

Elementos matemáticos na *Ética* de Espinosa

Mathematical elements in Spinoza's *Ethics*

Elementos matemáticos en la *Ética* de Espinosa

Patrícia Damas Beites¹

Resumo

O que têm em comum a obra-prima *Ética* de Espinosa, com o subtítulo *Demonstrada segundo a ordem geométrica*, e a Matemática? O corrente artigo visa analisar os elementos de carácter matemático presentes na *Ética*, discutindo como a estrutura formal adotada pelo filósofo, inspirada na Geometria Euclidiana, pode ser compreendida na sua relação com o pensamento filosófico. Atendendo ao objetivo, no que se refere à metodologia associada à pesquisa, apresenta-se um ensaio teórico, com base em análise textual, histórica e filosófica, sobre elementos matemáticos na *Ética*. A secção *Considerações Iniciais* abre o trabalho com ligações históricas entre a Matemática e a Filosofia, destacando a influência da Matemática na Filosofia de Espinosa. Na secção *Discussões Teóricas* põem-se em relevo e discutem-se diversos elementos matemáticos na *Ética* da Filosofia de Espinosa. Em particular, apesar do formato de exposição da *Ética* ser o do raciocínio dedutivo, conclui-se que o raciocínio na obra não é realmente dedutivo (no sentido lógico-matemático). Termina-se com direções de investigação futura na secção *Considerações Finais*, nomeadamente a possível utilização da *Ética* nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: *Ética*. Espinosa. Matemática. Filosofia.

Abstract

What do Spinoza's masterpiece *Ethics*, subtitled *Demonstrated according to the geometric order*, and Mathematics have in common? The current article aims to analyse the elements of mathematical nature present in the *Ethics*, discussing how the formal structure adopted by the philosopher, inspired by Euclidean Geometry, can be understood in its relationship with philosophical thought. In order to fulfil the objective, concerning the methodology associated with the research, a theoretical essay, based on textual, historical and philosophical analysis, on mathematical elements in the *Ethics* is presented. The section *Initial Considerations* opens the work with historical links between Mathematics and Philosophy, where the influence of Mathematics on Spinoza's Philosophy stands out. In the section *Theoretical Discussions*, various mathematical elements in the *Ethics* of Spinoza's Philosophy are emphasized and discussed. In particular, although the exposition format of the *Ethics* is that of deductive reasoning, it is concluded that the reasoning therein is not really deductive (in the logical-mathematical sense). The work ends with directions for future research in the section *Final Considerations*, namely the possible use of the *Ethics* in the Mathematics teaching and learning processes.

Keywords: *Ethics*. Spinoza. Mathematics. Philosophy.

Resumen

¿Qué tienen en común la obra maestra *Ética* de Espinosa, titulada *Demonstrada según el orden geométrico*, y las Matemáticas? Este artículo pretende analizar los elementos de naturaleza matemática presentes en la *Ética*, discutiendo cómo la estructura formal adoptada por el filósofo, inspirada en la Geometría Euclidiana, puede ser comprendida en su relación con el pensamiento filosófico. Para alcanzar el objetivo, en lo que se refiere a la metodología asociada a la investigación, se presenta un ensayo teórico, basado en el análisis textual, histórico y filosófico, sobre los elementos matemáticos en la *Ética*. La sección *Consideraciones Iniciales* abre el trabajo con los vínculos históricos entre Matemáticas y Filosofía, destacando la influencia de las Matemáticas en la Filosofía de Espinosa. En la sección *Discusiones Teóricas* se destacan y discuten diversos elementos matemáticos en la *Ética* de la Filosofía de Espinosa. En particular, aunque el formato de exposición de la *Ética* es el del razonamiento dedutivo, se concluye que el razonamiento de la obra no es realmente dedutivo (en el sentido lógico-matemático). Se termina con direcciones de investigación futura en la sección *Consideraciones Finales*, a saber, el posible uso de la *Ética* de Espinosa en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas.

Palabras Clave: *Ética*. Espinosa. Matemáticas. Filosofía.

1 Professora Associada do Departamento de Matemática da Universidade da Beira Interior (UBI), Portugal; Membro Integrado do Centro de Matemática e Aplicações da UBI (CMA-UBI), Portugal; Membro Colaborador do Centro de Investigação em Didática e Tecnologia na Formação de Formadores da Universidade de Aveiro (CIDTFF-UA), Portugal. E-mail: pbeites@ubi.pt

1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nas palavras do renomado matemático português (Costa, 2017) José Sebastião e Silva (1950),

Vem já de longe o desentendimento entre matemáticos e filósofos. É certo que, em certos momentos da história, a matemática e a filosofia se têm dado as mãos amigavelmente, em perfeita colaboração: basta lembrar aquele dístico afixado à porta da academia de Platão: «Não entre ninguém que não saiba geometria» (p. 4).

A Filosofia, a par da História da Ciência, é a fundamentação defendida por autores como Guaragna *et al.* (2021) para a Educação, Matemática em particular. Guaragna *et al.* (2021) referem ainda que esse alicerçamento visa “contribuir para a formação de profissionais éticos, cultos, ativamente políticos e com pensamento crítico desenvolvido” (p. 389).

No âmbito da Educação Matemática, diversos estudos apresentam abordagens dos processos de ensino e de aprendizagem com recurso à Filosofia. Por exemplo, Otte *et al.* (2019) recorrem a uma abordagem semiótica, apoiando-se em Frege, Benacerraf e Peirce, salientando que todo o conhecimento é dinâmico.

Outro exemplo de trabalho em Educação Matemática recorrendo à Filosofia é o de Costa e Silveira (2016). Os autores apresentam uma pesquisa bibliográfica, a partir da Filosofia de Wittgenstein, para estudar a problemática da inclusão efetiva de estudantes surdos na escola, focando-se na leitura, tradução e interpretação de textos matemáticos para esses estudantes.

Recentemente, Pinheiro *et al.* (2024) analisaram as perspectivas epistemológicas e orientadoras da Teoria dos Registos de Representação Semiótica. Os autores destacaram a aplicação desta na prática educacional, com a incorporação de diferentes registos de representação, cuja compreensão é primordial na aprendizagem de conceitos matemáticos.

Também na era da Inteligência Artificial, em que vozes se levantam para que o seu desenvolvimento seja acompanhado de um reforço da Filosofia, as relações históricas entre a Matemática e a Filosofia revestem-se da maior importância. Este reconhecimento de importância já sucedeu anteriormente, por exemplo, na era atômica (Moorman, 1958).

Ainda segundo Moorman (1958), na era atômica pensou-se na Filosofia para assumir o papel de guia no uso adequado da energia atômica. Neste sentido, Demiashkevich (1935, como citado em Moorman, 1958, p. 28) refere que

Philosophy, then, with regard to the various sciences, has the function of a clearing house. In the light of a clear, critical evaluation, it strives to build a general outlook upon life, to decide what, if anything, has become certain scientifically; to decide also what remains scientifically uncertain, with relation to the knowledge of the first cause and final end of human existence.

São bastantes as relações históricas entre a Matemática e a Filosofia, como as associadas a Pitágoras, a Platão, a Aristóteles, a Descartes e, também, a Espinosa e a Leibniz

(Moorman, 1958; Sebastião e Silva, 2000). Ainda de acordo com Moorman (1958), Bertrand Russell declarou a muito óbvia influência da Matemática na Filosofia de Espinosa.

A influência está patente na única obra publicada em vida sob o nome de Espinosa: *Pensamentos Metafísicos*. Nesta, anexa à sua exposição da obra *Princípios da Filosofia* de Descartes, Espinosa assevera: “if men understood clearly the whole order of Nature, they would find all things just as necessary as are all those treated in Mathematics” (Nadler, 2006, p. 87).

A referida influência da Matemática na Filosofia da Espinosa, ainda mencionada por Moorman (1944), foi por Espinosa estimada numa carta por ele escrita no final da sua vida (Moorman, 1958):

... you ask ... me, “How I know that my philosophy is the best among all that have ever been taught in the world, or are being taught, or ever will be taught?” a question which I might with much better right ask you; for I do not presume that I have found the best philosophy, I know that I understand the true philosophy. If you ask in what way I know it, I answer: In the same way as you know that the three angles of a triangle are equal to two right angles; that this be sufficient, will be denied by no one whose brain is sound ... (p. 35).

De acordo com Aurélio (2020a) e Peel (2023), entre muitos outros autores, Espinosa foi um dos principais filósofos do século XVII. Por defender a liberdade de pensamento e de expressão (Cerdeira, 2012; Peel *et al.*, 2021), o mencionado filósofo ficou conhecido como sendo um dos filósofos da liberdade.

Sebastião e Silva (1950) também menciona Espinosa, a par de Descartes e Leibniz, ao falar do racionalismo na Idade Moderna, “frente a frente com o empirismo de Bacon, Locke, Berkeley, Hume” (p. 5). Em particular, Descartes e Leibniz são considerados, por Sebastião e Silva (1950), os dois grandes expoentes do racionalismo científico.

Espinosa consta da lista da *Scripta Mathematica* – revista dedicada à Filosofia, à história e ao tratamento expositivo da Matemática, publicada até 1973 – de filósofos que também foram matemáticos (Moorman, 1958). Atendendo à troca de correspondência com matemáticos (Moorman, 1943), é-lhe atribuído trabalho matemático, ligado à teoria do polimento de lentes.

Embora Espinosa não tenha obras consideradas como sendo da área da Matemática, curiosamente e ainda segundo Moorman (1943), planeava escrever uma exposição sobre os princípios da Álgebra. Mas o que têm em comum a sua *Ética*, por muitos considerada uma obra-prima, e a Matemática? – questão norteadora da investigação, a que se procura responder.

No sentido referido, este artigo tem por objetivo analisar os elementos de natureza matemática presentes na obra *Ética*, de Espinosa, discutindo como a estrutura formal adotada pelo autor, inspirada na Geometria Euclidiana, pode ser compreendida na sua relação com o pensamento filosófico e com possíveis aplicações na Educação Matemática.

Relativamente à metodologia associada à investigação, consentânea com o objetivo e coerente com a natureza do artigo, apresenta-se um ensaio teórico, com base em análise textual, histórica e filosófica. Com efeito, e mais concretamente, na pesquisa adota-se uma abordagem de ensaio, com análise teórica da obra *Ética* de Espinosa.

2. DISCUSSÕES TEÓRICAS

A Matemática como ciência tem cariz dedutivo (no sentido lógico-matemático), atribuído por cada explicação científica (Castro, 2020) no raciocínio matemático de uma demonstração. A obra filosófica *Ética* de Espinosa, publicada postumamente (Aurélio, 2020a), também o parece possuir logo no subtítulo *Demonstrada segundo a ordem geométrica*.

Com o tema essencial da procura da felicidade – passagem de um grau de perfeição menor para um grau de perfeição maior, com aumento da potência de agir e que, segundo Espinosa (2020), só verdadeiramente se realiza através do conhecimento –, a *Ética* comporta as seguintes partes:

I De Deus;

II Da Natureza e da Origem da Mente;

III Da Origem e da Natureza dos Afetos;

IV Da Servidão Humana, ou das Forças dos Afetos;

V Da Potência do Entendimento, ou da Liberdade Humana.

A *Ética* suscitou o interesse de Leibniz, filósofo e matemático (Sebastião e Silva, 1950), quem desenvolveu a notação atual para o Cálculo Diferencial e Integral. Dos contemporâneos de Espinosa, Leibniz “foi, sem dúvida, aquele que denotou o mais esclarecido interesse pelo seu pensamento” (Moreau, 1982, p. 86).

As coincidências do universo espinosista com o universo leibniziano começam em cada chamada essência individual – “conatus” para Espinosa (2020) e “mónada” para Leibniz (1987). Para ambos filósofos, como patente nas linhas subsequentes que parecem resumir a parte IV da *Ética* (Moreau, 1982), a liberdade consiste na atividade racional:

Somos tanto mais livres quanto mais agimos pela razão, tanto mais escravos quanto a nossa conduta resulta das paixões da alma. Com efeito, na medida em que agimos pela razão, tendemos à perfeição da nossa natureza; tanto mais, pelo contrário, a nossa conduta resulta das paixões da alma, mais estamos submetidos ao poder das coisas exteriores. (Leibniz, como citado em Moreau, 1982, p. 88).

Para além de Espinosa e Leibniz se terem encontrado pessoalmente em 1676, Leibniz foi leitor de Espinosa (Lacerda, 2011). No que à *Ética* se refere, Leibniz teceu comentários escritos a esta obra em 1678 (Lacerda, 2011), depois de receber um exemplar da coleção *Opera posthuma* com as obras de Espinosa.

O interesse de Leibniz por Espinosa é também indicado por Bouveresse (1992), autor que sugere que Leibniz via Espinosa como um “inimigo genial”. Esta expressão também alude a alguma recusa, misturada com admiração, de acordo com Lacerda (2011) ao referir que Leibniz se afastou de alguns aspetos da Filosofia de Espinosa.

Quanto à estrutura, a *Ética* de Espinosa lembra a obra *Elementos* de Euclides apresentada, nomeadamente, por Joyce (1998) e Casey (2022). Com efeito, o formato matemático, dedutivo, da exposição da *Ética* é similar ao dos *Elementos*: axiomas, definições, proposições e suas demonstrações, corolários, elementos estes que se encadeiam. Mas

Porquê, além disso, ordem geométrica, se, em, bom rigor, e como já no século XIX se observou, a linguagem utilizada na obra não é propriamente formal, como a das matemáticas, e se a exposição se apresenta, pelo contrário, em palavras comuns, sujeitas, portanto, ao risco de ambiguidade? Por estranho que pareça o autor não se detém em nenhuma destas questões, nem considera necessárias, ou mesmo adequadas, algumas palavras introdutórias a justificar as opções que tomou. (Aurélio, 2020a, p. 13).

Os axiomas da *Ética* encontram-se após as definições, nas Partes I – axiomas I a VII de Espinosa (2020), que são os seus princípios lógicos básicos (Lord, 2010) –, II, IV e V. Os mesmos são por Espinosa considerados como auto-evidentes, verdades eternas e enunciados não controversos de relação lógica (Lord, 2010).

Contudo, como salienta Lord (2010), há axiomas que não parecerem ser propriamente auto-evidentes ao leitor e até podem causar alguma estranheza:

Axiomas

III. Dada uma determinada causa, segue-se necessariamente um efeito; pelo contrário, se não se der uma determinada causa, é impossível que se siga um efeito. (...)

IV. O conhecimento do efeito depende do conhecimento da causa e envolve-o. (Espinosa, 2020, p. 110).

Talvez por isso, ainda como refere Lord (2010) que analisou estes axiomas em detalhe, Espinosa tenha colocado estes enunciados como axiomas, para que todo o leitor os aceitasse.

Também Nadler (2006) começa por ver os axiomas da *Ética* como, em todos os axiomas, princípios gerais. Apesar do estatuto de verdades eternas conferido por Espinosa, nem todos os axiomas parecem possuir este estatuto exaltado (Nadler, 2006; Lord, 2010) enquanto princípios éticos a partir dos quais se parecem deduzir as leis *éticas* (Viljanen, 2018).

Alguns axiomas são princípios *a priori*, mas outros são só questões de facto (Nadler, 2006):

A number of the axioms seem to be governed by logic alone: “Whatever is, is either in itself or in another” (IA1) (...) Others appear to derive immediately from experience: “Man thinks” (IIA2) (...) There are axioms that offer insight into some basic metaphysical categories – “From a given determinate cause the effect follows necessarily” (IA3)

(...) – as well as axioms that specify the requirements of knowledge: “A true idea must agree with its object” (IA6). Some axioms even state basic laws of nature: “If two contrary actions are aroused in the same subject, a change will have to occur, either in both of them, or in one only, until they cease to be contrary” (VA1). (p. 48-49).

Tendo o formato de Euclides para a Geometria como modelo, Espinosa esperava atingir a máxima certeza (Nadler, 2006), ambicionada por Descartes. Só assim a Filosofia – “disciplina que deve prescrever aos seres humanos o caminho para a felicidade e o bem-estar” (Nadler, 2006, p. 38) – poderia tornar-se sistemática e com conclusões indubitavelmente válidas:

Tratarei, pois, da natureza e das forças dos afectos, assim como da potência da mente sobre eles, com o mesmo método com que nas partes anteriores tratei de Deus e da mente, e considerarei as acções e os apetites humanos como se fosse uma questão de linhas, de superfícies ou de corpos. (Espinosa, 2020, p. 202).

Do modo descrito, na parte III da *Ética*, os afetos surgem de forma “objetiva e neutra, como se de figuras geométricas se tratasse” (Aurélio, 2020a, p. 52). Afeto, noção diferente da corrente, define-se como “afeções do corpo, pelas quais se aumenta ou diminui (...) a potência de agir” (Espinosa, 2020, p. 203).

Aurélio (2020a) defende a força intemporal da *Ética*, mas refere “o rótulo de frieza e abstracção que se lhe colou, a pretexto do modelo de exposição a que recorre e da pretensão de analisar os afetos como se de linhas e triângulos se tratasse” (p. 21). O modelo é o do já referido formato dedutivo de exposição da *Ética*, similar aos *Elementos* de Euclides.

Segundo Nadler (2006), o formato de apresentação dos resultados serve a Espinosa para organizar e mostrar as conexões entre as teses da *Ética*, mas deve ser distinguido do método. De facto, Espinosa não descobriu os seus princípios começando com definições, axiomas, proposições e, depois, vendo o que podia deduzir deles – raciocínio dedutivo de um matemático.

Note-se que, numa explicação científica com raciocínio dedutivo, o adjetivo dedutivo refere-se ao carácter nos termos contemporâneos (Castro, 2020), o qual foi introduzido pelo filósofo Mill (1843, como citado em Castro, 2020, p. 10):

Diz-se que um facto individual é explicado quando se indica a sua causa, ou seja, estabelecendo a lei ou as leis de causalidade, das quais a sua ocorrência é uma exemplificação (...) diz-se que uma lei ou uma uniformidade da natureza é explicada quando se indica outra lei ou leis, das quais essa lei é apenas uma exemplificação e a partir das quais pode ser deduzida.

Ainda de acordo com Nadler (2006), não é que Espinosa acreditasse que se deveria fazer Filosofia como se faz Matemática. Contudo, o mencionado formato de exposição permitiria convincentemente apresentar os resultados da investigação filosófica, e, de modo ideal, sem haver margem para dúvidas quanto à sua validade (Nadler, 2006; Lord, 2010).

Na demonstração de cada resultado surge a abreviatura Q. E. D. da expressão “quod erat demonstrandum” – expressão, em latim, que significa “como se queria demonstrar”.

Assim, como na Matemática em que se empregam Q. E. D., C. Q. D. ou, mais contemporaneamente, um símbolo como um quadrado, Espinosa assinala o final da demonstração.

Nadler (2006) salienta o facto da *Ética* não estar classicamente escrita em prosa, mas antes com um formato de exposição de um texto de Matemática:

The most striking thing that any reader approaching the *Ethics* for the first time notices is its unusual, even forbidding appearance. Rather than the even-flowing prose broken up into familiar paragraphs and organized into manageable chapters that one expects from a classic, reader-friendly treatise, one finds, instead, an intimidating array of definitions, axioms, propositions, demonstrations, and corollaries. It is almost as if one has stumbled upon a mathematical or scientific text rather than a philosophical master-piece. (p. 35).

Lord (2010) argumenta ainda que, diferentemente dos textos filosóficos em prosa, Espinosa pretende que o leitor experiencie o desvendamento da verdade com pensamento ativo.

Na *Ética* surgem também escólios – notas explicativas, decorrentes de proposições demonstradas – que, segundo Lord (2010), constituem as passagens da *Ética* com as quais mais se desfruta. Nos mesmos, Espinosa comenta as suas demonstrações, nomeadamente com exemplos, objeções e, ainda, observações sobre crenças e práticas das pessoas.

Encontram-se assim escólios diferentes dos da Matemática – consequência direta (de parte) da demonstração de um teorema. Apesar do formato de exposição da *Ética* semelhante ao do raciocínio dedutivo, “os sentidos acodem à superfície do texto e a voz como que se altera, desmentindo a alegada frieza e a abstracção do mos geometricus” (Aurélio, 2020a, p. 14).

A Proposição XL da Parte II da *Ética*, em que Espinosa enuncia que “Quaisquer ideias que, na mente, se seguem de ideias que nela são adequadas são igualmente adequadas.” (Espinosa, 2020, p. 182), origina dois escólios. No Escólio II, Espinosa (2020) acaba mesmo por citar a Proposição 19 do Livro VII – cujo enunciado pode ser encontrado no *ebook* de Joyce (1998) – dos *Elementos* de Euclides:

Dão-se três números, para obter um quarto que esteja para o terceiro como o segundo está para o primeiro. Os comerciantes não têm dúvida em multiplicar o segundo pelo terceiro e dividir o produto pelo primeiro, seja porque ainda não esqueceram o que ouviram o seu mestre dizer, sem nenhuma demonstração, seja porque fizeram a experiência muitas vezes com números muito simples, seja ainda por força da demonstração da Proposição 19 do Livro VII de Euclides, quer dizer, a partir da propriedade comum dos números proporcionais. Mas, com números muito simples, não é necessário nada disto. Por exemplo, dados os números 1, 2 e 3, não há ninguém que não veja que o quarto número proporcional é 6, e isto com muito maior clareza, porque a partir da mesma relação que, de um só golpe de vista, vemos o primeiro ter com o segundo, nós concluímos o quarto. (p. 184-185).

A designação mestre no excerto é a tradução do latim de *Magister*, significando “mais do que o professor, o artífice ou comerciante que tem a trabalhar consigo um conjunto de aprendizes, a quem vai iniciando nas artes do ofício. Sendo uma acepção do termo que vem das corporações medievais” (Aurélio, 2020b, p. 378).

Também no excerto anteriormente citado do referido Escólio II, Espinosa recorre a uma relação de proporção, ainda exemplificada com os números 1, 2, 3 e 6, que pode ser escrita matematicamente como:

$$\begin{aligned}
 &x, y, z \text{ três números,} \\
 &\text{número a obter tal que } \frac{w}{z} = \frac{y}{x}, \\
 &w = \frac{yz}{x}.
 \end{aligned}$$

A mencionada relação e a forma como pode ser obtido são utilizadas para elucidar os tipos de conhecimento por Espinosa (2020) considerados:

- imaginativo (conhecimento do primeiro género), que para ele dá acesso a conhecimento considerado inadequado e universal;
- racional (conhecimento do segundo género), que para ele dá acesso a conhecimento considerado adequado e universal;
- intuitivo (conhecimento do terceiro género), que para ele dá acesso a conhecimento considerado adequado das entidades individuais.

Mais concretamente e respetivamente, ainda no excerto supracitado:

- uns recorrem à imaginação, seguindo um método prático indicado numa conversa com outros ou por experimentação repetida com casos particulares;
- outros recorrem à razão, seguindo uma propriedade cujo enunciado e demonstração viram e compreenderam;
- outros recorrem à intuição, seguindo a perspicácia e, no que parece ser a interpretação de Moreau (1982), aplicando a propriedade ao caso pretendido.

O raciocínio também se reveste da maior importância na Matemática, marcando sempre presença o dedutivo em cada demonstração que permite fazer Matemática (Beites, 2015). O raciocínio, em particular o dedutivo, também é essencial para compreender, comunicar e, algo que Espinosa também pretendia na sua *Ética*, convencer pela razão (Lima, 1999).

Para além do dedutivo, outras formas de raciocínio são relevantes em Matemática e, em particular na investigação, para um matemático. O raciocínio indutivo, com a construção de exemplos que proporcionam intuição matemática, está associado à formulação de conjeturas, a testar posteriormente com (contra)exemplos (Beites, 2015) e, eventualmente, a demonstrar.

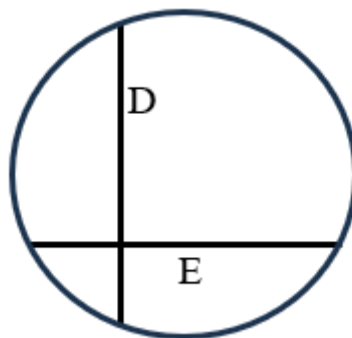
No sentido exposto, poder-se-ia estranhar a consideração por Espinosa do conhecimento intuitivo, em vez do racional, como superior. Mas, para ele, intuição é compressão epistémica de informação; ela envolve uma apreensão direta da relação causal e lógica en-

tre os termos, sendo a informação unida em algo captado num simples ato da mente (Nadler, 2006, p. 181).

No mesmo sentido, Espinosa entende que o grau supremo do conhecimento só é atingido quando “não se contenta com dar conta das coisas consideradas abstratamente, nas suas propriedades gerais (...) mas que tende ao conhecimento das coisas singulares, consideradas na sua essência, querendo apreender cada uma delas” (Moreau, 1982, p. 68).

No âmbito do raciocínio geométrico na *Ética*, refira-se que a obra contém ilustrações geométricas como a que se reproduz na Figura 1. Mais uma vez, o formato de exposição da *Ética* faz lembrar a obra *Elementos* de Euclides, a qual possui uma profusão de ilustrações geométricas que acompanham o raciocínio geométrico (Joyce, 1998; Casey, 2022).

Figura 1 – Ilustração geométrica na *Ética*



Fonte: Reproduzido, no Word pela autora, de Espinosa (2020), p. 156.

A Figura 1 é a ilustração geométrica relativa ao escólio da Proposição VIII da Parte II Da Natureza e da Origem da Mente, a qual se pode claramente associar à relativa à Proposição 35 do Livro III dos Elementos de Euclides, “If in a circle two straight lines cut one another, then the rectangle contained by the segments of the one equals the rectangle contained by the segments of the other.” (Joyce, 1998):

Proposição VIII

As ideias das coisas singulares, ou modos, não existentes devem estar compreendidas na ideia infinita de Deus, tal como as essências formais das coisas singulares, ou modos, estão contidas nos atributos de Deus. (...)

Escólio

Se alguém quiser, para uma explicação mais desenvolvida deste assunto, um exemplo, decerto não lhe poderei dar nenhum que explique adequadamente aquilo de que estou aqui a falar, porquanto é único. Esforçar-me-ei, contudo, por aclará-lo na medida do possível. Como sabe, é da natureza do círculo que os retângulos formados dos segmentos de todas as linhas rectas que nele se intersectam sejam iguais entre si. Num círculo, por conseguinte, estão contidos infinitos rectângulos iguais entre si e, no entanto, de nenhum deles se pode dizer que existe senão na medida em que existe o círculo, da mesma forma que da ideia de qualquer destes rectângulos não se pode dizer que existe senão na medida em que está compreendida na ideia de círculo. Concebam-se agora como existentes apenas dois desses infinitos rectângulos, a saber, E

e D. Neste caso, sem dúvida que as suas ideias também existem, não só na medida em que estão compreendidas na ideia de círculo, mas também na medida em que envolvem a existência desses rectângulos, o que faz com que elas se distingam das restantes ideias dos restantes rectângulos. (Espinosa, 2020, p. 155-156).

Viljanen (2018) interpreta detalhadamente a Figura 1, considerando-a elucidativa da visão de Espinosa da geometricidade para estruturação da realidade. Assim, o termo “geometricidade” indica o significado, para Espinosa, de pensar geometricamente ou considerar a Geometria como um modelo, e não para se referir ao formato de exposição da *Ética*.

3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente manuscrito surgiu do contacto de P. D. Beites com a obra-prima *Ética* de Espinosa, na qual detetou diversos elementos matemáticos que despertaram a sua curiosidade. Para esta relação de amizade entre filósofos e matemáticos, em formato de artigo, também contribuiu o subtítulo *Demonstrada segundo a ordem geométrica* da obra *Ética* de Filosofia.

Como está patente na secção *Considerações Iniciais*, com base nas produções de diversos autores, são bastantes as ligações históricas entre a Matemática e a Filosofia. Nos citados estudos de Educação, Matemática em particular, e em eras específicas, a Filosofia é vista como fundamentação e como guia.

Ainda na referida secção, deu-se especial destaque a produções que mencionam a influência da Matemática na Filosofia de Espinosa, a quem se atribui trabalho matemático. A primeira secção do corrente manuscrito pode, assim, proporcionar ideias de trabalhos interdisciplinares, de Filosofia e de Matemática, a propor aos estudantes pelos docentes.

Na secção *Discussões Teóricas*, apresentaram-se, discutiram-se e puseram-se em relevo diversos elementos de carácter matemático presentes na obra-prima de Espinosa. Uma direcção de investigação futura para os interessados é a procura de outros elementos matemáticos, neste trabalho não abordados, na *Ética* de Espinosa.

Discutiu-se na mencionada secção, em particular, o aparente cariz dedutivo da *Ética* trazendo à discussão o modo contemporâneo de construção de conhecimento matemático. Apesar do formato de exposição da *Ética* ser o do raciocínio dedutivo, conclui-se que o raciocínio na obra não é realmente dedutivo (no sentido lógico-matemático).

A terminar a recapitulação final do presente manuscrito, deixa-se mais um desafio no que se refere à Educação Matemática: criar, implementar em sala de aula e avaliar uma proposta de aula, a nível escolar ou a nível universitário, com recurso aos elementos matemáticos na *Ética* de Espinosa.

4. AGRADECIMENTOS

P. D. Beites agradece o apoio do CMA-UBI e do CIDTFF-UA, respetivamente projetos UIDB/00212/2020 e UIDB/00194/2020 da Fundação para a Ciência e a Tecnologia (FCT), Portugal. A autora agradece também a dois admiradores de Espinosa – I. S. Cerdeira e M. A. F. Peel –; este manuscrito não existiria sem os ter conhecido e sem com eles ter aprendido. Um agradecimento especial a I. S. Cerdeira, quem um dia me disse: “Espinosa é um claro exemplo da amizade entre a Matemática e as Humanidades, de tal modo que o título da sua *Ética* inclui “demonstrada à maneira dos geómetras” e cada demonstração do livro termina com Q. E. D.”. P. D. Beites agradece, ainda: a dois Colegas, pelos comentários construtivos a uma versão preliminar do presente manuscrito; aos Revisores, pela leitura atenta e pelas sugestões que aprimoraram este trabalho.

5. REFERÊNCIAS

AURÉLIO, Diogo Pires. Introdução. In: ESPINOSA, Baruch de. *Ética*. Lisboa: Relógio D'Água, 2020a. p. 13-96.

AURÉLIO, Diogo Pires. Notas. In: ESPINOSA, Baruch de. *Ética*. Lisboa: Relógio D'Água, 2020b. p. 365-401.

BEITES, Patrícia Damas. O confronto do PMEB 2007 com o PMEB 2013 nas vizinhanças da demonstração. **Educação e Matemática**, n. 132, 13-18, 2015. Disponível em: <https://em.apm.pt/index.php/em/article/view/2270>. Acesso em: 10 mar. 2025.

BOUVERESSE, Renée. **Spinoza et Leibniz: L'idée d'animisme universel**. Paris: Vrin, 1992.

CASEY, John. The first six books of the Elements of Euclid by Euclid and John Casey. **Project Gutenberg**, 2022. Disponível em: <https://www.gutenberg.org/ebooks/21076>. Acesso em: 10 mar. 2025.

CASTRO, Eduardo. Explicação científica. In: SANTOS, Ricardo; GALVÃO, Pedro. **Compêndio em linha de problemas de filosofia analítica**. Lisboa: Centro de Filosofia da Universidade de Lisboa, 2020. 40 p. Disponível em: https://compendioemlinha.letras.ulisboa.pt/wp-content/uploads/2020/06/Explicação-Científica_Castro_DOI.pdf. Acesso em: 10 mar. 2025.

CERDEIRA, Ivo Sanches. **O debate teológico-político entre Carl Schmitt e Eric Peterson. Considerações sobre a teologia política contemporânea**. 2012. 79 p. Covilhã: Dissertação (Mestrado em Ciência Política)–Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2012. Disponível em: <https://ubibliorum.ubi.pt/handle/10400.6/2795>. Acesso em: 10 mar. 2025.

COSTA, Cecília. Reflexão sobre as vicissitudes de matemáticos em períodos bélicos: O caso de José Sebastião e Silva. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 17, n. 33, p. 17-30, 2017. Disponível em: <https://www.rbhm.org.br/index.php/RBHM/article/view/37>. Acesso em: 10 mar. 2025.

COSTA, Walber Christiano Lima da; SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu da. Leitura, tradução e interpretação de textos matemáticos para alunos surdos. **Revista Prática Docente**, v. 1, n.

1, p. 4-16, 2016. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/651>. Acesso em: 10 mar. 2025.

ESPINOSA, Baruch de. *Ética*. Lisboa: Relógio D'Água, 2020.

GUARAGNA, Regina Maria; GHENO, Ediane Maria; PAIXÃO, Fátima; VIEIRA, Rui Marques. Desenvolvimento do pensamento crítico através da interdisciplinaridade: Filosofia, ciência e arte. In: HERRERA, Ana Teresa Alonso; SALAZAR, Ariel Félix Campirán. **Pensamiento crítico en Iberoamérica: Teoría e intervención transdisciplinar**. México, D. F.: Torres Asociados, 2021. p. 389-398. Disponível em: https://www.uv.mx/afbg/files/2021/05/Pensamiento-Critico-en-Iberoamerica_Teoria-Intervencion-transdisciplinar_AlonsoCampiran_2021.pdf. Acesso em: 10 mar. 2025.

JOYCE, David Edward. Euclid's Elements. **David Joyce's Home Page**. Department of Mathematics and Computer Science of the Clark University, 1998. Disponível em: <http://aleph0.clarku.edu/~djoyce/elements/elements.html>. Acesso em: 10 mar. 2025.

LACERDA, Tessa Moura. Leibniz leitor de Espinosa. **Revista Conatus – Filosofia de Spinoza**, v. 5, n. 9, p. 95-101, 2011. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/conatus/article/view/13165>. Acesso em: 10 mar. 2025.

LEIBNIZ, Gottfried. **Princípios de Filosofia ou Monadologia**. Lisboa: Imprensa Nacional–Casa da Moeda, 1987.

LIMA, Elon Lages. Conceituação, manipulação e aplicações. **Revista do Professor de Matemática**, n. 41, p. 1-6, 1999. Disponível em: https://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitais_II/modulo_II/pdf/rpm41.pdf. Acesso em: 10 mar. 2025.

LORD, Beth. **Spinoza's Ethics**. Edinburgh: Edinburgh University Press, 2010.

MOORMAN, Richard. The influence of Mathematics on the Philosophy of Spinoza. **National Mathematics Magazine**, v. 18, n. 3, p. 108-115, 1943. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3030105>. Acesso em: 10 mar. 2025.

MOORMAN, Richard. The influence of Mathematics on the Philosophy of Leibniz. **National Mathematics Magazine**, v. 19, n. 3, p. 131-140, 1944. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/3030069>. Acesso em: 10 mar. 2025.

MOORMAN, Richard. Mathematics and Philosophy. **The Mathematics Teacher**, v. 51, n. 1, p. 28-37, 1958. Disponível em: <https://www.jstor.org/stable/27955557>. Acesso em: 10 mar. 2025.

MOREAU, Joseph. **Espinosa e o espinosismo**. Coimbra: Edições 70, 1982.

NADLER, Steven. **Spinoza's Ethics: An introduction**. Cambridge: Cambridge University Press, 2006.

OTTE, Michael Friedrich; SANTANA, Geslane Figueiredo da Silva; PAULA, Luciene de; BARROS, Luiz Gonzaga Xavier de. Razões para uma abordagem semiótica na educação matemática.

Revista Prática Docente, v. 4, n. 1, p. 24-43, 2019. Disponível em: <http://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/545>. Acesso em: 10 mar. 2025.

PEEL, Misleine Andrade Ferreira. **A aprendizagem através da perspectiva filosófica dos afetos e dos erros: Um caminhar alagmático entre a matemática e a língua portuguesa**. 2023. 190 p. Covilhã: Tese (Doutorado em Educação)–Universidade da Beira Interior, Covilhã, 2023. Disponível em: <https://ubibliorum.ubi.pt/handle/10400.6/13393>. Acesso em: 10 mar. 2025.

PEEL, Misleine Andrade Ferreira; BEITES, Patrícia Damas; OLIVEIRA, Luís Roberto Peel Furtado de. A errância na aprendizagem da matemática e da língua portuguesa sob uma filosofia dos afetos. **Revista Philologus**, v. 27, n. 79 Supl., p. 72-79, 2021. Disponível em: <https://www.revistaphilologus.org.br/index.php/rph/article/view/29>. Acesso em: 10 mar. 2025.

PINHEIRO, Gisele de Souza; DARSIE, Marta Maria Pontin; LOPES, Thiago Beirigo. Peirce, Saussure e Duval: Um possível diálogo epistemológico entre teorias. **Areté**, v. 10, n. 19, 35-51, 2024. Disponível em: http://saber.ucv.ve/ojs/index.php/rev_arete/article/view/27595. Acesso em: 10 mar. 2025.

SEBASTIÃO E SILVA, José. Filósofos e matemáticos. **Gazeta de Matemática**, n. 46, p. 4-6, 1950. Disponível em: <https://gazeta.spm.pt/fichaartigo?id=1008>. Acesso em: 10 mar. 2025.

SEBASTIÃO E SILVA, José. **A Matemática na antiguidade**. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2000.

VILJANEN, Valtteri. Spinoza's ontology geometrically illustrated: A reading of *Ethics* IIP8S. In: LORD, Beth. **Spinoza's philosophy of ratio**. Edinburgh: Edinburgh University Press, 2018. p. 5-18. Disponível em: <https://philarchive.org/rec/VILSOG>. Acesso em: 10 mar. 2025.

Informações do artigo

Recebido: 12 de março de 2025.

Aceito: 15 de junho de 2025.

Publicado: 11 de julho de 2025.

Como citar esse artigo (ABNT)

BEITES, Patrícia Damas. Elementos matemáticos na *Ética* de Espinosa. **Revista Prática Docente**, Confresa/MT, v. 10, e25010, 2025. <https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25010.id1137>.

Como citar esse artigo (APA)

Beites, P. D. (2025). Elementos matemáticos na *Ética* de Espinosa. *Revista Prática Docente*, 10, e25010. <https://doi.org/10.23926/RPD.2025.v10.e25010.id1137>.

Editor da Seção

Walber Christiano Lima da Costa 

Editor Chefe

Thiago Beirigo Lopes 