



UNIVERSIDADE DA BEIRA INTERIOR
Engenharia

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Filipe Alexandre Pinheiro Dias

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em
Engenharia Eletromecânica
(2º ciclo de estudos)

Orientador: Prof. Doutor Carlos Manuel Cipriano Xisto
Co-orientador: Prof. Doutor José Carlos Páscoa Marques

Covilhã, Junho de 2016

Dedicatória

Para a Alexandra

Agradecimentos

O trabalho que aqui se apresenta foi desenvolvido no laboratório de investigação ClusterDEM, parte integrante do C-MAST (Center for Mechanical and Aerospace Science and Technologies). Esta tese teve o apoio oficial do projeto FCT com a referência PTDC/EMSTRA/5728/2014 "Magnetoplasmadynamic Flow Manipulation on Hypersonic and Re-entry Vehicles".

Em primeiro lugar quero agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Carlos Manuel Cipriano Xisto, Professor Auxiliar Convidado na Universidade da Beira Interior. Por todo o apoio que me deu, pela paciência demonstrada e por me ter guiado neste caminho. Queria também agradecer ao meu co-orientador Professor Doutor José Carlos Páscoa Marques, Professor Auxiliar na Universidade da Beira Interior, pela infinita paciência com que me explicou ao pormenor todos os conceitos que eu não sabia, ou já não me recordava.

Deixo também um agradecimento aos meus pais e irmã, pelo suporte moral que sempre me deram e por me apoiarem incondicionalmente em todas as fases, por me instigarem a lutar pelos meus objetivos, por me incentivarem a responsabilizar-me pelos meus falhanços e a agradecer pelos meus sucessos. Por tudo isso vos agradeço.

Por fim, quero deixar uma palavra de afeto à Alexandra. Obrigado pelo teu apoio, por me fazeres sentir bem comigo mesmo, por me dares motivos para sorrir todos os dias. Obrigado por estares ao meu lado durante os desafios que enfrento, e partilhares as minhas dores comigo.

"It's the questions we can't answer that teach us the most. They teach us how to think. If you give a man an answer, all he gains is a little fact. But give him a question and he'll look for his own answers. (...) That way, when he finds the answers, they'll be precious to him. The harder we hunt, the more we learn. An impossible question..." - Patrick Rothfuss, The Wise Man's Fear.

Resumo

O *blackout* é um fenómeno que surge durante a reentrada, no qual o veículo se encontra impossibilitado de enviar e receber sinais de comunicação, telemetria e GPS. Tendo em conta que este problema surge durante uma das fases mais delicadas da missão, a mitigação do *blackout* é um fator crucial no desenvolvimento destes veículos. Até à data foram propostas diferentes técnicas que permitem mitigar ou anular os fenómenos que causam o *blackout*, entre as quais a imposição de um campo magnético estacionário.

Nesta tese vai ser proposto um código numérico capaz de calcular o efeito do campo magnético em escoamentos hipersónicos de fluidos condutores de eletricidade (ex. plasma), procurando-se controlar a posição da onda de choque.

Inicialmente, o código existente para dinâmica dos gases é validado, e a sua robustez e precisão de cálculo de ondas de choque analisada para diferentes malhas de dimensão crescente. O comportamento do código vai também ser analisado para escoamentos a diferentes números de Mach, abrangendo as gamas de velocidade supersónicas e hipersónicas.

Posteriormente, as equações da magnetohidrodinâmica são acrescentadas ao código, usando a formulação para número de Reynolds magnético reduzido. Esta implementação é validada com recurso ao conhecido caso de Hartmann, onde os resultados numéricos obtidos são comparados com a solução analítica para diferentes números de Hartmann.

Por fim, vai ser analisado um caso de aplicação, onde se procura medir o efeito da imposição de um dipolo magnético num escoamento hipersónico sobre o veículo de reentrada RAM-C II. Aqui pretende-se estudar o efeito da intensidade e orientação do dipolo magnético sobre o escoamento, procurando-se determinar qual é a configuração que permite o maior espetro de controlo sobre a posição da onda de choque.

Palavras-chave

Escoamento magnetohidrodinâmico, mitigação do *blackout*, modelos numéricos

Abstract

Radio blackout is an issue that arises during the reentry period, during which the vehicle is unable to send and receive communication, telemetry and GPS signals. Since this problem arises during one of the mission's most delicate phases, blackout mitigation is a crucial factor for the development of hypersonic and reentry vehicles. So far, different blackout mitigation techniques have been proposed, amongst which the imposition of a stationary magnetic field. A numerical code, capable of calculating the effect of a magnetic field over an electrically conducting flow (e.g. plasma) is proposed, attempting to control the shockwave position. Initially, the existing gas dynamics code is validated, and its robustness and accuracy in calculating shockwaves for different meshes of increasing size is analyzed. Flows with different Mach number, ranging from supersonic to hypersonic velocities, are also analyzed. Afterwards, the magnetohydrodynamic equations are added to the code, assuming a low magnetic Reynolds formulation. The well known Hartmann case is used to validate this implementation, by comparing the numerical results with the analytical solution for different Hartmann numbers. Finally, an application case is studied, wherein the effect of a magnetic dipole in a hypersonic flow over the RAM-C II reentry vehicle is considered. Here it is intended to determine the configuration that allows a higher control range over the shockwave by studying the effect of magnetic dipole intensity and orientation on the flow.

Keywords

Magnetohydrodynamic flow, blackout mitigation, numerical models

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Veículos de reentrada e veículos hipersónicos	2
1.1.1	Problemas típicos em veículos de reentrada e hipersónicos	3
1.2	Revisão do estado da arte de manipulação de escoamento de plasma com recurso a campos magnéticos	9
1.3	Revisão do estado da arte de modelos numéricos para resolução de problemas MHD em veículos de reentrada	10
1.4	Objetivos e contribuições do presente trabalho	11
1.5	Estrutura da dissertação	12
2	Modelação magnetohidrodinâmica	13
2.1	Equações de Navier-Stokes	13
2.2	Equações MHD	14
2.2.1	Formulação MHD a número de Reynolds magnético reduzido	15
2.3	Parâmetros adimensionais	16
2.3.1	Número de Reynolds magnético	16
2.3.2	Número de Hartmann	16
3	Modelo Numérico	19
3.1	Discretização temporal da solução	19
3.2	Tratamento dos termos convetivos	20
3.2.1	AUSM ⁺ – <i>up</i>	20
3.2.2	HLLC	23
3.2.3	Kurganov	24
3.2.4	Roe	25
3.2.5	TVDLF	26
4	Validação do modelo numérico	27
4.1	Modelo numérico para dinâmica dos gases	27
4.1.1	Estudo de refinamento de malha	27
4.1.2	Estudo de comportamento para diferentes números de Mach	31
4.2	Validação do Modelo MHD	40
5	Aplicação de um escoamento sobre um corpo de reentrada	47
5.1	Geometria, variáveis e condições de fronteira do caso de teste	48
5.2	Resultados	50
6	Conclusões e trabalho futuro	55
6.1	Trabalhos futuros	56
6.2	Artigos desenvolvidos durante a dissertação	56
	Bibliografia	57

Lista de Figuras

1.1	a) Um condutor a deslocar-se num campo magnético irá deformar as linhas desse campo magnético, parecendo "arrastá-las". b) Se o condutor estiver a ser percorrido por uma corrente eléctrica, a força de Lorentz tende a opor-se ao movimento do condutor. figura retirada de [1].	1
1.2	Representação artística do vaivém espacial durante a reentrada. Figura retirada de [7].	3
1.3	Esquema do RAM-C II, com a localização das sondas eletrostáticas e antenas usadas para realizar as medições. Figura retirada de [8].	4
1.4	Boeing X-37B na sua plataforma de lançamento. Figura retirada de [6].	4
1.5	Exemplo de veículo hipersónico com configuração RAA. figura retirada de [12].	6
1.6	Esquema de implementação da janela magnética. figura retirada de [12].	7
1.7	Esquema de funcionamento do método <i>ExB drift</i> para mitigação do <i>blackout</i> . Figura retirada de [20].	8
1.8	Esquema de implementação da injeção de fluido na camada de plasma como método de mitigação do <i>blackout</i> . Figura retirada de [12].	9
2.1	Perfil de velocidades para número de Hartmann reduzido (a) e elevado (b).	17
4.1	Geometria do cilindro-cunha e diferentes malhas usadas para testar a independência de malha. Malha 1 (a,b): 80×100 nós; malha 2 (c,d): 160×200 nós; malha 3 (e,f): 320×400 nós.	28
4.2	Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução $AUSM^+ - up$ em diferentes malhas.	29
4.3	Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução HLLC em diferentes malhas.	29
4.4	Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução Kurganov em diferentes malhas.	29
4.5	Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução Roe e diferentes malhas.	30
4.6	Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução TVDLF em diferentes malhas.	30
4.7	Distribuição de pressão ao longo da secção $Y=0$, calculada em malhas de diferente dimensão. Foram analisados cinco esquemas numéricos distintos: $AUSM^+ - up$ (a); HLLC (b); Kurganov (c); Roe (d); TVDLF (e).	32
4.8	Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M = 1,8$ (a); $M = 2,7$ (b); $M = 6$ (c); $M = 8$ (d), resolvidos com o esquema $AUSM^+ - up$	33
4.9	Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b), resolvidos com o esquema HLLC.	35
4.10	Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), resolvidos com o esquema Kurganov.	36
4.11	Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c), resolvidos com o esquema Roe.	37
4.12	Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c), resolvidos com o esquema TVDLF.	38

4.13	Distribuição de pressão na secção $Y=0$, calculada para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), com diferentes esquemas de resolução.	39
4.14	Formação do Carbuncle, um fenómeno que ocorre frequentemente em cálculos intermédios quando se utiliza o esquema de alta resolução Roe.	41
4.15	Comparação entre a posição da onda de choque obtida experimentalmente (linha cheia) e obtida através da correlação (linha tracejada). Imagem retirada de [51].	41
4.16	Onda de choque para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), comparados com os valores analíticos para a posição da onda de choque. Estes resultados foram obtidos com o esquema de alta resolução $AUSM^+ - up$. . .	42
4.17	Esquemática do escoamento de Hartmann. Imagem retirada de [53].	45
4.18	Malha usada para testar o caso de Hartmann, com uma dimensão de 10×150 nós.	45
4.19	Perfil de velocidades para diferentes números de Hartmann a toda a largura da conduta (a) e junto à parede (b). As linhas representam a solução analítica, os pontos representam a solução numérica.	46
5.1	Malha usada para testar o efeito da orientação e magnitude do campo magnético sobre o escoamento, com uma dimensão de 100×200 nós.	47
5.2	Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético vertical com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.	49
5.3	Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético horizontal com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Neste caso, as linhas do campo magnético aproximam-se do nariz do veículo. Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.	51
5.4	Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético horizontal com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Neste caso, as linhas do campo magnético afastam-se do nariz do veículo. Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.	53

Lista de Tabelas

1.1	Classificação do regime de voo de acordo com o número de Mach. Tabela adaptada a partir de [5].	2
4.1	Velocidade na entrada para diferentes valores do número de Mach.	34
4.2	Magnitude do campo magnético para diferentes números de Hartmann.	43
5.1	Condutividade elétrica de diferentes fluidos. Tabela adaptada a partir de [49].	48

Notação

Abreviações

AUSM	Advection Upwind Splitting Method
CFD	Computational Fluid Dynamics
FOAM	Field Operation And Manipulation
HLLC	Harten-Lax-van Leer-Contact
MHD	MagnetoHidroDinâmica
RAM	Radio Attenuation Measurements
VC	Volume de controlo
TVDLF	Total Variation Diminishing Lax-Friedrichs

Caracteres latinos

\mathbf{B}	Campo magnético
\mathbf{B}_0	Campo magnético imposto
B_0	Magnitude do campo magnético imposto
c_f	Velocidade do som comum
c_v	Calor específico a volume constante
c^*	Velocidade do som crítica
D_p	Termo difusivo de pressão
D_U	Termo difusivo de velocidade
\mathbf{E}	Campo elétrico
\mathbf{E}_0	Campo elétrico imposto
e_t	Energia total
\mathbf{F}_L	Força de Lorentz
f_m	Forças mássicas
Ha	Número de Hartmann
H_t	Entalpia de estagnação
$\overset{\leftrightarrow}{I}$	Matriz identidade
\mathbf{j}	Densidade de corrente elétrica
l	Comprimento característico
M	Número de Mach
M_0	Número de Mach de referência
\mathbf{n}	Vetor unitário de direção normal à superfície
R	Constante do gás
R_m	Número de Reynolds magnético
$R(\phi)$	Resíduos da variável
p	Pressão estática
p_f	Pressão na face
T	Temperatura
\mathbf{U}	Campo de velocidades
U_f	Velocidade na face
u	Velocidade do escoamento

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Caracteres gregos

α_n	Coeficiente de avanço no tempo
Δt	Passo de tempo
ε_0	Permeabilidade elétrica do vácuo
ϕ	Fluxo convectivo
γ	Razão de calores específicos
μ	Viscosidade dinâmica
μ_0	Permeabilidade magnética do vácuo
θ	Campo escalar genérico
ρ	Massa específica
ρ_0	Densidade de carga total
σ	Condutividade elétrica
τ_{visc}	Termo viscoso

Capítulo 1

Introdução

A magnetohidrodinâmica (MHD) é um campo da ciência que estuda a interação entre um determinado número de campos magnéticos e o escoamento de um fluido condutor de eletricidade. Para facilitar a compreensão dos processos magnetohidrodinâmicos, poderá ser vantajoso estabelecer uma analogia. Considere-se um campo magnético estacionário no qual é inserido um material condutor como, por exemplo, um fio de cobre. A Lei de Faraday afirma que o movimento relativo entre o campo magnético e o material condutor induz uma corrente no condutor. De acordo com a Lei de Ampère, a corrente induzida vai gerar um segundo campo magnético, que será somado ao campo magnético inicial, pelo que o deslocamento do material condutor parece "arrastar" as linhas magnéticas. Este efeito encontra-se ilustrado na figura 1.1 a). Se no condutor for imposta uma corrente elétrica externa, esta irá interagir com o campo magnético, dando origem à força de Lorentz, que se irá opor ao movimento do condutor, como se pode verificar na figura 1.1 b). Se o material condutor for uma molécula de fluido, ao invés do fio de cobre utilizado no exemplo, estes fenómenos continuam a ocorrer desta forma, entrando então no domínio da MHD.

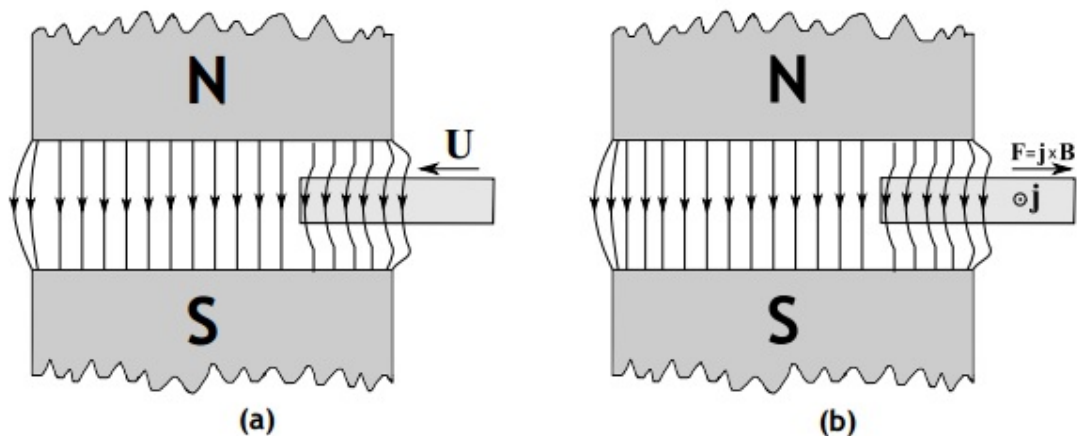


Figura 1.1: a) Um condutor a deslocar-se num campo magnético irá deformar as linhas desse campo magnético, parecendo "arrastá-las". b) Se o condutor estiver a ser percorrido por uma corrente elétrica, a força de Lorentz tende a opor-se ao movimento do condutor. figura retirada de [1].

Os fenómenos MHD podem ser encontrados em várias situações na natureza, ou podem ser provocados pelo homem em aplicações de engenharia mecânica ou aeroespacial. Um dos exemplos mais relevantes encontrado na natureza é o campo magnético terrestre, provocado pelo efeito do dínamo, que relaciona o movimento de rotação do núcleo da Terra com a geração de um campo magnético na escala astronómica. Na indústria metalúrgica, os princípios da MHD são utilizados no manuseamento de metais líquidos, facilitando assim a sua transformação. Os fenómenos MHD podem também ser utilizados para controlar o escoamento em veículos de reentrada ou hipersónicos. É esta última aplicação que será objeto de estudo nesta tese.

Uma das primeiras aparições dos fenómenos MHD na literatura científica foi proporcionada por Hartmann em 1937, que propôs uma bomba eletromagnética capaz de mover mercúrio. Segundo

Hartmann, a bomba eletromagnética, apesar de ter um rendimento reduzido, era interessante do ponto de vista científico, uma vez que permitia estudar fenómenos resultantes da interação de um fluido condutor com campos magnéticos, tendo batizado este novo campo da investigação como "Hg-dynamics" [2]. Esta experiência foi para muitos o nascimento da MHD. Por outro lado, Roberts [3] considera que o nascimento da MHD ocorreu em 1942, com a descoberta de uma onda com origem eletromagnética-hidrodinâmica, que foi baptizada de onda de Alfvén, em honra do físico sueco Hannes Alfvén [4]. Nesse artigo, Alfvén relata a descoberta de uma onda eletromagnética-hidrodinâmica que poderia ser extremamente relevante no estudo das manchas solares. Segundo Alfvén, esta onda é provocada pelo escoamento de um fluido condutor quando sujeito a um campo magnético. O movimento do fluido condutor vai originar correntes elétricas, que vão induzir um segundo campo magnético que, quando somado ao campo magnético inicial cria uma perturbação nas linhas de campo, propagando-se esta na forma de uma onda.

1.1 Veículos de reentrada e veículos hipersónicos

O regime de voo de uma aeronave pode ser dividido em seis categorias diferentes que dependem do número de Mach, veja-se a tabela 1.1.

Número de Mach	Regime de voo
<0.8	Subsónico
0.8-1.2	Transónico
1.2-5	Supersónico
>5	Hipersónico

Tabela 1.1: Classificação do regime de voo de acordo com o número de Mach. Tabela adaptada a partir de [5].

No regime transónico o escoamento apresenta propriedades tanto subsónicas como supersónicas. No regime hipersónico é necessário ter a composição química do ar em mente quando se pretende projetar o veículo, uma vez que grande parte da energia cinética criada é utilizada para separar os átomos das diferentes moléculas presentes no ar [5].

Até à data, não foi ainda possível desenvolver e construir veículos hipersónicos, apesar da existência de vários conceitos teoricamente viáveis. A principal razão para esta impossibilidade é a falta de fundos para o desenvolvimento das tecnologias que estes usam. Estas tecnologias estão, na sua maioria, pouco desenvolvidas, o que leva a que haja um grande fator de risco quando se projeta e lança um destes veículos [6]. No entanto, os veículos hipersónicos partilham muitos dos problemas com os veículos de reentrada, cuja tecnologia tem vindo a ser desenvolvida. Exemplos de veículos de reentrada que já foram construídos e testados incluem: RAM-C; *Space Shuttle* e Boeing X-37 B, entre outros.

O RAM (Radio Attenuation Measurements) foi um projeto conduzido pela NASA com o único propósito de testar o desempenho da janela magnética e injeção de fluido na camada de plasma como métodos de mitigação do *blackout*. Para isso, foram lançados na atmosfera dois veículos de reentrada, RAM-C I e RAM-C II, que efetuaram várias medições à medida que realizavam o seu percurso. Na figura 1.3 pode-se ver uma representação esquemática do RAM-C II.

O RAM-C I tinha como objetivo atestar a eficácia da injeção de água para mitigação do *blackout*, ao passo que o RAM-C II tinha como objetivo realizar medições da densidade de eletrões ao longo do seu percurso, bem como testar a eficácia da utilização de um campo magnético DC para permitir a recepção e transmissão de sinais [8]. Este projeto recolheu uma grande quanti-



Figura 1.2: Representação artística do vaivém espacial durante a reentrada. Figura retirada de [7].

dade de informação acerca das condições a que os veículos estão sujeitos durante a reentrada na atmosfera terrestre, sendo considerado um dos projetos mais importantes na área do voo hipersônico e de reentrada.

O *Space Shuttle* foi um dos programas mais longos e conhecidos da NASA, tendo sido iniciado em Abril de 1981 e terminado em Junho de 2011. Este projeto foi inovador no sentido em que desenvolveu aeronaves parcialmente reutilizáveis. Ao abrigo deste programa foram realizadas 135 missões, com uma frota constituída por cinco vaivéns: Columbia, Challenger, Discovery, Atlantis e Endeavour. Na figura 1.2 pode-se ver uma representação artística de um vaivém espacial. Estas aeronaves foram utilizadas em missões que requeriam o lançamento, reparação e recolha de satélites, investigação de física espacial, tendo participado também na construção da Estação Espacial Internacional [9].

O Boeing X-37, representado na figura 1.4 é um veículo aeroespacial não-tripulado reutilizável que se encontra em desenvolvimento desde 1999, tendo já efetuado três missões. A primeira missão ocorreu entre Abril e Dezembro de 2010, a segunda entre Março de 2011 e Junho de 2012. A terceira e última missão teve lugar entre Dezembro de 2012 e Outubro de 2014, tendo sido a missão mais longa deste veículo. Uma vez que a maioria informação acerca destas missões se encontra ainda classificada, não se sabe qual a natureza da missão orbital [6].

1.1.1 Problemas típicos em veículos de reentrada e hipersónicos

O deslocamento de um veículo na atmosfera a velocidades hipersónicas leva à formação de uma onda de choque na frente da aeronave, que irá converter grande parte da energia cinética do veículo em energia térmica, originando um aumento na temperatura local. Para números de Mach superiores a 10, a temperatura do gás que rodeia a aeronave será de tal forma elevada que irá provocar uma ionização das moléculas e átomos, envolvendo o veículo numa camada de plasma, transformando um escoamento gasoso num escoamento ionizado. Um aumento na densidade de catiões e eletrões leva a um aumento da frequência do plasma, que poderá exceder a banda de frequência dos sinais de comunicação comumente utilizados. Como tal, qualquer sinal que tente penetrar a camada de plasma será refletido. Mesmo que o sinal emitido tenha

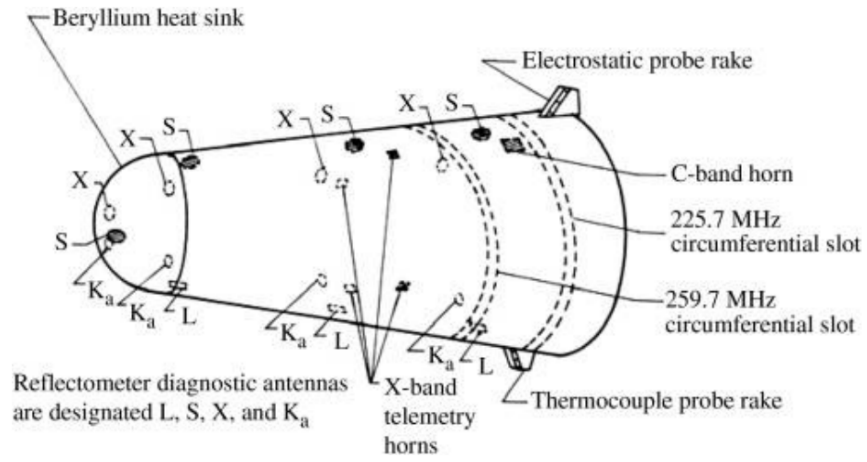


Figura 1.3: Esquema do RAM-C II, com a localização das sondas eletrostáticas e antenas usadas para realizar as medições. Figura retirada de [8].



Figura 1.4: Boeing X-37B na sua plataforma de lançamento. Figura retirada de [6].

uma frequência superior à frequência do plasma, será severamente alterado e atenuado. Para além disso, a emissão de ondas de rádio encontra-se limitada pelas frequências do intervalo que as caracterizam. A criação de uma camada de plasma vai portanto gerar um fenómeno designado por "*blackout*", durante o qual a comunicação entre o veículo e o controlo terrestre se encontra impossibilitado. Durante a reentrada na atmosfera terrestre, o fenómeno de *blackout* tem uma duração entre 4 a 10 minutos. Adicionalmente, o escudo térmico utilizado em veículos de reentrada é projetado para se desintegrar, sendo que as partículas por estes libertadas irão contribuir para o aumento da densidade de eletrões.

Em 1990 Taneda [10] estudou a atenuação das ondas eletromagnéticas que se propagavam do e para o veículo, testando o efeito da trajetória, da velocidade, do ângulo entre o nariz e o corpo e da temperatura para várias frequências de sinais. Taneda concluiu que a densidade de eletrões é maior quando a trajetória selecionada é a mais baixa, existindo uma diferença de 3,9 GHz na frequência crítica entre a trajetória superior e inferior. O autor concluiu também que um aumento de 10° no ângulo entre o nariz e o corpo leva a um aumento de 7,6 GHz na frequência crítica, e que para uma velocidade de 6,5 Km/s a frequência crítica é sensivelmente 1 GHz. Por fim, Taneda concluiu que um aumento de 1000° K na temperatura leva a um aumento de 2 GHz na frequência crítica.

Durante as missões espaciais Apollo, a mitigação do *blackout* foi uma das maiores prioridades no projeto de novas cápsulas de reentrada. Durante o programa *Space Shuttle*, este problema foi maioritariamente ignorado, uma vez que o vaivém entra na atmosfera com um ângulo no qual apenas se forma plasma na parte inferior do veículo, o que permite que as comunicações sejam efetuadas pela parte superior, e sejam refletidas para a Terra através de um satélite de *relay*, que se situa numa zona superior da atmosfera.

Foi também proposta uma alternativa, na qual um sistema de geração de energia magnetohidrodinâmica iria diminuir os requisitos do sistema de construção do escudo térmico e o período de *blackout* [11]. O sistema de geração de energia MHD proposto produz energia a partir dos eletrões presentes na atmosfera em que está a entrar, energia essa que vai então alimentar sistemas ativos de mitigação do *blackout* e arrefecimento do escudo térmico. Assim, o sistema proposto permite ultrapassar um dos maiores obstáculos à utilização de sistemas de mitigação de *blackout* ativos, fornecendo a energia que estes requerem.

Foram propostos vários métodos para tentar mitigar o período de *blackout*, entre os quais se destacam: modelação aerodinâmica; janela magnética; injeção de extintor líquido e injeção de extintor sólido.

1.1.1.1 Modelação aerodinâmica

A modelação aerodinâmica é uma das técnicas mais simples para a mitigação do *blackout*, na qual a geometria do veículo é alterada com base em resultados de modelação numérica da aerodinâmica. Estes resultados mostram que uma geometria mais afunilada cria uma camada de plasma mais fina, facilitando assim a passagem do sinal, sem que este seja significativamente alterado. A figura 1.5 retrata um veículo no qual este método foi aplicado. Algumas das soluções apresentadas consistiram numa sonda pontiaguda com uma antena no seu interior, geralmente colocada no nariz do veículo, numa configuração designada por RAA (Remote Antenna Assembly). Estas sondas são geralmente constituídas por um metal poroso sinterizado, podendo ser arrefecidas com recurso a um gás ou a um líquido [7]. Uma das grandes vantagens desta técnica é o facto de ser uma técnica passiva, isto é, um método de mitigação de *blackout* que não necessita da implementação de componentes móveis.

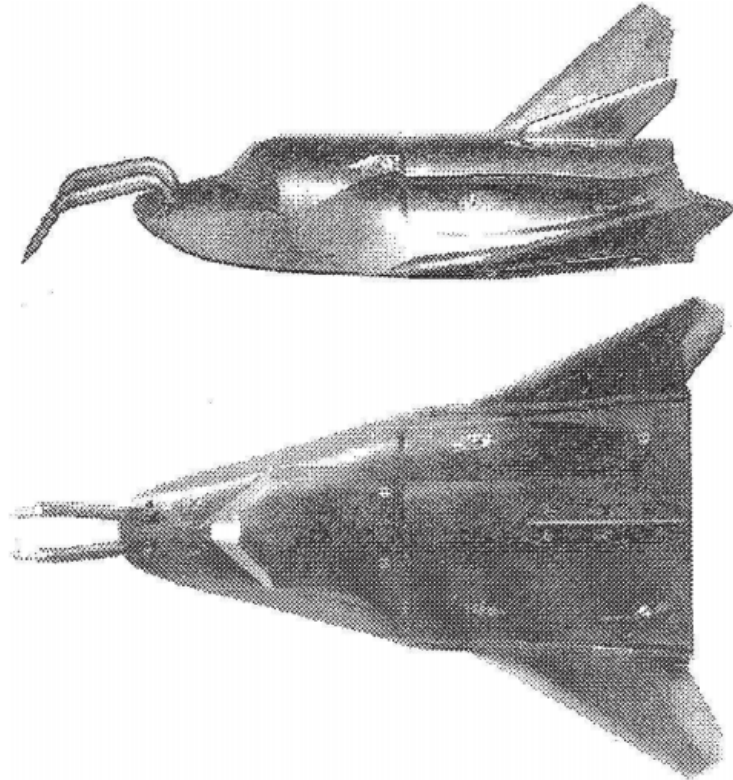


Figura 1.5: Exemplo de veículo hipersónico com configuração RAA. figura retirada de [12].

Contudo, a modelação aerodinâmica apresenta uma limitação que impossibilita a sua implementação, no sentido em que, tratando-se de uma geometria pontiaguda, as temperaturas elevadas poderão levar à destruição da antena. A utilização de um líquido ou gás para arrefecer o interior do metal poroso pode atenuar esta limitação. No entanto, a aplicação desta solução implica que esta técnica deixe de ser passiva para se tornar ativa [12]. Para além disso, esta técnica não elimina completamente o *blackout*, tendo sido sugerida a sua utilização como forma de complementar técnicas ativas, como, por exemplo, a aplicação de janela magnética [13].

1.1.1.2 Janela magnética

A figura 1.6 mostra um esquema de implementação da janela magnética. Este método pode ser considerado ativo ou passivo, sendo que esta distinção varia com o mecanismo utilizado para gerar o campo magnético: eletroímãs (ativo); ou ímãs permanentes (passivo). Esta técnica compreende a geração de um campo magnético que limitará a interação dos eletrões com a onda eletromagnética recebida, criando uma "janela espectral", através da qual o sinal de telemetria consegue atingir a nave sem ser significativamente alterado. A presença de um campo magnético imposto diminui a movimentação dos eletrões, pelo que a frequência do plasma é reduzida, não afetando o sinal enviado [14]. Estudos práticos realizados em 1964 por Russo [15] demonstraram que a aplicação de um campo magnético imposto com uma intensidade de 0,75T na direção paralela à direção de propagação da onda de transmissão reduz a atenuação do sinal de 45dB para 28dB.

O método da janela magnética, apesar de apresentar resultados favoráveis, tem algumas limitações, sendo a principal a massa proibitiva dos ímãs e respetivos sistemas de arrefecimento. Por norma, para a obtenção de um campo magnético de 1T, o sistema eletromagnético tem

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

uma massa total de 500kg, elevando exponencialmente os custos da missão. Adicionalmente, a obtenção de um campo magnético uniforme requer eletroímãs com bobinas de raios extremamente elevados, o que introduz muitas dificuldades em termos de projeto da aeronave [12].

Uma técnica similar à janela magnética, onde uma corrente pulsada atravessa um condutor isolado imerso no plasma, foi testada em laboratório por Stenzel e Urrutia [16]. A corrente vai induzir um campo magnético variável, que vai expulsar os elétrons da vizinhança da antena. Estes elétrons irão então criar um campo elétrico por efeito de Hall, expulsando os iões, criando então uma janela magnética de curta duração (inferior a 1 ms), pela qual uma microonda pode passar sem sofrer uma atenuação significativa. Segundo os autores, a potência consumida é bastante reduzida, e a massa do sistema é modesta.

Em 2015 Kundrapu et al. [17] realizaram estudos numéricos para testar o efeito da janela magnética na atenuação do efeito de *blackout* no veículo de reentrada RAM-C, com condições semelhantes às encontradas a uma altitude de 61 km. Foi incluído um modelo multi-espécie onde sete espécies químicas foram consideradas: N_2 ; O_2 ; NO; N; O; NO^+ ; e $^-$. O campo magnético testado tinha uma intensidade de 1 T. Estes autores concluíram que, à semelhança do que tinha sucedido nos testes experimentais com o veículo RAM-C, a aplicação do campo magnético permitia a passagem da onda de rádio, apesar de a sua amplitude ser severamente reduzida.

Uma variante da janela magnética é designada por *ExB drift*, na qual é aplicado um campo magnético e um campo elétrico na região próxima da antena. Na figura 1.7 está representado um esquema do método *ExB drift*. A atuação dos campos magnético e elétrico origina uma aceleração local do plasma, diminuindo localmente a sua densidade. Esta diminuição na densidade do plasma depende da magnitude e perfil dos campos impostos [18]. Keidar et al. realizaram em 2008 estudos numéricos que permitiram avaliar o desempenho deste método [19]. Para isso, testaram o veículo RAM-C, com condições de altitude numa gama de 61 km a 81 km. Foi implementado um modelo químico reduzido onde apenas cinco espécies distintas foram consideradas: N_2 ; O_2 ; NO; N; O. Estes autores demonstraram que a redução de densidade do plasma aumenta com a altitude, tendo conseguido atingir reduções significativas para uma altitude de 81 km.

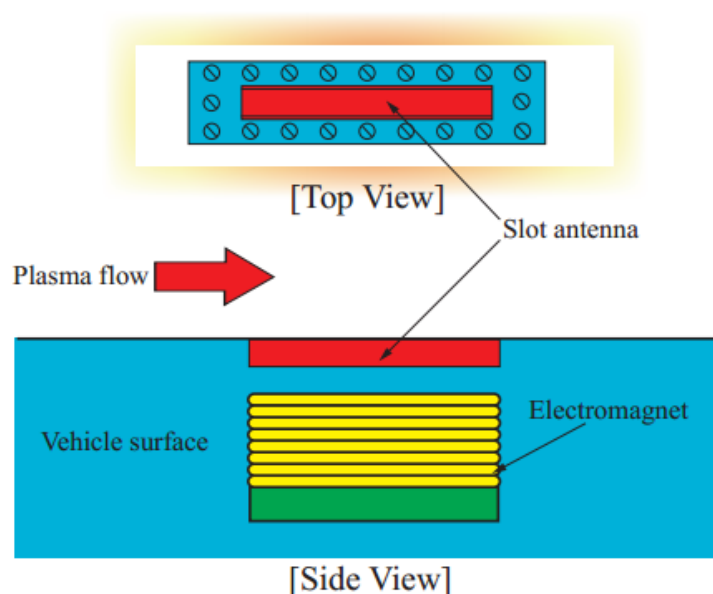


Figura 1.6: Esquema de implementação da janela magnética. figura retirada de [12].

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

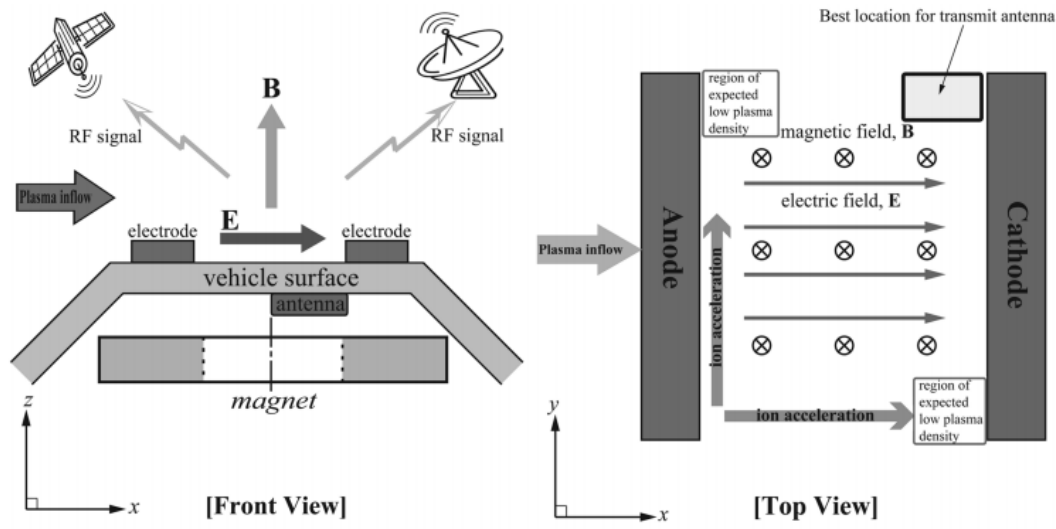


Figura 1.7: Esquema de funcionamento do método ExB drift para mitigação do *blackout*. Figura retirada de [20].

1.1.1.3 Injeção de fluido na camada de plasma

A injeção de fluido na camada de plasma é um dos métodos que, até ao momento, tem apresentado melhores resultados [21]. O fluido é injetado na camada de plasma, como se pode ver na figura 1.8 diminuindo a sua temperatura, o que irá diminuir a frequência do plasma. Uma solução interessante consiste na injeção de um líquido eletrofílico que, para além de arrefecer o plasma, se irá ligar com os eletrões livres. Esta ligação vai contribuir para uma diminuição da densidade de eletrões e, por consequência, para uma redução na frequência do plasma. Apesar dos resultados bastante positivos, os líquidos eletrofílicos são perigosos para o ambiente, pelo que se deve evitar a sua utilização. Uma outra limitação é dada pela massa de líquido que é necessário transportar, o que irá aumentar o custo de operação. Para além disso, o mecanismo de distribuição do líquido irá tornar o projeto da aeronave mais complexo [22].

1.1.1.4 Injeção de extintor sólido no plasma

Gillman propôs o método da injeção de extintor sólido no plasma em 2010 [22]. O princípio de aplicação deste método é semelhante ao da injeção de extintor líquido. No entanto, Gillman refere que é possível implementar as partículas eletrofílicas no escudo térmico, de tal forma que, à medida que este se desintegra, as partículas sólidas vão sendo injetadas no plasma. Cada uma destas partículas irá então atrair eletrões e catiões, diminuindo a densidade de eletrões e a frequência do plasma.

Mais tarde, Gillman e Amatucci procederam ao estudo experimental do método proposto, tendo usado pó de alumina com $60 \mu\text{m}$ de diâmetro [23]. Estes autores descobriram que, de uma forma geral, a injeção de eletrofílico sólido reduz a atenuação do sinal. Contudo, no início da injeção foi observada uma dispersão da microonda, provavelmente provocada pelas partículas carregadas. Os autores acreditam que é necessário encontrar um equilíbrio entre a captura de eletrões (que diminui a atenuação) e a dispersão da onda (que aumenta a atenuação).

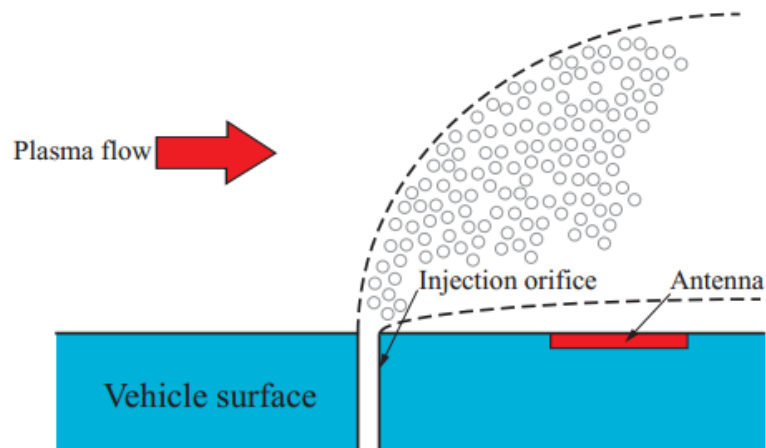


Figura 1.8: Esquema de implementação da injeção de fluido na camada de plasma como método de mitigação do *blackout*. Figura retirada de [12].

1.2 Revisão do estado da arte de manipulação de escoamento de plasma com recurso a campos magnéticos

Como já foi referido, Hartmann propôs uma das primeiras aplicações da magnetohidrodinâmica, tendo então desenvolvido expressões analíticas que representam a evolução do escoamento de um fluido condutor sujeito a um campo magnético, imposto num espaço limitado por duas superfícies paralelas de comprimento infinito. Sob estas condições, o escoamento podia ser aproximado com uma formulação unidimensional, sendo as propriedades do fluido dependentes apenas da coordenada paralela ao campo magnético [2]. Esta aproximação abriu o caminho para Shercliff [24] estudar e deduzir as expressões analíticas que descrevem o efeito do campo magnético ao atravessar um tubo retangular, por onde existe escoamento de fluido com propriedades condutoras. Este autor conseguiu tirar algumas conclusões importantes, entre as quais se destacam duas: um fluido sob efeito de um campo magnético tende a ter a sua turbulência bastante reduzida; a distribuição do campo de velocidade de um fluido sob efeito de um campo magnético suficientemente grande é uniforme, sendo nula apenas quando em contato com as paredes do canal.

Em 1961, Lykoudis estudou o efeito do campo magnético num escoamento hipersónico de fluido eletricamente condutor na região de estagnação de uma esfera e de um cilindro [25], tendo conseguido deduzir as equações de governo para um escoamento invíscido com densidade constante e distribuição Newtoniana de pressão. Hunt [26, 27] analisou o efeito da inclusão de paredes condutoras no comportamento do escoamento de um fluido condutor quando sujeito a um campo magnético imposto na direção transversal. No primeiro caso, testou uma conduta retangular com paredes perfeitamente condutoras perpendiculares ao campo, e paredes com condutividade finita paralelas ao campo magnético, tendo verificado que a velocidade na camada limite era superior à velocidade no interior do escoamento. O segundo caso consistiu no teste de uma conduta com paredes isoladas paralelas ao campo, e paredes de condutividade finita perpendiculares ao campo magnético.

Em 2012, Kim e Boyd [28] realizaram um estudo onde foi analisada a potencialidade da utilização da MHD para controlar o escoamento de plasma na superfície de um veículo de entrada na

atmosfera marciana. Desta forma, seria possível diminuir, ou até eliminar, os problemas de aquecimento, abrandamento da velocidade e *blackout*. Para realizar estes estudos foi utilizado um código numérico que considerava quinze espécies químicas características da atmosfera de Marte apesar de, nos casos testados, se ter assumido que a atmosfera marciana é apenas composta por dióxido de carbono e nitrogénio molecular. Os autores concluíram que um sistema MHD aplicado na cápsula de entrada poderia ser utilizado como escudo térmico MHD, bem como "para-queda" MHD, reduzindo tanto a temperatura na superfície como a velocidade. Contudo, devido à baixa condutividade elétrica da atmosfera marciana, a força de Lorentz gerada não é suficiente para mitigar o *blackout*, pelo que este continua a ser um problema.

O escudo térmico MHD é uma aplicação da magnetohidrodinâmica que permite reduzir a transferência de calor na superfície do corpo da aeronave. A força de Lorentz, criada pelo campo magnético imposto, opõe-se às partículas ionizadas do escoamento, diminuindo a sua velocidade e defletindo-as. Isto leva a que a onda de choque se afaste do corpo, diminuindo as trocas de calor entre o escoamento e a superfície do veículo[29]. Adicionalmente, a diminuição da velocidade do escoamento irá aumentar as forças de resistência do veículo, e consequentemente contribuir para a diminuição da transferência de calor, num fenómeno conhecido como para-queda MHD. Este fenómeno ocorre devido à interação entre a corrente elétrica presente no plasma e o campo magnético aplicado, gerando uma força de Lorentz que irá abrandar o veículo. Este fenómeno é independente quer do ângulo de ataque, quer da geometria do veículo [30].

Em 2014, Kim [31] desenvolveu um mecanismo que permite aumentar o efeito MHD. O mecanismo proposto consiste em aumentar a densidade dos eletrões para, desta forma, aumentar a condutividade elétrica do meio em que o veículo se encontra. Kim concluiu que o esquema de manipulação de eletrões proposto permite aumentar o desempenho do escudo térmico MHD, diminuindo a carga térmica sofrida pelo veículo. No que diz respeito à mitigação do *blackout*, o autor determinou o aumento da densidade de eletrões contrabalançava o aumento da densidade elétrica. Assim sendo, seria necessária a inclusão de um sistema ativo que, através da aplicação de um campo elétrico em conjunto com o campo magnético reduzisse localmente a densidade de eletrões, de forma a garantir a passagem dos sinais de rádio.

1.3 Revisão do estado da arte de modelos numéricos para resolução de problemas MHD em veículos de reentrada

Mather et al. [32] usaram dois códigos diferentes para estudar a atenuação do sinal. Um dos códigos usados, REACH (REEntry AeroThermal CHEmistry code), incorpora condições de fronteira químicas tanto em equilíbrio como em não-equilíbrio e calcula a formação de plasma para veículos com escudos térmicos ablativos e não ablativos. O outro código utilizado pelos autores, EMRUN, simula o desempenho da antena num ambiente com plasma, sendo este capaz de prever: a reflexão e a refração da rádiofrequência no plasma; os efeitos da janela magnética na camada limite do escoamento e os seus efeitos sobre a rádiofrequência; e as perdas térmicas na propagação da rádiofrequência.

Khan et al. [33] testaram o efeito de diferentes distribuições e intensidades de campo magnético em escoamentos supersónicos sobre um perfil alar, considerando um escoamento bidimensional invíscido a baixo número de Reynolds magnético.

Potter descreve em [34] o código PIRATE (Poly-Iterative Reacting Aero-Thermal Evaluation) que

foi desenvolvido para a análise da interação entre os veículos de reentrada e o plasma que os rodeia, com o propósito de auxiliar o projeto de veículos hipersónicos. Neste código estão inseridos diferentes modelos que permitem calcular a temperatura e propriedades químicas do plasma que rodeia o veículo, a sua resposta térmica e atenuação das ondas eletromagnéticas. Em 2009, Kim et al. [35] calcularam o desempenho do *ExB drift* como método de mitigação do *blackout*, quando aplicado no veículo de reentrada OREX (Orbital Re-entry Experiment Vehicle). Os cálculos foram efetuados recorrendo a um modelo numérico que considerava onze espécies químicas: N, O, N₂, O₂, NO, N⁺, O⁺, N₂⁺, O₂⁺, NO⁺ e e⁻, considerando condições de não-equilíbrio químico e um número de Reynolds magnético reduzido. As equações do campo de escoamento são resolvidas através do código LeMANS (The Michigan Aerothermal Navier-Stokes Solver). Os autores concluíram que o código subestimava a densidade de eletrões, calculando um valor três vezes inferior àquele que foi medido experimentalmente com o OREX. No mesmo ano, Kim et al. [36] testam de novo a eficácia do *ExB drift* para mitigação do *blackout*, tendo alterado o modelo numérico de forma a este considerar uma configuração de campo magnético bidimensional, ao invés de unidimensional. Estes autores concluíram que a maior redução da densidade de eletrões no plasma ocorre na zona do cátodo, sendo essa a localização mais adequada para a antena. Os autores concluíram, também, que o modelo bidimensional do campo magnético estimava uma menor redução da densidade do plasma que o modelo unidimensional, uma vez que a intensidade do campo magnético reduz com o aumento da distância à superfície do veículo.

Em 2012, Kim et al. [37] desenvolveram um código numérico que incluía as equações de energia dos eletrões. Segundo os autores, a temperatura dos eletrões desempenha um papel de extrema importância na ocorrência do *blackout*, uma vez que parte da ionização que ocorre é provocada pelo impacto dos eletrões livres. Desta forma, Kim et al. consideram que estas equações deverão ser consideradas quando se está perante uma situação de não-equilíbrio térmico.

1.4 Objetivos e contribuições do presente trabalho

O trabalho desenvolvido nesta tese compreende três objetivos principais, distintos mas complementares. Em primeiro lugar procura-se estudar o desempenho do código numérico existente, no que diz respeito à modelação de escoamento hipersónico de um gás perfeito no espaço multidimensional. Nesta fase serão testados e validados diferentes esquemas numéricos de alta resolução, onde serão analisados os efeitos de refinamento da malha e da variação do número de Mach. Desta forma é possível garantir a estabilidade e precisão do código no cálculo de escoamentos com ondas de choque de grande intensidade.

Numa segunda fase o código é modificado de forma a incluir a formulação MHD para escoamento a baixo número de Reynolds magnético. Esta implementação permite que o código numérico possua a capacidade de contabilizar o efeito que um campo magnético estacionário tem sobre o escoamento de um fluido condutor de eletricidade. Esta formulação será validada através da comparação entre os resultados numéricos e analíticos, obtidos para um caso de teste MHD padrão. Desta forma é possível garantir que o código calcula o escoamento MHD de forma correta para diferentes intensidades de campo magnético.

Por fim, o código desenvolvido será implementado para estudar o efeito da imposição de um dipolo magnético num escoamento hipersónico sobre um veículo de reentrada.

O código será desenvolvido e testado com recurso à plataforma de simulação numérica de mecânica de meios contínuos OpenFOAM. A preferência na utilização deste pacote prende-se com

o facto de este ser *Open Source* e, como tal, de fácil aquisição. Para além disso, a implementação de novas ferramentas e modelos numéricos é facilitada, quando comparado com outros programas de simulação numérica.

1.5 Estrutura da dissertação

No capítulo 1 apresentam-se os objetivos do trabalho, bem como alguns conceitos básicos. É feita uma pequena resenha histórica acerca dos veículos hipersónicos, identificando-se alguns dos seus problemas mais comuns. O problema a tratar é identificado, sendo apresentadas algumas possíveis soluções até agora propostas. Efetua-se uma breve revisão bibliográfica sobre veículos hipersónicos, manipulação de escoamentos MHD e modelos numéricos capazes de resolver problemas MHD. Conclui-se este capítulo justificando-se a motivação do trabalho.

No segundo capítulo estão definidas as equações de governo resolvidas pelo código, simplificadas sob várias suposições. Inicialmente são apresentadas as equações de Navier-Stokes, usadas para o cálculo da dinâmica dos gases. Seguidamente apresentam-se as equações da MHD, sendo então definida a formulação MHD para números de Reynolds magnético reduzidos, formulação essa que será usada para a resolução dos casos MHD.

No terceiro capítulo o modelo numérico é explicado, sendo apresentado o método explícito usado para a discretização temporal da solução. Na segunda parte deste capítulo apresentam-se cinco esquemas de alta resolução diferentes, para tratamento dos termos convetivos.

No quarto capítulo procede-se à validação do modelo numérico para dinâmica dos gases e formulação MHD a baixo número de Reynolds magnético. Numa primeira fase, em que se procede à validação da dinâmica dos gases, o efeito do refinamento de malha e o comportamento do modelo numérico para escoamentos com diferentes números de Mach serão avaliados. Numa segunda fase, a formulação MHD será validada com recurso ao caso de Hartmann, um conhecido caso da magnetohidrodinâmica. Os resultados numéricos são comparados com a solução analítica, de forma a garantir a sua precisão.

No quinto capítulo o código previamente validado será utilizado para analisar o escoamento no veículo de reentrada RAM-C II. Estuda-se o efeito da imposição de um dipolo magnético com diferentes orientações e intensidades sobre o escoamento e posição da onda de choque-

Por fim, no sexto capítulo são apresentadas algumas conclusões pertinentes reunidas ao longo deste trabalho. Apresentam-se algumas possíveis perspetivas de trabalhos futuros, sendo também enumerados os artigos ao longo deste ano.

Capítulo 2

Modelação magnetohidrodinâmica

Neste capítulo serão apresentadas as equações de governo da magnetohidrodinâmica que se encontram implementadas no código numérico desenvolvido nesta tese. Inicialmente serão apresentadas as equações de Navier-Stokes na sua forma conservativa, que descrevem o comportamento de um fluido viscoso compressível. Seguidamente serão apresentadas as equações de Maxwell e a lei de Ohm, que irão estabelecer a ligação entre as equações de Navier-Stokes e as equações da magnetohidrodinâmica. Finalmente será estabelecida a formulação que irá ser usada no decorrer desta tese, que inclui a aproximação MHD para baixo número de Reynolds magnético.

2.1 Equações de Navier-Stokes

As equações de Navier-Stokes, na sua forma conservativa, vêm dadas por:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U} + p \overset{\leftrightarrow}{I} - \tau_{visc}) - f_m = 0; \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} e_t) + p \nabla \cdot (\mathbf{U}) = 0; \quad (2.3)$$

$$\rho = \frac{p}{RT}; \quad (2.4)$$

$$e_t = c_v \cdot T + \frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}}{2}; \quad (2.5)$$

onde \mathbf{U} representa o campo de velocidades, p a pressão estática, ρ a massa específica, f_m as forças mássicas que influenciam a quantidade de movimento do escoamento, $\overset{\leftrightarrow}{I}$ representa a matriz identidade, e_t a energia total, T a temperatura, R a constante do gás, c_v o calor específico a volume constante e τ_{visc} o termo viscoso.

Este sistema é tipicamente constituído pela equação da continuidade (2.1), equação da conservação da quantidade de movimento (2.2), equação da conservação da energia total (2.3) e equação dos gases perfeitos (2.4). De forma a fechar o sistema calcula-se a temperatura T a partir da energia total (2.5), constituída pelo somatório da energia interna com a energia cinética. A pressão p é calculada através da expressão (2.4). Assim, as variáveis dependentes deste sistema de equações são: \mathbf{U} ; p ; T ; ρ ; e e_t .

A equação (2.6) define o termo viscoso, τ_{visc} presente na equação da conservação da quantidade de movimento.

$$\tau_{visc} = -\left(\frac{2}{3}\mu \nabla \cdot \mathbf{U}\right) \overset{\leftrightarrow}{I} + \mu[\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T], \quad (2.6)$$

onde μ representa a viscosidade dinâmica do fluido.

2.2 Equações MHD

As equações de Maxwell são amplamente consideradas como as leis fundamentais do eletromagnetismo, tendo como finalidade a descrição da geração, propagação e interação dos campos magnéticos e elétricos, de forma independente das propriedades do meio onde se inserem. Estas equações relacionam os campos vetoriais \mathbf{B} , \mathbf{E} e \mathbf{j} :

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right); \quad (2.7)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0; \quad (2.8)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad (2.9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_e}{\varepsilon_0}; \quad (2.10)$$

onde \mathbf{B} representa o campo magnético, \mathbf{E} o campo elétrico, \mathbf{j} a densidade de corrente elétrica, μ_0 a permeabilidade magnética do vácuo, ε_0 a permissividade elétrica do vácuo e ρ_e a densidade de carga total.

A equação (2.7) descreve a indução do campo elétrico \mathbf{E} originada por uma alteração no campo magnético \mathbf{B} . A equação (2.8) estabelece a impossibilidade física da existência de monopolos, afirmando que o campo magnético é solenoidal. A equação (2.9) representa a indução de um campo magnético através da alteração do campo elétrico. Por fim, a equação (2.10) relaciona o campo elétrico \mathbf{E} com a carga elétrica.

A lei de Ohm descreve a corrente gerada por um condutor em movimento, quando este está sujeito a campos magnéticos e elétricos:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}), \quad (2.11)$$

onde σ representa a condutividade elétrica.

A força de Lorentz \mathbf{F}_L é resultante da interação entre a densidade de corrente \mathbf{j} e o campo magnético:

$$\mathbf{F}_L = \mathbf{j} \times \mathbf{B}. \quad (2.12)$$

Substituindo \mathbf{j} na equação (2.12) pela equação (2.11), obtém-se a seguinte expressão:

$$\mathbf{F}_L = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}. \quad (2.13)$$

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Nesta tese, a força de Lorentz será a única força mássica considerada, pelo que as equações de governo do escoamento magnetohidrodinâmico são:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0; \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U} + p \overset{\leftrightarrow}{I} - \tau_{visc}) - \sigma (\mathbf{E} + \mathbf{U} \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = 0; \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} e_t) + p \nabla \cdot (\mathbf{U}) = 0; \quad (2.16)$$

$$\rho = \frac{p}{RT}; \quad (2.17)$$

$$e_t = c_v \cdot T + \frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}}{2}. \quad (2.18)$$

2.2.1 Formulação MHD a número de Reynolds magnético reduzido

Quando se lida com escoamentos magnetohidrodinâmicos é necessário considerar dois campos magnéticos diferentes: o campo magnético imposto e o campo magnético induzido. O campo magnético induzido ocorre devido às correntes induzidas que, segundo a lei de Ampère, induzem um segundo campo magnético, que é somado ao campo magnético imposto. No ar ionizado, a condutividade eléctrica é relativamente reduzida, pelo que a corrente induzida também o será. Isto irá originar um campo magnético induzido consideravelmente menor que o campo magnético imposto, que se irá propagar numa escala temporal muito inferior. Esta diferença pode originar problemas de convergência [38]. De forma a prevenir que tal aconteça, será utilizada a formulação a baixo número de Reynolds magnético, onde o campo magnético originado pelas correntes induzidas é considerado negligível quando comparado com o campo magnético imposto e, como tal, desprezado.

Desta forma, a corrente induzida \mathbf{j} será apenas afetada pelo campo eléctrico imposto, \mathbf{E}_0 , e pelo campo magnético imposto, \mathbf{B}_0 , não sendo influenciada pelos campos induzidos:

$$\mathbf{j} = \sigma (\mathbf{E}_0 + \mathbf{U} \times \mathbf{B}_0). \quad (2.19)$$

A equação da conservação da quantidade de movimento (2.15) vem finalmente dada por:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U} + p \overset{\leftrightarrow}{I} - \tau_{visc}) - \sigma (\mathbf{E}_0 + \mathbf{U} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 = 0. \quad (2.20)$$

Nos vários casos de teste estudados nesta tese, o campo magnético imposto será definido de forma individual. O campo eléctrico imposto será, em todos os casos, $\mathbf{E}_0 = (0,0,0)$.

As equações finais a serem resolvidas pelo código são:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi) = 0; \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_{\mathbf{U}}) - \sigma(\mathbf{E}_0 + \mathbf{U} \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0 = 0; \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_{e_t}) = 0; \quad (2.23)$$

$$\rho = \frac{p}{RT}; \quad (2.24)$$

$$e_t = c_v \cdot T + \frac{\mathbf{U} \cdot \mathbf{U}}{2}; \quad (2.25)$$

onde ϕ , $\phi_{\mathbf{U}}$ e ϕ_{e_t} são os fluxos convetivos que irão ser aproximados pelos esquemas de alta resolução que vão ser apresentados na secção 3.2.

2.3 Parâmetros dimensionais

2.3.1 Número de Reynolds magnético

A formulação apresentada nas equações (2.14-2.18) apenas é válida se o número de Reynolds R_m magnético tiver um valor inferior a 1. O número de Reynolds magnético mede a ligação entre o escoamento e o campo magnético, sendo dado pela seguinte fórmula:

$$R_m = \mu \sigma u l, \quad (2.26)$$

onde u é a velocidade do escoamento e l o comprimento característico.

O número de Reynolds magnético afeta significativamente o comportamento dos escoamentos MHD. Para um número de Reynolds magnético elevado, pequenas perturbações na velocidade do escoamento produzem oscilações no campo magnético, cuja amplitude depende do número de Reynolds magnético: quanto maior for o número de Reynolds magnético, maior será a amplitude das oscilações. Por outro lado, se o número de Reynolds magnético for reduzido, a velocidade do escoamento tem um efeito negligenciável no campo magnético, levando a que o campo induzido seja maioritariamente desprezado.

2.3.2 Número de Hartmann

A condição de não escorregamento de um fluido determina que este deva ter a mesma velocidade que a superfície onde se encontra. A velocidade do fluido aumenta à medida que se afasta da parede, assumindo um perfil de velocidades parabólico, numa região denominada de camada limite, cuja espessura depende da viscosidade do fluido. Num escoamento MHD aplica-se o mesmo princípio. No entanto, a condutividade elétrica do fluido também afeta a espessura da camada limite, devido às forças eletromagnéticas presentes no escoamento.

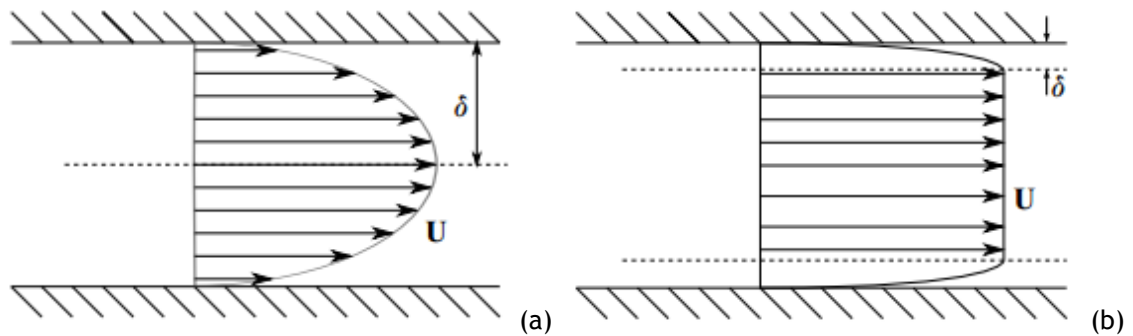


Figura 2.1: Perfil de velocidades para número de Hartmann reduzido (a) e elevado (b).

O número de Hartmann Ha é um parâmetro adimensional que relaciona as forças eletromagnéticas e viscosas:

$$Ha = B_0 h \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}, \quad (2.27)$$

onde B_0 é a magnitude do campo magnético imposto.

O número de Hartmann permite avaliar a evolução da camada limite: quando $Ha \rightarrow 0$, o escoamento assume um perfil de velocidades parabólico, conhecido como perfil de velocidades de Poiseulle, representado na figura 2.1 (a); por outro lado, quando $Ha \rightarrow \infty$, a espessura da camada limite é severamente reduzida, uma vez que a velocidade máxima do escoamento é também reduzida, veja-se a figura 2.1 (b).

Capítulo 3

Modelo Numérico

Na primeira parte deste capítulo será apresentada a discretização temporal implementada no código para obtenção da solução. Na segunda parte são apresentados diferentes esquemas para tratamento de termos convetivos, comumente utilizados para resolução de descontinuidades. O método dos volumes finitos baseia-se na forma integral das equações de governo apresentadas no capítulo 2. Uma das maiores vantagens do método dos volumes finitos é a satisfação do princípio da conservação, tanto mássica, como energética, como da quantidade de movimento, para qualquer volume de controlo (VC) [39]. Esta propriedade pode ser estendida para todo o domínio da solução, uma vez que este é a soma de todos os volumes de controlo.

3.1 Discretização temporal da solução

Os métodos de discretização temporal podem ser divididos em duas categorias: métodos explícitos e métodos implícitos. Os métodos explícitos são caracterizados por resolverem as equações em t_{n+1} com auxílio dos resultados obtidos em t_n . Por outro lado, os métodos implícitos usam os resultados do passo de tempo t_{n+1} para calcular os resultados desse mesmo passo de tempo. Os métodos implícitos são desta forma obrigados a resolver sistemas de equações para obter uma solução, ao passo que os métodos explícitos podem resolver as equações individualmente de uma forma segregada [40].

Os métodos Runge-Kutta são métodos explícitos que, ao invés de utilizarem apenas o tempo inicial e final, utilizam tempos intermédios no cálculo dos resultados, o que aumenta a sua estabilidade e permite usar passos de tempo mais elevados. Estes métodos são geralmente separados por ordem de avanço no tempo, sendo o Runge-Kutta de segunda ordem e o Runge-Kutta de quarta ordem os mais comumente utilizados.

O Runge-Kutta de segunda ordem como o nome indica, resolve o problema em dois andares: no primeiro andar, calcula as variáveis para o tempo $t_{n+1/2}$, de acordo com a equação (3.1). No segundo andar, utiliza os resultados obtidos com a equação (3.1) para calcular as variáveis em t_{n+1} , como se pode verificar na equação (3.2).

$$\theta_{n+1/2}^* = \theta_n + \frac{\Delta t}{2} \cdot f(t_n, \theta_n); \quad (3.1)$$

$$\theta_{n+1} = \theta_n + \Delta t \cdot f(t_{n+1/2}, \theta_{n+1/2}^*); \quad (3.2)$$

onde θ é a variável a ser calculada e Δt é o passo de tempo. O índice superior * indica uma variável temporária.

Os métodos Runge-Kutta requerem um esforço computacional significativo, uma vez que um Runge-Kutta de ordem n resolve n equações para cada variável, em cada passo de tempo. No entanto, estes métodos são bastante mais estáveis e precisos que a maioria dos outros métodos explícitos de avanço no tempo.

Um outro método Runge-Kutta é descrito nas seguintes equações:

$$\theta_0 = \theta_n; \quad (3.3)$$

$$\vdots \quad (3.4)$$

$$\theta_n = \theta_0 - \alpha_n \cdot \Delta t \cdot R(\theta_{n-1}); \quad (3.5)$$

no qual $R(\theta)$ representa os resíduos da variável θ e α representa o coeficiente de avanço no tempo. Como se pode verificar, este método apenas precisa de armazenar o último resíduo e a primeira solução da variável para calcular a nova iteração. Desta forma, é possível reduzir os requisitos de memória, efetivamente eliminando uma das maiores desvantagens dos métodos Runge-Kutta.

Nesta tese, todos os casos são resolvidos recorrendo ao Runge-Kutta de segunda ordem modificado de quatro andares, pelo que as equações a resolver serão:

$$\theta_0 = \theta_n; \quad (3.6)$$

$$\theta_1 = \theta_0 - \alpha_1 \cdot \Delta t \cdot R(\theta_0); \quad (3.7)$$

$$\theta_2 = \theta_0 - \alpha_2 \cdot \Delta t \cdot R(\theta_1); \quad (3.8)$$

$$\theta_3 = \theta_0 - \alpha_3 \cdot \Delta t \cdot R(\theta_2); \quad (3.9)$$

$$\theta_4 = \theta_0 - \alpha_4 \cdot \Delta t \cdot R(\theta_3); \quad (3.10)$$

em que $\alpha_1 = 1/8$, $\alpha_2 = 1/4$, $\alpha_3 = 1/2$ e $\alpha_4 = 1$.

3.2 Tratamento dos termos convetivos

Em escoamentos hipersónicos é recorrente a ocorrência de descontinuidades no domínio, sendo as ondas de choque um exemplo destas. Para garantir a deteção e resolução adequada destas ondas de choque, o modelo numérico deve ter implementado um esquema de alta resolução para tratamento dos termos convetivos.

Nesta tese serão estudados os seguintes esquemas de alta resolução: AUSM⁺ - up [41]; Kurganov [42]; HLLC [43]; Roe [44]; e TVDLF[45], procurando determinar-se qual o mais adequado para a realização dos cálculos.

3.2.1 AUSM⁺ - up

O AUSM⁺ - up é uma variante do esquema numérico AUSM, desenvolvido para calcular escoamento com números de Mach arbitrários. Este esquema de resolução calcula a velocidade e pressão nas faces dos volumes de controlo através de funções de interpolação baseadas no número de Mach [1]:

$$U_f = c_f \cdot (\mathcal{M}_{(4)}^+(M_L) + \mathcal{M}_{(4)}^-(M_R) + D_p), \quad (3.11)$$

$$p_f = \mathcal{P}_{(5)}^+(M_L) \cdot p_L + \mathcal{P}_{(5)}^-(M_R) \cdot p_R + D_U, \quad (3.12)$$

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

onde c_f é a velocidade do som comum, U_f a velocidade na face do volume de controlo, p_f a pressão na face do volume de controlo, D_p o termo difusivo de pressão, D_u o termo difusivo de velocidade, M o número de Mach.

As funções polinomiais de quarta ordem $\mathcal{M}_{(4)}^{\pm}(M)$ e de quinta ordem $\mathcal{P}_{(5)}^{\pm}(M)$ são obtidas através das seguintes equações:

$$\mathcal{M}_{(4)}^{\pm}(M) = \begin{cases} \mathcal{M}_{(2)}^{\pm} \left(1 \mp 16\beta \mathcal{M}_{(2)}^{\mp} \right) & |M| < 1 \\ \mathcal{M}_{(1)}^{\pm} & |M| \geq 1 \end{cases}; \quad (3.13)$$

$$\mathcal{P}_{(5)}^{\pm}(M) = \begin{cases} \mathcal{M}_{(2)}^{\pm} \left((\pm 2 - M) \mp 16\alpha M \mathcal{M}_{(2)}^{\mp} \right) & |M| < 1 \\ \frac{1}{M} \mathcal{M}_{(1)}^{\pm} & |M| \geq 1 \end{cases}; \quad (3.14)$$

onde

$$\mathcal{M}_{(1)}^{\pm}(M) = \frac{1}{2}(M \pm |M|); \quad (3.15)$$

$$\mathcal{M}_{(2)}^{\pm}(M) = \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2. \quad (3.16)$$

A velocidade do som comum, c_f , é definida como sendo o valor mínimo da velocidade do som à esquerda e direita da face do volume de controlo:

$$c_f = \min \left(\frac{(c^*)^2}{\max(c^*, U_L)}, \frac{(c^*)^2}{\max(c^*, -U_R)} \right); \quad (3.17)$$

onde c^* é a velocidade do som crítica que, para a hipótese de gás ideal, é obtida a partir da seguinte equação:

$$c^* = \sqrt{\frac{2(\gamma - 1)}{\gamma + 1} H_t}; \quad (3.18)$$

onde γ é a razão de calores específicos e H_t a entalpia de estagnação.

Os termos difusivos de pressão, D_p , e de velocidade, D_U , garantem o acoplamento entre o campo de pressão e de velocidade para escoamento a número de Mach reduzido:

$$D_p = -\frac{K_p}{f_a} \max \left(1 - \frac{1}{2}(M_L^2 + M_R^2), 0 \right) \frac{2(p_R - p_L)}{(\rho_L + \rho_R)c_f^2}; \quad (3.19)$$

$$D_U = -K_U \mathcal{P}_{(5)}^+(M_L) \mathcal{P}_{(5)}^-(M_R) (\rho_L + \rho_R) f_a c_f (U_R - U_L); \quad (3.20)$$

onde K_p e K_U são coeficientes que permitem controlar a quantidade de dissipação numérica. Nos resultados obtidos nesta tese utilizam-se $K_p = 0,25$ e $K_U = 0,75$.

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

O factor de pré-condicionamento f_a permite equilibrar a quantidade de dissipação gerada pelo esquema com a velocidade de escoamento, sendo uma função do número de Mach local de referência, M_o :

$$f_a(M_o) \begin{cases} = M_o(2 - M_o) & M \geq 0; \\ \approx 2M_o & M_o \rightarrow 0 \end{cases}; \quad (3.21)$$

$$M_o^2 = \min\left[1, \max\left(\frac{1}{2}(M_L^2 + M_R^2), M_\infty^2\right)\right]; \quad (3.22)$$

onde M_∞ é o número de Mach de escoamento livre definido à entrada. Os parâmetros α e β , usados nas equações 3.13 e 3.14, são dados pelas expressões:

$$\alpha = \frac{3}{16}(-4 + 5f_a^2); \quad (3.23)$$

$$\beta = \frac{1}{8}. \quad (3.24)$$

Os fluxos convetivos a serem introduzidos nas equações de governo, são calculados através das seguintes expressões:

$$\phi = \frac{1}{2}[U_f(\rho_L + \rho_R) - |U_f|(\rho_R - \rho_L)]; \quad (3.25)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = \frac{1}{2}[U_f(\rho_L \mathbf{U}_L + \rho_R \mathbf{U}_R) - |U_f|(\rho_R \mathbf{U}_R - \rho_L \mathbf{U}_L)] + p_f \cdot \mathbf{n}; \quad (3.26)$$

$$\phi_{e_t} = \frac{1}{2}[U_f(H_{tL} + H_{tR}) - |U_f|(H_{tR} - H_{tL})]; \quad (3.27)$$

onde a entalpia total H_t é obtida através da expressão:

$$H_t = \frac{p}{\gamma - 1} + \rho \frac{1}{2} |U|^2 + p. \quad (3.28)$$

Nas equações 3.13 e 3.14 os termos dissipativos podem ser "desligados" quando o número de Mach é superior a um. Repare-se que estes termos apenas são necessários em situações onde o acoplamento entre a velocidade e a pressão é mais significativo, como é o caso a baixo número de Mach. Para escoamentos a Mach elevado, a pressão é apenas função da massa volúmica e temperatura, não havendo necessidade de introduzir dissipação numérica de quarta ordem [1].

3.2.2 HLLC

O esquema de alta resolução HLLC é caracterizado por calcular os fluxos na face com uma maior contribuição dos fluxos oriundos do lado direito ou esquerdo da face do volume de controlo, dependendo das velocidades dos sinais [43]:

$$S_L = \min(U_{fL} - c_L, \tilde{U}_f - \tilde{c}); \quad (3.29)$$

$$S_R = \max(U_{fR} - c_R, \tilde{U}_f + \tilde{c}); \quad (3.30)$$

$$S_M = \frac{\rho_R U_{fR} (S_R - U_{fR}) - \rho_L U_{fL} (S_L - U_{fL}) + p_L - p_R}{\rho_R (S_R - U_{fR}) - \rho_L (S_L - U_{fL})}; \quad (3.31)$$

onde \tilde{U}_f e \tilde{c} são variáveis médias de Roe, definidas em 3.2.4.

Assim, os fluxos na face são calculados considerando as seguintes condições:

Se $S_L > 0$, os fluxos na face dependem apenas das propriedades à esquerda da face:

$$\phi = U_{fL} \cdot \rho_L; \quad (3.32)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = U_{fL} \cdot \rho_L \cdot \mathbf{U}_L + p_L \cdot \mathbf{n}; \quad (3.33)$$

$$\phi_{e_t} = U_{fL} \cdot (\rho_L e_{tL} + p_L). \quad (3.34)$$

Se $S_L \leq 0 < S_M$, os fluxos na face dependem maioritariamente dos fluxos do lado esquerdo, tendo uma pequena contribuição do fluxos do lado direito, presentes no termo S_M :

$$\phi = \frac{S_M \cdot \rho_L (S_L - U_{fL})}{S_L - S_M}; \quad (3.35)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = \frac{S_M (\rho_L \cdot \mathbf{U}_L (S_L - U_{fL}) + (p^* - p_L) \mathbf{n})}{S_L - S_M} + p^* \cdot \mathbf{n}; \quad (3.36)$$

$$\phi_{e_t} = \frac{S_M (\rho_L e_{tL} (S_L - U_{fL}) - p_L U_{fL} + p^* S_M)}{S_L - S_M} + p^* S_M. \quad (3.37)$$

Por outro lado, se $S_M \leq 0 < S_R$, os fluxos na face dependem maioritariamente dos fluxos do lado direito, tendo uma pequena contribuição do fluxos do lado esquerdo, presentes no termo S_M :

$$\phi = \frac{S_M \cdot \rho_R (S_R - U_{fR})}{S_R - S_M}; \quad (3.38)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = \frac{S_M (\rho_R \cdot \mathbf{U}_R (S_R - U_{fR}) + (p^* - p_R) \cdot \mathbf{n})}{S_R - S_M} + p^* \cdot \mathbf{n}; \quad (3.39)$$

$$\phi_{e_t} = \frac{S_M (\rho_R e_{tR} (S_R - U_{fR}) - p_R U_{fR} + p^* S_M)}{S_R - S_M} + p^* S_M. \quad (3.40)$$

Se $S_R < 0$, os fluxos na face dependem apenas dos fluxos oriundos do lado direito:

$$\phi = U_{fR} \cdot \rho_R; \quad (3.41)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = U_{fR} \cdot \rho_R \cdot \mathbf{U}_R + p_R \cdot \mathbf{n}; \quad (3.42)$$

$$\phi_{e_t} = U_{fR} \cdot (\rho_R e_{tR} + p_R). \quad (3.43)$$

Nestas expressões p^* é definido pela equação:

$$p^* = \rho_R(U_{fR} - S_R)(U_{fR} - S_M) + p_R = \rho_L(U_{fL} - S_L)(U_{fL} - S_M) + p_L; \quad (3.44)$$

3.2.3 Kurganov

O esquema Kurganov é um esquema de alta resolução universal, isto é, independente da estrutura da matriz de variáveis do problema, podendo ser implementado de forma bastante generalizada. Este esquema resolve os fluxos através das seguintes expressões:

$$\phi = a_L \cdot \rho_L + a_R \cdot \rho_R; \quad (3.45)$$

$$\phi_{\mathbf{U}} = (a_L \cdot \rho_L \cdot \mathbf{U}_L + a_R \cdot \rho_R \cdot \mathbf{U}_R) + (\alpha \cdot p_L + (1 - \alpha)p_R) \cdot \mathbf{n}; \quad (3.46)$$

$$\phi_{e_t} = a_L(\rho_L e_{tL} + p_L) + a_R(\rho_R e_{tR} + p_R) + \psi \cdot p_L - \psi \cdot p_R; \quad (3.47)$$

onde as velocidades características dos fluxos ψ são obtidas através das expressões:

$$\psi = \frac{\psi^- \cdot \psi^+}{\psi^+ - \psi^-}; \quad (3.48)$$

$$\psi^+ = \max(U_{fL} + c_L, U_{fR} + c_R, 0); \quad (3.49)$$

$$\psi^- = \min(U_{fL} - c_L, U_{fR} - c_R, 0). \quad (3.50)$$

as velocidades na face são obtidas através das expressões:

$$a_L = U_{fL} \cdot \alpha - \psi; \quad (3.51)$$

$$a_R = U_{fR}(1 - \alpha) + \psi. \quad (3.52)$$

O coeficiente de ponderação α regula a contribuição dos fluxos do lado direito e esquerdo. Este coeficiente pode ser $\alpha = 0,5$, em que os fluxos contribuem de forma idêntica, sendo o esquema classificado como um esquema central. O α também pode ser calculado com base nas velocidades de propagação local unilateral, sendo o esquema então classificado como esquema central *upwind* [46]:

$$\alpha = \frac{\psi^+}{\psi^+ - \psi^-}. \quad (3.53)$$

Os esquemas central *upwind* são menos dissipativos e mantêm a eficiência e simplicidade dos esquemas centrais, apesar de requererem o cálculo de velocidades locais tanto à direita como

à esquerda, e, como tal, têm um tempo de computação superior [47]. O código desenvolvido nesta tese implementa a formulação central *upwind*.

3.2.4 Roe

O esquema de alta resolução Roe transforma localmente as variáveis conservativas em variáveis características. Desta forma é possível calcular os fluxos através de uma matriz de Roe, A_{Roe} , que substitui as variáveis de fluxo pelas designadas "variáveis médias de Roe" [40]:

$$F = \frac{1}{2}[F_L + F_R - |A_{Roe}|(W_R - W_L)]; \quad (3.54)$$

onde F representa os fluxos convetivos a serem calculados. O segundo termo do lado direito da equação pode ser obtido através da expressão:

$$|A_{Roe}|(W_R - W_L) = |\Delta F_1| + |\Delta F_{2,3,4}| + |\Delta F_5|; \quad (3.55)$$

onde:

$$|\Delta F_1| = \begin{bmatrix} |\Delta \phi_1| \\ |\Delta \phi \mathbf{U}_1| \\ |\Delta \phi_{e_t1}| \end{bmatrix} = |\tilde{U}_f - \tilde{c}| \left(\frac{\Delta p - \tilde{\rho} c \Delta U_f}{2\tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{U} - \tilde{c} \cdot \mathbf{n} \\ \tilde{H} - \tilde{c} \tilde{U}_f \end{bmatrix}; \quad (3.56)$$

$$|\Delta F_{2,3,4}| = \begin{bmatrix} |\Delta \phi_{2,3,4}| \\ |\Delta \phi \mathbf{U}_{2,3,4}| \\ |\Delta \phi_{e_t2,3,4}| \end{bmatrix} = |\tilde{U}_f| \left\{ \left(\Delta \rho - \frac{\Delta p}{\tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{U} \\ |\tilde{U}|^2/2 \end{bmatrix} + \tilde{\rho} \begin{bmatrix} 0 \\ \Delta \mathbf{U} - \Delta U_f \cdot \mathbf{n} \\ \tilde{U} \cdot \Delta \mathbf{U} - \tilde{U}_f \cdot \Delta U_f \end{bmatrix} \right\}; \quad (3.57)$$

$$|\Delta F_5| = \begin{bmatrix} |\Delta \phi_5| \\ |\Delta \phi \mathbf{U}_5| \\ |\Delta \phi_{e_t5}| \end{bmatrix} = |\tilde{U}_f + \tilde{c}| \left(\frac{\Delta p + \tilde{\rho} c \Delta U_f}{2\tilde{c}^2} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \tilde{U} + \tilde{c} \cdot \mathbf{n} \\ \tilde{H} + \tilde{c} \tilde{U}_f \end{bmatrix} \quad (3.58)$$

Nestas equações, as variáveis com til ($\tilde{\cdot}$) são as variáveis médias de Roe, sendo obtidas através das seguintes expressões:

$$\tilde{\rho} = \sqrt{\rho_L \rho_R}; \quad (3.59)$$

$$\tilde{u} = \frac{u_L \sqrt{\rho_L} + u_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \quad (3.60)$$

$$\tilde{v} = \frac{v_L \sqrt{\rho_L} + v_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \quad (3.61)$$

$$\tilde{w} = \frac{w_L \sqrt{\rho_L} + w_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \quad (3.62)$$

$$\tilde{H} = \frac{H_L \sqrt{\rho_L} + H_R \sqrt{\rho_R}}{\sqrt{\rho_L} + \sqrt{\rho_R}}; \quad (3.63)$$

$$\tilde{U}_f = \tilde{u} \cdot \mathbf{n}_x + \tilde{v} \cdot \mathbf{n}_y + \tilde{w} \cdot \mathbf{n}_z; \quad (3.64)$$

$$|\tilde{\mathbf{U}}| = \tilde{u}^2 + \tilde{v}^2 + \tilde{w}^2; \quad (3.65)$$

$$\tilde{c} = \sqrt{(\gamma - 1)(\tilde{H} - |\tilde{\mathbf{U}}|^2/2)}. \quad (3.66)$$

Os fluxos à esquerda da face são obtidos a partir das expressões:

$$\phi_{\mathbf{L}} = \rho_L \cdot U_{fL}; \quad (3.67)$$

$$\phi \mathbf{U}_{\mathbf{L}} = \rho_L \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{L}} \cdot U_{fL} + p_L \cdot \mathbf{n}; \quad (3.68)$$

$$\phi_{e_t \mathbf{L}} = (\rho_L \cdot e_{tL} + p_L) \cdot U_{fL}. \quad (3.69)$$

Os fluxos à direita da face são obtidos a partir das expressões:

$$\phi_{\mathbf{R}} = \rho_R \cdot U_{fR}; \quad (3.70)$$

$$\phi \mathbf{U}_{\mathbf{R}} = \rho_R \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{R}} \cdot U_{fR} + p_R \cdot \mathbf{n}; \quad (3.71)$$

$$\phi_{e_t \mathbf{R}} = (\rho_R \cdot e_{tR} + p_R) \cdot U_{fR}. \quad (3.72)$$

Os fluxos serão então resolvidos através das seguintes expressões:

$$\phi = \frac{1}{2} [\phi_L + \phi_R - (|\Delta\phi_1| + |\Delta\phi_{2,3,4}| + |\Delta\phi_5|)]; \quad (3.73)$$

$$\phi \mathbf{U} = \frac{1}{2} [\phi \mathbf{U}_L + \phi \mathbf{U}_R - (|\Delta\phi \mathbf{U}_1| + |\Delta\phi \mathbf{U}_{2,3,4}| + |\Delta\mathbf{U}_5|)]; \quad (3.74)$$

$$\phi_{e_t} = \frac{1}{2} [\phi_{e_t L} + \phi_{e_t R} - (|\Delta\phi_{e_t 1}| + |\Delta\phi_{e_t 2,3,4}| + |\Delta\phi_{e_t 5}|)]. \quad (3.75)$$

3.2.5 TVDLF

O esquema de alta resolução TVDLF calcula os fluxos através das seguintes expressões:

$$\phi = \frac{1}{2} (U_{fR} \cdot \rho_L + U_{fL} \cdot \rho_R - c_{\max}(\rho_R - \rho_L)); \quad (3.76)$$

$$\phi \mathbf{U} = \frac{1}{2} (U_{fL} \cdot \rho_L \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{L}} + U_{fR} \cdot \rho_R \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{R}} + (p_L + p_R) \cdot \mathbf{n} - c_{\max}(\rho_R \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{R}} - \rho_L \cdot \mathbf{U}_{\mathbf{L}})); \quad (3.77)$$

$$\phi_{e_t} = \frac{1}{2} (U_{fL}(\rho_L e_{tL} + p_L) + U_{fR}(\rho_R e_{tR} + p_R) - c_{\max}(\rho_R e_{tR} - \rho_L e_{tL})). \quad (3.78)$$

Existem algumas variações do TVDLF, dependendo da forma como se calcula a velocidade com que se propaga a informação no domínio da solução c_{\max} [48]. Inicialmente, esta velocidade foi calculada através da expressão:

$$c_{\max} = \frac{1}{2} (|U_{fL} + U_{fR}|) + \frac{1}{2} (c_L + c_R). \quad (3.79)$$

No entanto, verificou-se que, para números de Mach elevados, esta implementação conduzia a divergência do método, pelo que foi substituída pela expressão:

$$c_{\max} = \max(|U_{fL}| + c_L, |U_{fR}| + c_R). \quad (3.80)$$

Tendo-se verificado que esta condição permitia a convergência em casos para os quais o número de Mach é ligeiramente mais elevado, apesar de ainda se observar a ocorrência de divergência para números de Mach mais elevados.

Capítulo 4

Validação do modelo numérico

Neste capítulo são abordados vários casos de teste com o objetivo de validar o modelo numérico para posterior utilização no decurso desta tese. O modelo divide-se em diferentes esquemas de resolução das equações de Euler acoplados a uma formulação MHD a baixo número de Reynolds magnético.

Para a validação da formulação de dinâmica dos gases, um corpo cilíndrico será sujeito a um escoamento supersónico. Este caso de teste permite testar cinco esquemas numéricos diferentes, no que diz respeito à sua precisão e robustez no cálculo de escoamento supersónico em malhas de diferente dimensão. Os cinco esquemas numéricos a ser testados são: AUSM⁺ - up; Kurganov; HLLC; Roe; e TVDLF.

A validação da formulação MHD a baixo número de Reynolds magnético é realizada com recurso ao conhecido canal de Hartmann, onde os resultados obtidos são comparados com a solução analítica. Desta forma é possível validar o código numérico em termos de escoamento de fluido condutor sob efeito de diferentes magnitudes da força de Lorentz.

4.1 Modelo numérico para dinâmica dos gases

Nesta secção a formulação de dinâmica dos gases é validada, recorrendo a um caso de teste com uma geometria de cilindro-cunha e condições de escoamento semelhantes às usadas por Hoffman [49]. O cilindro-cunha tem um nariz com um raio de 0,025 m, 2,7m de comprimento, e um ângulo de 14,03°.

4.1.1 Estudo de refinamento de malha

O refinamento da malha desempenha um papel de extrema importância na obtenção de resultados numéricos. Uma malha grosseira irá gerar resultados com menor precisão que uma malha mais refinada. Contudo, um aumento do número de nós requer um maior esforço computacional por iteração do que aquele exigido por uma malha mais grosseira, muitas das vezes sem que o aumento da precisão dos resultados o justifique. Além disso, uma malha mais refinada é mais propensa a instabilidades numéricas, podendo mesmo levar à divergência do método nas situações mais extremas. Como tal, é extremamente importante encontrar um ponto de equilíbrio entre precisão/estabilidade de resultados e o tempo de computação requerido/instabilidades numéricas.

Nesta secção o código é testado em termos de independência da dimensão da malha. A malha 1 tem uma dimensão de 80×100 nós, a malha 2 tem um total 160×200 nós e a malha 3 tem uma dimensão de 320×400 nós. Em cada uma das malhas testadas os nós são aglomerados em torno do cilindro-cunha, de forma a lidar com as descontinuidades das variáveis presentes nessa zona, permitindo uma resolução adequada da onda de choque. Na figura 4.1 podem-se observar os diferentes tipos de malha, tanto a zona próxima do cilindro-cunha, como no restante domínio de solução.

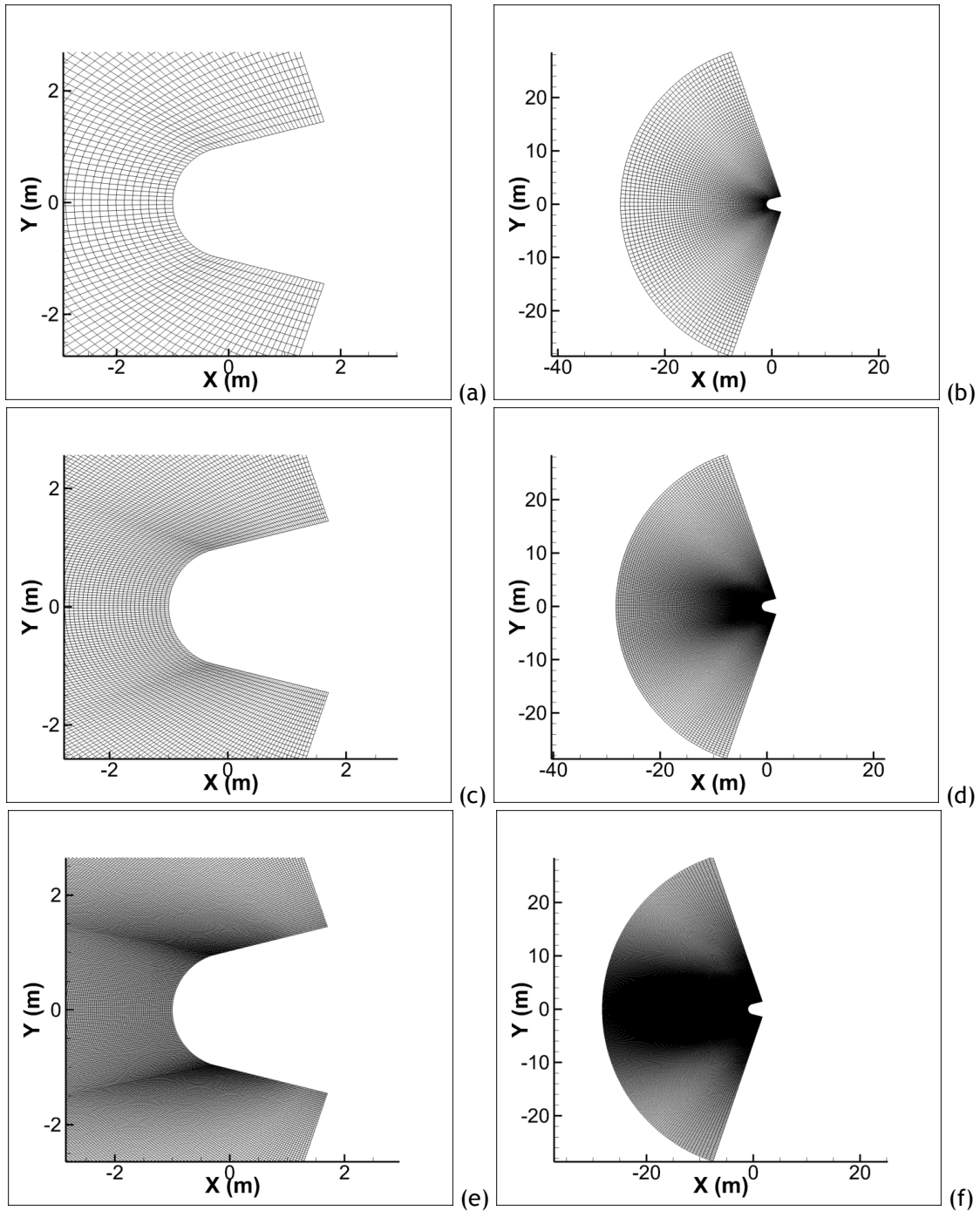


Figura 4.1: Geometria do cilindro-cunha e diferentes malhas usadas para testar a independência de malha. Malha 1 (a,b): 80×100 nós; malha 2 (c,d): 160×200 nós; malha 3 (e,f): 320×400 nós.

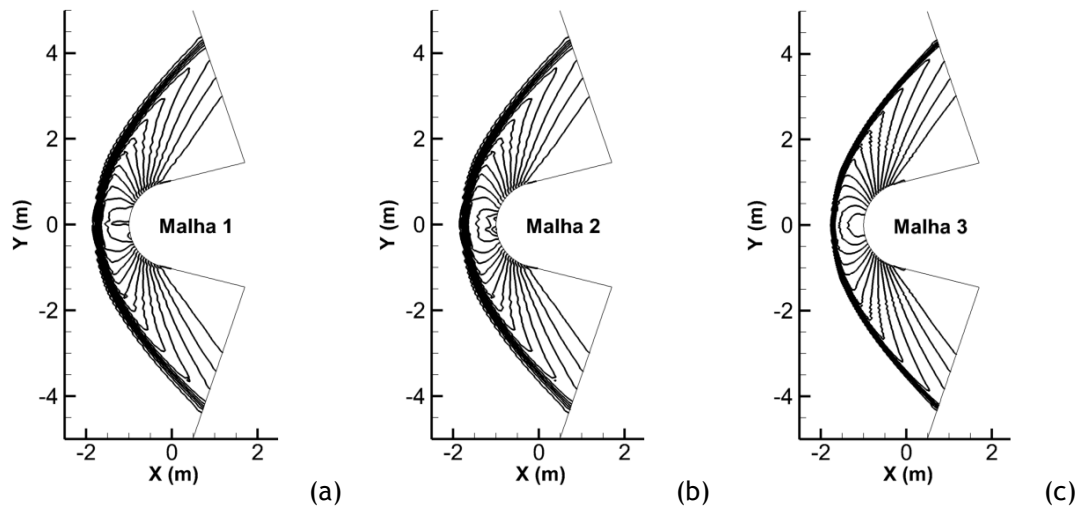


Figura 4.2: Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução $AUSM^+ - up$ em diferentes malhas.

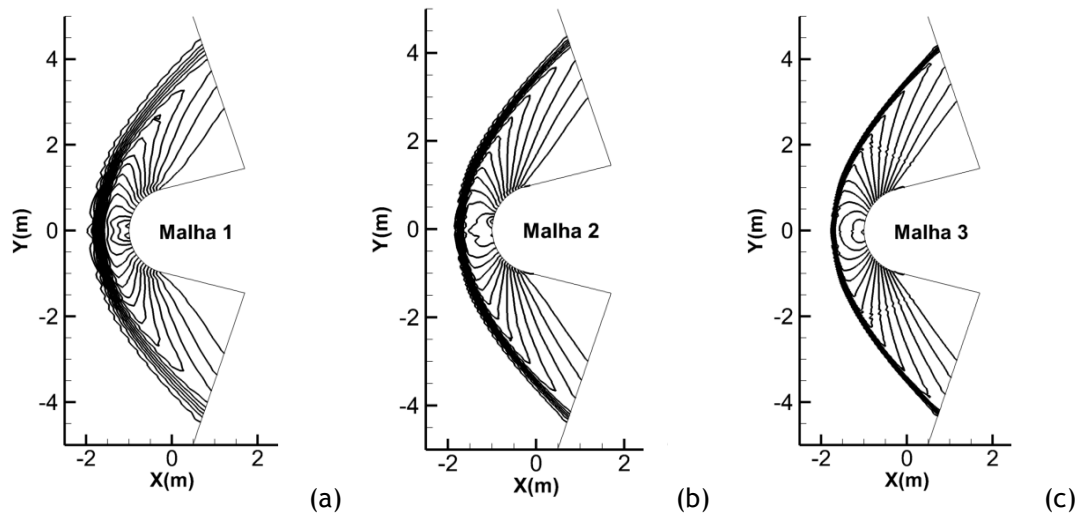


Figura 4.3: Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução HLLC em diferentes malhas.

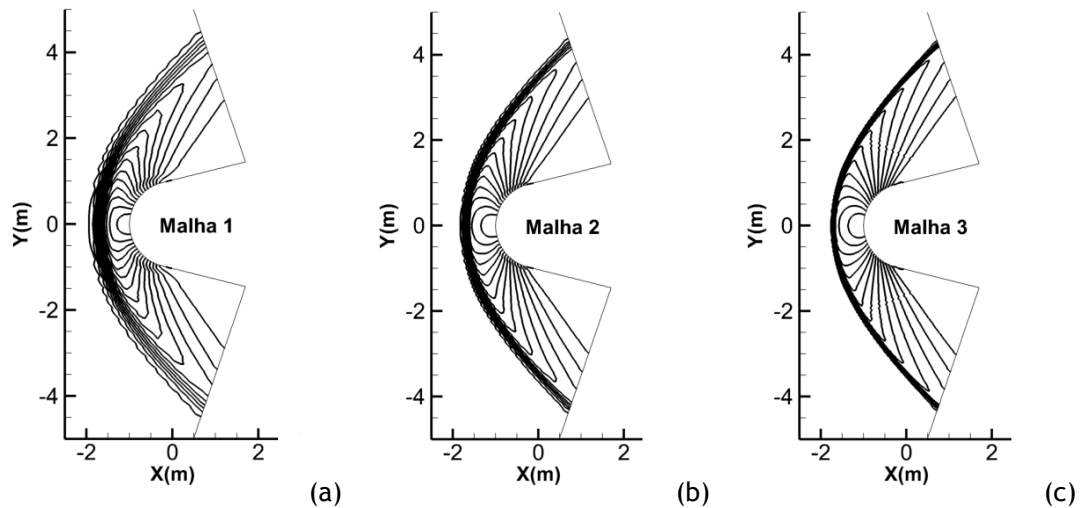


Figura 4.4: Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução Kurganov em diferentes malhas.

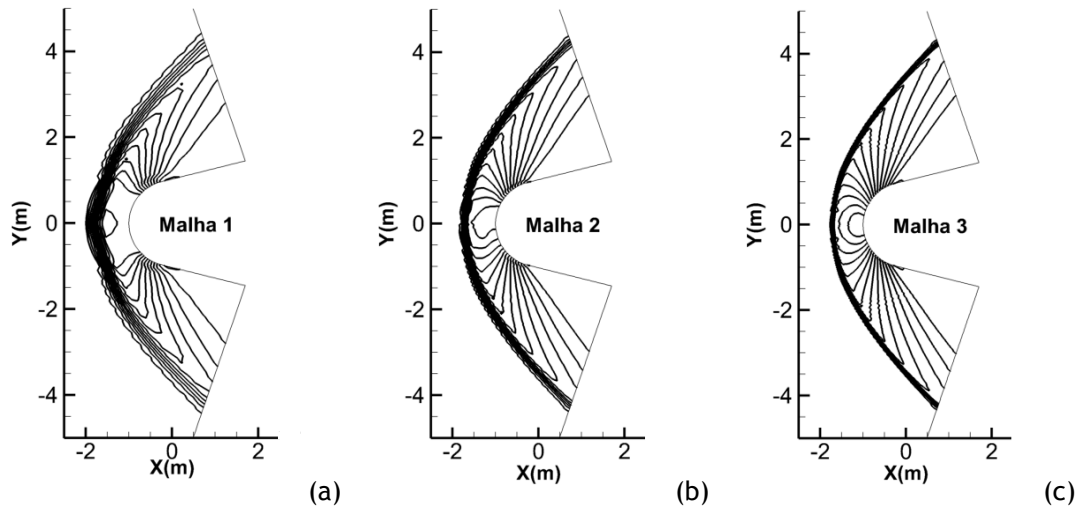


Figura 4.5: Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução Roe e diferentes malhas.

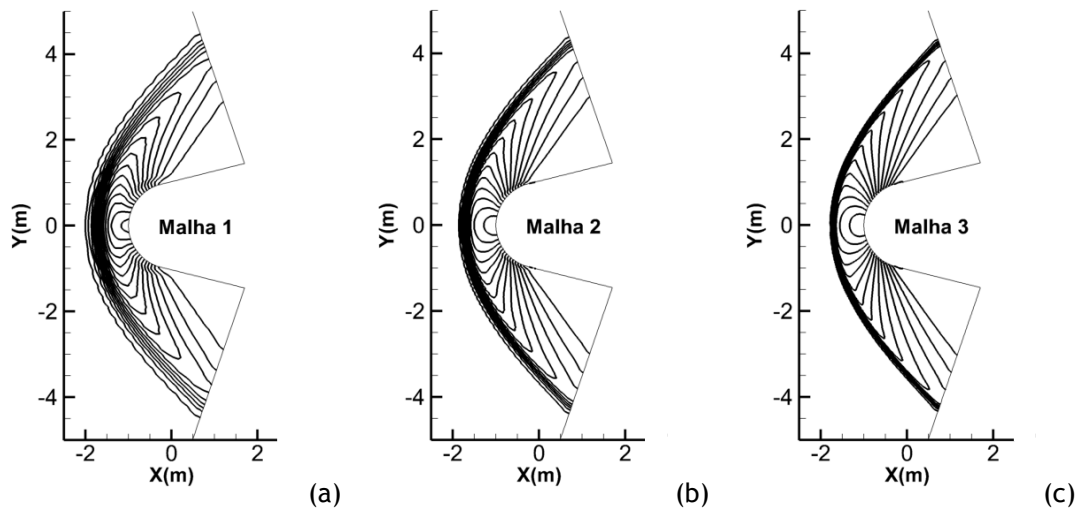


Figura 4.6: Isolinhas de pressão obtidas com o esquema de alta resolução TVDLF em diferentes malhas.

No que diz respeito às condições de fronteira, à entrada do domínio são impostas todas as variáveis do escoamento, sendo extrapoladas a partir do domínio interior na saída. As condições de escoamento livre são: $M_{inf} = 2,97$; $U = 3625$ m/s; $p = 32,3$ Pa; $T = 3708$ K. O número de Courant utilizado foi $Co = 0,8$.

A figura 4.7 mostra os resultados obtidos para a distribuição de pressão, calculada ao longo da secção $Y=0$ nas diferentes malhas analisadas. O eixo das abcissas foi ampliado na zona da onda de choque. Desta forma é possível observar o comportamento de cada um dos esquemas numéricos na descontinuidade, onde existe uma maior propensão à ocorrência de instabilidades. Nas figuras 4.2, 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6 estão representadas as isolinhas de pressão para os diferentes esquemas de alta resolução. Em todos eles é possível observar a oscilação presente nos resultados obtidos com a malha 1, indicando que os resultados obtidos com esta não são precisos. Nas isolinhas de pressão obtidas com a malha 2 ainda é possível observar algumas oscilações, apesar de muito mais amortecidas. Os resultados obtidos com a malha 3 praticamente não apresentam oscilação, pelo que se conclui que esta é a malha que apresenta os resultados mais precisos.

De uma forma geral, pode-se verificar que existe um aumento considerável na precisão da resolução da onda de choque entre os resultados obtidos com as malhas 1 e 2. Para os esquemas numéricos $AUSM^+ - up$, HLLC e Roe o aumento de precisão que se obtém quando se passa da malha 2 para a malha 3 não é significativo, pelo que não se justifica o aumento do número de nós e, conseqüentemente, o aumento do tempo de computação. O $AUSM^+ - up$ e o Kurganov são os esquemas numéricos que apresentam maior estabilidade à medida que a malha se vai tornando mais densa. O perfil de pressões aumenta de forma semelhante para as diferentes malhas nos esquemas de resolução $AUSM^+ - up$, Kurganov e TVDLF, concluindo-se que a dimensão da malha não altera de forma significativa os resultados. No caso dos esquemas de resolução HLLC e Roe, a malha 1 apresenta uma pressão inferior após a onda de choque, pelo que se pode concluir que o tamanho da malha afeta os resultados a jusante da descontinuidade. O TVDLF é o esquema de resolução mais difusivo, uma vez que requer um maior número de pontos para representar a descontinuidade da pressão. Esta tendência mantém-se à medida que a malha se vai tornando mais densa.

Os resultados observados permitem concluir que a dimensão da malha afeta significativamente a precisão dos resultados obtidos. Neste caso, a malha 3 apresenta os resultados mais precisos de entre todas as malhas. No entanto, a malha 2 apresenta resultados muito próximos, principalmente nos esquemas de alta resolução $AUSM^+ - up$, HLLC e Roe. Note-se que a malha 2 possui apenas metade dos nós da malha 3. Desta forma justifica-se a utilização da malha 2 ao invés da malha 3, poupando-se assim no tempo de computação sem se sacrificar significativamente a precisão dos resultados.

4.1.2 Estudo de comportamento para diferentes números de Mach

Conforme já foi referido, o número de Mach permite definir se o regime do escoamento é hipersónico, supersónico, transónico ou subsónico. No entanto, em várias aplicações aeronáuticas, um domínio com um escoamento maioritariamente supersónico pode conter uma pequena região com escoamento subsónico, e vice-versa, existindo então uma grande variedade de números de Mach no domínio. Como tal, é necessário que o código numérico tenha a capacidade de lidar com uma grande variedade de números de Mach. No caso de escoamento supersónico, alguns esquemas de alta resolução têm problemas a resolver escoamentos com um aumento significativo do número de Mach, chegando mesmo a divergir, ao passo que outros não são de todo afetados, atingindo a convergência com um número semelhante de iterações [50]. Desta forma deve-se

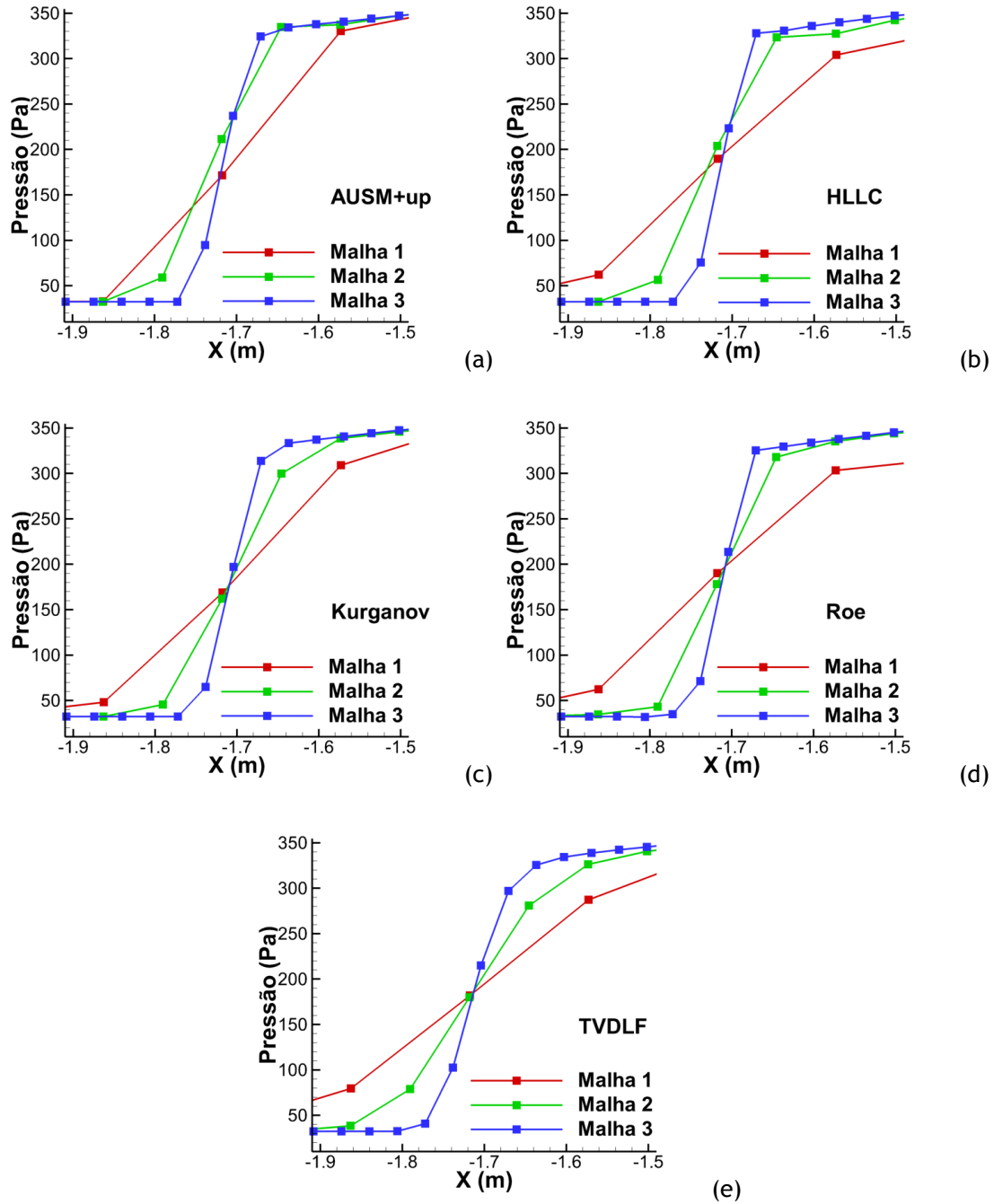


Figura 4.7: Distribuição de pressão ao longo da secção Y=0, calculada em malhas de diferente dimensão. Foram analisados cinco esquemas numéricos distintos: $AUSM^+ - up$ (a); HLLC (b); Kurganov (c); Roe (d); TVDLF (e).

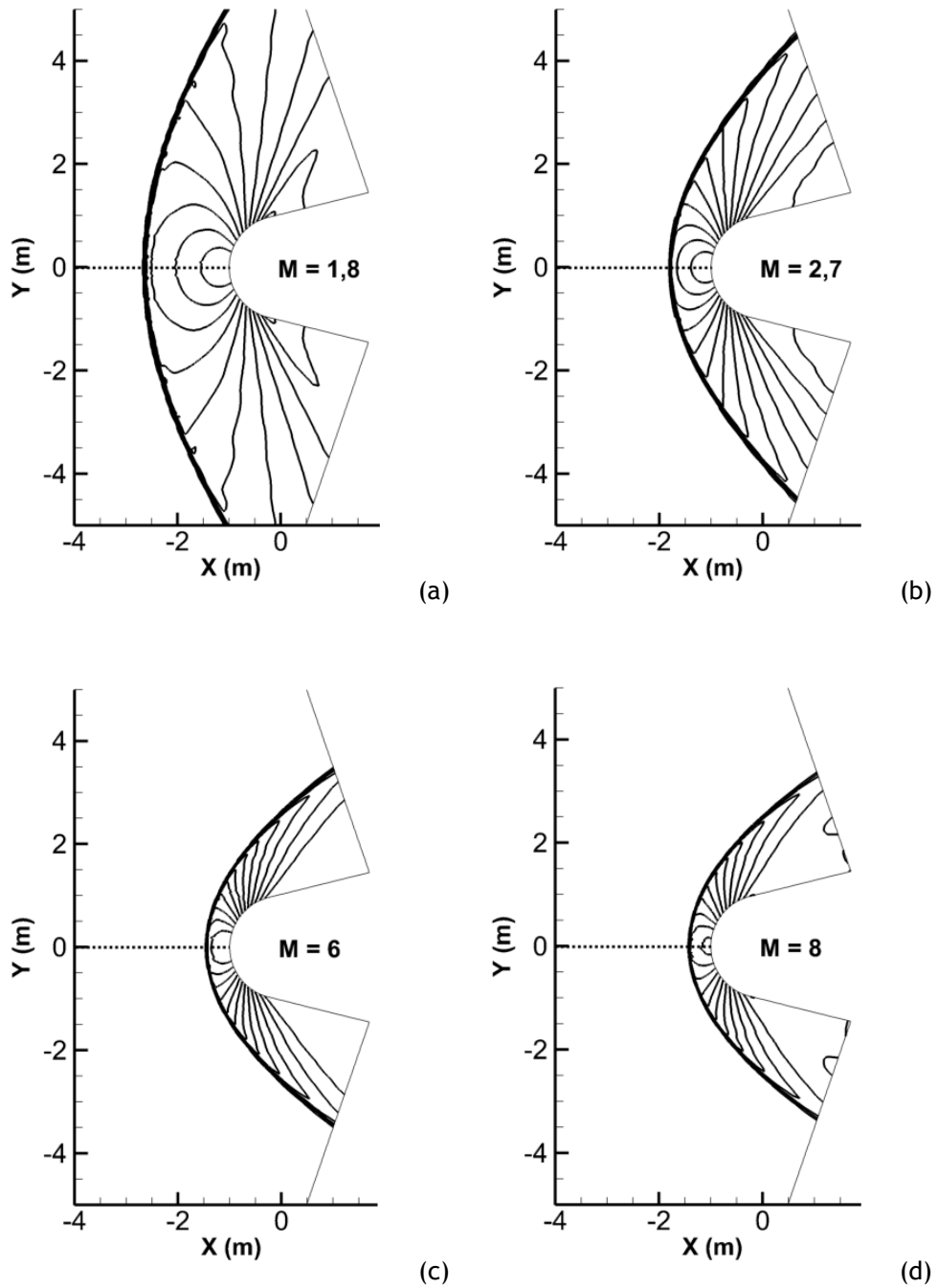


Figura 4.8: Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M = 1,8$ (a); $M = 2,7$ (b); $M = 6$ (c); $M = 8$ (d), resolvidos com o esquema $AUSM^+ - up$.

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Número de Mach	Velocidade (m/s)
1,8	2196
2,7	3294
6	7320
8	9760

Tabela 4.1: Velocidade na entrada para diferentes valores do número de Mach.

avaliar a robustez e precisão dos esquemas de alta resolução para diferentes números de Mach. Nesta secção o código é validado para escoamentos com diferentes números de Mach, sendo a posição da onda de choque comparada com resultados analíticos obtidos através do método semi-empírico de [51]. Os números de Mach testados são: $M = 1,8$; $M = 2,7$; $M = 6$; $M = 8$. Estes valores de Mach são obtidos através de alterações na velocidade imposta na entrada do domínio, representada na tabela 4.1. O número de Courant utilizado para os casos com $M = 1,8$ e $M = 2,7$ foi $Co = 0,8$. Para $M = 6$, os resultados obtidos com os esquemas Kurganov, Roe e TVDLF usaram $Co = 0,1$, enquanto o esquema $AUSM^+ - up$ utilizou um $Co = 0,3$. Para $M = 8$ o esquema $AUSM^+ - up$ usou um $Co = 0,15$ e o Kurganov utilizou um $Co = 0,1$.

Na figura 4.13 pode-se observar o perfil de pressões na zona da onda de choque para diferentes números de Mach e esquemas de alta resolução. Estes valores da pressão foram retirados ao longo da secção $Y=0$.

Para $M = 1,8$ (figura 4.13 (a)) pode-se observar que todos os esquemas numéricos apresentam valores muito semelhantes para o perfil da onda de choque, à excepção do TVDLF que apresenta resultados mais dissipativos. Para $M = 2,7$ (figura 4.13 (b)) os resultados obtidos com os esquemas de alta resolução $AUSM^+ - up$ e HLLC sobrepõem-se quase totalmente. Os resultados obtidos com o Kurganov e o TVDLF apresentam alguma dissipação, principalmente o TVDLF. A onda de choque obtida com o esquema Roe está ligeiramente deslocada em relação aos restantes esquemas. Para um $M = 6$ (figura 4.13 (c)) o esquema de alta resolução HLLC divergiu nas iterações iniciais, não tendo sido possível obter resultados intermédios.

Para $M=8$ (figura 4.13 (d)) os únicos esquemas de alta resolução que atingiram a convergência foram o Kurganov e o $AUSM^+ - up$ apresentando, ainda assim, resultados ligeiramente diferentes. Note-se que, à medida que o número de Mach aumenta, a onda de choque aproxima-se da parede do corpo, onde a malha é muito mais refinada. Considera-se que isto pode estar na origem da divergência observada.

As figuras 4.8, 4.9, 4.10, 4.11 e 4.12 mostram as isolinhas de pressão obtidas com os diferentes esquemas de alta resolução. A linha tracejada representa a secção horizontal de onde foi retirada a distribuição de pressão, veja-se a figura 4.13.

Com os resultados obtidos nas secções 4.1.1 e 4.1.2 pode-se concluir que os esquemas de alta resolução $AUSM^+ - up$ e Kurganov apresentam os resultados mais estáveis, tanto em termos de refinamento de malha como em termos de aumento do número de Mach. Tendo como base as figuras 4.1(a), 4.1(c) e 4.13(b), o $AUSM^+ - up$ aparenta ter resultados ligeiramente mais precisos que o Kurganov. Assim sendo, foi decidido que todos os cálculos subsequentes iriam ser resolvidos com o esquema de alta resolução $AUSM^+ - up$.

Um dos fenómenos que foi possível observar nos resultados para $M = 6$ foi o *carbuncle*, representado na figura 4.15. O *carbuncle* é um fenómeno de instabilidade numérica que pode surgir devido a vários fatores. Um desses fatores é a ordem do esquema de alta resolução: este fenómeno tende a ser mais evidente em casos resolvidos com esquemas de primeira ordem do que em caso resolvidos com esquemas mais precisos. A orientação e razão de aspeto das células também desempenha um papel importante no aparecimento desta instabilidade: o *carbuncle*

tem maior tendência a surgir se a malha estiver alinhada com o campo de velocidade de escoamento livre, e se as células forem alongadas na direção do escoamento. Por outro lado, se estas forem alongadas perpendicularmente ao escoamento, esta instabilidade será atenuada, ou até mesmo eliminada [52]. Esta instabilidade numérica apenas se verificou quando o esquema Roe foi usado no cálculo do escoamento a $M = 6$.

Por forma a validar o modelo, os resultados obtidos com o esquema de resolução $AUSM^+ - up$ são comparados com resultados analíticos. Billig [51] estabeleceu uma correlação entre o número de Mach e a forma e posição da onda de choque para corpos cilindro-cunha e esfera-cone. Esta correlação, presente nas equações (4.1-4.5), apresenta resultados semelhantes aos obtidos experimentalmente para números de Mach superiores a 4. Para números de Mach inferiores a 4, a posição da onda de choque fornecida pela correlação não é exatamente igual à obtida experimentalmente, como se pode ver na figura 4.15. No entanto, considera-se que a solução analítica é suficientemente semelhante, de forma que vai ser usada para avaliar a precisão do código.

A forma hiperbólica da onda de choque é definida pela seguinte expressão:

$$x = R + \Delta - R_c \cdot \cotan^2\theta \left[\left(1 + \frac{y^2 \cdot \tan^2\theta}{R_c^2} \right)^{1/2} - 1 \right]; \quad (4.1)$$

em que R é o raio do corpo, R_c é o raio de curvatura do vértice da hipérbole formada pela onda de choque, Δ é a distância entre a onda de choque e o corpo, e θ é o ângulo da onda de choque no limite de uma distância infinita do nariz.

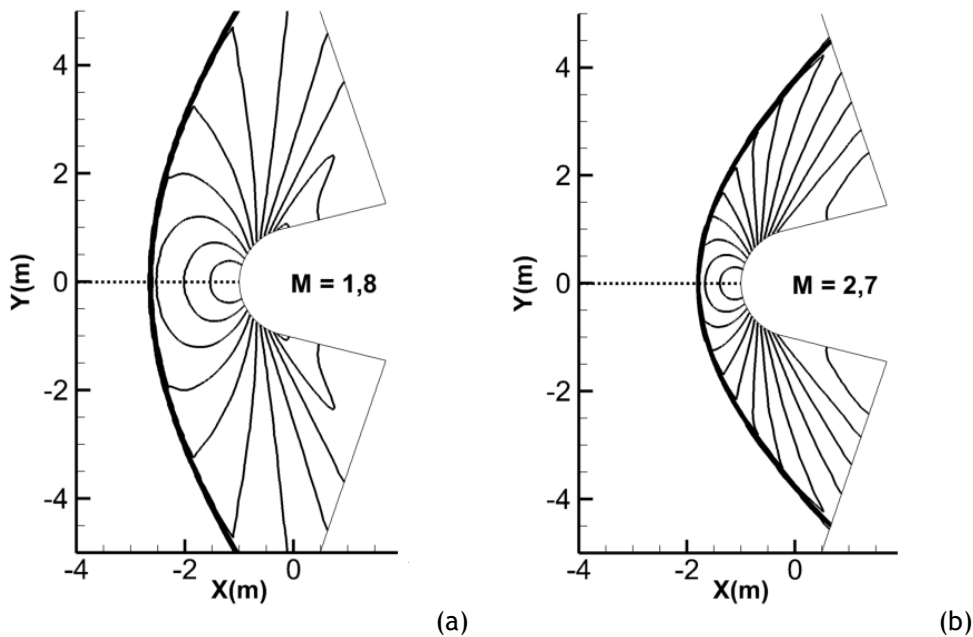
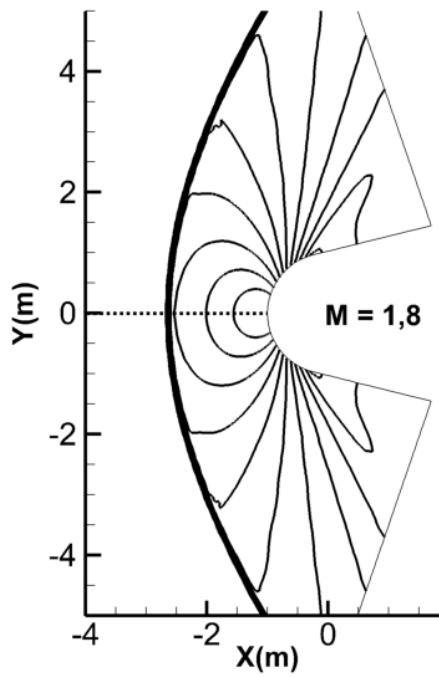
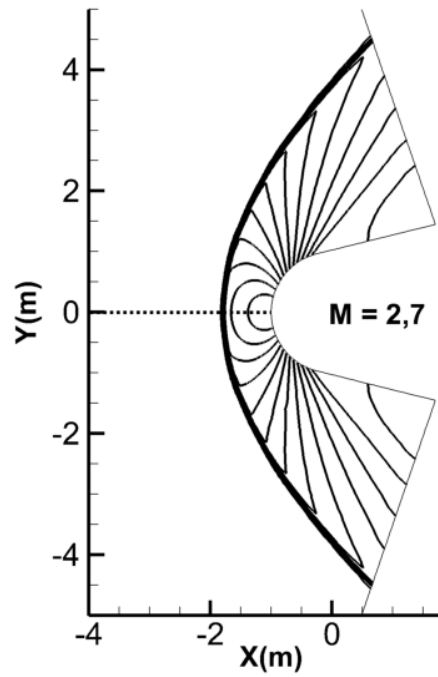


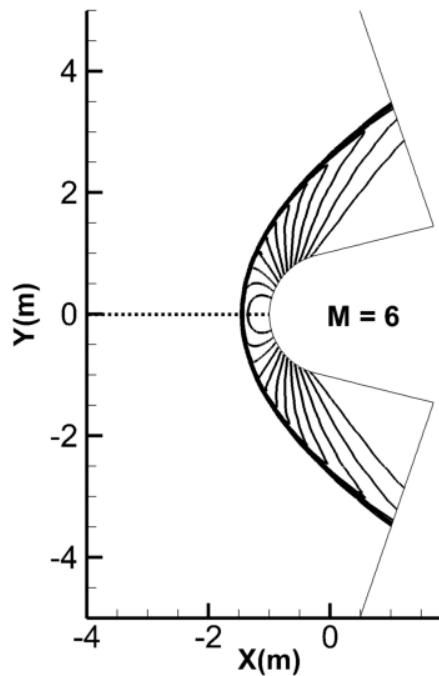
Figura 4.9: Isolinas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b), resolvidos com o esquema HLLC.



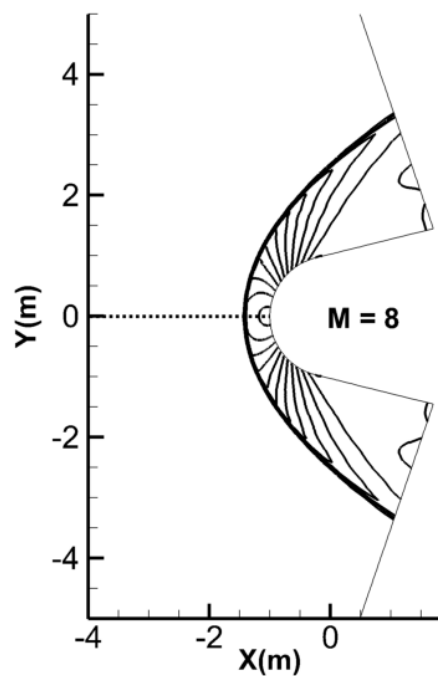
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 4.10: Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), resolvidos com o esquema Kurganov.

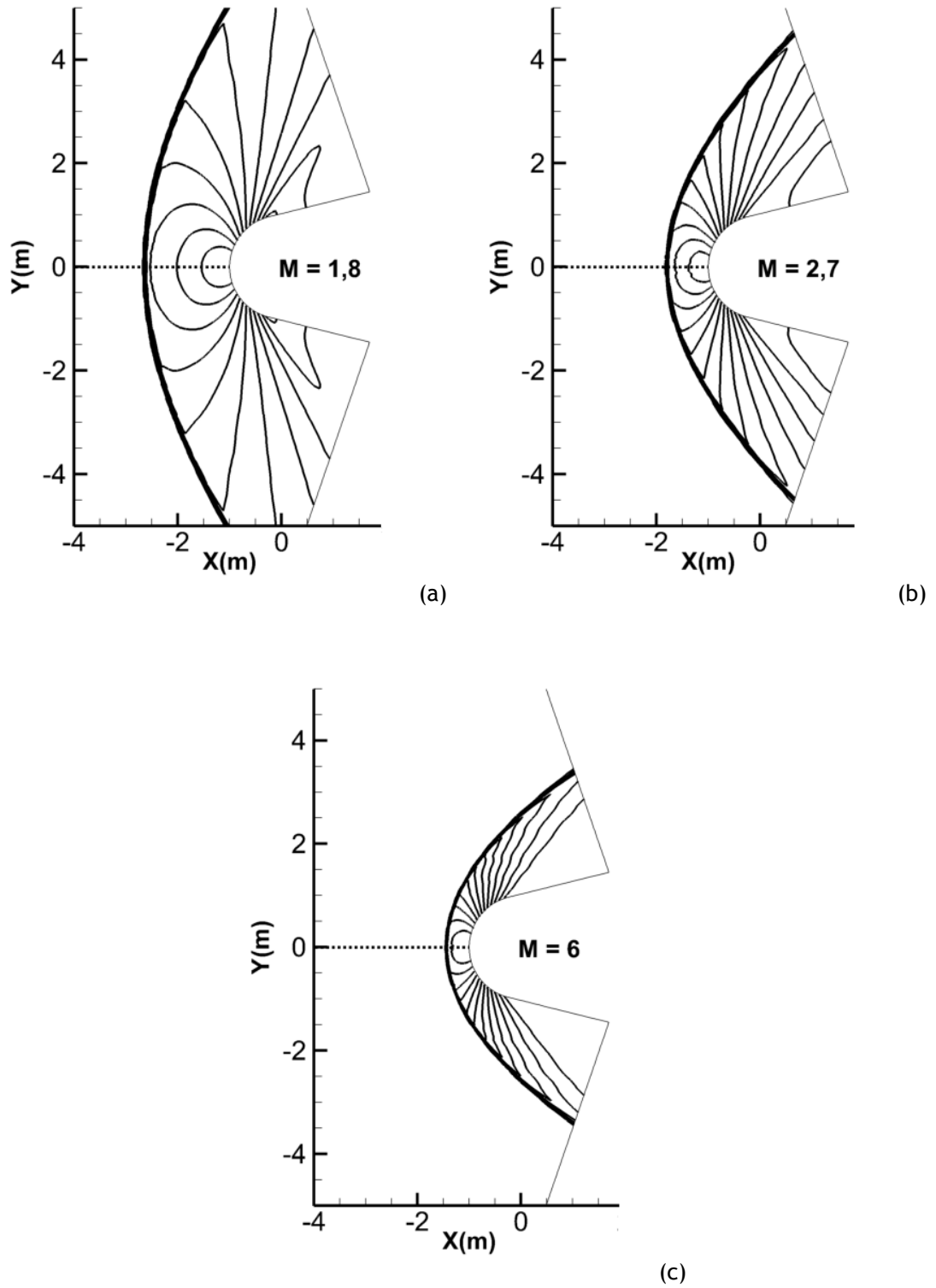


Figura 4.11: Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c), resolvidos com o esquema Roe.

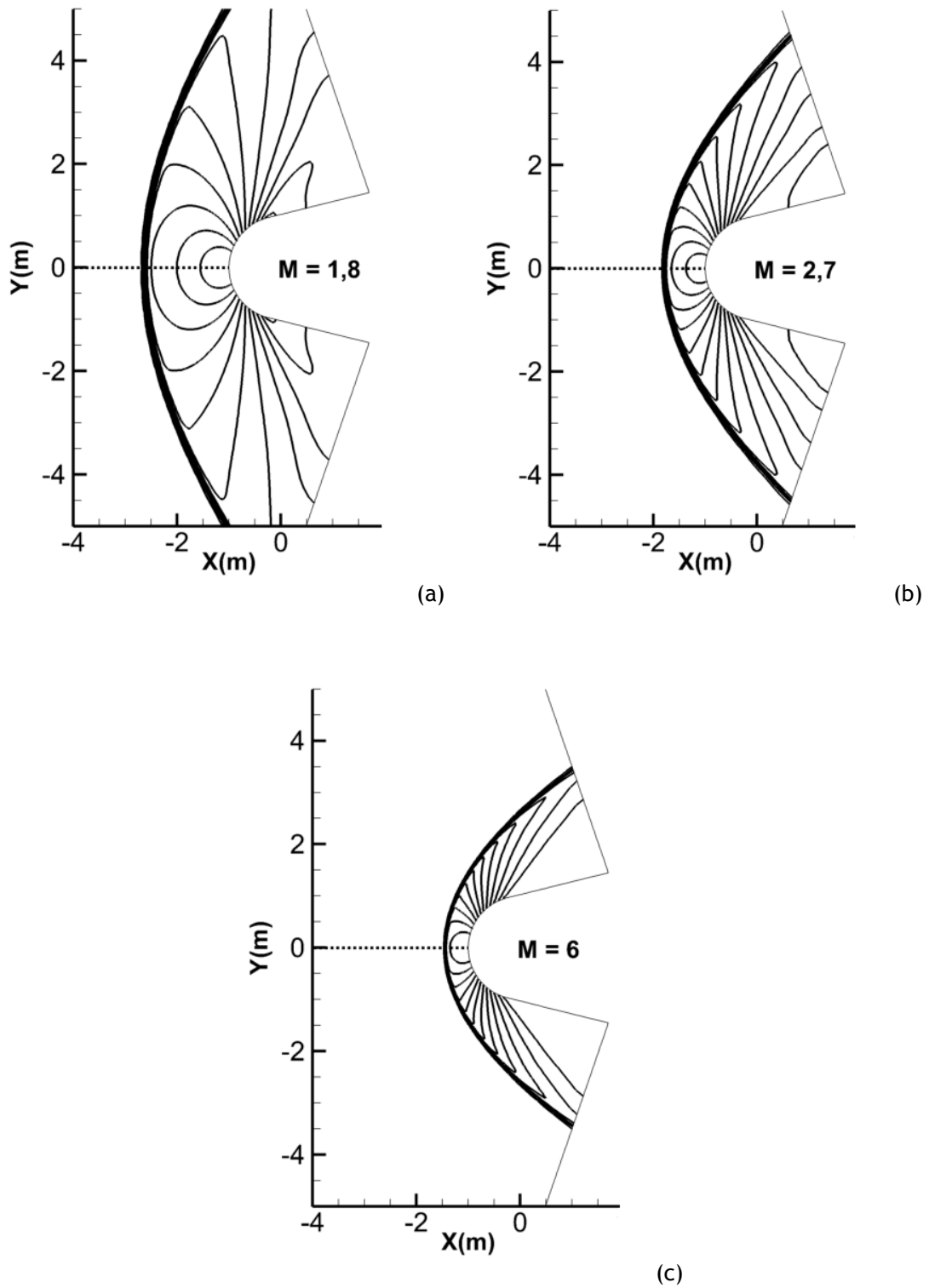


Figura 4.12: Isolinhas de pressão para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c), resolvidos com o esquema TVDLF.

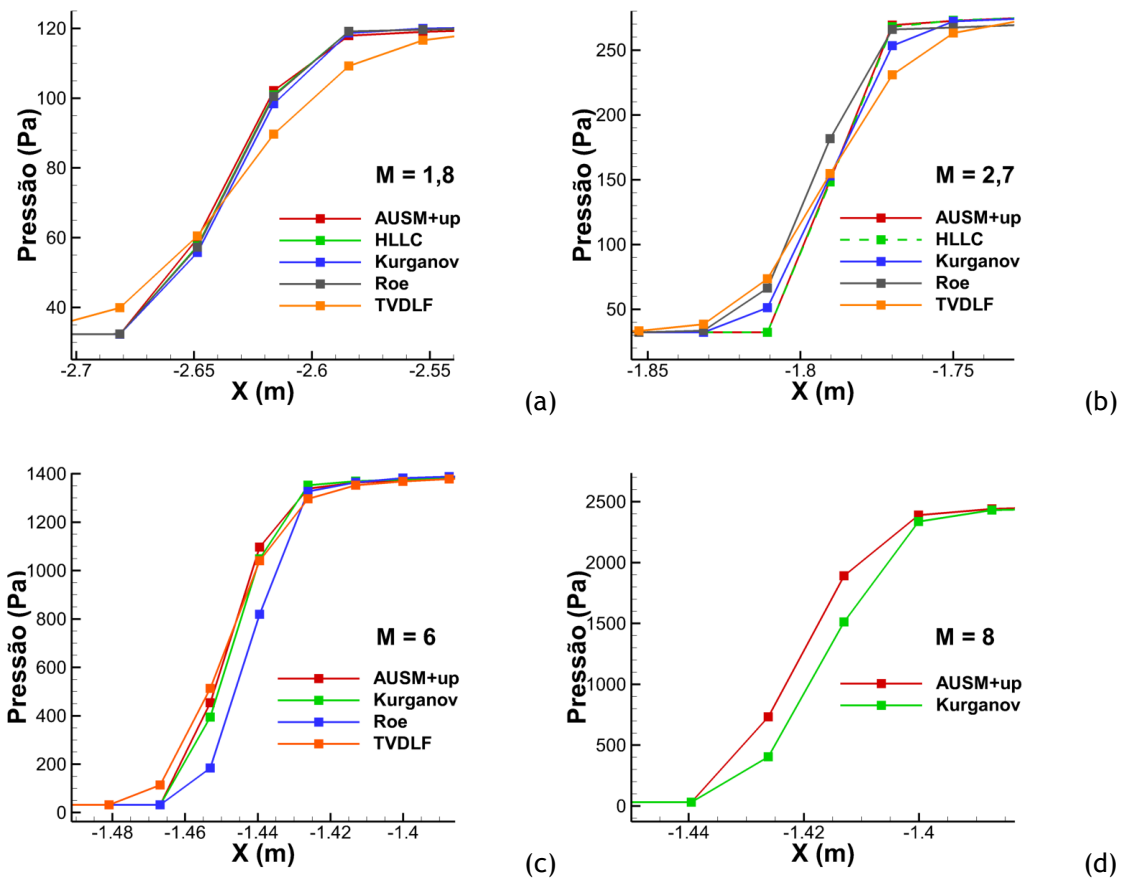


Figura 4.13: Distribuição de pressão na secção $Y=0$, calculada para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), com diferentes esquemas de resolução.

É possível obter a distância Δ através da correlação:

$$\text{Esfera - cone : } \Delta/R = 0,143 \exp(3.24/M^2); \quad (4.2)$$

$$\text{Cilindro - cunha : } \Delta/R = 0,386 \exp(4.67/M^2). \quad (4.3)$$

Existe também uma correlação entre o raio do corpo R e o raio da onda de choque R_c :

$$\text{Esfera - cone : } R_c/R = 1,143 \exp[0.54/(M-1)^{1,2}]; \quad (4.4)$$

$$\text{Cilindro - cunha : } R_c/R = 1,386 \exp[1.8(M-1)^{0,75}]. \quad (4.5)$$

Assim, tendo em conta a geometria cilindro-cunha utilizada nesta secção, fez-se uso das equações (4.1), (4.3) e (4.5) para se calcular a forma e posição da onda de choque para diferentes números de Mach, sendo estes resultados comparados com os resultados obtidos computacionalmente, como se pode ver na figura 4.16. Nesta figura é possível verificar a aproximação da onda de choque ao corpo cilíndrico previamente referida, bem como o elevado aumento de pressão observado. Note-se a redução drástica da área abrangida pela onda de choque à medida que o número de Mach aumenta.

Na figura 4.16 pode verificar-se que para números de Mach superiores a 4, a onda de choque obtida através da correlação coincide com a onda de choque computacional, podendo-se garantir a precisão do código.

Como previsto, a onda de choque obtida através da correlação não coincide com a onda de choque obtida computacionalmente para números de Mach inferiores a 4. Como se pode verificar na figura 4.15, para $M = 1,8$, a onda de choque obtida pela correlação encontra-se ligeiramente mais afastada do corpo que a onda de choque obtida experimentalmente, mantendo sempre a mesma distância. Na figura 4.16(a) pode observar-se que, em $Y=0$, a onda de choque analítica coincide com a onda de choque computacionada, afastando-se de seguida. A mesma situação sucede quando $M=2,7$, sendo que na figura 4.15 se pode observar que o ângulo da onda de choque experimental é maior do que o ângulo da onda de choque analítica.

4.2 Validação do Modelo MHD

Quando um escoamento viscoso se desloca numa conduta, a velocidade tangencial à parede da conduta deve assumir a velocidade da parede, sendo nula se a parede se encontrar estacionária. A velocidade do fluido vai aumentando à medida que a distância à parede aumenta, sendo este fenómeno conhecido como escoamento de Couette. Assim, numa conduta estacionária com paredes paralelas, o perfil de velocidade assume a forma de uma parábola, com a velocidade máxima no centro da conduta.

Caso o escoamento seja constituído por um fluido condutor, a presença de um campo magnético transversal à conduta, representado na figura 4.17, irá gerar uma força de Lorentz com sentido oposto ao movimento do fluido e magnitude proporcional à velocidade do escoamento. Este fenómeno foi estudado por Hartmann [2], pelo que este tipo de teste é frequentemente designado por caso de teste de Hartmann.

O caso de teste de Hartmann é frequentemente utilizado para validar códigos numéricos de MHD, devido à existência de uma solução analítica.

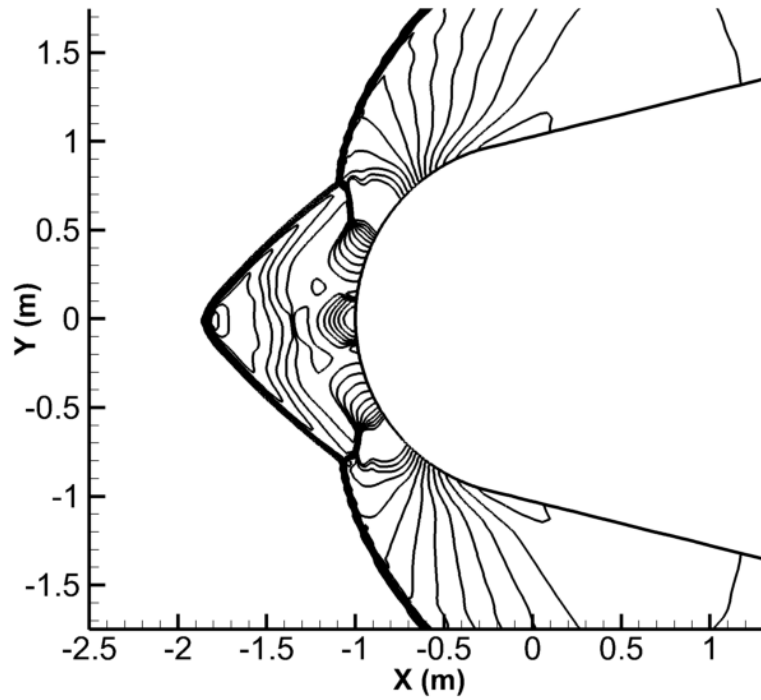


Figura 4.14: Formação do Carbuncle, um fenómeno que ocorre frequentemente em cálculos intermédios quando se utiliza o esquema de alta resolução Roe.

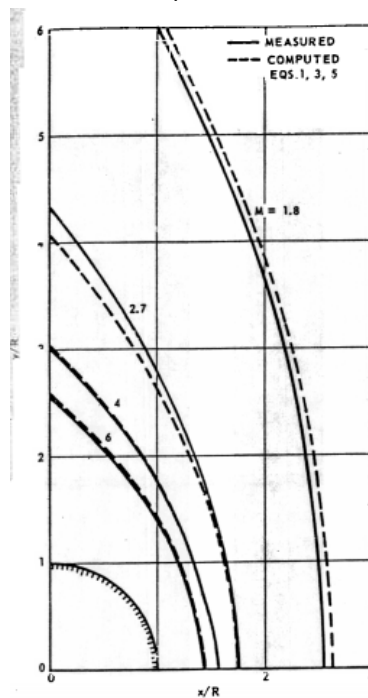


Figura 4.15: Comparação entre a posição da onda de choque obtida experimentalmente (linha cheia) e obtida através da correlação (linha tracejada). Imagem retirada de [51].

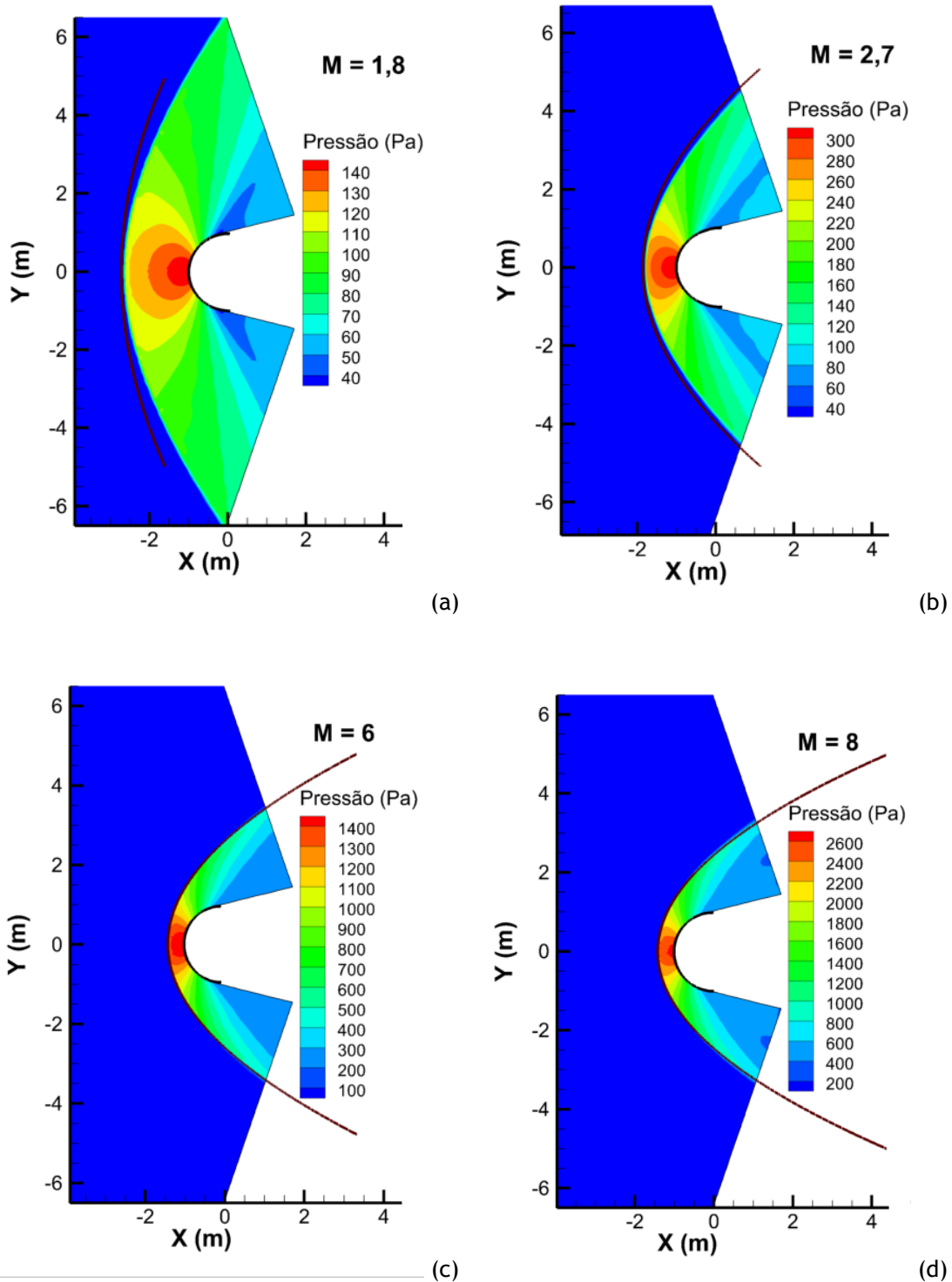


Figura 4.16: Onda de choque para diferentes números de Mach: $M=1,8$ (a); $M=2,7$ (b); $M=6$ (c); $M=8$ (d), comparados com os valores analíticos para a posição da onda de choque. Estes resultados foram obtidos com o esquema de alta resolução $AUSM^+ - up$.

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Nesta secção a formulação MHD de baixo número de Reynolds magnético será validada, comparando os resultados computacionais com a solução analítica. A conduta testada tem um comprimento $L = 0,1$ m e uma altura $h = 0,01$ m. A malha utilizada neste caso de teste tem uma dimensão de 10×150 , com refinamento junto às paredes. O domínio usado encontra-se representado na figura 4.18.

A parede da conduta tem uma condição de fronteira de não escorregamento, pelo que a velocidade tangencial do fluido é nula. O escoamento tem um número de Reynolds $Re = 1000$, pressão $p = 101325$ Pa, temperatura $T = 288,3$ K, $\mu = 1,8 \times 10^{-5}$ Pa·s, massa específica $\rho = 1,225$ kg/m³, e condutividade elétrica $\sigma = 800$ mho/m. Através destes dados é possível calcular o número de Reynolds magnético, $R_m = 1,51 \times 10^{-4}$. Este valor é bastante inferior à unidade, pelo que se respeita a condição de baixo número de Reynolds magnético. Através do número de Reynolds é possível obter a velocidade média do escoamento, sendo esta 29,36 m/s.

Para se obter um escoamento completamente desenvolvido, o canal deverá ter um comprimento muito superior à sua altura, o que implica um elevado número de nós na direção do comprimento, resultando num tempo de computação proibitivamente longo. Contudo, é possível ter um domínio de solução mais reduzido, com diferentes condições de fronteira. Desta forma, a velocidade do escoamento não é imposta à entrada do domínio, sendo calculada através de um gradiente de pressão:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho G; \quad (4.6)$$

em que G representa a força por unidade de massa que induz o fluido em movimento. Este gradiente de pressão é ajustado por forma a que o fluxo de massa seja constante, independentemente da força do campo magnético.

Este caso será testado para diferentes números de Hartmann, mais especificamente: 10; 20; 100. Os valores do campo magnético, obtidos a partir do número de Hartmann podem ser vistos na tabela 4.2. O número de Courant utilizado foi $Co = 0,8$.

A relação entre a velocidade em cada ponto e a velocidade máxima, que fornece a solução analítica para o caso de Hartmann, pode ser obtida através da equação:

$$\frac{u(y)}{V} = 1 - \frac{\cosh(Ha\eta)}{\cosh(Ha)}; \quad (4.7)$$

onde:

$$V = \frac{\rho G}{\sigma B_0^2}; \quad (4.8)$$

$$\eta = \frac{y}{h}. \quad (4.9)$$

Número de Hartmann	Intensidade do campo magnético [T]
10	0.3
20	0.6
100	3

Tabela 4.2: Magnitude do campo magnético para diferentes números de Hartmann.

Modelação numérica de escoamento MHD em veículos de reentrada na atmosfera

Na figura 4.19 estão representados os perfis de velocidades obtidos computacionalmente (pontos) e teoricamente (linhas). A coordenada vertical y foi normalizada com a dimensão horizontal da conduta h , e as velocidades U foram normalizadas com a velocidade média U_{med} , obtida a partir do número de Reynolds.

Como se pode verificar na figura 4.19, para os números de Hartmann calculados, a solução computacional está sobreposta com a solução analítica em toda a largura da conduta. Verifica-se que, com um número de Hartmann suficientemente elevado, a velocidade do escoamento é praticamente constante ao longo de toda a largura da conduta. Mesmo com um campo magnético reduzido, o escoamento tem uma velocidade constante em cerca de $2/3$ da largura da conduta. Após análise dos resultados é possível concluir-se que o código calcula de forma correta o escoamento MHD.

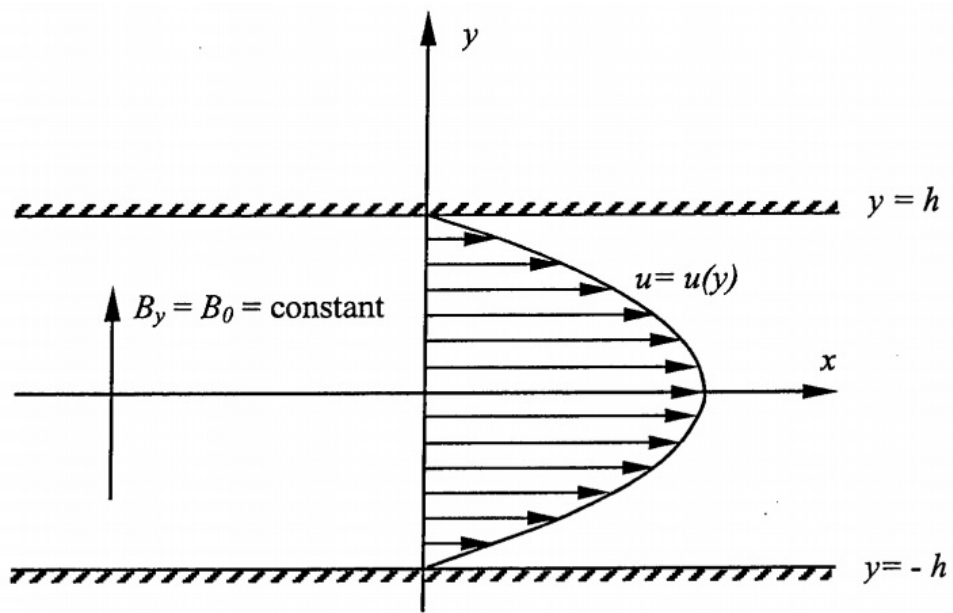


Figura 4.17: Esquemática do escoamento de Hartmann. Imagem retirada de [53].

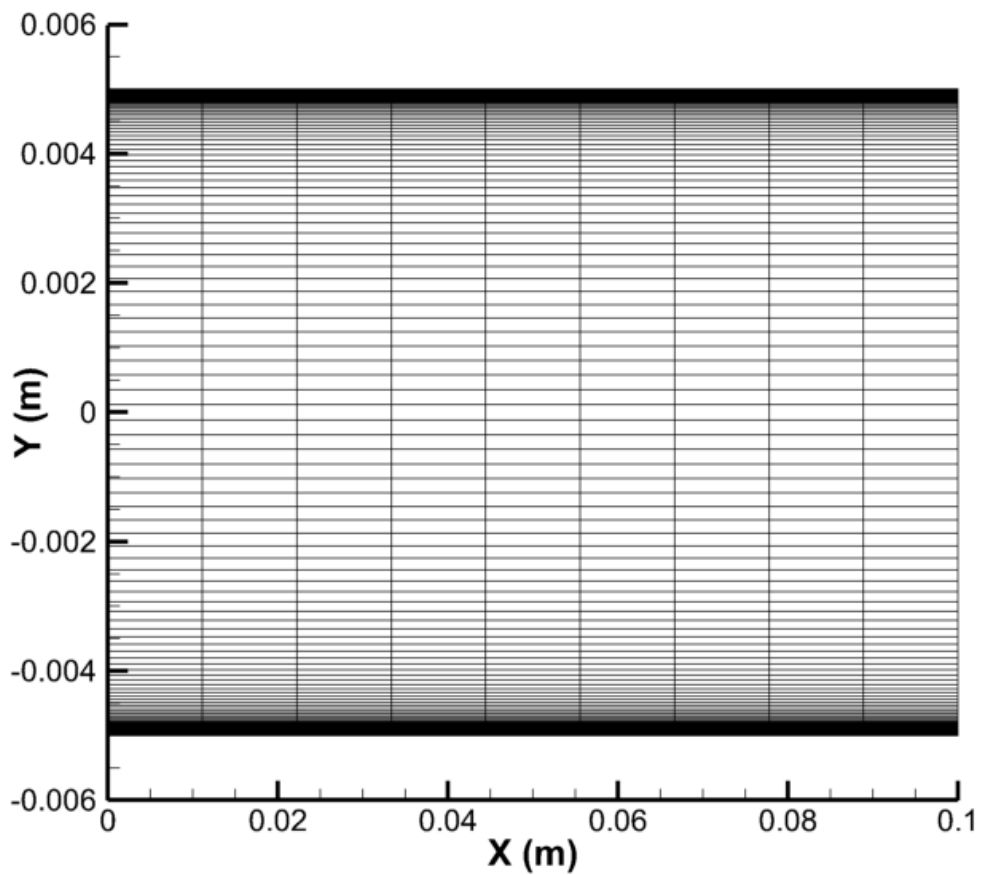
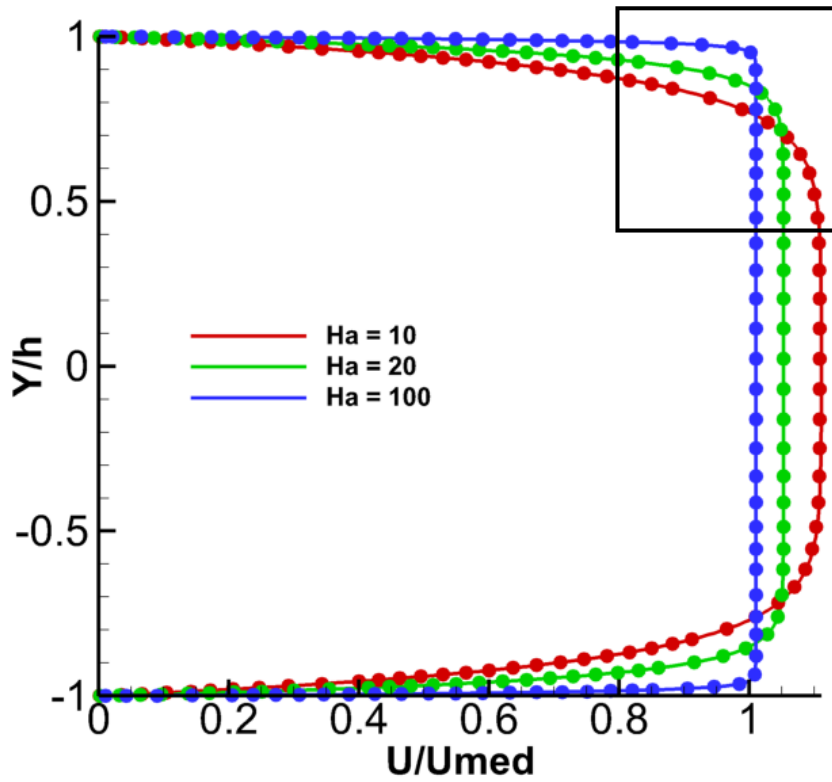
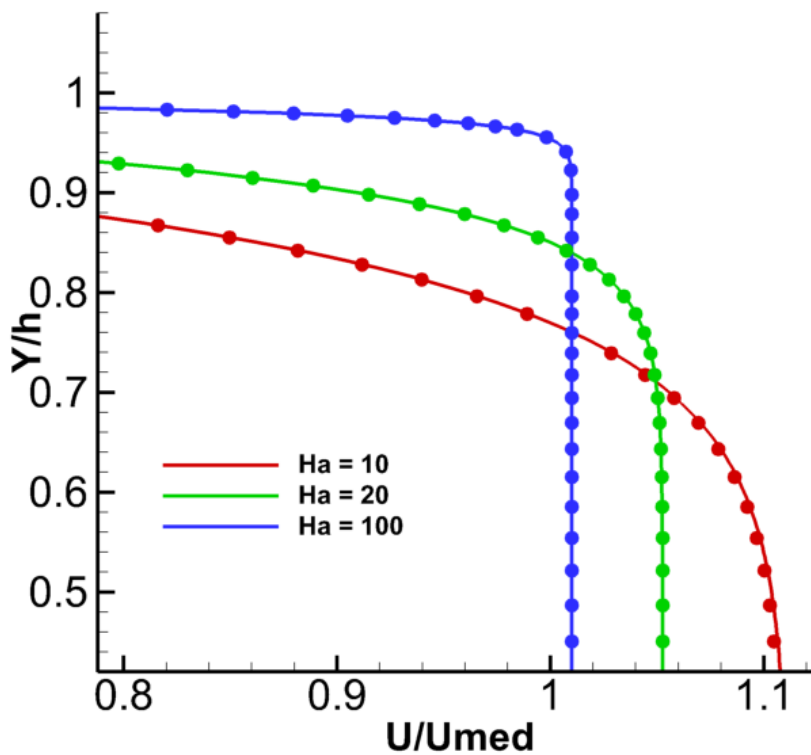


Figura 4.18: Malha usada para testar o caso de Hartmann, com uma dimensão de 10×150 nós.



(a)



(b)

Figura 4.19: Perfil de velocidades para diferentes números de Hartmann a toda a largura da conduta (a) e junto à parede (b). As linhas representam a solução analítica, os pontos representam a solução numérica.

Capítulo 5

Aplicação de um escoamento sobre um corpo de reentrada

Os custos necessários para o lançamento de veículos para a atmosfera com o intuito de testar o efeito do escoamento hipersónico e formas de mitigar o *blackout* são proibitivamente elevados. Como tal, atualmente, os resultados experimentais sobre o *blackout* são escassos, e na sua maioria, realizados em laboratório, em túneis de vento hipersónicos que procuram simular as condições de reentrada. O RAM (Radio Attenuation Measurements) foi um dos poucos projetos levados a cabo na atmosfera, no qual foram usados dois veículos de reentrada para testar o efeito da injeção de água e a utilização de um campo magnético DC para a mitigação do *blackout* e receção de sinais [8]. Devido à quantidade de medições recolhidas, o RAM-C II é frequentemente utilizado para realizar comparações numéricas, como se pode verificar em [54].

Conforme já foi referido, uma das maiores desvantagens da utilização de campos magnéticos para controlo da posição da onda de choque é a dimensão e massa destes. Assim, de forma a viabilizar este método de mitigação do *blackout*, é necessário optimizá-lo, procurando aumentar a distância da onda de choque sem aumentar os requisitos do sistema. Um aumento na distância entre o veículo e a onda de choque leva a uma diminuição na temperatura no ponto de estagnação do veículo. Esta redução da temperatura, por sua vez, provoca uma diminuição na frequência do plasma, auxiliando na mitigação do *blackout* [55].

Neste capítulo será estudado o efeito da orientação e magnitude de um campo magnético imposto, através de um dipolo, na distância entre a onda de choque e o veículo de reentrada RAM-C II.

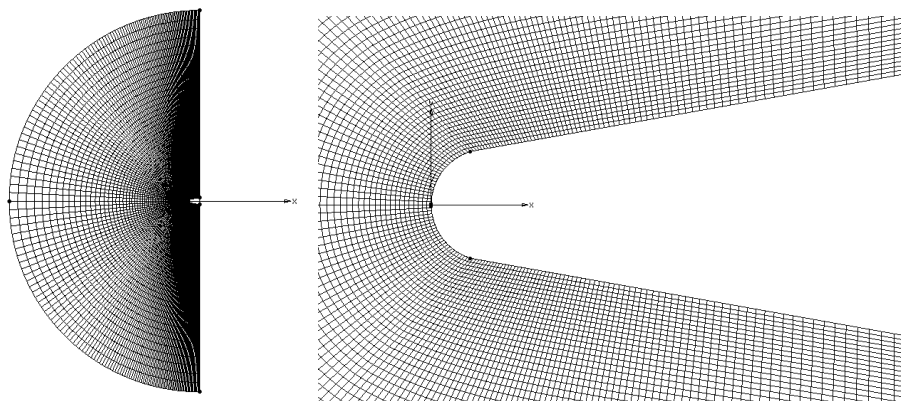


Figura 5.1: Malha usada para testar o efeito da orientação e magnitude do campo magnético sobre o escoamento, com uma dimensão de 100×200 nós.

Fluido	Condutividade elétrica σ [mho/m]
Água destilada	$\approx 10^{-4}$
Água marinha	4
Eletrólitos	10^{-4} a 10^{-2}
Água + 20% NaCl (20°C)	21,6
H ₂ SO ₄ (20°C)	73,6
Vidro derretido (1400°C)	10 a 10^2
Plasmas frios ($\approx 10^4$ K)	$\approx 10^3$
Plasmas quentes ($\approx 10^6$ K)	$\approx 10^6$
Gás ionizado	$\approx 10^7 T^{2/3}$
Hidrogénio ionizado	$\approx 5,3 \times 10^4$
Espaço interestelar	$\approx 10^3$
Metais líquidos	10^6 a 10^7
Aço (1500°C)	$0,7 \times 10^6$
Mercúrio (20°C)	10^6
Alumínio (700°C)	5×10^6
Sódio (400°C)	6×10^6

Tabela 5.1: Condutividade elétrica de diferentes fluidos. Tabela adaptada a partir de [49].

5.1 Geometria, variáveis e condições de fronteira do caso de teste

O veículo RAM-C II tem um nariz com um diâmetro de 0,3048 m, um corpo com 1,2954 m de comprimento e um ângulo de 9° entre o nariz e o corpo. A velocidade máxima atingida pelo RAM-C II foi de 7678 m/s, pelo que esta foi a velocidade utilizada nas computações. A temperatura do ar é $T = 244.3$ K e a massa específica $\rho = 2,816 \times 10^{-4}$ kg/m³. Com estas condições obtém-se um número de Mach de escoamento livre $M = 24,5$. Assume-se que a condutividade elétrica do plasma tem um valor constante, $\sigma = 200$ mho/m, que resulta num número de Reynolds magnético $R_m = 0,588$. A condutividade elétrica foi estimada a partir da tabela 5.1. Neste caso foram aplicadas condições de fronteira típicas para escoamento hipersónico, tendo as variáveis sido impostas na entrada do domínio da solução e extrapoladas na sua saída. A malha utilizada é composta por 100×200 nós, com aglomeração de nós na zona do veículo, conforme se pode verificar na figura 5.1. A malha tem um raio de 15 cordas, ou seja, 19,43 m. O número de Courant utilizado foi $Co = 0,6$.

O dipolo magnético foi imposto próximo do nariz, nas coordenadas $(x, y) = (0, 2; 0)$. Foram testadas três orientações diferentes. No primeiro caso foi utilizado um dipolo magnético vertical, representado na figura 5.2(e). No segundo caso foi utilizado um dipolo horizontal, com as linhas de campo a entrarem no nariz, como se pode ver na figura 5.3(e). No terceiro caso foi novamente imposto um dipolo horizontal, mas com os pólos invertidos, ou seja, as linhas do campo magnético saem do nariz, veja-se 5.4(e). A distribuição do campo magnético foi obtida através da ferramenta *funkySetFields* do OpenFOAM, que permite a criação de campos não uniformes no domínio da solução através de uma equação. Para a obtenção das componentes do campo magnético vertical utilizaram-se as seguintes expressões:

$$B_x = bx \left[\frac{1}{r_1^3} - \frac{1}{r_2^3} \right]; \quad (5.1)$$

$$B_y = b \left[\frac{y - \frac{l}{2}}{r_1^3} - \frac{y + \frac{l}{2}}{r_2^3} \right]; \quad (5.2)$$

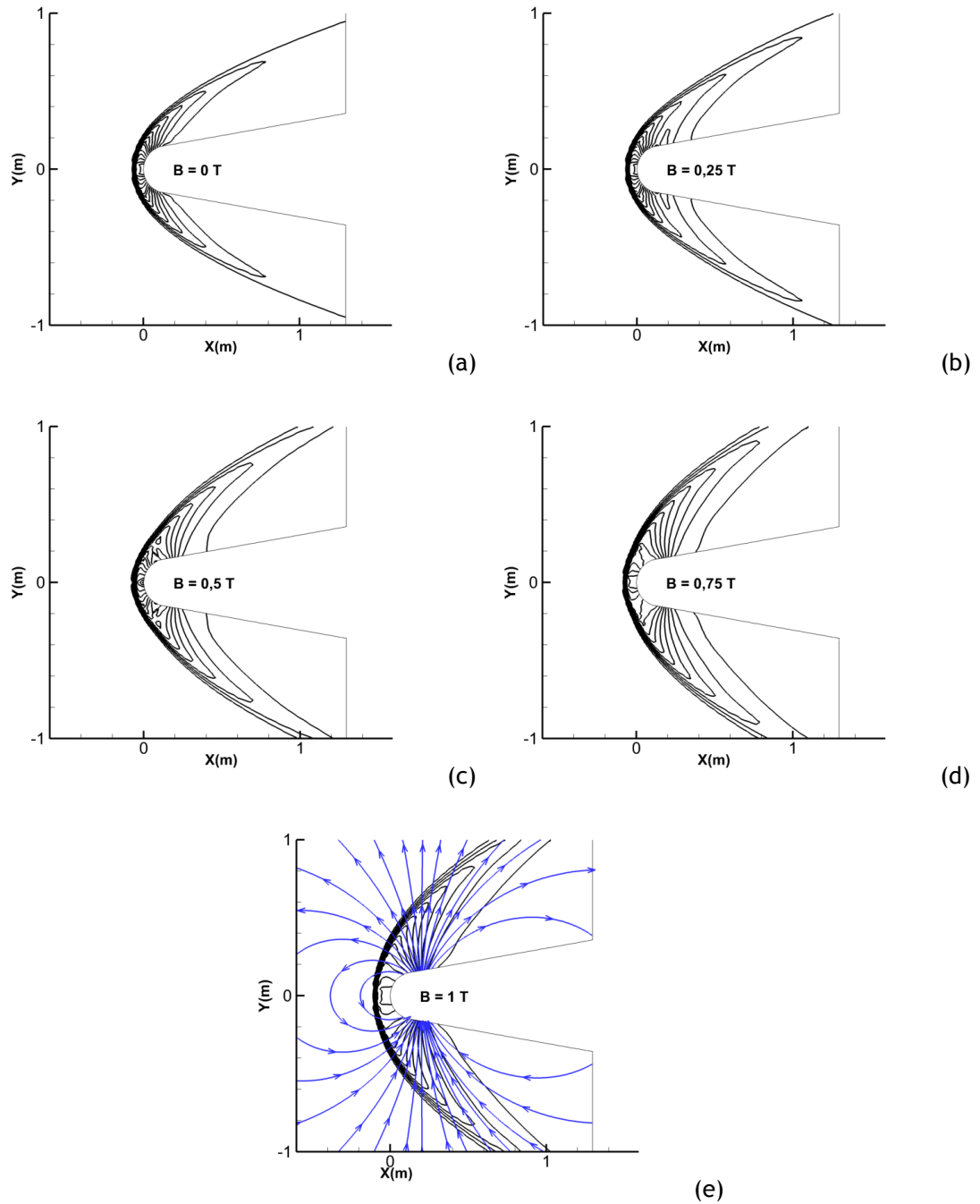


Figura 5.2: Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético vertical com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.

onde x e y são as coordenadas dos pontos, l é a distância entre os pólos, e b é a carga magnética do dipolo. r_1 e r_2 são as distâncias de um ponto genérico ao pólo 1 e 2:

$$r_1 = \sqrt{x^2 + \left(y - \frac{l}{2}\right)^2}; \quad (5.3)$$

$$r_2 = \sqrt{x^2 + \left(y + \frac{l}{2}\right)^2}. \quad (5.4)$$

Para obter o campo magnético gerado por um dipolo na horizontal, representado na figura 5.3, utilizaram-se as seguintes equações:

$$B_x = b \left[\frac{x - \frac{l}{2}}{r_3^3} - \frac{x + \frac{l}{2}}{r_4^3} \right]; \quad (5.5)$$

$$B_y = by \left[\frac{1}{r_3^3} - \frac{1}{r_4^3} \right]; \quad (5.6)$$

onde r_3 e r_4 são, à semelhança do caso anterior, as distâncias do ponto ao polo 1 e 2, respetivamente, sendo obtidas através das equações:

$$r_3 = \sqrt{\left(x - \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}; \quad (5.7)$$

$$r_4 = \sqrt{\left(x + \frac{l}{2}\right)^2 + y^2}. \quad (5.8)$$

Para inverter o sentido das linhas do campo magnético trocou-se o sinal das equações 5.5 e 5.6, como representado nas seguintes equações:

$$B_x = -b \left[\frac{x - \frac{l}{2}}{r_3^3} - \frac{x + \frac{l}{2}}{r_4^3} \right]; \quad (5.9)$$

$$B_y = -by \left[\frac{1}{r_3^3} - \frac{1}{r_4^3} \right]. \quad (5.10)$$

Através das equações aqui representadas é possível obter o campo magnético gerado por um dipolo localizado nas coordenadas (0,0). Caso se pretenda que o dipolo se encontre localizado noutras coordenadas, dever-se-à subtrair o valor dessas coordenadas a x e y nas equações. Neste caso de teste, pretende-se que o dipolo se encontre nas coordenadas $(x, y)=(0,2;0)$. Como tal, vamos substituir x por $(x - 0, 2)$ nas equações. O valor de y mantém-se inalterado.

As magnitudes do campo magnético a ser impostas neste caso de teste são: 0 T; 0,25 T; 0,5 T; 0,75 T; e 1 T. Uma vez que o campo magnético não é uniforme, estes valores foram retirados na zona da superfície do veículo, sendo o valor mais elevado observado em todo o domínio.

5.2 Resultados

A figura 5.2 mostra os contornos de pressão para diferentes intensidades do campo magnético para um dipolo orientado verticalmente. As imagens 5.3 e 5.4 permitem observar os contornos

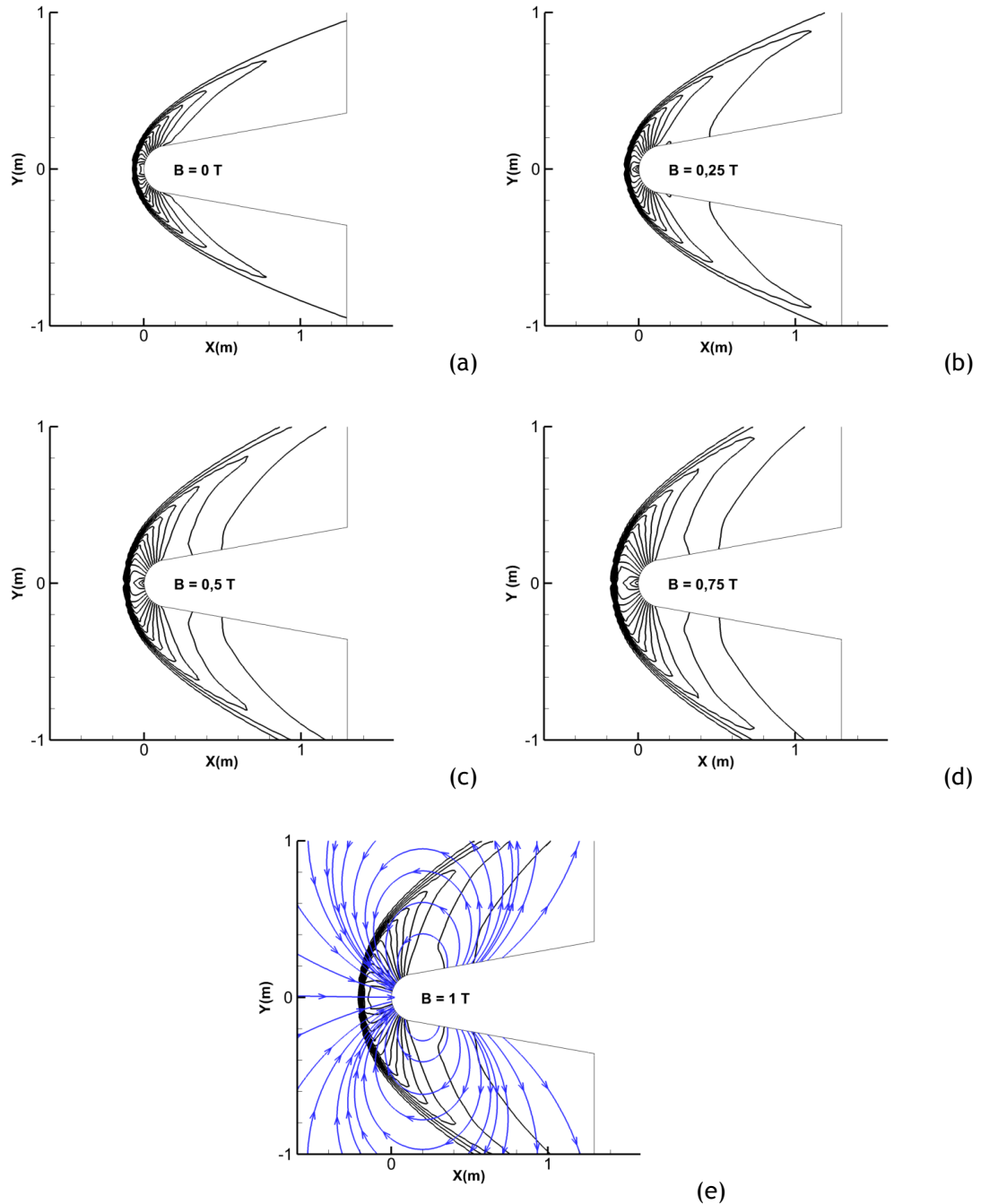


Figura 5.3: Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético horizontal com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Neste caso, as linhas do campo magnético aproximam-se do nariz do veículo. Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.

de pressão para diferentes magnitudes do campo magnético, estando este alinhado com a horizontal. Nestes dois casos as linhas do campo magnético, apesar de terem a mesma orientação, têm sentidos opostos.

Observando as figuras 5.3 e 5.4, uma das primeiras conclusões que se pode retirar é a de que o sentido das linhas de campo não afeta a posição da onda de choque, independentemente da magnitude do campo magnético. Isto sucede porque o sentido das linhas do dipolo são alteradas através da inversão do sentido da componente horizontal do campo magnético, que, sendo paralela ao escoamento, não afeta a força de Lorentz.

No entanto, a orientação do dipolo afeta significativamente a distância da onda de choque, tal como se pode observar nas figuras 5.2 e 5.3. Para uma intensidade de campo magnético de 1 T e 0,75 T, a distância da onda de choque com o dipolo horizontal é sensivelmente o dobro da distância da onda de choque com o dipolo vertical, com um aumento de 0,1 m e 0,08 m, respetivamente. Para uma intensidade de 0,5 T e 0,25 T a diferença entre as distâncias das ondas de choque obtidas com o dipolo horizontal e vertical é aproximadamente 0,05 m e 0,02 m, respetivamente.

Atentando nas imagens 5.2(e) e 5.3(c), pode verificar-se que a distância da onda de choque é semelhante. Para o caso do dipolo vertical de 0,5 T, a distância da onda de choque é menor do que a obtida com o caso do dipolo horizontal de 0,25 T. Desta forma, pode-se concluir que um dipolo magnético horizontal permite obter a mesma distância da onda de choque, ou maior ainda, com menor da intensidade de campo magnético e que, como tal, é a orientação óptima para o controlo do escoamento com recurso a campos magnéticos.

É também possível verificar-se que a intensidade do campo magnético afeta significativamente a distância da onda de choque. Apesar de estar presente em todos os casos, este fenómeno é mais facilmente observado nas figuras 5.3 e 5.4.

No caso do dipolo horizontal, observa-se que, com um aumento da intensidade de campo magnético de 0,25 T, obtém-se um aumento na distância da onda de choque de aproximadamente 0,04 m.

No caso do dipolo vertical, foi possível verificar que a imposição de um campo magnético de 0,25 T não afeta a distância da onda de choque em relação ao caso sem campo magnético. Apenas para valores da intensidade do campo magnético superiores a 0,5 T é possível observar alterações significativas na distância da onda de choque.

De notar que a onda de choque apresenta alguma oscilação na zona da descontinuidade, derivada do fenómeno de Gibbs, pelo que as distâncias mencionadas poderão não se verificar de forma semelhante em todo o seu comprimento. Os valores das distâncias utilizados foram todos retirados no ponto de estagnação do escoamento, sendo comparados com os pontos em redor. Desta forma, estes resultados permitem concluir que a diferença não é significativa.

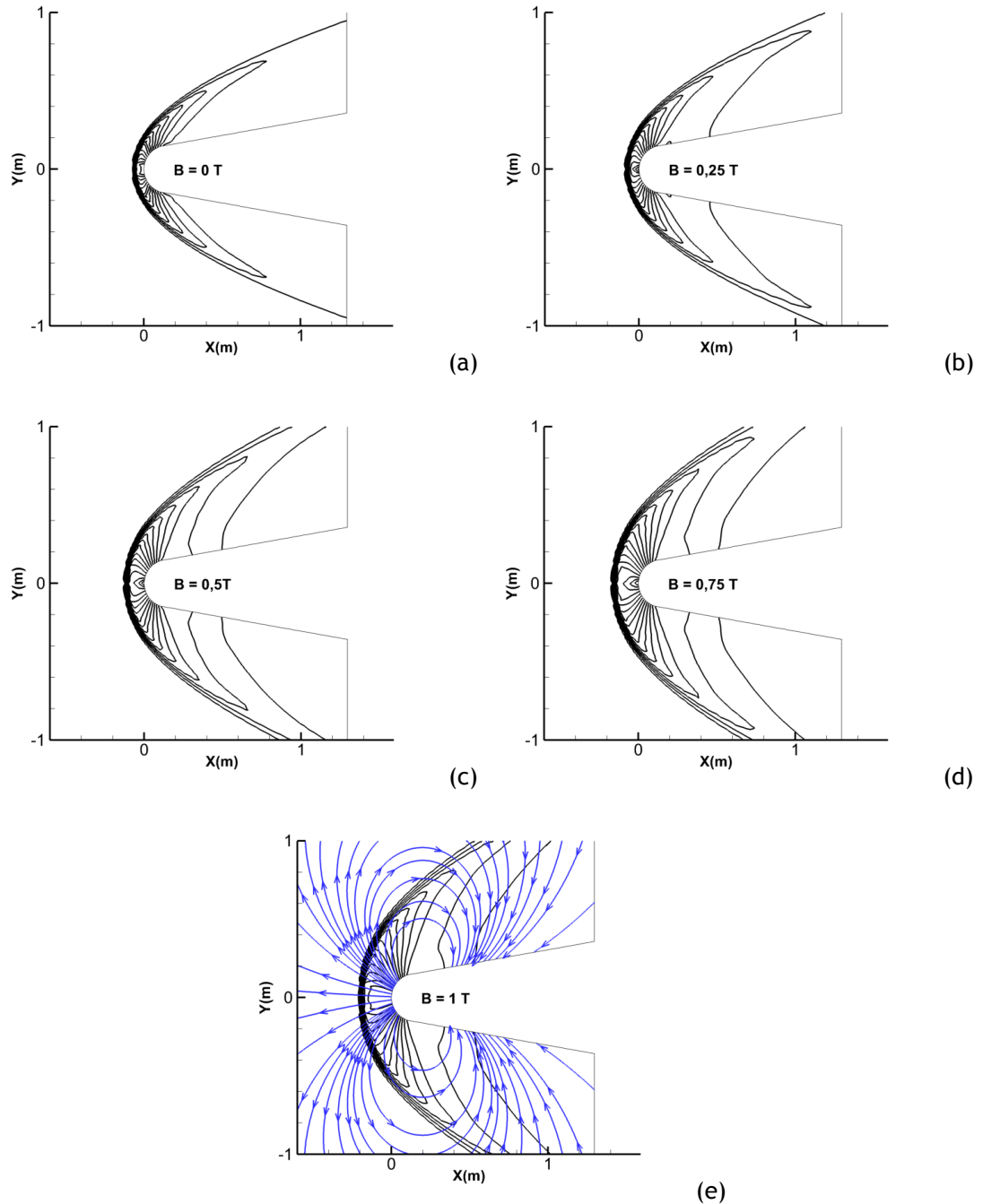


Figura 5.4: Contornos de pressão em redor do veículo RAM-C para um dipolo magnético horizontal com magnitudes: 0 T (a); 0.25 T (b); 0.5 T (c); 0.75 T (d); 1 T (e). Neste caso, as linhas do campo magnético afastam-se do nariz do veículo. Na imagem (e) é possível observar a orientação das linhas do campo magnético.

Capítulo 6

Conclusões e trabalho futuro

Nesta tese foi apresentado um modelo numérico capaz de calcular escoamentos MHD a baixo número de Reynolds magnético, com diferentes intensidades de campo magnético e números de Mach.

Apresentou-se uma breve revisão bibliográfica sobre os veículos hipersónicos, o problema do *blackout* e algumas das soluções até agora propostas, entre as quais se encontra a manipulação de escoamentos de plasma com recurso a campos magnéticos. Realizou-se uma breve análise do estado da arte sobre esta solução, e sobre esquemas numéricos capazes modelar o efeito de campos magnéticos na camada de plasma de veículos de reentrada.

Apresentam-se então as equações de Navier-Stokes, seguidas das equações MHD a baixo número de Reynolds magnético. São também apresentados alguns parâmetros adimensionais que foram utilizados no decorrer da tese. A discretização temporal utilizada no código é descrita, bem como os diferentes esquemas de alta resolução implementados.

O modelo numérico é validado para a dinâmica dos gases, sendo estudada a independência da malha, tendo-se determinado que, para todos os esquemas de resolução, a malha mais refinada apresentava os resultados mais precisos. Contudo, para os esquemas de alta resolução AUSM⁺ – *up*, HLLC e Roe a segunda malha apresentava, com metade dos nós, resultados bastante semelhantes. Conclui-se que o aumento da precisão não justificava o sacrifício em termos de carga computacional.

Procedeu-se então à análise da robustez dos esquemas de alta resolução para diferentes números de Mach, nomeadamente $M = 1,8$; $M = 2,7$; $M = 6$ e $M = 8$. Foi possível verificar que os esquemas de alta resolução HLLC, Roe e TVDLF não conseguiram calcular de forma correta a onda de choque para escoamentos com números de Mach elevados, tendo o HLLC divergido quando $M = 6$ e $M = 8$, ao passo que o TVDLF e o Roe divergiram para $M = 8$. Assim, foi decidido que as computações seguintes seriam resolvidas com o esquema AUSM⁺ – *up*. Seguidamente foi feita a comparação dos resultados obtidos numericamente com os resultados analíticos, após a qual se conclui que a posição e forma da onda de choque é obtida de forma correta para os diversos números de Mach.

O escoamento magnetohidrodinâmico é então validado, com recurso ao conhecido caso de Hartmann. O efeito de diferentes intensidades do campo magnético, definidas através do número de Hartmann, Ha , é estudado e os perfis de velocidade obtidos através dos cálculos numéricos. Estes, por sua vez, são depois comparados com a solução teórica, tendo sido determinado que o modelo prevê de forma correta o efeito do campo magnético no escoamento.

Por fim, estudou-se um escoamento magnetohidrodinâmico sobre o veículo de reentrada RAM-C II, que foi utilizado para testar o desempenho da janela magnética como método de mitigação do *blackout*. Analisou-se o efeito de diferentes intensidades e orientações de um dipolo magnético aplicado no nariz do veículo, tendo-se concluído que o dipolo com a orientação horizontal permite aumentar mais a distância da onda de choque do que o dipolo com orientação vertical. Concluiu-se também que um aumento na intensidade do dipolo magnético aumenta a distância da onda de choque. Desta forma, a temperatura na superfície do veículo de reentrada é reduzida, levando a um decréscimo da frequência do plasma, o que ajuda a mitigar o *blackout*.

6.1 Trabalhos futuros

Futuramente, o código irá sofrer novas alterações com o intuito de melhorar a sua precisão, incluindo efeitos de campos magnéticos não estacionários, contabilizando diferentes espécies em não-equilíbrio químico e térmico. O efeito de Hall e os efeitos da radiação também serão incluídos. Pretende-se também implementar um modelo capaz de calcular de forma precisa a condutividade elétrica do plasma. No final, o código deverá ser capaz de suportar o projeto de veículos hipersónicos e de sistemas MHD otimizados para manipulação de plasma.

Note-se que nesta tese foram simulados vários casos com temperaturas bastante superiores à temperatura normal, apesar de a formulação assumir gases ideais. Para além disso, o escoamento hipersónico foi calculado sem modelos químicos, não contabilizando alterações nas propriedades do ar. Devido a estes fatores, os resultados obtidos não capturam a física do problema de forma fiável. Inicialmente, esta aproximação é suficiente, mas em trabalhos futuros procurar-se-á melhorar o código para que os resultados das simulações retratem mais fielmente a física do problema, obtendo desta forma soluções mais precisas.

6.2 Artigos desenvolvidos durante a dissertação

F. Rodrigues, J. C. Páscoa, F. Dias, and M. Abdollahzadeh, "Plasma actuators for boundary layer control of next generation nozzles," in *ASME 2015 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2015.

F. Dias, J. C. Páscoa, C. Xisto, M. Abdollahzadeh, F. Rodrigues, "CFD Simulation of Outlet Fins with DBD Actuators for the HOMER Nozzle," in *International Conference in Engineering*, 2015.

F. Rodrigues, J. C. Páscoa, F. Dias, "Power Consumption Characterization of DBD Plasma Actuators for Boundary Layer Control", in *International Conference in Engineering*, 2015.

F. Dias, C. Xisto, J. Páscoa, "Numerical Computations of MHD Flow on Re-entry and Hypersonic Vehicles," in *ASME 2016 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, 2016.

Bibliografia

- [1] C. M. C. Xisto, "Métodos numéricos para a dinâmica de gases e escoamentos magnetohidrodinâmicos a números de Mach arbitrários Aplicações em tuberias magnetoplasmadinâmicas," Ph.D. dissertation, Universidade da Beira Interior, 2014. xiii, 1, 20, 22
- [2] J. Hartmann, "Theory of the Laminar Flow of an Electric Conductive Liquid in a Homogeneous Magnetic Field," 1937. 2, 9, 40
- [3] S. Molokov, R. Moreau, and P. Roberts, "How MHD Transformed the Theory of Geomagnetism," *Fluid Mechanics and its Applications*, pp. 3--26, 2007. 2
- [4] H. Alfvén, "Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves," *Nature*, vol. 150, no. 3805, pp. 405--406, 1942. 2
- [5] NASA, "Mach Number," <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/mach.html>, 2015, acessado em 01-04-2016. xv, 2
- [6] D. Szirczak and H. Smith, "A Review of Design Issues Specific to Hypersonic Flight Vehicles," *Progress in Aerospace Sciences*, 2016, 10.1016/j.paerosci.2016.04.001. xiii, 2, 3, 4
- [7] R. A. Hartunian, G. E. Stewart, S. D. Ferguson, T. J. Curtiss, and R. W. Seibold, "Causes and Mitigation of Radio Frequency (RF) Blackout During Reentry of Reusable Launch Vehicles," The Aerospace Corporation, Tech. Rep. 5309, 2007. xiii, 3, 5
- [8] W. L. Jones and A. E. Cross, "Electrostatic-probe Measurements of Plasma Parameters for Two Reentry Flight Experiments at 25000 Feet per Second," NASA, Langley Research Center, Hampton, Tech. Rep. D-6617, February 1972. xiii, 2, 4, 47
- [9] NASA, "Space shuttle era," https://www.nasa.gov/mission_pages/shuttle/flyout/index.html, June 2016. 3
- [10] H. Taneda, "The Effect of a Plasma Sheath on Hypersonic Flight Communications The Effect of a Plasma Sheath," Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1990. 5
- [11] R. D. Ali, H. K.; Braun, "Application of Magnetohydrodynamic Energy Generation to Planetary Entry Vehicles," in *12th International Energy Conversion Engineering Conference*, no. AIAA 2014-3556, 2014, pp. 1--12. 5
- [12] M. K. Kim, "Electromagnetic Manipulation of Plasma Layer for Re-entry Blackout Mitigation," PhD, University of Michigan, 2009. xiii, 6, 7, 9
- [13] C. H. Jones, "Report from the Workshop on Communications Through Plasma During Hypersonic Flight," AFFCT, Tech. Rep., 2006. 6
- [14] R. P. Starkey, "Hypersonic Vehicle Telemetry Blackout," *Journal of Spacecraft and Rockets*, February 2015. 6
- [15] F. P. Russo and J. K. Hughes, "Measurements of The Effects of Static Magnetic Fields on VHF Transmission in Ionized Flow Fields," NASA, Tech. Rep. TM X-907, 1964, 6
- [16] R. L. Stenzel and J. M. Urrutia, "A New Method for Removing the Blackout Problem on Reentry Vehicles," *Journal of Applied Physics*, vol. 113, no. 10, pp. 1--5, 2013. 7

- [17] M. Kundrapu, J. Loverich, K. Beckwith, P. Stoltz, A. Shashurin, and M. Keidar, "Modeling Radio Communication Blackout and Blackout Mitigation in Hypersonic Vehicles," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 52, no. 3, pp. 853--862, 2015. 7
- [18] M. Kim, M. Keidar, and I. D. Boyd, "Analysis of an Electromagnetic Mitigation Scheme for Reentry Telemetry Through Plasma," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 45, no. 6, pp. 1223--1229, 2008. 7
- [19] M. Keidar, M. Kim, and I. Boyd, "Electromagnetic Reduction of Plasma Density During Atmospheric Reentry and Hypersonic Flights," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 45, no. 3, pp. 445--453, 2008. 7
- [20] M. Kim, I. D. Boyd, and M. Keidar, "Modeling of Electromagnetic Manipulation of Plasmas for Communication During Reentry Flight," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 47, no. 1, pp. 29--35, 2010. xiii, 8
- [21] R. A. Hartunian, G. E. Stewart, T. J. Curtiss, S. D. Ferguson, R. W. Seibold, and P. Shome, "Implications and Mitigation of Radio Frequency Blackout during Reentry of Reusable Launch Vehicles," in *AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit*, no. AIAA 2007-6633, Hilton Head, Sout Carolina, August 2007. 8
- [22] E. D. Gillman, J. E. Foster, and I. M. Blankson, "Review of Leading Approaches for Mitigating Hypersonic Vehicle Communications Blackout and a Method of Ceramic Particulate Injection Via Cathode Spot Arcs for Blackout Mitigation," NASA, Tech. Rep. June, 2010. 8
- [23] E. D. Gillman and W. E. Amatucci, "Early results of microwave transmission experiments through an overly dense rectangular plasma sheet with microparticle injection," *Physics of Plasmas*, vol. 21, no. 060701, pp. 121--125, June 2014. 8
- [24] J. A. Shercliff, "Steady Motion of Conducting Fluids in Pipes Under Transverse Magnetic Fields," in *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, vol. 49, 1953, pp. 136--144. 9
- [25] P. S. Lykoudis, "The Newtonian Approximation in Magnetic Hypersonic Stagnation-Point Flow," *Journal of Aerospace Sciences*, pp. 541--547, July 1961. 9
- [26] J. C. R. Hunt, "Magnetohydrodynamic Flow in Rectangular Ducts," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 21, pp. 577--590, 1965. 9
- [27] J. C. R. Hunt, "Magnetohydrodynamic Flow in Rectangular Ducts II," *Journal of Fluid Mechanics*, vol. 23, pp. 563--581, 1965. 9
- [28] M. Kim, A. Gulhan, and I. D. Boyd, "Modeling of Electron Energy Phenomena in Hypersonic Flows," *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, vol. 26, no. January, pp. 244--257, 2012. 9
- [29] N. J. Bisek, "Numerical Study of Plasma-assisted Aerodynamic Control for Hypersonic Vehicles," Ph.D. dissertation, University of Michigan, 2010. 10
- [30] V. A. Bityurin, A. N. Bocharov, N. A. Popov, and D. S. Baranov, "Experimental and Numerical Studies of Nonequilibrium Effects in Framework of Magnetohydrodynamic Parachute Concept," *Progress in Flight Physics*, vol. 3, pp. 529--544, 2012. 10

- [31] M. Kim, "Active Plasma Layer Manipulation Scheme During Hypersonic Flight," *Aerospace Science and Technology*, vol. 35, no. 1, pp. 135--142, 2014. 10
- [32] D. Mather, J. Sillence, J. Pasqual, and P. Lewis, "Radio Frequency (RF) Blackout During Hypersonic Reentry," in *13th AIAA/CIRA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference*, no. AIAA 2005-3443, 2005, pp. 1--12. 10
- [33] O. U. Khan, K. A. Hoffmann, and J. F. Dietiker, "Computational Aspects of High-speed Flows with Applied Magnetic Field," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, no. 3, pp. 389--397, 2006. 10
- [34] D. L. Potter, "Introduction of the PIRATE Program for Parametric Reentry Vehicle Plasma Effects Studies," in *37th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, no. AIAA 2006-3239, San Francisco, California, June 2006, pp. 1--11. 10
- [35] M. Kim, I. D. Boyd, and M. Keidar, "Numerical Modeling of Plasma Manipulation Using an ExB Layer in a Hypersonic Boundary Layer," in *40th AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference*, no. AIAA 2009-3732, San Antonio, Texas, June 2009, pp. 1--20. 11
- [36] M. Kim, M. Keidar, and I. D. Boyd, "Two-dimensional Model of an Electromagnetic Layer for the Mitigation of Communications Blackout," in *47th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including The New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, no. AIAA 2009-1232, Orlando, Florida, January 2009, pp. 1--20. 11
- [37] M. Kim and I. D. Boyd, "Effectiveness of a Magnetohydrodynamics System for Mars Entry," *Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 49, no. 6, pp. 1141--1149, 2012. 11
- [38] J. Lee, "Numerical Study of Three Dimensional Low Magnetic Reynolds Number Hypersonic Magnetohydrodynamic Flows," Ph.D. dissertation, University of Miami, 2011. 15
- [39] S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, H. P. Corporation, Ed. Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 19
- [40] J. Blazek, *Computational Fluid Dynamics: Principles and Applications*, Elsevier, Ed. Elsevier, 2001. 19, 25
- [41] M. Liou, "A sequel to AUSM, Part II: AUSM⁺-up for all speeds," *Journal of Computational Physics*, vol. 214, pp. 137--170, 2006. 20
- [42] A. Kurganov and E. Tadmor, "New High-Resolution Central Schemes for Nonlinear Conservation Laws and Convection-Diffusion Equations," *Journal of Computational Physics*, vol. 160, pp. 241--282, 2000. 20
- [43] P. Batten, M. A. Leschziner, and U. C. Goldberg, "Average-State Jacobians and Implicit Methods for Compressible Viscous and Turbulent Flows," *Journal of Computational Physics*, vol. 137, no. CP975793, pp. 38--78, 1997. 20, 23
- [44] P. L. Roe, "Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes," *Journal of Computational Physics*, vol. 135, pp. 250--258, 1997. 20
- [45] G. Tóth and D. Odstrčil, "Comparison of Some Flux Corrected Transport and Total Variation Diminishing Numerical Schemes for Hydrodynamic and Magnetohydrodynamic Problems," *Journal of Computational Physics*, vol. 128, pp. 82--100, 1996. 20

- [46] C. Greenshields, H. Weller, L. Gasparini, and J. Reese, "Implementation of Semi-Discrete, Non-Staggered Central Schemes in a Colocated, Polyhedral, Finite Volume Framework, for High-Speed Viscous Flows," *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2009. 24
- [47] A. Kurganov, S. Noelle, and G. Petrova, "Semidiscrete Central-Upwind Schemes for Hyperbolic Conservation Laws and Hamilton-Jacobi Equations," *SIAM Journal of Scientific Computing*, vol. 23, no. 3, pp. 707--740, 2001. 25
- [48] J. Goedbloed, R. Keppens, and S. Poedts, *Advance Magnetohydrodynamics, With Applications to Laboratory and Astrophysical Plasmas*, C. U. Press, Ed. Cambridge University Press, 2010. 26
- [49] K. A. Hoffmann, "An Integrated Computational Tool for Hypersonic Flow Simulation," Wichita State University, Tech. Rep., 2004. xv, 27, 48
- [50] C. M. Xisto, J. C. Páscoa, P. J. Oliveira, and D. A. Nicolini, "A Hybrid Pressure-Density-Based Algorithm for the Euler Equations at all Mach Number Regimes," *International Journal for numerical Methods in Fluids*, vol. 70, pp. 961--976, 2012. 31
- [51] F. S. Billig, "Shock-Wave Shapes Around Spherical and cylindrical-nosed bodies," *Journal of spacecraft*, pp. 822--823, April 1967. xiv, 34, 35, 41
- [52] M. Pandolfi and D. D'Ambrosio, "Numerical Instabilities in Upwind Methods: Analysis and Cures for the "Carbuncle" Phenomenon," *Journal of Computational Physics*, no. 166, pp. 271--301, 2001. 35
- [53] K. A. Dietiker, J. F.; Hoffmann, "Computations of Turbulent Magnetohydrodynamic Flows," in *33rd Plasmadynamics and Lasers Conference*, no. AIAA 2002-2141, Maui, Hawaii, May 2002. xiv, 45
- [54] L. C. Scalabrin, "Numerical Simulation of Weakly Ionized Hypersonic Flow Over Reentry Capsules," Ph.D. dissertation, University of Michigan, 2007. 47
- [55] N. J. Bisek, I. D. Boyd, and J. Poggie, "Numerical Study of Magnetoaerodynamic Flow Around a Hemisphere," in *48th AIAA Aerospace Sciences Meeting Including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, no. AIAA 2010-227, 2010, pp. 816--827. 47