no comportamento estrutural [35].

Heinz Isler, tal como outros construtores de estruturas de cascas, tinha uma relação intensa de cooperação com os executantes dos seus projetos. Para além da garantia de que a execução era feita com grande qualidade, essa cooperação permitia uma evolução no sentido de economia de custos, nomeadamente, em termos de reutilização de cofragens em diferentes estruturas.

Um aspeto caracterizante das estruturas em casca de Heinz Isler é o recurso quase sistemático a pré-esforço [1]. Para além do efeito no equilíbrio das elevadas reações horizontais geradas nos apoios, o pré-esforço permite reduzir os desvios entre a forma pré-determinada e a forma final da casca, dada a indução ativa de esforços e a possibilidade de correção do posicionamento da casca.

Adicionalmente, o pré-esforço facilitava o processo de descofragem, uma vez que a casca era "descolada" da cofragem passando a funcionar em equilíbrio. Parece ser legítimo afirmar que, na cooperação com os empreiteiros, a aplicação de pré-esforço fosse acompanhada de muito perto ou mesmo orientada pelo próprio.

A sua confiança na qualidade do betão, permitia reduzir a espessura, tendo usado uma espessura de betão de apenas 8cm em algumas de suas cascas na Suíça, com excelente durabilidade. Conforme [1], na sua opinião, a durabilidade do betão nas coberturas do tipo casca era provavelmente mais importante que os esforços.

Além disso, as superfícies junto aos apoios eram mais íngremes, portanto era necessário um cuidado extra na betonagem junto dessas zonas. Conforme [1], plastificantes seriam utilizados para auxiliar na compactação do betão em volta das armaduras de reforço e de pré-esforço nos cantos e para permitir uma mistura mais seca de betão.

De notar que as mesmas não eram alvo de qualquer acabamento, ficando com a superfície resultante após betonagem. Assim, a durabilidade dependia da qualidade do betão e do processo de betonagem, beneficiando muito do estado de compressão gerado pela forma e pela aplicação de pré-esforço.

As tensões instaladas neste tipo de estruturas são bastante reduzidas, quando comparado com a resistência à compressão do betão, o que resulta da quase inexistência de esforços de flexão. Assim, a suscetibilidade a instabilidade por encurvadura e a durabilidade eram as preocupações fundamentais.

A suscetibilidade à instabilidade por encurvadura constituía um condicionante da forma. Conforme será analisado no presente trabalho, o processo físico de obtenção de forma era orientado no sentido de aumentar as cargas críticas das estruturas.

## **2.4 - Obtenção de forma e implicações no comportamento estrutural**

No procedimento de obtenção de forma com inversão de membrana um dos parâmetros determinantes é o material utilizado no modelo físico. Conforme [1], Heinz Isler utilizava quer tecidos quer membranas flexíveis, com implicações na forma resultante e, conseqüentemente, no comportamento estrutural. No presente sub-capítulo pretende-se perceber o que pode ter determinado a utilização de um ou de outro material. Adicionalmente, pretende-se encontrar uma explicação mecânica para as formas estruturais resultantes, associando-se ao comportamento estrutural.

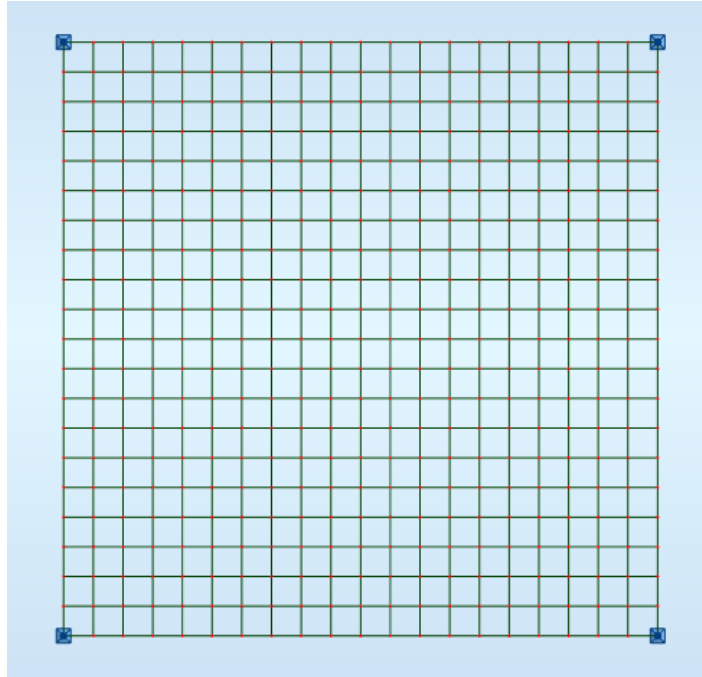
### **2.4.1 - Formas obtidas com modelos de materiais distintos**

#### **2.4.1.1 - Forma e caminhos de forças**

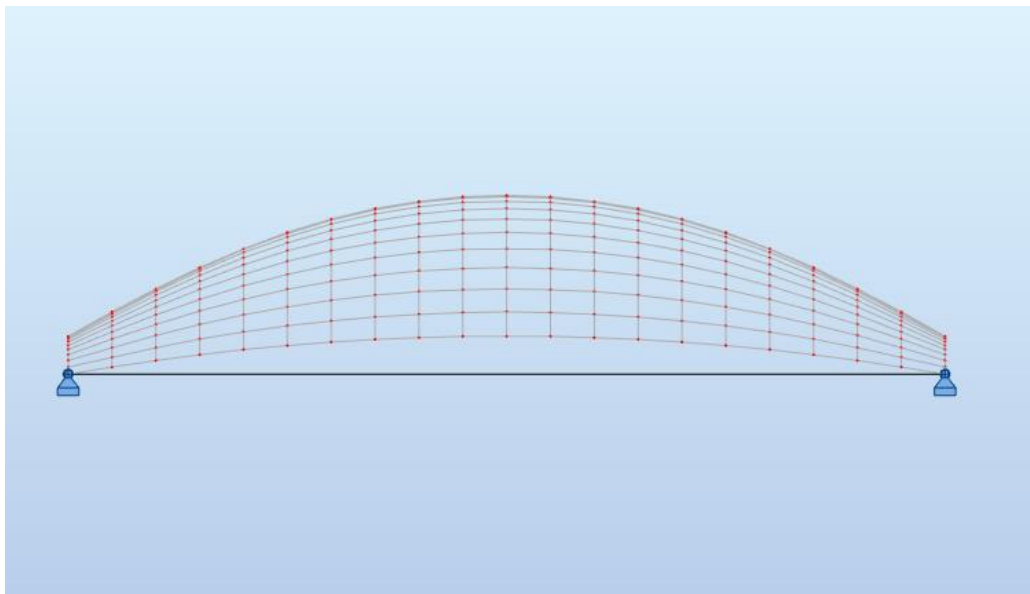
No presente sub-capítulo analisam-se modelos com plantas quadradas de 20m x 20m, com espessuras de 8 cm. Os casos analisados pretendem ser similares ao uso de membranas e ao uso de tecidos. Em termos de esforços os dois casos diferem pela existência e inexistência, respetivamente, de esforços  $N_{xy}$ . O processo de obtenção da forma e análise estrutural foi realizado no software de cálculo estrutural Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2017 [36].

Na Figura 36 surge representado um modelo plano de grelha, com barras IPE 100, apoiada nos quatro cantos e sujeita a cargas concentradas verticais. A escolha dos perfis IPE 100 na grelha de dimensões de 20 m x 20 m, deve-se à necessidade de reduzida resistência à flexão em torno do eixo vertical e reduzida rigidez à torção. Assim, é possível que os caminhos de forças sejam essencialmente alinhados com as direções das barras que compõem a grelha, aproximando-se de uma malha de fios ligados e dispostos ortogonalmente.

Após um processo iterativo de obtenção de forma, foi obtida a forma geométrica da Figura 37, com esforços de flexão muito reduzidos. É possível observar elevada curvatura global com reduzida altura das zonas de bordo livre comparativamente à zona central.

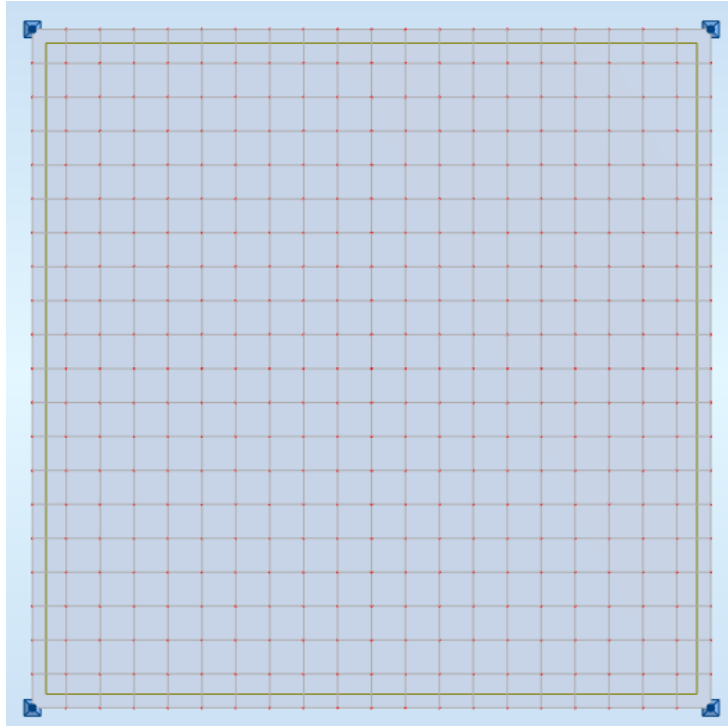


**Figura 36:** Modelo de cálculo computacional de uma estrutura de casca gerada com uso de um tecido.

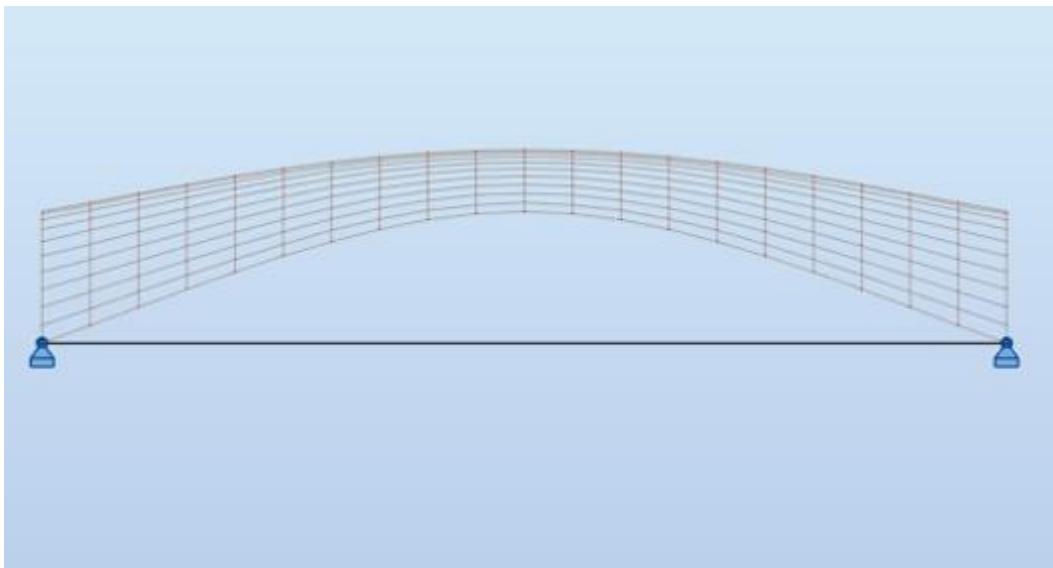


**Figura 37:** Representação de geometria obtida por inversão de modelo similar a um tecido suspenso.

A utilização de um modelo contínuo (Figura 38) em vez de um modelo de grelha, simulando o comportamento de uma membrana flexível, resulta na forma apresentada na Figura 39, com menor curvatura e com maior altura das zonas de bordo livre.



**Figura 38:** Modelo de cálculo computacional de uma estrutura de casca gerada com uso de uma membrana flexível.



**Figura 39:** Representação de geometria obtida por inversão de modelo similar a uma membrana flexível suspensa.

A comparação da Figura 37 com a Figura 39 mostra que a adoção de modelos planos iniciais distintos, que podem corresponder a um tecido e a uma membrana flexível, resulta em formas distintas, que se podem associar à presença ou não de esforços  $N_{xy}$ . A presença dessas forças implica uma maior distribuição dos caminhos de forças, que deixam de estar tão concentrados junto dos bordos, nos alinhamentos entre os apoios. Esse facto surge mais evidente com os resultados da análise estrutural das estruturas de casca obtidas, nomeadamente, pela comparação em termos de caminhos de forças.

### 2.4.1.2 - Campos vetoriais e caminhos de forças

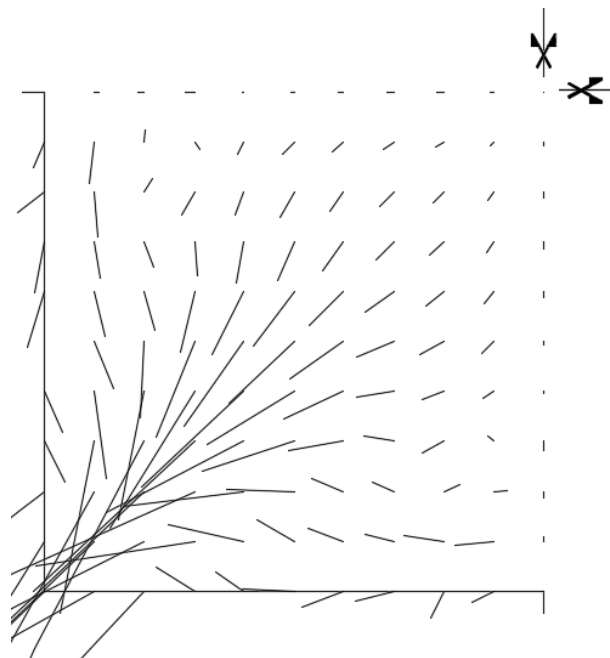
De modo a estudar alguns aspetos de conceção e comportamento estrutural é apresentada neste sub-capítulo a análise estrutural das estruturas modelo geradas. Conforme [37], o equilíbrio de estruturas com funcionamento de membrana pode ser globalmente analisado com recurso a campos vetoriais definidos a partir das equações diferenciais de equilíbrio. Essas equações devem se obtidas para forma arbitrária e definidas para as projeções horizontais dos esforços de membrana [25].

Para o equilíbrio na direção ortogonal ao plano de projeção da casca, considerado como vertical, é possível definir o campo vetorial  $v_z$  (5) a partir da equação diferencial (4).

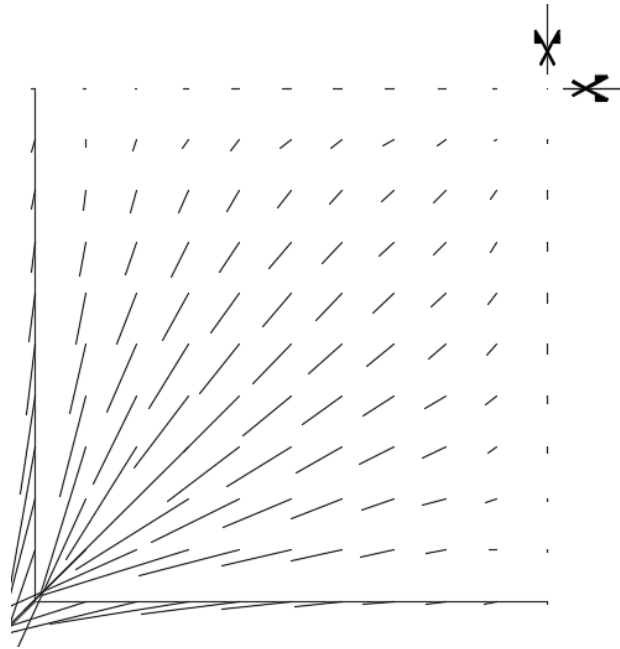
$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{N}_x \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{N}_{yx} \frac{\partial z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left( \bar{N}_{xy} \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \bar{N}_y \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \bar{p}_z = 0 \quad (4)$$

$$v_z = \left( \bar{N}_x \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{N}_{xy} \frac{\partial z}{\partial y}, \bar{N}_{yx} \frac{\partial z}{\partial x} + \bar{N}_y \frac{\partial z}{\partial y} \right) \quad (5)$$

Na Figura 40 e Figura 41 surgem representados os campos de equilíbrio vertical para a solução obtida com inversão de modelo similar a um tecido e com inversão de modelo similar a uma membrana flexível, respetivamente. Em ambos os casos é possível observar que os bordos livres são pouco utilizados para o equilíbrio global de forças verticais, que ocorre com mais intensidade nas zonas interiores.

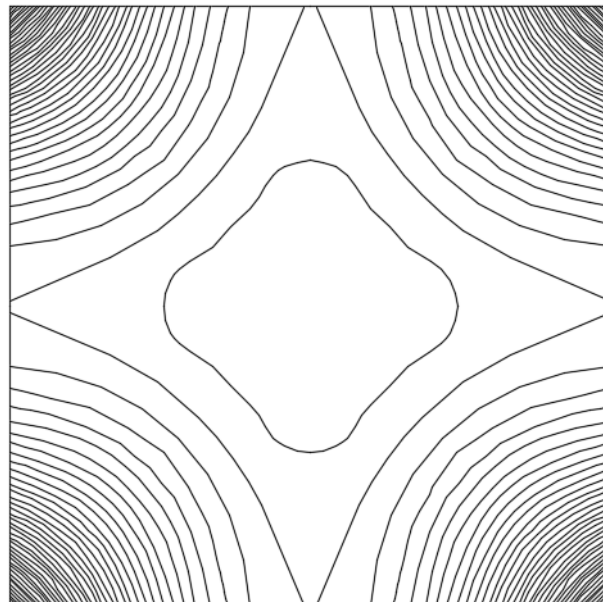


**Figura 40:** Campo Vetorial  $V_z$  de estrutura de casca usando um tecido, apoiada nos cantos.

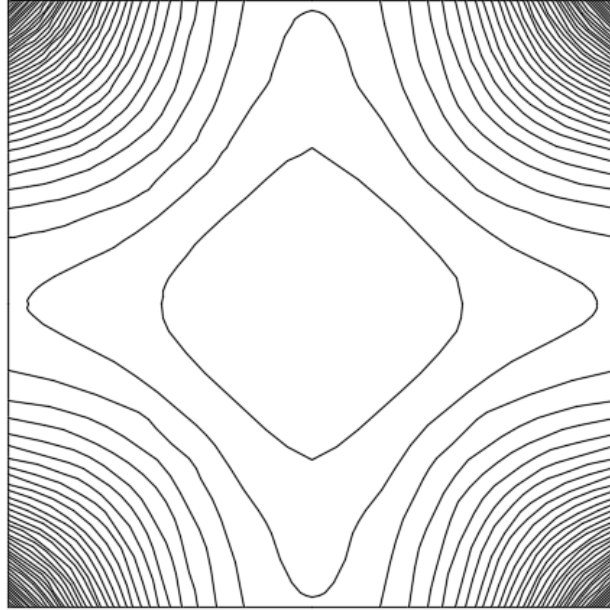


**Figura 41:** Campo Vetorial  $V_z$  de estrutura de casca usando uma membrana flexível, apoiada nos cantos.

Para uma melhor comparação entre os dois casos foram numericamente integrados os campos de equilíbrio vertical (5), representando as curvas de nível das funções resultantes. As representações da Figura 42 e Figura 43 mostram que não existem diferenças fundamentais nos resultados obtidos para as duas situações, a que se podem associar diferenças pouco significativas em termos de equilíbrio de forças na direção vertical.



**Figura 42:** Curvas de nível da função após integração do campo de equilíbrio vertical  $v_z$  para o modelo similar à inversão de um tecido.



**Figura 43:** Curvas de nível da função após integração do campo de equilíbrio vertical  $v_z$  para o modelo similar à inversão de uma membrana flexível.

A comparação entre os dois modelos é também feita através dos caminhos de forças das projeções horizontais das forças de membrana, utilizando os campos vetoriais (8) e (9), tendo por base as equações diferenciais (6) e (7) para estruturas de casca solicitadas unicamente na direção vertical ( $p_x=0$  e  $p_y=0$ ).

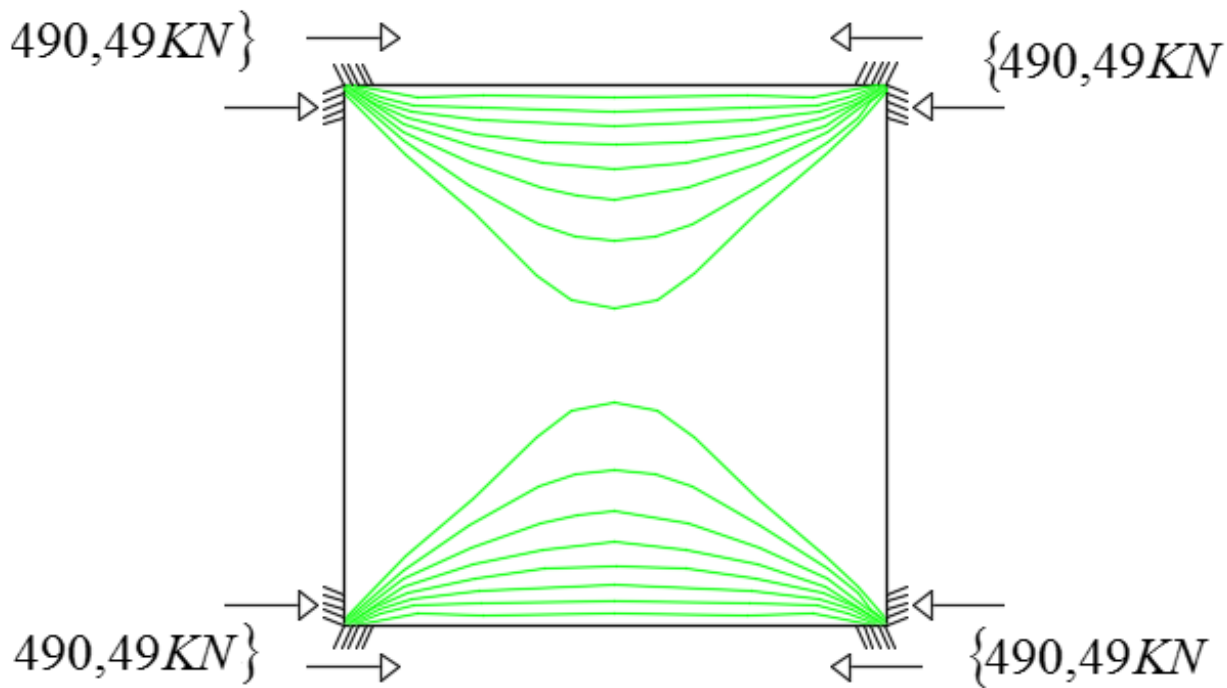
$$\frac{\partial \bar{N}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{N}_{xy}}{\partial y} + \bar{p}_x = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{N}_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{N}_y}{\partial y} + \bar{p}_y = 0 \quad (7)$$

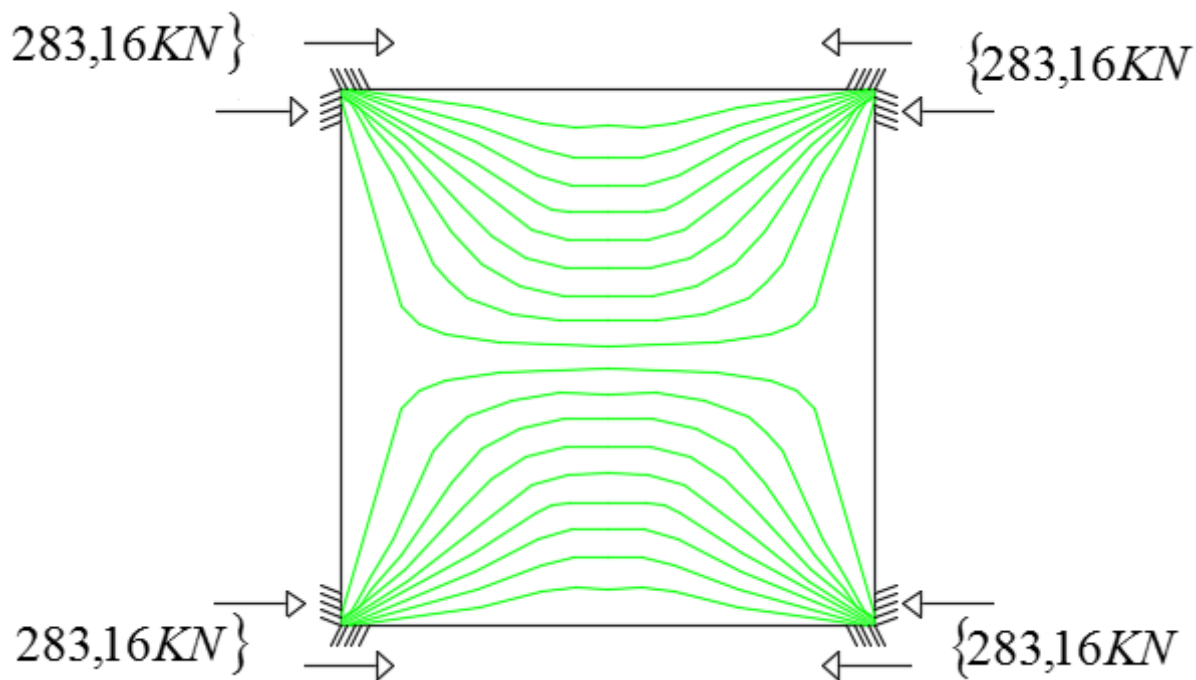
$$n_x = (\bar{N}_x, \bar{N}_{yx}) \quad (8)$$

$$n_y = (\bar{N}_{xy}, \bar{N}_y) \quad (9)$$

Na Figura 44 e na Figura 45 surgem representados os caminhos de forças na direção X. É possível observar que no caso similar à utilização de tecido existe uma concentração dos esforços junto dos bordos livres, contrariamente ao que acontece no caso similar à utilização de membrana flexível, em que os esforços são mais distribuídos.



**Figura 44:** Representação dos caminhos de forças na direção X da estrutura de casca obtida pela suspensão e inversão de um tecido.



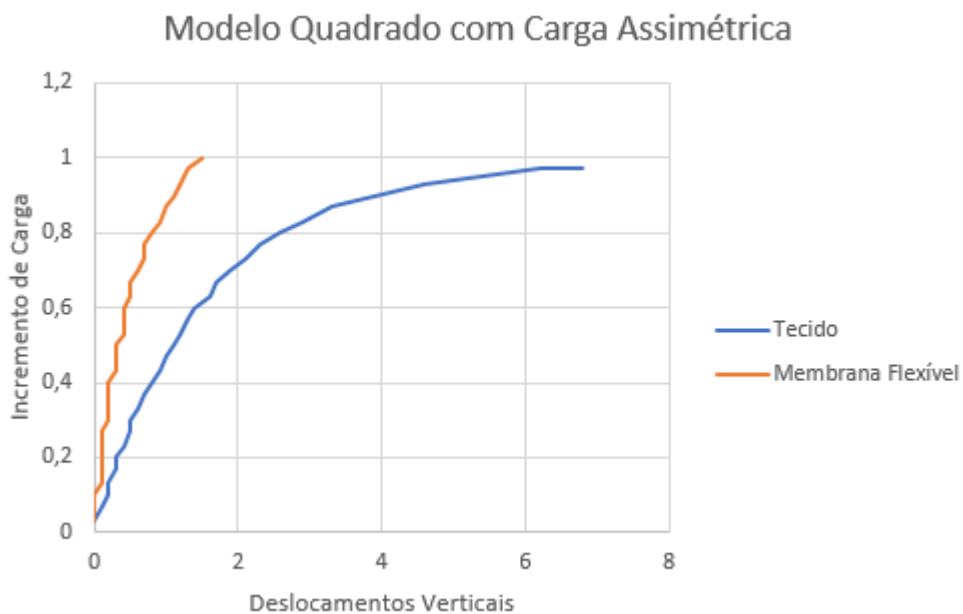
**Figura 45:** Representação dos caminhos de forças na direção X da estrutura de casca obtida pela suspensão e inversão de uma membrana flexível.

### 2.4.1.3 - Cargas críticas e forma em planta

A comparação entre o modelo equivalente à inversão de um tecido e de uma membrana flexível é também feita pela determinação das cargas críticas. A análise correspondeu à determinação da carga crítica através de um problema de valores próprios e também com a obtenção de curvas  $P-\delta$  por uma análise não linear geométrica pelo método de Newton-Raphson.

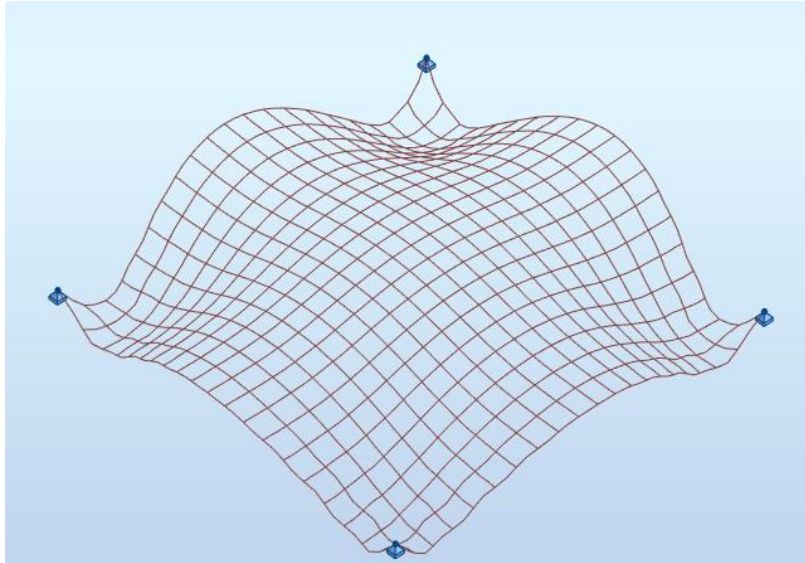
A análise não linear geométrica permitiu comparar os dois modelos para um caso de carregamento assimétrico. Na Figura 46 surgem representadas as curvas fator de carga-deslocamento vertical. É possível verificar que o modelo equivalente a inversão de uma membrana flexível tem maior rigidez e maior capacidade de carga, pelo facto de desenvolver menores esforços de flexão sob ação desse tipo de carregamento.

A análise por determinação de valores próprios resultou num fator de carga crítica de 6,47 para o modelo equivalente a inversão de um tecido e 7,75 para o modelo equivalente a inversão de membrana flexível. Na Figura 47 e na Figura 48 apresentam-se os modos de encurvadura, em que se pode observar que a deformação dos bordos será a ocorrência determinante.

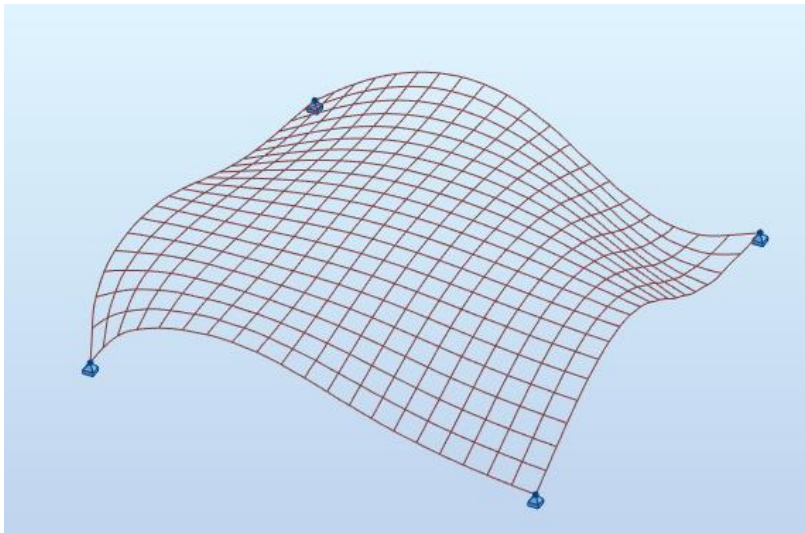


**Figura 46:** Diagrama da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas sob um carregamento assimétrico.

A comparação dos dois modelos parece mostrar que se pode obter maior capacidade de carga através de formas que impliquem a diminuição dos esforços junto dos bordos, tendo em consideração que é essa a zona mais crítica, o que se observa pela análise dos modos de encurvadura.



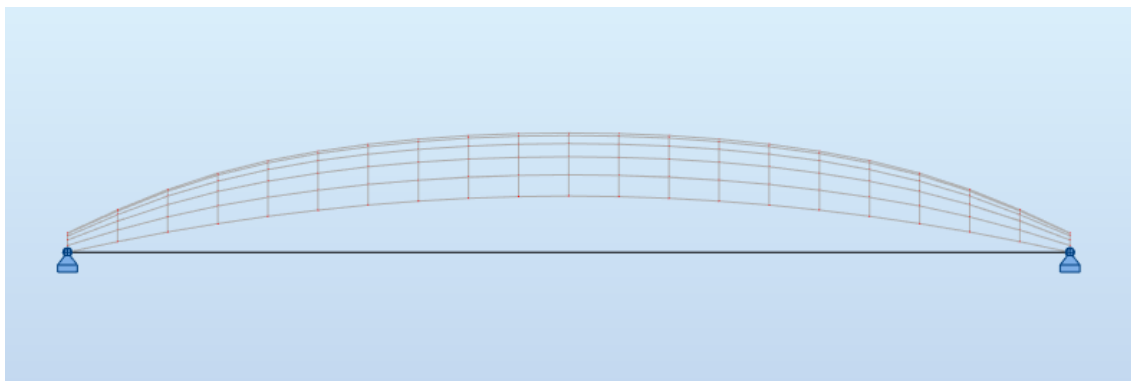
**Figura 47:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de um tecido, fator de carga crítica=6,47.



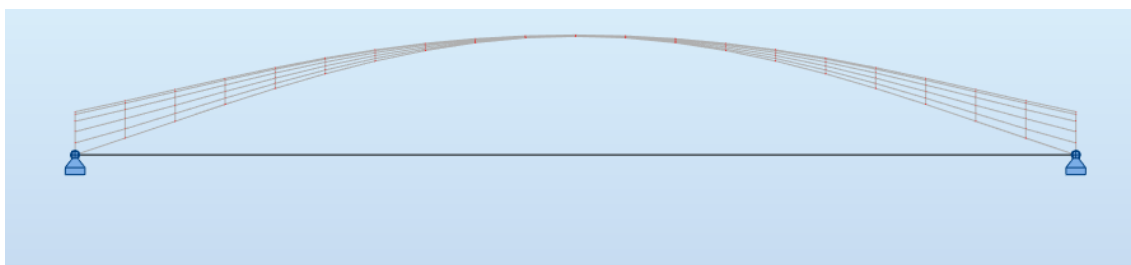
**Figura 48:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de uma membrana flexível, fator de carga crítica=7,75.

Na presente secção faz-se também uma análise similar à apresentada acima para casos de planta retangular. No caso consideraram-se dimensões em planta de 8 m x 14 m. Na Figura 49 está representado o modelo equivalente à inversão de um tecido e na Figura 50 o modelo equivalente à inversão de uma membrana flexível.

Tal como na Figura 37 e Figura 39, no modelo equivalente à inversão de um tecido verifica-se menor altura nas zonas de bordo, com maiores curvaturas na zona central. No modelo equivalente à inversão de uma membrana flexível suspensa a curvatura é reduzida na zona central, estando os bordos livres mais altos.



**Figura 49:** Modelo de cálculo retangular com uso de tecido.

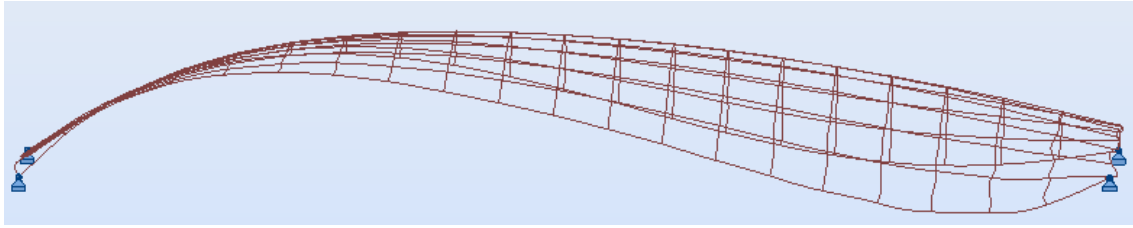


**Figura 50:** Modelo de cálculo retangular com uso de membrana flexível.

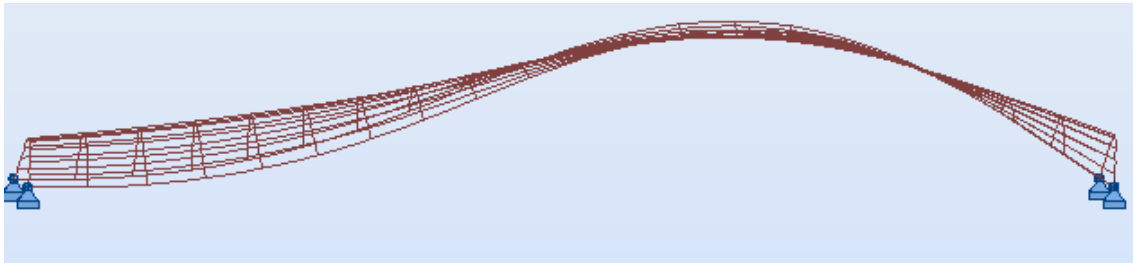
A determinação das cargas críticas indica um comportamento diferente do que se verificou para os casos de planta quadrada. Neste caso, no modelo por inversão de tecido foi obtido um fator de carga crítica de 38,13 e para o modelo por inversão de membrana flexível um fator de 26,52.

Os modos de encurvadura da Figura 51 e da Figura 52 mostram que para a planta retangular a instabilidade ocorre por deformação global, sem um efeito tão concentrado nos bordos. Assim, justifica-se que a maior curvatura global do modelo equivalente à inversão de tecido, pelo facto de implicar maior rigidez de flexão em toda a secção da estrutura de casca, implique um aumento da carga crítica. Esse efeito sobrepõe-se aos maiores esforços de compressão nos bordos.

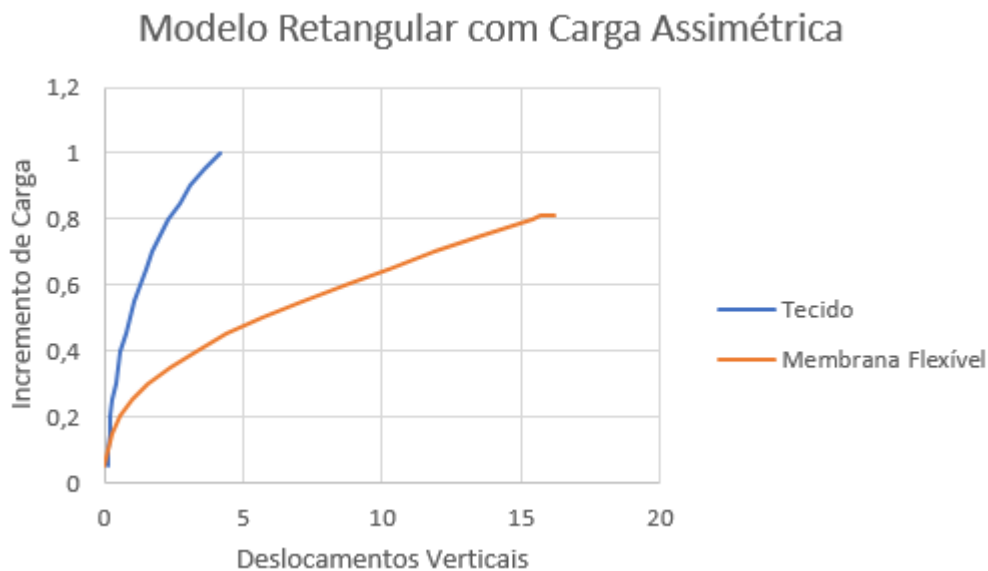
Este tipo de comportamento é confirmado pela análise não linear geométrica com carregamento assimétrico (Figura 53), em que se verifica que o modelo equivalente à inversão de tecido é mais rígido, pelo que desenvolverá menores esforços de flexão sob ação desse de carregamentos.



**Figura 51:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de um tecido, fator de carga crítica=38,13.



**Figura 52:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de uma membrana flexível, fator de carga crítica=26,52.

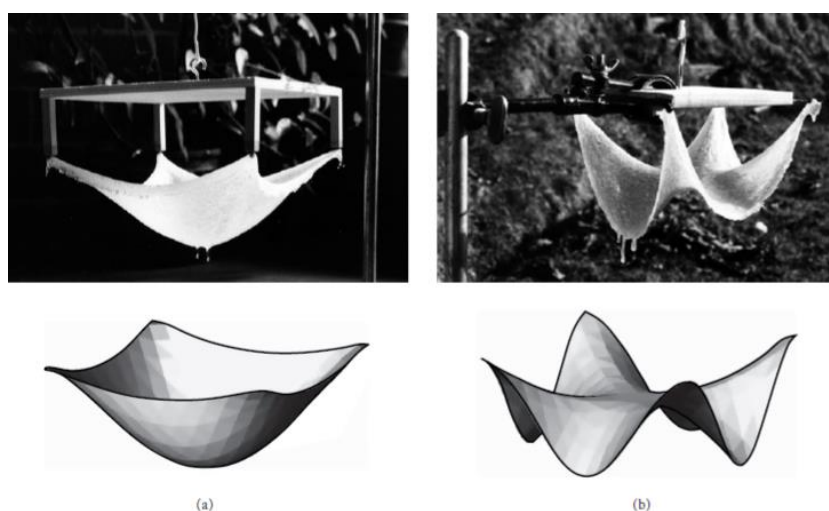


**Figura 53:** Diagrama da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas no ponto central com carregamento assimétrico.

#### 2.4.1.4 - Antecipação da forma e do comportamento num modelo plano

A forma final do modelo suspenso é dependente das propriedades do material utilizado. Por exemplo, no caso do tecido, tem importantes implicações o tipo de malha e a disposição das fibras, que determinam os caminhos de forças e, conseqüentemente, a forma resultante para o equilíbrio das forças verticais [38].

A Figura 54 mostra dois modelos com formas muito diferentes, obtidas com o mesmo material, onde apenas se alterou a direção das fibras [38]. O exemplo mostra que através da manipulação do modelo inicial a suspender pode ser possível condicionar a forma e consequentemente o comportamento da solução final invertida. Assim, na presente secção, pretende-se analisar como é que através da manipulação de certas propriedades de um modelo inicial plano, como a orientação das barras (fibras num tecido), tipo de material, geometria em planta ou apoios se pode condicionar a solução tridimensional final com antecipação da forma e do comportamento estrutural. Desse modo, será possível um maior controlo do processo desde a fase inicial, o que pode facilitar a obtenção de soluções mais eficientes, que verifiquem e obedeçam às diferentes condicionantes.

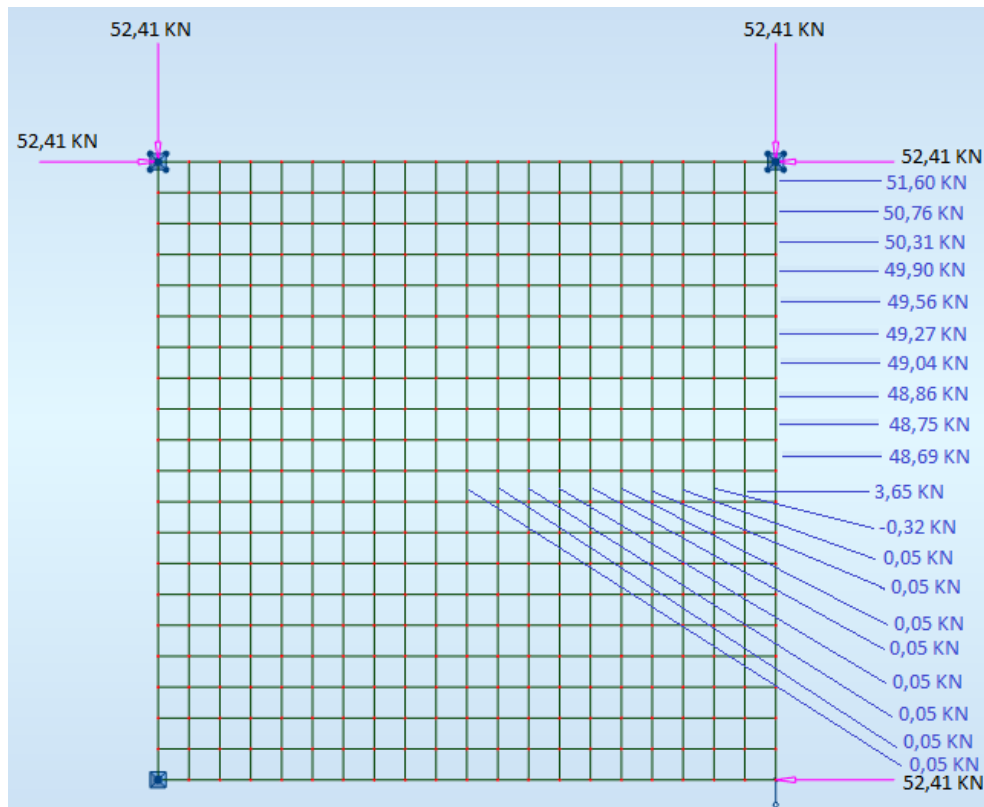


**Figura 54:** Modelos suspensos físicos de Heinz Isler. Curvatura positiva e negativa definida pelo ângulo do material anisotrópico, a) fibras horizontais e verticais e b) fibras na disposição diagonal [38].

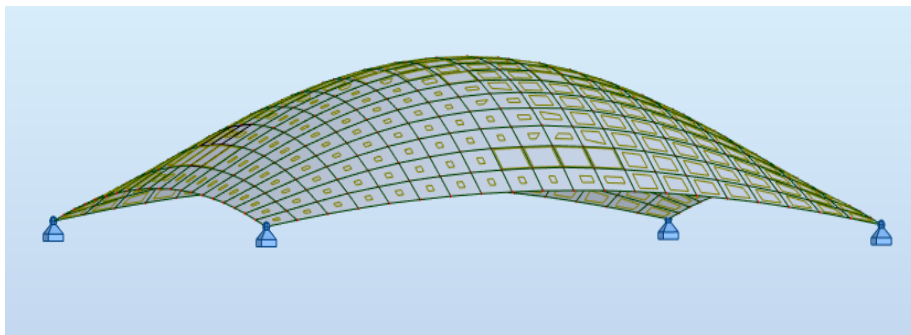
A análise com determinação dos esforços atuantes numa estrutura plana de barras com a orientação das fibras referida nos exemplos da Figura 54 permite gerar conhecimento sobre qual o tipo de comportamento e como se distribuem e encaminham as forças na estrutura, sem que seja necessário gerar um modelo tridimensional.

O procedimento consistiu em analisar um modelo de grelha com forças concentradas na zona dos apoios, determinando o modo como se distribuem internamente na estrutura. Para o caso de um modelo de barras ortogonais alinhadas a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo cartesiano X resulta a distribuição de forças da Figura 55. É possível observar que as forças são essencialmente transferidas junto dos bordos, nas barras alinhadas entre os apoios, com significativa redução para o interior. Assim, justifica-se a diferença significativa de cotas entre a zona central e a zona junto dos bordos na estrutura final de casca (Figura 56).

Note-se que a solução da Figura 56 é similar ao modelo físico da Figura 54a. Adicionalmente, justifica-se uma maior concentração de esforços junto dos bordos, conforme a Figura 44.



**Figura 55:** Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido com fibras dispostas na horizontal e vertical.



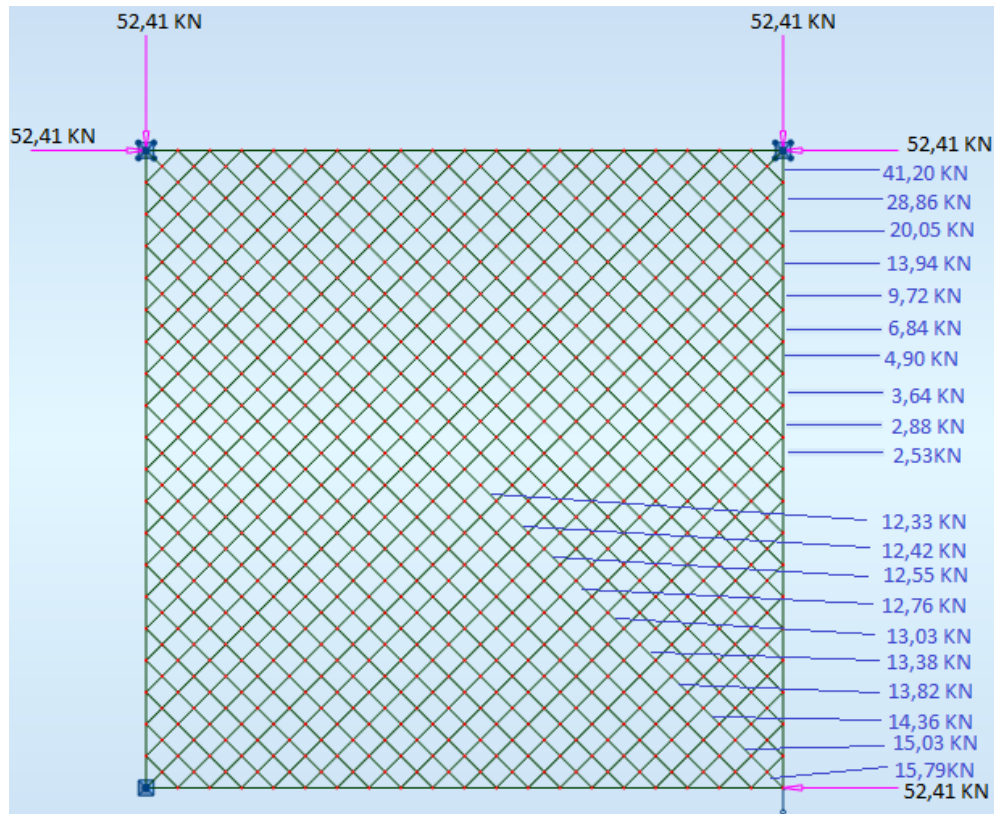
**Figura 56:** Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de tecido com fibras dispostas na horizontal e vertical.

O segundo caso analisado corresponde à disposição das barras a  $45^\circ$  e  $135^\circ$  em relação ao eixo cartesiano X, mantendo-se as barras de bordo no mesmo alinhamento do caso analisado acima (Figura 57). A redução das forças junto do bordo implica que o equilíbrio de forças verticais nessa zona resulte com cotas mais elevadas (Figura 58) que no caso da Figura 56.

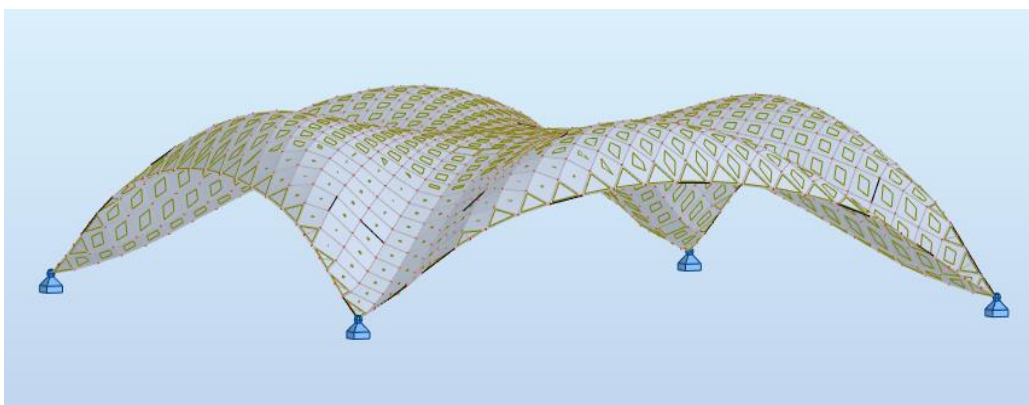
A análise da Figura 58 mostra que a curvatura da casca está fortemente relacionada com a distribuição das forças na grelha plana. As barras colocadas entre os apoios a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  em relação ao eixo cartesiano X tem um efeito relevante por constituírem um caminho preferencial de

forças de membrana, tal como as barras diagonais entre os apoios. Esse facto resulta na redução de cotas nesses alinhamentos, comparativamente com as restantes zonas.

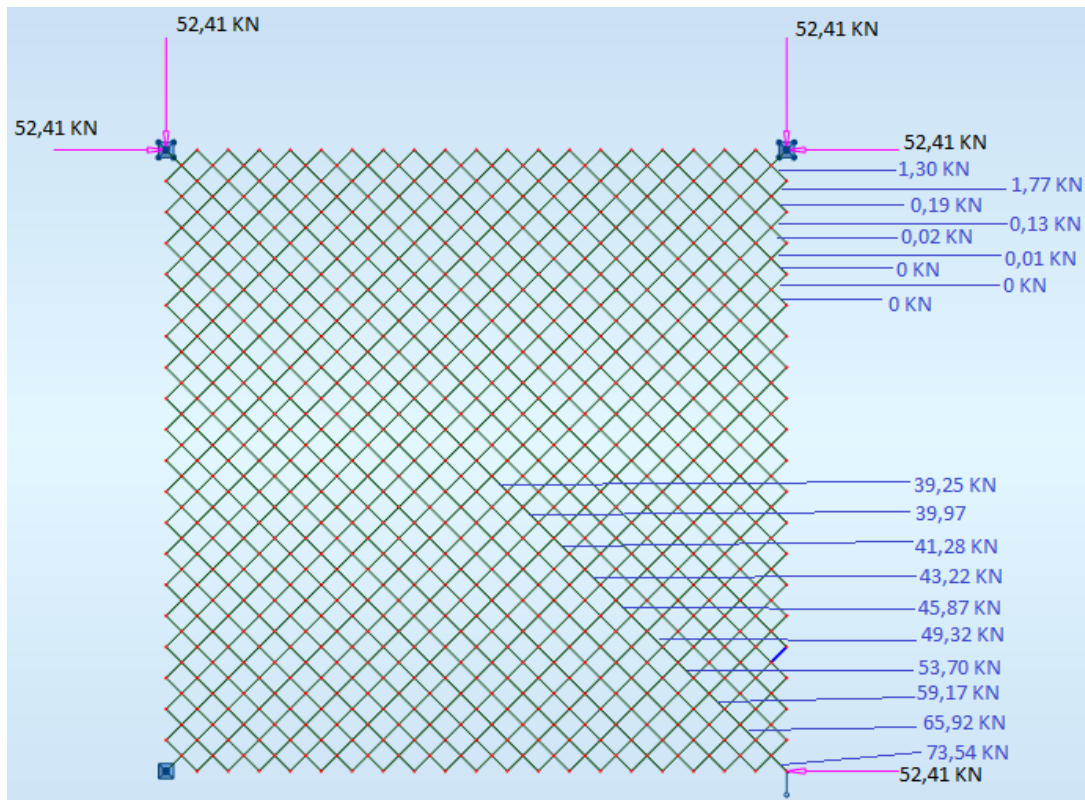
A eliminação das barras a  $0^\circ$  e  $90^\circ$  junto dos bordos (Figura 59) implica uma alteração na distribuição de forças axiais no modelo plano, em que os caminhos preferenciais se formam nas diagonais entre os apoios. As forças axiais reduzidas junto dos bordos implicam cotas mais elevadas nessas zonas. De notar que o modelo da Figura 60 é similar ao modelo físico da Figura 54b.



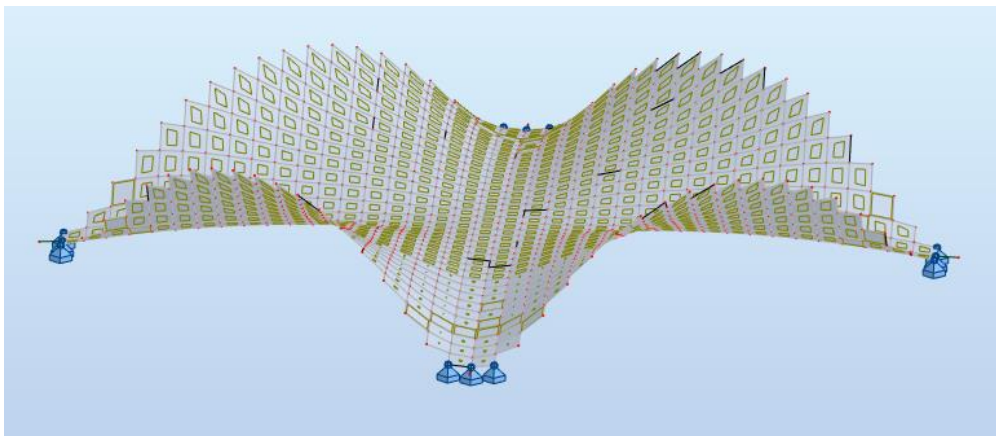
**Figura 57:** Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido, mas com uma inclinação de  $45^\circ$  e  $135^\circ$  das fibras em relação ao eixo cartesiano X com barras de bordo.



**Figura 58:** Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de um tecido com fibras dispostas diagonalmente com malha no bordo.



**Figura 59:** Esforços das barras em um perfil plano com traçado simulando o comportamento de um tecido, com fibras com uma inclinação de  $45^{\circ}$  e  $135^{\circ}$  e sem barras de bordo.



**Figura 60:** Modelo suspenso e invertido gerado computacionalmente com uso de tecido com fibras dispostas diagonalmente sem malha no bordo.

A análise apresentada demonstra que a distribuição de forças axiais ou de membrana no modelo plano pode ser a informação base para antecipação da geometria da estrutura tridimensional de casca e do comportamento estrutural. Assim, o modelo plano, em termos de orientação das fibras/barras pode ser definido para que a distribuição de forças no plano conduza à obtenção de uma geometria pretendida, por exemplo com curvaturas tendo em conta a suscetibilidade a instabilidade por encurvadura, ou para distribuição de esforços de membrana.

Este tipo de procedimento permite um domínio maior no processo de conceção, reduzindo o desconhecimento em termos da relação entre o modelo de partida e a solução final. Note-se que a referência [38], relativamente aos exemplos da Figura 54 refere que "fornecem dicas importantes sobre os segredos desta abordagem" de obtenção de forma de estruturas de casca.

## 2.4.2 - Estudo de obras

### 2.4.2.1- Estação de serviço em Deitingen

No presente sub-capítulo analisa-se a estrutura de Heinz Isler em que no modelo físico para obtenção de forma foi utilizado tecido [39]. O facto de em alguns casos terem sido utilizados tecidos e noutros casos membranas flexíveis foi motivação para a análise apresentada nos sub-capítulos anteriores.

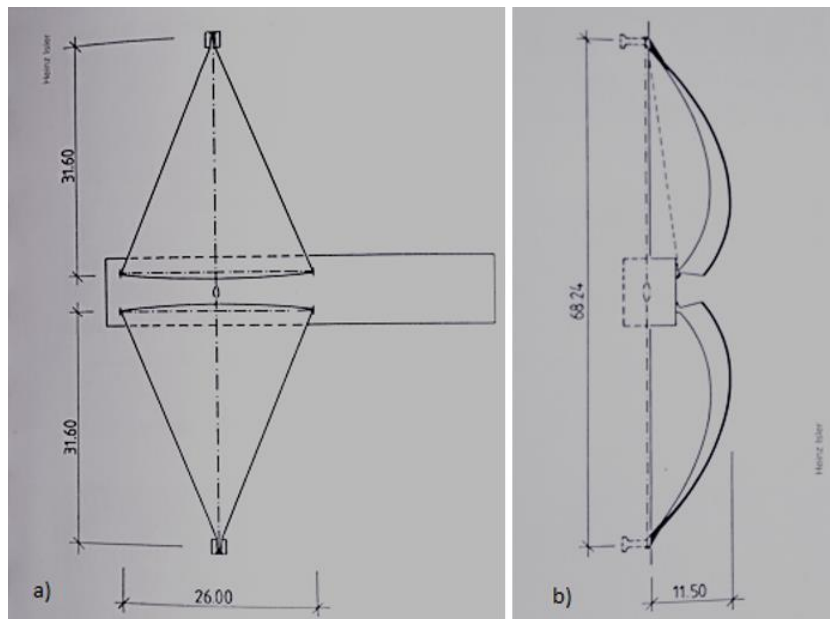
Em 1968 foram construídas duas estruturas de casca, com projecção em planta triangular (Figura 61 e Figura 62), que pelas dimensões e pela reduzida espessura são exemplos de referência no domínio deste tipo de estruturas.

Em [40], as coberturas em casca da Estação de Serviço em Deitingen são referidas pelo próprio Heinz Isler como um exemplo em que é adotada uma forma com maior curvatura nas secções paralelas à menor dimensão em planta para reduzir a suscetibilidade de instabilidade por encurvadura.



**Figura 61:** Estrutura de casca da estação de serviço em Deitingen [41].

Cada uma das cascas tem dimensões em planta de 31,6 m de comprimento e largura de 26 m. No plano, as duas estruturas estão espaçadas 7 m uma da outra, com dois apoios sobre a estrutura de bloco situada entre elas, atingindo uma distância total de 68,24 m entre apoios exteriores. A altura máxima em relação ao solo é de 11,5 m e contém uma espessura de 9 cm ao longo da superfície, com aumento de espessura na zona dos apoios dada a concentração de esforços [1].



**Figura 62:** Dimensões das estruturas de casca em Deitingen, a) Planta, b) Alçado (Adaptado de [1]).

As duas estruturas equilibram entre si os impulsos horizontais, utilizando o edifício central para transferência de forças entre as mesmas [1]. Os impulsos horizontais são equilibrados por cabos de pré-esforço colocados entre os apoios (Figura 62).

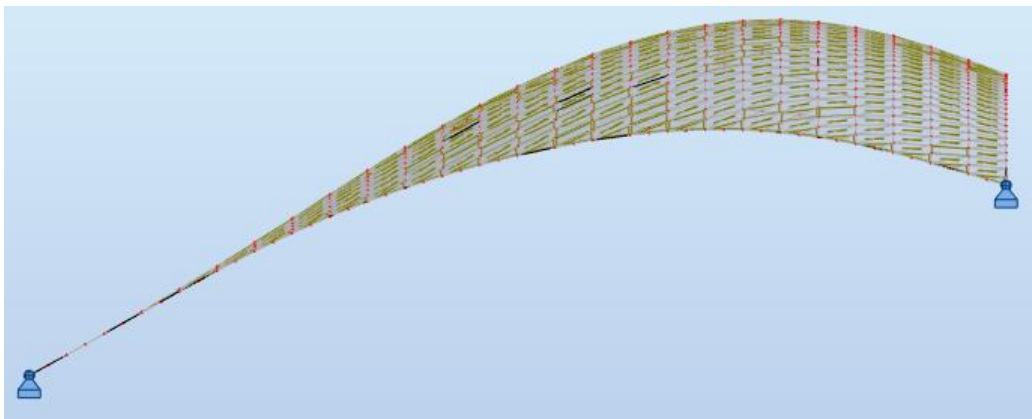
Esta solução estrutural bastante elegante exigiu restrições temporárias durante o processo de construção. O funcionamento do sistema como um todo requer que ambas as estruturas de casca estejam construídas e a funcionar. Para que pudesse ser utilizado apenas um sistema de cofragem, foi necessário dispor de pré-esforço provisório [1]. A solução encontrada consistiu em construir inicialmente uma casca, instalando cabos temporários de ligação entre os apoios, formando o sistema de forças fechado para cada uma das cascas. A cofragem foi a mesma para as duas cascas. Retirada a cofragem, o sistema completo seria solicitado, contendo esforços de compressão em toda a superfície [1].

Com este sistema estrutural as reações exteriores são verticais, sendo auto-equilibrado horizontalmente. A superfície da casca superior é moldada para formar um bordo para dirigir a água da chuva para uma calha de drenagem cheia de pedra. O betão tem uma proteção externa

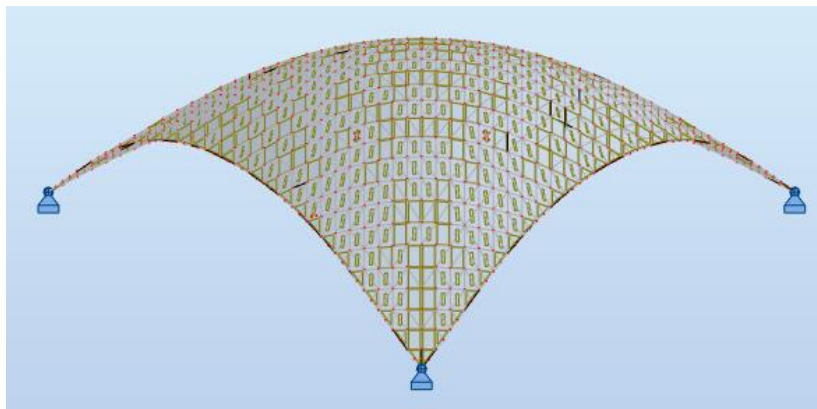
branca com ligeira descoloração superficial devido há sujidade. No entanto, as coberturas parecem ainda estar em perfeito estado na atualidade.

#### 2.4.2.2. Análise Estrutural

De modo a estudar alguns aspetos de conceção e comportamento estrutural é apresentada nesta secção a análise estrutural de uma estrutura similar à inversão de um tecido suspenso, descrito na Figura 63 e na Figura 64. A análise foi feita auxílio do programa de cálculo automático Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2017 [36].

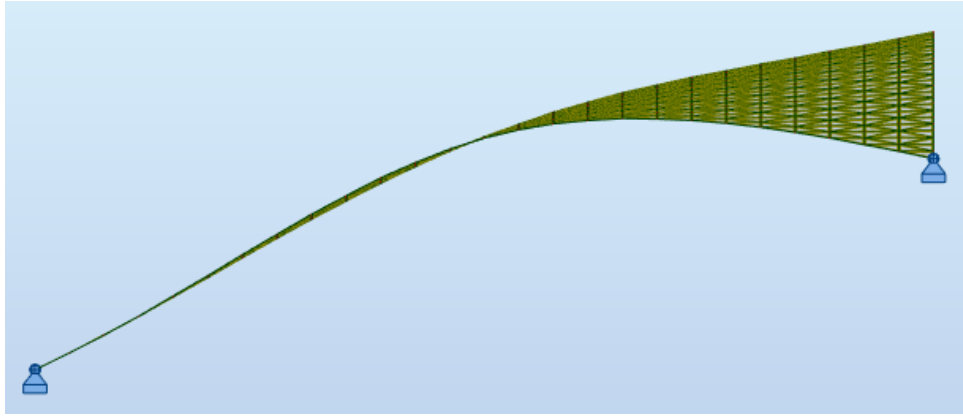


**Figura 63:** Vista lateral do modelo de cálculo com uso de um tecido.

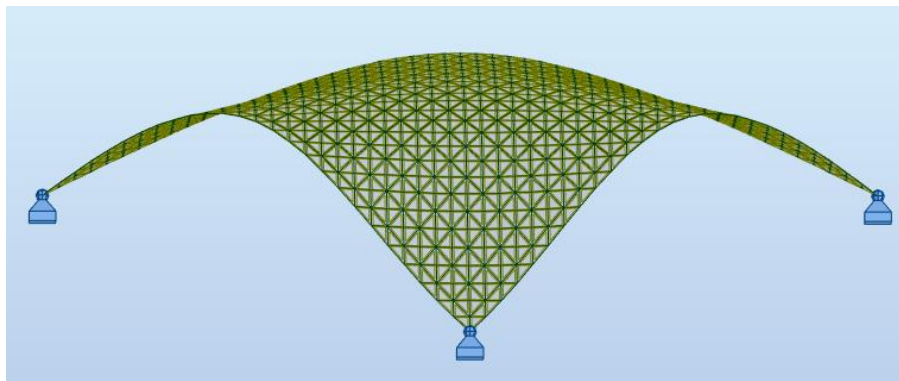


**Figura 64:** Modelo de cálculo que representa a curvatura ao longo de toda a secção com uso de um tecido.

Para efeitos de comparação foi também analisado um modelo cuja forma é similar à obtida por inversão de uma membrana flexível (Figura 65 e Figura 66). A comparação dos dois modelos mostra que o modelo de tecido é o mais adequado para o caso, por implicar maior curvatura nas secções paralelas à menor dimensão da casca e por isso implicar maior carga crítica. A proporção entre as dimensões em planta torna este caso similar ao da Figura 49 e Figura 50, em que se demonstrou que para a planta retangular o modelo obtido de forma similar à inversão de um tecido é o que resulta em maior carga crítica.



**Figura 65:** Vista lateral do modelo de cálculo com uso de uma membrana flexível.

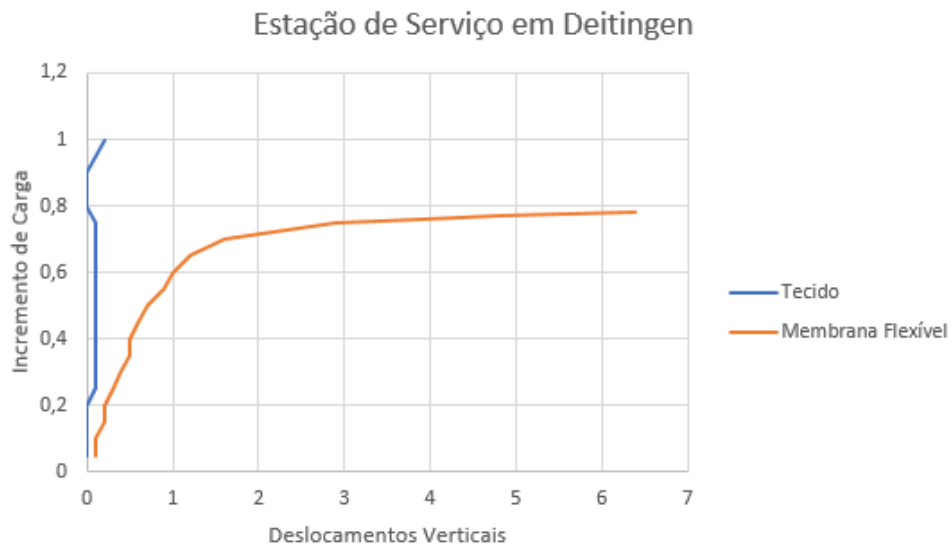


**Figura 66:** Modelo de cálculo que representa a curvatura ao longo de toda a secção com uso de uma membrana flexível.

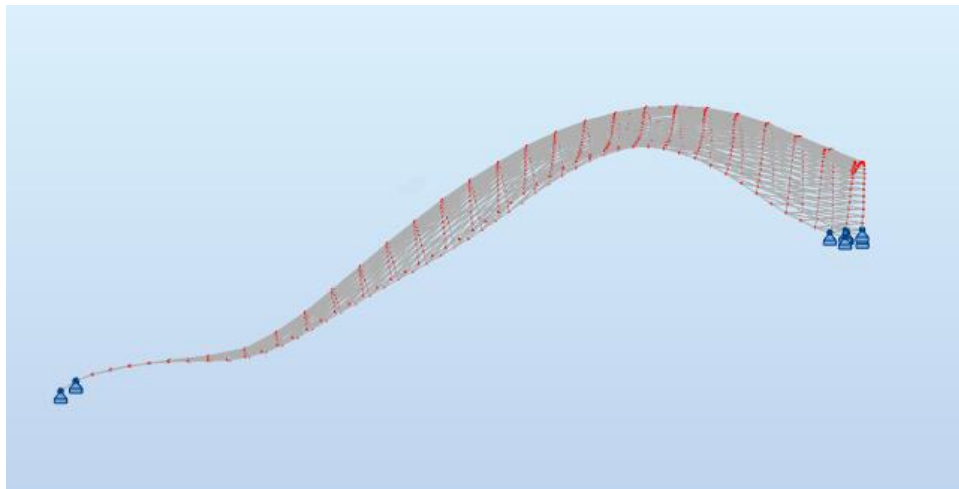
A primeira análise consistiu na realização de uma análise não-linear para um carregamento uniforme. As curvas carga-deslocamento vertical (Figura 67) para o nó com maior cota da estrutura mostram que o modelo similar ao obtido por inversão de tecido é mais rígido e proporciona maior capacidade de carga.

A determinação das cargas críticas por um problema de valores próprios confirma a maior capacidade de carga obtida pelo modelo de tecido. O fator da primeira carga crítica do modelo de tecido é de 8,3, comparativamente a 4,9 do modelo de membrana flexível.

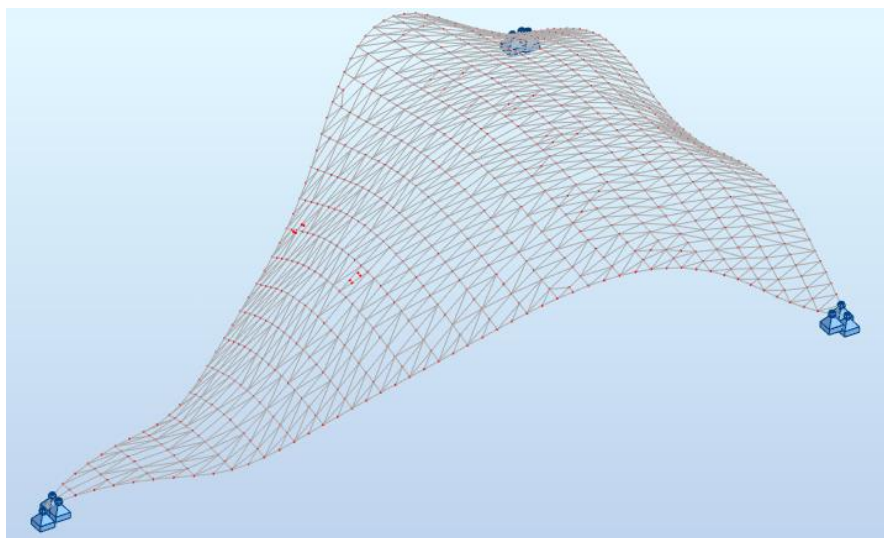
Os modos de encurvadura da Figura 68 à Figura 71 mostram que a instabilidade envolve flexão de toda a secção paralela à menor dimensão, justificando-se o aumento da carga crítica resultante do aumento da curvatura global, contrariamente ao que acontece com cascas de planta quadrada.



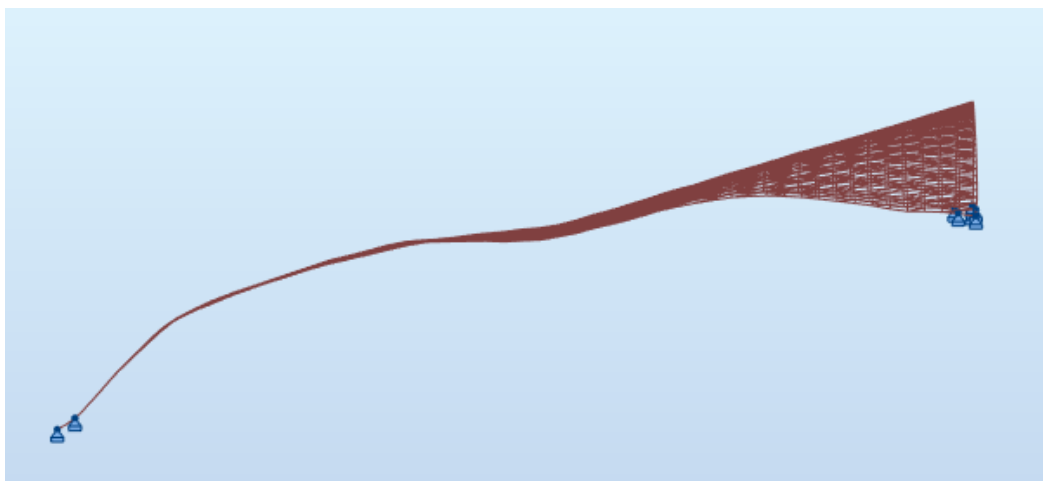
**Figura 67:** Resultados da análise do incremento de carga suportada pelas estruturas sob um carregamento uniforme.



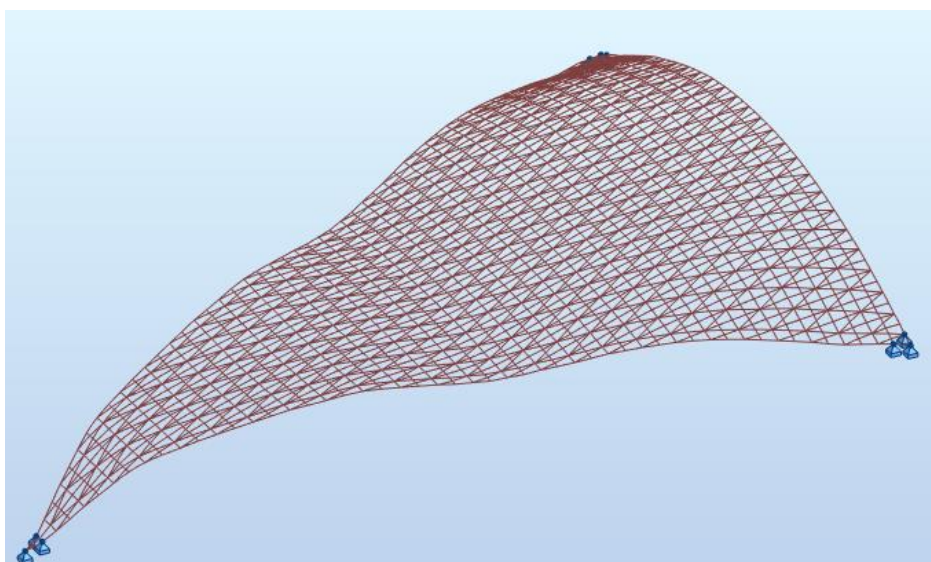
**Figura 68:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de tecido vista lateral, fator de carga crítica=8,3.



**Figura 69:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de tecido, fator de carga crítica=8,3.



**Figura 70:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de membrana flexível vista lateral, fator de carga crítica=4,89.



**Figura 71:** Modo de encurvadura da estrutura com uso de membrana flexível, fator de carga crítica=4,89.

## 2.5 - Discussão e conclusões do capítulo 2

A obtenção de formas obtidas por inversão de membranas suspensas para estruturas de cascas permite gerar estruturas eficientes com boa resistência à encurvadura. As estruturas de cascas de Heinz Isler podem considerar-se exemplos de enorme valor desse modo de conceber estruturas tipo casca. Essas estruturas foram concebidas sem cálculos complexos, tendo como foco a forma e a estabilidade analisadas através de rigorosos ensaios experimentais.

A utilização de modelos físicos à escala reduzida permitiu a observação e manuseamento em laboratório dos modelos e assim analisar sem a necessidade de construir “*in situ*”. Através do ensaio desses modelos deve ter resultado um profundo conhecimento sobre a concepção e comportamento estrutural deste tipo de estruturas.

O comportamento das estruturas com forma gerada por inversão de membranas ou tecidos depende das propriedades destes. As análises apresentadas parecem demonstrar que a influência dessas propriedades está relacionada com a distribuição das forças axiais ou de membrana, que vão determinar a geometria necessária para o equilíbrio das cargas verticais aplicadas.

O aspeto importante deste facto é a possibilidade de uma análise prévia do comportamento das estruturas da casca, antes da obtenção de forma, através de modelos planos sujeitos a cargas aplicadas nas zonas de apoio. Essa análise, baseada na distribuição de forças, permite antecipar a geometria e a distribuição de esforços na estrutura final.

Uma das condicionantes de cascas finas em betão armado é a suscetibilidade de instabilidade por encurvadura, que é muito dependente da forma em termos de curvatura e da distribuição das forças de membrana geradas. Em [40] são apresentados diferentes casos de estruturas de casca em que parece ter existido a preocupação de gerar formas estruturais que impliquem menor suscetibilidade de instabilidade por encurvadura.

As proporções das dimensões em planta é um dos aspetos que condiciona as cargas críticas e os modos de encurvadura, o que deve orientar na escolha do modelo inicial que maximize a capacidade de carga.

As conclusões apresentadas podem ser relevantes para procedimentos de obtenção de forma, sendo determinantes os caminhos de forças/esforços de membrana, cuja análise se pode fazer tendo por base um modelo plano, podendo ser manipulados em função das propriedades desses modelos. Essa manipulação deve orientar-se no sentido de que esses caminhos de forças e a forma relacionada se ajustem de modo eficiente às condicionantes presentes.



# Capítulo 3

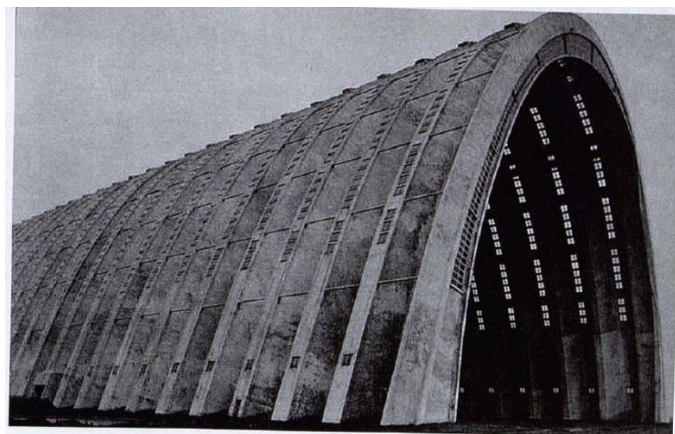
## Estruturas de Cascas com Geometria Pré-determinada

### 3.1. Enquadramento histórico

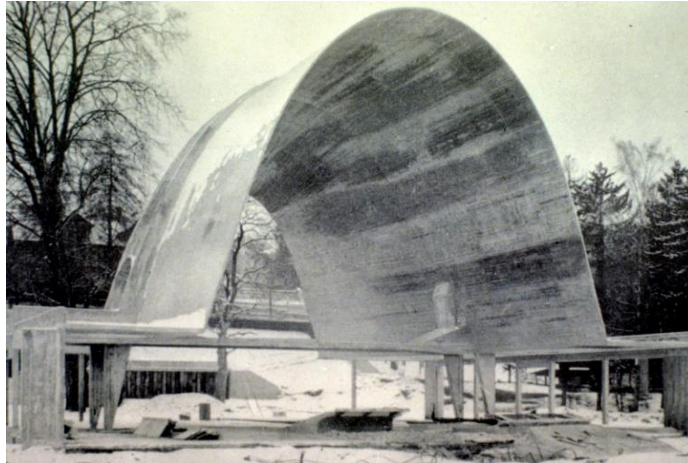
A história das estruturas de cascas, reconhece a cobertura da estação de metro Bercy-Paris como sendo a sua primeira referência na “aventura” laminar em betão armado. Essa estrutura foi construída em 1910 por Simon Boussinon (1873-1958) e corresponde uma superfície de simples curvatura, com diretriz parabólica de 8 cm de espessura [21].

Entre 1921 e 1923 foram construídos os hangares de Orly (Figura 72), também com diretriz parabólica, em que é incrementada a rigidez através da superfície ondulada. Essa geometria estrutural foi também utilizada por Robert Maillart, numa estrutura de casca construída em 1938 com 6 cm de espessura (Figura 73).

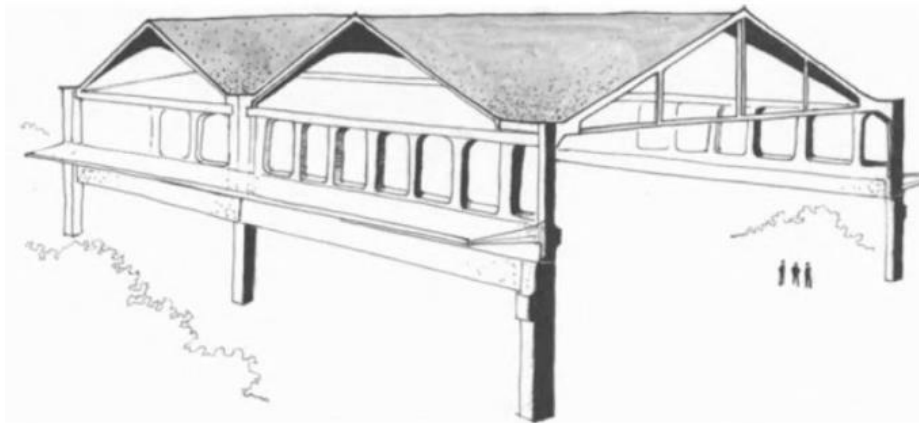
Estes dois exemplos demonstram que o advento da construção de cascas de betão armado de espessura reduzida se baseava num procedimento geométrico simples, comparativamente ao que se irá verificar nos anos seguintes com formas bastante mais complexas. A primeira utilização do paráguas, elemento resultante de um parabolóide hiperbólico, deve-se a Giorgio Baroni em 1934. A Figura 74 mostra o sistema de cobertura construído por Baroni em 1938, na fábrica da Alfa-Romeo em Milão [42].



**Figura 72:** Hangar de Orly, Eugene Freyssinet [21].



**Figura 73:** Pavilhão da exposição nacional Suíça, Robert Maillart [21].



**Figura 74:** Sistema de cobertura da fábrica Alfa-Romeo em Milão, Giorgio Baroni [42].

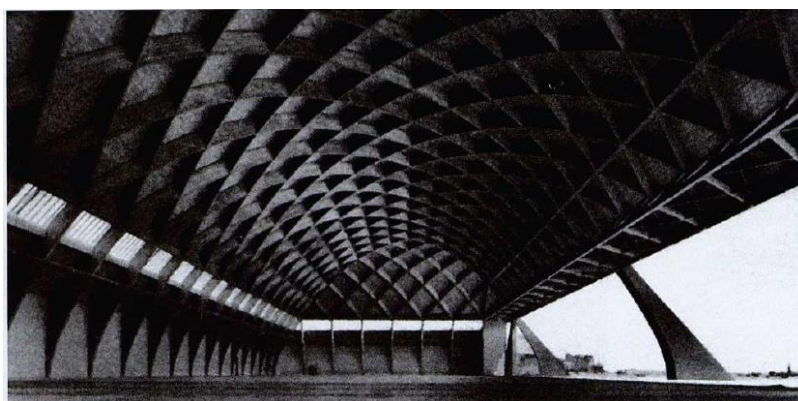
A utilização de cúpulas esféricas pode considerar-se como a etapa seguinte na evolução de coberturas finas de betão armado com grande vão. A cobertura do Mercado de Algeciras (Figura 75), da autoria de Eduardo Torroja e construída em 1934 é uma das estruturas de referência com utilização da geometria esférica.

A cobertura corresponde a uma cúpula esférica apoiada em oito pontos, com aproximadamente 48 m de vão e 9 cm de espessura. A espessura reduzida e o vão desta estrutura mostra que a anti-funicularidade pode nem sempre ser condição fundamental para um bom desempenho. São de destacar nessa estrutura a forma do bordo que antecipa soluções utilizadas posteriormente por Heinz Isler e o facto de se utilizar pré-esforço [43].



**Figura 75:** Mercado Algeciras, Eduardo Torroja [44].

Os hangares de Orvieta (Figura 76) construídos em 1935 e da autoria de Pier Luigi Nervi, têm uma cobertura em casca nervurada com formas geodésicas, com vão de 50 m.



**Figura 76:** Hangar em Orvieta, Pier Luigi Nervi [21].

As construções de Eduardo Torroja e de Pier Luigi Nervi, para além das características marcantes de grande esbelteza e leveza, implicaram o desenvolvimento de métodos inovadores de construção para este tipo de estruturas, para além do recurso a ensaios sobre modelos que confirmaram de forma antecipada o bom desempenho das soluções construídas.

A cobertura de Algeciras está associada à invenção da técnica de descofragem mediante da aplicação de pré-esforço [43]. Nas coberturas de Pier Luigi Nervi foram usadas técnicas de pré-fabricação [43]. Estas inovações, quer na conceção estrutural quer no método construtivo, serviram de referência a outros construtores deste tipo de coberturas, que alargaram muito os limites de esbelteza deste tipo de estruturas. Um desses exemplos é Félix Candela, que teve as referências de Eduardo Torroja, Pier Luigi Nervi e, como será analisado com mais detalhe, de Robert Maillart.

As primeiras coberturas de Félix Candela surgem no fim dos anos 40, com utilização intensiva do parabolóide hiperbólico, e chegando a limites extremos de esbelteza, com espessuras de 4 cm. Dada a relevância das obras de Félix Candela, em termos de utilização de formas geométrica pré-determinadas, os seus procedimentos de conceção estrutural e o comportamento das suas estruturas serão analisados com maior detalhe no presente trabalho.

## **3.2 - A conceção estrutural de Félix Candela**

Félix Candela Outeriño nasceu em 27 de janeiro de 1910 em Madrid, onde cresceu e anos mais tarde estudou na Escola Superior de Arquitetura de Madrid, graduando-se em 1935. Félix Candela fez a sua formação de base em Arquitetura, com um gosto especial pela geometria.

Um aspeto particular foi o interesse e o estudo da mecânica dos materiais e o interesse pela análise de estruturas, com o desenvolvimento de uma grande capacidade de cálculo aliada ao talento para a geometria. Assim, da sua formação resulta um forte compromisso entre a mecânica estrutural e o fator estético da conceção de estruturas. Félix Candela é o construtor que concebeu mais estruturas de cascas com forma pré-determinada, maioritariamente no México, levando a conceção deste tipo de estruturas a extremos difíceis de ultrapassar.

### **3.2.1 - Influências fundamentais**

Na época de desenvolvimento das estruturas em casca a análise estrutural era uma tarefa revestida de grande dificuldade dada a inexistência de ferramentas computacionais. Esse facto levou a que tenham surgido diferentes procedimentos de conceção e análise deste tipo de estruturas, mais ou menos apoiadas em análise experimental e empregando diferentes níveis de esforço de cálculo.

A análise da obra de alguns construtores de referência permite definir, pelo menos, duas ideias distintas de conceção estruturas de casca e não só. Conforme [21], uma das ideias, que se pode associar à "escola alemã", baseava-se num complexo processo de cálculo de onde resultavam e se justificavam todas as decisões de conceção estrutural. Esta seria, provavelmente, a "escola" em que se enquadraria Félix Candela, se a Guerra Civil de Espanha não o tivesse impedido de ir para a Alemanha, ao abrigo de uma bolsa de estudo para estudar estruturas tipo casca [2].

Uma ideia alternativa de conceção estrutural, de que Robert Maillart [2] é uma das mais importantes referências, assentava na significativa redução da complexidade associada à análise matemática, através de opções adequadas de conceção de estruturas que não dispensavam um entendimento profundo da mecânica estrutural. A esse respeito é importante a seguinte citação [45]: "neste ideal da engenharia estrutural, o comportamento sob carregamento era tão simples e fácil de visualizar, que os problemas de análise matemática

praticamente desapareciam." Esse modo de concepção estrutural assenta no facto de que a forma de uma estrutura é determinante das forças. Assim, uma forma adequada pode determinar sistemas de forças adequados às condicionantes e também mais fáceis de determinar.

A redução de espessura do arco da ponte Schwandbach (Figura 77) com 55,6m de vão, implica que os momentos fletores do mesmo para as sobrecargas tenham valores muito reduzidos a um nível que pode ser desprezado. Nesse caso, mesmo para sobrecargas assimétricas a análise simplifica-se a um problema de arco anti-funicular. Assim, simplifica-se a análise através de uma adequada distribuição de rigidez entre o arco e o tabuleiro. Por outro lado, a concepção estrutural permite garantir que os esforços são gerados nos elementos onde o seu equilíbrio é possível de forma mais eficiente.



**Figura 77:** Ponte Schwandbach concebida em 1933, Suíça [46].

As construções de Félix Candela e de Anton Tedesco [21] exemplificam as duas ideias de concepção estrutural. Note-se que é importante ter em consideração que, conforme [2], Robert Maillart foi uma das mais importantes referências de Félix Candela, a partir de estudos que desenvolveu no México de forma autodidata.

A influência de Robert Maillart em Félix Candela surge evidente em alguns dos seus escritos, cuja citação se julga pertinente. Em [2], surge citada a seguinte afirmação de Félix Candela: "pode ter sido uma das mais fortes influências no momento crítico da minha carreira, em que eu tentava tornar-me um construtor de cascas". Essa influência chegou a Félix Candela através de dois livros: "Robert Maillart: Bridges and Constructions, 1969" e "Siegfried Giedion Space, Time and Architecture: The Growth of a New Tradition, 1941".

Na concepção estrutural de Robert Maillart, é importante ter em consideração que não se trata da desconsideração da análise estrutural nem do projeto de estruturas com elevados níveis de

certeza. Na realidade, há um profundo domínio da mecânica estrutural que, simultaneamente, permitiu a conceção de estruturas muito eficientes e sem necessidade de elevados e complexos esforços de cálculo. A esse respeito, é interessante a seguinte citação de Félix Candela sobre o cálculo e a qualidade estrutura: "a qualidade de uma estrutura é inversamente proporcional ao volume de cálculo." [21]

### **3.2.2 - Aspetos caracterizantes fundamentais**

Um dos aspetos caracterizantes nas obras de Félix Candela é o que resulta do compromisso entre o arquiteto, o engenheiro de estruturas, o adjudicatário e o construtor que, no caso, se centravam na mesma pessoa. A esse respeito tem relevância a seguinte citação [21]: "Devo esclarecer que, embora seja arquiteto por educação, a minha atividade profissional é ser construtor e adjudicatário de obras e, portanto, as minhas preocupações são, em geral, do tipo económico". Este facto implicou que nas suas construções Félix Candela tenha tido, para além de preocupações sobre o comportamento estrutural, preocupações sobre aspetos construtivos e estéticos.

A consulta bibliográfica relativa a algumas afirmações de Félix Candela permite identificar outros aspetos caracterizantes que podem servir de referência para a conceção futura de estruturas. Conforme [21], existe a preocupação de conjugar o fator estético e o fator estrutural, algo que surge evidente na análise de algumas das suas estruturas de referência.

Um princípio económico fundamental considerado por Félix Candela era a necessidade de "evitar, dentro do possível, os esforços de flexão, mediante a seleção da forma estrutural apropriada" [21]. Este princípio é particularmente adequado para o betão ou para estruturas de alvenaria, dadas as limitações em termos de resistência à tração.

No que se pode considerar ser o seguimento de algumas ideias de Robert Maillart, a análise estrutural resultava nas suas estruturas com uma grande simplicidade em resultado de opções de conceção muito específicas. Por exemplo, a opção por espessuras muito reduzidas na maior parte da estrutura das cascas implicava também tensões praticamente insignificantes, que reduziam preocupações de análise.

Outro aspeto relevante diz respeito à não utilização de modelos reduzidos. A não utilização de modelação computacional, inexistente à época, e de modelos reduzidos, são reveladores de uma profunda capacidade de "antevisão" do comportamento estrutural.

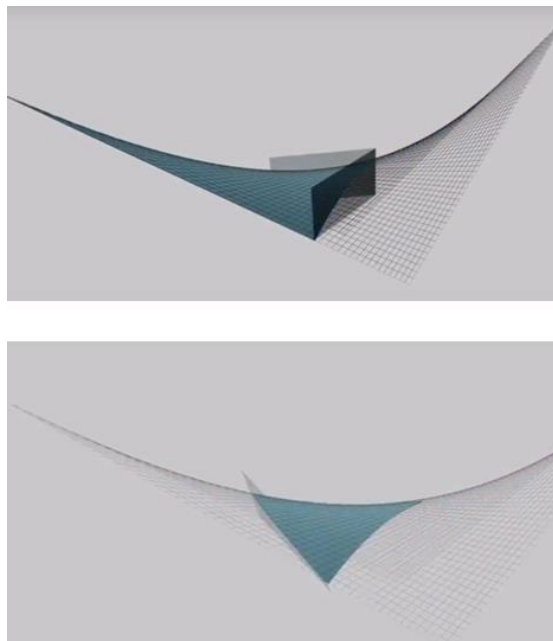
A análise das suas diferentes estruturas permite considerar que cada estrutura era uma evolução de conceções anteriores, por exemplo em termos de redução do número de apoios e aumento dos vãos. Assim, parece possível afirmar que cada estrutura era também um modelo

à escala real de onde retirava conhecimento. Por exemplo, e com grande relevância, essa evolução verifica-se na tentativa concretizada com sucesso de construir cascas de bordo livre com espessura muito reduzida e sem rigidificação [2]. Esse facto constitui um avanço na construção de cascas finas e pode ter sido resultado da percepção de que através da forma é possível desviar e evitar a concentração de caminhos de forças das zonas de bordo, o que evita concentrações de tensões e esforços de flexão. Adicionalmente, a opção por espessuras muito reduzidas, mesmo nos bordos, significa a inexistência de rigidez que gerasse os esforços indesejáveis.

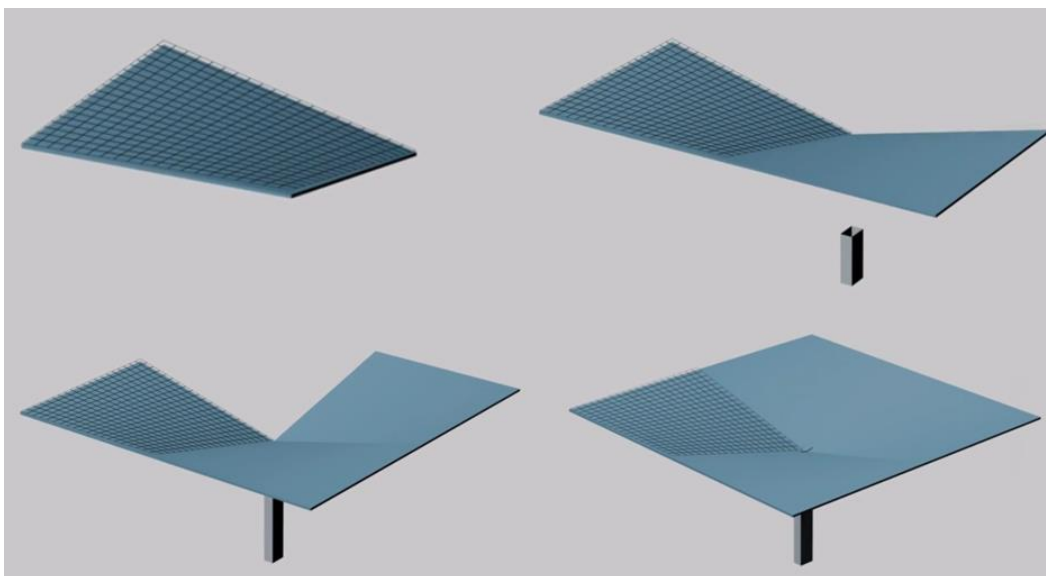
Um dos aspetos mais importantes que caracteriza as obras de Félix Candela foi o uso de forma intensiva do parabolóide hiperbólico. A utilização dessa forma deveu-se ao facto de permitir satisfazer simultaneamente requisitos importantes, quer em termos estruturais como construtivos.

A forma do parabolóide hiperbólico permitia o equilíbrio essencialmente por membrana e tem a particularidade de poder ser composta por elementos lineares, o que facilitava muito o processo construtivo em termos das cofragens [2].

Adicionalmente, esse tipo de forma tornava viável o cálculo e a confirmação da segurança estrutural sem um nível de complexidade matemática elevado. O processo de criação de estruturas em casca consistia na composição de formas complexas através de porções de parabolóides hiperbólicos seccionados por diferentes planos (Figura 78 e Figura 79).



**Figura 78:** Planos de corte usados na conceção de uma “porção” de parabolóide hiperbólico [47].



**Figura 79:** Sequência de construção de Parábua através da rotação de uma porção de parabolóide hiperbólico [47].

### 3.3. Estudo de obras

No presente sub-capítulo são analisadas algumas obras correspondentes a estruturas de casca com geometria pré-definida, o que permitirá a análise de implicações importantes de decisões de concepção no comportamento estrutural. Adicionalmente, será possível uma melhor percepção de algumas características do processo de concepção de Félix Candela.

Félix Candela iniciou a sua aventura na construção de estruturas de cascas de betão armado em 1949, na empresa Cubiertas ALA, empresa de que era proprietário juntamente com o seu irmão António [21]. A primeira construção foi uma casca experimental em 1949, chamada de Ctesiphon de San Bartolo de Naucalpan (Figura 80) no México, cuja forma correspondia a um anti-funcular com diretriz catenária.



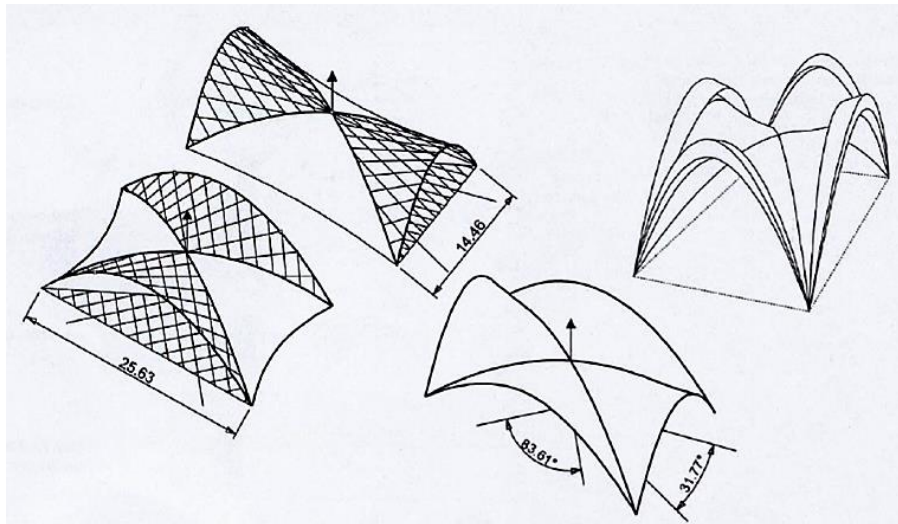
**Figura 80:** Primeira casca experimental de Félix Candela [21].

A primeira obra resultante com o uso de parabolóide hiperbólico foi o Pavilhão de Raios Cósmicos construído em 1951 na Cidade Universitária no México (Figura 81), um laboratório especializado na medição de raios cósmicos e desintegração nuclear [48]. Para as funções da estrutura a espessura da cobertura não deveria ultrapassar os 15 mm. Essa restrição de espessura determinou a utilização de uma solução de dupla curvatura, em vez de uma solução cilíndrica, pela maior carga crítica proporcionada. A solução final passou por ser a junção de dois parabolóides hiperbólicos, onde os sistemas de geratrizes e diretrizes formam um ângulo de  $60^\circ$  e contém uma planta de  $12 \times 10,75\text{m}$  [2].



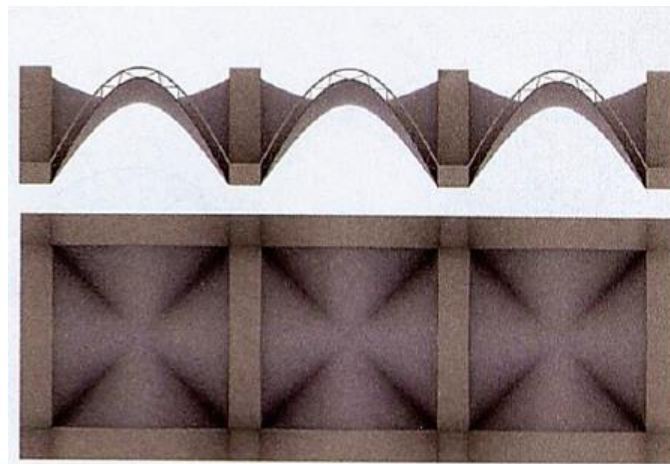
**Figura 81:** Pavilhão de Raios Cósmicos, Cidade Universitária no México [2].

Félix Candela projetou a Bolsa de valores na Cidade do México em 1955, juntando duas porções diferentes resultantes do parabolóide hiperbólico, rodando duas vezes sobre um eixo central, tendo resultado uma estrutura assimétrica de quatro lados (Figura 82). As zonas de ligação entre porções, que se designam de nervuras, constituem zonas de rigidificação por aumento de espessura. Esse modo de rigidificação era usado em quase todas as estruturas de Félix Candela, existindo concentração de forças nessas zonas e tornando possível adotar espessuras muito reduzidas nas restantes zonas.



**Figura 82:** Representação da interseção das diferentes porções de paraboloides hiperbólicos da estrutura assimétrica da Bolsa de Valores [21].

A Figura 83 apresenta a igreja de San Antonio de las Huertas, construída apenas um ano depois, também na Cidade do México. Nesse caso, foi utilizada a mesma técnica, sendo a estrutura composta por quatro paraboloides hiperbólicos iguais, com rotação em torno do eixo vertical. Assim, resultou uma estrutura simétrica de quatro lados.



**Figura 83:** Representação da simetria na estrutura de casca da igreja San Antonio de las Huertas (Adaptado de [21]).

De acordo com [21], contrariamente à estrutura assimétrica da Bolsa de Valores, a dupla simetria da cobertura de San Antonio de las Huertas facilitou o equilíbrio global reduzindo a necessidade de rigidez de bordo. Nesse sentido, a maioria das estruturas de cobertura de Félix Candela apresentam total simetria.

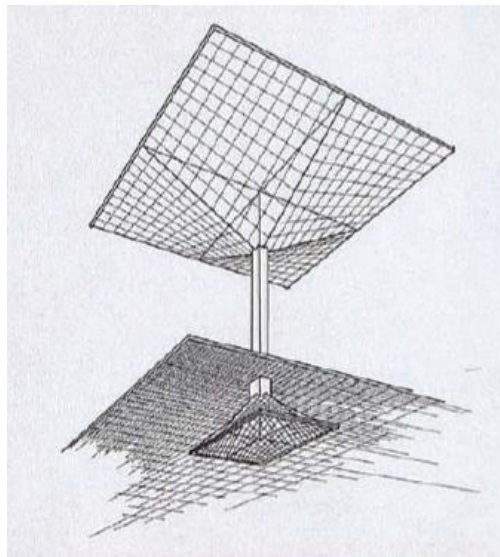
Em 1958 foi construído o restaurante Los Manantiales e em 1960 a fábrica Bacardí. A última parece ter sido uma evolução da primeira, e ambas tiveram reconhecimento de construções de referência a nível mundial.

Nos sub-capítulos seguintes apresenta-se uma análise mais detalhada de três obras de Félix Candela, que constituem exemplos de referência de cascas com geometria pré-determinada.

### 3.3.1. Paráguas

#### 3.3.1.1. Descrição da estrutura

A estrutura de um "Paráguas" é composta por quatro partes de paraboloides hiperbólicos regrados, apoiados num único pilar central (Figura 84). A primeira estrutura experimental deste tipo foi construída em 1952, com uma planta quadrada de 10 m x 10 m, flecha de 1 m e 4 cm de espessura [21]. Conforme [21], algumas semanas após a construção verificaram-se deformações consideráveis nos cantos, da ordem dos 5 cm, para além de vibrações por ação do vento.



**Figura 84:** Parágua de Félix Candela [21].

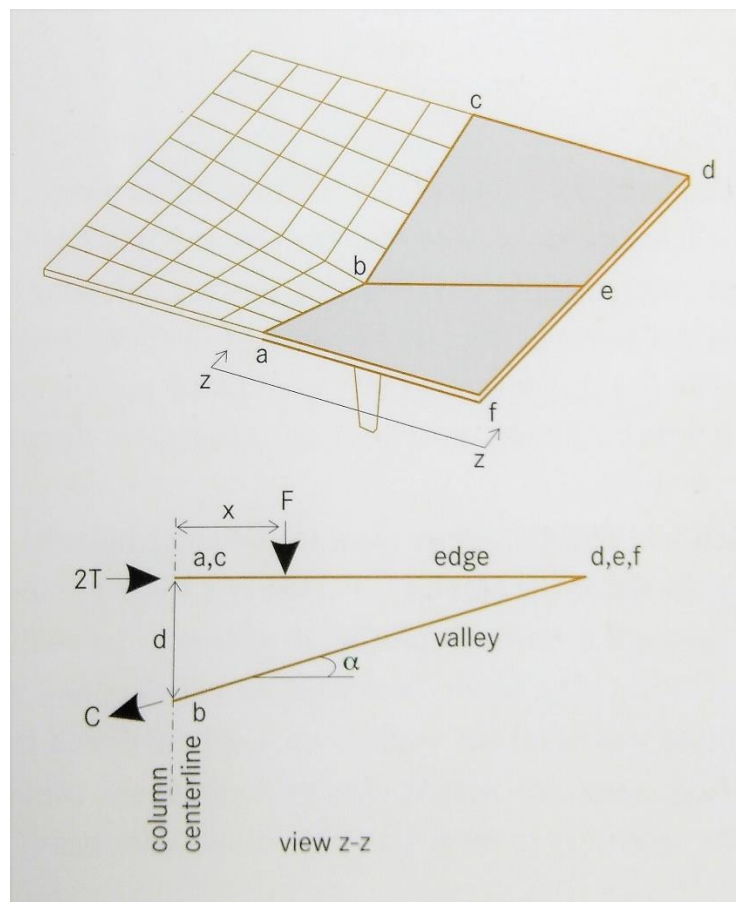
No sentido de resolver estes problemas, na segunda estrutura experimental (Figura 85) a flecha passou para 70 cm e a espessura para 8,3 cm, contendo uma planta quadrada de 8 m x 8 m.



**Figura 85:** 2ª Parágua experimental, Almacenes de Las Aduanas [21].

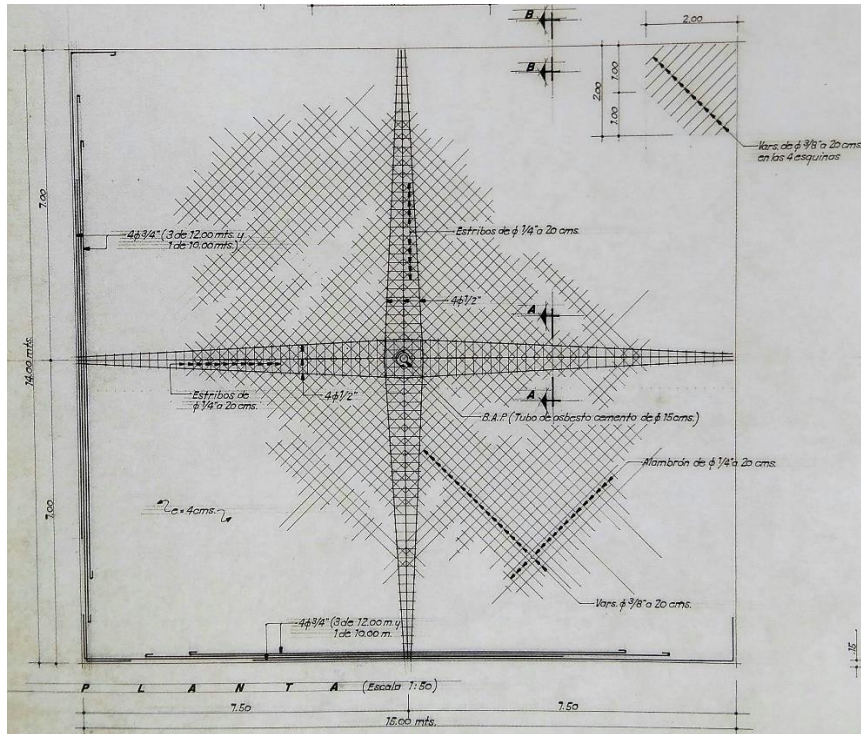
Conforme [21], apesar do significativo aumento da espessura, não foi possível reduzir as deformações nos cantos. No entanto, a diminuição da flecha permitiu melhorar o comportamento sob ação do vento, tendo em consideração a menor superfície exposta.

As diferentes experiências com este tipo de estrutura permitiram concluir que o problema das deformações excessivas dos cantos pôde ser resolvido com o aumento da flecha, o que diminuiu as forças geradas para garantir o binário equilibrante (Figura 86). Tendo em conta a predominância quase exclusiva de esforços de membrana, a análise do equilíbrio de binários para cargas verticais permite de forma muito simples perceber o efeito da flecha no comportamento deste tipo de estruturas e quantificar os esforços resultantes.



**Figura 86:** Esquema representativo de equilíbrio forças [2].

O aumento da flecha para reduzir as deformações nos cantos da estrutura implicava o aumento da área exposta o vento, com efeitos desfavoráveis. Assim, em alguns casos foram adicionados elementos de rigidificação de modo a garantirem caminhos de forças para ação do vento até ao pilar de apoio. Note-se que, sobre ação assimétrica mais significativa, como é o caso desse tipo de ação, não seria possível garantir o equilíbrio exclusivamente com a espessura de membrana disponível. Um exemplo dessa solução é o mercado Chiclayo, com uma viga de rigidificação na zona central da superfície do paráguas (Figura 87).



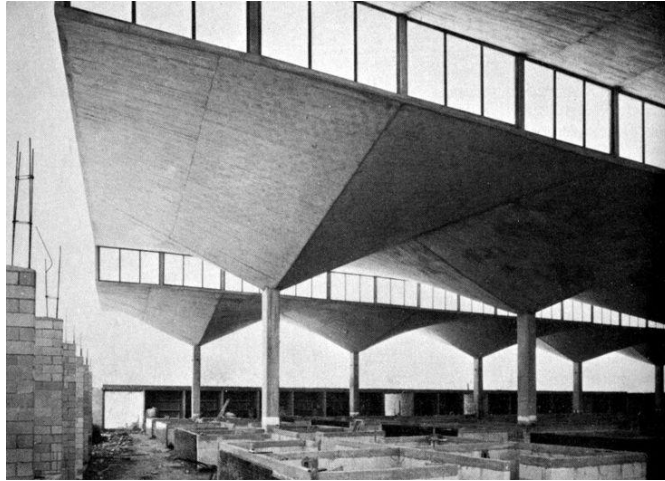
**Figura 87:** Pormenorização de armaduras no parágua do Mercado Chiclayo [2].

Conforme [2], para Félix Candela esta experiência funcionou como uma lição para determinar a flecha ideal, que depende da área coberta. Adicionalmente, considerava que o sucesso deste tipo de estrutura dependia dessa simples proporção, sendo elementares os cálculos necessários.

Nos anos 50 este tipo de estruturas foi muito otimizado por Félix Candela, para além da sua aplicação em múltiplas utilizações, com aumento de dimensões, variações geométricas e aumento de esbelteza. Como exemplos, destaca-se a igreja da Virgen de la Medalla Milagrosa (Figura 88) e o Mercado de Coyocan (Figura 89).



**Figura 88:** Igreja de la Virgen de la Medalla Milagrosa [49].

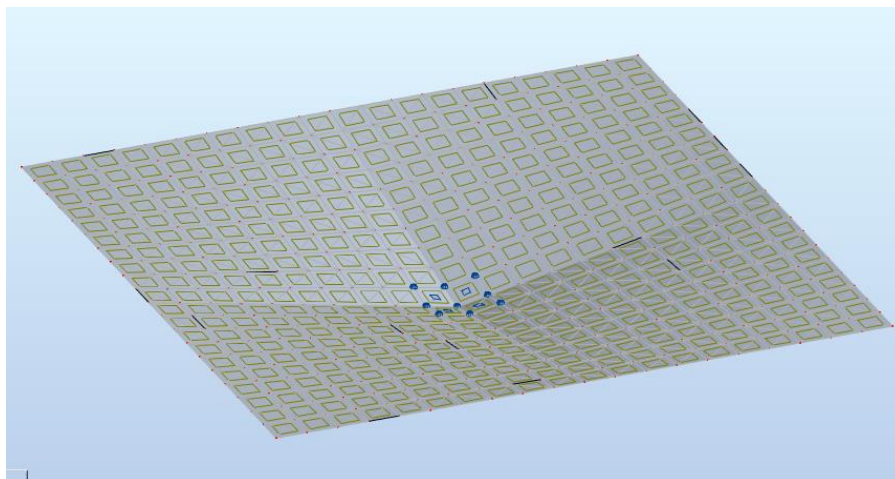


**Figura 89:** Mercado de Coyocan [50].

### 3.3.1.2. Análise estrutural

A análise estrutural de estruturas do tipo parâguas pretende estudar alguns aspetos do seu comportamento, nomeadamente sob ação do peso próprio e ação do vento. A análise foi efetuada em modelos de elementos finitos através do programa de cálculo automático Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2017 [36].

A geometria da estrutura foi criada em Autodesk Autocad [51] e posteriormente importada para o programa de cálculo estrutural. O primeiro modelo analisado (Figura 90) corresponde ao Parâguas com planta 10 m x 10 m e flecha de 1 m, com painéis de 4 cm de espessura. O segundo modelo tem dimensões em planta de 8 m x 8m e espessura de 8,3 cm.



**Figura 90:** Modelo de cálculo de Parâguas.

O primeiro caso analisado corresponde à solicitação do peso próprio, tendo-se considerado para o betão o módulo de elasticidade igual a 38 GPa. O deslocamento vertical obtido nos cantos é de 9 mm. A tensão máxima de tração obtida é de 3,02 MPa na zona de meio bordo e a de compressão de -2,37 MPa na zona junto ao apoio central. O aumento de espessura no segundo

parágua experimental implicou uma redução de deslocamentos, não se tendo verificado alterações significativas nos valores das tensões (Tabela 1).

Os resultados apresentados acima permitem uma análise simplificada do comportamento deste tipo de estruturas, tendo em consideração que se considerou o comportamento linear elástico do material. Na realidade, as forças de tração geradas nos bordos livres implicam uma significativa redução de rigidez por fissuração do betão, o que parece justificar os significativos deslocamentos ao longo do tempo que se verificaram nos paráguas experimentais, conforme [21].

De notar que essa fissuração, apenas controlada pelas armaduras junto dos bordos, implica também um aumento das tensões de compressão na zona junto do pilar, em virtude da concentração progressiva da zona comprimida. Para efeitos de análise dessa perda de rigidez, a análise foi repetida para um valor do módulo de elasticidade de 15 GPa, o que resultou no deslocamento vertical nos vértices da estrutura de 2,2 cm (Tabela 2).

Como análise alternativa considerou-se um modelo com um módulo de elasticidade muito reduzido junto dos bordos (1GPa) na zona tracionada, mantendo-se o valor de 15 GPa na restante estrutura. O valor de deslocamento vertical obtido foi de 5,8 cm, similar ao que aparece documentado para o primeiro paráguas experimental e que se verificou ao fim de algumas semanas.

O comportamento deste tipo de estrutura é fortemente dependente da rigidez disponível nos bordos livres, materializada nas armaduras adicionadas. Uma possibilidade de reduzir essa necessidade de rigidez corresponde à solução adotada por Félix Candela de aumentar as flechas permitindo o equilíbrio de momentos com menores forças do binário.

Paráguas		Módulo de Elasticidade = 38 Gpa	
		1º Paráguas Experimental	Paráguas Reformulado
Deslocamentos(mm)		9	3
Tensões	Trações(Mpa)	3,02	2,25
	Compressões(Mpa)	2,37	2,15

**Tabela 1:** Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio para um módulo de elasticidade de 38GPa.

Paráguas		Módulo de Elasticidade = 15 Gpa	
		1º Paráguas Experimental	Paráguas Reformulado
Deslocamentos(mm)		22	8
Tensões	Trações(Mpa)	3,02	2,25
	Compressões(Mpa)	2,36	2,14

**Tabela 2:** Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio para um módulo de elasticidade de 15GPa.

O segundo caso analisado corresponde à solicitação do vento, tendo-se considerado uma carga de 1,08 KN/m<sup>2</sup>, calculada segundo as disposições do RSA [52]. O deslocamento vertical obtido nos cantos é de 1,5 cm. A tensão máxima de tração obtida é de 1,85 MPa e a de compressão de -5,92 MPa, junto do pilar central (Tabela 3). O aumento de espessura no segundo parágua experimental implicou uma redução de deslocamentos, não se tendo verificado alterações significativas nos valores das tensões (Tabela 4). O efeito dos reforços torna-se mais evidente nas soluções com maior flecha. Por exemplo, na Tabela 5 constam os resultados da análise de uma estrutura similar à do Mercado de Chiclayo, com uma flecha de 3,20 m num parágua de 15 mx15 m e espessura de 4cm [2]. Nesse caso existe maior redução dos deslocamentos e significativa redução das tensões instaladas.

Ação Vento		Módulo de Elasticidade = 38 Gpa	
		1º Parágua sem reforço	1º Parágua com reforço
Deslocamentos(mm)		15	11
Tensões	Trações(Mpa)	1,85	2,61
	Compressões(Mpa)	5,92	2,94

**Tabela 3:** Resumo dos resultados da análise do 1º parágua experimental sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa.

Ação Vento		Módulo de Elasticidade = 38 Gpa	
		Parágua reformulado sem reforço	Parágua reformulado com reforço
Deslocamentos(mm)		5	4
Tensões	Trações(Mpa)	1,26	2,2
	Compressões(Mpa)	3,83	3,11

**Tabela 4:** Resumo dos resultados da análise do parágua experimental reformulado sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa.

Ação Vento		Módulo de Elasticidade = 38 Gpa	
		Parágua Chiclayo sem reforço	Parágua Chiclayo com reforço
Deslocamentos (mm)		2,2	1,6
Tensões	Trações (Mpa)	9,4	3,7
	Compressões (Mpa)	-11,63	-4,86

**Tabela 5:** Resumo dos resultados da análise do parágua do mercado Chiclayo sob ação do peso próprio e vento para um módulo de elasticidade de 38GPa.

A análise de uma estrutura similar à do mercado Chiclayo revela que a colocação de elementos de reforço resulta em menores tensões e deslocamentos na estrutura, ao seja, estas zonas de reforço, onde a rigidez é superior à restante estrutura constituem caminhos de forças com efeitos no equilíbrio das zonas adjacentes.

### 3.3.2 - Restaurante Los Manantiales

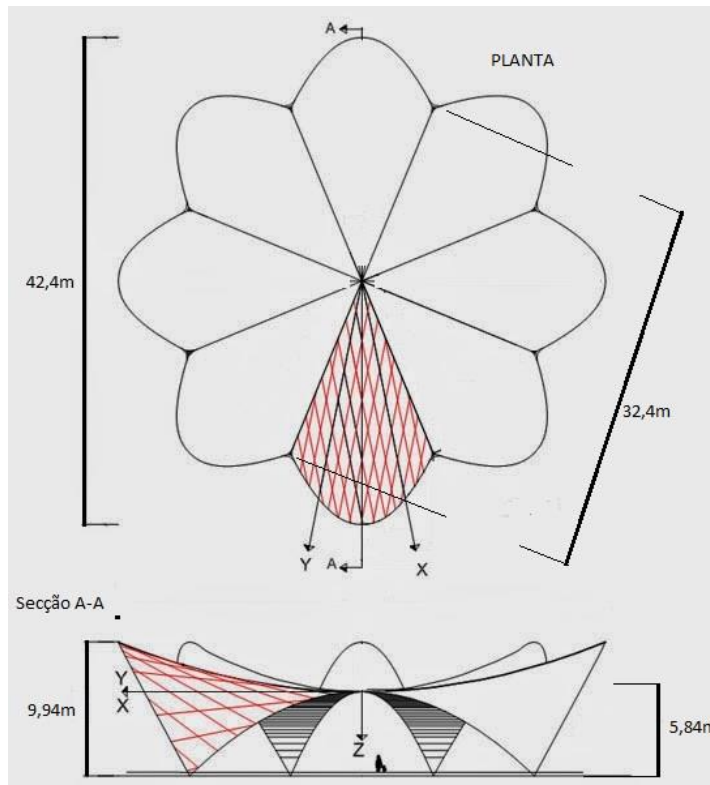
#### 3.3.2.1 - Descrição da estrutura

Em 1958, Félix Candela completa a estrutura de cobertura dos Restaurante Los Manantiales, em Xochimilco na cidade do México (Figura 91). A construção surgiu inserida numa zona de lazer, sendo chamada pelos habitantes locais como "La Flor", devido à sua forma, que harmoniza com as plantas flutuantes que rodeiam a estrutura.

A forma da estrutura de casca é constituída pelas intersecções de paraboloides hiperbólicos, contendo bordos curvos livres com forma parabólica e sem reforço de bordo. A estrutura de casca é do tipo casca com nervuras, nervuras estas que se situam nas zonas de interseção entre as oito porções de paraboloides. A estrutura tem uma altura ao centro de 5,84 m e 9,94 m nas extremidades, com diâmetro de 42,4 m e 32,4 m entre os apoios sob as nervuras (Figura 92).



Figura 91: Restaurante Los Manantiales em Xochimilco, Cidade do México [21].

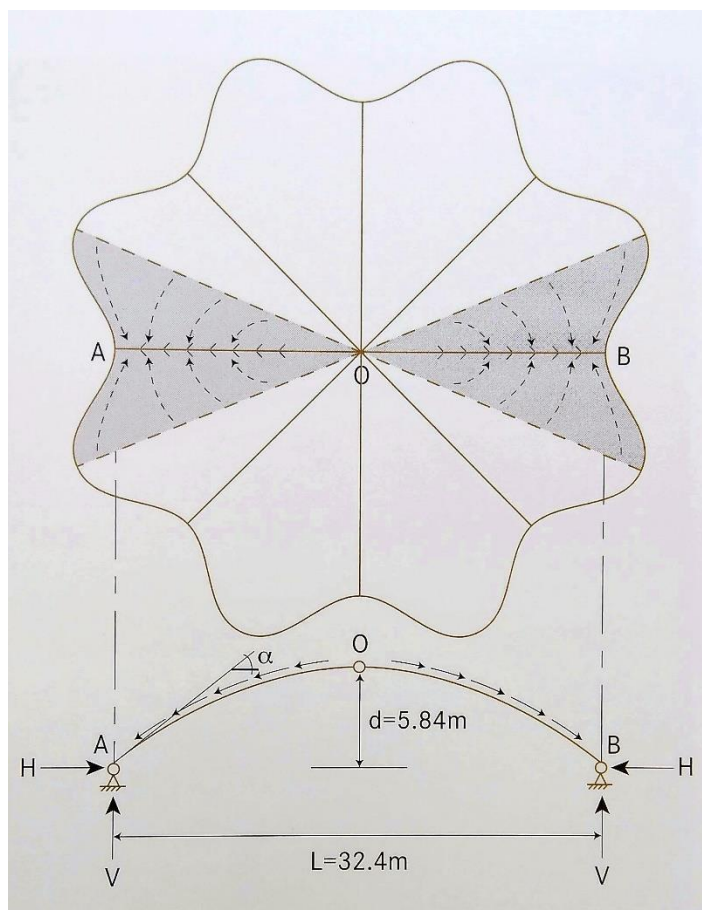


**Figura 92:** Representação das dimensões do Restaurante Los Manantiales (adaptado de [53]).

A espessura da casca é de 4 cm, que Félix Candela considerava ser a espessura mínima possível para este tipo de estruturas por razões construtivas de betonagem [2]. Nas zonas de interseção entre os paraboloides (Figura 93) a espessura é aumentada para 12 cm, o que efetivamente corresponde à rigidificação com criação de arcos (Figura 94) com secção em V. Para além da espessura de 4 cm na globalidade da casca, a rigidificação das zonas de interseção é também uma característica geral deste tipo de estruturas construídas por Félix Candela.



**Figura 93:** Destaque das nervuras vistas do interior do restaurante Los Manantiales (adaptado de [2])



**Figura 94:** Caminho de forças na estrutura do restaurante Los Manantiales [2].

A análise da estrutura foi feita com recurso a equações da teoria de membrana para o parabolóide hiperbólico, que o próprio tinha desenvolvido recentemente. Para a análise das zonas reforçadas de interseção entre as porções de parabolóides hiperbólicos considerou arcos sujeitos a cargas verticais correspondentes às reações que equilibram esses parabolóides. Esta estratégia de análise é justificável com o facto das zonas rigidificadas atraírem caminhos de forças verticais (Figura 94), constituindo um sistema de apoio distribuído das porções de parabolóide hiperbólico. No entanto, conforme [2], essa simplificação não tem em conta uma parte das cargas encaminhadas diretamente para os apoios por efeito de membrana, o que implica esforços na zona rigidificada menores que os fornecidos pelo modelo simplificado de arco.

Nos apoios da estrutura foram empregues paráguas invertidos, uma solução típica de Félix Candela [2]. Este tipo de apoio tem a vantagem de implicar tensões reduzidas, compatíveis com o tipo de solos existentes. As solicitações horizontais são equilibradas por tirantes colocados entre apoios.

A cofragem para a construção da cobertura implicou unicamente a utilização de elementos lineares de madeira, o que é possível pela utilização da forma do parabolóide hiperbólico.

Apesar da forma da estrutura ser repetitiva em oito porções de paraboloides hiperbólicos, a estrutura foi construída de uma só vez com um cimbre para toda a estrutura. Esta opção foi justificada pela dificuldade de garantir equilíbrio das porções construídas individualmente durante a fase de construção.

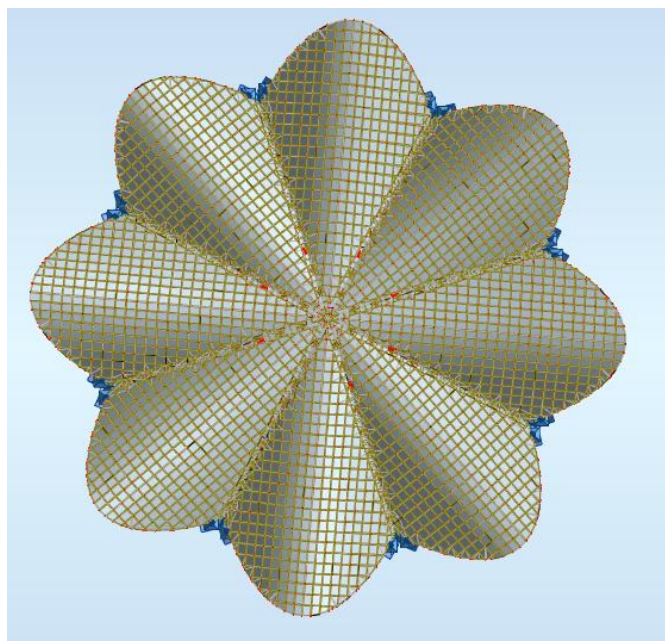


**Figura 95:** Colocação de armaduras sob a cofragem reta de madeira no restaurante Los Manantiales [54].

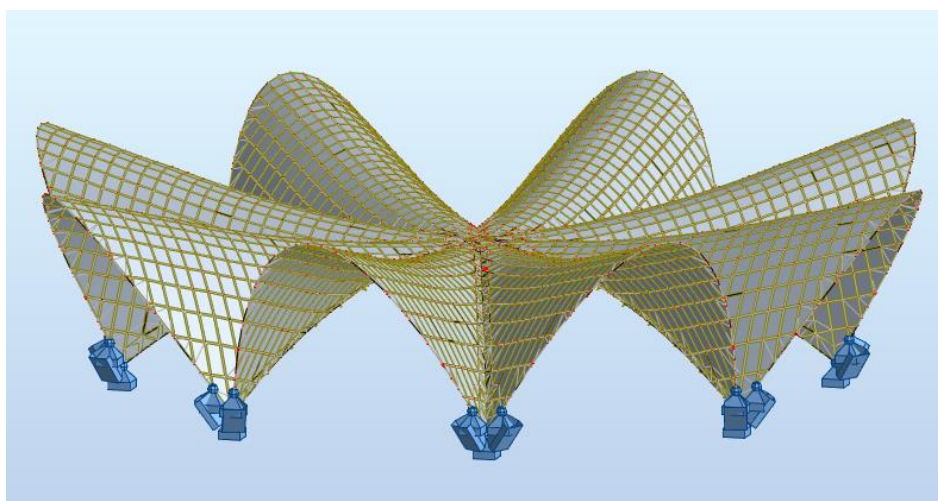
### 3.3.2.2. Análise estrutural

De modo a estudar alguns aspetos de conceção e comportamento estrutural é apresentada nesta secção a análise estrutural de uma estrutura similar. A análise foi feita com um modelo de elementos finitos do tipo casca, utilizando o programa de cálculo automático Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2017 [36] e o modelo de cálculo foi criado em Autodesk Autocad [51].

De modo a aferir o efeito da rigidificação nas zonas de interseção dos paraboloides foram consideradas, para além do peso próprio, cargas assimétricas como pode ser o caso da neve. Adicionalmente, de modo simplificado, foi avaliada a carga crítica da estrutura em função da existência ou inexistência de rigidificação. Os modelos utilizados constam na Figura 96 e na Figura 97.



**Figura 96:** Vista superior de modelo de cálculo da estrutura do Restaurante Los Manantiales.



**Figura 97:** Modelo de cálculo da estrutura do Restaurante Los Manantiales.

A análise para o peso próprio, considerando a espessura uniforme de 4 cm em toda a estrutura, sem rigidificação, forneceu (Tabela 6) um deslocamento vertical máximo de 2 mm, tensões extremas de tração de +1,54 MPa e de compressão de -4,40 MPa. O aumento da espessura nas zonas de interseção dos paraboloides implica um deslocamento máximo de 1 mm, tensões extremas de tração de +0,18 MPa e de compressão de -1,72 MPa.

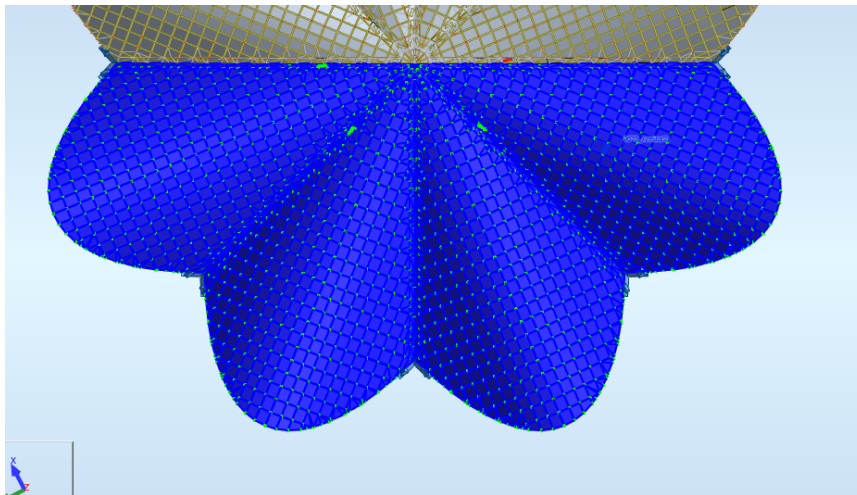
Peso Próprio		Restaurante Los Manantiales	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		2	1
Tensões	Tensões(Mpa)	1,54	0,18
	Compressões(Mpa)	4,4	1,72

**Tabela 6:** Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio na estrutura Los Manantiales.

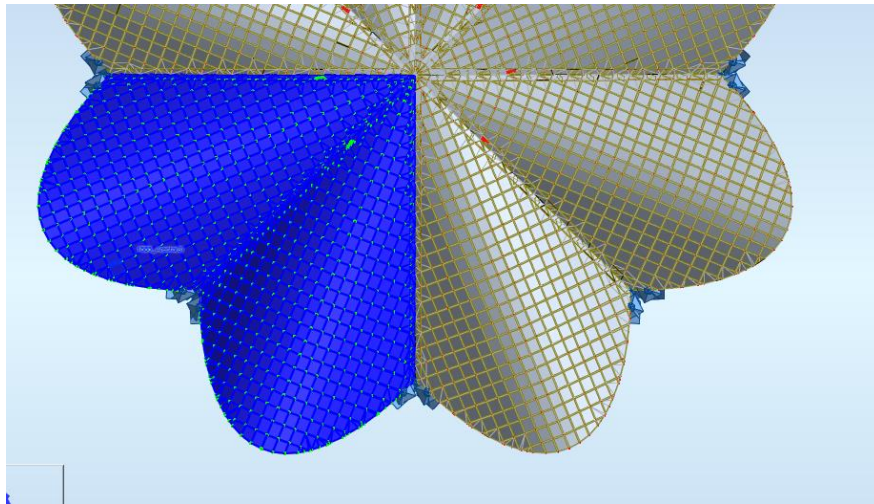
A análise não linear geométrica com carga crescente até à indicação de carga crítica permite também avaliar o efeito da rigidificação. Para o caso de espessura contínua de 4 cm a indicação de instabilidade surgiu para um fator de 0,5 da carga aplicada, tendo aumentado para 0,7 com a adoção da espessura de 12 cm nas zonas de interseção.

Na Figura 98 e Figura 99 constam as configurações de carregamento, correspondentes a meia estrutura e um quarto de estrutura carregada. No primeiro caso, para além do peso próprio, foi considerada uma carga de  $1,62 \text{ kN/m}^2$ . O caso de espessura uniforme em toda a estrutura de 4 cm implicou um deslocamento máximo de 1,3 cm, com tensão extrema de tração de  $+2,84 \text{ MPa}$  e de compressão de  $-13,86 \text{ MPa}$ . Conforme a Tabela 7, a rigidificação exclusiva na zona de interseção, com espessura de 12 cm, resultou num deslocamento vertical máximo de 5 mm, com tensão extrema de tração de  $+2,27 \text{ MPa}$  e de compressão de  $-5,01 \text{ MPa}$ .

O caso de carregamento correspondente a solicitação da sobrecarga apenas em 1/4 da estrutura, com espessura uniforme, resultou em tensão extrema de tração de  $+4,08 \text{ MPa}$  e de compressão de  $-13,24 \text{ MPa}$ , com um deslocamento vertical máximo de 10 mm. Com a rigidificação de 12 cm de espessura, resultou num deslocamento vertical máximo de 4 mm, a tensão máxima de tração resultou igual a  $+2,71 \text{ MPa}$  e de compressão igual a  $-4,78 \text{ MPa}$  (Tabela 8).



**Figura 98:** Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a meia estrutura.



**Figura 99:** Modelo de cálculo do 2º caso de carga da ação neve, aplicada a ¼ da estrutura.

1º Caso Ação da Neve		Restaurante Los Manantiales	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		13	5
Tensões	Tensões(Mpa)	2,84	2,27
	Compressões(Mpa)	13,86	5,01

**Tabela 7:** Resumo dos resultados da análise sob ação do 1º caso de carga neve aplicado a meia estrutura.

2º Caso Ação da Neve		Restaurante Los Manantiales	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		10	4
Tensões	Tensões(Mpa)	4,08	2,71
	Compressões(Mpa)	13,24	4,78

**Tabela 8:** Resumo dos resultados da análise sob ação do 2º caso de carga neve aplicado a ¼ da estrutura.

A análise revela que o aumento da espessura da nervura, ou seja, o reforço aplicado de modo não exagerado para não incrementar esforços de flexão, resulta numa melhoria no comportamento estrutural. A rigidificação localizada diminui não só os deslocamentos, reduzindo também de forma significativa as tensões extremas.

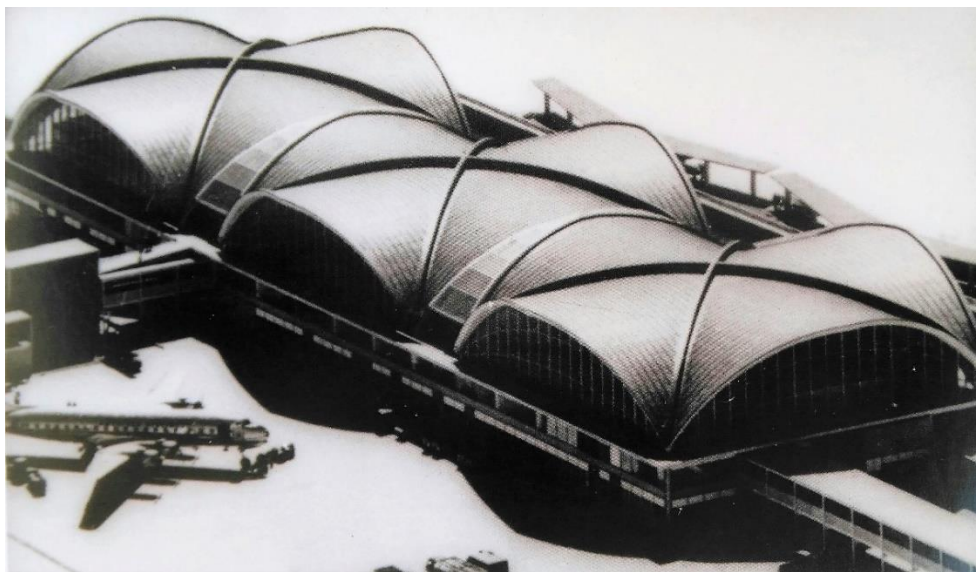
### 3.3.3 - Fábrica Embotelladora Bacardí

#### 3.3.3.1 - Descrição da estrutura

Em 1960, Félix Candela constrói a Fábrica Bacardí (Figura 100) em Cuautitlán no México, constituída inicialmente por três estruturas de casca com nervuras, estilo construtivo semelhante à aplicada na construção do Restaurante Los Manantiales em Xochimilco. Conforme [2], seu ímpeto para construir a Fábrica Embotelladora Bacardí surgiu da observação do Terminal do Aeroporto de Lambert, St. Louis, nos Estados Unidos da América (Figura 101).



**Figura 100:** Fábrica Embotelladora Bacardí [2].



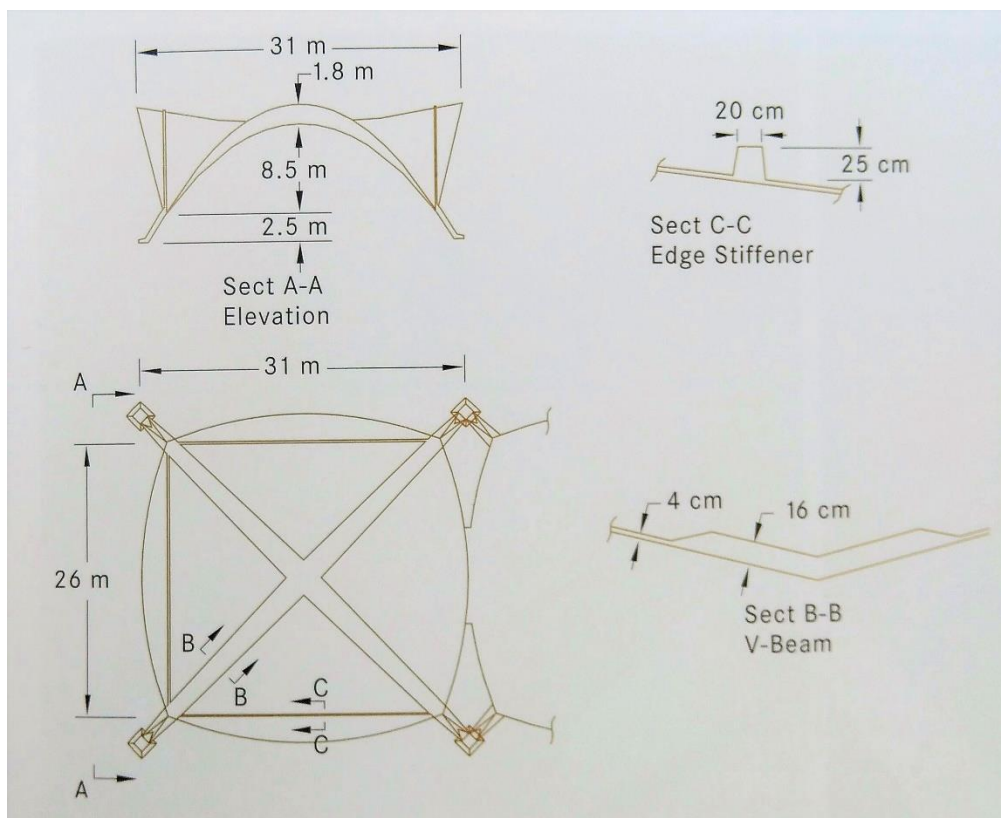
**Figura 101:** Terminal do Aeroporto de Lambert [2].

A empresa Bacardí encomendou os serviços de Félix Candela e o próprio considerou que esta seria uma oportunidade para demonstrar que poderia fazer uma estrutura semelhante ao Terminal do Aeroporto Lambert, mas de forma mais simples e elegante.

A Fábrica Bacardí corresponde a uma abordagem diferente da utilizada no Terminal do Aeroporto de Lambert, com as seguintes diferenças significativas:

- Espessura da casca;
- Rigidificação dos bordos;
- Modo de reforço das nervuras.

A cobertura da Fábrica Bacardí é gerada pela interseção de quatro porções de paraboloides hiperbólicos, com uma altura ao centro de 11 m e uma altura máxima nas extremidades de 12,8 m [2]. As dimensões em planta correspondem a 31 m de distância entre a parte inferior dos apoios e 26 m entre a parte superior (Figura 102).

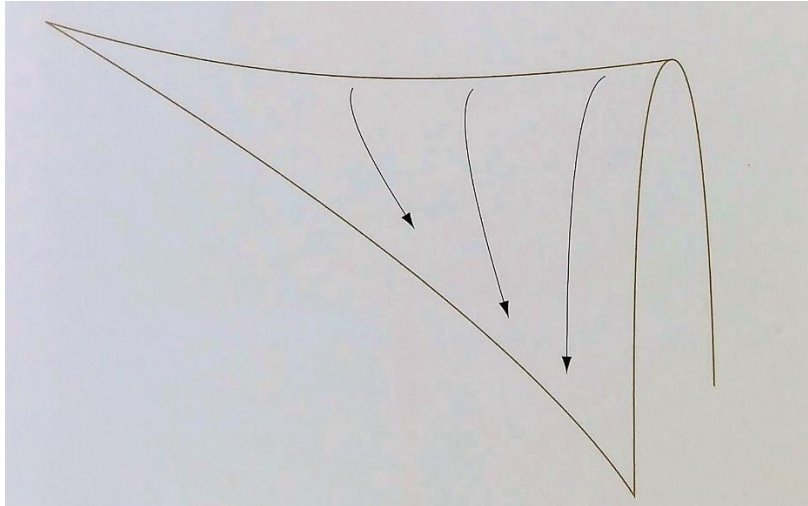


**Figura 102:** Descrição das dimensões em planta da fábrica Bacardi [2].

A cobertura de casca tem, à exceção das zonas de interseção entre os paraboloides, uma espessura de 4 cm, quase três vezes inferior à do Terminal do Aeroporto de Lambert. Nas zonas de interseção dos paraboloides a espessura é de 16 cm numa largura 1,6 m perto dos apoios e 2,4 m no topo central da estrutura [2].

Conforme mostra a Figura 102, a planta da estrutura de casca mostra uma área saliente, com contorno de geometria parabólica, verificando-se o mesmo no Restaurante Los Manantiales. Esta opção, associada à maior altura da estrutura junto dos bordos, parece ter sido uma estratégia para melhorar o comportamento dos bordos livres, permitindo evitar rigidificadores.

De modo similar ao sucedido na estrutura do restaurante Los Manantiales, a análise das zonas reforçadas de interseção entre as porções de paraboloides hiperbólicos considerou arcos sujeitos a cargas verticais correspondentes às reações que equilibram esses paraboloides. Estratégia justificável com o facto das zonas rigidificadas atraírem caminhos de forças verticais (Figura 103).



**Figura 103:** Caminho de forças na estrutura da fábrica Bacardí [2].

A estrutura de casca da Fábrica Bacardí não está em contacto direto com as fundações, em vez disso, cada um dos quatro cantos é apoiado sobre uma coluna inclinada que transfere as cargas para as fundações. Este pormenor construtivo utilizando estas “pernas” permite que as cascas adjacentes possam compartilhar a mesma fundação e oferece uma altura adicional à estrutura de 2,5m. As fundações recebem apenas as cargas verticais, existindo armaduras de aço ao nível do solo que recebem os impulsos horizontais [2].

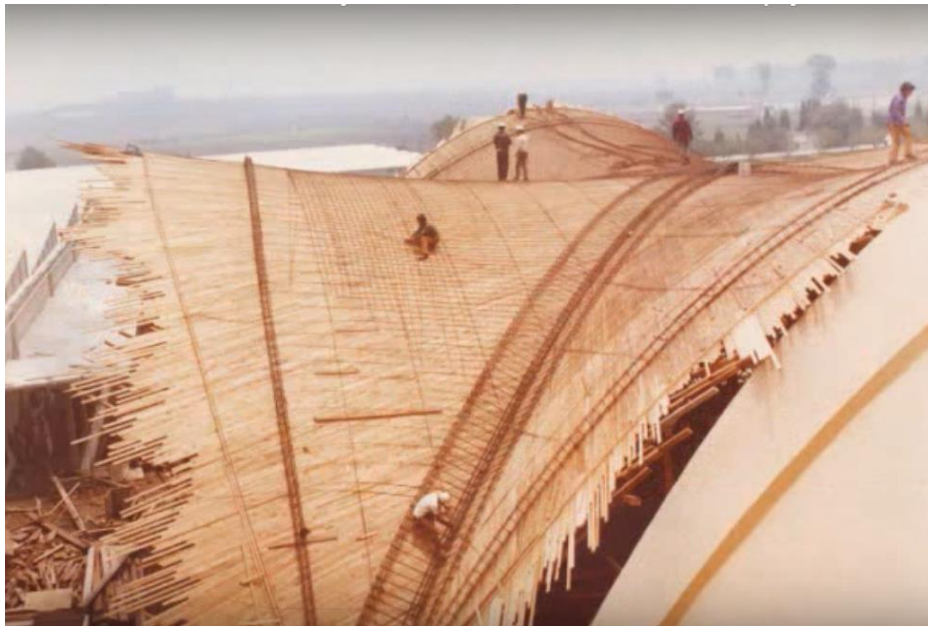
Para além da diferença da forma, uma outra diferença visual importante entre as estruturas da Fábrica Bacardí e o Terminal do Aeroporto Lambert é a conceção do reforço dos bordos e nervuras de ligação. Reforços no Terminal do Aeroporto Lambert eram muito maiores e completamente visíveis tanto do interior como do exterior da estrutura, algo que não agradava a Félix Candela, achando que as vigas dariam um ar pesado à estrutura, não oferecendo a esbelteza que o próprio considerava fundamental [2]. O reforço na fábrica Bacardí gerado pelas vigas em V é impercetível tanto interior como exteriormente.

Contrariamente ao que ocorre no Restaurante Los Manantiales, sem qualquer reforço nos bordos livres, na Fábrica Bacardí existe um reforço recuado do bordo, com 25 cm de espessura e 20 cm de largura, localizado acima das fachadas de vidro [2].

O facto de a Fábrica Bacardí ser posterior ao Restaurante Los Manantiales, parece associar a colocação desses reforços de bordo a um retrocesso na aspiração de construir cascas finas de bordo livre. No entanto, essa opção parece justificar-se pelo vão livre da Fábrica Bacardí significativamente superior ao do Restaurante Los Manantiales, 26 m e 12,43 m, respetivamente.

Note-se ainda que a casca de Los Manantiales resulta da interseção de oito paraboloides enquanto que na Fábrica Bacardí são apenas quatro. A opção por esses reforços parece ter sido uma medida de segurança tendo em conta as maiores dimensões e geometria da casca, comparativamente à solução anterior de um tipo similar.

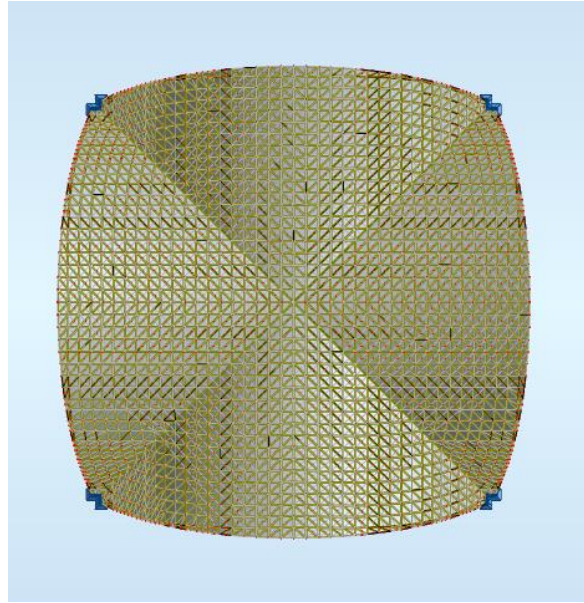
Os esforços reduzidos na estrutura permitiam a não colocação de armaduras. No entanto, conforme [2], foi colocada uma malha de armaduras (Figura 104) com varões de 10 mm de diâmetro e espaçamento de 20 cm, com o objetivo de prevenir fissuração provocada por variações de temperatura.



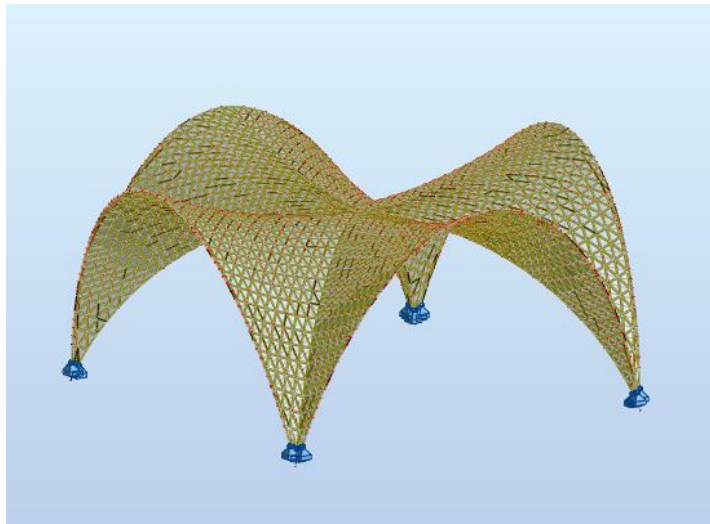
**Figura 104:** Colocação de armadura sob a cofragem reta de madeira na fábrica Bacardí, onde se pode observar as armaduras de reforço de bordo livre e sob as nervuras [55].

### 3.3.3.2. Análise estrutural

No presente subcapítulo apresentam-se e discutem-se os resultados da análise estrutural de uma estrutura similar a da cobertura da Fábrica Bacardí. A análise foi efetuada no programa de cálculo automático Autodesk Robot Structural Analysis Professional 2017 [36], utilizando os modelos de elementos finitos com elementos tipo casca. As ações consideradas correspondem ao peso próprio da estrutura e à ação hipotética da neve com distribuição assimétrica. Os modelos de cálculo foram criados em Autodesk Autocad [51] e posteriormente exportados para o Autodesk Robot (Figura 105 e Figura 106).



**Figura 105:** Vista superior do modelo de cálculo da estrutura de casca da Fábrica Embotelladora Bacardí.



**Figura 106:** Modelo de cálculo da estrutura de casca da Fábrica Embotelladora Bacardí.

O primeiro caso analisado correspondeu a uma solução de espessura constante de 4 cm, incluindo a zona de interseção das porções dos paraboloides, sujeita ao peso próprio. O deslocamento vertical máximo foi de 4 mm, com tensão extrema de tração de +1,92 MPa e tensão extrema de compressão de -5,48 MPa (Tabela 9). Os valores reduzidos de deslocamento vertical e de tensões demonstram o efeito pouco significativo do peso próprio em consequência da espessura de apenas 4 cm.

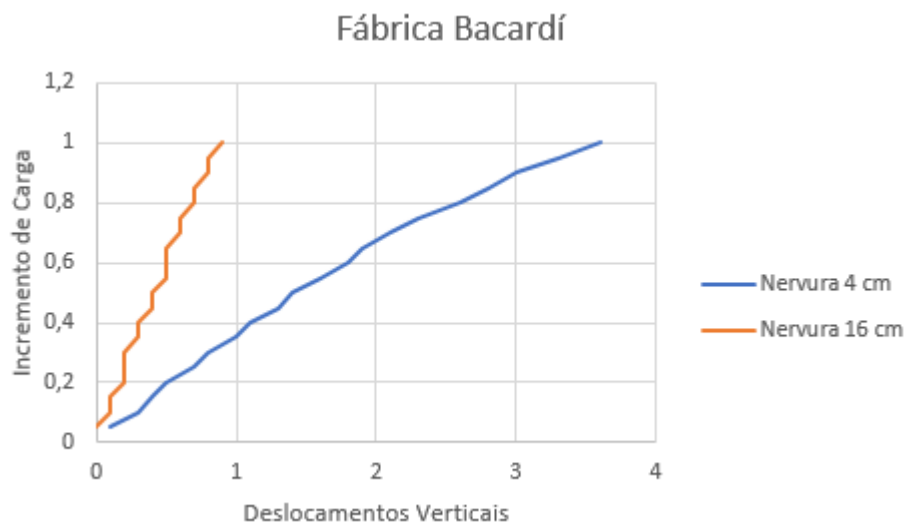
O aumento da espessura na zona de interseção dos paraboloides, de 4 cm para 16 cm, implicou um deslocamento vertical de 3 mm, com tensão extrema de tração de +0,59 MPa e tensão extrema de compressão de -2,98 MPa. O aumento controlado da espessura mostra o efeito da rigidificação localizada na redução das tensões extremas, nas zonas onde se verifica uma "concentração" de caminhos de forças, em função da geometria da casca.

Peso Próprio		Fábrica Embotelladora Bacardí	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		4	3
Tensões	Tensões(Mpa)	1,92	0,59
	Compressões(Mpa)	5,48	2,98

**Tabela 9:** Resumo dos resultados da análise sob ação do peso próprio na estrutura Fábrica Bacardí.

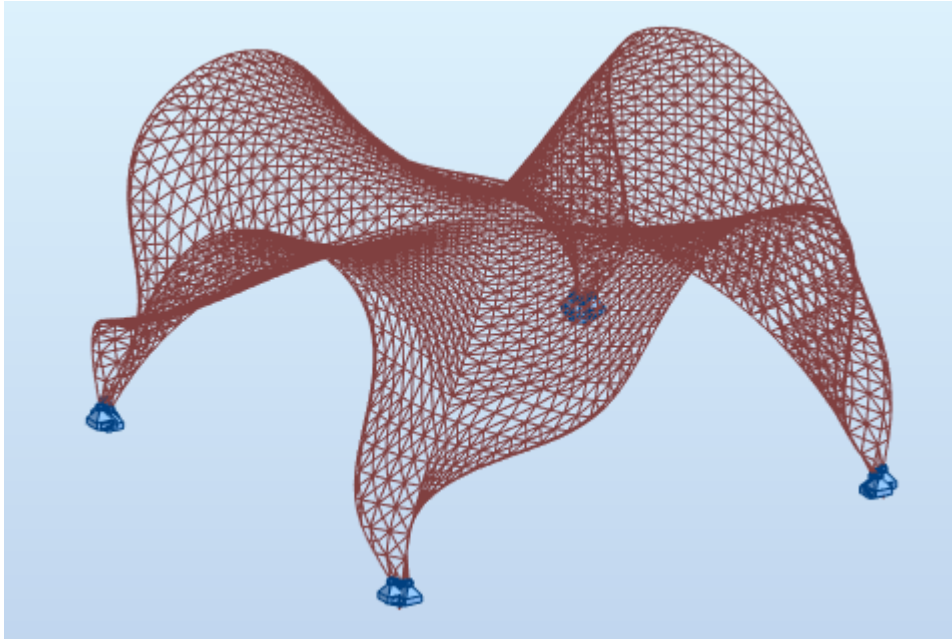
A análise não linear geométrica da estrutura, pretendendo uma estimativa simplificada da carga crítica, permite avaliar o efeito da rigidificação das zonas de interseção dos paraboloides. A solução de espessura constante de 4 cm implicou a indicação de carga crítica para um incremento de 2/10 de 20 kN/m<sup>2</sup>. A rigidificação das zonas de interseção, com espessura de 16 cm, implicou o aumento do incremento de carga para 7/10 de 20 kN/m<sup>2</sup>. A análise mostra que a rigidificação localizada implica um significativo aumento da carga crítica, 3,5 vezes superior.

A análise com determinação de carga crítica através de um problema de valores próprios, assim como a obtenção de curva P- $\delta$  por análise não-linear geométrica demonstram o efeito significativo a rigidificação nas zonas de interseção. Na Figura 107 surgem representadas as curvas fator de carga-deslocamento vertical.

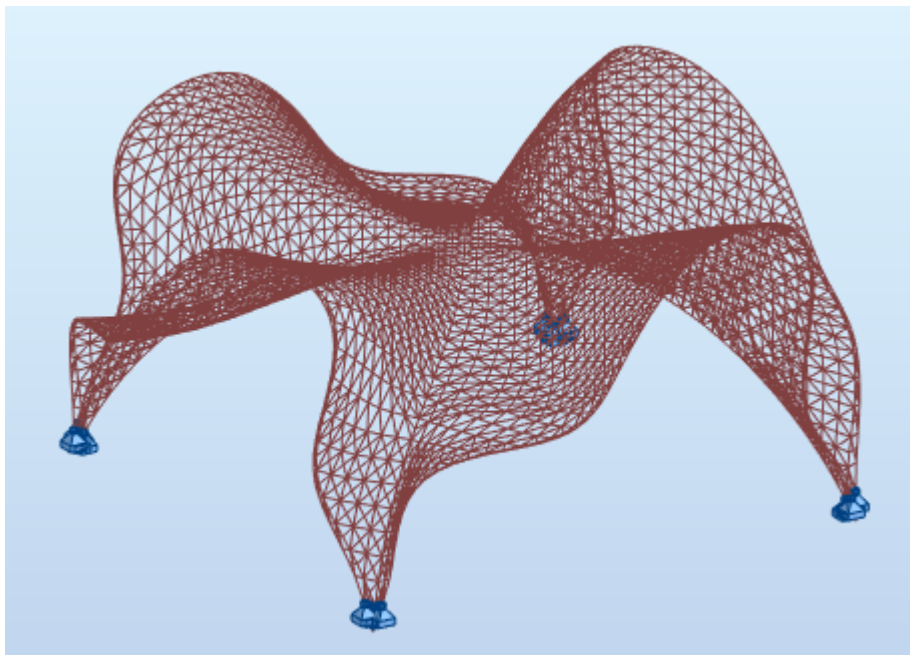


**Figura 107:** Resultados da análise do incremento de carga suportada na estrutura da fábrica Bacardí com diferentes espessuras de nervuras.

A análise por determinação de valores próprios resultou num fator de carga crítica de 3,12 para a estrutura com espessura uniforme de 4 cm ao longo de toda a superfície, e num fator de 12,56 para a solução com espessura de 16 cm na zona de nervuras. Na Figura 108 e Figura 109 observam-se os modos de encurvadura das estruturas com diferentes espessuras de nervuras.

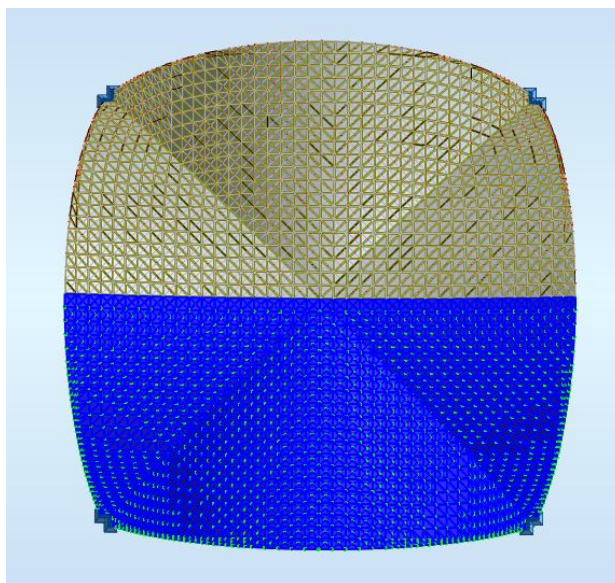


**Figura 108:** Modo de encurvadura da estrutura bacardí com 4 cm de espessura uniforme ao longo de toda a superfície, fator de carga crítica=3,12.

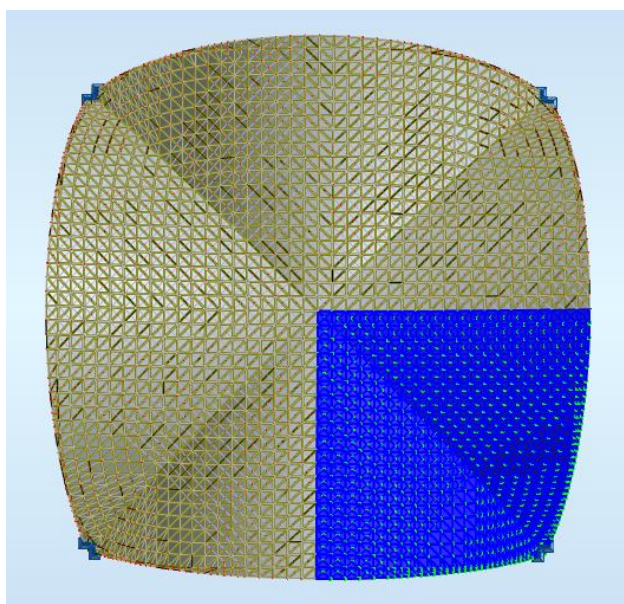


**Figura 109:** Modo de encurvadura da estrutura bacardí com 16 cm de espessura das nervuras e 4 cm na restante superfície, fator de carga crítica=12,56.

Para a análise do comportamento da estrutura sob carregamentos mais desfavoráveis, foram considerados carregamentos assimétricos, por exemplo neve, combinados com o peso próprio da estrutura. As ações da carga neve consistem na aplicação de dois carregamentos diferentes, o primeiro caso de carga aplicado a meia estrutura (Figura 110) e o segundo caso de carga aplicado a apenas um quarto da estrutura (Figura 111).



**Figura 110:** Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a meia estrutura.



**Figura 111:** Modelo de cálculo do 1º caso de carga da ação neve, aplicada a ¼ da estrutura.

O primeiro caso analisado com a hipotética ação da neve, corresponde a uma carga uniformemente distribuída de  $1,62 \text{ kN/m}^2$  aplicada em meia estrutura, combinada com o peso próprio. Para a solução de espessura constante de 4 cm obteve-se um deslocamento vertical máximo de 5,7 cm, com tensões extremas de tração de +15,18 MPa e tensões extremas de compressão de -36,65 MPa.

O aumento da espessura para 16 cm, nas zonas de interseção dos paraboloides, mantendo-se a espessura de 4 cm na restante estrutura, implicou um deslocamento máximo de 1,5 cm, com tensões extremas de tração de +4,57 MPa e tensões extremas de compressão de -7,61 MPa (Tabela 10). Na Tabela 11 constam os resultados para o cenário de carga em apenas 1/4 da superfície da casca.

1º Caso Ação da Neve		Fábrica Embotelladora Bacardí	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		57	15
Tensões	Tensões(Mpa)	15,18	4,57
	Compressões(Mpa)	36,65	7,61

**Tabela 10:** Resumo dos resultados da análise sob ação do 1º caso de carga neve aplicado a meia estrutura.

2º Caso Ação da Neve		Fábrica Embotelladora Bacardí	
		Zona de nervuras sem reforço	Zona de nervuras com reforço
Deslocamentos(mm)		36	9
Tensões	Tensões(Mpa)	9,61	2,36
	Compressões(Mpa)	26,78	6,97

**Tabela 11:** Resumo dos resultados da análise sob ação do 2º caso de carga neve aplicado a ¼ da estrutura.

A análise estrutural da estrutura similar à cobertura em casca da fábrica Bacardí permite verificar a vantagem da adoção de espessuras muito reduzidas, pelo facto de implicar também reduzidos valores de tensão. Um aspeto relevante é a eficiência da rigidificação localizada na melhoria do comportamento estrutural, no que toca à carga crítica da estrutura e sob ação de carregamentos desfavoráveis como é o caso da carga assimétrica da neve.

Essa estratégia corresponde em reforçar as zonas que, pela geometria da estrutura, atraem caminhos de forças (Figura 103), o que implica a concentração de esforços. A forma em V das zonas de interseção maximiza a eficiência do material adicional utilizado em termos da rigidez resultante. Em termos gerais o procedimento consiste em condicionar favoravelmente o comportamento global da estrutura, atuando localmente e onde é mais eficiente fazê-lo. Por outro lado, é minimizado o material onde o mesmo, seja pelo peso seja pela rigidez, tem efeitos desfavoráveis.

### 3.4 - Discussão e conclusões do capítulo 3

A adoção de formas geométrica pré-determinadas para estruturas de casca permite gerar estruturas bastante esbeltas e com elevada capacidade de carga. As estruturas de casca de Félix Candela podem considerar-se exemplos maiores desse modo de conceção.

A utilização do parabolóide hiperbólico permite, pela dupla curvatura, elevada rigidez, com reduzidos esforços de flexão. Por outro lado, proporciona vantagens sob o ponto de vista construtivo e de cálculo estrutural. Em suma, pode considerar-se que o desenvolvimento de coberturas de casca com parabolóides hiperbólicos, por parte de Félix Candela, corresponde a satisfazer simultaneamente condicionantes estruturais, de projeto estrutural e de facilidade construtiva. Por esse motivo, são exemplos que devem ser tidos como referência para a

concepção de novas estruturas. A concepção estrutural de Félix Candela denota um domínio completo da mecânica estrutural, conduzindo quase diretamente a estruturas ótimas.

As zonas de interseção dos paraboloides são neste tipo de estruturas zonas rigidificadas. Essas zonas concentram caminhos de forças, nas quais, pela forma geométrica, é muito eficiente o consumo de material para aumentar a rigidez e a resistência global da estrutura. As análises efetuadas demonstram que o aumento localizado de rigidez tem efeitos significativos no aumento da carga crítica e no controle de tensões e deformações para cenários de carga desfavoráveis, como é o caso de hipotéticos carregamentos assimétricos de neve.

A rigidificação exclusiva na zona de interseção dos paraboloides e a reduzida espessura nas restantes zonas demonstram um grande sentido de eficiência na concepção estrutural. A ideia corresponde em colocar material onde a sua utilização é mais eficiente em termos de resistência e rigidez e retirá-lo das zonas onde, em termos estruturais, tem apenas o efeito de aumentar o peso ou aumentar a rigidez de flexão, gerando esforços desnecessários do mesmo tipo.

As estruturas de cascas analisadas, por exemplo a evolução da solução do Paráguas, mostram ser indispensável o entendimento da mecânica estrutural em termos da rigidez disponível, tendo por exemplo em conta problemas de fissuração e o efeito da geometria estrutural. O esforço nessa compreensão, que deve antecipar o cálculo estrutural, e que se baseou na observação das obras construídas, parece ter sido determinante para o bom desempenho e eficiência do conjunto de estruturas de referência.

As influências de Robert Maillart em Félix Candela ficam evidenciadas no estudo das estruturas de ambos, com aspetos similares correspondentes a grande inovação. O primeiro aspeto relevante está relacionado no papel do cálculo na concepção das estruturas. Em vez de complexos e laboriosos processos de cálculo, o domínio profundo da mecânica estrutural permitiu a concepção de estruturas onde os esforços indesejáveis e difíceis de calcular foram simplesmente tornados irrelevantes através de redução e distribuição adequada de rigidez.

Esse tipo de procedimento é evidenciado na ponte Schwandbach onde a redução significativa da espessura do arco elimina quase totalmente momentos fletores. Por outro lado, existe a distribuição de material e de rigidez de um modo que a sua utilização seja o mais eficiente possível, em função dos esforços pretendidos para cada zona da estrutura. Conforme [56], esse tipo de concepção estrutural surge exemplificado na comparação entre a ponte de Schwandbach e de Salginatobel, em que em função do vão, dos esforços axiais disponíveis e da rigidez inevitável, os esforços de flexão são equilibrados no tabuleiro e no arco, respetivamente.



# Capítulo 4

## Conclusões Finais

O objetivo deste trabalho foi estudar diferentes modos de conceber estruturas do tipo casca e analisar a influência no comportamento estrutural tendo como base a mecânica estrutural. As estruturas do tipo casca apresentam um mecanismo resistente bastante eficiente, que permite com um mínimo de material alcançar soluções com excelente comportamento estrutural.

Este trabalho embora não tenha sido realizado em laboratório, consistiu em pensar como se estivesse a trabalhar num, tentando interpretar o modo como construtores de referência de estruturas do tipo casca raciocinavam nos seus processos de conceção. Esse trabalho foi feito com base nas referências bibliográficas e pela análise estrutural em programa de cálculo automático, focando distribuição e caminhos de forças e estabilidade estrutural.

A abordagem utilizada consiste em considerar as estruturas de casca como paredes curvas, cujo comportamento pode ser antecipado através da análise de modelos planos, focando a atenção nos esforços de membrana e menos no equilíbrio na direção vertical.

Um aspeto comum aos construtores de cascas estudados é a inexistência de complexos processos de cálculo na conceção/projeto deste tipo de estruturas. A conceção estrutural, por vezes de forma intuitiva, permitiu eliminar quase totalmente os esforços de flexão, concentrar caminhos de forças onde a forma permite o equilíbrio de modo mais eficiente e reduzir tensões através da adoção de espessuras muito reduzidas. Esses procedimentos dispensam os complexos processos de cálculo, tendo em conta que o resultado ou é conhecido à partida ou não é condicionante.

A instabilidade de encurvadura é um dos problemas mais importantes a ter em conta no dimensionamento de estruturas do tipo casca. O conhecimento dos modos de encurvadura permite observar onde a estrutura sofre mais sob este fenómeno. No método de inversão de membranas suspensas, os modos de encurvadura oferecem informação de qual o caminho a seguir para garantir uma melhor eficiência estrutural, tecido se necessitar de curvatura ao longo de toda a secção e uma membrana flexível se necessitar de menores esforços nos bordos e maior distribuição dos mesmos.

O paraboloide hiperbólico permite elevada rigidez, com reduzidos esforços de flexão, resultante da sua dupla curvatura. Por outro lado, proporciona vantagens do ponto de vista construtivo e de cálculo estrutural. As zonas de interseção das porções dos paraboloides são

neste tipo de estruturas zonas rigidificadas. A ideia corresponde em colocar reforço onde a sua utilização é mais eficiente em termos de resistência e rigidez.

Para o autor deste trabalho, a dissertação permitiu um acréscimo de valor para a sua formação, visto que, a oportunidade de estudar este tipo de solução estrutural ofereceu uma considerável quantidade de conhecimentos, desde teóricos, matemáticos, sistemas de cálculo computacional e essencialmente a compreensão e uma evolução sobre o conceito e o comportamento estrutural através da mecânica estrutural.

Contribui este trabalho com conhecimento sobre como um melhor domínio da mecânica estrutural pode permitir entender e dominar diferentes modos de conceber estruturas tipo casca. Perspetiva-se que em futuros estudos e projetos se tenha mais em consideração a análise da mecânica estrutural, obviamente associado ao cálculo, mas sem se apoiar quase exclusivamente neste. Perspetiva-se também que estudos futuros possam dentro do mesmo âmbito deste trabalho analisar o comportamento estrutural de outros modos de conceber estruturas como pontes e cascas em alvenaria armada.

## Referências

- [1] Chilton, J. (2000). *Heinz Isler - The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture*. London: Thomas Telford.
- [2] Garlock, M. E., & Billington, D. P. (2009). *Félix Candela: Engineer, Builder, Structural Artist*. Princeton: Princeton University Art Museum.
- [3] Ramaswamy, G. S., & Krieger, R. E. (1984). *Design and Construction of Concrete Shell Roofs*. Florida: Revised Edition, Malabar.
- [4] Pedreschi, R., & Macdonald, A. (2000). *Eladio Dieste - The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture*. London: Thomas Telford.
- [5] Wikipédia da História da Arte, Acedido em 18 de Dezembro 2016, em:  
<http://historiadaarte.pbworks.com/w/page/18413911/Pante%C3%A3o>
- [6] Formas e Meios Cultura, Acedido em 18 de Dezembro 2016, em:  
<http://fmcultura.blogspot.pt/2007/12/baslica-de-santa-sofia-istambul.html>
- [7] Jornal o Público, Acedido em 21 de Dezembro 2016, em:  
<https://www.publico.pt/2011/11/11/culturaipsilon/noticia/descoberto-segredo-da-cupula-de-florenca-construida-por-brunelleschi-1520461>
- [8] Igraphos, Acedido em 21 de Dezembro 2016, em:  
<http://eduardoevangelista.blogspot.pt/2011/03/baldaqino-de-bernini-basilica-de-sao.html>
- [9] Pinterest, Acedido em 21 de Dezembro 2016, em:  
<https://www.pinterest.pt/pin/484137028665489796/>
- [10] Viajantes.com, Acedido em 21 de Dezembro 2016, em:  
<http://www.viajantes.com/fotos/taj-mahal-agra-india/2083698>
- [11] Pinterest, Acedido em 27 de Dezembro 2016, em:  
<https://www.pinterest.pt/pin/89931323784664222/>
- [12] Pinterest, Acedido em 27 de Dezembro 2016, em:  
<https://www.pinterest.pt/pin/524739794052370121/>
- [13] Kurimanzutto, Acedido em 28 de Dezembro 2016, em:  
<http://www.kurimanzutto.com/exhibitions/>
- [14] Flickr, Acedido em 28 de Dezembro 2016, em:  
<https://www.flickr.com/photos/donadussi/sets/72157644382754390/>
- [15] Airways, Acedido em 28 de Dezembro 2016, em: <http://airhive.com/html/airplanes-and-airports/new-york-john-f-kennedy-jfk-international-airport-photos-history-queens-ny-usa/new-york-jfk-twa-saarinen-terminal-5-concourse-2011/16001>
- [16] Structurae, Acedido em 29 de Dezembro 2016, em:  
<https://structurae.net/structures/burgi-garden-center>
- [17] Seahawks, Acedido em 28 de Dezembro 2016, em:  
<http://www.seahawks.com/team/facilities/kingdome>
- [18] Welook, Acedido em 30 de Dezembro 2016, em:  
<https://webook.pt/blog/2017/05/16/reabilitacao-do-pavilhao-rosa-mota-vai-avancar>
- [19] Wikigogo, Acedido em 30 de Dezembro 2016, em: <http://en.wikigogo.org/en/17195/>

- [20] Sewell, R. T., & Kelkar, V. S. (1987). *Fundamentals of the Analysis and Design of Shell Structures*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- [21] Cassinello, P. (2010). *Félix Candela Centenario 2010 La Conquista de la Esbeltez*. Madrid: Fundación Juanelo Turriano.
- [22] Guerrin, A., & Lavour, R. C. (1965). *Traité de béton Armé: Toitures-Voûtes-Coupoles (Tome V)*. Paris: Dunod.
- [23] Cardozo F. Coberturas em Betão Armado e Pré-esforçado Solução Estrutural Tipo Casca. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico da Universidade Técnica de Lisboa, 2008. 172p.
- [24] Chatterjee, B. K. (1971). *Theory and Design of Concrete Shells*. London: Chapman & Hall.
- [25] Flügge, W. (1973). *Stresses in Shells*. Berlin: Springer 2ªEdição.
- [26] Montoya, P. J., Meseguer, A. G., & Cabre, F. M. (1981). *Hormigón Armado*. Barcelona: Gustavo Gili 11ªEdição
- [27] Teixeira, P. W., & Hanai, J. B. (2002). Projeto e Execução de Coberturas em Casca de Betão com Forma de Membrana Suspensa Invertida e Secção Tipo Sanduiche. Em *Caderno de Engenharia de Estruturas, São Carlos, nº19* (pp. 101-131).
- [28] Blogger.com, Acedido em 15 de Abril 2017, em: <http://ramboll-gdp12f.blogspot.pt/>
- [29] Billington, D. P. (1970). *Concrete Thin Shells of Revolution*. New York: Proc. ACI Symposium.
- [30] Otto, F., Tange, K., Hennicke, J., & Hasegawa, T. (1974). *Gitterschalen=Grid Shells*. Stuttgart: Institut für Leichte Flächentragwerke.
- [31] Wikipédia, Acedido em 16 de Abril 2017, em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Catenária>
- [32] Structures and Spans, Acedido em 17 de Abril 2017, em: <https://structuresandspans.wordpress.com/2011/12/21/funicular-structures-antoni-gaudi-and-the-cripta-de-la-colonia-guell/>
- [33] Rockmore, D. (2017). *What Are the Arts and Sciences?:A Guide for the Curious*. New England: Dartmouth.
- [34] Vizzoto, I. Geração Computacional de Formas Livres de Estruturas em Casca. Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Estadual de Campinas, 1993.
- [35] Abel, J. F., & Chilton, J. C. (2011). Heinz Isler - 50 Years of "New Shapes for Shells":Preface. *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, 131-134.
- [36] Autodesk, Acedido em 18 de Novembro 2016, em: <https://www.autodesk.com/products/robot-structural-analysis/overview>
- [37] Pinto C. Contribuição para a Concepção e Dimensionamento de Novas Estruturas em Granito de Alta Resistência. Tese de Doutoramento, Departamento de Engenharia Civil e Arquitetura da Universidade da Beira Interior, 2015, 160p.
- [38] Adriaenssens, S., Block, P., Veenendall, D., & Williams, C. (2014). *Shell Structures for Architecture: Form Finding and Optimization*. New York: Routledge.

- [39] Hensel, M., & Menges, A. (2008). *Versatility and Vicissitude*. London: Wiley.
- [40] Ramm, E. (1982). *Buckling of Shells: Proceedings of a state of the art*. Stuttgart: Springer-Verlag, Berlin heidelberg New York.
- [41] Wikiwand, Acedido em 11 de Fevereiro 2017, em: [http://www.wikiwand.com/en/Heinz\\_Isler](http://www.wikiwand.com/en/Heinz_Isler)
- [42] Melaragno, M. (1991). *An Introduction to Shell Structures: The Art and Science of Vaulting*. New York: Nostrand Reinhold.
- [43] Walraven, J. C., Peperkamp, W. J., Hoogenboom, P. C., & Houbem, L. J. (2008). *Analysis of Thin Concrete Shells Revisited: Opportunities due to Innovations in Materials and Analysis Methods*. Delft, Netherlands: Delft University of Technology.
- [44] Keywordsuggest, Acedido em 10 de Março 2017, em: <http://keywordsuggest.org/gallery/389688.html>
- [45] Billington, D. P. (1979). *Robert Maillart Bridges: The Art of Engineering*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press.
- [46] Arq.com.mx, Acedido em 12 de Março 2017, em: <http://noticias.arq.com.mx/Detalles/16904.html#.WSXMgGjyvlU>
- [47] Youtube, Acedido em 10 de Fevereiro 2017, em: <https://www.youtube.com/watch?v=xPqL-g-z0sY>
- [48] Archdaily, Acedido em 12 de Maio 2017, em: <http://www.archdaily.com/158000/ad-classics-rays-pavilion-felix-candela>
- [49] Pinterest, Acedido em 19 de Março 2017, em: <https://www.pinterest.pt/pin/395331673519681694/>
- [50] Pinterest, Acedido em 19 de Março 2017, em: <https://www.pinterest.pt/pin/26599454019588394/>
- [51] Autodesk, Acedido em 13 de Setembro 2016, em: <http://www.autodesk.com/education/free-software/autocad>
- [52] Regulamento de Segurança e Ações para edifícios e pontes, Acedido em 2 Fevereiro 2017, em: [http://www.oern.pt/documentos/legislacao/d\\_dl\\_dr/DL235\\_83.pdf](http://www.oern.pt/documentos/legislacao/d_dl_dr/DL235_83.pdf)
- [53] Taller de Infografía, Acedido em 24 de Março 2017, em: <http://munozquiroselena.blogspot.pt/>
- [54] Tumblr, Acedido em 4 de Abril 2017, em: <http://unavidamoderna.tumblr.com/page/118>
- [55] Youtube, Acedido em 17 Abril 2017, em: <https://www.youtube.com/watch?v=-01Y9C29JYc>
- [56] Fonseca, J., & Pinto, C. (2014). Arcos para Estruturas de Pontes. *JPEE 5as Jornadas Portuguesas de Engenharia de Estruturas*