



**UBI**  
Covilhã  
Portugal

**UNIVERSIDADE  
DA BEIRA INTERIOR**

**ESTUDO NUMÉRICO DA PROPAGAÇÃO DE FENDAS EM COMPONENTES  
DE MOTORES AERONÁUTICOS**

**Fernando Costa Ferreira**  
(Licenciado)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**

**Orientador:** Professor Doutor José Miguel Almeida da Silva

**Co-orientador:** Professora Doutora Virgínia Isabel Monteiro Nabais Infante

**Arguente:** Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes

**SETEMBRO 2008**



**UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR**

**ESTUDO NUMÉRICO DA PROPAGAÇÃO DE FENDAS EM COMPONENTES  
DE MOTORES AERONÁUTICOS**

**Fernando Costa Ferreira**  
(Licenciado)

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em  
**Engenharia Aeronáutica**

**Orientador:** Professor Doutor José Miguel Almeida da Silva

**Co-orientador:** Professora Doutora Virgínia Isabel Monteiro Nabais Infante

**Arguente:** Professor Doutor Fernando Jorge Ventura Antunes

**SETEMBRO 2008**



*Para os meus Pais*



## AGRADECIMENTOS

Enquanto autor deste trabalho, culminando uma das fases mais importantes da minha vida, gostaria de manifestar, aqui, o meu agradecimento a todas as pessoas e entidades que contribuíram para a realização deste trabalho, em especial:

– Ao Prof. Doutor José Miguel Silva (UBI), meu orientador, pela possibilidade de realização deste trabalho, por proporcionar todas as condições para o bom desenrolar do mesmo e, pela sua incansável dedicação, atenção e apoio prestado a todos os níveis nesta fase tão importante da sua vida;

– Aos meus co-orientadores, Prof. Doutora Virgínia Infante (IST) e Prof. Doutor Fernando Antunes (FCTUC), pela permanente disponibilidade e acompanhamento para discussão de resultados;

– Aos Mestres Cleidy Monteiro e Ricardo Branco, pela sua dedicação atenção e apoio a todos os níveis, nomeadamente o enorme companheirismo e amizade;

– À Universidade Técnica de Lisboa pela disponibilização da licença do software Zencrack;

– À Zentech, Reino Unido, pelas dúvidas resolvidas relacionadas com o software Zencrack;

– Ao Sr. Albino Samões, enquanto técnico responsável pelo Laboratório de Ensaios Mecânicos (IST), pelo apoio dado ao longo da minha estadia em Lisboa;

– À Universidade da Beira Interior, em especial aos Docentes do Departamento de Ciências Aeroespaciais e aos meus colegas por me apoiarem ao longo da dissertação;

– Aos Srs. João Simões e José António, por me terem dado ao longo deste tempo a oportunidade e possibilidade de conviver com outra realidade;

– À minha família e amigos, pelo apoio nos momentos mais e menos bons, em especial, ao meu tio Jorge e tia Maria pela cedência de alojamento em Lisboa;

– Aos meus avós, José Costa e Maria Rodrigues, António Ferreira e Helena Mendes, pelo carinho, compreensão e apoio em todas as fases da minha vida;

– À minha irmã, Andreia Ferreira, pela paciência e carinho intermináveis em todos os momentos mais e menos bons;

– E por fim, aos meus pais, António Ferreira e Maria do Céu Ferreira, que muito lhes devo por me educarem, por me possibilitarem a elaboração deste trabalho, pela compreensão nos momentos mais difíceis e pelo número de oportunidades que me dão sempre que erro.

*O Meu Obrigado a Todos!*



## RESUMO

As propriedades de fadiga são, normalmente, obtidas utilizando provetes normalizados, embora muitas vezes seja preferível recorrer a geometrias específicas que melhor reproduzam as reais condições de serviço do componente em análise. Os problemas devido à fadiga têm sido objecto de fortes estudos nos últimos anos, dado que este fenómeno continua a ser uma das principais causas de inutilização de componentes e estruturas na indústria aeronáutica.

O presente trabalho centra-se no estudo numérico de propagação de fendas na liga de alumínio 6082-T6. Sendo este um material tradicionalmente usado em componentes aeronáuticos, observa-se, normalmente, deformação em pequena escala na extremidade da fenda, de modo que o factor de intensidade de tensão ( $K$ ) pode ser utilizado para estudar a influência da gama de tensão e do comprimento de fenda no comportamento à fadiga, pretendendo-se definir provetes relativamente finos com estado plano de deformação. Para o efeito, foram construídos modelos computacionais de provetes com entalhes laterais aguçados ou com raio de concordância, tendo sido estudadas diferentes espessuras, diferentes ângulos de entalhe e diferentes raios de concordância, obtendo-se para as melhores geometrias as formas estáveis de fenda, as soluções de  $K$  e a triaxialidade de tensões tanto ao longo da espessura do provete, como ao longo de frentes de fenda. Através dos parâmetros de triaxialidade,  $\Theta$  e  $h$ , foi possível averiguar se o provete se encontrava ou não em estado de deformação plana. Alguns dos resultados aqui obtidos foram comparados com as soluções teóricas existentes na literatura, nomeadamente de Roark [27], Murakami [60] e Antunes [52], havendo diferenças aceitáveis e justificáveis dado as condições da malha imposta pelo Zencrack e a geometria do provete MT. Os provetes obtidos serão de grande utilidade para estudar fenómenos com grande influência do estado de tensão, tais como propagação de fendas por fadiga a alta temperatura, ou fecho de fenda induzido por deformação plástica.

**Palavras-Chave:** provete MT; método dos elementos finitos; Zencrack; entalhes laterais; factor de intensidade de tensões; triaxialidade



## ABSTRACT

Fatigue properties of common aerospace components are usually obtained from standard specimens used for experimental testing, but there are some cases where the use of particular specimen geometries is more suitable in order to reproduce the real operational conditions of components.

This investigation is focused in the computational simulation of fatigue cracks in the 6082-T6 aluminium alloy. This material is used in certain types of aeronautical components which will eventually face out some fatigue cracking process characterized by a small scale yielding deformation in the crack tip region. Therefore, the use of the stress intensity factor  $K$  is adequate in order to evaluate the influence of both stress fields and crack length in the fatigue behaviour of the material. At the same time, plane strain conditions is a requirement for certain type of applications and specific specimens geometries must be considered in these cases.

This work tried to evaluate the possibility of using a traditional MT specimen with lateral notches for this purpose, which could be more advantageous than the standard geometries since it allows the use of moderate component thicknesses with triaxial stress conditions in the most part of the crack propagation region.

Several computational simulations were carried out by using FEM softwares and considering the influence of different types of variables, namely, the geometry of the lateral notches (circular or V shaped) and the thickness of the specimen. The stress intensity factor  $K$  was determined for several crack front positions as to evaluate the effect of these geometrical features. Also, two stress triaxility parameters were used in order to confirm the stress state condition in the crack propagation region. Finally, an automatic crack propagation procedure was implemented and results have been compared with other authors.

The conclusions of this investigation are optimistic concerning the possibility of using a MT specimen with two lateral notches and low thickness with plane strain capabilities, which is a valuable element when considering the investigation of particular crack propagation mechanisms, such as those related with high temperature conditions.



## ÍNDICE GERAL

### Capítulo I

<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 - Introdução.....	2
1.2 - Objectivos.....	4
1.3 - Estrutura da dissertação .....	4

### Capítulo II

<b>Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>6</b>
2.1 - Propagação de fendas por fadiga.....	8
2.2 - Efeitos do entalhe na fadiga .....	9
2.3 - Conceitos relativos à Mecânica da fractura linear elástica (MFLE) .....	11
2.3.1 - Considerações Preliminares.....	11
2.3.2 - Geometria MT .....	12
2.3.3 - A importância do factor de intensidade de tensão, $K$ .....	13
2.3.4 - Efeito da espessura de um componente.....	23
2.4 - Cálculo de $K$ baseado no Integral – $J$ .....	26
2.5 - Factor de Concentração de tensões $K$ .....	29
2.6 - Conceito de propagação automática de fenda .....	31
2.7 - Métodos para a definição de dados na propagação automática de fendas .....	33
2.8 – Parâmetros de Triaxialidade .....	36
2.8.1 - Critério da tensão equivalente de dano.....	36

### Capítulo III

<b>Descrição do Modelo Numérico.....</b>	<b>39</b>
3.1 – Generalidades sobre o Métodos dos Elementos Finitos (MEF) .....	40
3.1.1 – Porquê utilizar o MEF?.....	40
3.1.2 – Criação de um modelo de elementos finitos.....	41
3.1.3 - Tipos de análise .....	44
3.1.4 – Determinação de $K$ pelo MEF .....	45
3.2 – Descrição dos softwares utilizados nas simulações computacionais.....	47
3.2.1 - ABAQUS® .....	47
3.2.2 - ZENCRACK®.....	48
<i>Considerações gerais sobre o programa.....</i>	<i>48</i>

---

<i>Interface com o ABAQUS®</i> .....	52
<i>Tipos de blocos para modelação de fenda</i> .....	53
<i>Exemplo de aplicação</i> .....	57
3.3 – Descrição do modelo físico .....	62
3.3.1 – Geometria do provete .....	62
3.3.2 – Caracterização do material .....	64
3.3.3 – Carregamento e condições de fronteira .....	65
3.3.4 – Malha de elementos finitos .....	67

## Capítulo IV

<b>Apresentação e Discussão dos Resultados</b> .....	<b>74</b>
4.1 – Determinação do factor de concentração de tensões .....	76
4.1.1 – Factor de concentração de tensões ( $K_t$ ) .....	77
4.2 - Factor de intensidade de tensões ( $K$ ) .....	83
4.3 – Determinação do factor $K$ para diferentes condições de análise .....	85
4.3.1 – Efeito da geometria do entalhe .....	86
4.3.2 – Efeito da triaxialidade de tensões .....	93
<i>Casos sem fenda</i> .....	94
<i>Casos com fenda</i> .....	100
4.4 - Propagação automática de fenda .....	110

## Capítulo V

<b>Conclusões</b> .....	<b>126</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b> .....	<b>130</b>
<b>ANEXOS</b> .....	<b>135</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Três regiões da taxa de propagação de fendas [10].	10
Figura 2.2 – Geometria MT adoptada no estudo numérico.	13
Figura 2.3 a) - Modos básicos de deslocamentos das superfícies das fendas [14].	13
Figura 2.3 b) - Sistema de coordenadas tridimensional para o campo de tensões numa região em torno da fenda [14]	14
Figura 2.4 - Sistema de coordenadas para o campo de tensão não singulares proposto por Creager et al [17].	17
Figura 2.5 - Fenda com correspondente zona plástica, indicando a região de domínio de $K$ que deve existir para poder aplicar a teoria da MFLE [18].	18
Figura 2.6 - Zona plástica pequena, comparada com as dimensões da peça (a), e situações onde não é possível aplicar a MFLE, visto que a zona plástica é muito grande quando comparada com: (b) o comprimento da fenda, (c) o ligamento residual e (d) a altura da peça [14].	19
Figura 2.7 - Zonas e mecanismos de escoamento na frente de fenda numa chapa: a) grossa, b) fina [20].	20
Figura 2.8 - Dimensões normalizadas das zonas plásticas em tensão plana e deformação plana [14].	20
Figura 2.9 - Estimativa do tamanho da zona plástica para tensão plana em $\theta = 0$ , mostrando o efeito aproximado da redistribuição das tensões [14].	21
Figura 2.10 - Comportamento das tensões principais e de Von Mises (normalizadas) para tensão e deformação plana, de acordo com o ângulo $\theta$ [14].	22
Figura 2.11 Estado de tensões com relação a posição dos elementos ao longo da espessura do material [10].	24
Figura 2.12 - Variação da tenacidade com a espessura de uma liga 7075 – T6 (Al, Zn, Mg) e perfis de fractura correspondentes [10].	26
Figura 2.13 – Contorno arbitrário em torno de uma frente de fenda para a determinação do integral $J$ .	27
Figura 2.14 - Nomenclatura para determinar o integral $J$ [7].	27
Figura 2.15 - Placa com orifício elíptico produzindo uma concentração de tensões sob tensão remota $\sigma_\infty$ [10].	30
Figura 2.16 - Conceito de propagação automática de fenda: a) Definição da frente de fenda; b) cálculo dos valores de $K$ e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos nós e geração da nova malha [13]	31
Figura 2.17 - Fluxograma do programa de procedimento automático de fenda [28].	33
Figura 2.18 – Distribuição típica taxa de libertação de energia num ponto na frente de fenda [34].	34
Figura 3.1 – Tipos de elementos finitos [49].	43

Figura 3.2 - Tipos de elementos isoparamétricos planos em função da posição dos nós [50].	43
Figura 3.3 – Elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado [50].	44
Figura 3.4 - Exemplos de fendas introduzidas com o ZENCRACK <sup>®</sup> [34].	50
Figura 3.5 – Diagrama de Processamento [51].	51
Figura 3.6 – Blocos com fendas de canto elípticas e passantes [51].	54
Figura 3.10 - Crack-Block do tipo s01_t88x5 [34].	56
Figura 3.11 - Crack-Block do tipo s03_t23x1 [34].	57
Figura 3.12 - Crack-Block do tipo s04_t35x1 [34].	57
Figura 3.13 – Exemplo das instruções contidas num ficheiro de entrada do ZENCRACK <sup>®</sup>	59
Figura 3.14 – Comparação da variação de $K$ obtido pelos softwares Zencrack e Modulef ao longo de várias posições da frente de fenda para diferentes comprimentos de fenda ( $a=2,5\text{mm}$ , $a=5\text{mm}$ , $a=7,5\text{mm}$ , $a=10\text{mm}$ , $a=12,5\text{mm}$ )	61
Figura 3.15 – Desenho do provete tipo MT com dois entalhes semicirculares.	63
Figura 3.16 – Pormenor dos dois tipos de entalhes laterais no provete MT.	64
Figura 3.17 - Definição das condições de fronteira e carregamento para $\frac{1}{4}$ do modelo a analisar.	66
Figura 3.18 - Modelo físico do provete MT com entalhes laterais e com condições de fronteira.	67
Figura 3.19 - Variação do valor de $K$ em função do contorno escolhido na teia de aranha em torno da extremidade da fenda.	69
Figura 3.20 – Simulação de fenda com 5 [mm].	69
Figura 3.21 – Nova simulação de fenda com 5 [mm] com 4 elementos na direcção da propagação de fenda.	70
Figura 3.22 - Simulação de fenda com 5 [mm] com integração inteira	71
Figura 3.23 – Variação do valor de $K$ em função do contorno escolhido em torno da extremidade da fenda e para o caso de integração completa.	72
Figura 3.24 – Variação do valor de $K$ em função do tipo de integração escolhido, para uma fenda de 0,5mm num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.	73
Figura 3.25 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda utilizando integração reduzida num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.	73
Figura 3.26 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda utilizando integração completa num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.	74
Figura 4.1 - Definição das tensões e áreas necessárias para a determinação de $K_I$ .	77
Figura 4.2 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe $\theta/2=30^\circ$ .	78
Figura 4.3 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete	78

Figura 4.4 - Ilustração das variáveis usadas para o cálculo de $K_t$ segundo a solução de Roark.	79
Figura 4.5 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe 45° segundo restrições de Roark.	82
Figura 4.6 – Ilustração das variáveis usadas para o cálculo de $K$ segundo a solução de Murakami.	84
Figura 4.7 – Variação de $K$ ao longo da frente de fendas passantes com um comprimento de 1 mm.	87
Figura 4.8 – Variação de $K$ ao longo da frente de fendas rectilíneas passantes com um comprimento de 3 mm.	88
Figura 4.9 – Variação de $K$ ao longo da frente de fendas rectilíneas passantes com um comprimento de 5 mm.	88
Figura 4.10 – Pormenor da malha de elementos finitos num provete MT com entalhe circular ( $R=0,5$ mm) e com uma fenda passante com um comprimento de 5 mm.	89
Figura 4.11 – Distribuição da tensão de Von Mises de uma fenda passante com 5mm de profundidade num provete MT com entalhe circular de raio igual a 0,5mm (tensões em MPa).	90
Figura 4.12 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com $\beta=30^\circ$ e 0,5mm de profundidade.	91
Figura 4.13 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com $\beta=120^\circ$ e 0,5mm de profundidade.	91
Figura 4.14 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com $r=0,5$ mm.	92
Figura 4.15 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com $r=1$ mm.	93
Figura 4.16 – Variação das tensões de von Mises e da tensão média em metade de um provete com entalhe circular de $r=0,5$ mm.	95
Figura 4.17 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=0,5$ mm.	96
Figura 4.18 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura dos três tipos de entalhes laterais circulares.	96
Figura 4.19 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $\Theta$ para meia espessura dos três tipos de entalhes laterais circulares.	97
Figura 4.20 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de $\beta/2=30^\circ$ .	98
Figura 4.21 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura nos entalhes laterais rectos.	99
Figura 4.22 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura num provete com entalhe lateral circular de $r=1$ mm em função da variação da espessura do provete.	100

Figura 4.23 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $\Theta$ para meia espessura num provete com entalhe lateral circular de $r=1\text{mm}$ em função da variação da espessura do provete.	100
Figura 4.24 – Malha do “crack-block” utilizado para substituir os elementos da malha inicial.	101
Figura 4.25 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete sem entalhes (obtidos junto à frente de fenda).	102
Figura 4.26 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=1\text{mm}$ .	103
Figura 4.27 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=0,5\text{mm}$ .	103
Figura 4.28 – Variação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura nos provetes com entalhes laterais circulares.	104
Figura 4.29 – Variação do parâmetro de triaxialidade $\Theta$ para meia espessura nos provetes com entalhes laterais circulares.	104
Figura 4.30 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de 60 graus.	105
Figura 4.31 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de 120 graus.	106
Figura 4.32 – Variação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura nos provetes com entalhes laterais rectos.	107
Figura 4.33 – Variação do parâmetro de triaxialidade $\Theta$ para meia espessura nos provetes com entalhes laterais rectos.	107
Figura 4.34 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura em provetes com entalhes laterais rectos, sem entalhe e circular com 0,5mm de raio.	108
Figura 4.35 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura em provetes com entalhes laterais rectos de 60 graus, utilizando os softwares Zencrack (ZC) e ModuleF (MF).	109
Figura 4.36 – Comparação do parâmetro de triaxialidade $h$ para meia espessura em provetes sem entalhes utilizando os softwares Zencrack (ZC) e ModuleF (MF).	110
Figura 4.37 – Curva de propagação $a$ vs $N$ obtida pelo MEF para um provete sem entalhe.	112
Figura 4.38 – Curva de propagação $K$ vs $a$ obtida pelo MEF para um provete sem entalhe.	113
Figura 4.39 – Comparação das curvas de propagação $a$ vs $N$ obtidas através da lei de Paris, Modulef [52] e Zencrack para um provete sem entalhe.	113
Figura A1.1 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe 45°	126
Figura A1.2 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete	126

---

Figura A1.3 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe 60°.	127
Figura A1.4 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete	127
Figura A2.1 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com $\beta = 60^\circ$ e 0,5mm de profundidade.	128
Figura A2.2 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com $\beta = 90^\circ$ e 0,5mm de profundidade.	128
Figura A2.3 – Variação do valor de $K$ para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com $r=0,75\text{mm}$ .	129
Figura A2.4 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=0,75\text{mm}$ .	129
Figura A2.5 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=1\text{mm}$ .	130
Figura A2.6 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade $\Theta$ e $h$ para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de $r=0,75\text{mm}$ .	130
Figura A3.1 – Exemplo das instruções contidas num ficheiro de entrada do ZENCRACK <sup>®</sup> para propagação automática de fendas.	131

**ÍNDICE DE TABELAS**

Tabela 3.1 – Comparação de softwares de interface	51
Tabela 3.2 – Parâmetros e características do Crack-Block s01_t88x5	55
Tabela 3.3 - Parâmetros e características do Crack-Block s03_t23x1	56
Tabela 3.4 - Parâmetros e características do Crack-Block s04_t35x1	56
Tabela 3.4 - Composição química da liga 6082	64
Tabela 3.5 - Propriedades mecânicas da liga 6082-T6	65
Tabela 4.1 – Resultados de $K_I$ para as simulações computacionais.	77
Tabela 4.2 – Resultados de $K_I$ para a solução de Roark.	80
Tabela 4.3 – Resultados de $K_I$ para a solução de Roark e solução computacional.	80
Tabela 4.4 – Dados para a solução de Roark.	81
Tabela 4.5 – Resultados para $K_I$ obtidos por via numérica e segundo as condições previstas pela solução de Roark [27]	82
Tabela 4.6 – Resultados de $K_I$ para a solução de Roark.	83
Tabela 4.7 – Comparação dos resultados de $K$ obtidos via numérica e previstos pela solução de Murakami	84
Tabela 4.8 – Resumo dos tipos de provetes simulados.	86
Tabela 4.9 – Variação de $K$ em função do comprimento de fenda e do raio do entalhe.	93
Tabela 4.10 - Propriedades mecânicas da liga 6082-T6	111

## NOMENCLATURA

A	= comprimento da fenda
a,b,h	= dimensões geométricas
b,c	= profundidade da fenda
C	= constante relativa à lei de Paris
D	= espessura do provete
da/dN	= velocidade de propagação da fenda
E	= módulo de Young
G	= taxa de libertação de energia
$h, \Theta$	= parâmetros de triaxialidade
H	= largura do provete
J	= integral de contorno J
$K_t$	= factor de concentração de tensões
K	= factor de intensidade de tensões
$K_I, K_{II}, K_{III}$	= factor de intensidade de tensões em modos I,II e III, respectivamente
L	= comprimento do provete
m	= expoente relativo à lei de Paris
P	= carga aplicada no provete
R	= Razão de tensões
N	= número de ciclos de carregamento
$r_E$	= raio da zona plástica
W	= espessura da zona crítica do provete
$w_e$	= densidade de energia de deformação plástica
Y	= Factor geométrico relacionado com a determinação de K

### Símbolos gregos

$\beta$	= ângulo do entalhe
$\Delta K$	= amplitude do factor de intensidade de tensão
$\varepsilon$	= extensão local
$\nu$	= coeficiente de Poisson
$\sigma_{app}$	= tensão aplicada
$\sigma_{ced}$	= tensão de cedência
$\sigma_{eq}, \sigma_v$	= tensão equivalente de von Mises

$\sigma_H$	= tensão hidrostática
$\sigma_m$	= tensão média hidrostática
$\sigma_n$	= tensão remota
$\theta$	= metade do ângulo $\beta$
$\tau$	= tensão de corte

## Abreviaturas

ASTM = American Society for Testing and Materials

LCF = “Low Cycle Fatigue”

HCF = “High Cycle Fatigue”

MF = mecânica da fractura

MFLE = mecânica da fractura linear elástica

MFEP = mecânica da fractura elastoplástica

MEF = método dos elementos finitos

MT = middle tension specimen

# Capítulo I

## *Introdução*

## 1.1 - Introdução

A maior parte dos componentes estruturais de engenharia falha sob a acção de um carregamento com carácter não estático. As tensões cíclicas resultantes deste tipo de carregamento provocam a degradação física dos materiais envolvidos. Com o tempo, o dano acumulado pode provocar o aparecimento e o crescimento de fendas que acabam por tornar inutilizáveis as estruturas ou componentes. Este processo recebe o nome de “fadiga”, visto que as tensões alternadas vão diminuindo aos poucos a resistência mecânica do material.

Na aviação civil, é requisito fundamental, na aviação civil, reduzir os custos ao mínimo sem comprometer a segurança. Este processo passa pela redução do número de inspecções e operações de manutenção e por um aproveitamento total do potencial de vida de cada componente. Há que garantir que a falha de um componente seja pouco provável, devido às consequências desastrosas que pode trazer. Os métodos clássicos de previsão de vida obrigavam à retirada de serviço de vários componentes antes de estes apresentarem fissuras mensuráveis sem que fossem ensaiados. Actualmente, face aos elevados custos inerentes à inutilização de componentes que ainda têm um potencial de vida de fadiga remanescente, surgiram novas técnicas de avaliação tendo por base parâmetros da Mecânica da Fractura.

A propagação de fendas por fadiga ou fadiga-fluência em ligas metálicas é um fenómeno complexo, uma vez que vários micromecanismos de dano (deformação plástica cíclica, oxidação e/ou fluência) podem ser responsáveis pela propagação da fenda. Dependendo das condições existentes na extremidade da fenda, um ou mais destes mecanismos são dominantes, e a propagação é transgranular, intergranular ou mista. São vários os parâmetros macroscópicos que controlam estes mecanismos e, conseqüentemente, a propagação da fenda, destacando-se o tipo de carregamento (gama de tensão, frequência de carregamento, razão de tensões, etc.), o material, o ambiente (temperatura e atmosfera) e a geometria do componente fissurado (comprimento de fenda, estado de tensão, etc.). O estado de tensão, em particular, afecta significativamente o comportamento das ligas, observando-se que um estado plano de deformação promove a ocorrência de fenómenos dependentes do tempo. Para obter um estado plano de tensão basta ter provetes de reduzida espessura. Porém, para obter deformação plana é necessário ter provetes relativamente espessos, que não eliminam o

estado de tensão plana à superfície e encarecem o trabalho experimental. A realização de entalhes laterais nos provetes é uma solução para obter provetes de deformação plana relativamente finos, o que é aqui explorado.

Em ligas de alumínio (sendo este um material tradicionalmente usado em componentes aeronáuticos) observa-se, normalmente, deformação em pequena escala na extremidade da fenda, de modo que o factor de intensidade de tensão ( $K$ ) pode ser utilizado para estudar a influência da gama de tensão e do comprimento de fenda no comportamento à fadiga. As propriedades de fadiga são, normalmente, obtidas utilizando provetes normalizados, embora muitas vezes seja preferível recorrer a geometrias específicas que melhor reproduzam as reais condições de serviço do componente em análise.

Actualmente tem-se desenvolvido novas técnicas com o fim de simular zonas críticas, ou mesmo os próprios provetes. As mais recentes envolvem a aplicação da Mecânica da Fractura (MF) e técnicas de cálculo com base em métodos numéricos. Os programas de métodos numéricos ganham, no contexto actual, um papel de destaque, nomeadamente o Método dos Elementos Finitos (MEF), métodos dos elementos de fronteira e o método das diferenças finitas. Destes, o mais usado é o MEF, havendo no mercado um grande número de programas comerciais (ABAQUS<sup>®</sup>, ANSYS<sup>®</sup>, MSC. MARC<sup>®</sup>, Finas<sup>®</sup>, etc.), adaptados a muitas áreas de engenharia.

Desta forma, a determinação de  $K$ , cuja solução pode não existir para a geometria e caso particular de componentes complexos, pode ser executada com recurso a este tipo de softwares, ultrapassando, assim, as grandes dificuldades associadas à sua determinação pela via analítica.

Podem, igualmente, ser determinados com elevada precisão pelo MEF o estado de tensão na frente de fenda e, assim, obter a solução para o Integral  $J$  e, conseqüentemente, o factor  $K$ .

À medida que os programas de elementos finitos forem sendo desenvolvidos e complementados de maneira a traduzir com sucesso as simulações ou ensaios laboratoriais, estes vão diminuir significativamente os custos e o tempo de produção e inspecção de componentes tais como discos de turbinas, compressores e veios, bem como uma vasta área relacionada com a Mecânica da Fractura.

## 1.2 - Objectivos

Com este trabalho pretende-se avaliar a possibilidade de utilização de provetes relativamente finos em condições de estado plano de deformação. Para o efeito, serão construídos modelos computacionais de provetes com entalhes laterais aguçados ou com raio de concordância. Serão estudadas diferentes espessuras, diferentes ângulos de entalhe e diferentes raios de concordância, obtendo-se para cada geometria de provete as formas estáveis de fenda, as soluções de  $K$  e a triaxialidade de tensões ao longo de frentes de fenda. Os provetes obtidos serão de grande utilidade para estudar fenómenos com grande influência do estado de tensão, tais como propagação de fendas por fadiga a alta temperatura, ou fecho de fenda induzido por deformação plástica.

## 1.3 - Estrutura da dissertação

A presente dissertação de mestrado é formada por cinco capítulos, para além do presente. Para compreender melhor os vários aspectos teóricos relacionados com os temas abordados nesta investigação, no Capítulo 2 desenvolve-se uma revisão bibliográfica com recurso a fontes literárias. Este capítulo centra-se, fundamentalmente, em conceitos básicos da Mecânica da Fractura, descrevendo o processo de fadiga na sua generalidade, definindo o factor  $K$  e  $K_t$  bem como as suas limitações, os parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  e a geometria do provete utilizado.

O capítulo 3 inclui uma descrição sobre o método dos elementos finitos, estando orientado especificamente para alguns problemas associados à modelação de fendas (tipos de elementos, tipo de integração, malhagem e a singularidades matemáticas que influenciam a qualidade dos resultados). É, também, feita uma descrição limitada dos softwares utilizados para a construção dos modelos computacionais (ABAQUS e ZENCRACK), assim como a descrição do modelo físico.

No Capítulo 4 apresentam-se e discutem-se os resultados relativos à distribuição de tensões principais ao longo do provete MT de modo a determinar  $K$  e  $K_t$  para as diferentes geometrias de entalhe estudadas, para a obtenção das soluções teóricas que serão utilizadas para validação dos modelos. As variações do factor de intensidade de tensões,  $K$ , ao longo das várias frentes de fendas são, igualmente, expostas e debatidas neste capítulo, apresentando também o efeito da geometria do entalhe e da triaxialidade

de tensões. Por fim, é realizada uma abordagem à propagação automática de fenda, com respectiva simulação e comparação de resultados.

Por último, o capítulo 5 resume as principais conclusões, procurando atender aos objectivos iniciais deste trabalho e propondo vias alternativas para futuros trabalhos.



## **Capítulo II**

### ***Revisão Bibliográfica***

Os problemas devido à fadiga têm sido objecto de fortes estudos nos últimos anos, dado que este fenómeno continua a ser uma das principais causas de inutilização de componentes e estruturas na indústria aeronáutica.

O presente trabalho centra-se no estudo numérico de propagação de fendas na liga de alumínio 6082-T6. De forma a melhor se compreender toda a teoria subjacente a esta investigação, faremos, no presente capítulo, uma incursão por alguns tópicos relevantes para este estudo sob a forma de revisão bibliográfica de algumas fontes pesquisadas.

## **2.1 - Propagação de fendas por fadiga**

A fadiga é caracterizada como um processo de dano devido à aplicação repetida de esforços que conduzem a fendas ou a falhas [1]. Estas fendas ou falhas ocorrem geralmente sob a influência de cargas cíclicas cujo valor de pico é menor do que o das cargas limite do material, estimadas na base da análise da fractura estática.

A iniciação e propagação de fendas superficiais ou passantes, como consequência do fenómeno de fadiga, podem ocorrer na maioria dos componentes e estruturas em serviço como reservatórios sob pressão, sistemas pipeline, estruturas offshore, componentes aeroespaciais e construções soldadas e são reconhecidas como a principal causa de falha desses componentes [2].

Uma grande parte da vida de fadiga é gasta na fase de iniciação de fenda, assumindo esta uma pequena dimensão, a que correspondem pequenos valores de  $K$ . Nesse período a taxa de propagação da fenda ( $da/dN$ ) depende muito da sua forma geométrica [3]. Por isso, estudar, a evolução da forma da fenda em problemas de fadiga permite melhorar o comportamento do componente tornando a fase de projecto mais adequado. Estas melhorias contribuem para a redução dos custos provocados por falhas em serviço. Um estudo publicado em 1978, nos Estados Unidos da América, preconizava que 4% do produto interno bruto daquele país era gasto em consequência de danos provocados por fadiga [4]. Torna-se, por isso, imperativo contemplar a forma de ruína no projecto de componentes e estruturas.

## 2.2 - Efeitos do entalhe na fadiga

As filosofias de projecto actuais para a análise da fadiga podem ser divididas em duas categorias: vida-segura e a aproximação tolerância-defeito [1]. A diferença principal entre elas é a forma como a fenda se inicia e como as fases da propagação são tratadas quantitativamente. Para a vida-segura, a falha por fadiga de um componente ou estrutura não fissurada, é definida em termos de tensão ou extensão aplicada, o que engloba aproximações tradicionais tais como a tensão-vida, extensão-vida, energia-vida, [5]. No que respeita à aproximação tolerância-defeito, supõe-se que todos os componentes ou estruturas estão danificados e envolve o uso da mecânica da fractura no projecto da fadiga. Cada um destes métodos tem o seu campo de aplicação, às vezes com algum grau de sobreposição entre eles, Bannantine et al. [6], apresentam e comparam as diferentes aproximações.

Tendo como referência o número de ciclos até à falha, a fadiga pode ser dividida em dois grupos, LCF (*Low Cycle Fatigue*) e HCF (*High Cycle Fatigue*). No caso de LCF, também designada como fadiga oligocíclica, a tensão é geralmente bastante elevada podendo causar deformações plásticas grandes. Quando temos HCF o material deforma-se primeiramente em regime elástico. Para as aproximações vida-segura, a tensão-vida é mais apropriada para HCF e extensão-vida para LCF [7].

Nas últimas décadas, foram desenvolvidas várias técnicas numéricas de modelação da forma da fenda. As primeiras abordagens eram bastante rígidas e requeriam a pré-definição da forma da fenda para toda a propagação (apesar da simplicidade permitiam obter bons resultados em casos particulares, mas não permitiam a análise de frentes de fenda irregulares ou com grandes variações de forma). Posteriormente, foram desenvolvidas técnicas mais flexíveis com maior número de graus de liberdade que permitem estudar todo o tipo de fenda, incluindo defeitos coalescentes e casos onde a taxa de variação da forma da fenda é muito acentuada.

Smith e Miller [8] propuseram que os entalhes “afiados” poderiam ser analisados como fendas, podendo ser utilizadas aproximações à mecânica da fractura linear elástica (MFLE), como um critério tradicional, para a análise da fadiga de entalhes afiados. O factor da intensidade de tensão pode ser relacionado com a gama de valores de tensão e tamanho nominais da fenda através da expressão:

$$\Delta K = Y \Delta \sigma^\infty \cdot \sqrt{\pi a} \quad (2.1)$$

onde  $Y$  é um parâmetro geométrico e  $a$  é o comprimento da fenda.

Esta aproximação supõe que um entalhe afiado é equivalente a uma fenda definindo o limite da fadiga do membro fissurado pelo uso do factor da intensidade de tensão do ponto inicial.

Os métodos de análise previstos pela Mecânica da Fractura são apropriados para modelar a propagação de fendas de fadiga. Paris [9], propôs a primeira relação entre a taxa da propagação de fendas e o parâmetro de MFLE,  $\Delta K$ :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (2.2)$$

onde  $C$  e  $m$  são constantes que dependem do material em análise.

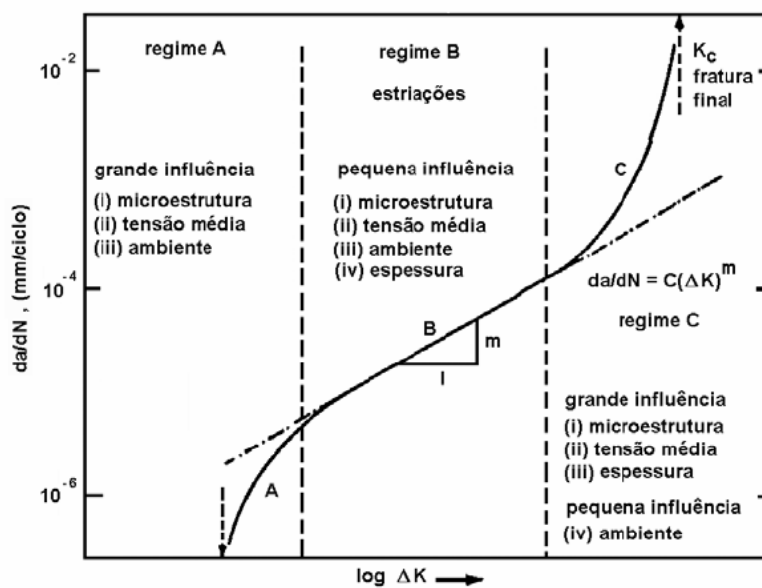


Figura 2.1 – Três regiões da taxa de propagação de fendas [10].

A lei de Paris é ainda uma das mais utilizadas para descrever as taxas de propagação de fendas quando estas estão suficientemente desenvolvidas (regime B da Figura (2.19)), onde existe uma relação linear entre a velocidade de fissuração e a variação do  $K$ .

Outras aproximações similares à lei de Paris mas baseadas na mecânica da fractura elastoplástica (MFEP), como por exemplo o integral  $J$ , são muitas vezes consideradas

para a análise de propagação de fendas em componentes sujeitos a carregamentos cíclicos.

## **2.3 - Conceitos relativos à Mecânica da fractura linear elástica (MFLE)**

### **2.3.1 - Considerações Preliminares**

Em engenharia, o projecto convencional baseia-se em evitar falhas por colapso plástico. Algumas metodologias de projecto admitem a existência de defeitos nos componentes mecânicos como consequência dos processos relacionados com o fabrico (fundição, maquinagem, sinterização, soldadura), levando a que seja necessário a previsão do defeito de forma a prevenir uma rotura inesperada durante a vida útil do componente. Usualmente a propriedade especificada em códigos e normas de engenharia, nomeadamente pela *ASTM* e pela *British Standard*, é a tensão de cedência ou, em componentes mecânicos, o intervalo de dureza. Desta forma a tensão de projecto será a tensão que levaria o componente ao colapso plástico devido a um factor de segurança. Este factor de segurança varia de 1,5 até 10 [10], dependendo do tipo de material (aços laminados, fundidos) e do tipo de utilização. Saliente-se que, o factor de segurança não considera a possibilidade de fractura por um modo alternativo como a fractura frágil, sendo vulgarmente aceite que o factor de segurança evita a ocorrência de fracturas frágeis. Na prática verifica-se que isto nem sempre corresponde à realidade, pois existem situações em que a falha dos componentes ocorre em fendas com tensões aplicadas abaixo da tensão de projecto.

Ora, para realizar diferentes tipos de análise mecânica, afim de prevenir a rotura, o comportamento mecânico dos materiais pode ser estudado experimentalmente, recorrendo a pequenas porções de material, designadas por *provetes*, desde que as condições em que decorre o ensaio sejam representativas das condições de serviço do mesmo. Este procedimento experimental tem a vantagem de utilizar quantidades de material significativamente pequenas, que para além da vantagem económica (menor quantidade de material, menor custo de fabrico, menos capacidade dos meios envolvidos), permite a capacidade de comparar resultados com diferentes grupos de investigação, permite a utilização destes para a validação de modelos ou a sua extrapolação para situações mais complexas [10].

O principal inconveniente desta metodologia é o facto de ser inadequada para situações em que a história de carga ou a geometria são demasiado complexas, uma vez que as condições em que decorre o ensaio deixam de ser representativas das condições de serviço a que o componente está sujeito e, portanto, não se pode estabelecer um paralelismo entre os comportamentos do provete e do componente. Quando tal acontece, existe a necessidade de estudar os componentes ou as estruturas à escala real [11], [12], de modo a garantir que as condições do ensaio são representativas da realidade. Esta abordagem tem um custo muito avultado, porque além de uma maior quantidade de material e do custo inerente à sua transformação, é ainda necessário recorrer a equipamentos de grande capacidade e dispor de laboratórios com áreas consideráveis, pelo que só é utilizada em situações muito particulares.

Para estudar fenómenos de fractura e de propagação de fendas por fadiga, existe um conjunto bastante significativo de geometrias de provetes que podem ser utilizadas. As geometrias normalizadas pela *ASTM* e pela *British Standard* têm a vantagem de apresentar, juntamente com as dimensões admissíveis para o provete, um protocolo completo sobre o modo como devem decorrer todas as fases de ensaio, descrevendo ainda os métodos de aquisição de dados, calibração dos aparelhos de medida, as soluções para o factor de intensidade de tensão, os intervalos de validade dessas soluções, as formas e as dimensões do entalhe, o processo de abertura de pré-fissuras, o valor de pré-cargas a aplicar, a forma como devem ser tratados os resultados, o procedimento para validação dos mesmos, etc. No entanto, apresentam algumas limitações, pois só admitem um único entalhe passante e são apenas destinadas para ensaios em Modo I.

### **2.3.2 - Geometria MT**

A geometria MT foi desenvolvida tendo em conta as indicações da norma ASTM E647. Branco, [13], apresenta os critérios de selecção do provete, tendo por base comparações entre vários tipos de provetes normalizados para estudar o comportamento à fadiga e à fractura. Branco procurou maximizar o material disponível, no entanto, a rentabilização dos custos não foi totalmente conseguida porque a fenda teve de ser maquinada por electroerosão que é um processo bastante caro, cerca de uma ordem de grandeza acima do custo do material.

A dimensão de  $W$  (largura) deve ser inferior a 75 mm (segundo recomendação da norma utilizada). Foi escolhido um valor de  $W$  igual a 50 mm pois permite reduzir ao mínimo a quantidade de material eliminado. Assim, o comprimento do provete será quatro vezes maior, ou seja, 200 mm. A espessura deve variar entre  $W/8$  e  $W/4$  (intervalo de valores entre 6.5 mm e 12.5 mm) e, por isso, foi escolhida a dimensão de 10 mm que corresponde à espessura da chapa.

O entalhe deve ter uma dimensão inferior a  $0.2W$  a uma altura inferior a  $W/16$ . Foram escolhidas as dimensões de 4 mm (que corresponde a 8 mm nesta geometria) e 1 mm respectivamente. Na Figura (2.2) estão indicadas as dimensões escolhidas para a geometria MT.

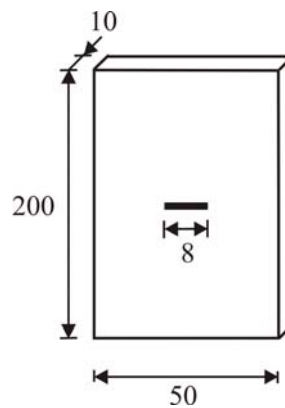


Figura 2.2 – Geometria MT adoptada no estudo numérico.

### 2.3.3 - A importância do factor de intensidade de tensão, $K$

Os campos de tensões em torno da ponta das fendas podem ser divididos em três tipos, estando associado com um modo de abertura de fendas, como se ilustra na Figura (2.3 a)).

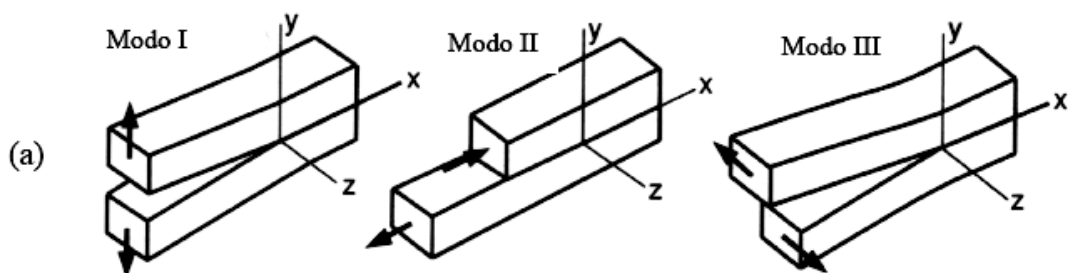


Figura 2.3 a) - Modos básicos de deslocamentos das superfícies das fendas [14].

Como se depreende da análise desta figura, o modo I é causado por um carregamento externo de tracção, enquanto que os modos II e III estão associados a esforços de corte em diferentes direcções.

Para determinar os campos de tensões e deformações associados aos três modos de deslocamento é geralmente aceite a solução de Irwin (1957), baseada no método proposto por Westergaard (1939). É importante ressaltar que, dado um determinado modo de carregamento, a distribuição de tensões em torno de qualquer fenda numa estrutura com comportamento no regime linear-elástico é semelhante, sendo completamente descrita pelo parâmetro  $K$ . Isto é, a diferença da magnitude de tensões atingida entre componentes com fenda depende apenas do factor de intensidade de tensões,  $K$ , que é governado pela configuração geométrica do componente com fenda e pelo nível e modo do carregamento imposto. Na Figura (2.3 b)) é possível visualizar o sistema de coordenadas associado a um ponto localizado na vizinhança da fenda e, relativamente ao qual se poderá determinar o seu estado triaxial de tensões recorrendo à equação (2.3), caso este se situe afastado das superfícies livres.

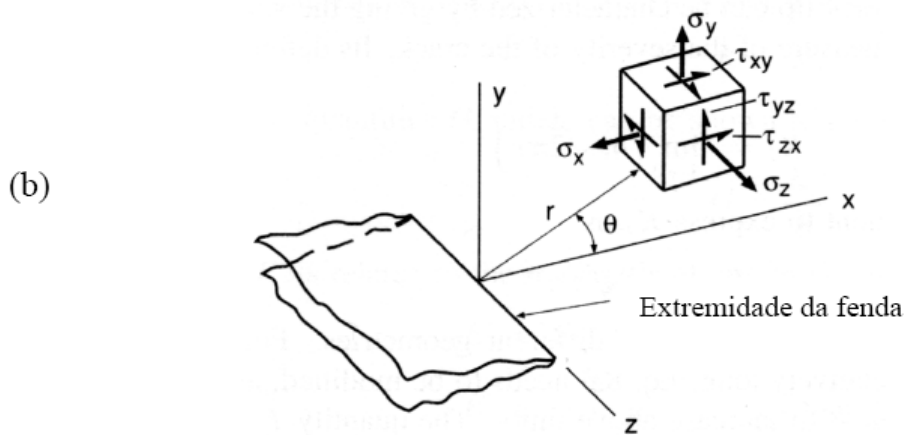


Figura 2.3 b) - Sistema de coordenadas tridimensional para o campo de tensões numa região em torno da fenda [14]

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left( 2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \\
\sigma_{yy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\
\sigma_{zz} &= 2\nu \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} - 2\nu \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \\
\tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \\
\tau_{yz} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \\
\tau_{zx} &= -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2}
\end{aligned} \tag{2.3}$$

$\sigma_z = 0$ , tensão plana

$\sigma_z = \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y)$ , deformação plana

$\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$

Nestas equações, os termos  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  representam os factores de intensidade de tensão, respectivamente, em modos I, II e III de carregamento. O conceito de factor de intensidade de tensão,  $K$ , foi também sugerido, pela primeira vez, por Irwin, numa tentativa de caracterização de tensões singulares presentes na extremidade da uma fenda em função, apenas, de um único parâmetro, o que viria a revelar-se indispensável na abordagem da maior parte dos problemas da Mecânica da Fractura. Em termos gerais, pode dizer-se que  $K$  caracteriza a intensidade (magnitude) das tensões na vizinhança de uma fenda aguçada (i.e., com raio nulo) presente num material linearmente elástico e isotrópico. Soluções de  $K$ , para um grande número de geometrias e modos de carregamento, são encontradas em manuais [11] e [12], mas Irwin, propôs inicialmente que  $K$  estivesse relacionado com a tensão remotamente aplicada,  $\sigma_{app}$  através da equação (2.4):

$$K_I = \sigma_{app}^{1/2} \tag{2.4}$$

Esta expressão foi ligeiramente alterada, evoluindo para a equação (2.5) [15], contabilizando assim os efeitos geométricos traduzidos pelo parâmetro adimensional  $Y$ , nomeadamente a geometria do provete, posição e forma da fenda e distribuição da carga:

$$K = Y\sigma\sqrt{\pi \cdot a} \tag{2.5}$$

O cálculo de  $K$  pode ser feito utilizando meios analíticos, numéricos ou experimentais. Os cálculos analíticos só são aplicáveis quando o campo de tensões na frente de fenda não é influenciado pelas superfícies livres do corpo e a geometria de fenda é simples. Os métodos numéricos (método dos elementos finitos, método dos elementos de fronteira, método das funções de peso, etc.) permitem resolver todos os problemas, porém, conduzindo apenas a soluções aproximadas. Os métodos experimentais (extensometria, sistemas de queda de potencial, fotoelasticidade, etc.) podem ser utilizados para verificar resultados numéricos e permitem ainda estudar problemas difíceis de tratar com uma técnica numérica [16].

Voltando à equação (2.1), facilmente se constata que se for considerado um caso limite de um ponto colocado junto da extremidade da fenda, o que equivale a dizer que  $r \rightarrow 0$ , as tensões localizadas tenderão para um valor infinito, tratando-se de uma singularidade matemática de ordem  $r^{-0.5}$ . Nenhum material real poderia suportar tais tensões, pois provocaria deformação plástica nessa área. As tensões fora da zona plástica são proporcionais ao parâmetro  $K_I$ , enquanto que os restantes factores determinam variações em função de  $r$  e  $\theta$ , não dependendo das dimensões da peça nem da magnitude da carga. Assim, o factor de intensidade de tensões,  $K_I$ , qualifica todo o campo de tensões na frente de fenda. Uma expressão geral de  $K_I$  é dado por:

$$K_I = \sigma_n \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot Y \quad (2.6)$$

Sendo  $Y$  um parâmetro adimensional que traduz as diferentes geometrias das peças e fendas.

Na definição de  $K_I$ , considerou-se o comportamento do material como sendo linear elástico, ajustando-se no contexto da Mecânica da Fractura Linear Elástica, MFLE.

Para carregamento em modos II e III existem equações semelhantes à equação de  $K_I$ , e os parâmetros  $K_{II}$  e  $K_{III}$  podem ser definidos de maneira análoga. No entanto, neste estudo só será analisado o modo I, por ser de longe o mais importante na prática e por ser representativo da propagação de fendas por fadiga no caso em estudo.

O  $K$  das equações de Irwin permite descrever também o campo de tensões em torno de entalhes profundos ( $\rho \ll a$ ), [17]. Neste caso a origem de coordenadas é deslocada de

uma magnitude  $\rho/2$  para dentro do entalhe, Figura (2.4), evitando o problema da singularidade  $r \rightarrow 0$ . A equação (2.7) mostra a solução obtida por estes autores.

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2}\theta \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2}\theta \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3}{2}\theta\end{aligned}\quad (2.7)$$

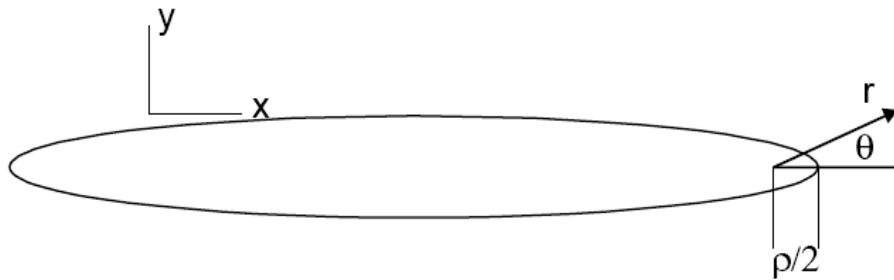


Figura 2.4 - Sistema de coordenadas para o campo de tensão não singulares proposto por Creager et al [17].

É interessante notar que a selecção da origem de coordenadas no ponto  $\rho/2$  a partir da ponta do entalhe permite obter um sistema de equações (2.7) que é diferente da solução elástica para fendas (equação (2.3)) apenas por mais um termo. Este segundo termo passa a ser menos significativo do que o primeiro para  $r > \rho/2$ . É possível considerar, portanto, que no caso do arredondamento da frente de fenda com um raio infinito de valor  $\rho$ , o campo de tensões descrito na solução de Irwin continua a dominar a região em torno do entalhe. Isto confirma a validade do conceito de  $K$  para representar os campos de tensões ainda que na presença de alguma plasticidade ou distúrbio da linearidade na frente da fenda, quando esta perturbação for pequena (comparada com as dimensões da peça e da fenda).

No início do processo de fractura, temos um valor de  $K$  diferente do valor que ocorre aquando a rotura final, sendo respectivamente  $K_{If}$  e  $K_c$ . Estes parâmetros são dependentes da espessura da peça, sendo que o seu valor decresce à medida que se aumenta a espessura. Se a quantidade de material elástico ao redor da zona plástica é suficiente para induzir um estado de deformação plana dominante na frente da fenda, o

crescimento estável é muito limitado, os valores de  $K_c$  e  $K_{If}$  são bem próximos e, neste caso, a tenacidade à fractura passa a não depender da espessura e ser função apenas do material ficando com a notação  $K_{IC}$  e  $K_{If}$  representa então a menor tenacidade à fractura que uma peça pode ter (sob carga estática numa dada temperatura).

Quando a zona plástica é suficientemente pequena (comparada com as dimensões da fenda e outras dimensões da peça), o campo de tensões elásticas descrito pela equação (2.3) ainda oferece uma boa aproximação das tensões numa região ao redor da fenda, Figura (2.5).

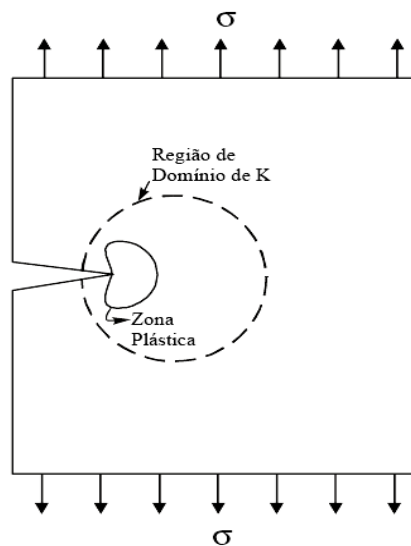


Figura 2.5 - Fenda com correspondente zona plástica, indicando a região de domínio de  $K$  que deve existir para poder aplicar a teoria da MFLE [18].

Esta situação é geralmente designada como escoamento em pequena escala [19]. A existência desta região sob domínio de  $K$  é necessária para a aplicação da teoria da MFLE. Sob condições de escoamento em pequena escala, o  $K$  permite uma medida única da intensidade do campo de tensões em torno da fenda.

Na prática, é necessário comparar o tamanho da zona plástica  $r_E$  com a distância da frente de fenda às diferentes superfícies limites da peça, como os valores de  $a$ ,  $(b - a)$ , e  $h$  para uma placa fissurada, como mostra a Figura (2.6). Geralmente considera-se suficiente um valor de  $\delta^*r_E$ , não sendo necessário que o escoamento atinja as superfícies livres da peça, como é mostrado nesta figura, bastando apenas que a zona

plástica seja suficientemente grande para que o campo de tensões elásticas deixe de ser governado por  $K$ . É importante, portanto, estimar o tamanho da zona plástica para determinar os limites de aplicabilidade da MFLE.

Antes de estimar as dimensões das zonas plásticas, é conveniente ter uma noção qualitativa do escoamento que acontece em torno da fenda para o caso de uma chapa grossa e fina, como se mostra na Figura (2.7). No caso da chapa grossa ( $B$  grande), é possível definir uma região interna com alto grau de restrição ( $\varepsilon_z = 0$ ), e uma região mais externa onde a condição de superfície livre ( $\sigma_z = 0$ ) favorece o livre escoamento do material. Com o incremento de  $B$ , é muito provável que a importância relativa da região externa, em relação à resistência à fractura, diminua. É razoável admitir que internamente a deformação plástica esteja associada ao deslocamento em superfícies curvas inclinadas um certo ângulo em relação ao plano da fenda, como é mostrado na Figura (2.7 b)).

Se  $B$  for muito pequeno, a condição de superfície livre ( $\sigma_z = 0$ ) cumpre-se em toda a espessura. Como  $\sigma_x \geq \sigma_y \geq 0$ , o escoamento deverá ocorrer (segundo o critério de Tresca), pelo deslizamento em planos inclinados a  $45^\circ$  em relação ao plano da fenda. O anterior limita a altura da zona plástica a uma ordem de grandeza similar à espessura da chapa.

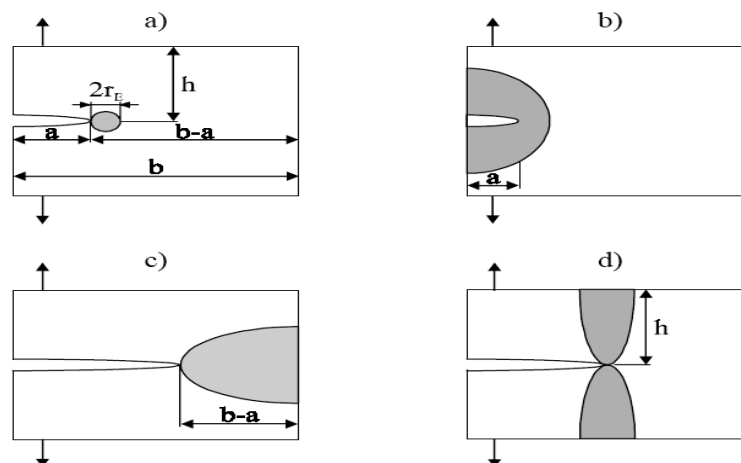


Figura 2.6 - Zona plástica pequena, comparada com as dimensões da peça (a), e situações onde não é possível aplicar a MFLE, visto que a zona plástica é muito grande quando comparada com: (b) o comprimento da fenda, (c) o ligamento residual e (d) a altura da peça [14].

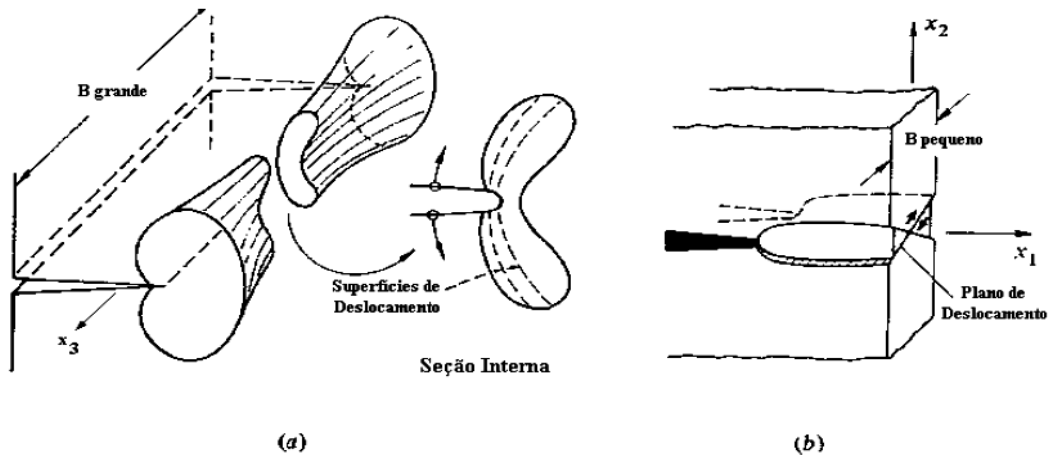


Figura 2.7 - Zonas e mecanismos de escoamento na frente de fenda numa chapa: a) grossa, b) fina [20].

A estimativa do tamanho da zona plástica pode ser obtida através das equações de Irwin, [21]. A Figura (2.8) representa, dimensões normalizadas das zonas plásticas em condições de tensão e deformação plana. As coordenadas da fronteira elasto – plástica correspondem ao valor da tensão equivalente de Von Mises, onde o limite de escoamento do material ( $\sigma_{ced}$ ) é atingido.

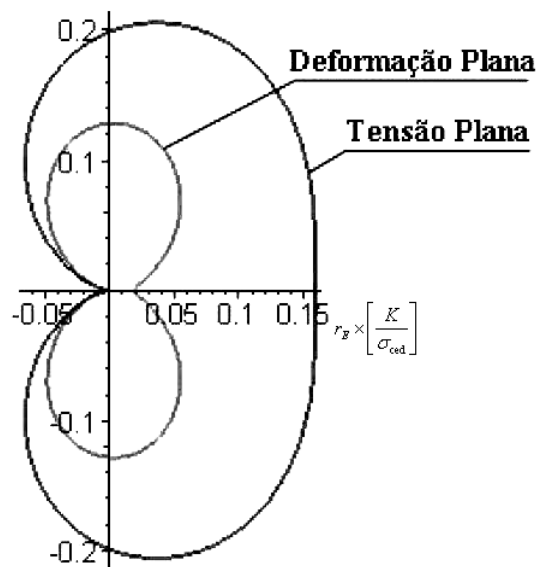


Figura 2.8 - Dimensões normalizadas das zonas plásticas em tensão plana e deformação plana [14].

A Figura (2.9) mostra o efeito da redistribuição das tensões que ocorre para satisfazer o equilíbrio na direcção  $Y$  e no plano da fenda ( $\theta = 0$ ). Sob estas condições a curva 1 pode ser aproximada pelo primeiro termo da solução elástica e as áreas  $A_1$  e  $A_2$  na Figura (2.9) deverão ser iguais.

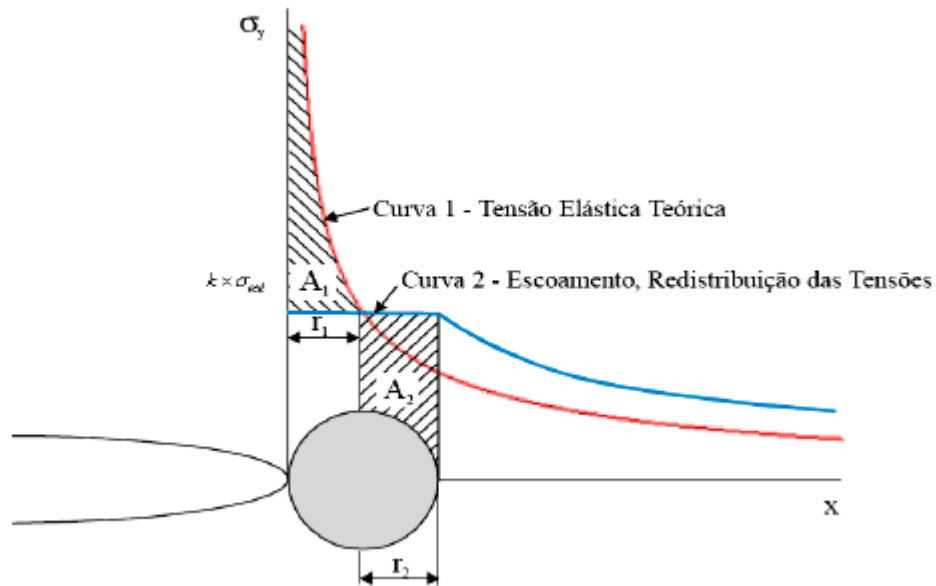


Figura 2.9 - Estimativa do tamanho da zona plástica para tensão plana em  $\theta = 0$ , mostrando o efeito aproximado da redistribuição das tensões [14].

Prova-se que em tensão plana, o tamanho da zona plástica considerando o efeito da redistribuição das tensões será [14]:

$$r_{E\sigma} = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{ced}} \right)^2 \quad (2.8)$$

Em deformação plana,  $\sigma_Z > 0$ , e para as condições deste exemplo ( $\theta = 0$ ),  $\sigma_Z$  é uma tensão principal. Para  $\sigma_X = \sigma_Y$ , vem:

$$\sigma_Z = \nu(\sigma_X + \sigma_Y) = 2\nu\sigma_Y \quad (2.9 \text{ a))}$$

$$\sigma_M = \sigma_T = (1 - 2\nu)\sigma_Y = \sigma_{ced} \quad (2.9 \text{ b))}$$

Ou seja, o estado triaxial de tensões provoca um aumento do valor do parâmetro  $K$  até 2,5, considerando o material com  $\nu=0,3$ . Este aspecto é facilmente visualizado na Figura (2.10), que representa o comportamento das tensões principais e das tensões equivalentes de Von Mises em tensão e deformação plana em função de  $\theta$ , para um material com  $\nu=0,3$ . Em  $\theta=0$ , a tensão de Von Mises para tensão plana ( $\sigma_{MTP}$ ) é 2,5 vezes maior do que em deformação plana ( $\sigma_{MDP}$ ). O facto da tensão equivalente de Von Mises ser menor no caso de estado de deformação plana poderia levar à falsa conclusão de que este estado não é tão relevante em relação à fractura do material. No entanto, isto na verdade significa que as tensões locais para a formação da zona plástica em deformação plana podem chegar a ser da ordem de  $2,5 \cdot \sigma_{ced}$  enquanto que para o estado

de tensão plana estas tensões estão limitadas a  $\sigma_{ced}$ , para o mesmo carregamento nominal.

Consequentemente, a fronteira elasto-plástica em deformação plana será menor, e, neste caso, o raio da zona plástica, já considerando o efeito da redistribuição de tensões, é:

$$r_{E\varepsilon} = \frac{1}{3\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{ced}} \right)^2 \quad (2.10)$$

Na posse das estimativas de  $r_E$  é possível definir os limites da aplicabilidade da MFLE. Para o valor de  $8.r_E$  já mencionado anteriormente, e visto que a zona plástica em tensão plana é maior do que em deformação plana, o limite geral pode ser expresso por:

$$a, (b-1), h \geq \frac{4}{\pi} \left( \frac{K}{\sigma_{ced}} \right)^2 \quad (2.11)$$

Caso não se cumpram os requisitos da equação 2.11, a zona plástica será grande demais, como mostrado na Figura (2.6 c)), o que invalida o uso da MFLE.

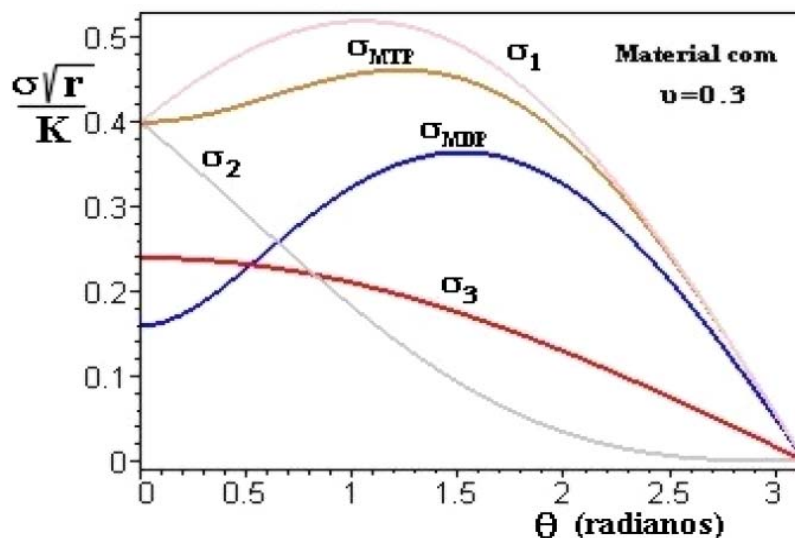


Figura 2.10 - Comportamento das tensões principais e de Von Mises (normalizadas) para tensão e deformação plana, de acordo com o ângulo  $\theta$  [14].

A validade do factor de intensidade de tensão ( $K$ ), como foi demonstrado, é dependente da deformação plástica existente na frente de fenda. Assumindo um comportamento linear elástico, verifica-se que as tensões são infinitas nos pontos da frente de fenda. No entanto os materiais têm uma tensão de cedência acima da qual ocorre deformação plástica. Assim, existe sempre uma região de deformação plástica na frente de fenda que

reduz as tensões aí existentes. É preciso ter em atenção, que para a utilização do valor de  $K$  seja viável, as normas internacionais ([22], [23]) recomendam que a dimensão da zona plástica tenha como limite superior o valor dado por:

$$r_E \leq \frac{a}{50} \quad (2.12)$$

O cumprimento desta condição garante a validade do parâmetro  $K$  em grande parte dos materiais com utilizações de engenharia. Assim, se por um lado os materiais frágeis (tais como aços de alta resistência, ligas de titânio, etc.) não apresentam indícios de plastificação em condições de fractura, também os materiais menos resistentes poderão beneficiar do uso do factor de intensidade de tensões uma vez que os efeitos de plastificação inerentes à propagação de uma fenda estão, normalmente, cingidos a uma pequeníssima região na sua extremidade.

#### 2.3.4 - Efeito da espessura de um componente

A tensão  $\sigma_z$  que actua na direcção da espessura de um corpo deve ser nula na superfície, por que não pode haver tensão normal a uma superfície livre, mas pode atingir um valor elevado no centro do corpo. No caso de uma chapa fina,  $\sigma_z$  não pode crescer apreciavelmente e uma condição de tensão plana irá vigorar, pelo que:

$$\begin{aligned} \sigma_x, \sigma_y &\neq 0 \\ \sigma_z &= 0, \text{ em tensão plana} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Quando a espessura é suficientemente grande,  $\sigma_z$  pode levar a um valor correspondente a uma situação de deformação plana ( $\epsilon_z=0$ ) que é a seguinte:

$$\sigma_z = \nu \times (\sigma_x + \sigma_y), \text{ em deformação plana} \quad (2.14)$$

Estas duas condições estão esquematizadas na Figura (2.11) que mostra uma placa com espessura moderada e com entalhe. Nela são posicionados dois cubos elementares: um no centro da placa, próximo da extremidade do entalhe, e outro próximo da superfície livre, também junto ao entalhe.

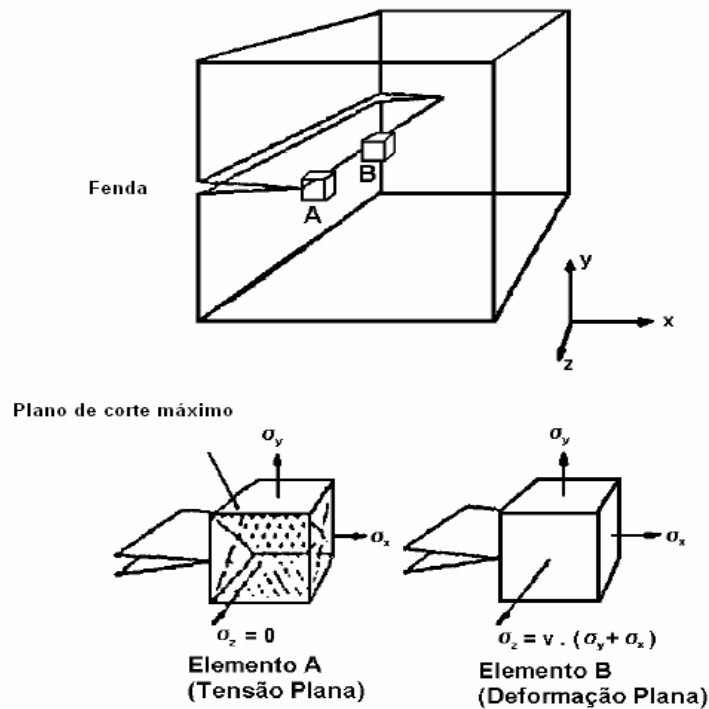


Figura 2.11 Estado de tensões com relação a posição dos elementos ao longo da espessura do material [10].

Uma consequência destas duas condições, e tal como já foi dito anteriormente, é a forma como o material se deforma, pois a direcção do plano de tensão de corte máxima varia. Assim, em estado plano de tensão os escorregamentos ocorrerão em planos orientados a  $45^\circ$  com o eixo de carregamento, ao plano que em estado plano de deformação os escorregamentos terão preferencialmente, uma direcção normal ao carregamento.

À medida que o carregamento aumenta sobre a placa, cada um dos elementos atingirá a condição de fractura sob um nível particular de sollicitação mecânica, podendo verificar-se dois mecanismos: por corte (deslizamento de um plano atómico sobre o outro), ou por clivagem (separação directa de planos atómicos).

Uma análise do critério de cedência indica que um estado de tensões hidrostático ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ ) não pode produzir uma fractura dúctil. Desta forma enquanto que o elemento do centro tende a apresentar uma fractura frágil a região lateral do corpo tenderá a fracturar por corte.

Devido à alteração do estado de tensões sobre o provete, uma grande variação na tenacidade é produzida à medida que varia a espessura do mesmo. Para entender a

forma da curva de tenacidade é conveniente examinar as três regiões destacadas na Figura (2.17).

**Região A:** Nesta região os provetes têm espessura pequena e tendem a mostrar um aumento da tenacidade com o aumento da espessura. A fractura é devida ao corte pois há um estado plano de tensões.

**Região B:** O comportamento à fractura é mais complexo. A espessura do provete não é tão pequena para dominar o mecanismo de deslizamento (da região A) nem suficientemente grande para dominar o estado triaxial de tensões que levaria a uma fractura predominantemente plana. Durante o carregamento do provete, quando se atinge a carga  $P_p$  (correspondente à tensão  $\sigma_p$  da Figura (2.12 b)) pode ocorrer uma fractura do tipo plana na região central do corpo. Num provete de grande espessura a fractura propagar-se-ia catastroficamente (região C) porque o processo ocuparia uma região significativa da secção do corpo. Porém com a espessura da zona B, grande parte da carga é suportada pelos ligamentos laterais da secção que não permitem a instabilidade da fractura. À medida que a carga aumenta, além de  $P_p$ , a fractura central plana afunila-se (fenómeno de túnel) para o centro do provete.

Os ligamentos laterais podem ser cortados quando for atingido um deslocamento suficientemente grande na ponta da fenda e esta, como um todo, avança de uma forma composta: fractura do tipo plana, no centro, afunilando-se e fractura tipo inclinada junto às bordas. Desta forma a espessura do provete, para determinado limite de resistência do material, influencia o modo de fractura. À medida que aumenta a espessura passa a predominar a fractura plana em detrimento do corte das laterais do provete.

O comportamento em fractura desta região é estudado pela MFEP. Por esta metodologia a escolha da espessura do provete deve ser baseada directamente na espessura de trabalho procurando reproduzir as condições de fractura que poderiam ocorrer na prática.

**Região C:** O comportamento à fractura de provetes de grande espessura é predominantemente plana uma vez que a fractura é dominada por um estado de deformação plana. Este estado triaxial de tensões implica um alto valor da tensão de

tracção máxima. Neste regime, o comportamento à fractura do material é descrito, de forma precisa, pela MFLE. Para a liga de Alumínio 7075 T6, da Figura (2.12), a partir da espessura de 15mm a abordagem da MFLE apresenta uma alta precisão na previsão do comportamento à fractura do material. No entanto, o cumprimento desta condição de fractura plana por exigir, para determinados tipos de materiais, provetes com elevadas espessuras e, por isso, acarretar algumas dificuldades de ensaio.

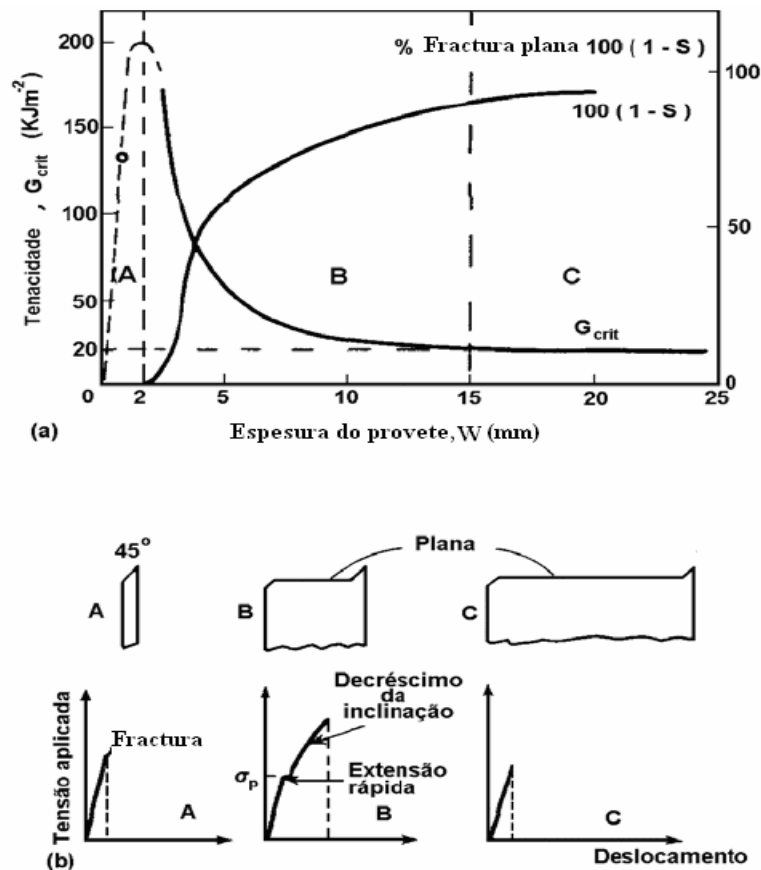


Figura 2.12 - Variação da tenacidade com a espessura de uma liga 7075 – T6 (Al, Zn, Mg) e perfis de fractura correspondentes [10].

## 2.4 - Cálculo de $K$ baseado no Integral – $J$

Um parâmetro para a utilização em condições de comportamento geral não linear elástico do material é o *integral J*, que permite calcular o factor de intensidade de tensões ( $K$ ). Este parâmetro (integral  $J$ ), foi introduzido por Rice [24], sendo caracterizado como um integral de contorno em torno da frente de fenda, invariante para qualquer trajecto utilizado desde que se inicie na face inferior e termine na face superior da fenda como mostra a Figura (2.13):

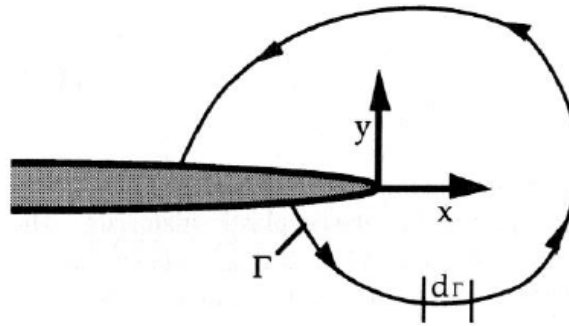


Figura 2.13 – Contorno arbitrário em torno de uma frente de fenda para a determinação do integral  $J$ .

Deduzido para um comportamento geral linear e não linear elástico do material, o integral  $J$  relaciona-se com a libertação de energia associada ao crescimento da fenda e é uma medida da intensidade de deformação na ponta da fenda. Tendo por base a Figura (2.14), o integral  $J$  é obtido ao longo do contorno que abrange a ponta da fenda, originando:

$$J = \int_{\Gamma} \left( w dy - T_i \frac{\partial u_i}{\partial x} \right) dS \quad (2.15)$$

com:

$$w = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}, \quad T_i = \sigma_{ij} n_j.$$

em que  $w$  é a densidade de energia de deformação em pontos do contorno com  $\sigma_{ij}$  e  $\varepsilon_{ij}$  como tensores da tensão e da extensão;  $T_i$  são as componentes do vector da tensão nos pontos do contorno;  $u_i$  é o deslocamento na direcção  $x$ ;  $dS$  é o incremento ao longo do contorno  $\Gamma$

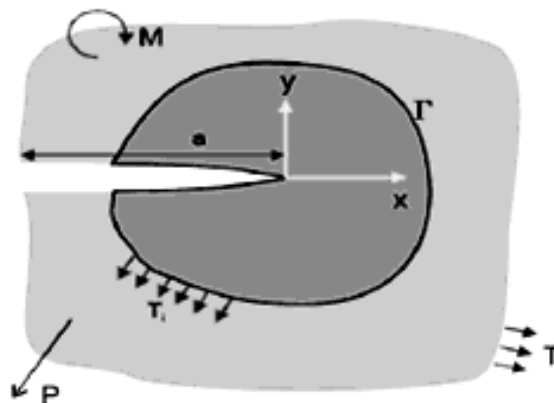


Figura 2.14 - Nomenclatura para determinar o integral  $J$  [7].

A equação (2.15) trata-se da formulação matemática, que porém, tem uma interpretação física um pouco mais simples, pois Rice [24] mostrou que, para um material com comportamento linear, o integral  $J$  reduz-se à taxa de libertação de energia, como mostra a seguinte equação:

$$J = G = -\frac{dU}{da} \quad (2.16)$$

onde  $G$  é a taxa de libertação de energia e  $U$  a energia elástica.

Para uma fenda bidimensional em condições de deformação plana, solicitada à tracção, avançando uniformemente ao longo da espessura e no seu plano,  $J_x$  e  $G$  são equivalentes. Logo  $K$  pode ser obtido através de  $J_x$  recorrendo-se à expressão:

$$\left. \begin{array}{l} K = \sqrt{\frac{EG}{1-(\alpha\nu)^2}} \\ G = J_x \end{array} \right\} K = \sqrt{\frac{E J_x}{1-(\alpha\nu)^2}} \quad (2.17)$$

$E$  – módulo de Young,

$\nu$  – coeficiente de Poisson,

$\alpha$  – 1 para estado plano de extensões e 0 para estado plano de tensões.

A relação apresentada pela equação (2.17) é válida para condição de deformação plana, enquanto para tensão plana segue a seguinte relação:

$$K = \sqrt{EG} \quad (2.18)$$

Na inexistência de forças de corpo, deformações térmicas, tracções na frente de fenda, e para condições quase estáticas, o integral  $J$  é independente do contorno definido para o seu cálculo, ou seja, o seu valor não depende de uma convergência do contorno para a extremidade da fenda. Neste caso,  $J$  é calculado a partir de elementos afastados da extremidade da fenda, onde a exactidão dos campos é maior.

Em corpos fissurados tridimensionais, os campos bidimensionais em condições de deformação plana só são assintoticamente obtidos na frente de fenda, pelo que a definição bidimensional de  $J$  só pode ser utilizada próxima da extremidade da fenda.

Para situações tridimensionais, o cálculo de valores pontuais de  $J$  na ausência de forças de corpo consiste na integração sobre uma superfície fechada, definida em redor de um ponto particular da frente de fenda. Esta superfície é difícil de definir e a integração nessa fase é difícil de realizar numa configuração tridimensional da fenda discretizada em elementos finitos. Podemos, assim, dizer que a forma tridimensional do integral  $J$  é mais apropriada para a determinação de uma taxa de libertação de energia global do que para obter valores pontuais ao longo da fenda.

Na avaliação de falhas em circunstâncias elasto-plásticas, o integral  $J$  é um parâmetro de uso recorrente. É simples de usar, adiciona pouco ao custo da análise numérica e, mesmo utilizando malhas pouco refinadas, fornece uma excelente exactidão. Liu et al. [25] derivaram uma expressão matemática que permite a previsão da propagação de fendas por fadiga a partir da análise do integral  $J$ . Os resultados obtidos pelos seus modelos analíticos, assentes na determinação de  $J$  com base na relação deste parâmetro com o processo de formação de uma zona plástica inerente ao crescimento da fenda, evidenciaram uma excelente correlação com os resultados experimentais associados a ensaios de fadiga abrangendo três tipos de ligas metálicas, o que demonstra bem a validade de utilização deste parâmetro na previsão da propagação de fendas por fadiga.

## 2.5 - Factor de Concentração de tensões $K_t$

Na abordagem de um projecto convencional, determina-se o factor de concentração de tensões ( $K_t$ ) associado a alguma descontinuidade presente no componente. Este valor multiplicando pela tensão nominal, indica o nível de tensões existente. Com estes resultados, o projectista já teria uma referência para planear o factor de segurança. Segundo esta abordagem uma tensão ( $\sigma_a$ ) aplicada a um provete contendo um orifício elíptico (Figura (2.15)), a tensão aumentará nas extremidades do eixo da elipse normal à aplicação da carga mediante uma relação dada pela equação (2.19).

$$\frac{\sigma_{m\acute{a}x}}{\sigma_a} = 1 + 2 \frac{a}{b} \quad (2.19)$$

Com:

- $\sigma_{max}$  – tensão máxima nas extremidades do defeito;
- $\sigma_a$  – tensão aplicada;
- $a$  – semi-eixo normal ao carregamento;

- $b$  – semi-eixo paralelo à direcção do carregamento.

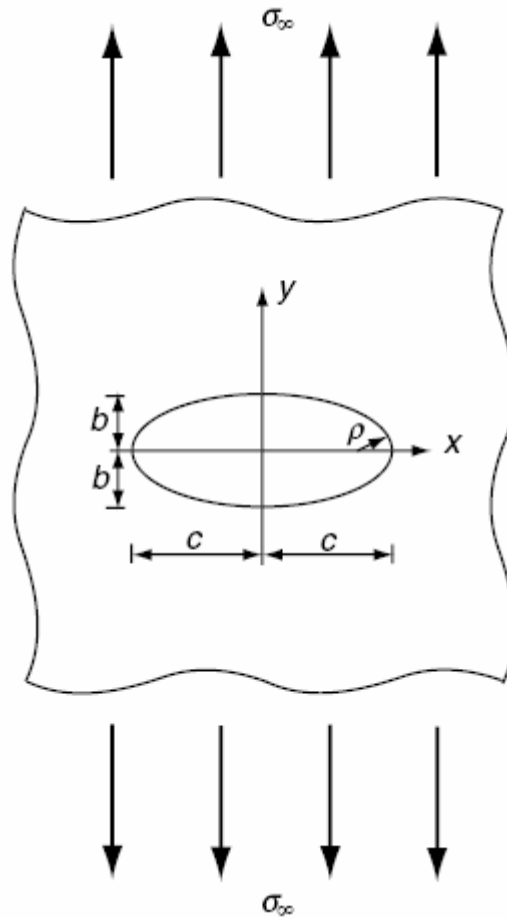


Figura 2.15 - Placa com orifício elíptico produzindo uma concentração de tensões sob tensão remota  $\sigma_{\infty}$  [10].

Se esta metodologia for seguida, pode-se estimar o efeito de concentração de tensões em componentes mecânicos devido a diferentes condições: rasgos de chaveta, reduções de secções, etc. É notório que, quanto maior o comprimento do defeito e menor o raio de curvatura na extremidade deste, maior será o valor multiplicativo das tensões. Na literatura encontram-se valores de  $K_t$  para muitas geometrias dependendo do tipo de carregamento [26], [27].

Para um defeito muito agudo, como uma fenda provocada por fadiga, logo o raio de curvatura,  $\rho$ , tenderá para zero, o que corresponde a um entalhe idealmente afiado. Neste caso,  $\sigma_{max}$  tende para infinito, bem como o valor de  $k_t$ . Mediante esta situação, entalhes afiados causam elevadas concentrações de tensões. Desta forma, esta abordagem só é aplicada quando os entalhes são geométricos, não contemplando outras

potenciais fontes de aumento localizado da tensão (como fendas oriundas de fabricação ou nucleadas em serviço).

## 2.6 - Conceito de propagação automática de fenda

As técnicas de propagação automática de fenda, desenvolvidas para estudar a evolução da forma da fenda e a vida de fadiga, podem dividir-se em dois grupos em função do tipo de incremento de fenda: com incremento global (que considera um crescimento uniforme de toda a frente de fenda) ou com incremento local (onde a frente de fenda cresce de modo diferenciado e não-uniforme).

Estas técnicas, apesar de algumas diferenças que serão retratadas posteriormente, apresentam uma base comum que está representada na Figura (2.16). Em qualquer dos casos (quer com incremento global, quer com incremento local) trata-se de um procedimento de análise sucessiva, onde os resultados da análise precedente são os dados da análise seguinte.

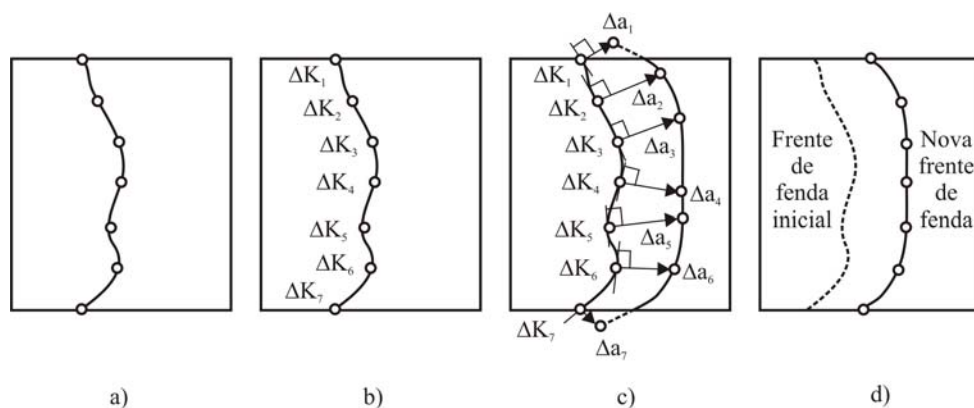


Figura 2.16 - Conceito de propagação automática de fenda: a) Definição da frente de fenda; b) cálculo dos valores de  $K$  e incrementos de fenda; c) definição da nova frente de fenda; d) reposicionamento dos nós e geração da nova malha [13]

A primeira etapa consiste na definição da forma inicial da fenda (Figura 2.18 a)). O número de graus de liberdade considerados bem como as condições consideradas na análise influencia a precisão dos resultados obtidos. Uma análise pelo método dos elementos finitos (ou outro método numérico) permite calcular a gama do factor de intensidade de tensão ( $\Delta K$ ) ao longo da frente de fenda (Figura 2.18 b)). A exactidão desta etapa é muito importante, pois reflete-se na etapa seguinte [28]. Em problemas de

propagação de fenda por fadiga são aceitáveis erros máximos no cálculo do factor de intensidade de tensão na ordem dos 1% a 2% [28].

A etapa seguinte consiste na definição da nova frente de fenda (Figura 2.16 c)). Com os valores do factor de intensidade de tensão, calculados previamente, são definidos os incrementos de fenda, dependendo da lei que rege a propagação. Neste exemplo, optou-se pela lei de Paris, equação (2.2), onde no procedimento automático com incremento global, a nova frente de fenda é reposicionada a partir de um único incremento de fenda, que é calculado a partir do valor médio de  $\Delta K$ ; ao invés, no procedimento automático com incrementos locais, a nova frente de fenda é reposicionada a partir dos vários valores de  $\Delta K$  obtidos na frente de fenda.

Finalmente, é obtida a nova frente de fenda (Figura 2.16 d)) e uma nova análise é iniciada. Esta nova análise é constituída por todas as etapas descritas, com a diferença de que os dados de entrada são os resultados de saída da análise anterior.

Este procedimento iterativo é interrompido quando o critério de fractura deixa de ser cumprido, isto é,  $K > K_{IC}$ . Na Figura (2.17), pode ver-se a representação em fluxograma deste processo. O início do procedimento coincide com a definição da forma da fenda inicial ( $a_0$ ), etapa sem a qual a análise não pode ter continuidade. É, posteriormente, calculada a gama do factor de intensidade de tensão na frente de fenda, aplicando as leis de propagação adequadas ao problema. Se o critério de fractura não for cumprido, dá-se início a uma nova análise: é definido um novo incremento de fenda ( $a + \Delta a$ ) e é calculada a nova vida de fadiga ( $N + \Delta N$ ).

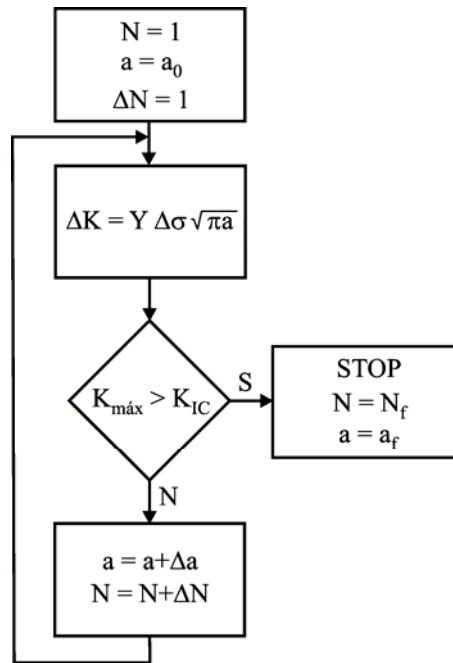


Figura 2.17 - Fluxograma do programa de procedimento automático de fenda [28].

O procedimento é repetido até que o critério de fractura seja satisfeito ( $K_{máx} > K_{IC}$ ). Nesse instante, a análise é interrompida e os valores finais da vida de fadiga ( $N_f$ ) e da dimensão da fenda ( $a_f$ ) são registados. Para cada incremento de fenda, são igualmente registados os números de ciclos ( $N$ ) e as dimensões de fenda ( $a$ ) que posteriormente poderão ser usados para estudar as evoluções da forma da fenda e a vida de fadiga.

## 2.7 - Métodos para a definição de dados na propagação automática de fendas

Determinar a direcção 3-D da propagação de fendas devido à fadiga, pode ser extremamente difícil para uma fenda de forma variável sobre a condição de carga generalizada. Isto é devido ao facto de a direcção de propagação ser governada pela combinação dos três modos de carregamentos (Figura 2.3 a)),  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$ , correspondendo aos factores de intensidade de tensão. Ainda não foi desenvolvido um método satisfatório para prever a propagação 3-D sem utilizar o factor de intensidade de tensões calculado através da taxa de libertação de energia associada à deformação.

A título de exemplo, e reportando-nos ao software Zencrack (que ire-mos ver em maior detalhe no capítulo seguinte), a direcção da propagação é determinada como sendo a direcção da taxa de libertação de energia máxima, Figura (2.18), descrevendo a

formação de novas superfícies de fenda sob qualquer estado de tensão ([29] – [33]). O método é baseado no método da extensão virtual da fenda proposto por Hellen [29] e Billardon [32], sendo descrito da seguinte forma:

– Para uma dada extensão virtual da fenda  $da$ , a variação da energia de deformação numa direcção particular  $dG$  pode ser calculada através da taxa de libertação de energia  $G$  determinada com recurso aos FE.

$$G = -\frac{dG}{da} \quad (2.20)$$

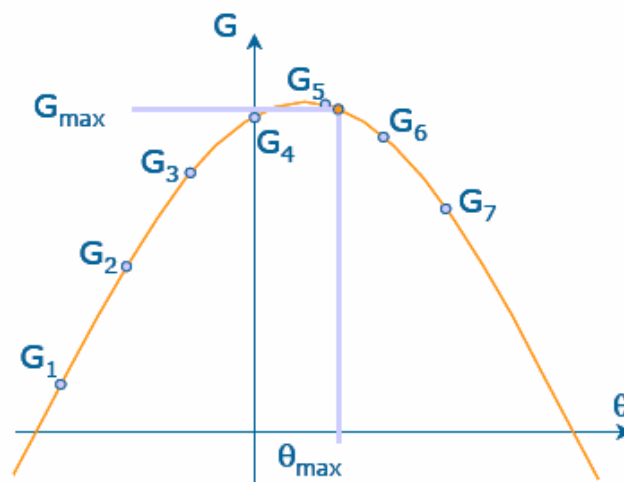
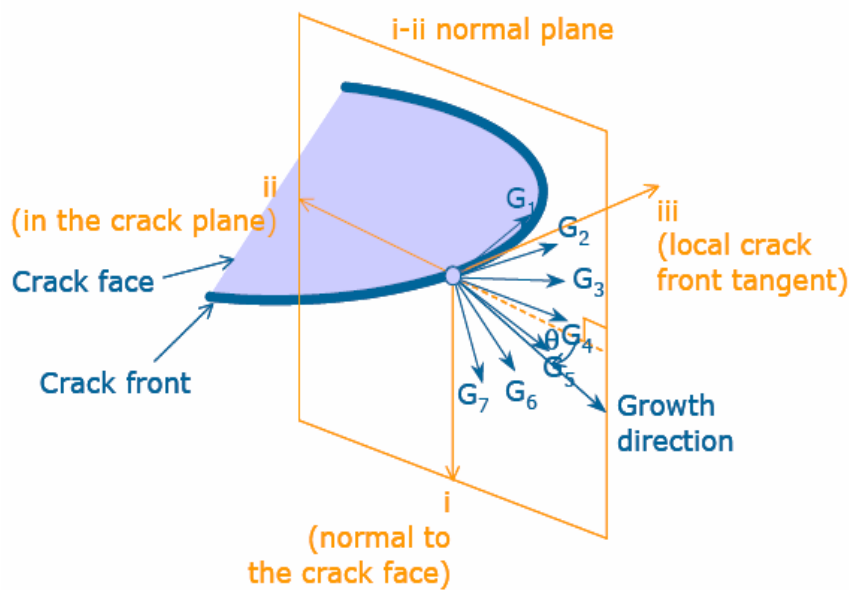


Figura 2.18 – Distribuição típica taxa de libertação de energia num ponto na frente de fenda [34].

A distribuição da taxa de libertação de energia associada à deformação num nó (num plano normal à frente de fenda) pode então ser calculada usando a equação (2.20) e a

direcção da taxa de libertação de energia máxima associada à deformação é identificada como a direcção da propagação da fenda. Assumindo o modo I como condição de carregamento, a lei de propagação pode ser expressa directamente através da taxa de libertação de energia devida à deformação na forma da equação de Paris:

$$\frac{da}{dN} = C' \left( G_{\max}^{1/2} - G_{\min}^{1/2} \right)^m \quad (2.21)$$

Onde,

$da/dN$  é a velocidade de propagação de fenda,

$C'$  é uma constante associada ao material,

$G_{\max}$  é a taxa de libertação de energia máxima associada à deformação durante um ciclo de carga,

$G_{\min}$  é a taxa de libertação de energia mínima associada à deformação durante um ciclo de carga,

$m$  é uma constante associada ao material.

Como mostra a equação (2.21), a taxa de propagação de fenda tem vindo a ser relacionada com a taxa de libertação de energia para ter em conta qualquer estado de tensão na análise de propagação de fenda sob condições generalizadas de carga. Consequentemente, os dados experimentais de propagação de fenda, isto é, o factor de intensidade de tensões vs taxa de propagação de fenda, têm de ser convertidos para a taxa de libertação de energia devida à deformação (equação (2.17)). No ZENCRACK<sup>®</sup>, a taxa de libertação de energia mínima  $G_{\min}$  e a taxa de libertação de energia máxima  $G_{\max}$  são assumidas como tendo a direcção de  $G_{\max}$  e isto pode afectar a exactidão da previsão do crescimento de fenda sob condições não proporcionais de carregamento.

O ZENCRACK<sup>®</sup> também permite utilização da equação de Walker para todos os valores de  $\Delta K$ , que é definida por:

$$\frac{da}{dN} = C_0 (\Delta K_0)^n, \quad \Delta K = \Delta K_0 (1 - R)^{(1-m)} \quad (2.22)$$

ou, alternativamente:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \left[ \Delta K (1 - R)^{(1-m)} \right]^n \quad (2.23)$$

$a$  é o tamanho da fenda,

$N$  é o número de ciclos,

$C, n, m$  são as constantes do material,

$\Delta K$  é o factor de intensidade de tensões,

$R$  é a razão de tensões,

O subscripto “0” refere-se à condição de  $R=0$ . Para razões de tensão negativas é utilizada uma forma modificada:

$$\frac{da}{dN} = C_0 \left[ K_{\max} (1-R)^{(1-m)} \right]^n \quad (2.24)$$

O processo inerente determinação do valor de  $K$  é igual ao apresentado anteriormente.

As potencialidades do ZENCRACK<sup>®</sup> não ficam por aqui. O software disponibiliza mais um método de previsão de dados de propagação de fendas, que pode ser introduzido como uma série de curvas  $da/dN$  vs  $\Delta K$ , como função da razão de tensões e temperatura. Permite ainda que o crescimento de fenda seja dependente do tempo, desde que os dados introduzidos sejam  $da/dt$  vs  $\Delta K$ , o que é particularmente útil em condições de alta temperatura. Este método pressupõe a elaboração de um ficheiro que contenha as variáveis do material para várias temperaturas de serviço, sendo necessário conhecer as várias características do material, como é explicado na bibliografia consultada [34].

## 2.8 – Parâmetros de Triaxialidade

### 2.8.1 - Critério da tensão equivalente de dano

A taxa de libertação de energia associada às extensões ( $Y$ ), por definição da junção de diversas variáveis de termodinâmica, é a principal variável que governa o fenómeno do dano. É interessante dar o mesmo significado (tensão equivalente) que se atribui à tensão equivalente de von Mises para o regime plástico.

Começando por:

$$Y = \frac{w_e}{1-D}. \quad (2.25)$$

$D$  – variável de dano,

$w_e$  – densidade de energia de deformação elástica.

Dividindo  $w_e$  em duas partes:

$$w_e = \int \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e = \int \sigma_{ij}^D d\varepsilon_{ij}^D + \delta_{ij} \delta_{ij} \int \sigma_H d\varepsilon_H^e. \quad (2.26)$$

onde:

$$\begin{aligned}\sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^D + \sigma_H \delta_{ij}, \\ \varepsilon_{ij}^e &= \varepsilon_{ij}^{eD} + \varepsilon_H^e \delta_{ij}.\end{aligned}\quad (2.27)$$

$\sigma_H = \frac{1}{3} \sigma_{kk}$ ; – tensão hidrostática

$\varepsilon_H^e = \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}^2$ ; – extensão hidrostática

Da definição da lei de elasticidade isotrópica linear acoplada com dano:

$$\varepsilon_{ij}^{eD} = \frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma_{ij}^D}{1-D}, \quad \varepsilon_H^e = \frac{1-2\nu}{E} \frac{\sigma_H}{1-D}.\quad (2.28)$$

considerando:

$$\begin{aligned}\delta_{ij} \delta_{ij} &= 3(!) \\ w_e &= \frac{1}{2} \left( \frac{1+\nu}{E} \frac{\sigma_{ij}^D \sigma_{ij}^D}{1-D} + 3 \frac{1-2\nu}{E} \frac{\sigma_H^2}{1-D} \right).\end{aligned}\quad (2.29)$$

É interessante introduzir a tensão equivalente de von Mises definida como:

$$\sigma_{eq} = \left( \frac{3}{2} \sigma_{ij}^D \sigma_{ij}^D \right)^{1/2},\quad (2.30)$$

O que nos leva a um  $Y$

$$Y = \frac{w_e}{1-D} = \frac{\sigma_{eq}^2}{2E(1-D)^2} \left[ \frac{2}{3}(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2 \right]\quad (2.31)$$

$\sigma_H/\sigma_{eq}$  é a razão de triaxialidade, o que desempenha um papel muito importante na rotura dos materiais. Lemaitre [35] tem uma frase muito característica relativa à triaxialidade: “*Lembrem-se o que é conhecido da prática: triaxialidade elevada, faz com que os materiais quebrem*”.

Assim, é possível introduzir outro parâmetro:

$$R_v = \frac{2}{3}(1-\nu) + 3(1-2\nu) \left( \frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}} \right)^2\quad (2.31)$$

como função da triaxialidade. Esta equação mostra a elevada influência da razão de triaxialidade. Podemos ainda reduzir a equação:

$$Y = \frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2}{2E} R_v\quad (2.32)$$

Após algumas simplificações, Lemaitre demonstrou que a tensão equivalente de dano é:

$$\sigma^* = \sigma_{eq} R_v^{1/2} \quad (2.33)$$

Como é possível verificar, apenas difere da tensão equivalente de von Mises pela função de triaxialidade.

Na prática, nos problemas de engenharia, a razão de triaxialidade varia desde 0 (no caso de esforços de corte puros) até 5 ou 6 em zonas de entalhes muito aguçados [29]

São muitos os autores que utilizam a triaxialidade como parâmetro de constrangimento ao dano [36]. A fractura dúctil dos metais pode ser devida à nucleação/propagação de fendas, e aos diferentes modos de propagação de fenda (coalescência de microvazios, deformação plástica cíclica, etc. Os parâmetros principais que influenciam a nucleação e a propagação de fendas, logo, a fractura dúctil, são o factor de triaxialidade e a tensão plástica [35] [37] [38]. Shen et al. [39], Mirone [40], Chandrakanth et al. [41], Henry et al. [42], todos eles utilizam o parâmetro de triaxialidade definido como a razão entre a tensão média hidrostática ( $\sigma_m$ ) e a tensão de von Mises ( $\sigma_v$ ), i.e.

$$\Theta = \frac{\sigma_m}{\sigma_v} = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})}{\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 \right]^{1/2}} \quad (2.34)$$

onde  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  e  $\sigma_{zz}$  são as tensões segundo as direcções  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente.

Com o factor de triaxialidade, é possível classificar o estado de tensão ou deformação de um provete sujeito a um determinado esforço com ou sem fenda. Recordando parte da equação (2.3), onde é feita referência ao estado triaxial de tensões, facilmente podemos “deduzir” uma outra expressão que nos permita obter um novo factor de triaxialidade  $h$ :

$$\begin{aligned} \sigma_z &= 0, \text{ tensão plana} \\ \sigma_z &= \nu \cdot (\sigma_x + \sigma_y), \text{ deformação plana} \\ &\Downarrow \\ h &= \frac{\sigma_{zz}}{\nu \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})} = \begin{cases} 1, \text{ deformação plana} \\ 0, \text{ tensão plana} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.35)$$

No que respeita à sua utilização em entalhes laterais (“*lateral notches*”), é uma mais valia pois permite determinar o estado de deformação ou tensão na frente de fenda.

## **Capítulo III**

### *Descrição do Modelo Numérico*

### **3.1 – Generalidades sobre o Métodos dos Elementos Finitos (MEF)**

O Método dos Elementos Finitos (MEF), cuja génese se verificou por volta de 1940, é uma ferramenta matemática versátil extensivamente utilizada em diversas aplicações de engenharia, tendo um carácter multidisciplinar. O recurso ao MEF permite, pois, a modelação de diverso tipo de fenómenos físicos de natureza estática ou dinâmica, permitindo abordagens a áreas tão diferentes quanto a Mecânica dos Sólidos, a Dinâmica de Fluidos ou a Termodinâmica [43].

#### **3.1.1 – Porquê utilizar o MEF?**

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tem, no âmbito das estruturas, um papel importante visto ser uma ferramenta muito versátil. Este método tem como objectivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um qualquer sólido com uma qualquer geometria e das mais diversas disposições das acções exteriores. Estas acções são todas as cargas a que a estrutura está sujeita.

O aparecimento do MEF veio simplificar a análise estrutural pois, antes do seu aparecimento, a análise era efectuada por resolução directa dos sistemas de equações de derivadas parciais que regem os fenómenos, adequadas às condições de fronteira do problema em questão [44]. A evolução das estruturas construídas pelo homem veio acompanhada de uma crescente complexidade na sua análise e projecto. Esta complexidade resultaria numa demora associada à resolução de grandes sistemas de equações [45]. Devido à lentidão resultante desta complexidade, tornava-se muito atractiva a substituição do problema real por um modelo em computador de modo a poder analisá-lo e recorrer aos resultados fornecidos sob a forma de tabelas ou gráficos.

Este método baseia-se numa subdivisão de sistemas físicos discretos ou contínuos. O domínio físico é dividido em subdomínios a que se dão o nome de elementos finitos. Cada elemento finito é definido por um número determinado de nós que dão forma ao elemento. Os vários nós que constituem o elemento são ligados entre si para que o elemento seja fechado, ou seja, que tenha uma fronteira [44].

Uma das principais aplicações do MEF no âmbito da Mecânica da Fractura diz respeito à previsão da vida à fadiga de componentes com geometrias complexas [46], uma vez

que, nestes casos, a via analítica torna-se impraticável devido à complexidade do campo de tensões relativo à frente de fenda. Por outro lado, é sabido que os ensaios de fadiga de carácter experimental, para além de demorados, acarretam custos elevados, pelo que o MEF constitui uma excelente alternativa para a obtenção dos principais parâmetros da Mecânica da Fractura. Encontram-se entre estes, o factor de intensidade de tensões,  $K$ , a taxa de libertação de energia de deformação,  $G$ , o integral  $J$ , os factores de concentração de tensões associados a diferentes tipos de entalhes,  $K_t$ , entre muitos outros possíveis.

### 3.1.2 – Criação de um modelo de elementos finitos

A cada elemento finito estudado isoladamente aplica-se a teoria clássica de cálculo, tendo mesmo uma forma previamente elegida (triângulos, rectângulos) e estabelecendo-se as condições de contorno e equilíbrio através dos nós. Esta discretização da estrutura permite a sua resolução produzindo um sistema de equações lineares que se aplicam facilmente a qualquer outra estrutura, por mais complicadas que sejam as suas características geométricas e condições de cargas. Para levar a cabo tal situação, necessita-se de um grande número de operações matemáticas que, devido à natureza repetitiva, se adaptam com total normalidade à programação numérica.

Em geral, dado que o método de cálculo com elementos finitos é um procedimento aproximado, a precisão obtida aumenta directamente com o número de elementos utilizados sendo óptima para um número infinito de nós [47]. Evidentemente, um maior número de elementos necessita de maior tempo de cálculo, o que muitas vezes se torna inoportável.

Por outro lado, em alguns casos é vantajoso utilizar um maior número de elementos de modo a conseguir um estudo mais detalhado nas zonas críticas do componente onde, por exemplo, se prevê que possa ocorrer concentração de tensões. Esta discretização resulta numa análise eficaz e diminui o tempo de cálculo sem perder precisão. Não é possível prever o número de elementos que se requer para obter em cada caso a solução mais satisfatória; isto vai depender da estrutura do objecto em estudo. A escolha da subdivisão mais conveniente realiza-se de acordo com a experiência, ou seja, com resultados obtidos através de ensaios.

As cargas externas aplicadas à estrutura substituem-se por sistemas de forças equivalentes concentradas nos nós. Se existirem cargas pontuais há que se distribuir a malha de maneira que os nós coincidam com os pontos de aplicação.

No que diz respeito ao tipo de elementos, existem vários que podem ser utilizados na construção de um modelo representativo de um qualquer sistema físico. No entanto, os elementos do tipo isoparamétricos são os mais utilizados na Mecânica da Fractura pois são os que apresentam melhor compromisso entre a precisão de resultados e o esforço computacional exigido ([46],[48]). Os elementos isoparamétricos permitem a elaboração de geometrias mais complexas, destacando-se as superfícies curvas, devido à sua capacidade para assumirem formas distorcidas graças à colocação de nós em pontos específicos das suas arestas [43]. Esta versatilidade traduz-se pela disponibilização deste tipo de elementos pela maioria dos códigos comerciais dedicados a análises pelo MEF. A Figura (3.1) mostra os elementos disponíveis pelo software comercial ABAQUS® e a Figura (3.2) ilustra três tipos de elementos isoparamétricos planos com diferentes posições de nós, os quais possibilitam, respectivamente, a representação de funções do tipo linear, quadrático ou cúbico.

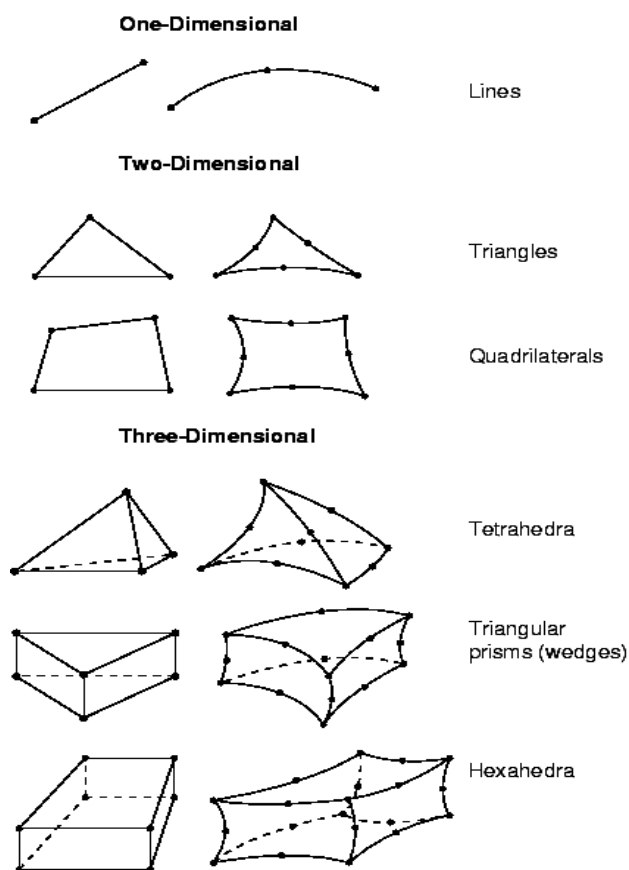
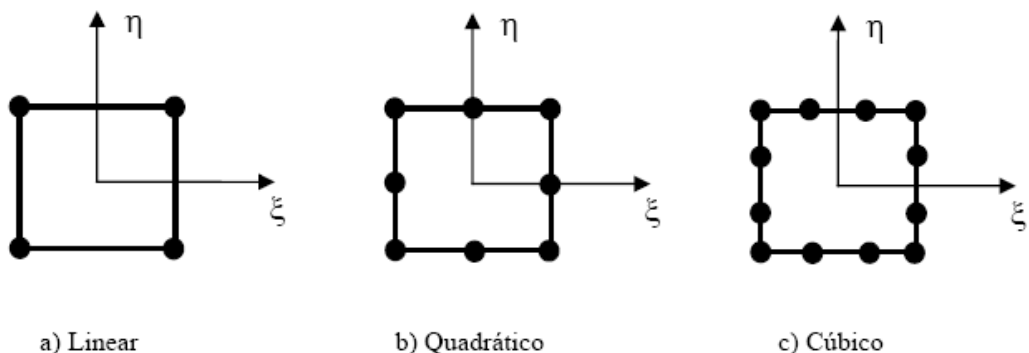


Figura 3.1 – Tipos de elementos finitos [49].



3.2 - Tipos de elementos isoparamétricos planos em função da posição dos nós [50].

Por vezes, torna-se vantajoso considerar apenas alguns pontos do elemento para efeitos de análise das equações de controlo, havendo lugar a uma integração reduzida. Isto permite reduzir significativamente os esforços de processamento sem prejuízo da precisão dos resultados. Aliás, Miranda [48] concluiu que a utilização de elementos com integração reduzida levou, inclusivamente e em algumas situações particulares, a melhores resultados do que os elementos convencionais, o que pode ser explicado por um efeito compensatório entre os erros associados a este tipo de integração e aqueles resultantes dos elevados níveis de distorção normalmente associados aos elementos isoparamétricos.

Um conceito importante a ter em conta na frente de fenda é o da previsão de singularidades matemáticas aí ocorrentes, tal como se constata pela equação (2.3). Numa fenda tem que se definir uma singularidade na linha que define a sua extremidade, pois aí as tensões tendem para infinito o que levaria os softwares dedicados a análises pelo MEF a apresentarem uma mensagem de erro, uma vez que não se torna possível definir um valor nesse ponto.

Na maioria dos casos, a singularidade na ponta de fenda deve ser considerada na análise de pequenas tensões. Ao incluirmos uma singularidade obtém-se uma maior exactidão no cálculo do integral  $J$  e dos factores de intensidade de tensão. Se  $r$  for a distância a partir da ponta de fenda, a tensão na singularidade é proporcional a  $1/\sqrt{r}$ , no caso de se estar a trabalhar em condições de elasticidade linear.

No caso bidimensional, a singularidade  $1/\sqrt{r}$  pode ser obtida numa malha de elementos finitos utilizando elementos padrão. A ponta de fenda é modelada com um anel de elementos isoparamétricos colapsados. No caso tri-dimensional, a frente de fenda é representada colapsando uma das faces dos elementos isoparamétricos de 20 nós reposicionando os nós adjacentes para  $1/4$  do comprimento da aresta, como visível na Figura (3.3).

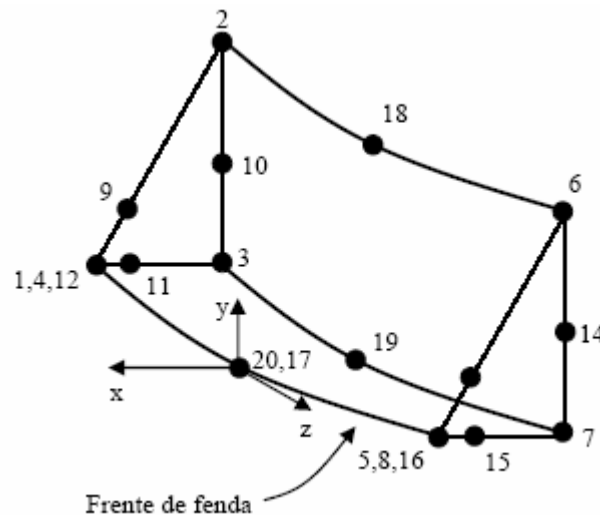


Figura 3.3 – Elemento isoparamétrico de 20 nós colapsado [50].

O problema da singularidade e outros problemas respeitantes à modelação de frentes de fenda que intersectem superfícies curvas, pode ser ultrapassado usando o software ZENCRACK<sup>®</sup>, o que torna este software numa ferramenta bastante útil e eficaz no contexto do presente trabalho (como veremos adiante).

### 3.1.3 - Tipos de análise

O modo como o MEF é formulado e aplicado, depende em parte das simplificações inerentes de cada tipo de problema. Perante a necessidade de analisar qualquer tipo de estrutura/componente, a primeira questão que se coloca tem a ver com a geometria e com o tipo de análise a efectuar. Estas simplificações poderão ser feitas, em certa medida, consoante o tipo de análise a efectuar. As análises podem ser dos seguintes tipos [47]:

- *Análise dinâmica/Análise estática;*
- *Análise linear/Análise não linear;*

A análise dinâmica está presente em diversos tipos de estruturas devido à presença das forças de inércia associadas às acelerações a que cada componente da estrutura está sujeito. Deste modo, seria de esperar que qualquer análise estrutural teria que ter em consideração os efeitos dinâmicos. Porém, em alguns casos, é possível considerar que estas acções são aplicadas de um modo suficientemente lento, ou seja, considerar uma análise estática, como é o caso deste trabalho.

Na análise de uma estrutura sólida, é habitual considerar que os deslocamentos provocados pelas acções exteriores são muito pequenos quando comparados com as dimensões dos componentes da estrutura. Nestas circunstâncias admite-se que não existe influência da modificação da geometria da estrutura na distribuição dos esforços e das tensões, i.e., todo o estudo é feito com base na geometria inicial não deformada. Se esta hipótese não for considerada, a análise é designada não linear geométrica. É também frequente considerar que, ao nível do material que constitui a estrutura, a relação entre tensões e deformações é linear, caso contrário ter-se-á que recorrer a algoritmos específicos de análise não linear.

Neste trabalho é abordado o caso da análise linear, quer geométrica, quer material.

### 3.1.4 – Determinação de $K$ pelo MEF

Um dos parâmetros mais solicitados no contexto do MEF é o factor de intensidade de tensões,  $K$ , relativo a pontos específicos da frente de fenda. Como se deduz da equação (2.3), as tensões elásticas num ponto adjacente à frente de fenda estão directamente relacionadas com o factor de intensidade de tensões local. De acordo com estas expressões, e assumindo um sistema de coordenadas polares com origem na frente de fenda, podemos traduzir o campo de tensões na vizinhança da frente de fenda através de uma expressão geral dada por:

$$\sigma_{ij} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad (3.1)$$

A utilização de  $K$  reside no facto de este ser um único parâmetro caracterizador do estado de tensões na frente de fenda independentemente da posição do ponto pretendido. Pressupõe-se, aqui, que o recurso a este parâmetro só se faz se forem cumpridas todas as premissas necessárias para a sua validade, concretamente, o raio da zona de plástica induzida pela fenda dever ser limitado a um valor  $r \leq a/50$ , o tamanho da fenda deve ser sempre superior à dimensão característica do grão do material e, por

fim, não deverão existir descontinuidades das propriedades do material através de qualquer ponto localizado na frente de fenda.

Tendo em conta esta última condição, desde logo pode-se verificar a limitação da equação (2.3) pois esta não prevê com rigor o valor da tensão junto das superfícies livres do material. Nestes locais, verifica-se uma alteração das condições do estado de tensão relativamente a um outro qualquer ponto situado no interior do material, passando, respectivamente, de estado plano de tensões para estado plano de extensões. Assim, verifica-se a perda de validade das equações anteriores numa camada limite superficial com reduzida dimensão, pelo que o valor de  $K$  nestes locais só poderá ser avaliado assintoticamente. Esta limitação do factor de intensidade de tensão em pontos da superfície da fenda situados na intersecção com uma superfície livre foi comprovada por diversos autores [16].

Para a obtenção de  $K$  pelo MEF, existem diferentes formas, embora possam ser divididas em duas metodologias principais: análise do estado de tensões/extensões/deslocamentos junto à extremidade da fenda e outras associadas à determinação da variação dos níveis de energia devido ao avanço da fenda. A primeira, baseada nas soluções junto à extremidade da fenda recorre a dois tipos de abordagens visando a determinação de  $K$ : extrapolação das tensões (ou deslocamentos) na vizinhança da fenda e determinação do integral  $J$  em torno de um contorno arbitrário definido em torno da mesma. Esta última técnica é geralmente utilizada devido à facilidade de relacionamento de  $J$  com  $G$  (e, consequentemente,  $K$ ) em condições de MFLE.

A segunda família de métodos utilizados para a determinação de  $K$ , baseados na variação da energia, apresenta algumas vantagens significativas, designadamente: maior precisão dos resultados, maior flexibilidade de recurso a malhas de elementos com níveis menores de refinamento e a possibilidade de representação de modelos não-lineares. Estes argumentos justificam a crescente utilização desta abordagem pela maioria dos códigos comerciais que disponibilizam módulos específicos dedicados à Mecânica da Fractura.

### 3.2 – Descrição dos softwares utilizados nas simulações computacionais

Antes de se iniciar a descrição do modelo físico, é oportuno fazer uma breve descrição genérica dos softwares de elementos finitos utilizados, concretamente, ABAQUS<sup>®</sup> v6.5-1 e ZENCRACK<sup>®</sup> v7.5a. Assim, far-se-á, seguidamente, uma abordagem superficial relativa a alguns tópicos constantes do manual destes softwares ([34], [49]) que tornam mais fácil a compreensão dos modelos implementados e referidos neste capítulo.

#### 3.2.1 - ABAQUS<sup>®</sup>

Uma análise completa feita em ABAQUS<sup>®</sup> está geralmente dividida em três estágios distintos: pré-processamento, simulação, e pós-processamento. Estes três estágios são ligados entre si por meio de ficheiros, específicos, seguindo-se habitualmente, a seguinte ordem de processamento:

- *Pré-processamento (ABAQUS/CAE)*: Neste estágio define-se o modelo do problema físico e cria-se um ficheiro de entrada. O modelo geralmente é criado graficamente usando o ABAQUS/CAE; porém, o ficheiro de entrada de ABAQUS<sup>®</sup>, para uma análise simples, também pode ser criado directamente usando um editor de texto.
- *Simulação (ABAQUS/Standard ou ABAQUS/Explicit)*: A simulação funciona normalmente como um processo de background, correspondendo ao estágio onde o ABAQUS/Standard ou ABAQUS/Explicit resolvem o problema numérico definido no modelo. Os ficheiros de saída de uma análise de tensão incluem, por exemplo, os deslocamentos e as tensões que são armazenados nos ficheiros binários prontos para o pós-processamento. Dependendo da complexidade do problema a analisar e da capacidade do computador que se está a utilizar, uma simulação pode durar segundos, minutos ou até mesmo dias até estar concluída.
- *Pós-processamento (ABAQUS/CAE)*: Depois da simulação ter terminado podemos avaliar os resultados dos deslocamentos, tensões, ou outras variáveis fundamentais que foram calculadas. A avaliação é geralmente feita interactivamente usando o módulo de visualização do ABAQUS/CAE. O

módulo de visualização, que lê o ficheiro binário da base de dados de saída, tem uma variedade de opções para representar os resultados, incluindo gráficos de contornos a cores, animações, gráficos da estrutura deformada, etc.

O ABAQUS® permite realizar diferentes tipos de simulações, o que permite abordagens a modelos lineares e não-lineares, e condições de análise estática ou dinâmica. Este software é composto por diversos componentes diferentes que descrevem em conjunto o problema físico a ser analisado e os resultados a ser obtidos. No mínimo, o modelo a analisar terá que possuir a seguinte informação: geometria, propriedades do elemento da secção, dados dos materiais, cargas e condições de fronteira, tipo de análise, e tipo de dados a serem requeridos como *output*. Estes componentes encontram-se descritos ao pormenor na literatura consultada ([49], [50], [51]).

ABAQUS/CAE é o ambiente completo do ABAQUS® que fornece uma relação simples e consistente na criação de modelos, submetendo e monitorizando interactivamente os trabalhos realizados, e os resultados da avaliação das simulações. Este ambiente está dividido em módulos, onde cada módulo define um aspecto lógico do processo de modelação como por exemplo, a definição da geometria, definição das propriedades dos materiais, e geração de malhas. À medida que se vai avançando de módulo para módulo, o modelo vai sendo criado. Quando o modelo está completo, o ABAQUS/CAE cria um ficheiro de entrada que será submetido a análise. Então, os módulos ABAQUS/Standard ou ABAQUS/Explicit lêem o ficheiro de entrada gerado pelo ABAQUS/CAE, executam a análise e devolvem a informação ao ABAQUS/CAE para permitir uma monitorização do progresso de trabalho, gerando assim um ficheiro com os dados de saída. Finalmente, usando o módulo de visualização podemos ler os ficheiros de saída e ver graficamente os resultados da análise.

### 3.2.2 - ZENCRACK®

#### Considerações gerais sobre o programa

Actualmente existe um número muito restrito de empresas que se dedicam à concepção de softwares de construção de malha em problemas complexos de Mecânica da Fractura. Uma dessas empresas é a Zentech, que desenvolveu o programa ZENCRACK® [48], o qual permite a construção de blocos de malhas de elementos finitos para posterior integração em modelos destinados a serem analisados pelos

códigos comerciais habituais, tais como, por exemplo, o ABAQUS<sup>®</sup>. O ZENCRACK<sup>®</sup> possibilita, inclusivamente, a simulação automática do avanço de fendas perante solicitações de fadiga, desde que se conheçam as leis de propagação para o material em análise (as quais poderão ser obtidas pela via experimental).

Pode considerar-se este software uma ferramenta avançada na simulação de situações complexas em ambiente 3D da Mecânica da Fractura. Este programa usa o MEF de modo a permitir o cálculo de diversos parâmetros da mecânica da fractura, tais como: a taxa de liberação da energia e  $K$ . A definição da malha em torno da geometria da fenda pretendida é feita a partir de “crack blocks” específicos existentes na base de dados do ZENCRACK<sup>®</sup>. Cada um destes “crack block” tem um número pré-definido de elementos que constituem a malha em torno de geometrias pré-estabelecidas, podendo traduzir diferentes situações: fendas de canto (elípticas ou de geometria aleatória definida pelo utilizador através da utilização de coordenadas de pontos ao longo da frente de fenda) ou fendas passantes (por exemplo, com geometria rectilínea ou transitória). É interessante notar que toda a extensão ocupada pela frente de fenda pode ser definida com recurso a apenas um “crack-block” ou, a uma série de ligações destes dependendo das exigências da modelação. Finalmente, cada bloco pode ser sub-dividido em famílias consoante o número e tipo de elementos que disponibiliza ao longo da frente de fenda e do número de contornos usados para a determinação dos parâmetros  $J$  e  $K$  associados ao avanço da mesma. Uma grande vantagem da utilização destes blocos para definição da malha em torno da fenda reside no facto destes permitirem um grau de refinamento suficientemente elevado para obtenção de resultados fiáveis a nível local, mesmo quando se consideram malhas envolventes pouco refinadas (o que facilita a rotina de inserção de um “crack-block” numa malha original sem fenda).

A simulação do crescimento da fenda é outra possibilidade deste software, fornecendo uma previsão sobre o crescimento da fenda devido a fadiga e condições de carga dependentes do tempo através de técnicas adaptáveis automatizadas. Estas potencialidades podem ser aplicadas a uma grande parte dos problemas relativos a diferentes sectores da engenharia.

O ZENCRACK<sup>®</sup> permite uma análise de fendas de superfície e de defeitos internos, sendo sempre possível modelar os defeitos existentes nos componentes de modo a

prever a sua vida à fadiga remanescente. A Figura (3.4) apresenta alguns exemplos de aplicações de malhas geradas pelo ZENCRACK<sup>®</sup> em torno de fendas.

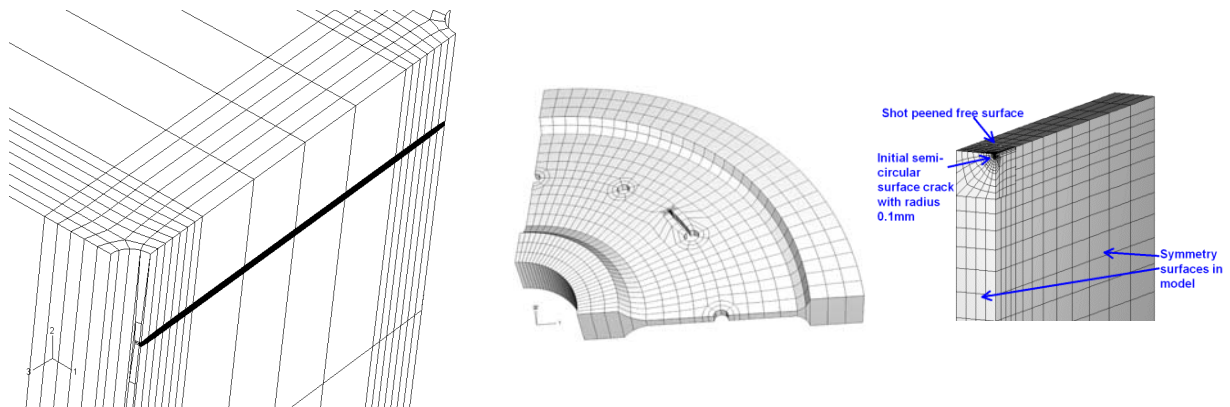


Figura 3.4 - Exemplos de fendas introduzidas com o ZENCRACK<sup>®</sup> [34].

O ZENCRACK<sup>®</sup> visa tratar de problemas “reais” da engenharia baseando-se no uso de modelos de elementos 3D. Uma simulação de fenda com este programa, requer primeiramente, o desenvolvimento de um modelo do provete, contemplando uma malha de elementos finitos sem fissura, o que poderá ser feito utilizando as ferramentas padrão de pré-processamento relativas ao software principal de análise pelo MEF usado neste trabalho (ABAQUS<sup>®</sup>). Usando comandos específicos do ZENCRACK<sup>®</sup>, introduz-se então uma ou mais fendas num local pretendido do modelo através de blocos específicos que são integrados na sua malha original, sendo posteriormente submetido ao código de elementos finitos para a análise de resultados. Estes resultados são, finalmente, manipulados no módulo de pós-processamento do software de elementos finitos de modo a atender às necessidades do utilizador (por exemplo, fornecendo distribuições da taxa de libertação de energia e  $K$  ao longo da frente de fenda). Um diagrama esquemático deste procedimento geral é apresentado na Figura (3.5).

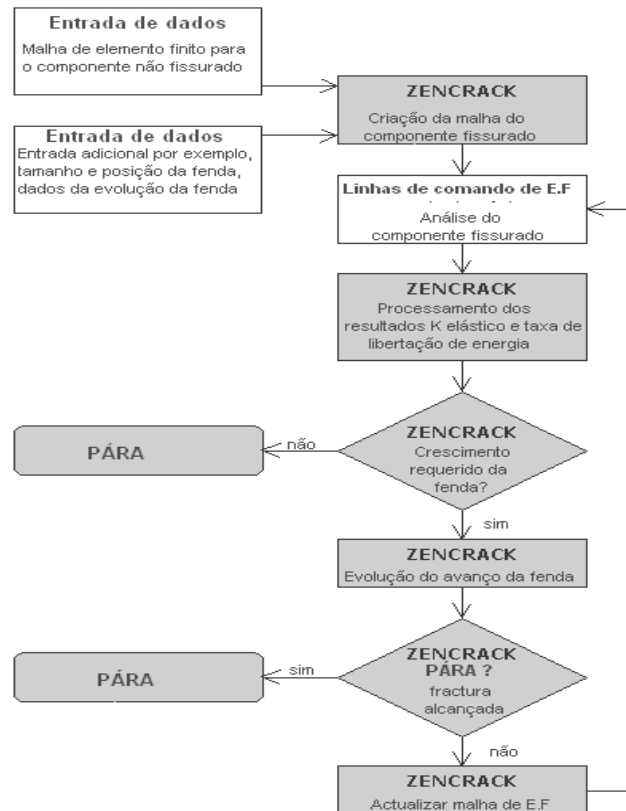


Figura 3.5 – Diagrama de Processamento [51].

Uma grande vantagem do ZENCRACK<sup>®</sup> é a sua ampla flexibilidade de interface com vários softwares de elementos finitos comerciais, tais como: ABAQUS/Standard, ANSYS/Classic, Finas, MSC.Marc. Dentro destes, o ABAQUS/Standard foi o utilizado neste trabalho, uma vez que é o software que aparentemente faz a melhor relação/interface com o ZENCRACK<sup>®</sup> e, assim, apresenta mais parâmetros de análise, conforme se deduz da Tabela (3.1):

Tabela 3.1 – Comparação de softwares de interface

	ABAQUS	ANSYS	Finas	MSC.Marc
Taxa de libertação de energia	Sim	Sim	Sim	Sim
“Large crack-blocks”	Sim	Sim	Não	Sim
Transição de elementos para “large crack-block”	Sim	Sim	Não	Não
Extracção da temperatura para análise de EF	Sim	Sim	Não	Não
Geração automática de contacto entre faces de “Crack blocks”	Sim	Não	Não	Não
Sobreposição de cargas	Sim	Sim	Sim	Não

### Interface com o ABAQUS®

A interface ZENCRACK/ABAQUS é feita através dos ficheiros de extensão “.inp” e “.dat” (ou “.fil”), considerando-se os seguintes aspectos:

- A malha do componente sem fenda deve ser fornecida como um ficheiro de saída do ABAQUS® (“fil.e.inp”) o qual pode ser gerado com o módulo de pré-processamento do ABAQUS®;
- O ZENCRACK® combina, então, a malha sem fenda com os dados relativos à mesma (geometria, extensão, posição, etc.) introduzidos pelo utilizador sob a forma de um ficheiro com extensão “fil.e.zcr”;
- O “fil.e.zcr” criado no passo anterior é submetido à análise pelo ZENCRACK® (através do seu interface com o ABAQUS®) o qual, posteriormente, irá dar origem a ficheiros de saída com extensão “fil.e.dat”, “fil.e.odb” e “fil.e.rep”. Estes são essenciais para registo dos parâmetros de saída, havendo, porém, mais ficheiros de saída, dependendo da análise efectuada;
- Caso o utilizador pretenda visualizar os parâmetros de saída, poderá abrir o modelo com a malha “fissurada” recorrendo ao módulo de pós-processamento do ABAQUS®, usando o ficheiro “fil.e.odb”. Se apenas se pretenderem os valores quantitativos de  $K$  e integral  $J$  resultantes da análise efectuada, então bastará recorrer-se ao ficheiro de saída “fil.e.rep” que poderá ser aberto através de um qualquer editor de texto, ou mesmo através da ferramenta de cálculo Excel;
- Em alguns casos pode haver uma precisão inadequada nos dados constantes nos ficheiros com extensão “fil.e.dat”, pelo que se poderá recorrer em opção aos ficheiros com extensão “fil.e.fil” através do uso de uma sub-rotina fornecida pelo usuário do ABAQUS® (“urdfil”);

Se o crescimento automático da fenda for solicitado, o ZENCRACK® realiza o avanço da fenda usando os resultados da análise do ABAQUS® e gera um ficheiro com uma nova extensão do tipo “fil.e.inp” para uma posição avançada da fenda. A nova malha com fenda introduzida é submetida, então, para análise. Este procedimento pode fornecer os seguintes parâmetros da Mecânica da Fractura:

- O valor e o sentido da taxa de libertação máxima da energia,  $G$ , em cada nó ao longo da frente de fenda (para a análise linear elástica este termo é  $J$ , embora seja processado da mesma maneira pelo ZENCRACK<sup>®</sup>);
- Os factores  $K_I$ ,  $K_{II}$  e  $K_{III}$  de intensidade de tensões em cada nó ao longo da frente de fenda calculados a partir dos deslocamentos nodais. O sentido do crescimento da fenda é calculado a partir de  $K$ , o qual é convertido também num termo de energia equivalente. As equações usadas são somente válidas para materiais isotrópicos, lineares e elásticos.

Os resultados da análise com recurso ao ZENCRACK<sup>®</sup> podem ser manipulados usando os tradicionais softwares existentes em ambiente WINDOWS, sendo comum a geração de ficheiros com extensão “file.csv” para o uso num software de folha de cálculo, o que permite a criação de representações do perfil da variação de  $K$  ao longo da frente de fenda.

### **Tipos de blocos para modelação de fenda**

Os blocos apresentados pela livraria do ZENCRACK<sup>®</sup> são denominados por “crack-blocks” constituindo num grupos de elementos organizados de tal maneira que representam uma secção da frente de fenda. Cada “crack-block” é substituído num determinado elemento da malha a fim de introduzir uma fenda na malha original do componente. Toda a extensão ocupada pela frente de fenda pode ser definida com recurso a apenas um “crack-block” ou, a uma série de ligações destes, dependendo das exigências da modelação.

Estão disponíveis na livraria do ZENCRACK<sup>®</sup> os seguintes tipos de “crack-block”:

- “*Standard Crack-Blocks*”
- “*Large Crack-Blocks*”

Os “Standard crack-blocks” traduzem um único elemento e a sua utilização reduz-se a substituir um dos elementos da malha inicial por um bloco com a fenda desejada. Estão disponíveis dois géneros deste tipo de blocos: os de fenda elíptica (“corner-crack”) e os de fenda passante (“through-crack”), conforme se pode visualizar na Figura (3.6). No entanto, existem diversas famílias destes blocos, contemplando diferentes geometrias,

refinamento de malhas e uma série de propriedades de maneira a aproximarem o caso em análise das condições reais do problema.

Os “Large crack-blocks” representam vários elementos da malha original ligados entre si, formando um super-elemento, que é substituído por um “large-block”. Para tal é necessário recorrer a um comando do software de elementos finitos de forma a obter o super-elemento (no caso do ABAQUS® trata-se do comando “\*TIE”), sendo este procedimento indicado para quando se pretende analisar fendas de grandes dimensões [48].

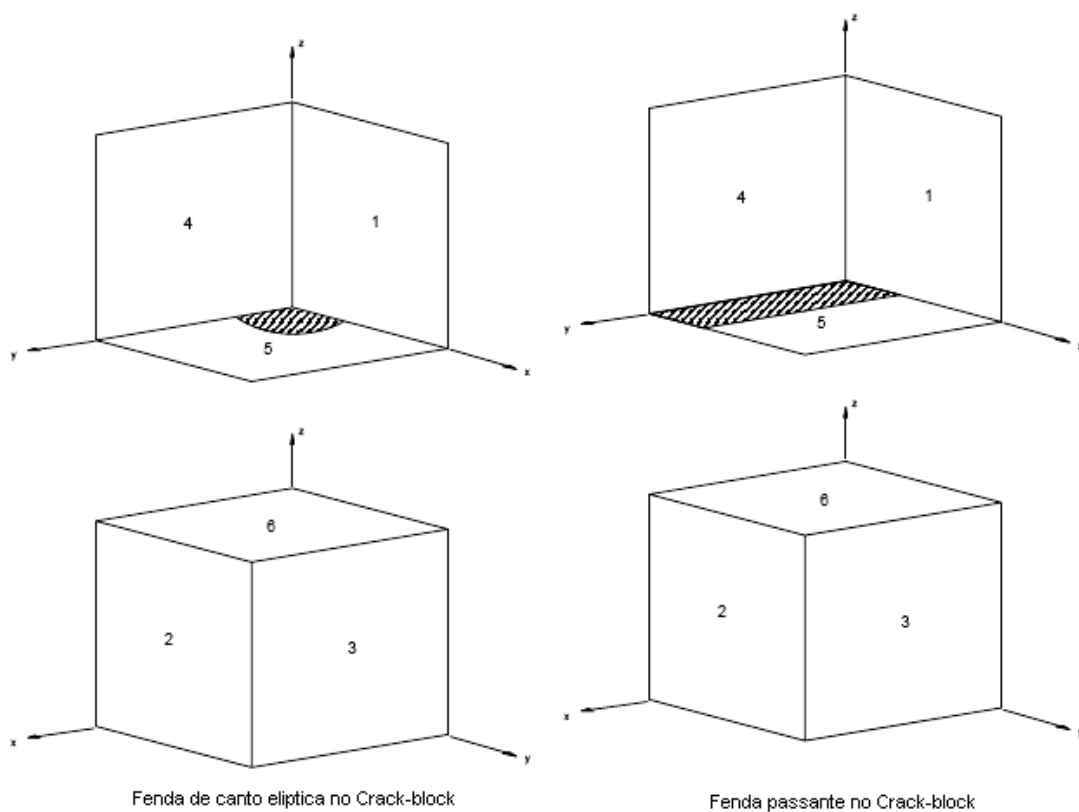


Figura 3.6 – Blocos com fendas de canto elípticas e passantes [51].

Note-se que os “crack-block” são agrupados em “famílias”. Qualquer “crack-block” dentro de cada família é compatível com todos os restantes membros dessa família para o efeito de combinações laterais. A convenção de nomenclatura do “crack-block” é baseada numa referência da família em questão, o tipo topológico, o número dos elementos existentes na malha desse “crack-block”, bem como o número dos elementos ao longo da frente de fenda. Apresentam-se, de seguida, dois exemplos de blocos visando a melhor compreensão da sua nomenclatura:

– I 03\_q112x4:

I 03 - Família 1 “Large crack-block”

q - Fenda de  $\frac{1}{4}$  de círculo ou elíptica

112x4 - Total de 112 elementos com 4 elementos ao longo da frente de fenda

– s02\_t19x1:

s02 – Família 2 “Standard crack-blocks”

t- Fenda passante

19x1 - Total de 19 elementos com 1 elementos ao longo da frente de fenda

No desenvolvimento deste trabalho utilizaram-se blocos do tipo “Standard crack-blocks”, por serem os mais apropriados para o caso em estudo e por serem mais práticos e de mais fácil utilização. Nas Tabelas (3.2), (3.3), (3.4) e Figuras (3.10), (3.11), (3.12), encontram-se algumas especificações relativas aos blocos que irão ser utilizados.

Tabela 3.2 – Parâmetros e características do Crack-Block s01\_t88x5

Tipo	Standard
Relação ideal entre arestas	0,33333
Número de anéis controlados	2
Número de contornos disponíveis	3
Relação por defeito para o efeito de controlo dos contornos	0,20742
Capacidade de tradução de fendas profundas	Não
Posições dos nós do elemento substituído que são eliminadas	9, 11, 12, 17, 20

Tabela 3.3 - Parâmetros e características do Crack-Block s03\_t23x1

Tipo	Standard
Relação ideal entre arestas	0,5
Número de anéis controlados	3
Número de contornos disponíveis	3
Relação por defeito para o efeito de controlo dos contornos	0,5
Capacidade de tradução de fendas profundas	Sim
Posições dos nós do elemento substituído que são eliminadas	9, 11

Tabela 3.4 - Parâmetros e características do Crack-Block s04\_t35x1

Tipo	Standard
Relação ideal entre arestas	0,5
Número de anéis controlados	6
Número de contornos disponíveis	6
Relação por defeito para o efeito de controlo dos contornos	0,5
Capacidade de tradução de fendas profundas	Sim
Posições dos nós do elemento substituído que são eliminadas	9, 11

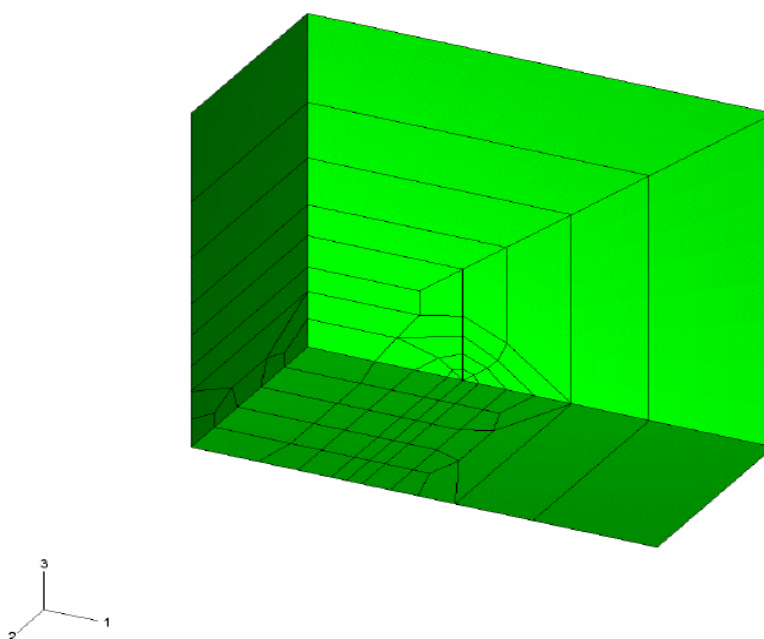


Figura 3.10 - Crack-Block do tipo s01\_t88x5 [34].

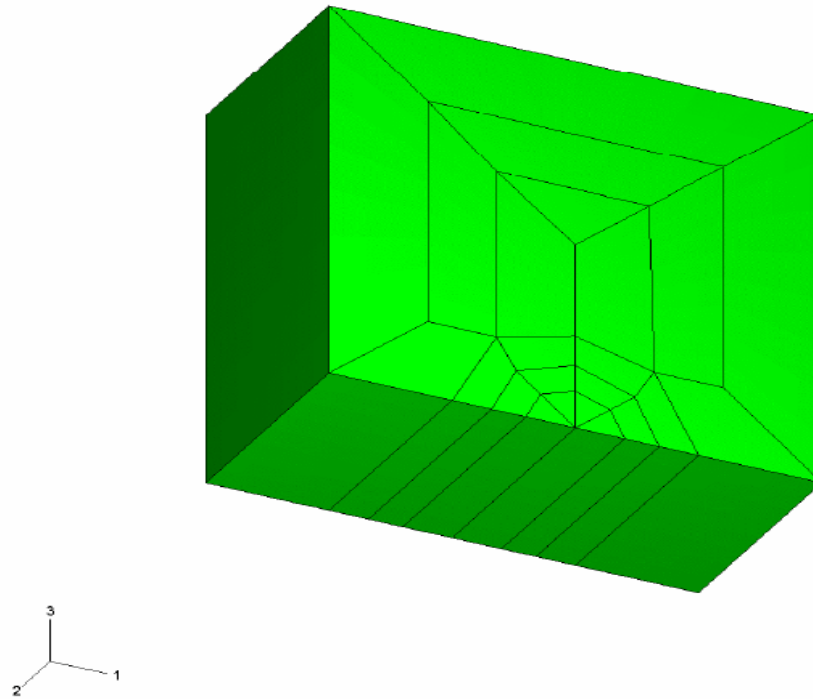


Figura 3.11 - Crack-Block do tipo s03\_t23x1 [34].

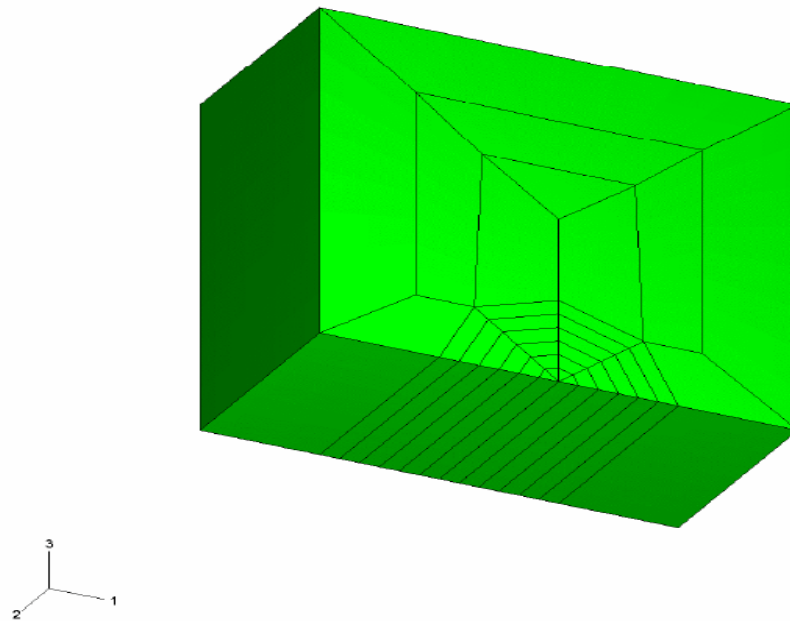


Figura 3.12 - Crack-Block do tipo s04\_t35x1 [34].

### Exemplo de aplicação

De modo a compreender melhor o procedimento de utilização do ZENCRACK<sup>®</sup>, realizar-se-á uma explicação detalhada de uma simulação particular com o objectivo de obter soluções numéricas de  $K$  para uma fenda passante num provete MT sem entalhes

laterais, a qual também permitirá fazer uma validação inicial do software através da comparação dos resultados com outro trabalho actualmente em curso na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (FCTUC).

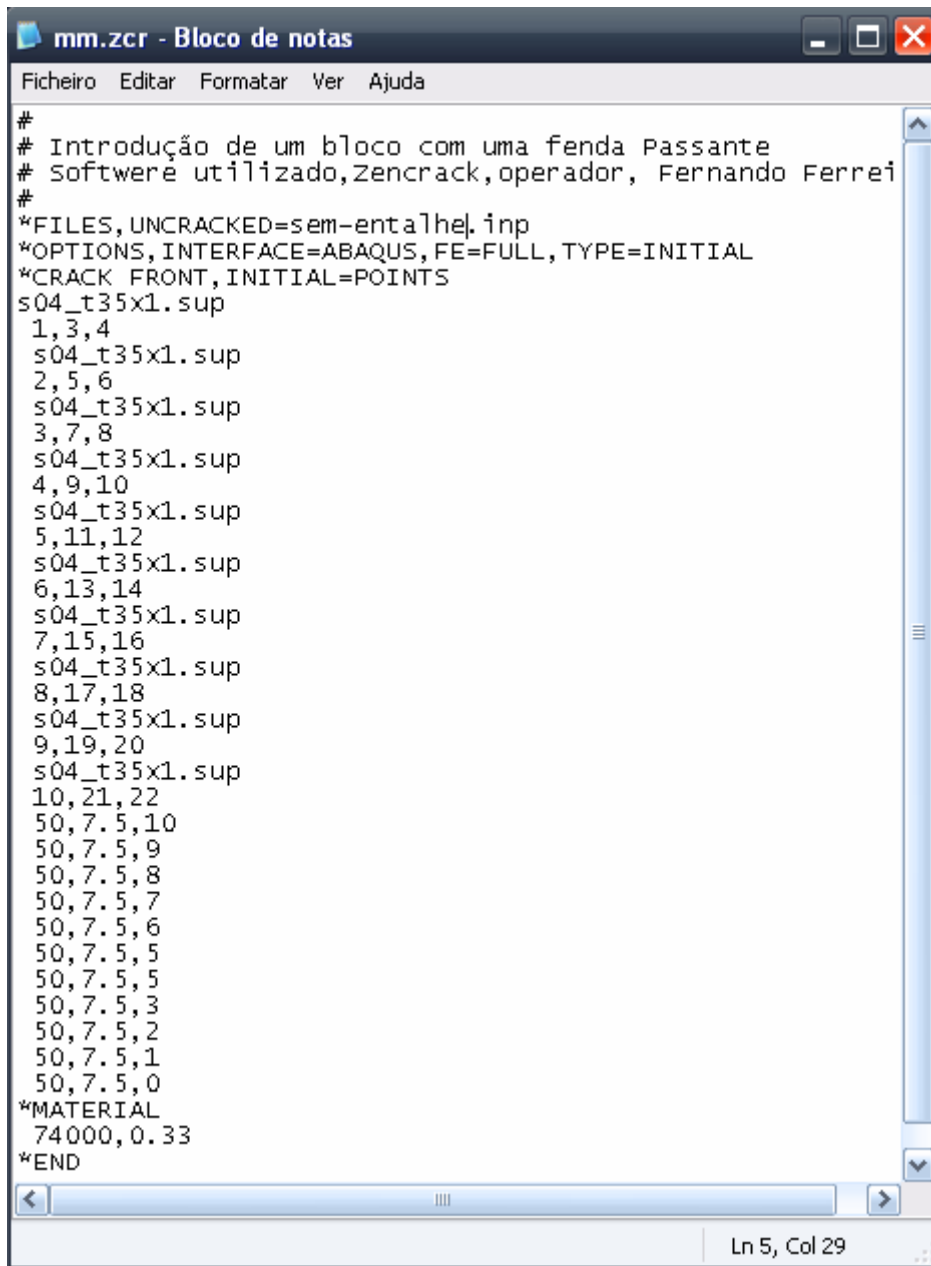
Os dados considerados para este exemplo são:

- Provette com geometria MT, com uma secção transversal rectangular de 50x10 [mm];
- Carga máxima aplicada de 5000 N, a que corresponde uma tensão máxima remotamente aplicada de 10 MPa;
- Material isotrópico, homogéneo e linear elástico com as seguintes propriedades:
  - Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ):  $\nu=0,33$
  - Modulo de Young ( $E$ ):  $E=74$  GPa
  - Comprimento: 100 mm

Em primeiro lugar, temos de criar o modelo no ABAQUS<sup>®</sup> com a malha original, ou seja, sem a fenda. Seguindo todos os passos já apresentados anteriormente respeitantes à modelação em ABAQUS<sup>®</sup>, executa-se o módulo “Job”, ainda no software de elementos finitos, de forma a obter o ficheiro com a extensão “fil.e.inp” (no caso em questão o ficheiro tem o nome de “sem-entalhe.inp”) que será utilizado posteriormente pelo ZENCRACK<sup>®</sup>.

O ficheiro resultante não pode ser processado directamente pelo ZENCRACK<sup>®</sup>, dado que este software trabalha com malhas sem partições, o que nem sempre acontece na construção da malha do modelo original sem fenda. Este problema é ultrapassado simplesmente alterando manualmente o ficheiro “sem-entalhe.inp”, apagando todas as referências a “PARTS”, “INSTANCES”, “ASSEMBLY” e “INTERNAL” que se encontram no ficheiro, salvando cuidadosamente todas as alterações efectuadas.

O segundo passo consiste na criação do ficheiro com extensão “fil.e.zcr” (para o caso em questão, “mm.zcr”). Este ficheiro é criado com linhas de comando escritas no “NotePad” e é-lhe atribuída a extensão pretendida, assumindo o aspecto da Figura (3.13):



```

#
# Introdução de um bloco com uma fenda Passante
# Software utilizado, ZenCrack, operador, Fernando Ferrei
#
*FILES, UNCRACKED=sem-entalhe.inp
*OPTIONS, INTERFACE=ABAQUS, FE=FULL, TYPE=INITIAL
*CRACK FRONT, INITIAL=POINTS
s04_t35x1.sup
1,3,4
s04_t35x1.sup
2,5,6
s04_t35x1.sup
3,7,8
s04_t35x1.sup
4,9,10
s04_t35x1.sup
5,11,12
s04_t35x1.sup
6,13,14
s04_t35x1.sup
7,15,16
s04_t35x1.sup
8,17,18
s04_t35x1.sup
9,19,20
s04_t35x1.sup
10,21,22
50,7.5,10
50,7.5,9
50,7.5,8
50,7.5,7
50,7.5,6
50,7.5,5
50,7.5,5
50,7.5,3
50,7.5,2
50,7.5,1
50,7.5,0
*MATERIAL
74000,0.33
*END

```

Figura 3.13 – Exemplo das instruções contidas num ficheiro de entrada do ZENCRACK®

De notar que, nesta fase, o ficheiro “sem-entalhe” já foi criado depois de correr a função “Job” e lhe ser retirado as referências “PARTS”, “INSTANCES”, “ASSEMBLY” e “INTERNAL”. Assim, passamos a explicar cada comando:

- \*FILES, UNCRACKED= sem-entalhe.inp – define-se qual o ficheiro correspondente à malha original, no qual se irá introduzir um “crack-block”;
- \*OPTIONS, INTERFACE=ABAQUS, FE=FULL, TYPE=INITIAL - é a indicação do tipo de software de interface e do tipo de análise;

- \*CRACK FRONT, INITIAL=POINTS - define a geometria da frente de fenda e como ela deve ser construída. A fenda pode ser construída por pontos ou por dimensão, que neste caso em particular, optou-se por construir uma fenda semelhante à que irá ser utilizada no decorrer do trabalho, ou seja, passante e definida por pontos;
- s04\_t35x1.sup - indica o tipo de elemento que o ZENCRACK<sup>®</sup> utilizará da sua livraria, adicionando-se a referência “.sup” para indicar que se trata de uma fenda superficial;
- 1, 3, 4 - o primeiro algarismo (1) indica o elemento a substituir, os restantes algarismos (3, 4) representam respectivamente, os nós de posição da fenda na condição inicial e final permitindo a definição do seu sentido de propagação;
- 50, 7.5, 10 - são as coordenadas que definem a frente de fenda. Neste caso em concreto, a coordenada yy (no sistema de coordenadas cartesianas x,y,z) será correspondente ao comprimento da fenda;
- \*MATERIAL (74000, 0.33) - define o módulo de Young e o coeficiente de Poisson do material;
- \*END - terminar a aplicação.

Depois destes ficheiros estarem criados, deve-se criar uma directoria no disco rígido do computador (para o caso foi a pasta “Fernando\_Fadiga”) e introduzir os dois ficheiros em causa (“sem-entalhe.inp” e “mm.zcr”) nesta mesma pasta. Desta forma, estar-se-á em condições de proceder à análise com o ZENCRACK<sup>®</sup> através do executável “Zencrack.exe”.

Nesta janela, em ambiente de linha de comandos, a simulação inicia-se do seguinte modo:

```
C:\>cd Fernando_Fadiga ↵
C:\>cd Fernando_Fadiga>runzcr75 -j mm.zcr ↵
```

Chama-se a atenção para o facto de ser necessário deixar um espaço antes e após a instrução “-j”.

Depois do software correr, poderemos visualizar os novos ficheiros de saída na mesma directoria considerada anteriormente, sendo os mais importantes: “mmr.rep”, “mmr-zcr.odt”. Através destes é possível fazer a leitura e estudar os resultados relativos aos parâmetros pretendidos, tais como o factor de intensidade de tensões,  $K$ , Integral  $J$ , etc.

O gráfico da Figura (3.14) representa a distribuição de  $K$  ao longo de várias posições da frente de fenda para 5 comprimentos de fenda diferentes (legendadas com ZC (ZENCRACK®)). Neste mesmo gráfico, são também apresentadas as soluções correspondentes a estes casos mas obtidas por Antunes et al. [52] (legendadas como MF (MODULEF® [53])).

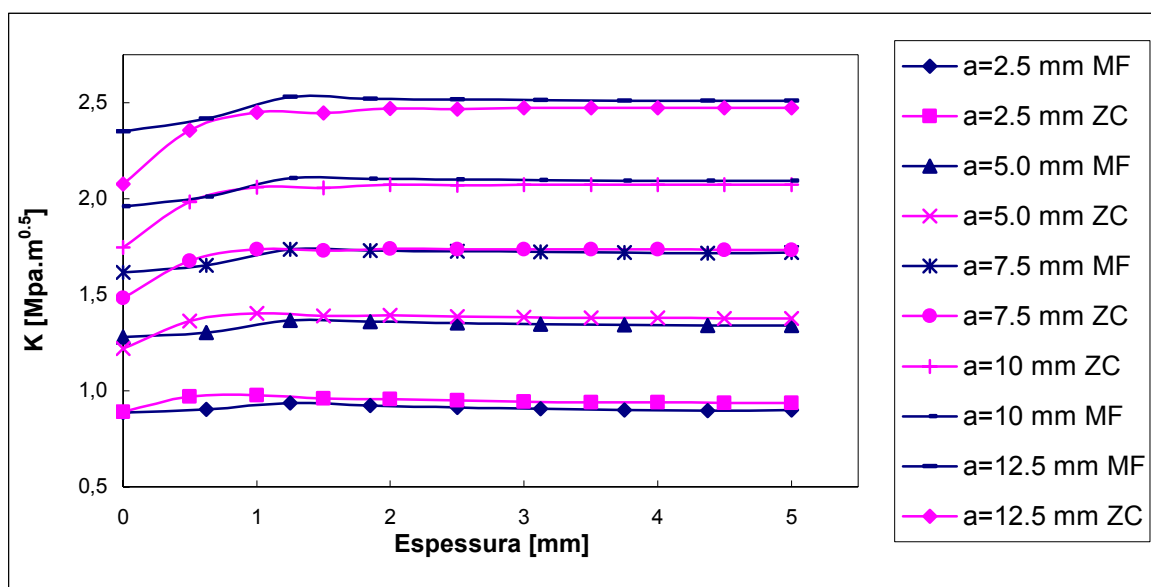


Figura 3.14 – Comparação da variação de  $K$  obtido pelos softwares Zencrack e Modulef ao longo de várias posições da frente de fenda para diferentes comprimentos de fenda ( $a=2,5\text{mm}$ ,  $a=5\text{mm}$ ,  $a=7,5\text{mm}$ ,  $a=10\text{mm}$ ,  $a=12,5\text{mm}$ )

Como se pode verificar da Figura (3.14), os resultados obtidos com recurso ao ZENCRACK® apresentam uma excelente concordância com as soluções determinadas por Antunes [52], tanto em termos quantitativos como qualitativos, tendo estes autores recorrido a um software de elementos finitos diferente [53]. De facto, em todos os casos analisados, pode observar-se a existência de uma concordância no interior do provete, tendo em conta que só está representada meia fenda (o provete tem 10 mm de espessura e só está representada meia espessura), em virtude de existirem condições de simetria.

Com estes resultados e com os resultados e comparações já obtidos por, Silva [50], Monteiro [51], Sabesan et al. [54] e Hou et al. [55], é possível ter uma elevada confiança nos resultados obtidos com recurso ao ZENCRACK<sup>®</sup>. Monteiro provou, através da comparação com as soluções publicadas dos autores Newman e Raju [56], Pickard [57] e Antunes [16], que o ZENCRACK<sup>®</sup> mostra ser um software que apresenta resultados de elevada exactidão, sendo fácil de utilizar e poupando tempo na construção de malhas complexas em torno de fendas. Estes aspectos permitem fazer análises computacionais em estruturas mais complexas com um elevado grau de confiança, evitando que tenham de ser feitos os tradicionais ensaios experimentais que, tradicionalmente, envolvem custos elevados e uma grande morosidade.

Sabesan et al. [54] utilizaram as diferentes potencialidades do ZENCRACK<sup>®</sup> no que respeita à previsão de vida à fadiga através da propagação automática (opção disponível no software), utilizando a lei de propagação de Paris e Walker, concluindo que segundo o Modo I de carregamento (Figura (2.1 a)), a previsão de propagação fenda demonstrou uma boa concordância com os resultados experimentais.

Hou et al. [55], orientaram uma “avaliação” sobre o desempenho do ZENCRACK<sup>®</sup>, explorando todas as capacidades do software disponíveis na data em questão, desde a modelação dos “crack-block” à previsão do factor de intensidades de tensões passando pela propagação automática de fendas, comparando os resultados com dados experimentais obtidos em laboratório e por outros softwares de propagação de fendas, como AFGROW, NASGRO, FASTRAN II. Estes autores também concluíram que este software leva a resultados credíveis em grande parte das situações.

### **3.3 – Descrição do modelo físico**

#### **3.3.1 – Geometria do provete**

A Figura (3.15) apresenta a geometria do provete MT considerado na presente investigação, a qual, como se vê, contempla a presença de dois entalhes semi-circulares.

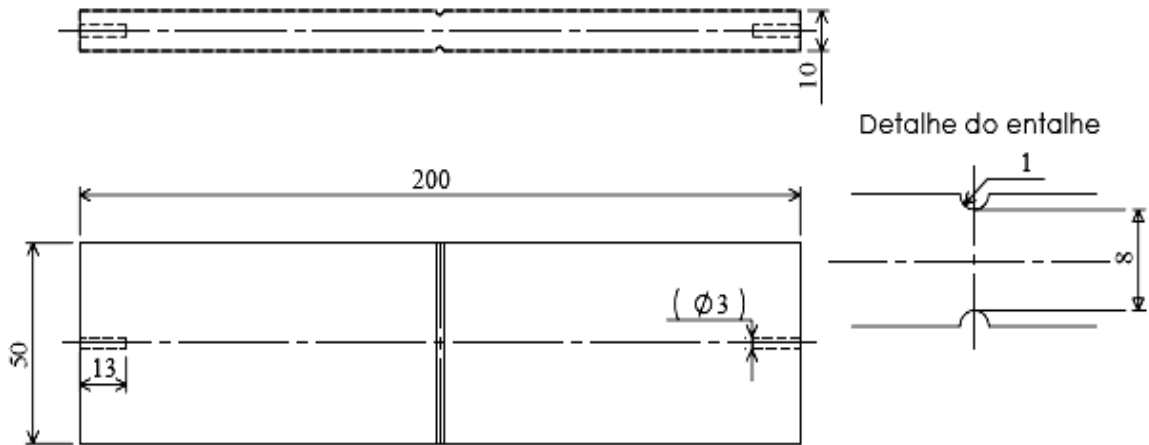


Figura 3.15 – Desenho do provete tipo MT com dois entalhes semicirculares.

As características geométricas deste provete, permitem estudar fenómenos de fractura e propagação de fendas por fadiga. Actualmente, existe um conjunto bastante significativo de geometrias de provetes que podem ser utilizadas para estudar este tipo de fenómeno. As geometrias normalizadas propostas pela *ASTM* e pela *British Standard* têm a vantagem de apresentar, juntamente com as dimensões admissíveis para o provete, um protocolo completo sobre o modo como devem decorrer todas as fases do ensaio. Descrevem, ainda, os métodos de aquisição de dados, a calibração dos aparelhos de medida, as soluções para o factor de intensidade de tensão, os intervalos de validade dessas soluções, as formas e as dimensões do entalhe, o processo de abertura de pré-fissuras, o valor das pré-cargas a aplicar, a forma como devem ser tratados os resultados, o procedimento para a validação dos mesmos, etc. No entanto, apresentam algumas limitações. Uma delas, por exemplo, prende-se com a possibilidade de garantir a mesma condição de estado de tensão em todas as posições ao longo da frente de fenda. Essas limitações favoreceram o aparecimento de geometrias não normalizadas com outras configurações de fenda.

Como já foi mencionado anteriormente, neste trabalho serão avaliados vários tipos de entalhes laterais, com geometria em cunha e/ou semi-circular, tal como se vê na Figura (3.16).

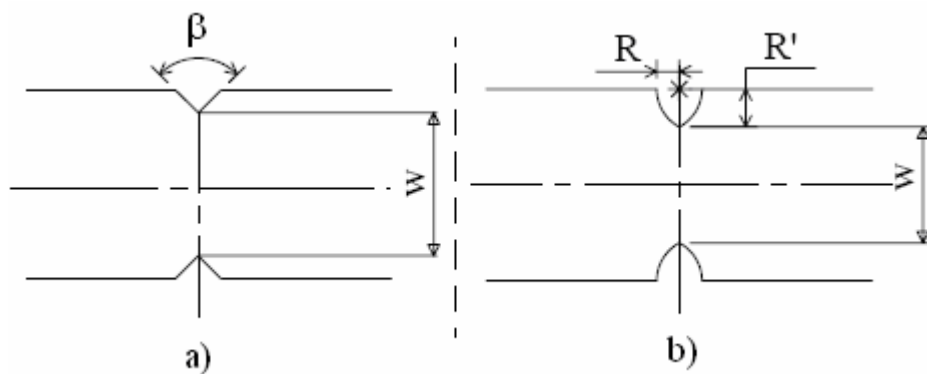


Figura 3.16 – Pormenor dos dois tipos de entalhes laterais no provete MT.

Nas extremidades dos provetes existem uns orifícios que são do tipo roscado, possuindo uma forma cilíndrica, o que permite a sua correcta fixação às hastes utilizadas na máquina de ensaios de fadiga. No entanto, as roscas estão suficientemente afastadas da região de propagação da fenda, não contribuindo para a alteração do campo de tensões aí verificado. Por isso, e de modo a simplificar a modelação computacional, apenas se considerou na presente análise a zona central do provete caracterizada por possuir uma secção transversal uniforme e com geometria rectangular.

### 3.3.2 – Caracterização do material

Este trabalho recorreu a alguma informação obtida por via experimental em provetes com geometria MT (“Middle-Tension”) fabricados na liga de alumínio 6082-T6 tendo uma elevada resistência específica que é muitas vezes utilizada para fins estruturais. A composição química está representada na tabela (3.4).

Tabela 3.4 - Composição química da liga 6082

Elementos químicos (% em peso)									
Al	Si	Mg	Mn	Fe	Cu	Cr	Zn	Ti	Outros
Restante	1.05	0.80	0.68	0.26	0.04	0.01	0.02	0.01	0.05

As principais propriedades mecânicas foram determinadas experimentalmente por Branco [13], através da elaboração de ensaios de tracção uniaxial à temperatura ambiente (20°C) segundo a norma ASTM E8 [58] e ensaios de microdureza Vickers segundo a norma ASTM E384 [59]. Na Tabela (3.5) estão indicadas as propriedades mecânicas obtidas.

Tabela 3.5 - Propriedades mecânicas da liga 6082-T6

Tensão de cedência	307±2.7 MPa
Tensão de rotura	330±2.5 MPa
Módulo de Young	74×10 <sup>3</sup> MPa
Coefficiente de Poisson	0.33
Dureza Vickers	100 kgf/mm <sup>2</sup>

### 3.3.3 – Carregamento e condições de fronteira

Como já foi mencionado, optou-se por fazer algumas simplificações no respeitante à geometria do modelo considerado para análise, sem nunca, no entanto, desprezar as condições reais impostas pelo sistema de ensaios mecânicos. Assim, todas as simulações basearam-se nos seguintes pressupostos:

- Devido às condições de simetria do provete em relação ao plano da fenda, apenas ¼ deste foi considerado para análise. Foram aplicadas condições de fronteira de simetria a todos os pontos pertencentes ao plano da fenda, exceptuando aqueles respeitantes à sua própria superfície (zona de propagação). O não constrangimento destes pontos permitiu a tradução da abertura do provete (avanço da fenda) quando solicitado mecanicamente.
- As cabeças roscadas do provete não foram modeladas. A sua modelação implicaria um esforço computacional desnecessário uma vez que o campo de tensões na região da fenda é pouco afectado pela presença das mesmas. Assim, a aplicação da carga foi efectuada de uma forma uniformemente distribuída na extremidade livre do provete.

A Figura (3.17) mostra as condições de carregamento e fronteira consideradas de acordo com as simplificações anteriormente impostas. Como se vê, o provete comporta-se como se estivesse rigidamente enroscado nas hastes do sistema de ensaios, actuando uma das amarras como um apoio simples e a outra como a extremidade livre onde se verificam os deslocamentos longitudinais do provete impostos pelo carregamento. Como foi considerado ¼ do provete, é necessário introduzir também condições de superfície, afim de representar a interacção da outra parte do provete. Assim é possível simular parte do provete uma vez que há simetria e numericamente é mais fácil e menos

exigente em termos de processamento. Deve salientar-se que, obviamente, se considera que as hastes têm uma rigidez suficientemente elevada de modo a prevenir quaisquer movimentos de rotação ou flexão do sistema físico.

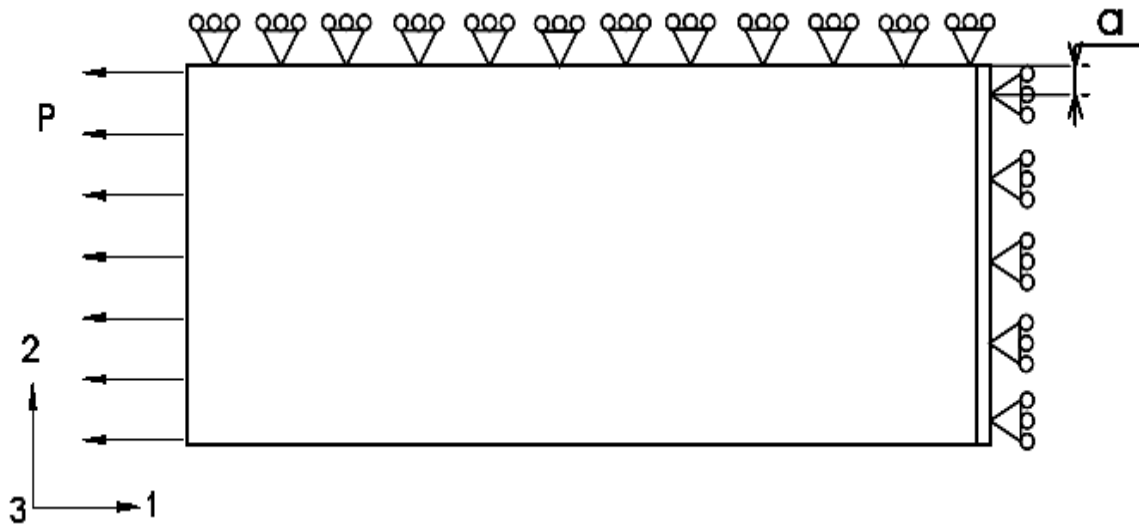


Figura 3.17 - Definição das condições de fronteira e carregamento para  $\frac{1}{4}$  do modelo a analisar.

Em suma, podemos dizer que as restrições ao movimento são feitas de acordo com as seguintes premissas:

- Restrição segundo a direcção 1: presente no plano de simetria vertical, sendo permitido o movimento de todos os pontos da fenda;
- Restrição segundo a direcção 2: presente no de simetria horizontal, sendo permitido o movimento de todos os pontos segundo a direcção 1;
- Restrição segundo a direcção 3: presente em todas as demais superfícies através da escolha de dois graus de liberdade (segundo a direcção 1 e 2), garantindo o movimento longitudinal dos pontos pertencentes a esses planos.

A Figura (3.18) apresenta o aspecto geral do modelo computacional desenvolvido para o provete MT, sendo visíveis os entalhes laterais e respectivas condições de fronteira.

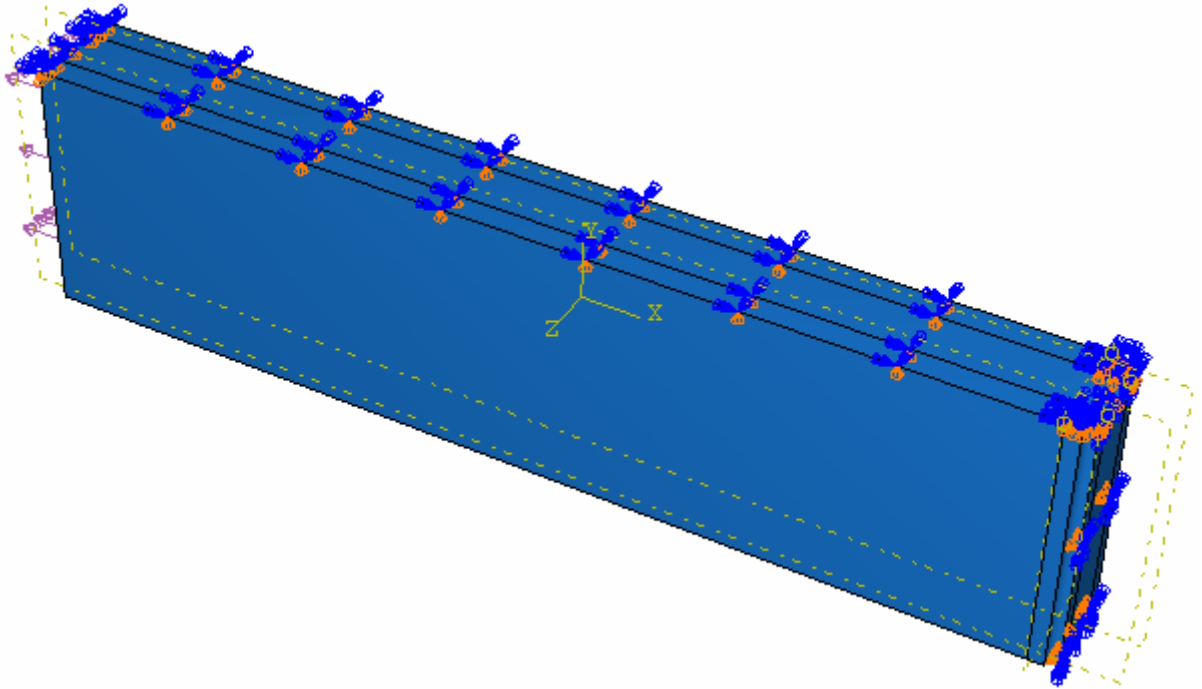


Figura 3.18 - Modelo físico do provete MT com entalhes laterais e com condições de fronteira.

### 3.3.4 – Malha de elementos finitos

A discretização do modelo físico do provete MT (Figura 3.18) numa malha de elementos finitos foi feita inicialmente recorrendo a elementos isoparamétricos hexaédricos de 20 nós do tipo “C3D20R” (conforme nomenclatura ABAQUS®). O “R” presente nesta designação significa que foi utilizada uma integração reduzida para efeitos de análise, isto é, apenas são considerados 8 pontos de integração no caso do elemento hexaédrico. Apesar do manual do software referir que a utilização de elementos com integração reduzida poder acarretar um maior esforço de computação (cerca de 3.5 vezes superior aos elementos convencionais), optou-se, inicialmente por esta hipótese, pois este tipo de abordagem, segundo Miranda [48], permite, normalmente, obter resultados mais precisos. No entanto, e como veremos mais adiante, algumas simulações prévias demonstram que os modelos com elementos sem integração reduzida apresentaram, no caso do presente estudo, resultados mais rigorosos, optando-se, portanto, por este tipo de elementos no desenvolvimento de todas as simuações efectuadas.

Independentemente do tipo de simulação efectuada, todos os elementos considerados para representação da frente de fenda (e, portanto, necessários para a correcta tradução

da singularidade aí existente) foram colapsados e os nós das arestas adjacentes foram movidos para a posição a  $\frac{1}{4}$  do seu comprimento.

No que diz respeito à morfologia da malha na frente de fenda, esta depende da morfologia imposta pela malha dos “crack-block”, que se resume à malha de geometria em teia de aranha. Esta geometria promove uma transição suave entre a frente de fenda, onde a densidade de elementos deverá ser maior, para uma malha menos refinada associada às zonas remotas, isto é, fora da zona de influência da fenda. Os parâmetros que caracterizam a malha, tais como número e dimensão de elementos colapsados ou número de anéis, influenciam decisivamente os resultados obtidos. Nas análises desenvolvidas a “teia” implementada foi de acordo com o que apresentam os “crack-block” (Figuras (3.10), (3.11) e (3.12)). A escolha do “crack-block” envolveu vários critérios, sobressaindo a precisão obtida com cada “crack-block”, o tempo de computação e o número de anéis ou contornos utilizados na teia. Com base neste último critério (número de anéis ou contornos), este deve ser escolhido tendo em conta que os valores de  $K$  calculados com base nos dois primeiros contornos apresentam, normalmente, um erro muito elevado, tal como constatado por Cláudio [7]. Este autor averiguou, também, que os valores dos restantes contornos (num total de 9) apresentavam uma diferença máxima sempre inferior a 1%. Por isso, e também atendendo às recomendações do manual do software [49] que realça a importância deste assunto para a obtenção de uma boa precisão de resultados, na presente investigação, optou-se por desprezar os valores de  $J$  referentes aos dois primeiros contornos da teia, considerando, unicamente, aqueles associados aos restantes. O gráfico da Figura (3.19) apresenta valores de  $K$  para diferentes contornos ao longo da teia de aranha para uma situação particular da geometria da fenda.

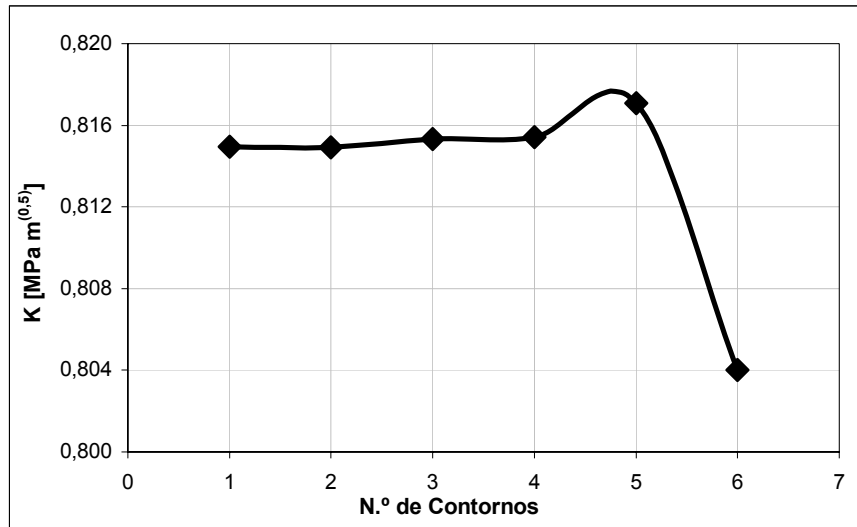


Figura 3.19 - Variação do valor de  $K$  em função do contorno escolhido na teia de aranha em torno da extremidade da fenda.

Como se pode verificar, não existe convergência para um determinado valor, o que supostamente deveria acontecer, segundo vários autores, Silva [50], Monteiro [51], Cláudio [7] entre outros. Trata-se de uma situação indesejada que levou a alguma apreensão sobre os resultados, pois determinando o valor de  $K$  para vários comprimentos de fenda, este parâmetro também não mostrava uma tendência de aumento consonante com o aumento do comprimento de fenda. Posto isto, e observando a Figura (3.20), que diz respeito à introdução de uma fenda num provete entalhado, eis que começam a surgir as primeiras impressões para esta situação inicial e de extrema importância para a evolução do trabalho.

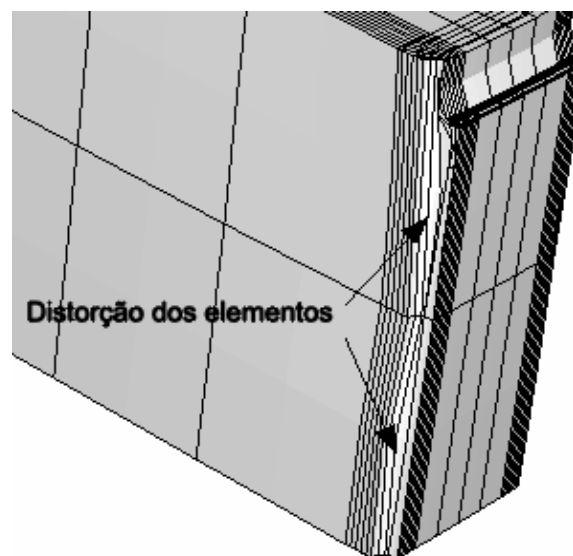


Figura 3.20 – Simulação de fenda com 5 [mm].

Observando a Figura (3.20), verifica-se uma distorção dos elementos nas zonas mais próximas da superfície, na zona próxima do entalhe. Uma primeira hipótese para este problema foi o número insuficiente de elementos no plano de propagação da fenda. Assim, realizou-se nova simulação mas desta feita, com quatro elementos segundo a direcção de propagação, obtendo-se a Figura (3.21).

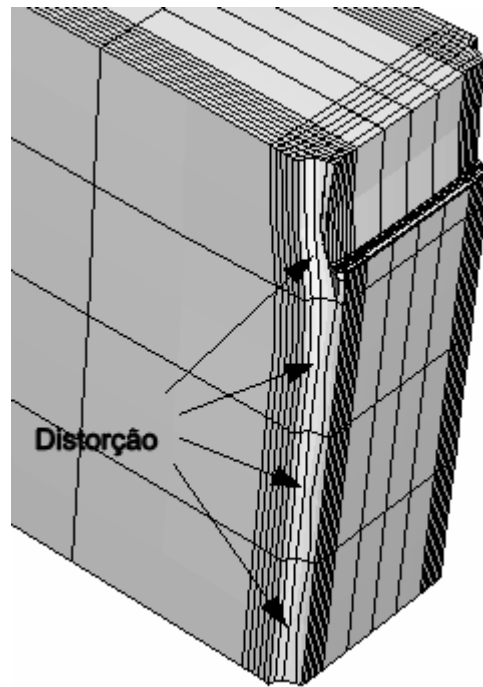


Figura 3.21 – Nova simulação de fenda com 5 [mm] com 4 elementos na direcção da propagação de fenda.

Como mostra a Figura (3.21), a distorção dos elementos mantém-se, o que nos levou a considerar a alteração do tipo de elementos, nomeadamente com a integração utilizada. Como já foi referido anteriormente, foi utilizada integração reduzida, pois diversos autores legitimaram a sua utilização como sendo uma solução viável a vários níveis. No entanto, perante os grandes níveis de distorção da malha obtidos com este tipo de elementos, optou-se por avançar para a integração completa. Na Figura (3.20) e (3.21), as distorções maiores dão-se na zona intermédia das arestas dos elementos, parecendo que os elementos não apresentam “resistência” nessa zona, e de facto, devido à utilização de integração reduzida, os elementos apenas são “constituídos” por 8 vértices. Realizando uma simulação paralela à realizada para obtenção da Figura (3.20) mas, utilizando a integração completa, obtém-se a Figura (3.22) a qual deu origem a novos valores do integral de contorno.

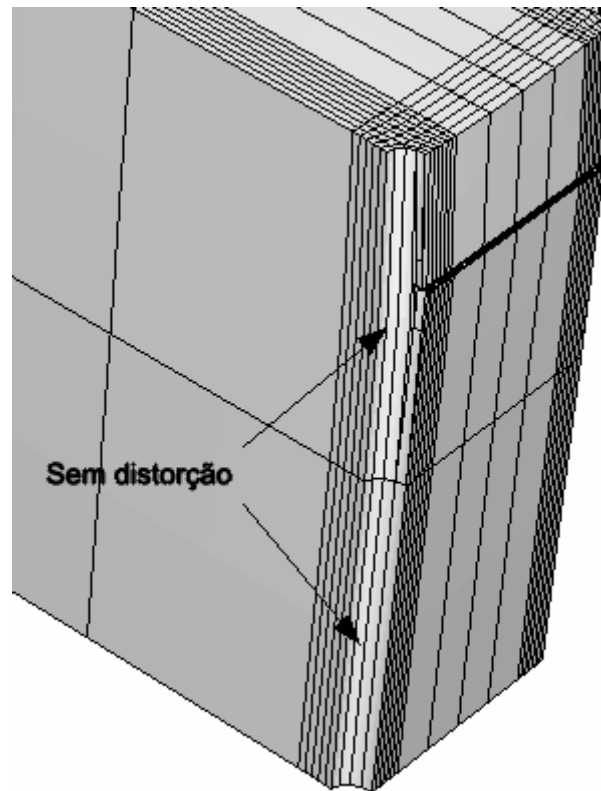


Figura 3.22 - Simulação de fenda com 5 [mm] com integração inteira

Desde logo, através da Figura (3.22), pode-se concluir que a utilização de integração completa não induz distorção dos elementos; por outro lado, olhando para o valor do integral de contorno, verificam-se grandes diferenças entre as duas simulações (com integração reduzida e com integração completa), nomeadamente próximo da superfície, local onde a integração reduzida apresenta pequenas divergências.

Contornado este pequeno problema inicial, resta verificar se o valor de  $K$  ao longo dos contornos tende a estabilizar, como seria previsto. Assim, obteve-se os novos valores  $K$  para a simulação com integração completa, como representa a Figura (3.23).

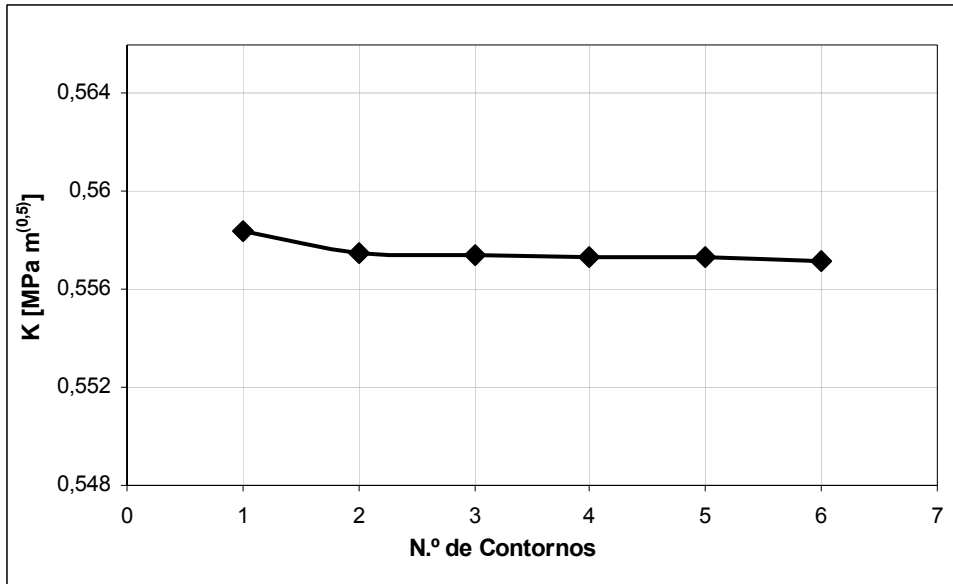


Figura 3.23 – Variação do valor de  $K$  em função do contorno escolhido em torno da extremidade da fenda e para o caso de integração completa.

De facto, esta solução já se enquadra no aspecto inicialmente esperado, mas indo ao encontro ao proposto pelos autores citados no que respeita à utilização de integração completa. Isto aconteceu, pois a integração reduzida foi possível e viável para um determinado tipo de provetes em análise no caso particular de Miranda [48].

Em virtude desta situação, foi-nos permitido explorar um pouco mais as potencialidades do software ZENCRACK<sup>®</sup>, levando-nos a utilizar uma linha de código extra no ficheiro de entrada do mesmo, que permitiu obter maior rigor e precisão nos resultados pretendidos.

\*MAPPI NG, OPTI ONS=ENHANCED RI NG CONTROL

Com esta nova linha de código não só foi possível obter resultados mais coerentes, como também foi possível suavizar a transição de malha do “crack-block” para a restante malha do provete. Com este comando, consegue-se refinar a malha no “crack-block”, anulando alguma divergência que afectava os resultados relativos ao integral de contorno. Efectuou-se ainda uma comparação entre os valores de  $K$  obtidos em diferentes comprimentos de frente de fenda, com os dois tipos de integração, como se verifica nos gráficos das Figuras (3.23).

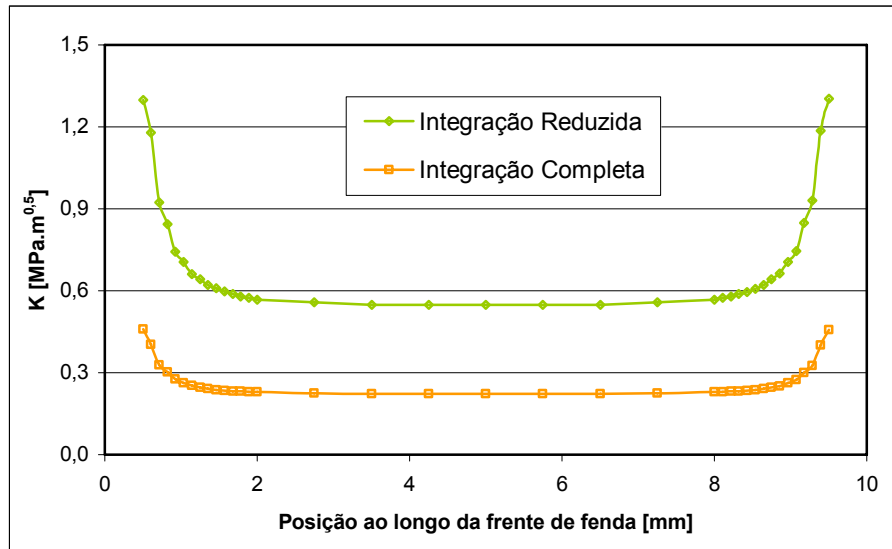


Figura 3.24 – Variação do valor de  $K$  em função do tipo de integração escolhido, para uma fenda de 0,5mm num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.

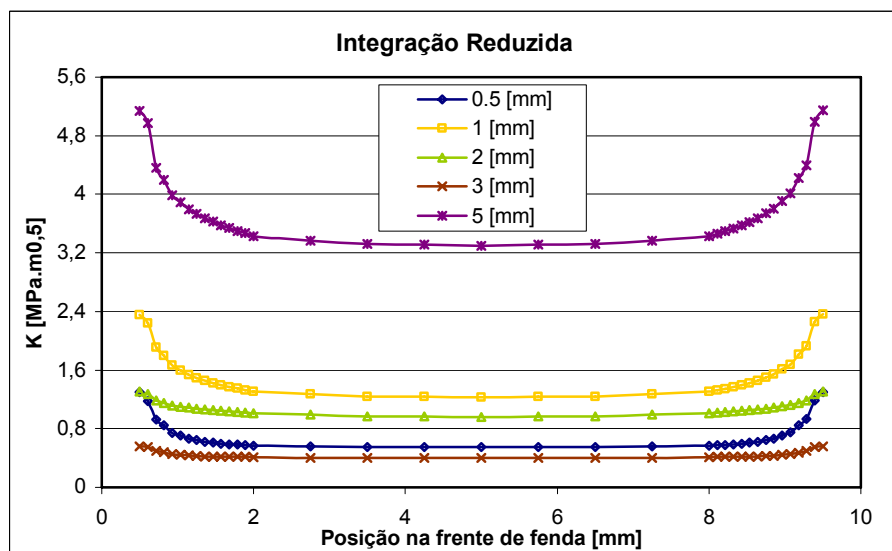


Figura 3.25 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda utilizando integração reduzida num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.

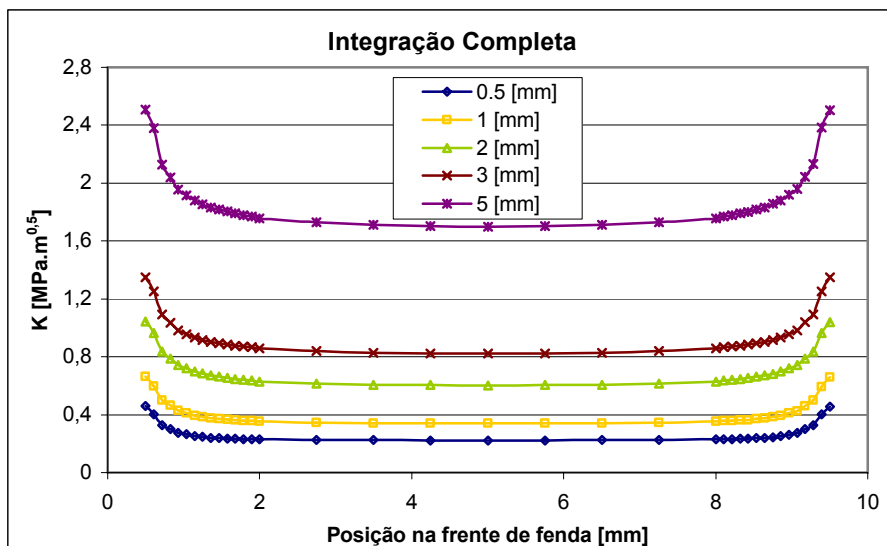


Figura 3.26 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda utilizando integração completa num provete com entalhe lateral circular com 0,5mm de raio.

Como se verifica no gráfico da Figura (3.24), existe uma grande variação no valor de  $K$  no que diz respeito ao tipo de integração utilizado. Verifica-se que quando é utilizada a integração reduzida, os valores de  $K$  são superiores aos valores obtidos com integração completa, concretamente 65% para um ponto localizado à superfície do provete e 60% para um ponto no interior (a meio) do componente.

De igual forma, observando-se os gráficos das duas Figuras (3.25) e (3.26), verificam-se algumas diferenças significativas. A mais evidente é o facto do valor máximo de  $K$  ocorrer para a fenda com 5mm de comprimento, o qual atinge aproximadamente 5,1  $[\text{MPa}\cdot\text{m}^{0,5}]$  para integração reduzida 2,5  $[\text{MPa}\cdot\text{m}^{0,5}]$  para integração completa. Seria de esperar que, à medida que o comprimento da fenda fosse aumentando, também aumentaria o valor de  $K$ , o que não se verifica no caso de utilização de integração reduzida, pois para uma fenda com 1 mm de comprimento ocorrem valores de  $K$  superiores às fendas de 2 e 3 mm. Verifica-se, ainda e na Figura (3.26), que o comprimento de fenda de 3mm é aquele que apresenta menores valores de  $K$ , o que não vai de encontro ao esperado. No gráfico da integração completa, os valores de  $K$  apresentam uma evolução lógica e coerente, com o valor máximo de  $K$  a aumentar com o aumento do comprimento da fenda.

## **Capítulo IV**

### *Apresentação e Discussão de Resultados*

#### 4.1 – Determinação do factor de concentração de tensões

Antes de passarmos às análises pelo MEF das várias geometrias de fenda relativas a esta investigação, é conveniente determinar o valor do factor de concentração de tensões,  $K_t$ , inerente às geometrias do provete com duplo entalhe apresentado na secção anterior (Figura (3.15) e (3.16)). Desta forma, será possível quantificar com maior rigor a influência deste constrangimento geométrico no campo de tensões desenvolvido na vizinhança da fenda e responsável pela alteração do valor do factor de intensidade de tensão,  $K$ .

Para obter  $K_t$  procedeu-se a várias simulações computacionais com recurso ao software ABAQUS<sup>®</sup> v6.5-1, considerando as condições de modelo tridimensional para vários ângulos do entalhe.

Assumindo um comportamento linearmente elástico do material, as tensões associadas ao carregamento serão directamente proporcionais às extensões. Assim, o factor de concentração de tensões pode ser obtido quer através do quociente entre a tensão máxima local e a tensão nominal, quer pelo quociente entre a extensão máxima local e a extensão nominal. Logo, o factor de concentração de tensões  $K_t$  depende quase exclusivamente da geometria da peça, quantificando-se através da equação:

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}} = \frac{\varepsilon_{\max}}{\varepsilon_{\text{nom}}} \quad (4.1)$$

Para se obter o valor de  $K_t$  teremos de calcular o valor da tensão nominal,  $\sigma_{\text{nom}}$ , actuante na zona crítica do provete, utilizando a seguinte relação de equilíbrio de forças:

$$\sigma_{\text{apl}} A_{\text{apl}} = \sigma_{\text{nom}} A_{\text{nom}} \Leftrightarrow \sigma_{\text{nom}} = \sigma_{\text{apl}} \frac{A_{\text{apl}}}{A_{\text{nom}}} \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_{\text{apl}}$  é a tensão aplicada remotamente (junto a uma extremidade do provete),  $A_{\text{apl}}$  é a área relativa a esta secção e  $A_{\text{nom}}$  é a área na zona crítica, como se mostra na Figura (4.1).

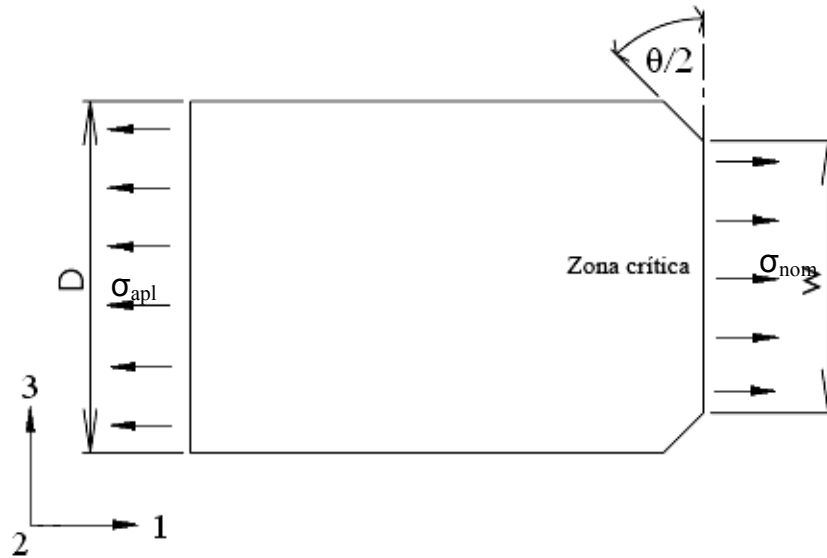


Figura 4.1 - Definição das tensões e áreas necessárias para a determinação de  $K_t$ .

Com base na equação (4.2), obtiveram-se os seguintes valores para três ângulos do entalhe recto:

Descrição	R' [m]	$\sigma_{apl}$ [Pa]	D [m]	W [m]	t [m]	$\sigma_{nom}$ [Pa]	$A_{apl}$ [m <sup>2</sup> ]	$A_{nom}$ [m <sup>2</sup> ]
Ent. Recto 60°	5,00E-04	10	0,01	0,009	0,025	11,111	0,00025	0,000225
Ent. Recto 90°	5,00E-04	10	0,01	0,009	0,025	11,111	0,00025	0,000225
Ent. Recto 120°	5,00E-04	10	0,01	0,009	0,025	11,111	0,00025	0,000225

#### 4.1.1 – Factor de concentração de tensões ( $K_t$ )

Com os valores obtidos anteriormente, pode-se determinar o valor da tensão máxima local actuante na zona crítica do provete. Através da elaboração tri-dimensional das condições do problema, obteve-se um valor de tensão máxima local, a que corresponde a tensão  $S_{11}$  na direcção principal 1 visível nas Figuras (4.2). A tensão máxima local ocorre junto à raiz dos entalhes rectos, como era de esperar, o que caracteriza esta geometria de provetes.

Após obtidos os valores de  $\sigma_{nom}$  e  $S_{11}$ , substituindo os valores na Equação (4.1), obtemos os valores pretendidos para  $K_t$  que se apresentam na Tabela (4.1):

Tabela 4.1 – Resultados de  $K_t$  para as simulações computacionais.

Descrição	$K_t$ 3D
Ent. Recto 60°	6,5529
Ent. Recto 90°	5,0436
Ent. Recto 120°	3,5712

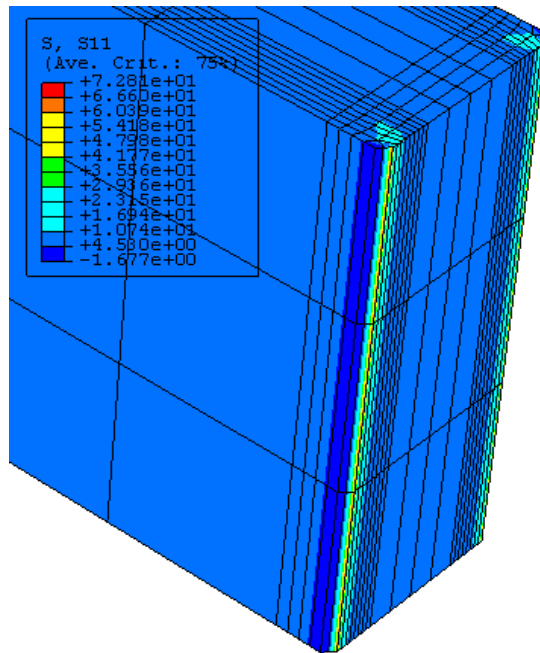


Figura.2 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direção 1 com entalhe  $\theta/2=30^\circ$ .

Com esta análise, foi possível obter um gráfico da variação da tensão local na zona crítica do provete em função da distância à raiz do entalhe, conforme se poderá observar através da Figura (4.3).

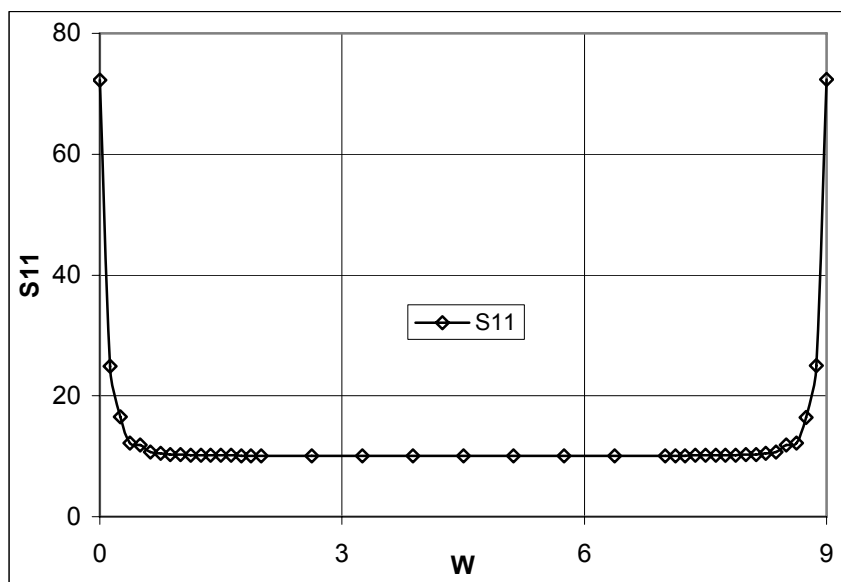


Figura 4.3 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete

Como se observa do gráfico anterior (Figura (4.3)), o valor da tensão decresce significativamente à medida que nos afastamos da raiz do entalhe, pelo que quando se afasta da zona de influência deste, o valor de tensão local seja aproximadamente

idêntico ao da tensão nominal (10 Pa). As figuras e gráficos respeitantes às duas análises que deram origem aos restantes valores de  $K_t$ , encontram-se no Anexo A1.

Resta agora comparar estes resultados com valores teóricos. Assim, o valor teórico do factor de concentração de tensões previsto para este tipo de geometria foi obtido através das fórmulas de Roark [27], que passo a citar:

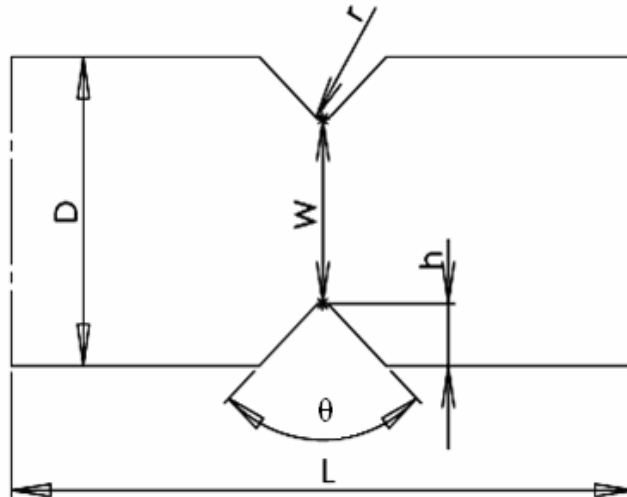


Figura 4.4 - Ilustração das variáveis usadas para o cálculo de  $K_t$  segundo a solução de Roark.

O valor do factor de concentração de tensões para um entalhe em V (“V-notch”), segundo Roark [27], é dado pelo menor dos valores:

- a)  $k_\theta = k_U$
- b)  $k_\theta = 1,11k_u - \left[ 0,0275 + 0,000145\theta + 0,0164 \left( \frac{\theta}{120} \right)^8 \right] k_U^2$  se  $\frac{2h}{D} = 0,40$  (4.3)
- c)  $k_\theta = 1,11k_u - \left[ 0,0275 + 0,00042\theta + 0,0075 \left( \frac{\theta}{120} \right)^8 \right] k_U^2$  se  $\frac{2h}{D} = 0,667$

onde  $k_U$  é o factor de concentração de tensões para um entalhe em U (“U-notch”), que por sua vez é dado por:

$$k_U = K_1 + K_2 \left( \frac{2h}{D} \right) + K_3 \left( \frac{2h}{D} \right)^2 + K_4 \left( \frac{2h}{D} \right)^3$$

com,

$$K_1 = 0,833 + 2,069 \sqrt{h/r} - 0,009 h/r$$

$$K_2 = 2,732 - 4,157 \sqrt{h/r} + 0,176 h/r$$

$$K_3 = -8,859 + 5,327 \sqrt{h/r} - 0,320 h/r$$

$$K_4 = 6,294 - 3,239 \sqrt{h/r} + 0,154 h/r$$
(4.4)

Como se depreende das fórmulas de Roark, existe um parâmetro  $r$  que é essencial na determinação do factor de intensidade de tensões. Ora este parâmetro é de elevada relevância pois na realidade é extremamente difícil maquinar um entalhe em V perfeito, ou seja, com  $r$  igual a zero. Na equação (4.4), no caso de  $r$  tender para zero, ficaremos perante várias indeterminações matemáticas, logo para fazer uma previsão de  $K_t$  teremos de considerar um  $r$  pequeno, isto porque nos elementos finitos foi considerado o caso ideal, pois facilitou a simulação bem como a construção da malha. Assim, os valores para  $K_t$  teóricos são apresentados na Tabela (4.2):

Tabela 4.2 – Resultados de  $K_t$  para a solução de Roark.

<b>Descrição</b>	<b><math>K_t</math> teórico</b>
Ent. Recto 60°	5,837
Ent. Recto 90°	4,538
Ent. Recto 120°	3,235

Estamos agora em condições de poder efectuar a comparação entre o modelo 3D e a solução teórica. Deste modo, a Tabela (4.3) facilita essa comparação.

Tabela 4.3 – Resultados de  $K_t$  para a solução de Roark e solução computacional.

<b>Descrição</b>	<b><math>K_t</math> 3D</b>	<b><math>K_t</math> teórico</b>	<b>Erro relativo %</b>
Ent. Recto 60°	6,553	5,837	10,918
Ent. Recto 90°	5,044	4,538	10,032
Ent. Recto 120°	3,571	3,235	9,402

Observando o valor do erro relativo presente na Tabela (4.3), verifica-se uma discrepância de valores um pouco acentuada, mas mantendo-se constante ao longo da variação do tipo de entalhe. Existem várias explicações para esta variação:

- O modelo de Roark apenas aborda a situação 2D, o que desde logo é um factor condicionante na comparação;
- As fórmulas de Roark são específicas para uma relação entre espessura de provete ( $D$ ) e a profundidade de entalhe ( $h$ ) como é apresentado nas equações (4.4). No modelo 3D essa relação não se verificava pois os dados do provete derivaram de um modelo físico real;
- O modelo teórico depende de um raio de concordância,  $r$ , como referido anteriormente, que para o modelo 3D foi desprezado, levando desde logo a uma variação algo significativa dos resultados.

Deste modo, para contrariar a tendência dos resultados anteriores, irão ser elaborados modelos que respeitem as condições impostas pelas fórmulas de Roark, ou seja:

$$\frac{2h}{D} = 0,667$$

$$\frac{2h}{D} = 0,40$$
(4.5)

Para poder-mos usufruir dos modelos já elaborados, com espessura fixa ( $D=10\text{mm}$ ), em função deste parâmetro e da relação imposta pela solução, determinou-se a profundidade do entalhe ( $h$ ), apresentada na Tabela (4.4)

Tabela 4.4 – Dados para a solução de Roark.

<b>Descrição</b>	<b>D [mm]</b>	<b>h [mm]</b>	<b>2h/D</b>
ROARK 0,4	10,000	2,000	0,400
ROARK 0,667	10,000	3,335	0,667

Para um entalhe de  $\theta/2=45^\circ$  de inclinação, a que corresponde um  $\theta$  de  $90^\circ$  (foi escolhido este valor por ser intermédio dos valores simulados), foram realizadas as seguintes simulações nos elementos finitos:

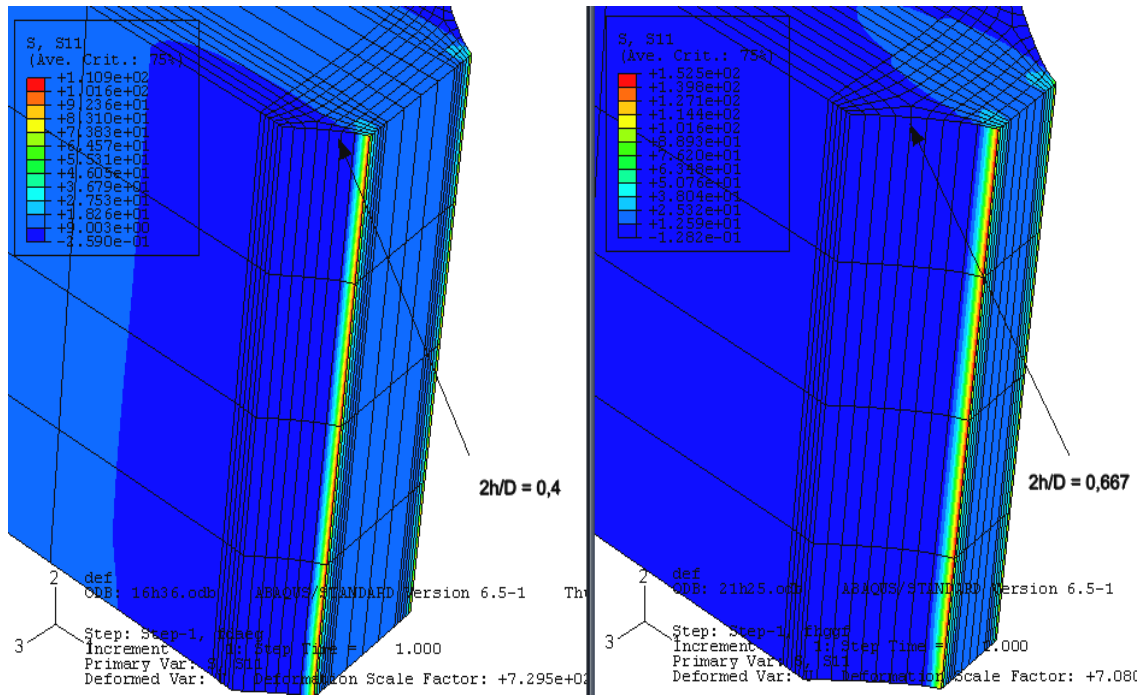


Figura 4.5 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe 45° segundo restrições de Roark.

Procedendo do mesmo modo apresentado anteriormente, determinou-se os diferentes valores de  $K_t$ , ou seja, obteve-se um valor de tensão máxima local, a que corresponde a tensão  $S_{11}$  na direcção principal 1 visível na Figura (4.3). Após obtidos os valores de  $\sigma_{nom}$  e  $S_{11}$ , substituindo os valores na Equação (4.1), obtemos os valores pretendidos para  $K_t$  que se apresentam na Tabela (4.5):

Tabela 4.5 – Resultados para  $K_t$  obtidos por via numérica e segundo as condições previstas pela solução de Roark [27]

Descrição	$K_t$ 3D
ROARK 0,4	6,654
ROARK 0,667	5,078

Para determinar do valor teórico de  $K_t$  das condições expressas nas equações (4.5), basta aplicar novamente as fórmulas de Roark correspondentes às equações (4.3) e (4.4), obtendo os valores expostos na Tabela (4.6):

Tabela 4.6 – Resultados de  $K_I$  para a solução de Roark.

Descrição	$K_I$ 3D	$K_I$ teórico	Erro relativo %
ROARK 0,4	6,654	6,689	0,528
ROARK 0,667	5,078	4,717	7,117

De facto, considerando as condições impostas por Roark, consegue-se uma aproximação relevante entre o valor de  $K_I$  teórico e o valor de  $K_I$  3D. Esta aproximação é mais nítida para a relação  $2h/D = 0,40$ , com um erro inferior à unidade.

## 4.2 - Factor de intensidade de tensões ( $K$ )

O MEF, como já foi referido anteriormente, tem como finalidade a obtenção do factor de intensidade de tensão  $K$ , sendo vulgarmente usado nos vários problemas dedicados ao estudo de propagação de fendas por fadiga, existindo um número elevado de investigações computacionais que fornecem soluções para este parâmetro tendo em conta diferentes condições de geometria da frente de fenda e ambientes de carregamento. Na prática, por vezes ocorrem situações que, devido à sua especificidade, não permitem a inclusão nos casos gerais, sendo por isso necessário recorrer a simulações específicas que representem as condições reais obtidas.

Este trabalho, como já foi referido, visa estudar o comportamento à fadiga do provete MT com entalhes laterais, utilizando para isso fendas passantes em toda a espessura do provete cuja frente de fenda pode ser encarada como sendo tendencialmente rectilínea.

Existem soluções de  $K$  disponíveis na literatura que resultam de investigações anteriores conduzidas por variados autores que procuraram obter resultados para fendas passantes mas em geometrias de provetes diferentes da por nós estudada. De entre estes estudos salienta-se a solução proposta por Murakami [60], no caso de frentes de fenda rectilíneas passantes na vizinhança de entalhes. Murakami [60] propõe uma expressão geral para a determinação de  $K$  em fendas de carácter bidimensional com propagação a partir de um entalhe recto, a qual assume a forma:

$$K_I = F_I \sigma_\infty \left[ \sqrt{(a+b)\pi} \right] \quad (4.6)$$

onde  $a$  é a profundidade do entalhe,  $b$  é o comprimento da fenda,  $\sigma_\infty$  é a tensão remotamente aplicada e  $F_I$  é um factor geométrico definido pelo autor, igual a 1,1215. A

Figura (4.6) auxilia a compreensão da definição destas variáveis, para o caso do provete de entalhe recto, de largura semi-infinita e contendo uma fenda sujeita a modo I de propagação.

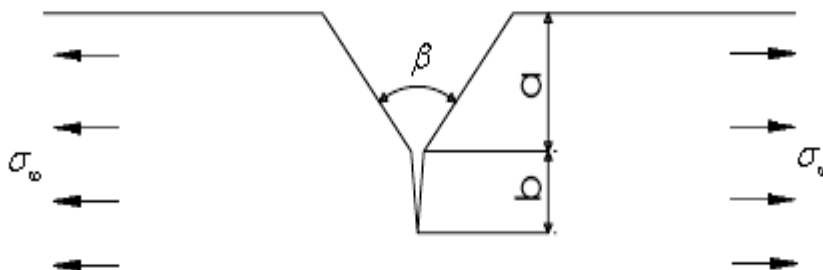


Figura 4.6 – Ilustração das variáveis usadas para o cálculo de  $K$  segundo a solução de Murakami.

Como foi considerada a solução geral, na qual é conhecido o valor do factor geométrico, não é necessário entrar como valor do ângulo ( $\beta$ ), pois este só influencia quando são utilizados ângulos muito obtusos, que na literatura corresponde  $\beta > 120$  [73]. Deste modo, será de esperar o mesmo valor de  $K$  para os entalhes em que ocorre variação de ângulo, alterando apenas em função do comprimento da fenda. Não foi realizada comparação para entalhes circulares nem elípticos, pois Monteiro [51] apresentou várias validações para este tipo de entalhe, e para vários tipos de “crack-block”, comparando os seus resultados com as soluções de vários autores, nomeadamente Pickard [57] e Newman e Raju [56]. Seguidamente apresenta-se a variação de valores de  $K$  segundo a solução de Murakami expressa através da equação (4.6).

Tabela 4.7 – Comparação dos resultados de  $K$  obtidos via numérica e previstos pela solução de Murakami [60].

Descrição	$b$ [mm]	$K$ 3D	$K$ teórico	Erro relativo %
Recto $\beta=60^\circ$	0,50	24,312	19,878	18,239
Recto $\beta=90^\circ$	0,50	23,782	19,878	16,417
Recto $\beta=120^\circ$	0,50	22,838	19,878	12,959
Recto $\beta=60^\circ$	1,00	31,337	24,346	22,310
Recto $\beta=90^\circ$	1,00	30,282	24,346	19,605
Recto $\beta=120^\circ$	1,00	28,539	24,346	14,695

Como havia sido dito, existem várias soluções na literatura mas a geometria estudada não se enquadra em nenhuma delas. A comprovar esta situação, estão os resultados

apresentados na Tabela (4.7), na qual se verifica uma grande discrepância entre valor teórico e o valor 3D. A solução de Murakami é uma solução 2D, sendo por isso um dos factores da tão elevada variação do valor de  $K$ , não esquecendo novamente, que temos entalhes ideais no MEF.

### 4.3 – Determinação do factor $K$ para diferentes condições de análise

Devido ao elevado número de simulações realizadas no presente trabalho, apenas se decidiu apresentar os resultados mais relevantes. Assim, serão apresentadas as influências do entalhe na geometria estudada nos seguintes campos: valor do factor de intensidade de tensões,  $K$ , na frente de fenda; triaxialidade de tensões sem fenda em função da espessura; triaxialidade de tensões ao longo de frentes de fenda.

Para melhor perceber as simulações que foram realizadas, a Tabela (4.8) expõe o tipo de simulação elaborada nos diferentes tipos de entalhes estudados, considerando a Figura (3.16).

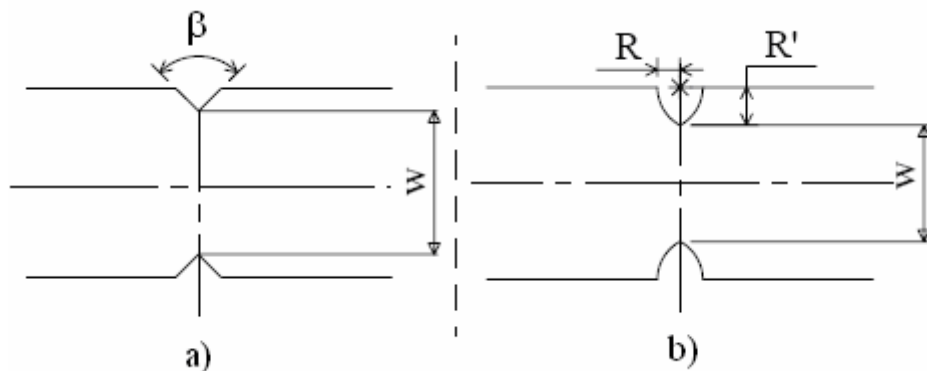


Tabela 4.8 – Resumo dos tipos de provetes simulados.

Nome	Descrição	Espessura do provete [mm]	Com Fenda	Sem Fenda
Sem entalhe	Sem entalhe	10	X	
Circular	$R=R'=0,5$	10	X	
Circular	$R=R'=0,75$	10	X	
Circular	$R=R'=1$	10	X	
Elíptico	$R=0,75; R'=0,5$	10	X	
Elíptico	$R=1; R'=0,5$	10	X	
Recto	$R'=0,5; \beta=30^\circ$	10	X	
Recto	$R'=0,5; \beta=60^\circ$	10	X	
Recto	$R'=0,5; \beta=90^\circ$	10	X	
Recto	$R'=0,5; \beta=120^\circ$	10	X	
Circular	$R=R'=1$	6		X
Circular	$R=R'=2$	7		X
Circular	$R=R'=3$	8		X
Circular	$R=R'=4$	9		X
Circular	$R=R'=5$	10		X
Circular	$R=R'=6$	11		X
Circular	$R=R'=7$	12		X

O software utilizado para a determinação do factor de intensidade de tensão nas frentes de fenda correspondentes aos diversos casos analisados neste trabalho (Zencrack) foi já alvo de estudos detalhados realizados por outros autores que também procuraram obter soluções de  $K$  para diferentes tipos de problemas. Monteiro [51], Silva [50] e Sabesan et al. [54] foram alguns desses autores, tendo concluído, de uma forma genérica, que o Zencrack permite diminuir substancialmente o tempo de processamento e de montagem de malhas de elementos finitos complexas sem perda da qualidade dos resultados. Deste modo, a exploração dos resultados apresentados nos capítulos subsequentes é feita, à partida, com um elevado grau de confiança, merecendo, porém, uma análise cuidada para validação da sua validade tendo em conta as especificidades dos casos aqui analisados.

#### 4.3.1 – Efeito da geometria do entalhe

Atendendo à necessidade de considerar um provete com entalhe apto para a realização de futuros ensaios experimentais de propagação de fendas em condições de estado de tensões uniforme ao longo de toda a espessura, foi necessário averiguar qual o efeito

deste constrangimento geométrico na distribuição do factor de intensidade de tensão ao longo das frentes de fenda para os diversos casos analisados. Assim, começaremos por apresentar a tendência geral da variação de  $K$  em função da variação do comprimento da fenda e tendo em conta a variação da geometria do entalhe (conforme descrito na secção anterior) Os gráficos das Figuras (4.7), (4.8) e (4.9) apresentam os valores da distribuição de  $K$  obtidos das simulações numéricas efectuadas para três comprimentos de fenda (1mm, 3mm e 5mm) e quatro tipos de entalhe (recto com ângulos de 30° e 60°; circular com  $R=0,5\text{mm}$ ; elíptico com  $R=0,75\text{mm}$  e  $R'=0,5\text{mm}$ ).

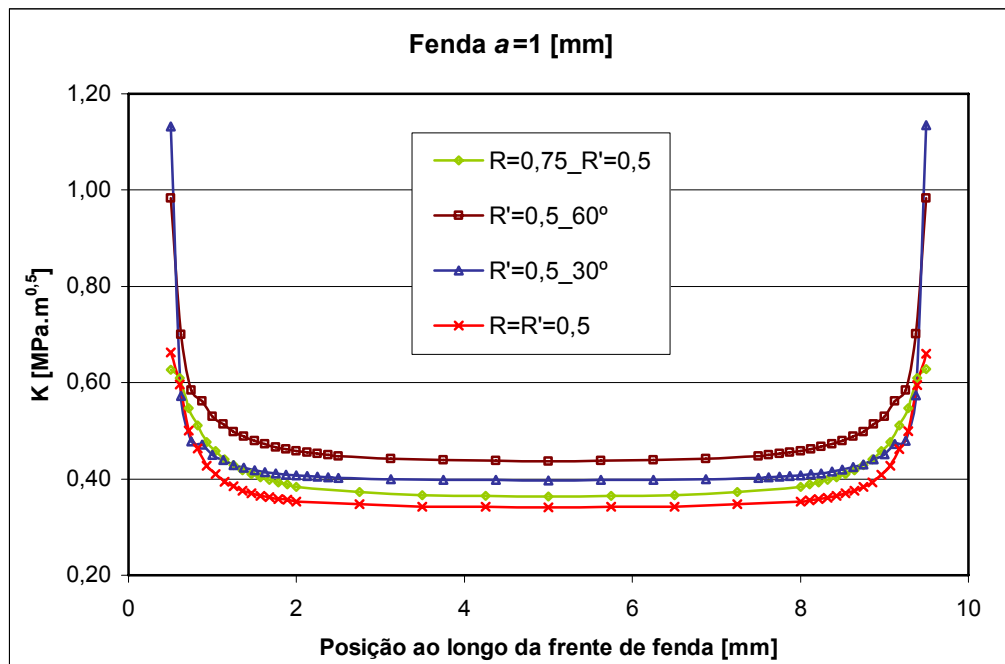


Figura 4.7 – Variação de  $K$  ao longo da frente de fendas passantes com um comprimento de 1 mm.

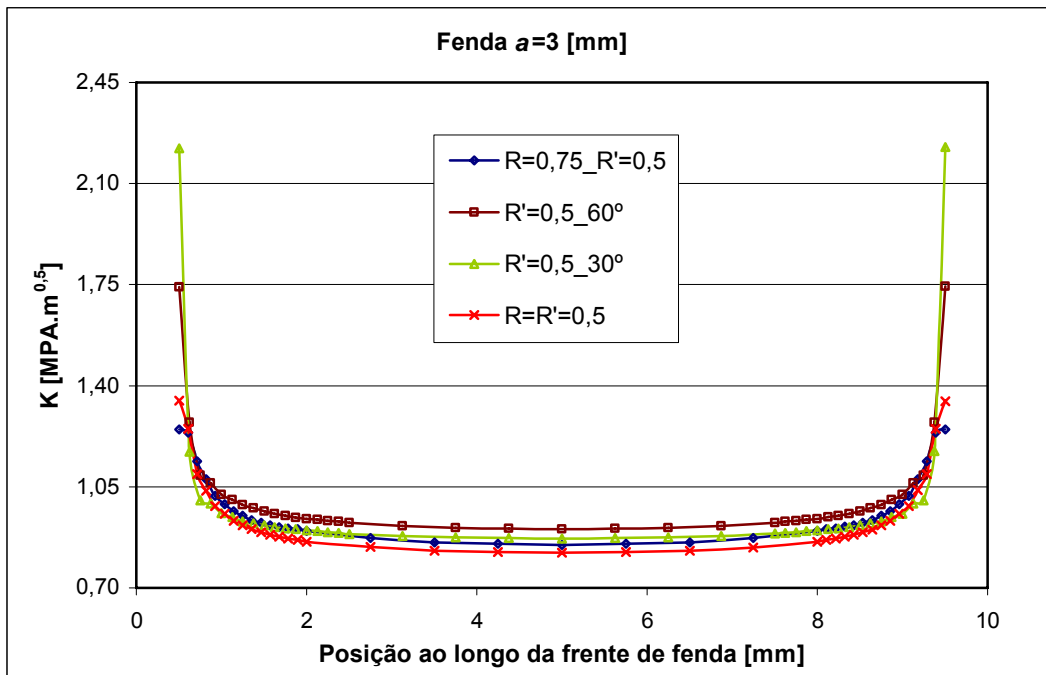


Figura 4.8 – Variação de  $K$  ao longo da frente de fendas retilíneas passantes com um comprimento de 3 mm.

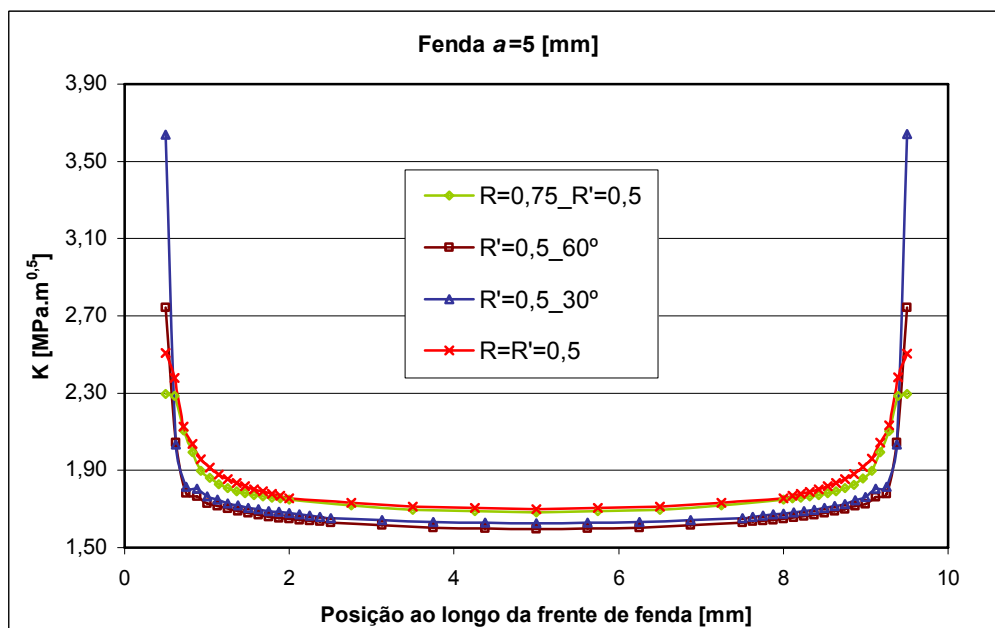


Figura 4.9 – Variação de  $K$  ao longo da frente de fendas retilíneas passantes com um comprimento de 5 mm.

Da observação das diferentes curvas apresentadas nos gráficos anteriores é possível constatar que a variação de  $K$  ao longo da frente de fenda segue uma tendência idêntica para todos os casos, isto é, o valor médio do factor de intensidade de tensão aumenta

com o crescimento da dimensão da fenda independentemente do tipo de entalhe considerado.

Por outro lado, é notório o efeito de concentração de tensões induzido pelo entalhe na variação dos valores de  $K$ , traduzido pelo substancial aumento deste parâmetro nas posições da frente de fenda junto às superfícies laterais do provete (raiz do entalhe).

Finalmente, outra conclusão que se retira imediatamente dos gráficos anteriores é que os entalhes rectos são, claramente, aqueles que levam a um maior aumento de  $K$  junto à raiz, sendo este facto particularmente evidente para o entalhe com um ângulo ( $\beta$ ) de  $30^\circ$  (com um maior valor de  $K_t$  e, por isso, mais severo).

Pelo contrário, da observação dos gráficos anteriores depreende-se, ainda, que os menores valores de intensidade de tensão são obtidos com recurso a provetes com entalhes do tipo circular e ou elíptico.

A Figura (4.10) apresenta, a título de exemplo, o pormenor da malha usada num entalhe circular, sendo esta gerada automaticamente pelo software Zencrack. Na Figura (4.11) observa-se a distribuição de tensões para este caso.

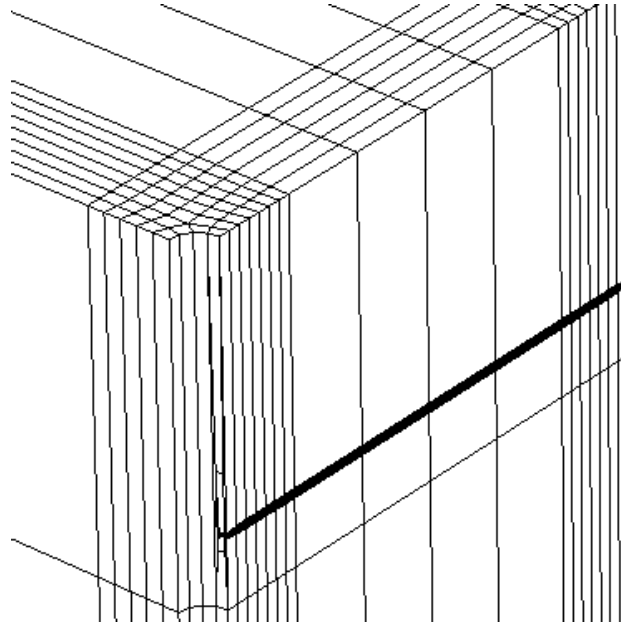


Figura 4.10 – Pormenor da malha de elementos finitos num provete MT com entalhe circular ( $R=0,5$  mm) e com uma fenda passante com um comprimento de 5 mm.



Os restantes perfis de distribuição de  $K$  correspondentes aos outros ângulos de entalhe analisados ( $\beta=60^\circ$  e  $\beta=90^\circ$ ) constam do Anexo A3, levando a resultados com valores intermédios em relação às duas situações anteriores.

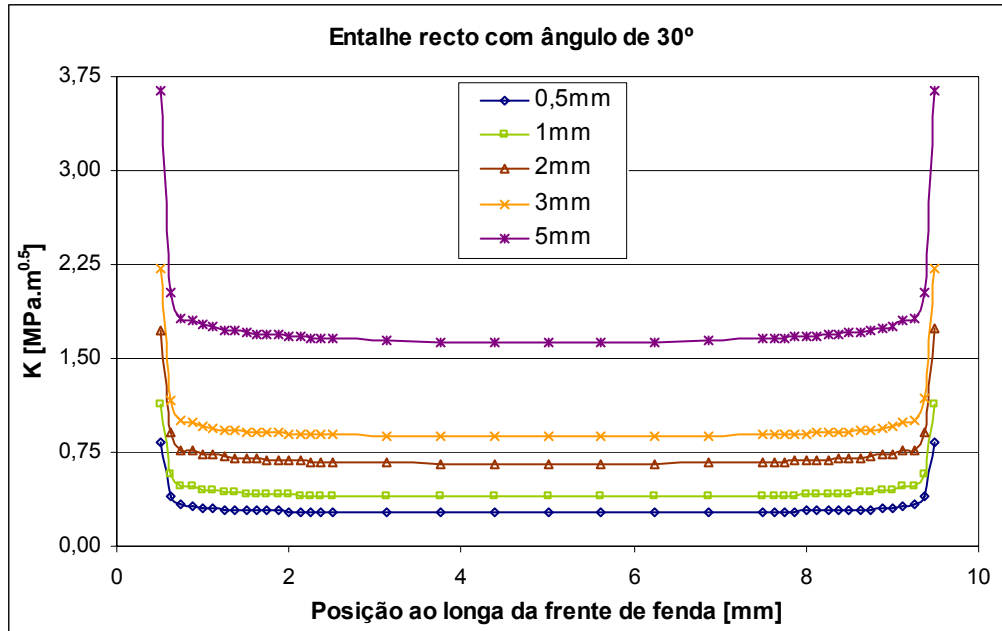


Figura 4.12 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com  $\beta=30^\circ$  e 0,5mm de profundidade.

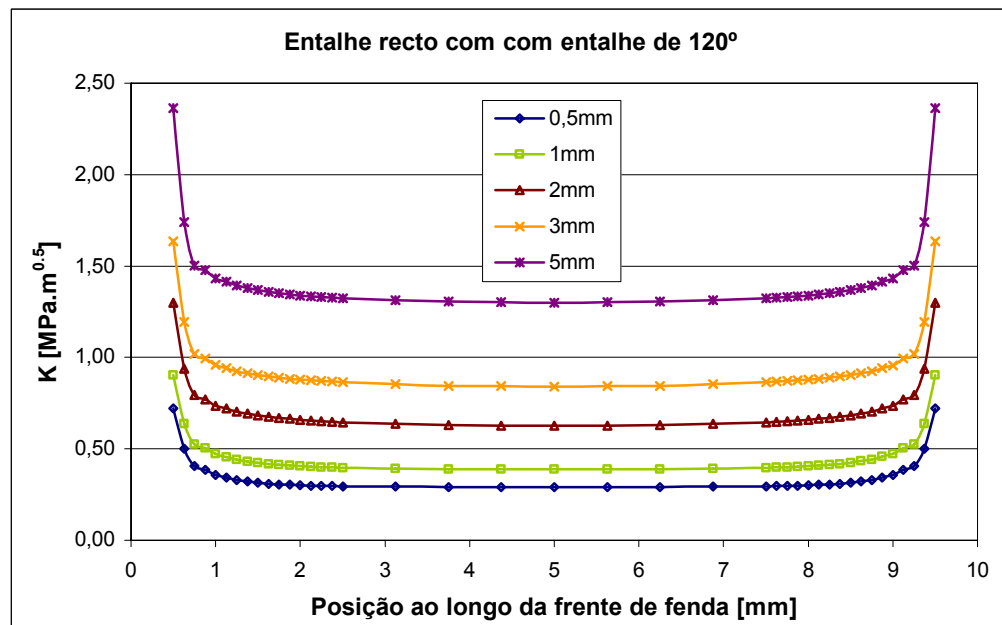


Figura 4.13 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com  $\beta=120^\circ$  e 0,5mm de profundidade.

Passamos agora para os entalhes circulares, apresentando-se, de igual forma, os gráficos relativos às duas situações extremas, isto é, com um raio de entalhe de 0,5mm e 1mm (Figuras (4.14) e (4.15), respectivamente). No Anexo A2 pode consultar-se o gráfico correspondente à situação intermédia ( $r=0,75\text{mm}$ ).

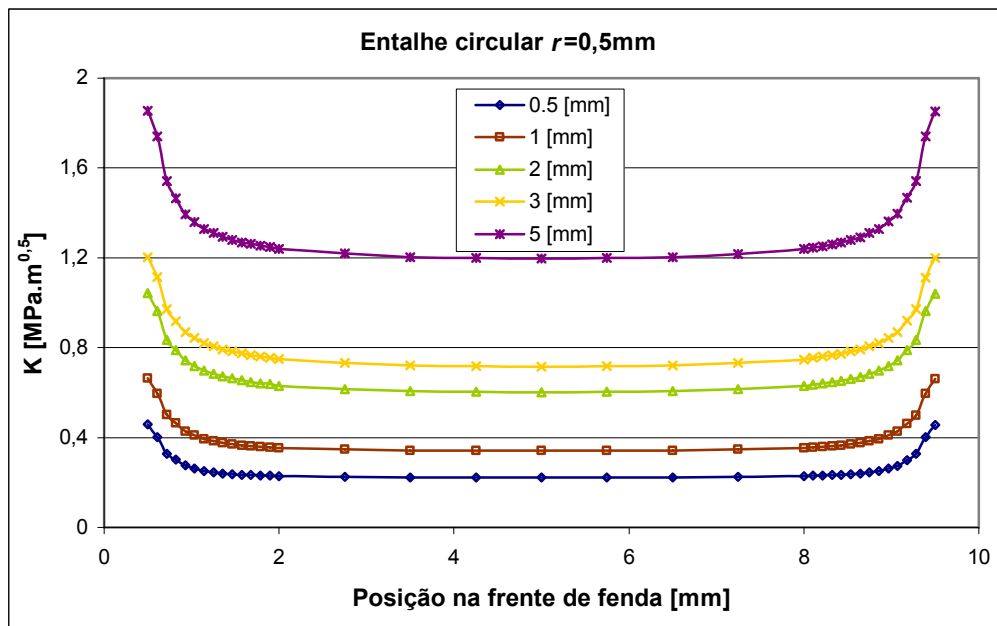


Figura 4.14 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com  $r=0,5\text{mm}$ .

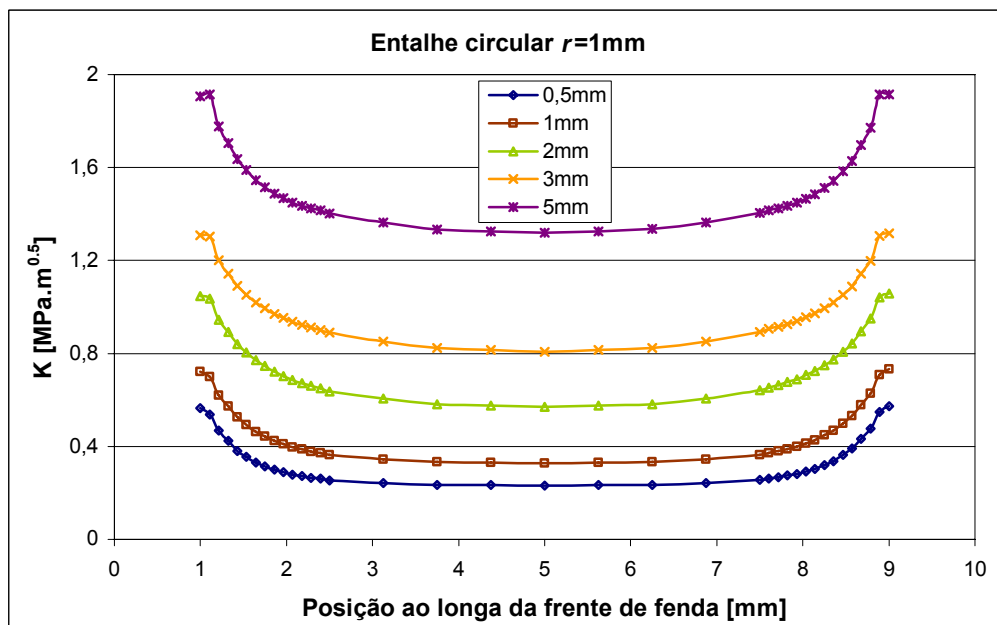


Figura 4.15 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com  $r=1\text{mm}$ .

Como se pode verificar nos gráficos das figuras anteriores, a tendência de variação dos valores de  $K$  para os diferentes comprimentos de fenda é praticamente insensível à alteração do raio do entalhe, principalmente no que diz respeito ao valor máximo de  $K$ , o qual ocorre, mais uma vez, próximo da raiz do entalhe. Para tornar mais notório esta observação, elaborou-se a Tabela 4.9 que apresenta os valores de  $K$  para os três casos analisados e para dois comprimentos de fenda ( $a=3\text{mm}$  e  $a=5\text{mm}$ ).

Tabela 4.9 – Variação de  $K$  em função do comprimento de fenda e do raio do entalhe.

a [mm]	Raio do entalhe circular [mm]		
	$r=0,5$	$r=0,75$	$r=1$
	K [MPa.mm <sup>0,5</sup> ]	K [MPa.mm <sup>0,5</sup> ]	K [MPa.mm <sup>0,5</sup> ]
3	37,9401	38,7592	41,6232
5	58,5976	57,6375	60,5686

Verifica-se, de facto, uma proximidade nos valores de  $K$  para o mesmo comprimento de fenda em função da variação do valor de  $R$ . Porém, da observação atenta dos gráficos das Figuras 4.14 e 4.15, verifica-se uma ligeira diferença no gradiente de  $K$  considerando a direcção da espessura do provete, ou seja, o entalhe circular com o menor raio parece induzir uma variação mais brusca do factor de intensidade de tensão para os pontos situados junto à raiz do entalhe.

### 4.3.2 – Efeito da triaxialidade de tensões

Um dos objectivos que já foi mencionado do referido trabalho é o desenvolvimento de uma geometria de provete adequada à realização de ensaios experimentais de propagação de fendas por fadiga em condições de estado plano de deformação em toda a sua espessura. Esta característica permite, por exemplo, investigar mecanismos de dano inerentes à propagação de fendas que podem ser fortemente influenciados pelo estado de tensões na vizinhança da fenda (por exemplo, mecanismos de propagação a altas temperaturas, fecho de fenda, etc) .

A forma mais imediata para garantir um estado de deformação plana (ou estado triaxial de tensões) consiste em utilizar, tradicionalmente, provetes de grandes espessuras, o que nem sempre se torna viável do ponto de vista experimental. Por outro lado, mesmo

recorrendo a este tipo de componentes, é muito difícil garantir que os pontos da frente de fenda localizados junto às superfícies livres do provete não estejam afectados por uma alteração do estado de tensões, o que compromete a validade dos resultados nestas regiões.

Um dos métodos que permite determinar o estado de tensão/deformação plana é a determinação do estado de triaxialidade de tensões, conforme descrito na secção 2.8. Com este método, e através de alguns parâmetros, é possível analisar vários factores que influenciam o estado plano de deformação/tensão. Deste modo, o efeito da triaxialidade relativamente às diferentes variáveis geométricas do provete em estudo neste trabalho será avaliada em duas vertentes: considerando a inexistência de qualquer fenda e considerando uma fenda passante localizada entre os entalhes laterais.

Torna-se por isso necessário recordar as equações descritas no Capítulo II referentes aos dois parâmetros de aferição do estado de triaxialidade, nomeadamente:

$$\Theta = \frac{\sigma_m}{\sigma_v} = \frac{\frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz})}{\frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2 \right]^{1/2}} \quad (2.47)$$

$$h = \frac{\sigma_{zz}}{\nu \cdot (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})} = \begin{cases} 1, & \text{deformação plana} \\ 0, & \text{tensão plana} \end{cases} \quad (2.49)$$

### Casos sem fenda

Nesta etapa, irá ser estudada a variação de tensões associada aos diferentes tipos de entalhes, permitindo realizar várias comparações no que diz respeito à sua influência nos parâmetros de triaxialidade adoptados.

Para determinar a magnitude do parâmetro de triaxialidade é necessário recorrer ao MEF para fazer algumas simulações computacionais que permitam determinar a distribuição de tensões ao longo do provete. Assim, as tensões a obter serão  $\sigma_m$  (tensão média hidrostática),  $\sigma_v$  (tensão equivalente de von Mises) e as tensões nas direcções principais,  $\sigma_{11}$ ,  $\sigma_{22}$  e  $\sigma_{33}$ . Em virtude da elevada quantidade de resultados referentes a esta parte, apenas foram seleccionados os mais relevantes para a compreensão do que se pretende estudar. Os restantes resultados encontram-se no anexo A2, e quando for pertinente, serão referenciados.

Relativamente aos entalhes circulares, escolheu-se o entalhe com  $r=0,5\text{mm}$ . De salientar que nos gráficos elaborados se optou por mostrar apenas os resultados referentes a meia espessura devido às condições de simetria do provete.

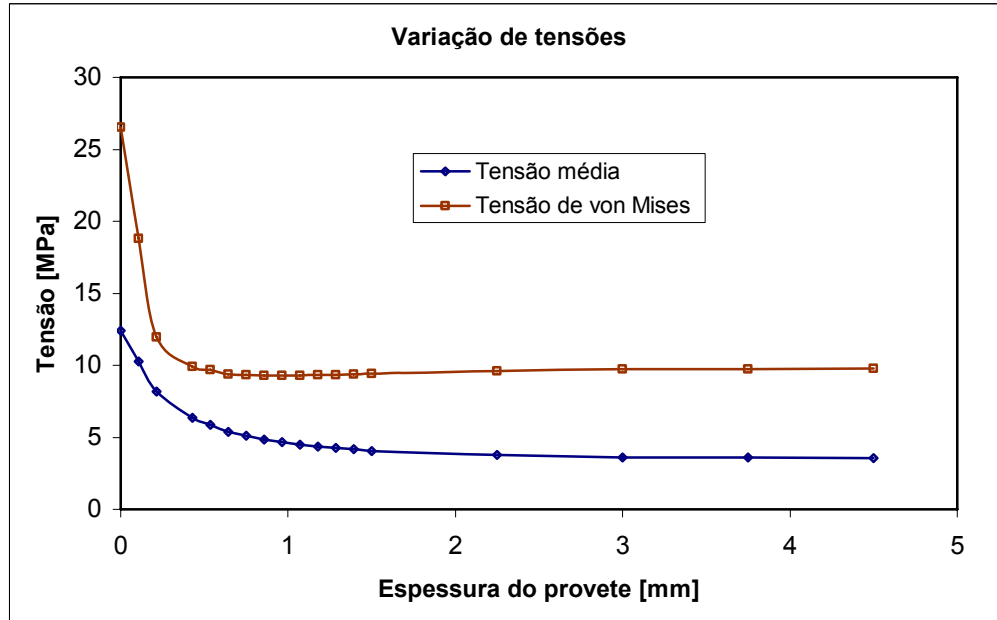


Figura 4.16 – Variação das tensões de von Mises e da tensão média em metade de um provete com entalhe circular de  $r=0,5\text{mm}$ .

Como se verifica no gráfico da Figura (4.16), existe uma significativa variação da tensão de von Mises nas proximidades do entalhe, mas no interior do provete, esta tende para o valor da carga remotamente aplicada (10 MPa). Com base nos valores destas tensões, é possível determinar os parâmetros de triaxilidade recorrendo às Equações 2.47 e 2.49. O gráfico da Figura 4.17 ilustra a variação destes parâmetros ao longo da espessura do provete. Como se observa, ambos os parâmetros ( $\Theta$  e  $h$ ) seguem uma tendência semelhante, ou seja, aumentam significativamente junto da raiz do entalhe, e depois tendem a diminuir, convergindo para um valor mínimo no interior do provete. Este comportamento vai ao encontro do expectável, uma vez que as posições no interior do provete estão fora da zona de influência do entalhe (em termos de distribuição do campo de tensões) e, por isso, não sofrem qualquer efeito de triaxilidade imposto por este constrangimento geométrico.

Considerando os gráficos das Figuras (4.17), (A2.4) e (A2.5), verifica-se sempre a mesma tendência de  $\Theta$  e  $h$ , independentemente do raio do entalhe em questão. Em qualquer dos casos, o parâmetro  $h$  tende para um valor próximo da unidade nas posições

junto à raiz do entalhe, o que confirma a utilidade deste elemento de concentração de tensões na transição de estado plano de tensões para estado plano de extensões.

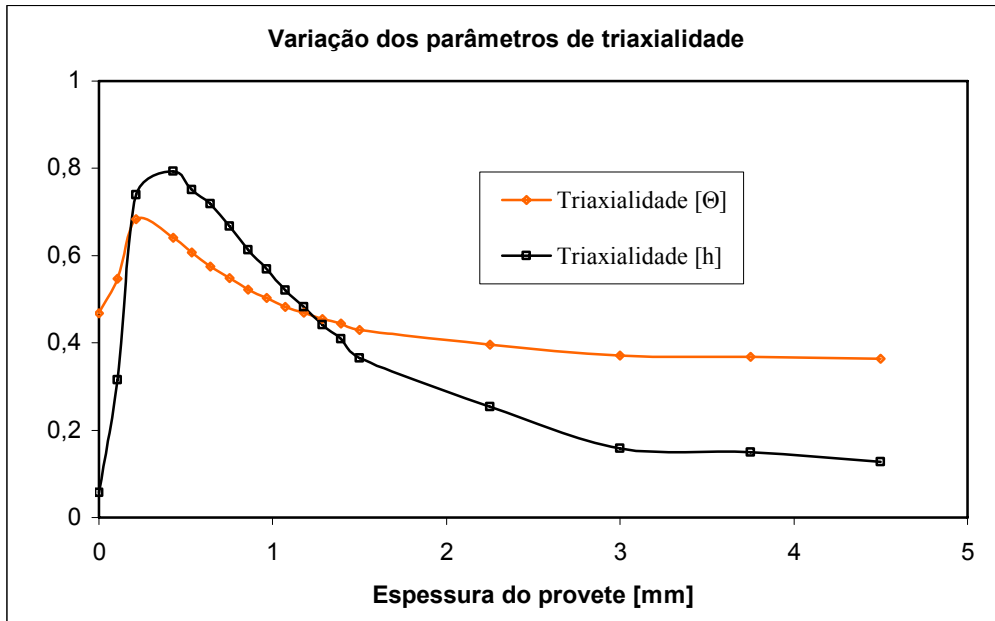


Figura 4.17 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=0,5\text{mm}$ .

O gráfico da Figura (4.18) permite fazer uma comparação da variação do parâmetro  $h$  em função da variação do raio do entalhe (do tipo circular).

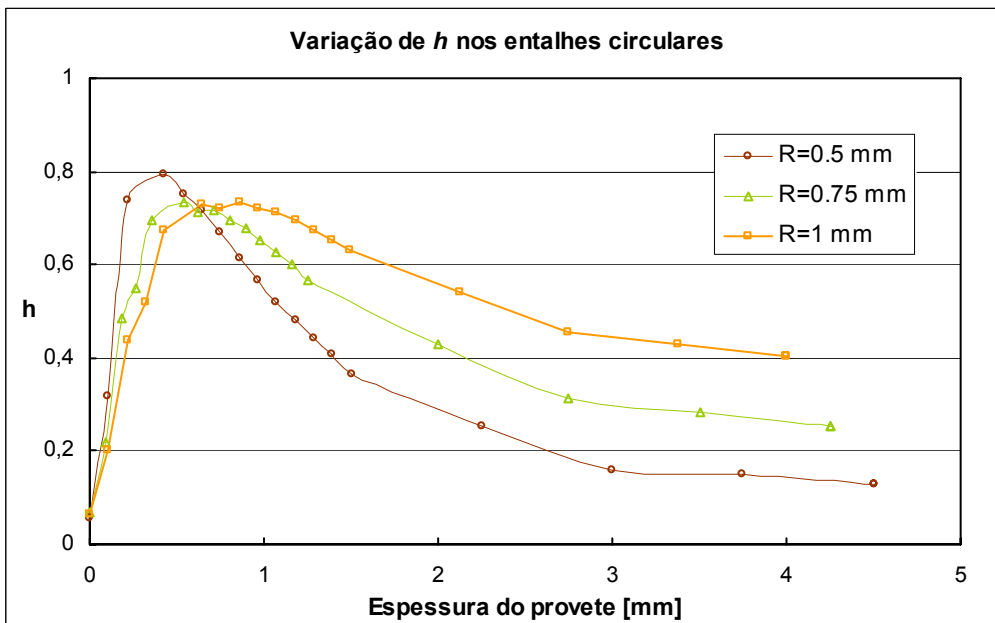


Figura 4.18 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura dos três tipos de entalhes laterais circulares.

Pela observação do gráfico da figura anterior, pode-se concluir que, próximo do entalhe, existe um pico de triaxialidade para todos os casos analisados.. Conclui-se, ainda, que reduzindo o raio de concordância da extremidade do entalhe, aumenta o valor do parâmetro de triaxialidade junto do entalhe, embora este diminua consideravelmente para as posições no interior do provete. Os entalhes com maiores raios, apesar de não induzirem um pico de triaxilidade tão elevado, permitem que esta condição se mantenha para posições mais interiores do componente, particularmente para o caso onde  $r=1$  mm. O comportamento de  $\Theta$  é qualitativamente semelhante ao de  $h$ , variando significativamente os valores iniciais e o valor de pico, tal como se pode constatar na Figura (4.19)

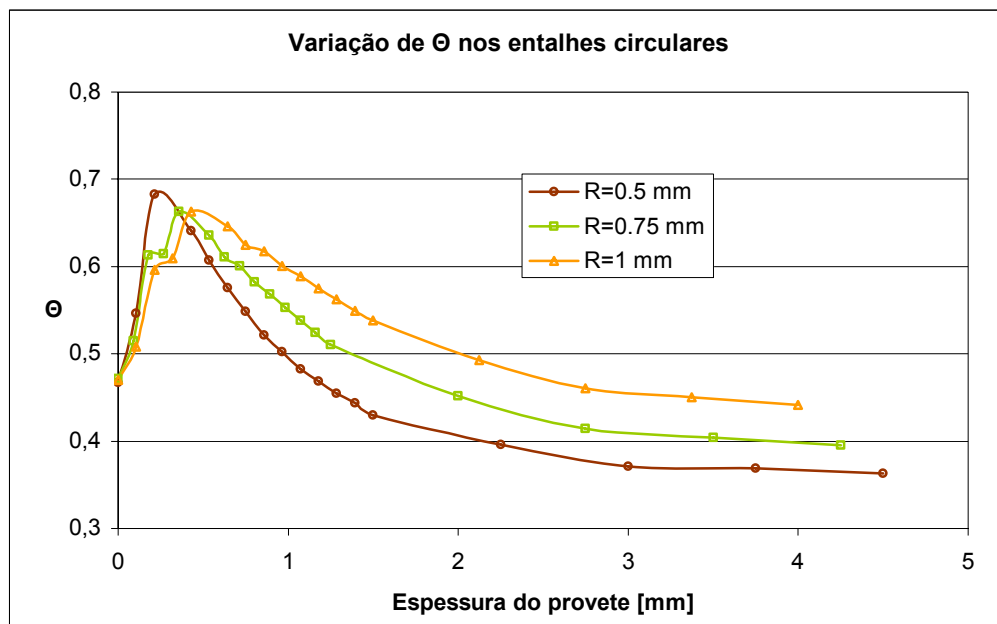


Figura 4.19 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $\Theta$  para meia espessura dos três tipos de entalhes laterais circulares.

Passando, agora, para a análise das simulações correspondentes aos entalhes rectos, obtiveram-se os resultados que se apresentam de seguida, chamando a atenção para o facto de nas legendas internas dos gráficos ser apresentado metade do ângulo de abertura do entalhe ( $\beta/2$ ), pois devido à simetria do provete apenas foi simulado  $1/4$  deste, como havia sido dito nos capítulos anteriores.

Mais uma vez se confirma, para estes casos, uma tendência semelhante no respeitante à variação dos valores de ambos os parâmetros de triaxialidade ( $h$  e  $\Theta$ ), embora ocorra um pico de triaxilidade mais intenso para posições junto à raiz do entalhe quando de

considera a utilização do parâmetro  $h$ , sendo este facto visível pelos gráficos da Figura 4.20.

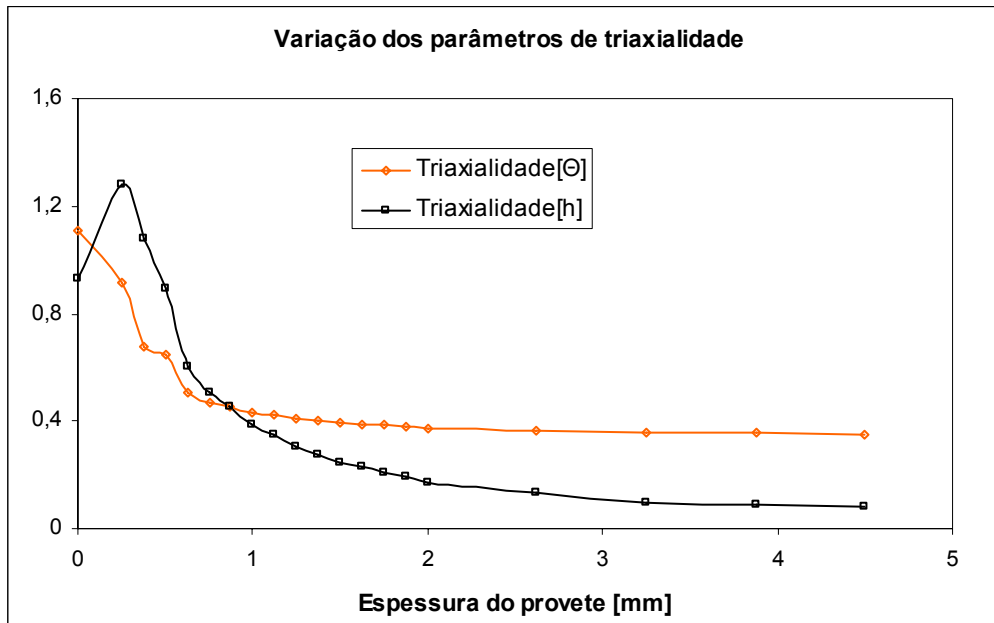


Figura 4.20 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de  $\beta/2=30^\circ$ .

Pela observação do gráfico da Figura (4.21), pode-se concluir que os entalhes rectos aumentam significativamente a triaxialidade, uma vez que o parâmetro  $h$  atinge praticamente um valor unitário para certas posições nas imediações do entalhe. Note-se até inclusivamente que, para os entalhes mais aguçados ( $\beta/2=15^\circ$  e  $30^\circ$ ), o valor de  $h$  chega a ultrapassar ligeiramente a unidade, facto que poderá ser explicado por alguns erros numéricos associados às simulações efectuadas para estes casos. Verifica-se, portanto, que a diminuição do ângulo de abertura dos entalhes rectos é benéfica no que toca à obtenção de estados de tensão claramente triaxiais (embora restritos a uma região de espessura do provete manifestamente pequena).

Outro aspecto comum aos entalhes circulares é o facto de no interior do provete se continuar a verificar zonas muito pouco triaxiais.

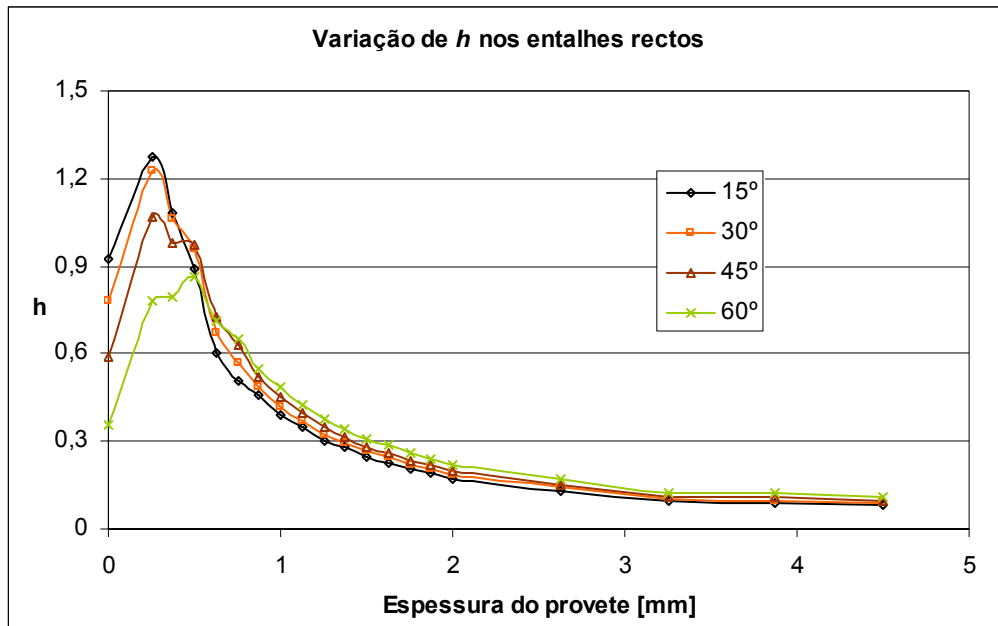


Figura 4.21 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura nos entalhes laterais rectos.

Um outro parâmetro que pode afectar a variação dos parâmetros de triaxialidade é a espessura do provete. Como tal, fizeram-se algumas simulações com entalhes laterais circulares visando verificar a influência desta variável na alteração dos valores dos parâmetros de triaxialidade. De facto, como se verifica nos gráficos das Figuras (4.22) e (4.23), a espessura influencia de forma evidente o valor dos parâmetros de triaxialidade. Deste modo, observa-se que à medida que a espessura do provete diminui, menor é a diminuição do parâmetro de triaxialidade após atingido o pico inicial, o que significa que a zona do provete sujeita a um estado triaxial de tensões é mais abrangente (indo ao encontro do desejado). No que diz respeito ao parâmetro  $\Theta$ , apesar de também ser óbvia a influência da espessura do provete e de se verificar um comportamento semelhante ao do parâmetro  $h$ , não é tão clara a tendência de manutenção da condição de estado de deformação plana ao longo da espessura do provete.

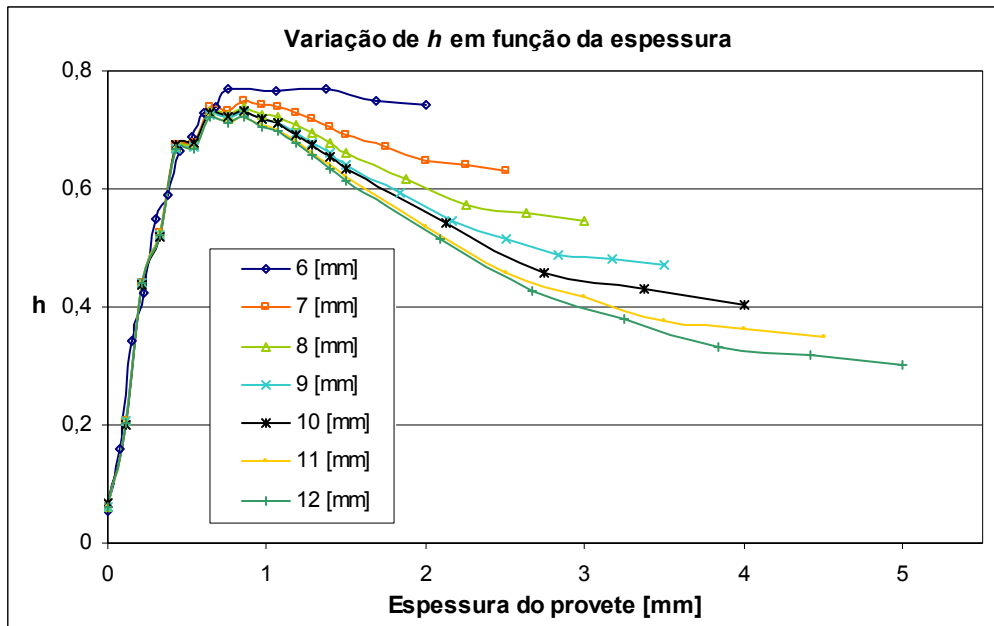


Figura 4.22 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura num provete com entalhe lateral circular de  $r=1\text{mm}$  em função da variação da espessura do provete.

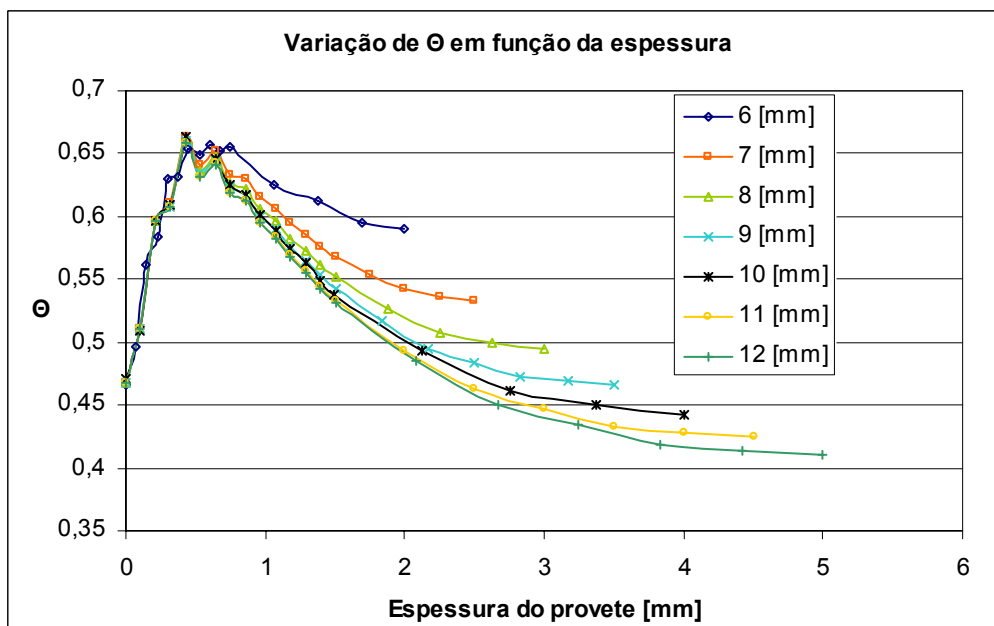


Figura 4.23 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $\Theta$  para meia espessura num provete com entalhe lateral circular de  $r=1\text{mm}$  em função da variação da espessura do provete.

### Casos com fenda

Dado que os parâmetros de triaxialidade de tensões permitem avaliar o estado plano de tensão/deformação em diferentes posições do provete, torna-se interessante estudar a

variação destes parâmetros ao longo ou próximo da frente de fenda, pois esta é uma zona particularmente útil para a investigação dos diversos mecanismos de propagação.

Deste modo, partindo da simulação dos provetes com uma fenda com comprimento inicial de 5mm, é possível obter o valor das tensões necessárias à determinação dos respectivos valores dos parâmetros de triaxialidade. É de salientar que os resultados na frente de fenda podem ser um pouco incoerente devido a erros numéricos associados ao facto de esta ser uma zona de ocorrência de uma singularidade matemática. (tensões teoricamente infinitas). Será, pois, recomendado a utilização de resultados obtidos em posições imediatamente a seguir à frente de fenda, de acordo com o esquema da Figura (4.24).

Alguns dos resultados aqui apresentados serão comparados com outros obtidos por Antunes et al [74], nomeadamente para o caso de um provete sem entalhe e com entalhe lateral recto de 30°. Irá ser estudada a influência da frente de fenda em entalhes circulares e rectos afim de se seleccionar uma geometria de provete entalhado com a configuração mais interessante para o propósito desta investigação.

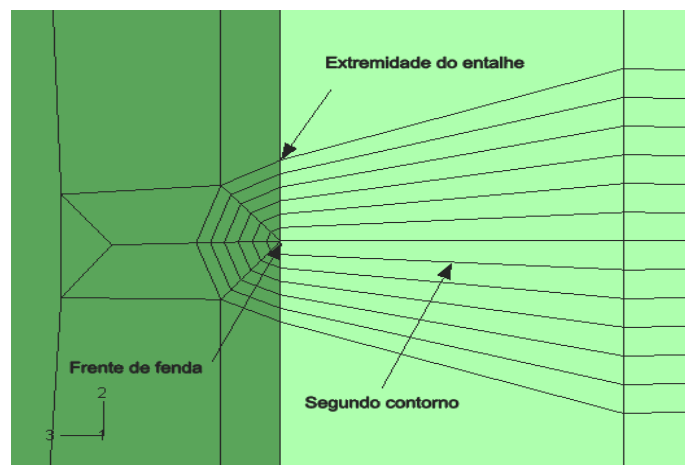


Figura 4.24 – Malha do “crack-block” utilizado para substituir os elementos da malha inicial.

Como se observa na Figura (4.24), os valores das tensões necessárias para a obtenção dos parâmetros de triaxialidade foram retirados ao longo do segundo contorno em torno da frente de fenda, pelos motivos já expostos. De acordo com as equações utilizadas na determinação dos parâmetros de triaxialidade, e seguindo a mesma metodologia, obtêm-

se os seguintes resultados, começando pelo provete sem entalhe, cujos parâmetros  $h$  e  $\Theta$  estão representados na Figura (4.25).

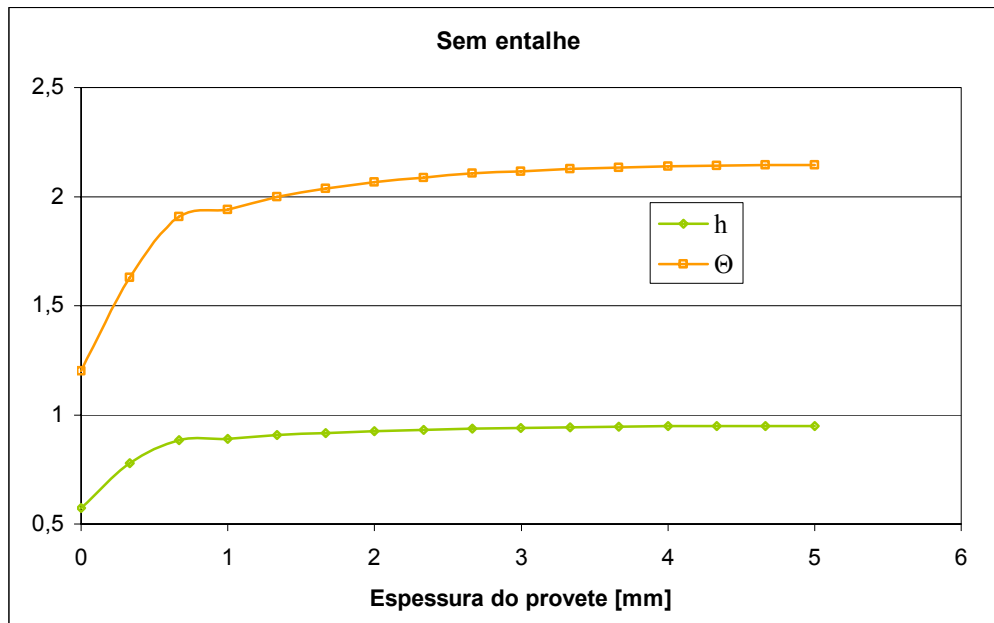


Figura 4.25 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete sem entalhes (obtidos junto à frente de fenda).

De facto, e como se vê, a existência de uma frente de fenda leva a que exista uma região significativa do provete em estado triaxial de tensões ( $h \rightarrow 1$ ), mesmo sem ser necessário considerar qualquer tipo de entalhe. Os valores de  $\Theta$  são superiores aos de  $h$ , apresentando no entanto uma tendência semelhante.

Vamos, então, agora observar o efeito provocado pela existência de um entalhe lateral do tipo circular com o raio de 1mm; a respectiva variação dos parâmetros de triaxialidade é a que consta nos gráficos da Figura (4.26). Como se observa, a introdução deste elemento de concentração de tensões origina um aumento do “patamar” onde se verifica a condição  $h \approx 1$ , o que significa que, para este caso, a zona em estado plano de deformação abrange quase toda a totalidade da espessura do provete.

A Figura (4.26), correspondente ao entalhe com o raio de menor dimensão ( $r=0,5\text{mm}$ ), mostra que a diminuição desta característica geométrica do entalhe provoca um ligeiro prolongamento da zona do provete em estado triaxial de tensões, embora, mesmo assim, as regiões superficiais continuem a evidenciar valores dos parâmetros de triaxialidade que sugerem a ocorrência de estado plano de tensões nestes locais. A situação

intermédia (para  $r=0,75\text{mm}$ ), pode ser consultada no gráfico da Figura (A2.6) do anexo A2.

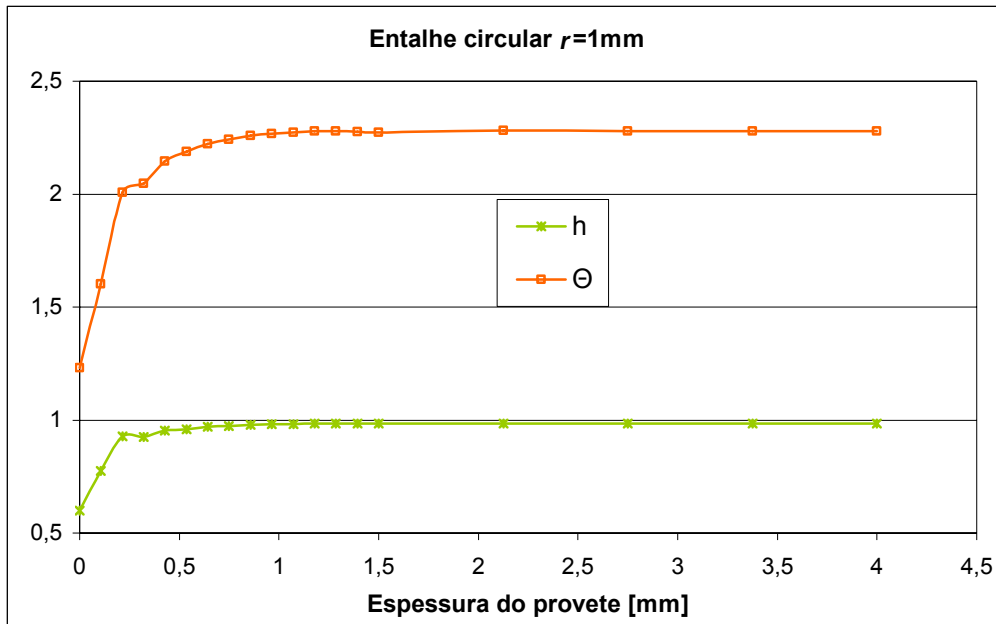


Figura 4.26 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=1\text{mm}$ .

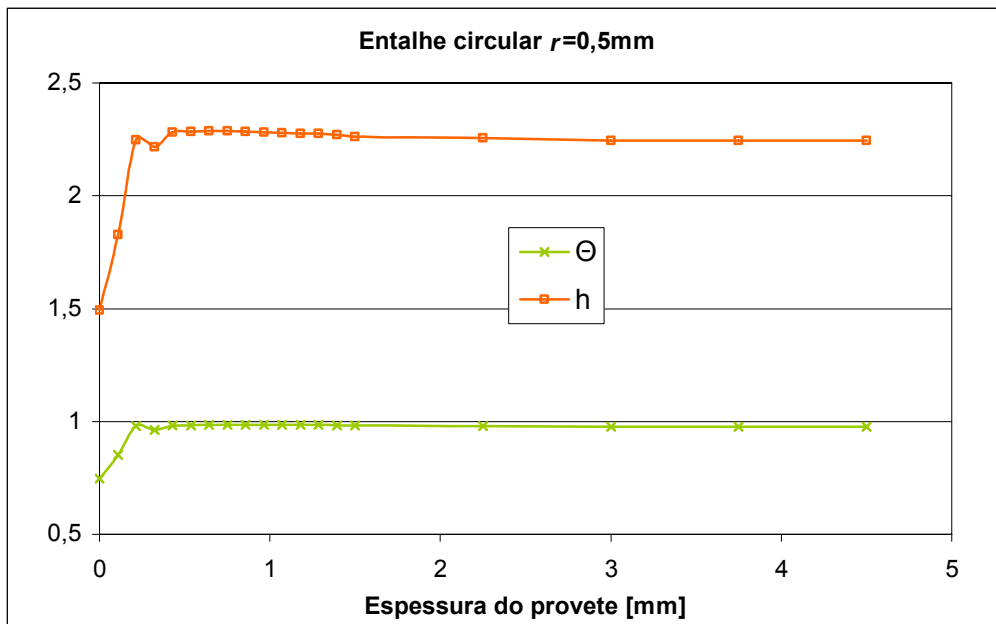


Figura 4.27 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=0,5\text{mm}$ .

Nas figuras anteriores pode ver-se que, desde o centro do provete até quase à superfície, os valores dos parâmetros  $h$  e  $\Theta$  são praticamente constantes. Junto da raiz do entalhe

(nos dois nós mais próximos da superfície) há uma redução significativa dos valores destes parâmetros. Conclui-se, pois, que o entalhe provoca um aumento da triaxialidade nas posições mais superficiais da frente de fenda, como seria de esperar; este efeito aumenta com o decréscimo do raio do entalhe, tal como é visível nos gráficos das Figuras (4.28) e (4.29). De qualquer modo, as dificuldades de simulação observadas na frente de fenda serão de esperar, agora, na raiz do entalhe lateral, pelo que os resultados mais próximos da superfície não deverão ser totalmente fiáveis.

Em relação à utilização dos dois parâmetros de triaxialidade, é possível afirmar que ambos assumem uma tendência muito coerente, apesar de terem valores diferentes, como se observa nas Figuras (4.28) e (4.29).

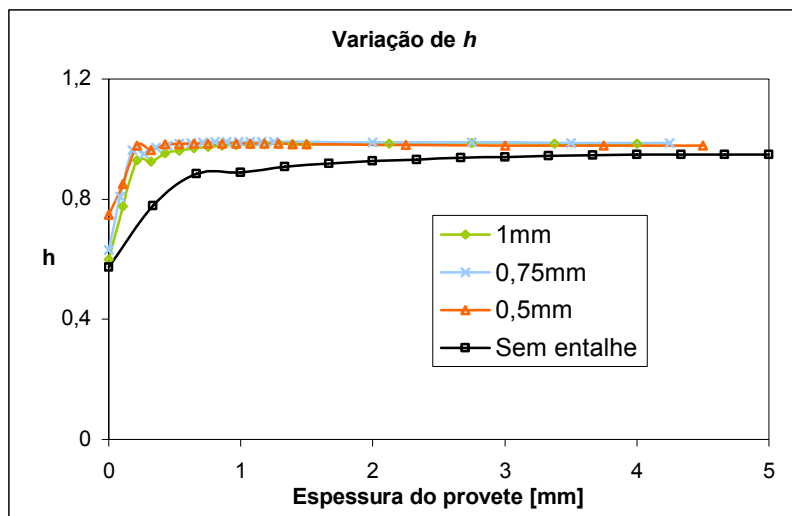


Figura 4.28 – Variação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura nos provetes com entalhes laterais circulares.

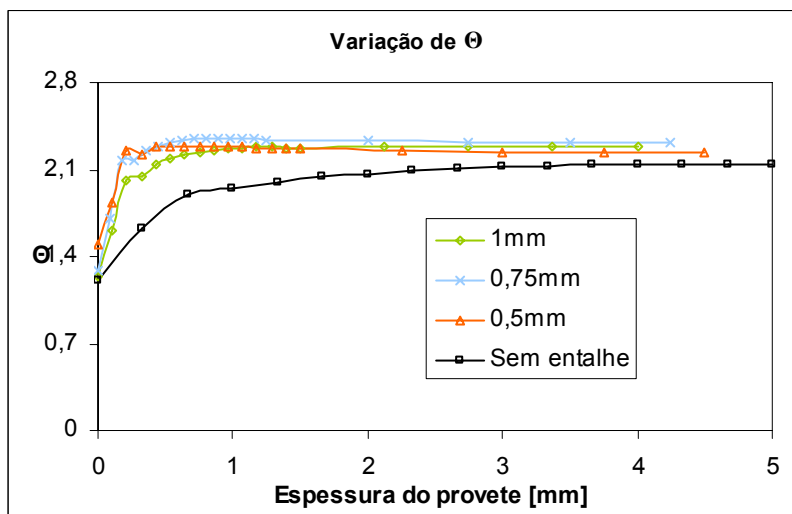


Figura 4.29 – Variação do parâmetro de triaxialidade  $\Theta$  para meia espessura nos provetes com entalhes laterais circulares.

Passando agora para a discussão de resultados relativos aos entalhes rectos, estes poderão ser comparados com outros obtidos numa análise semelhante realizada por Antunes et al. [52], tendo estes autores recorrido a outro código de elementos finitos para a modelação da frente de fenda. Nesta secção, foram apenas estudados os entalhes laterais rectos com ângulos ( $\beta$ ) de 60, 90 e 120 graus.

A Figura (4.30) apresenta um primeiro caso respeitante a um provete com entalhes rectos com um ângulo de 60°. Desde logo, podemos aperceber-nos que existe um aumento de triaxialidade junto da superfície comparativamente com os resultados dos entalhes circulares, à semelhança do que ocorreu nos casos análogos mas sem consideração de qualquer tipo de fenda.

A Figura (4.31) mostra a variação dos mesmos parâmetros mas, agora, para um provete com um entalhe recto com um ângulo de abertura de 120°. Note-se que, também para este caso, ambos os parâmetros têm um comportamento semelhante, embora pareça existir um ligeiro pico dos valores de triaxilidade para posições imediatamente abaixo da superfície do provete (raiz do entalhe).

Em qualquer dos casos anteriores, a presença de um entalhe recto garante a existência de um estado plano de extensões/deformação em praticamente toda a largura do provete e, conseqüentemente, em todo o domínio de propagação da fenda.

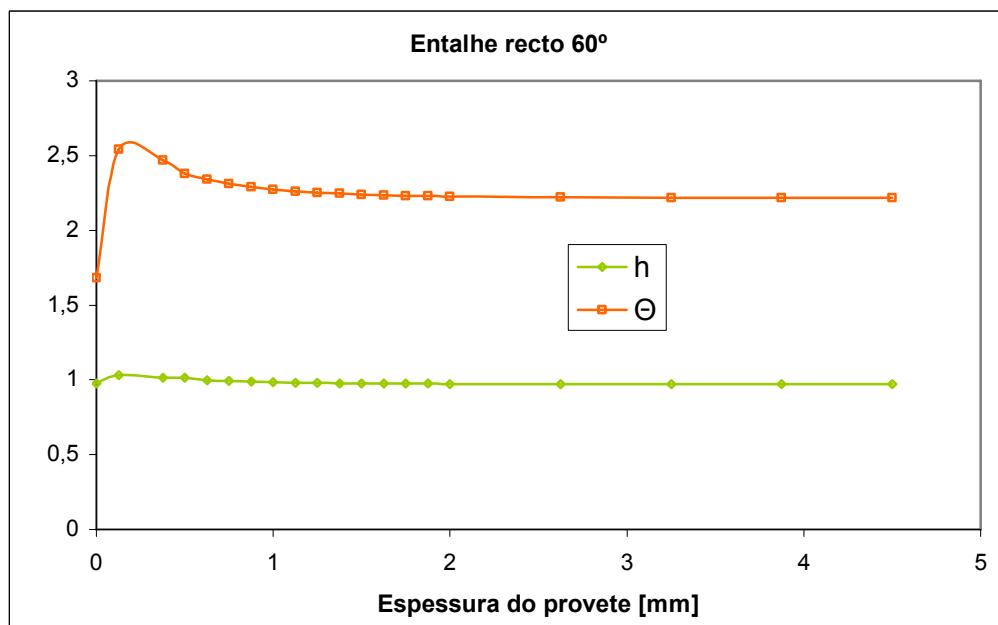


Figura 4.30 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de 60 graus.

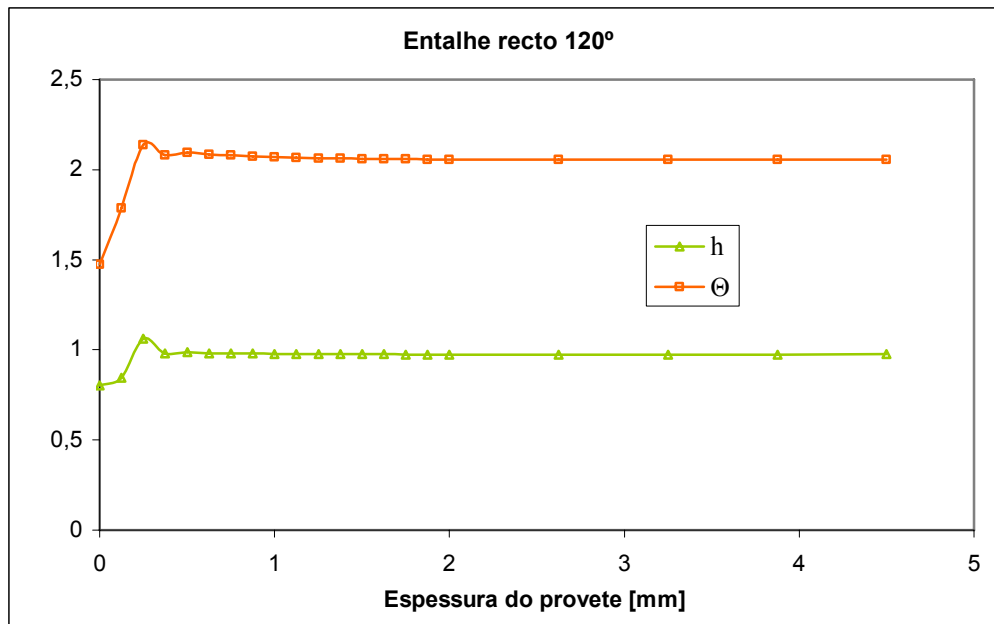


Figura 4.31 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais rectos de 120 graus.

Os gráficos das Figuras (4.32) e (4.33) apresentam a variação dos parâmetros  $h$  e  $\Theta$  em função do ângulo de abertura dos entalhes rectos, afim de possibilitar a obtenção de conclusões no que diz respeito aos entalhes rectos. Como havia sido concluído para os entalhes circulares, verifica-se novamente que os entalhes rectos provocam um aumento dos valores de triaxialidade junto da superfície, aumentando estes com a diminuição do ângulo do entalhe. No interior do provete, não existe dúvida que a frente de fenda está em condições de deformação plana ( $h=1$ ), e isto conclui-se devido aos resultados obtidos tanto para  $h$  como para  $\Theta$ . Mais uma vez, é visível a boa correspondência entre ambos os parâmetros devido à aparência dos gráficos em questão.

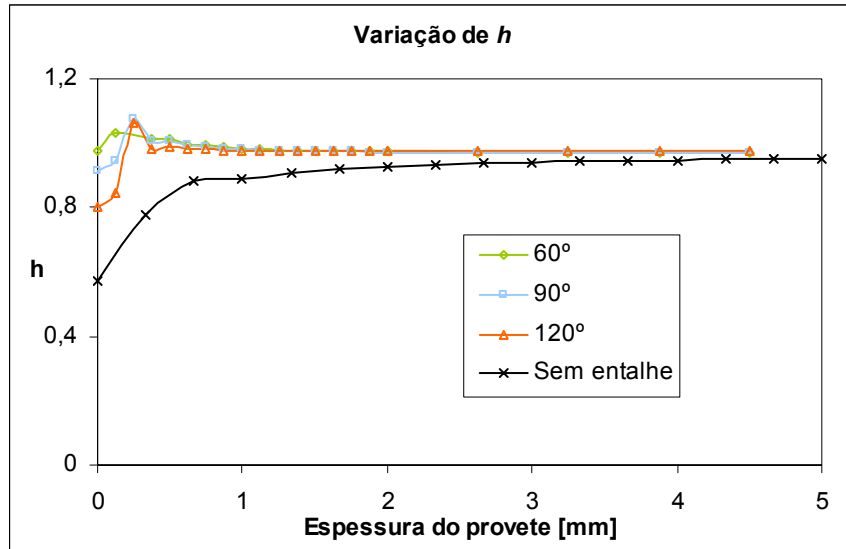


Figura 4.32 – Variação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura nos provetes com entalhes laterais rectos.

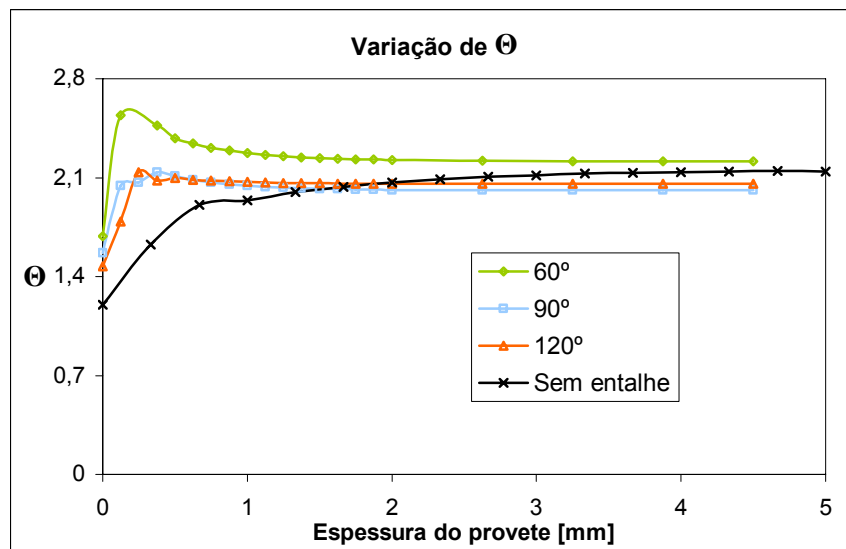


Figura 4.33 – Variação do parâmetro de triaxialidade  $\Theta$  para meia espessura nos provetes com entalhes laterais rectos.

Chama-se a atenção para o facto de todos os entalhes rectos terem uma profundidade de 0,5mm, pelo que a comparação com os entalhes circulares deverá ser feita para o caso particular de  $r=0,5\text{mm}$ . Assim, elaboraram-se os gráficos da Figura 4.34 que visam comparar a variação de ambos os parâmetros de triaxialidade ( $h$  e  $\Theta$ ) para os dois tipos de geometria de entalhe considerados nesta investigação (circulares e rectos).

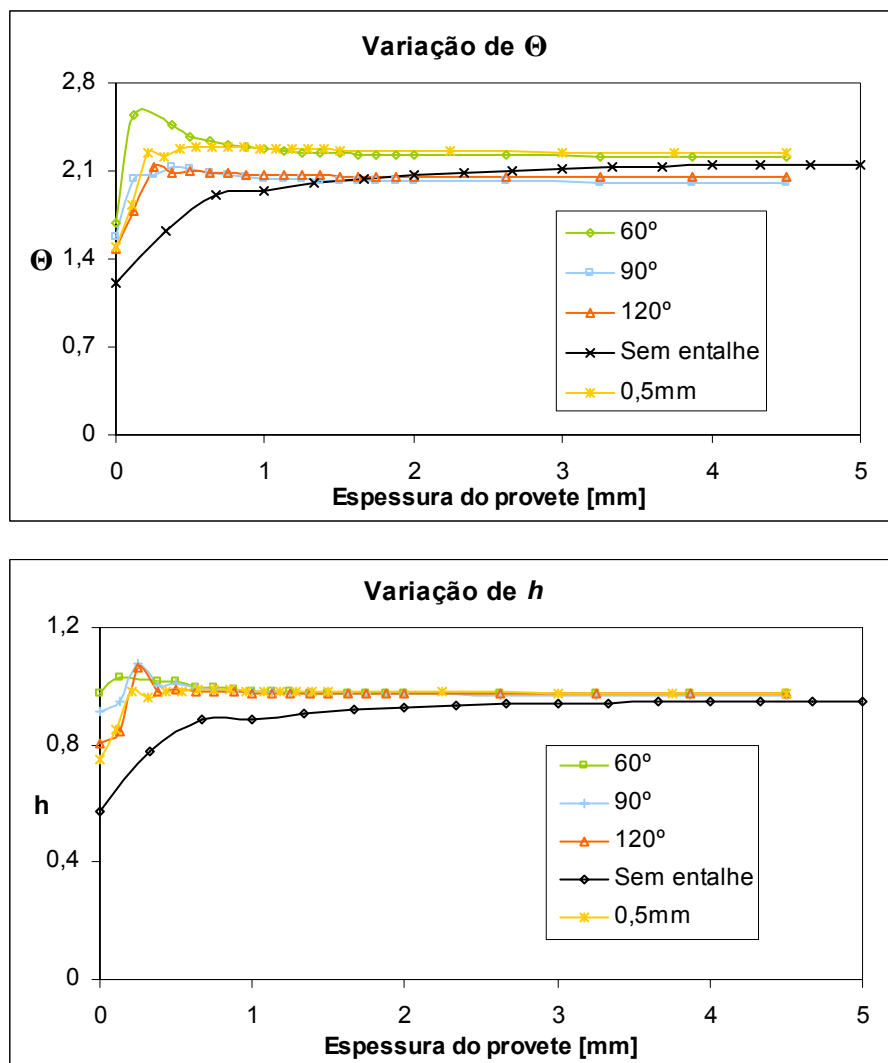


Figura 4.34 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura em provetes com entalhes laterais rectos, sem entalhe e circular com 0,5mm de raio.

Como se verifica na Figura (4.34), o entalhe circular é aquele que apresenta menores valores de triaxialidade, apesar de haver uma diferença praticamente irrelevante relativamente aos entalhes rectos de maior ângulo. Por outro lado, o entalhe recto com menor ângulo é aquele que garante uma maior extensão de zona de propagação da fenda em estado plano de deformação, pelo que, à partida, este tipo de geometria seria a que deveria ser adoptada como sendo a ideal para os objectivos propostos neste trabalho. Note-se, no entanto, que a geometria do entalhe deverá ser escolhida não só pela sua influência na variação dos parâmetros de triaxialidade, como também na facilidade da sua exequibilidade do ponto de vista técnico. Deste modo, e recordando o que já foi dito sobre os entalhes rectos, onde no presente trabalho se consideraram ideais, ou seja, sem raio na extremidade, se esse raio fosse tomado em consideração na elaboração dos

modelos computacionais, então os resultados talvez pudessem divergir um pouco daqueles aqui apresentados. Assim, a geometria circular, de mais fácil execução prática, poderá ser uma boa alternativa para a obtenção de um estado de deformação plana sem grande compromisso da espessura do provete disponível em condições de triaxialidade de tensões.

Antunes [52], em paralelo com este trabalho, realizou duas simulações em dois provetes diferentes: um sem entalhe e outro com entalhe recto com um ângulo de 60°. Este autor utilizou os softwares MSC Marc e ModuleF como, respectivamente, programas de análise pelo MEF e de modelação da frente de fenda [52].

O gráfico da Figura (4.35) permite efectuar a comparação dos resultados obtidos por este autor para a variação do parâmetro  $h$ , num provete com o entalhe recto de 60°, com os resultados relativos a uma simulação análoga realizada no âmbito deste trabalho (com recurso ao software Zencrack).

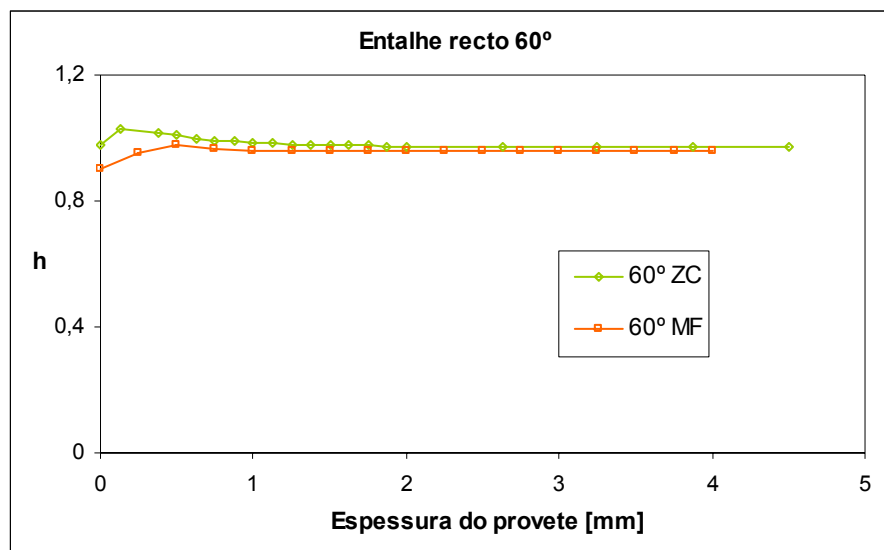


Figura 4.35 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura em provetes com entalhes laterais rectos de 60 graus, utilizando os softwares Zencrack (ZC) e ModuleF (MF).

De facto, existe uma grande aproximação entre os resultados de ambas as simulações, existindo apenas uma variação substancial próximo do entalhe, com cerca de 7,5% de variação de valores. Num ponto interior (meio) do provete, a diferença de valores não vai além dos 1,5%, levando-nos a concluir que os resultados são bastante coerentes e indicadores de bons níveis de confiança.

Para o caso de um provete sem entalhe, verifica-se uma ligeira variação, cerca de 22%, junto da superfície. À medida que se avança para o interior do provete, esse valor cai, no nó imediatamente a seguir, para 8%, seguindo uma tendência decrescente até ao meio do provete, zona onde ocorre uma variação mínima de 3%.

Da análise dos gráficos anteriores, mais uma vez se conclui que a presença de um entalhe é benéfica para o aumento dos valores de triaxialidade, tanto na superfície, como no interior do componente.

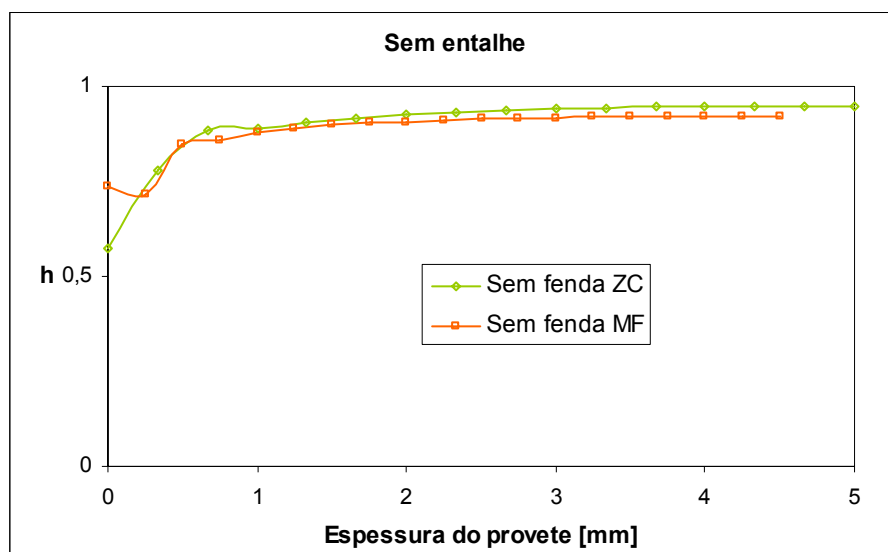


Figura 4.36 – Comparação do parâmetro de triaxialidade  $h$  para meia espessura em provetes sem entalhes utilizando os softwares Zencrack (ZC) e ModuleF (MF).

#### 4.4 - Propagação automática de fenda

Como já foi referido na secção 2.7 do Capítulo II, um dos modelos de propagação automática de fenda que o software Zencrack adopta é baseado na lei de Paris, descrita pela equação (2.33). Esta lei de propagação está expressa directamente através da taxa de libertação de energia devida à deformação provocada pelo avanço da fenda, o que permite determinar a direcção de propagação, sendo esta coincidente com a direcção de  $G_{max}$ .

Para simular a propagação automática de fendas, é necessário conhecer previamente algumas constantes do material dos provetes em análise (liga de alumínio 6082-T6), nomeadamente as constantes  $C$  e  $m$  da lei de Paris, o coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e o módulo de elasticidade ( $E$ ). Estas constantes, bem como o valor da razão de tensões ( $R$ ) relativa ao carregamento cíclico, foram retiradas de Branco [61].

Tabela 4.10 - Propriedades mecânicas da liga 6082-T6

Tensão de rotura	330±2.5 MPa
Módulo de Young	74×10 <sup>3</sup> MPa
Coefficiente de Poisson	0.33
C	5,054×10 <sup>-14</sup>
m	3,554
R	0,10

Para introduzir estas constantes no ficheiro de entrada do software Zencrack (semelhante ao *file.zcr* descrito anteriormente), é necessário determinar a carga máxima e mínima a aplicar no componente. Deste modo, o Zencrack utiliza uma expressão que permite relacionar a carga máxima e mínima a aplicar com a carga introduzida no modelo computacional desenvolvido pelo MEF:

$$S'_{\min} = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{FE}} \quad (4.7)$$

$$S'_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{FE}}$$

Onde,  $\sigma_{\max}$  é a tensão máxima,  $\sigma_{\min}$  é a tensão mínima e  $\sigma_{FE}$  é a tensão aplicada pelo MEF.  $S'_{\min}$  e  $S'_{\max}$  são a tensão mínima e tensão máxima, respectivamente, correspondentes ao software Zencrack. Para utilizar as equações (4.7) é necessário saber quais os valores de  $\sigma_{\max}$ ,  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{FE}$ , os quais, neste caso, poderão ser obtidos da seguinte forma:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (4.8)$$

$$\sigma_{FE} = 10 \text{ MPa}$$

Considerando uma carga máxima ( $\sigma_{\max}$ ) de 10 MPa, obtém-se:

$$S'_{\min} = 0,1$$

$$S'_{\max} = 1 \quad (4.9)$$

O sistema de cargas de amplitude constante é definido usando a palavra-chave “LOAD SYSTEM”, com o parâmetro “TYPE=constant amplitude”. Deste modo, deverão ser introduzidas no *file.zcr* as seguintes linhas:

```
*OPTI ONS, TYPE=FATI GUE
*LOAD SYSTEM, TYPE=constant amplitude
0. 1, 1. 0
```

No que diz respeito à introdução das constantes da lei de Paris neste mesmo ficheiro, deverá atender-se ao seguinte tipo de instrução:

```
*CRACK GROWTH DATA, TYPE=PARI S, CONVERSI ON=1. 0
5. 054E-14, 3. 554
```

Onde “CONVERSION=1.0” pode ser igual a 0 ou 1. O valor 1 significa estado plano de deformação.

O ficheiro final usado pelo Zencrack para a simulação da propagação automática de fendas será semelhante ao apresentado na Figura (A.3.1) que se encontra no anexo A3.

Após cada simulação, é possível obter diversos parâmetros para cada posição de fenda, tais como o número de ciclos ( $N$ ) decorridos e os respectivos valores do factor de intensidade de tensões ( $K$ ) e comprimento de fenda ( $a$ ). Os gráficos das Figuras (4.37) e (4.38) representam a evolução destes parâmetros conforme os resultados obtidos das simulações realizadas neste trabalho no caso de um provete sem entalhe.

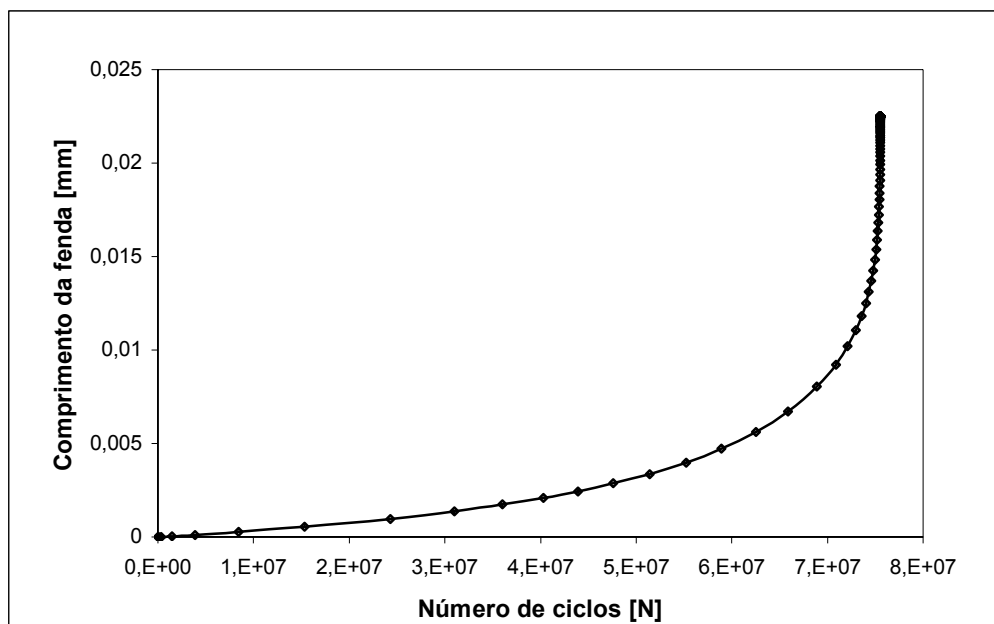


Figura 4.37 – Curva de propagação  $a$  vs  $N$  obtida pelo MEF para um provete sem entalhe.

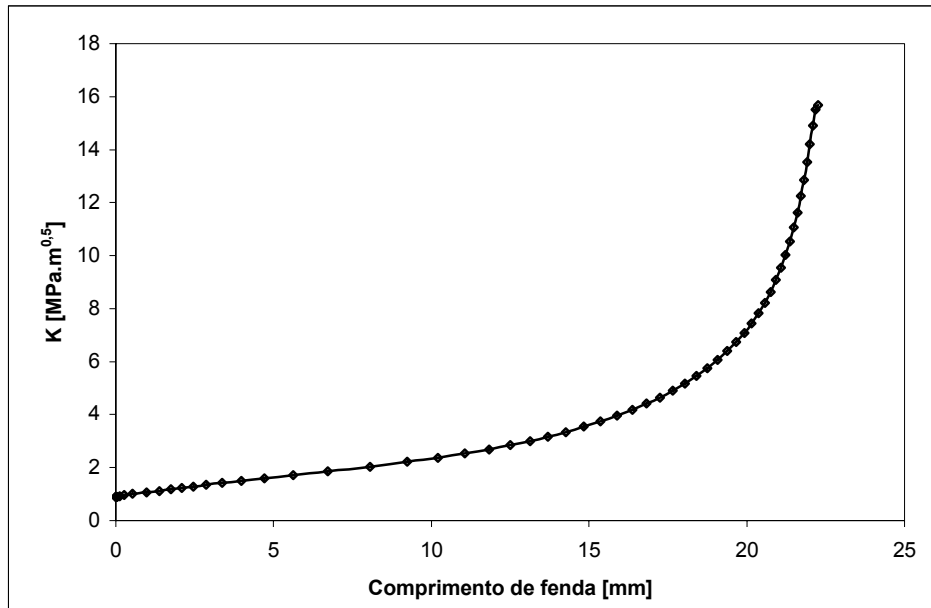


Figura 4.38 – Curva de propagação  $K$  vs  $a$  obtida pelo MEF para um provete sem entalhe.

Como se observa na Figura (4.38), pode-se concluir que,, para as condições do problema acima descritas e considerando um provete sem entalhe, o software Zencrack estima a vida do componente em aproximadamente  $7,5 \times 10^7$  ciclos, o que para muitos autores é considerada vida infinita. Para efeitos comparativos, o gráfico da Figura (4.39) apresenta estes mesmos resultados e os correspondentes obtidos por Antunes [52], bem como os valores teóricos calculados através da aplicação directa da lei de Paris.

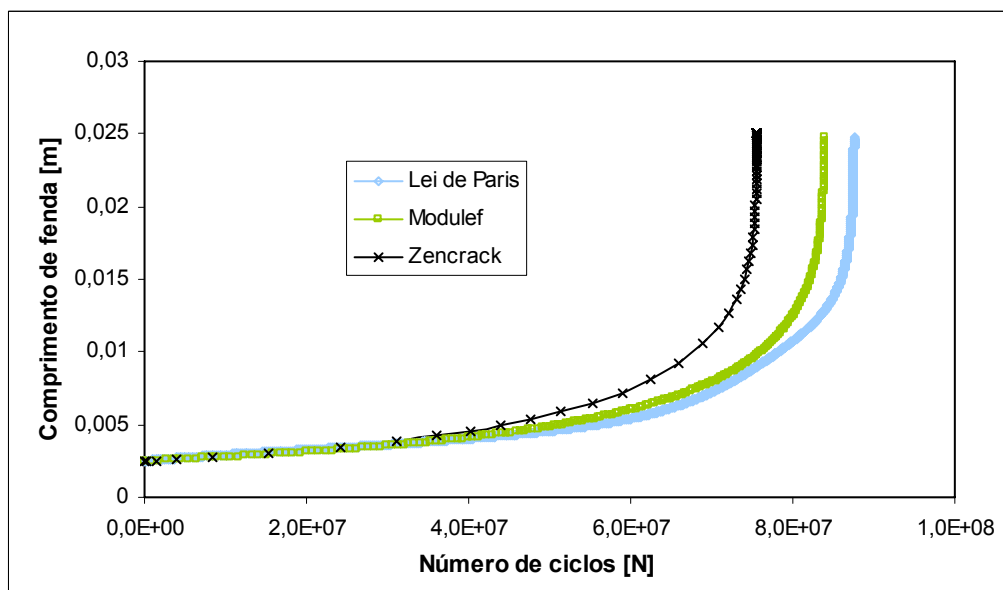


Figura 4.39 – Comparação das curvas de propagação  $a$  vs  $N$  obtidas através da lei de Paris, Modulef [52] e Zencrack para um provete sem entalhe.

De facto, observa-se que as curvas evidenciam um comportamento muito semelhante nos estágios iniciais da propagação, embora tendam a divergir ligeiramente com o aumento do número de ciclos (ou do comprimento da fenda). Esta separação não é muito significativa, diferindo os resultados do Zencrack cerca de 13,5% dos da lei de Paris e 5% dos obtidos pelo ModuleF. Existem algumas possíveis explicações para esta diferença, nomeadamente a precisão na obtenção dos valores, pois trata-se de uma elevada bateria de resultados. Ao mesmo tempo, qualquer pequeno desvio entre as condições de simulação pode implicar numa divergência significativa entre os valores dos parâmetros de simulação. De qualquer forma, e como já foi dito, todas as curvas levam a um valor de ciclos superior a  $10^7$ , pelo que todas as simulações levam a concluir que este tipo de configuração do provete tem uma vida à fadiga infinita para as condições do problema em análise.

## **Capítulo V**

### *Conclusões*

Com a realização deste trabalho pretendeu-se avaliar a possibilidade de utilização de provetes do tipo MT, com espessura moderada e em condições de estado de deformação plana. Para o efeito, foram desenvolvidos vários modelos computacionais de provetes com entalhes laterais aguçados (com ângulo variável) ou com entalhes do tipo circular (com raio de concordância variável). O efeito da espessura do componente foi também avaliado, obtendo-se, para cada geometria de provete, as formas estáveis de fenda, as soluções de  $K$  e a triaxialidade de tensões ao longo de frentes de fenda.

Dos resultados obtidos é possível identificar as seguintes conclusões:

– As simulações computacionais dedicadas à determinação do efeito de cada tipo de entalhe forneceram valores de factores de concentração de tensões ( $K_t$ ) de acordo com o esperado. Assim, verificou-se que a geometria mais severa (do ponto de vista do gradiente de tensões na raiz do entalhe) é a correspondente aos entalhes rectos, particularmente os que possuem um menor ângulo de abertura. No caso de entalhes com um ângulo ( $\beta$ ) de  $30^\circ$ , obteve-se um valor de  $K_t$  igual a 6,55, o qual diminui para um valor de 3,5 face a um aumento do ângulo para  $120^\circ$ . Estes valores, quando comparados com as soluções teóricas disponíveis na literatura, apresentam um erro máximo de aproximadamente 10%, justificando-se pela inadequabilidade daquelas soluções para a tradução exacta das características geométricas dos provetes analisados nesta investigação;

– O efeito de concentração de tensões induzido pelos entalhes é notório na variação dos valores do factor de intensidade de tensão  $K$ , traduzido pelo substancial aumento deste parâmetro nas posições da frente de fenda junto às superfícies laterais do provete (raiz do entalhe). Por outro lado, os diferentes gráficos da distribuição de  $K$  obtidos através das simulações numéricas de todos os casos analisados permitem ver, claramente, que os entalhes rectos são aqueles que levam a um maior aumento de  $K$  junto à raiz, sendo este facto particularmente evidente para o entalhe com um ângulo de  $30^\circ$  (com um maior valor de  $K_t$  e, por isso, mais severo). Assim, os maiores valores médios do factor de intensidade de tensão são obtidos para o caso do entalhe com menor ângulo ( $\beta=30^\circ$ ), verificando-se uma diferença de quase 50% para os pontos localizados junto à raiz do entalhe (relativamente ao caso  $\beta=120^\circ$ ). Também se verifica que, em qualquer dos casos analisados (incluindo os entalhes circulares), o valor de  $K$  cai drasticamente das posições superficiais (junto ao entalhe) em direcção ao interior do

provete, o que demonstra bem a influência deste tipo de elemento de concentração de tensões no valor de  $K$  para diferentes posições ao longo da frente de fenda;

– A obtenção da determinação dos parâmetros de triaxialidade ( $h$  e  $\Theta$ ) é essencial para a averiguação da condição de estado plano de deformação na zona de propagação da fenda (desde o interior do provete até às posições mais superficiais junto à raiz dos entalhes).

As simulações de provetes sem fenda permitiram detectar um claro efeito do entalhe (independentemente da geometria em questão) no aumento dos valores de triaxialidade na sua vizinhança. No entanto, verificou-se que este efeito é maior no caso dos entalhes rectos.

Por outro lado, a espessura do provete tem uma influência decisiva na variação dos parâmetros de triaxialidade, tal como foi confirmado através de algumas simulações com entalhes laterais, observando-se que menores espessuras levam a uma menor redução dos valores de triaxialidade após atingido o pico inicial, o que significa que a zona do provete sujeita a um estado triaxial de tensões é mais abrangente (indo ao encontro do desejado).

No caso das simulações em provetes com fendas conclui-se que a existência de entalhes (de qualquer tipo) origina um aumento do “patamar” onde se verifica a condição  $h \approx 1$ , o que significa que, para este caso, a zona em estado plano de deformação abrange quase toda a totalidade da espessura do provete. Consta-se, ainda, que os entalhes rectos provocam um aumento dos valores de triaxialidade junto da superfície, aumentando estes com a diminuição do ângulo do entalhe, levando a que a frente de fenda esteja em condições de deformação plana em praticamente toda a espessura do provete (tal como pretendido);

– As simulações de propagação automática de fenda demonstraram um comportamento muito semelhante àquele obtido por outros autores, havendo um aumento da divergência dos valores de  $K$  (ou do comprimento da fenda) apenas para um elevado número de ciclos ( $N > 10^7$ ), embora não ultrapasse os 5%.

Desta forma, pode dizer-se que este trabalho permitiu confirmar a validade de utilização de provetes do tipo MT de reduzida espessura com entalhes laterais na obtenção de condições de estado de deformação plana na região de propagação da fenda, o que é de grande utilidade para estudar alguns mecanismos de propagação fortemente

dependentes do estado de tensão, tais como a propagação de fendas por fadiga a alta temperatura, ou mecanismos de fecho de fenda induzidos por deformação plástica.

Finalmente, saliente-se que a execução de alguns ensaios experimentais de propagação de fendas por fadiga com recurso à geometria de provete aqui analisada poderia dar um contributo decisivo (e complementar) para as conclusões deste trabalho. Por outro lado, fica, ainda, por explorar em oportunidades futuras a introdução de certos mecanismos actuantes na extremidade da fenda (tais como a eventual existência de tensões residuais ou mecanismos de fecho de fenda) e a sua influência nos resultados computacionais que se apresentaram ao longo desta investigação.

## **BIBLIOGRAFIA**

- 
- [1] Branco, C.M., Ferreira, J.M., Costa, J.D. e Ribeiro, A.S., "Projecto de Órgãos de Máquinas"; Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian; 2005.
- [2] Lin X. B., Smith R. A., "Finite element modelling of fatigue crack growth of surface cracked plates. Part I: The numerical technique"; Engineering Fracture Mechanics, 63, 503-522; 1999.
- [3] Nykänen, T. J., "Fatigue crack growth simulations based on free front shape development", Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures, 19, 1, 99-109, 1996
- [4] Skinner, Jr. J. D., "Finite element predictions of plasticity-induced fatigue crack closure in three-dimensional cracked geometries"; MSc Dissertation, Department of Mechanical Engineering, University of Mississippi; 2001.
- [5] Suresh, S., "*Fatigue of Materials*"; Cambridge University Press, 2<sup>nd</sup> Edition; 1998.
- [6] Bannantine, J.A., Comer, J.J. and Handrock, J.L., "Fundamentals of metal fatigue analysis"; Prentice Hall; 1989.
- [7] Cláudio, R., "Fatigue Behaviour and Structural Integrity of Scratch Damaged Shot Peened Surfaces at Elevated Temperature"; PhD Thesis, University of Portsmouth; 2005.
- [8] Smith, R.A. and Miller, K.J., "Prediction of fatigue regimes in notched components"; International Journal of Mechanical Sciences, Vol. 20,201–207; 1978.
- [9] Paris, P.C. and Erdogan, F., "A critical analysis of crack propagation"; Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 85, N.º4, 528–534; 1963.
- [10] Parker, A. P.; "The Mechanics of Fracture and Fatigue", Spon, London; 1983.
- [11] Lee M. M. K., Bowness D., "Estimation of stress intensity factor solutions for weld toe cracks in offshore tubular joints", International Journal of Fatigue, 24, 861-875, 2002.
- [12] Dharmawan F., Thomson R. S., Li H., Herszberg I., Gellert E., "Geometry and damage effects in a composite marine T-joint", Composite Structures, 66, 181-187, 2004.
- [13] Branco, R. N., "Estudo numérico de propagação de fendas por fadiga em provetes MT"; Coimbra, Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra; 2005.
- [14] Durán, J.A.R., "Modelos de acumulo de dano por plasticidade cíclica para previsão de taxa de propagação de trincas por fadiga"; Rio de Janeiro; Tese de Doutorado; UFR; 2001.
- [15] Branco. C.A.G.M., "Mecânica dos Materiais", Fundação Calouste Gulbenkian, 4ª Edição, 2006.
- [16] Antunes, F.J.V., "Propagação de Fendas por Fadiga a Alta Temperatura em Inconel 718"; Tese de Doutorado; Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra; Coimbra; 1999.
- [17] Creager, M. Paris, P.C., "Elastic Field Equations for Blunt Cracks with Reference to Stress Corrosion Cracking"; International Journal of fracture Mechanics, vol. 3, pp. 247 – 252;1967.
- [18] Dowling, N.E.; Notched member fatigue life predictions combining crack initiation and propagation, "Fatigue of Engineering Materials and Structures"; Vol. 2;1979.

- [19] Hutchinson, J.W., “A course on Nonlinear Fracture Mechanics”; Dept. of Solid Mechanics; TU; Denmark; 1979.
- [20] Hellan, K., “Introduction to Fracture Mechanics”; First Edition; Singapore; McGraw – Hill Book Co.; 1984.
- [21] Irwin, G.R., “Analysis of Stresses and Strains Near the End of a Crack Transversing a Plate”; Journal of Applied Mechanics; Vol. 24, 361–364; 1957.
- [22] American Society for Testing and Materials, “Standard Test Method for Plane Strain Fracture Toughness of Metallic Materials”; ASTM E 399-83, Annual Book of ASTM Standards, Vol. 3, no. 1; 1985.
- [23] British Standards Institution, “Methods of Testing for Plane Strain Fracture Toughness (K<sub>Ic</sub>) of Metallic Materials”; BS 5447; 1977.
- [24] Rice, J. R., “A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks”; Journal of Applied Mechanics; 35:379-1968
- [25] Liu, Y.Y., Lin, F.S.; “A Mathematical Equation Relating Low Cycle Fatigue Data to Fatigue Crack Propagation Rates”; International Journal of Fatigue, Vol.6, No.1; Butterworth & Co. Ltd; 31-36; 1984.
- [26] Shigley, J.E e Mischke, C.R.(2006); “Mechanical Engineering Design”, 5° ed., McGraw – Hill;
- [27] Roark, Raymond J.; “Roark’s formulas for stress and strain”; UK, McGraw-Hill Book Company; 1989.
- [28] Antunes, F. V., Ferreira J. M., Costa J. D., Capela C., “The importance of K accuracy on fatigue predictions”; 8as Jornadas Portuguesas de Fractura, UTAD, Vila Real; 2002.
- [29] Hellen, T., “On the method of virtual crack extensions”; Int. J. Numer. Meth. Eng. Vol. 9; 1975.
- [30] Hellen, T., “On local energy release rates calculated by the virtual crack extension method”; Int. J. Frac. Vol.23; 1983.
- [31] Remzi, E., Nlackburn, W. and Hellen, T., “Automatic growth of planar cracks in three dimensional geometries”; Proc. 5<sup>th</sup> Int. Conf. On Num. Meth. In Fracture Mechanics, Frieburg; 1990.
- [32] Billardon, R. Adam, C. and Lemaitre, J., “Study of the non-uniform growth of a plane crack in a three-dimensional body subjected to non-proportional loadings”; Int. J. Solids Structures, 1986.
- [33] Cook, G., Timbrell, C. and Claydon, P., “Fatigue crack growth prediction in 3D crack fronts”; ZENTECH report; 1998.
- [34] Zencrack/ User’s Manual, Version 7.5, Zentech International Limited, U.K; 2007.
- [35] Lemaitre J., “A Course on Damage Mechanics”; Springer, New York; 1996.
- [36] Hancock, J. W. and Mackenzie, A. C.,” On the mechanics of ductile fracture in high strength steels subjected to multiaxial states of stress”; J. Mech. Phys. Solids, 1977, 14, 147-169; 1977.

- [37] Sommer, E. and Aurich, D., "On the effect of constraint on ductile fracture. In *Defect Assessment in Components--Fundamentals and Applications*", ESIS/EGF9, ed. J. G. Blauel and K.-H. Schwalbe. Mechanical Engineering Publications, London, pp. 141-174; 1991.
- [38] Rice, J. R. and Tracey, D. M., On the enlargement of voids in triaxial stress field. *J. Mech. Phys. Solids*, 17,201-217; 1974.
- [39] W. Shen, L.H. Peng, C.Y. Tang., "An anisotropic damage-based plastic yield criterion and its application to analysis of metal forming process", *International Journal of Mechanical Science*, China, Vol. 47, 1897-1922; 2005.
- [40] G. Mirone, "Role of stress triaxiality in elastoplastic characterization and ductile failure prediction", *Engineering Fracture Mechanics*, Italy, Vol. 74, 1203-1221; 2007.
- [41] S. Chandrakanth and P. C. Pandey, "An Isotropic Damage Model for Ductile Material", *Engineering Fracture Mechanics*, India, Vol. 50, No. 4, pp. 457-465; 1995.
- [42] B. S. Henry and A. R. Luxmoore, "The Stress Triaxiality Constraint and the Q-Value as a Ductile Fracture Parameter", *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 57, No. 4, pp. 375-390; 1997.
- [43] Gupta, K.K., Meek, J.L.; "Finite Element Multidisciplinary Analysis"; AIAA Education Series; Virginia, U.S.A.; 2000.
- [44] Ottosen, N.S, Petersson, H., "*Introduction to the Finite Element Method*"; United Kingdom, Prentice Hall International (UK) Ltd; 1992.
- [45] Huebner, K.H., Thornton, E.A., Byron, T.G., "*The Finite Element Method for Engineers*"; Canada, John Wiley & Sons Inc., 3<sup>rd</sup> Edition; 1995.
- [46] Cláudio, R.A., Baptista, R., Infante, V., Branco, C.M.; "Life Prediction Using Finite Elements in Complex Geometries"; Proc. of the 8<sup>th</sup> Portuguese Conference on Fracture; SPM; Vila Real, Portugal; 20-22<sup>nd</sup> February; 2002.
- [47] Azevedo, A.F.M., "*Método dos Elementos Finitos*"; Porto, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1<sup>a</sup> Edição; 2003.
- [48] Miranda, R.M.A.; "Análise de Fissuras de Canto pelo Método dos Elementos Finitos Linear Elástico e Elastoplástico"; Tese de Mestrado; Instituto Superior Técnico – Universidade Técnica de Lisboa; Lisboa; 1996.
- [49] ABAQUS/Standard User's Manual, Version 6.5, Vol I, II e III, Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc; 2001.
- [50] Silva, J. M., "Análise da Propagação de Fendas por Fadiga-Fluência na Super Liga de Níquel RR1000"; Tese de Doutoramento; Instituto Superior Técnico – Universidade Técnica de Lisboa; Lisboa; 2007.
- [51] Monteiro, C., "Determinação do Factor de Intensidade de Tensões em Fendas na Vizinhança de Entalhes"; Tese de Mestrado; Instituto Superior Técnico; Lisboa; 2007.

- 
- [52] Antunes, F. V., Branco, R. N, “Modelação numérica da propagação de fendas por fadiga em provetes MT”, Coimbra, Relatório Interno, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.
- [53] <http://www-rocq.inria.fr/modulef/>.
- [54] Sabesan R., Leen S. B. and William E. J.; “Fatigue Crack Growth in Shafts Using the Finite Element Method”; School of Mechanical, Materials and Manufacturing Engineering; University of Nottingham, Nottingham, UK; 2007.
- [55] Hou J., Goldstraw M., Maan S. and Knop M.; “An Evaluation of 3D Crack Growth Using ZENCRACK”; DSTO Aeronautical and Maritime Research Laboratory; Fishermans Bend Vic, Australia; 2001.
- [56] Newman, J.C. e Raju, I.S.,”Three-Dimensional Finite-Element Analyses Of Corner Cracks At Stress Concentrations”; *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 55, N.º 3, 505–512; 1986.
- [57] Pickard, A.C.,”*The Application of 3-Dimensional Finite Element Methods to Fracture Mechanics and Fatigue Life Prediction*”; Warley, U.K. EMAS; 1986.
- [58] American Society for Testing and Materials, “Standard test methods for tension testing of metallic materials”; ASTM E8; 2000
- [59] American Society for Testing and Materials, “Standard test method for microindentation hardness of materials”; ASTM E384; 2000.
- [60] Y. Murakami, “Stress Intensity Factors Handbook”, Pergamon Press, New York, Vol. 1; 1987.
- [61] R. Branco, F.V. Antunes, “Finite element modelling and analysis of crack shapeevolution in mode-I fatigue Middle Cracked Tension specimens”; *Engineering fracture Mechanics*; 2008.



## **ANEXOS**

## ANEXO A1

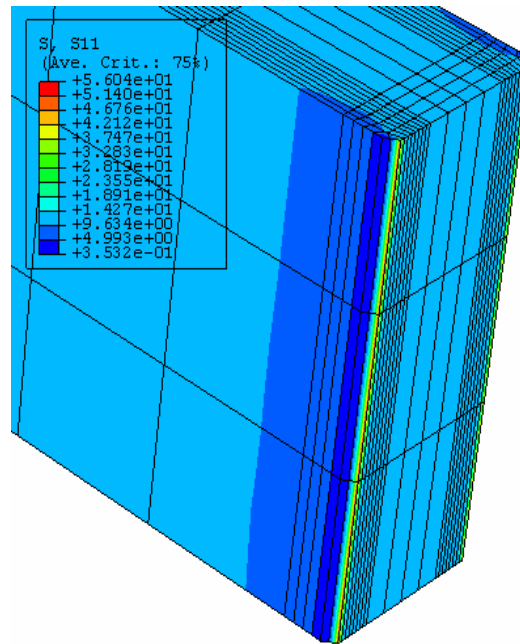


Figura A1.1 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direcção 1 com entalhe 45°

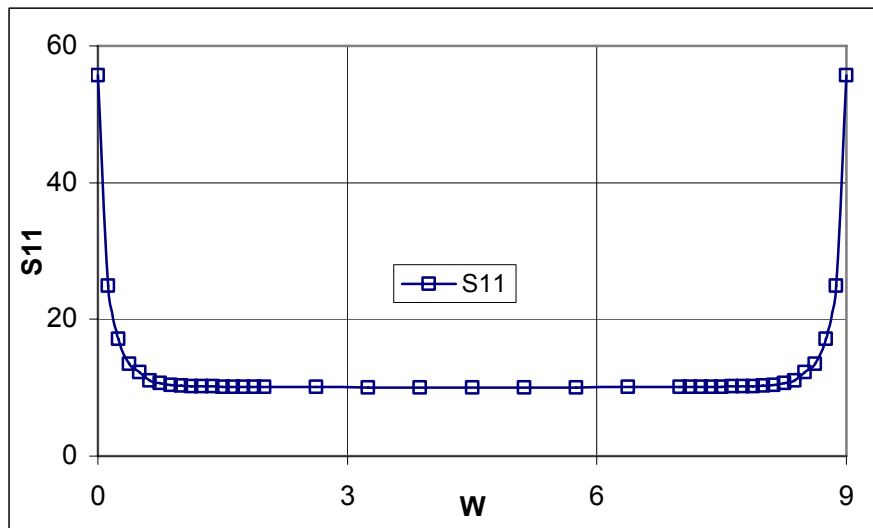


Figura A1.2 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete

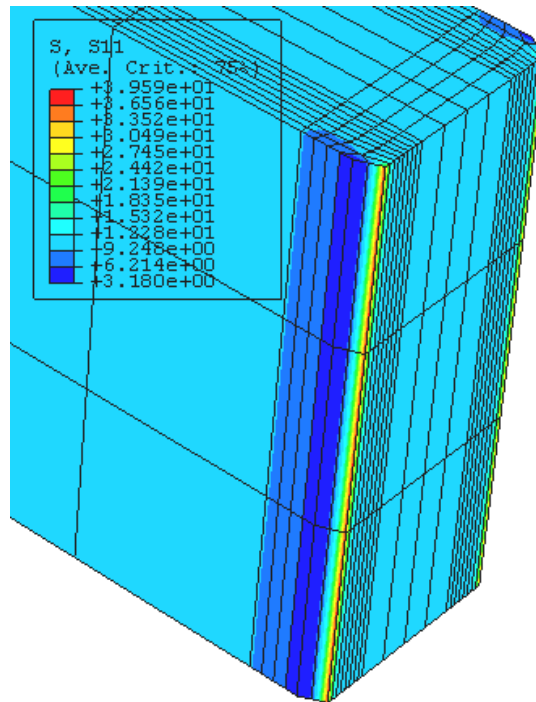


Figura A1.3 - Imagem da distribuição de tensões segundo a direção 1 com entalhe 60°.

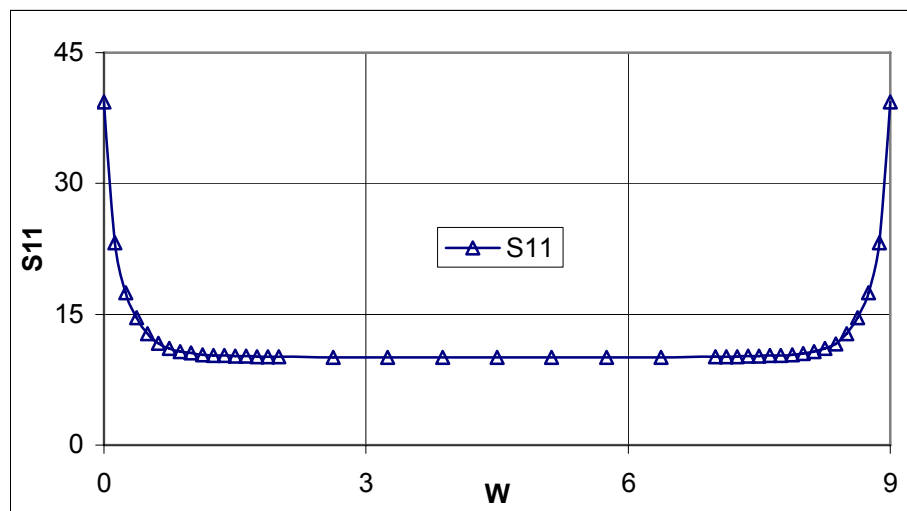


Figura A1.4 - Distribuição de tensões ao longo da zona crítica do provete

## ANEXO A2

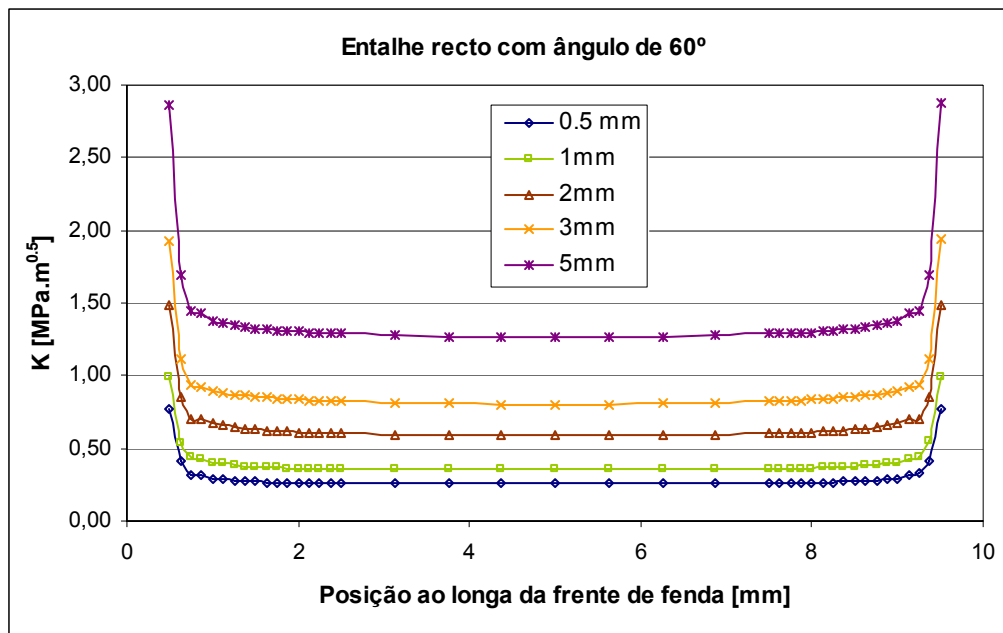


Figura A2.1 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com  $\beta = 60^\circ$  e 0,5mm de profundidade.

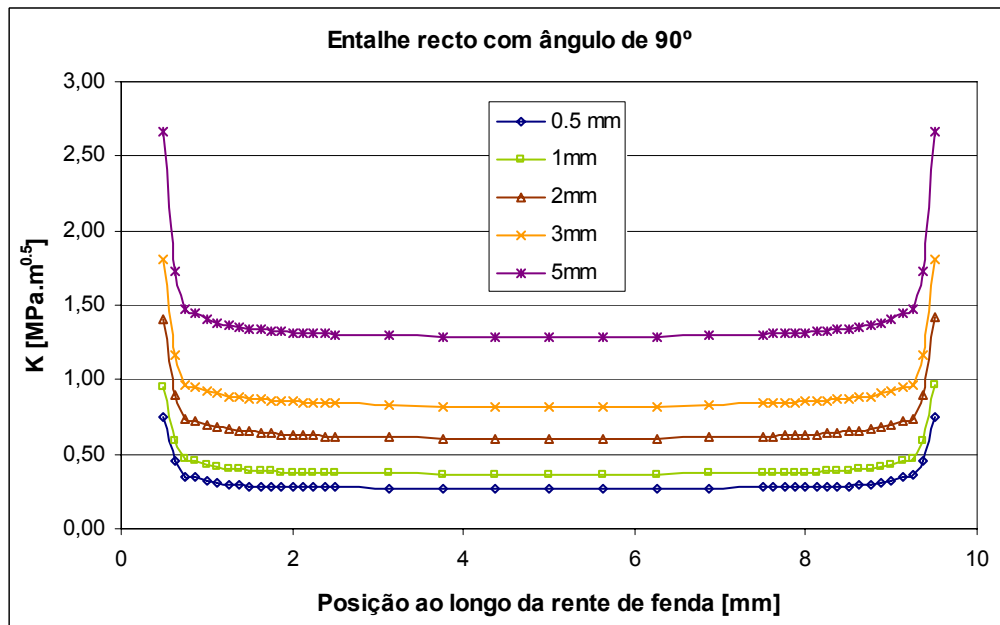


Figura A2.2 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral recto com  $\beta = 90^\circ$  e 0,5mm de profundidade.

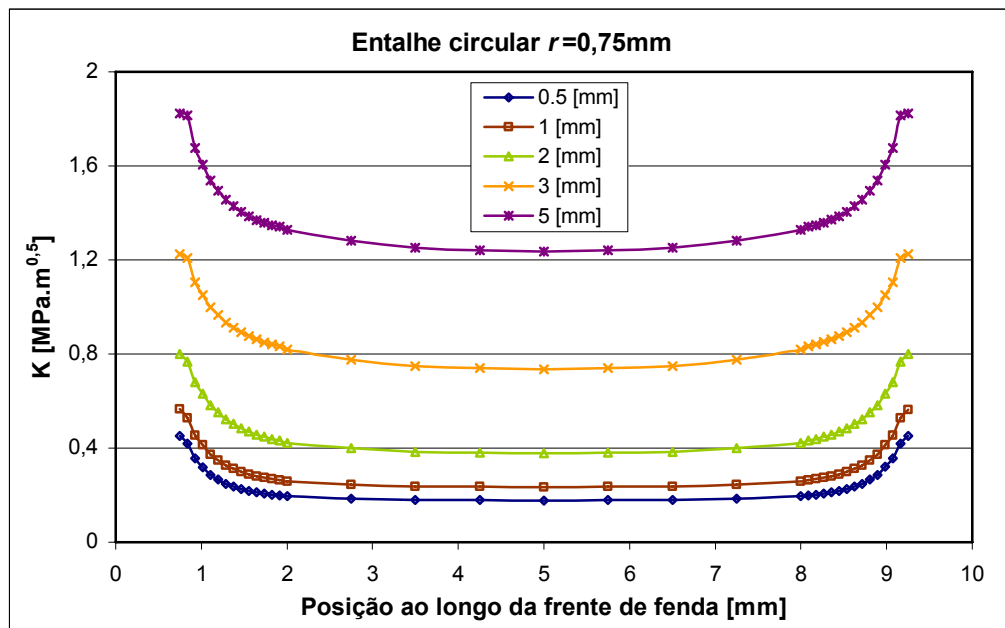


Figura A2.3 – Variação do valor de  $K$  para diferentes comprimentos de fenda num provete com entalhe lateral circular com  $r=0,75\text{mm}$ .

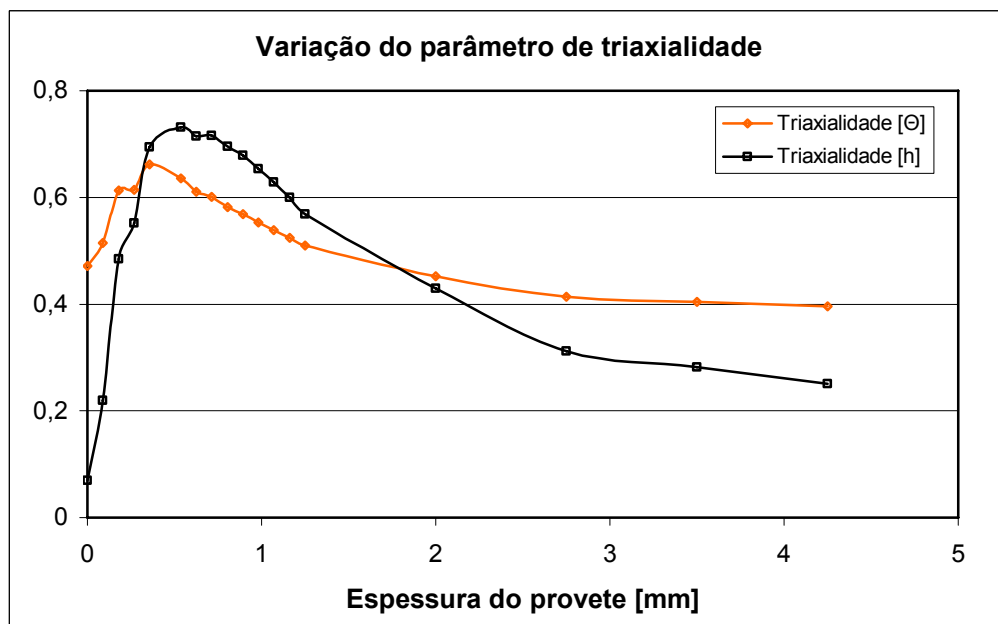


Figura A2.4 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=0,75\text{mm}$ .

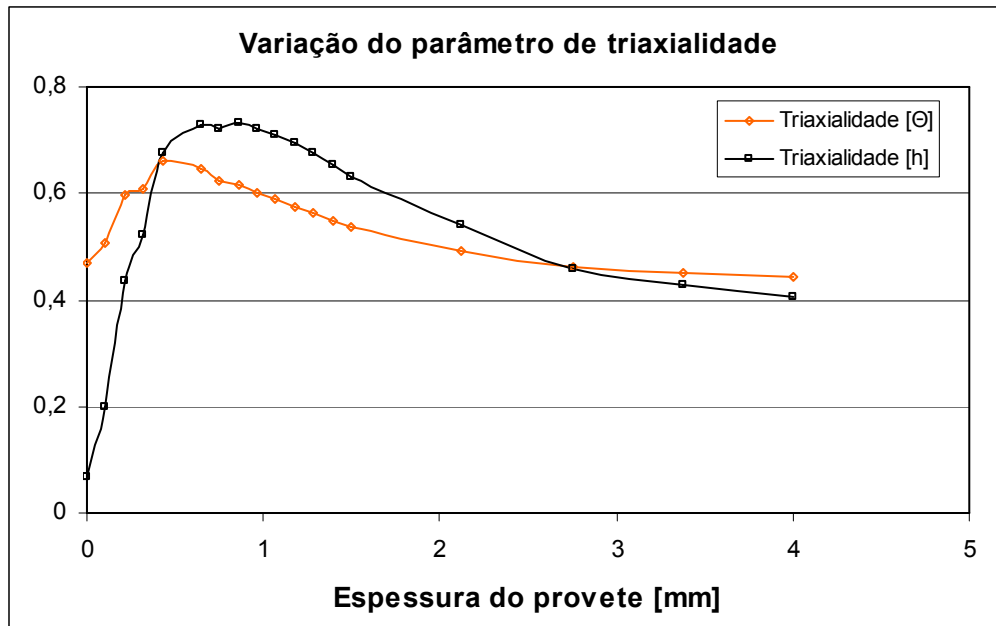


Figura A2.5 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=1\text{mm}$ .

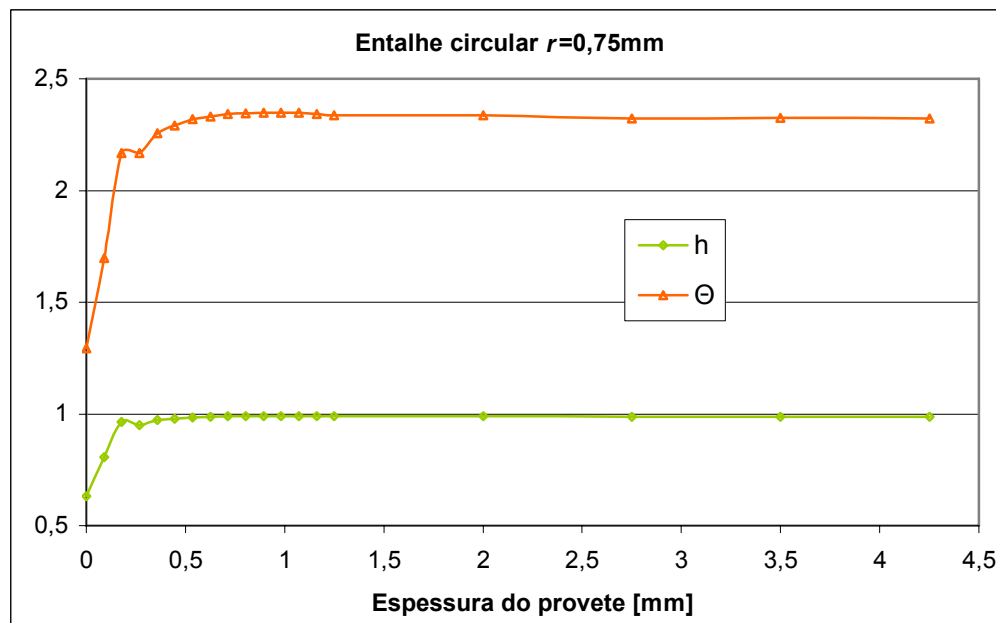
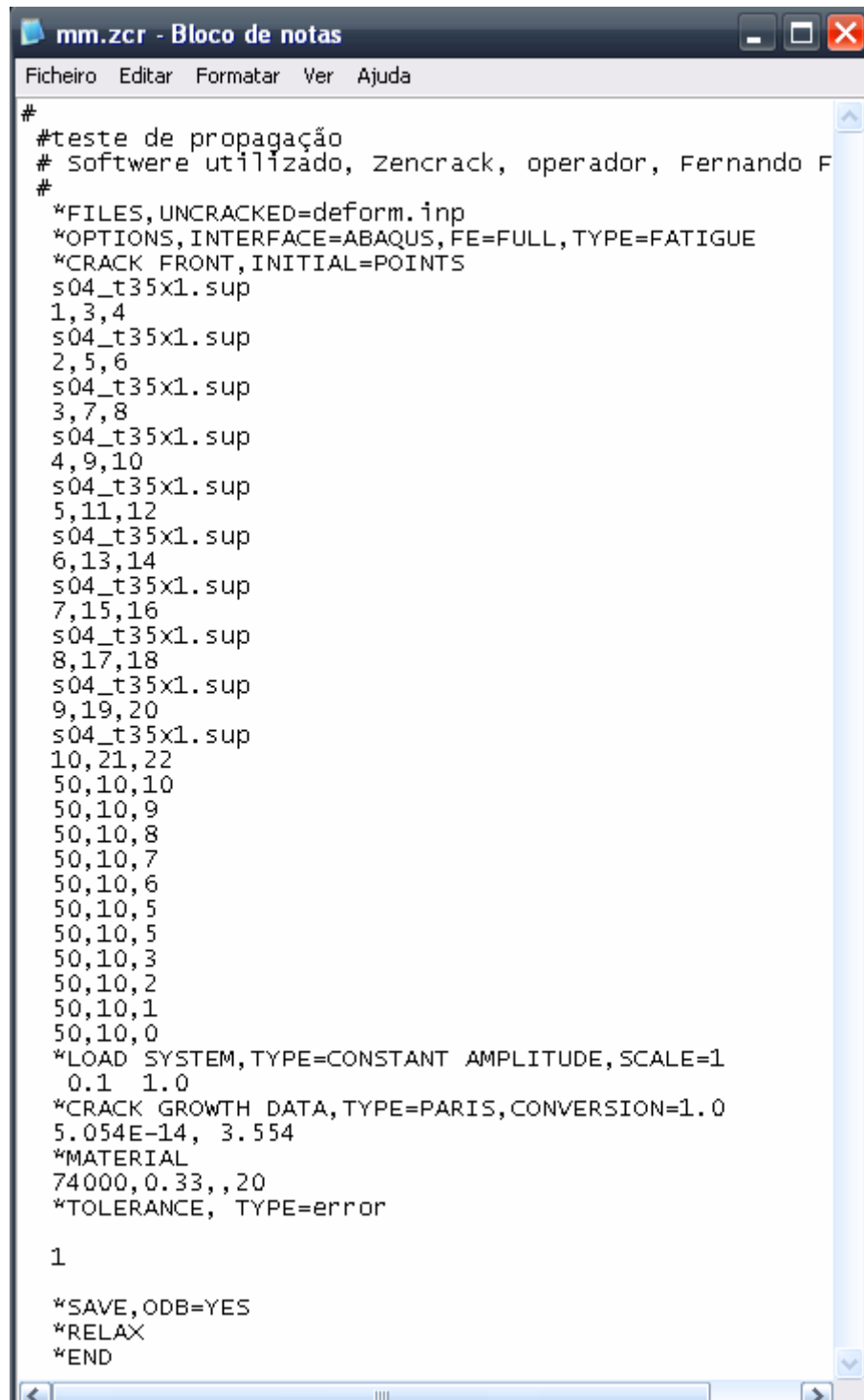


Figura A2.6 – Comparação dos parâmetros de triaxialidade  $\Theta$  e  $h$  para meia espessura dum provete com entalhes laterais circulares de  $r=0,75\text{mm}$ .

## ANEXO A3



```
#
#teste de propagação
# Software utilizado, Zencrack, operador, Fernando F
#
*FILES, UNCRACKED=deform.inp
*OPTIONS, INTERFACE=ABAQUS, FE=FULL, TYPE=FATIGUE
*CRACK FRONT, INITIAL=POINTS
s04_t35x1.sup
1,3,4
s04_t35x1.sup
2,5,6
s04_t35x1.sup
3,7,8
s04_t35x1.sup
4,9,10
s04_t35x1.sup
5,11,12
s04_t35x1.sup
6,13,14
s04_t35x1.sup
7,15,16
s04_t35x1.sup
8,17,18
s04_t35x1.sup
9,19,20
s04_t35x1.sup
10,21,22
50,10,10
50,10,9
50,10,8
50,10,7
50,10,6
50,10,5
50,10,5
50,10,3
50,10,2
50,10,1
50,10,0
*LOAD SYSTEM, TYPE=CONSTANT AMPLITUDE, SCALE=1
0.1 1.0
*CRACK GROWTH DATA, TYPE=PARIS, CONVERSION=1.0
5.054E-14, 3.554
*MATERIAL
74000, 0.33, , 20
*TOLERANCE, TYPE=error

1

*SAVE, ODB=YES
*RELAX
*END
```

Figura A3.1 – Exemplo das instruções contidas num ficheiro de entrada do ZENCRACK® para propagação automática de fendas.